أسئلة هيكل 11 عام ف3 - 2022

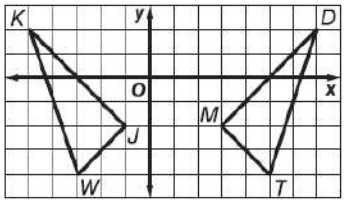
P538	Exercises (28-31)	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي.	1

الدرس 9 - 1

28. أيٌّ ممّا يلي هي نقطة انعكاس النقطة $E(-7, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x؟

29. للمثلث ΔABC الرؤوس $A(-3, 1)$ و $B(1, 5)$ و $C(7, 0)$. فما هي إحداثيات الصورة $\Delta A'B'C'$ بموجب انعكاس المثلث الأصلي بالنسبة للمستقيم $y = x$؟

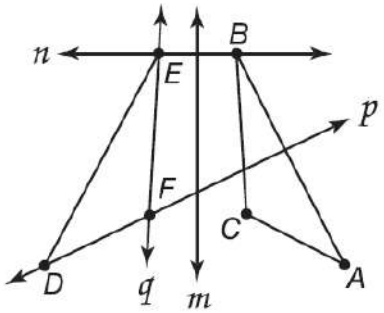
30. ما هو المستقيم الذي يعدّ المثلث ΔMDT بالنسبة إليه انعكاسًا للمثلث ΔJKW؟



31. ما هو انعكاس النقطة $P(-3, 10)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$؟

35. بناءً على أحد التحويلات. يكون لسداسي الأضلاع $PQRSTU$ الصورة $ABRSCD$. فأي من التحويلات التالية يعطي ذلك؟

36. ما هو المستقيم الذي معكوس المثلث $\triangle DEF$ بالنسبة إليه هو المثلث $\triangle ABC$؟



28. $E'(-7, -7)$

29. $A(1, -3)$ و $B(5, 1)$ و $C(0, 7)$

30. $x = 1$

31. $P'(10, -3)$

32. $x = 3$ و $x = 8$

35. انعكاس

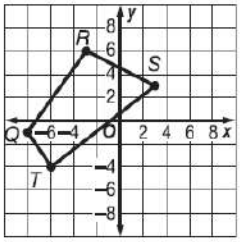
36. المستقيم m

2	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي. Draw reflections in the coordinate plane	Exercises (16-20)	P537

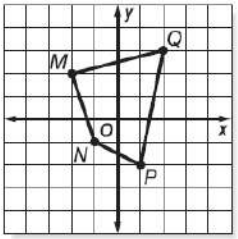
الدرس 9-1

16. يعرض الشكل أدناه الشكل الرباعي $QRST$.

إذا انعكس الشكل الرباعي $QRST$ بالنسبة للمحور الأفقي x ومن ثمّ بالنسبة للمحور الرأسي y ليشكّل شكل رباعي $Q''R''S''T''$. فماذا سوف يكون إحداثيا T''؟

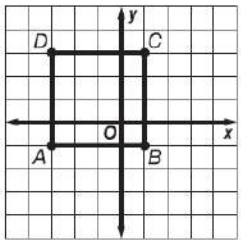


17. يعرض الشكل التمثيل البياني لـ $MNPQ$. ماذا سوف يكون إحداثيا Q' إذا ما انعكس الشكل الرباعي بالنسبة للمحور الأفقي x؟

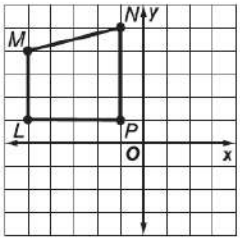


18. يوضح الشكل أدناه المربع $ABCD$.

إذا انعكس المربع $ABCD$ بالنسبة للمحور y. فماذا سيكون إحداثيا D'؟



19.



إذا انعكس شبه المنحرف $LMNP$ بالنسبة للمحور الرأسي y. فماذا سيكون إحداثيا L'؟

20. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(0, 6)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, 4)$. فإذا ما انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي x ليعطي $\triangle WXY$. فماذا ستكون إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle WXY$؟

050-2509447

16. $(6, 4)$

17. $(2, -3)$

18. $(3, 3)$

19. $(5, 1)$

20. $W(0, -6)$, $X(2, -1)$ $Y(-3, -4)$

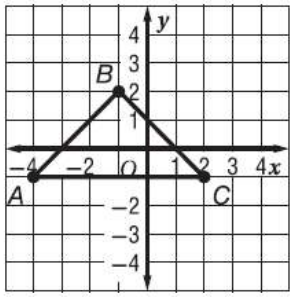
3	تمثيل الإزاحة بيانيا في المستوى الإحداثيّ .Draw translations in the coordinate plane	Exercises (28-34)	P545

الدرس 9-2

28. نريد إزاحة المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$ وفق قاعدة الحركة التالية.

$$(x, y) \longrightarrow (x - 2, y + 3)$$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B'؟



29. للشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-2, 1)$ و $B(-2, 5)$ و $C(3, 5)$ و $D(3, 1)$. فإذا أزيح الشكل الرباعي $ABCD$ لمسافة 6 وحدات إلى الأسفل و 5 وحدات يمينًا لإعطاء $D'E'F'G'$. فما إحداثيات رؤوس $D'E'F'G'$؟

30. ما إحداثيا الصورة P' الخاصة بالنقطة $P(4, 1)$ وفق التحويل $T_{-3, -3}$؟

31. ما هي الإزاحة التي تنتج بموجبها النقطة $B(-2, 5)$ عن النقطة $A(-7, 8)$؟

32. للمثلث ΔRST الإحداثيات $R(3, 1)$ و $S(5, 4)$ و $T(7, 11)$. فما إحداثيات رؤوس الصورة $\Delta R'S'T'$. وفق التحويل $T_{-6, 1}$؟

33. ما إحداثيات الصورة H' للنقطة $H(-8, 3)$ وفق التحويل $T_{8, 7}$؟

34. ما التحويل الذي ينتِج الصورة $P'(-4, 2)$ من النقطة $P(2, -1)$؟

28. $(-3, 5)$

29. $A(3, -5), B(3, -1), C(8, -1), D(8, -5)$

30. $P'(1, -2)$

31. $T_{5, -3}$

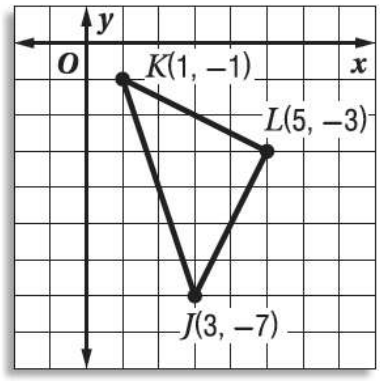
32. $R'(-3, 2), S'(-1, 5), T'(1, 12)$

33. $H'(0, 10)$

34. إزاحة لمسافة 6 وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى

4	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Example 3	P550

مثال 3 على الاختبار المعياري الدوران في المستوى الإحداثي



ليكن لديك المثلث *JKL* المبيّن على الجهة اليمنى.
ما صورة النقطة *J* بعد دوران بزاوية قياسها 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

A $(-3, -7)$

B $(-7, 3)$

C $(-7, -3)$

D $(7, -3)$

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$ $(3, -7) \rightarrow (-7, -3)$

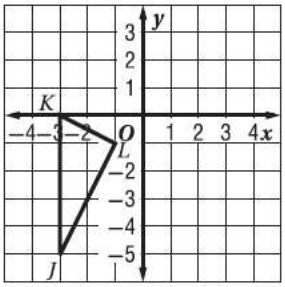
الإجابة هي الخيار C.

050-2509447 مصطفى أسامة علام

5	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Exercises (14-19)	P553

الدرس 9-3

14. إذا أدير المثلث JKL بزاوية قياسها 180 درجة حول نقطة الأصل. فما إحداثيا J'؟



A $(5, 3)$

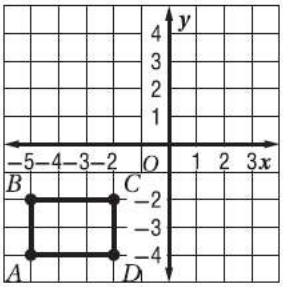
B $(3, 0)$

C $(3, 5)$

D $(3, -5)$

15. للمثلث JKL رؤوس عند النقاط $J(0, 1)$ و $K(2, 3)$ و $L(4, 0)$. فإذا أدير المثلث بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة الأصل. فماذا سيكون إحداثيا K'؟

16. ما إحداثيا النقطة C' إذا دار المستطيل $ABCD$ بزاوية قياسها $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟



17. ما هي صورة $P(0, 7)$ وفق دوران بزاوية قياسها $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة؟

18. أي مما يلي هي صورة $Q(-3, 0)$ بموجب دوران بزاوية قياسها $90°$ باتجاه عقارب الساعة؟

19. تدار النقطة $R(4, -2)$ حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $90°$ وبعكس اتجاه عقارب الساعة. ففي أي ربعٍ ستقع صورة النقطة؟

14. C

15. $(-2, -3)$

16. $(-2, 2)$

17. $P'(-7, 0)$

18. $Q'(0, 3)$

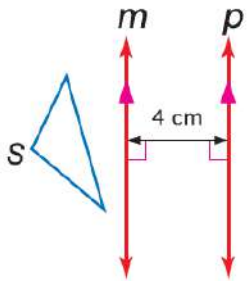
19. I

050-2509447

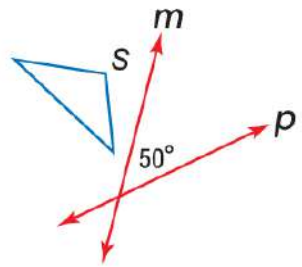
6	تمثيل الانعكاسات الانزلاقية وغيرها من تركيب حالات التساوي بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw glide reflections and other compositions of isometries in the coordinate plane	Exercises (4-6)	P563

انسخ الشكل S واعكسه بالنسبة للمستقيم m ثم بالنسبة للمستقيم p. ثم صِف تحويلاً وحيدًا يربط S بـ S''.

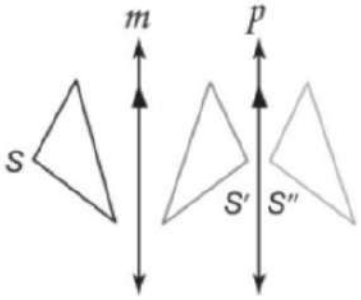
4.



5.

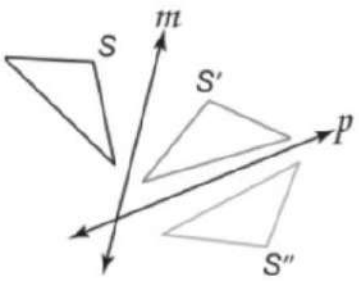


4.



إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار 3 cm

5.

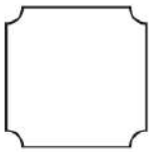


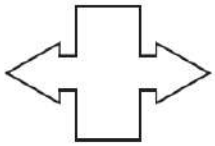
تدوير باتجاه عقارب الساعة
وبزاوية قياسها 100° حول نقطة
تقاطع المستقيمين m و P

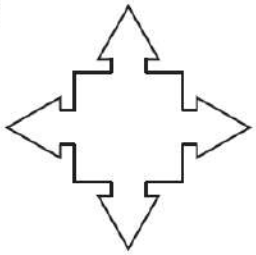
050-2509447 مصطفى أسامة علام

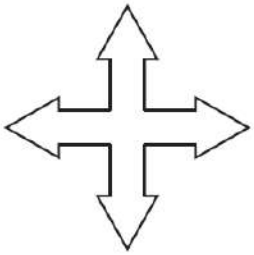
7	تحديد عمليات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد. .Identify line and rotational symmetries in two-dimensional figures	Exercises (23-25)	P575

23. فنان جرافيك يريد تصميم شعار باستخدام مستقيمات التناظر.
أي شعار لا يوجد به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد؟

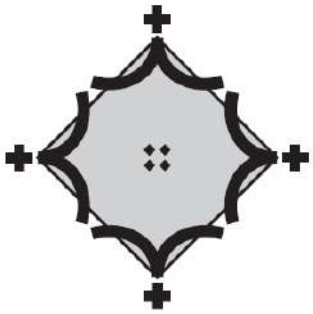
A 

B 

C 

D 

24. تنظر أمل إلى تصميمات سترة.
أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟



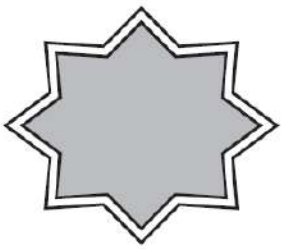
A التصميم به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد.

B التصميم به 3 مستقيمات تناظر بالتحديد.

C التصميم به مستقيمان تناظر بالتحديد.

D التصميم به مستقيم تناظر واحد بالتحديد.

25. يصمم أحمد شعارًا لناديه.
أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟



A التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط.

B التصميم به مستقيما تناظر فقط.

C التصميم به 3 مستقيمات تناظر فقط.

D التصميم به 4 مستقيمات تناظر فقط.

B .23

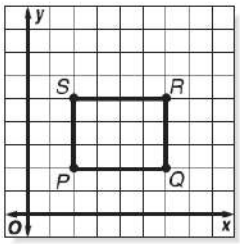
A .24

D .25

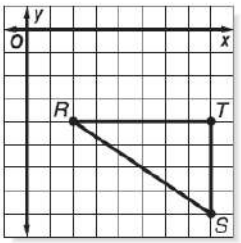
8	تمثيل عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) بيانيا في المستوى الإحداثي. Draw dilations in the coordinate plane.	Exercises (13-20)	P586 P587

الدرس 9-6

13. المستطيل $PQRS$ موضح فيما يلي. إذا تغيرت أبعاد المستطيل بمعامل المقياس 2، ومع جعل نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، جد الإحداثيات الجديدة للنقطة R'.



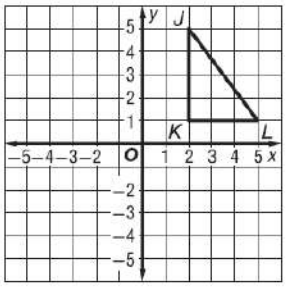
14. $\triangle RST$ موضح فيما يلي. فإذا تغيرت أبعاده باستخدام معامل القياس 2 وكانت نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، فما هي إحداثيات النقطة S'؟



15. يحرّك بدر شخصية كرتونية في المستوى الإحداثي، باستخدام تغيير الأبعاد(التمدد) بمعامل مقياس 2. فإذا كانت $A(1, 3)$، و $B(3, 4)$، و $C(2, -3)$ عبارة عن ثلاث نقاط على صورة السمكة المنتفخة قبل أن ينفخها، فما هي إحداثيات النقاط ذات الصلة D، و E، و F على صورة السمكة المنتفخة؟

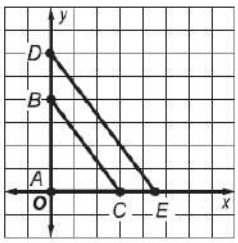
16. أي نوع من التحويل يحتفظ بالاتجاهات ولا يحتفظ بالحجم؟

17. المثلث قائم الزاوية JKL تغيرت أبعاده ليكوّن صورة المثلث $\triangle J'K'L'$. فإذا كان محيط المثلث $\triangle J'K'L'$ يساوي 36 cm. فما هي مساحة الصورة؟



18. المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0, 0)$، و $B(0, 4)$، و $C(3, 0)$ عبارة عن مثلث تغيّرت أبعاده من المثلث ADE.

فما هو طول $\overline{DE}$ إذا كان للنقطة D الإحداثيات $(0, 5)$؟



19. المربع $JKLM$ له الرؤوس $J(1, 0)$، و $K(2, 1)$، و $L(3, 0)$، و $M(2, -1)$. فإذا كان الشكل تغيرت أبعاده وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس $\sqrt{2}$. فما هو طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده؟

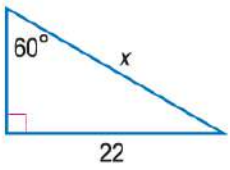
20. شبه المنحرف متساوي الساقين $LMNO$ له الرؤوس $L(-4, -3)$، و $M(-4, 0)$، و $N(-2, 1)$، و $O(-2, -4)$. فإذا تغيرت أبعاد الشكل وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس 1.5. فما هو طول $\overline{L'M'}$ في شبه المنحرف متساوي الساقين المنسوخ؟

13. (12,10)
14. (16,−16)
15. (2, 6), (6, 8), (4, −6)
16. تغيير الأبعاد(التمدد)
17. 54 cm^2
18. 7.5
19. وحدتان
20. 4.5

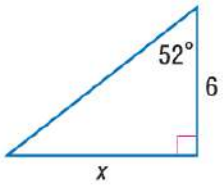
9	استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها. Use trigonometric ratios to find side lengths and angle measures of right triangles.	Exercises (5-10)	P607

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

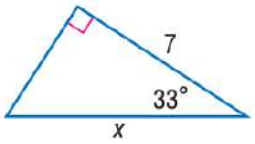
5



6.

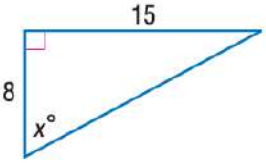


7.

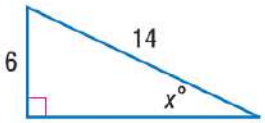


جـــد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

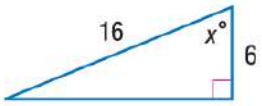
8.



9.



10.



5 25.4

6. 7.7

7. 8.3

8. 61.9

9. 25.4

10. 68.0

050-2509447 مصطفى علام

10	رسم الزوايا في وضع قياسي وإيجادها. .Draw and find angles in standard position	Exercises (4-6)	P614

جـــد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

4. 25°　　5. 175°　　6. −100°

4. Sample answer: 385°, −335°

5. Sample answer: 535°, −185°

6. Sample answer: 260°, −460°

050-2509447 مدرس المرشد مصطفى علام

11	التحويل بين القياس بالدرجات والقياس بالراديان. .Convert between degree measures and radian measures	Exercises (25-30)	P615

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

25 330° **26.** $\frac{5\pi}{6}$ **27.** $-\frac{\pi}{3}$

28. -50° **29.** 190° **30.** $-\frac{7\pi}{3}$

الدرس ٢-١٥

25 $\frac{11\pi}{6}$ **26.** 150° **27.** -60°

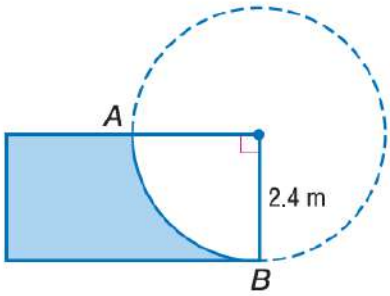
28. $\frac{5\pi}{18}$ **29.** $\frac{19\pi}{18}$ **30.** -420°

050-2509447 مصطفى أسامة علام

12	التحويل بين القياس بالدرجات والقياس بالراديان. Convert between degree measures and radian measures.	Exercises (31-34)	P615

الدرس ١٠-٢

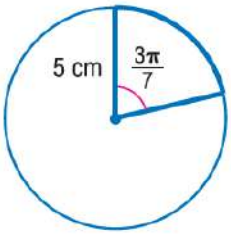
31. **التزلج على الألواح** منحدر التزلج على الألواح المبين على اليسار يُسمى أنبوب ربعي *(quarter pipe)*. والسطح المنحني يحدده نصف قطر الدائرة.
جـــد طول الجزء المنحني من المنحدر.



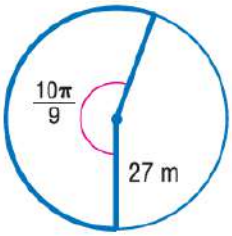
32. **القوارب النهرية** ناعور القارب النهري له قطر 7.2 m.
جـــد طول القوس للدائرة التي يصنعها الناعور عندما يدور 300°.

جـــد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

33.



34.



31. about 3.8 m
32. about 18.8 m
33. 6.7 cm
34. 94.2 m

050-2509447 مصطفى علام

13	إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زوايا المرجع. .Find values of trigonometric ratios by using reference angles	Exercises (12-17)	P623

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن كل نقطة. جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

12. $(5, 12)$ **13** $(-6, 8)$ **14.** $(3, 0)$

15. $(0, -7)$ **16.** $(4, -2)$ **17.** $(-9, -3)$

12. $\sin\theta = \frac{12}{13}, \cos\theta = \frac{5}{13}, \tan\theta = \frac{12}{5}, \csc\theta = \frac{13}{12}, \sec\theta = \frac{13}{5}, \cot\theta = \frac{5}{12}$

13. $\sin\theta = \frac{4}{5}, \cos\theta = -\frac{3}{5}, \tan\theta = -\frac{4}{3}, \csc\theta = \frac{5}{4}, \sec\theta = -\frac{5}{3}, \cot\theta = -\frac{3}{4}$

14. $\sin\theta = 0, \cos\theta = 1, \tan\theta =$ غير معرف. $\sec\theta = 1, \csc\theta =$ غير مُعرف، $\cot\theta =$ غير معرف.

15. $\sin\theta = -1, \cos\theta = 0, \tan\theta =$ غير معرف. $\csc\theta = -1, \sec\theta =$ غير معرف. $\cot\theta = 0$

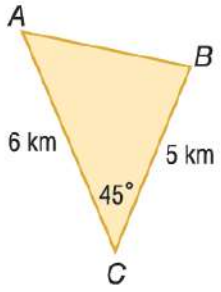
16. $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan\theta = -\frac{1}{2}, \csc\theta = -\sqrt{5}, \sec\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}, \cot\theta = -2$

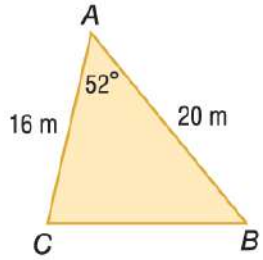
17. $\sin\theta = -\frac{\sqrt{10}}{10}, \cos\theta = -\frac{3\sqrt{10}}{10}, \tan\theta = \frac{1}{3}, \csc\theta = -\sqrt{10}, \sec\theta = -\frac{\sqrt{10}}{3}, \cot\theta = 3$

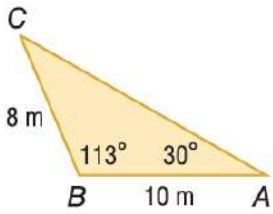
050-2509447 مصطفى أسامة علام

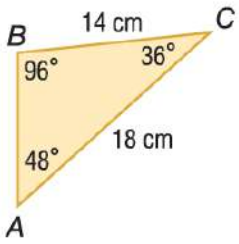
14	إيجاد مساحة المثلث باستخدام ضلعين والزاوية المحصورة بينهما. .Find the area of a triangle using two sides and an included angle	Exercises (13-20)	P631

جـــد مساحة المثلث ABC △ مُقرَّبة إلى أقرب جزء من عشرة.

13. 

14. 

15. 

16. 

17. $C = 25°$, $a = 4$ m, $b = 7$ m

18. $A = 138°$, $b = 10$ cm, $c = 20$ cm

19. $B = 92°$, $a = 14.5$ m, $c = 9$ m

20. $C = 116°$, $a = 2.7$ cm, $b = 4.6$ cm

13. 10.6 km^2 14. 126.1 m^2

15. 36.8 m^2 16. 74.1 cm^2

17. 5.9 m^2 18. 66.9 cm^2

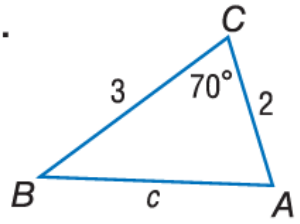
19. 65.2 m^2 20. 5.6 cm^2

050-2509447 مصطفى أسامة علام

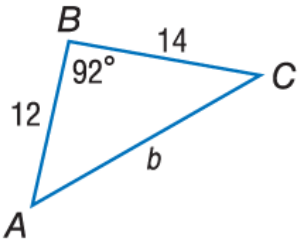
15	استخدام قانون جيب التمام (cosine) لحل المثلثات. .Use the Law of Cosines to solve triangles	Exercises (9-16)	P638

حُــلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

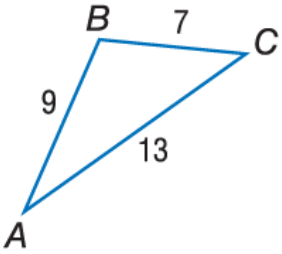
9.



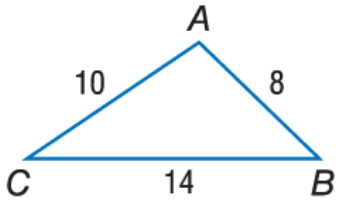
10.



11.



12.



13. $A = 116°,\ b = 5,\ c = 3$

14. $C = 80°,\ a = 9,\ b = 2$

15. $f = 10,\ g = 11,\ h = 4$

16. $w = 20,\ x = 13,\ y = 12$

9. $A \approx 70°, B \approx 40°, c \approx 3.0$

10. $A \approx 48°, C \approx 40°, b \approx 18.8$

11. $A \approx 31°, B \approx 108°, C \approx 41°$

12. $A \approx 102°, B \approx 44°, C \approx 34°$

13. $a \approx 6.9, B \approx 41°, C \approx 23°$

14. $c \approx 8.9, A \approx 87°, B \approx 13°$

15. $F \approx 65°, G \approx 94°, H \approx 21°$

16. $W \approx 106°, X \approx 39°, Y \approx 35°$

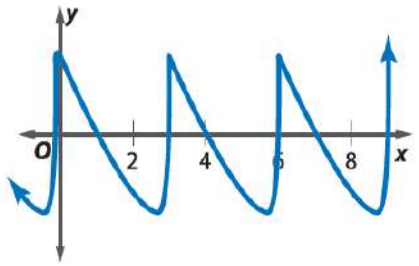
050-2509447 مصطفى أسامة

16	استخدام خصائص الدوال الدورية لإيجاد قيمة الدوال المثلثية. .Use the properties of periodic functions to evaluate trigonometric functions	Exercises (13-18)	P645 P646

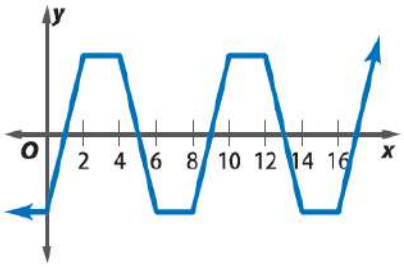
الدرس ٦ - ١٥

حدد فترة كل دالة.

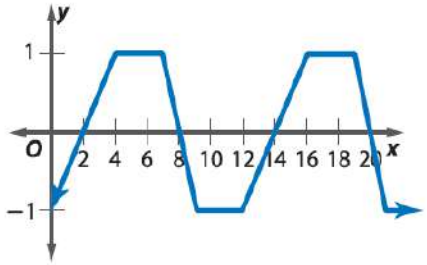
13.



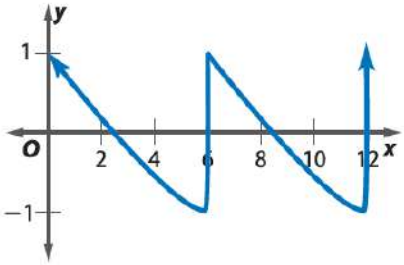
14.



15.

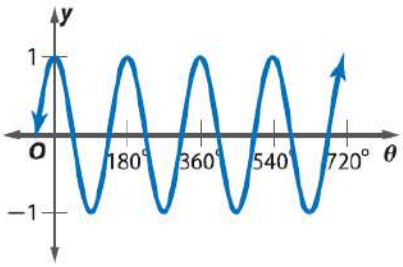


16.

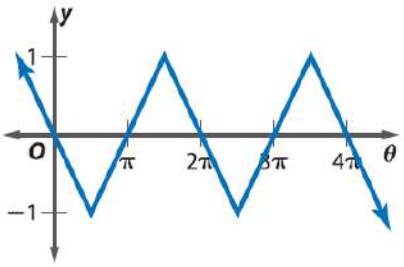


حدد فترة كل دالة.

17.



18.



13. 3
14. 8
15. 12
16. 6
17. 180°
18. 2π

17	تمثيل الإزاحات الأفقية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية وإيجاد إزاحات الطور. .Graph horizontal translations of trigonometric graphs and find phase shifts	Exercises (9-20)	P653

جـــد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

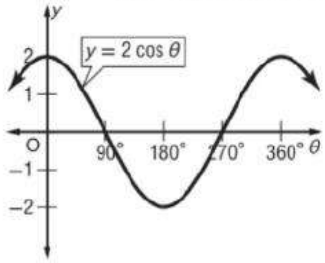
9. $y = 2\cos\theta$ **10.** $y = 3\sin\theta$ **11.** $y = \sin 2\theta$

12. $y = \cos 3\theta$ **13.** $y = \cos\frac{1}{2}\theta$ **14.** $y = \sin 4\theta$

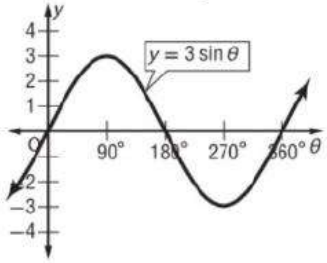
15. $y = \frac{3}{4}\cos\theta$ **16.** $y = \frac{3}{2}\sin\theta$ **17** $y = \frac{1}{2}\sin 2\theta$

18. $y = 4\cos 2\theta$ **19.** $y = 3\cos 2\theta$ **20.** $y = 5\sin\frac{2}{3}\theta$

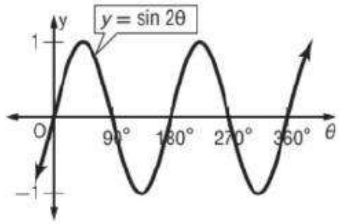
9. السعة: 2، الفترة: 360°



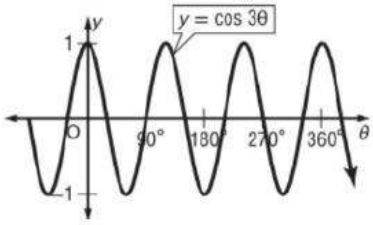
10. السعة: 3، الفترة: 360°



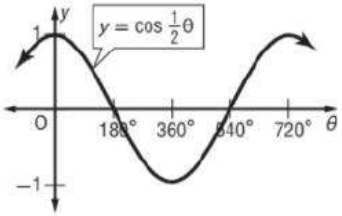
11. السعة: 1، الفترة: 180°



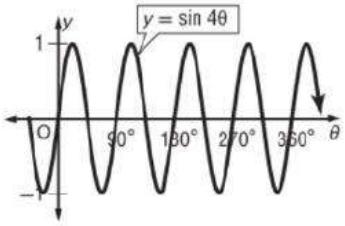
12. السعة: 1، الفترة: 120°



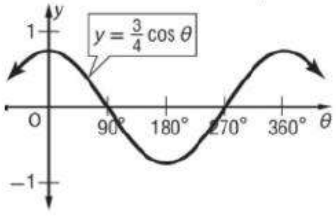
13. السعة: 1، الفترة: 720°



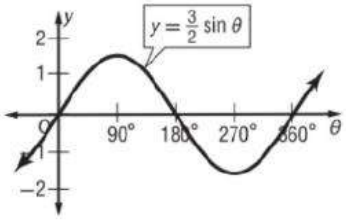
14. السعة: 1، الفترة: 90°



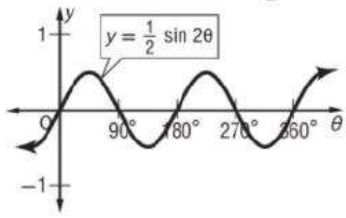
15. السعة: $\frac{3}{4}$، الفترة: 360°



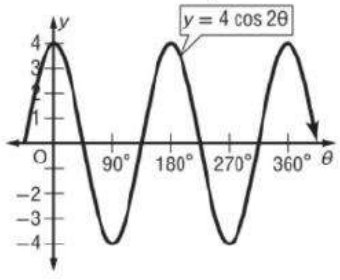
16. السعة: $\frac{3}{2}$، الفترة: 360°



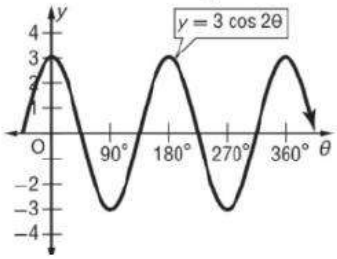
17. السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: 180°



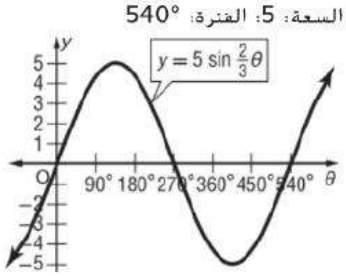
18. السعة: 4، الفترة: 180°



19. السعة: 3، الفترة: 180°



20. السعة: 5، الفترة: 540°



18	تمثيل الإزاحات الرأسية للدوال المثلثية. .Graph vertical translations of trigonometric graphs	Exercises (26-33)	P661

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

26. $y = 4 \sin(\theta - 60°) - 1$

27. $y = \cos \frac{1}{2}(\theta - 90°) + 2$

28. $y = \tan(\theta + 30°) - 2$

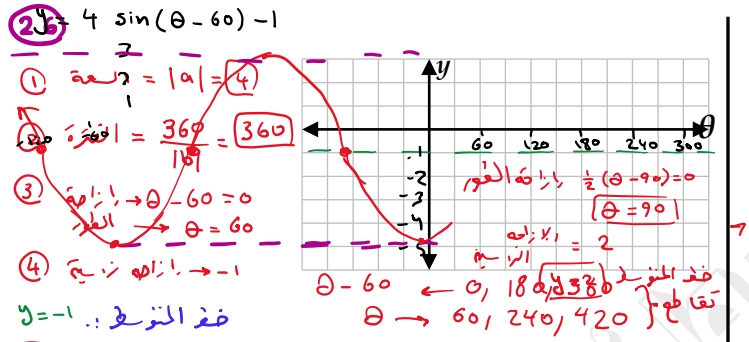
29. $y = 2 \tan 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - 5$

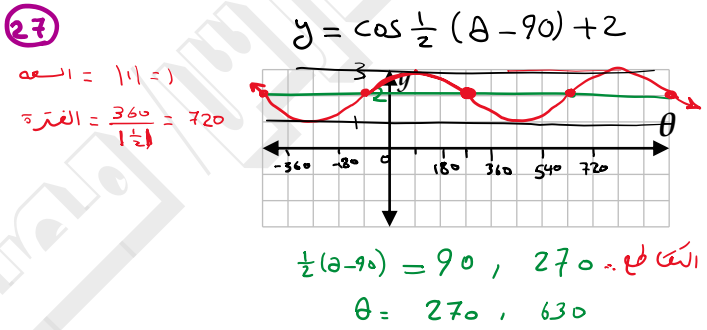
30. $y = \frac{1}{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + 4$

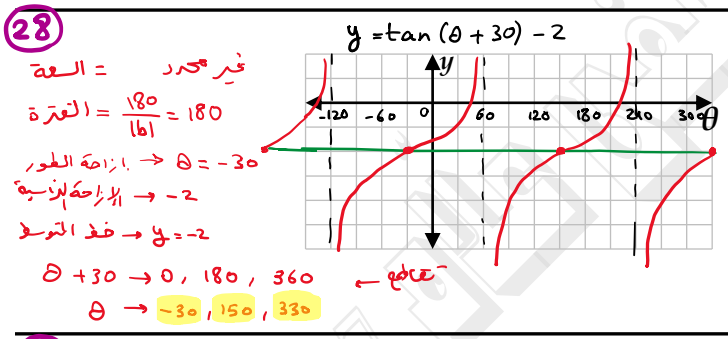
31. $y = \cos 3(\theta - 45°) + \frac{1}{2}$

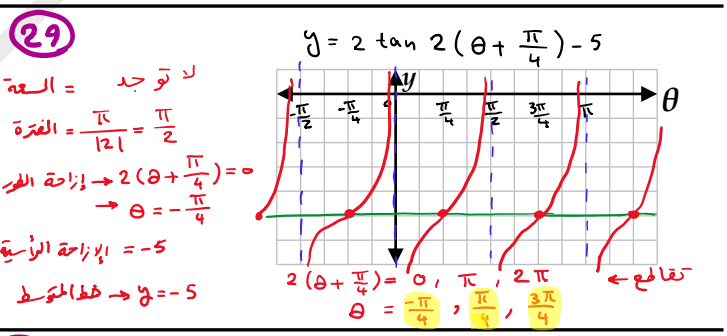
32. $y = 3 + 5 \sin 2(\theta - \pi)$

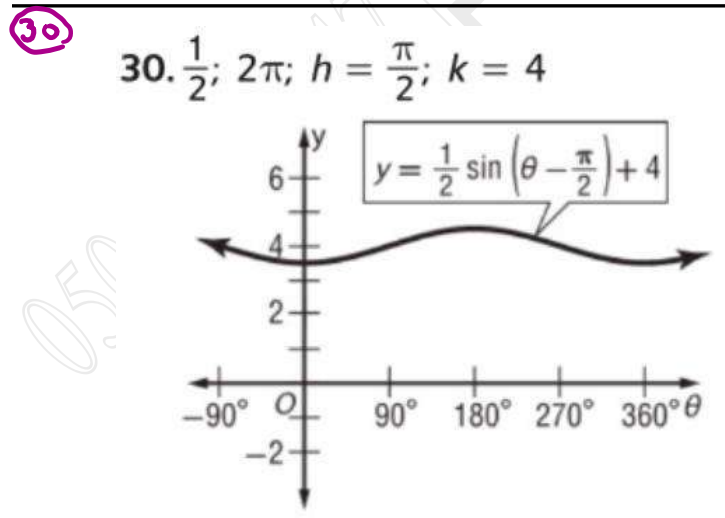
33. $y = -2 + 3 \sin \frac{1}{3}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$

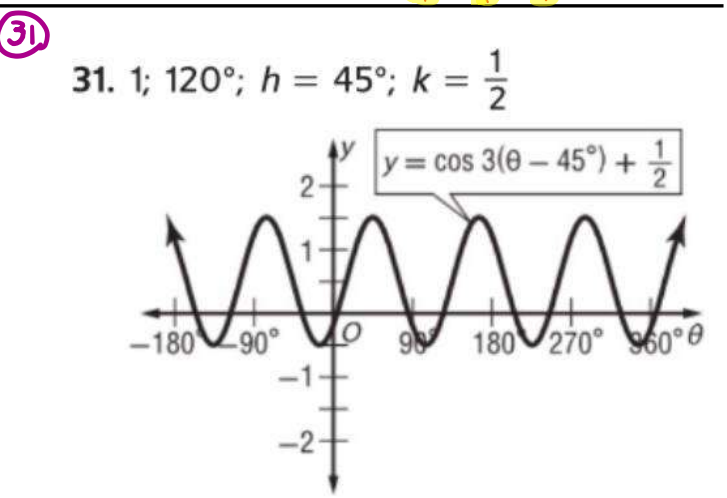












$y = a \sin b(\theta - h) + k$

18	تمثيل الإزاحات الرأسية للدوال المثلثية. Graph vertical translations of trigonometric graphs.	Exercises (26-33)	P661

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

32. $y = 3 + 5 \sin 2(\theta - \pi)$

السعة $= |a| = |5| = 5$

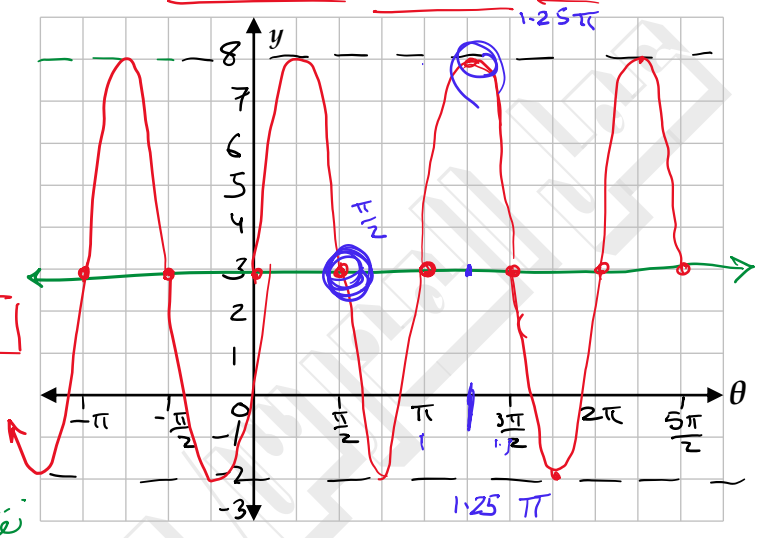
الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|2|} = 180°$

إزاحة الطور $\rightarrow 2(\theta - \pi) = 0 \Rightarrow \theta = \pi$

الإزاحة الرأسية $\rightarrow 3$

معادلة الخط المتوسط $\Rightarrow y = 3$

نقاط التقاطع π ، $\frac{3\pi}{2}$ ، 2π



اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

33. $y = -2 + 3 \sin \frac{1}{3}(\theta - \frac{\pi}{2})$

السعة $= |a| = |3| = 3$

الفترة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{3}|} = 6\pi$

إزاحة الطور $\rightarrow (\theta - \frac{\pi}{2}) = 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

الإزاحة الرأسية $\rightarrow -2$

معادلة الخط المتوسط $\Rightarrow y = -2$

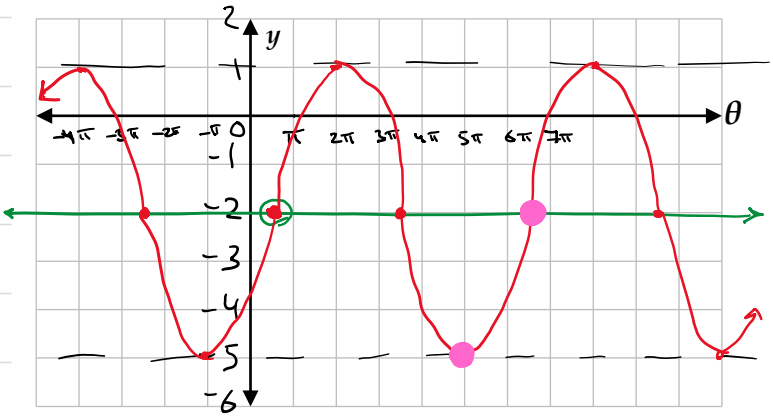
$-2 \uparrow +3$

$-2 \downarrow -3$

-5

$\frac{1}{3}(\theta - \frac{\pi}{2}) \leftarrow 0$ ، π ، 2π ← نقاط التقاطع

$\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{7\pi}{2}$ ، $\frac{13\pi}{2}$



19	إيجاد قيم النسب المثلثية العكسية. .Find values of inverse trigonometric functions	Exercises (1-6)	P668

جـــد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

1. $\text{Sin}^{-1}\frac{1}{2}$
2. $\text{Arctan}\,(-\sqrt{3})$
3. $\text{Arccos}\,(-1)$

جـــد قيمة كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

4. $\cos\left(\text{Arcsin}\,\frac{4}{5}\right)$
5. $\tan\,(\text{Cos}^{-1}\,1)$
6. $\sin\left(\text{Sin}^{-1}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

الدرس ٩-١٥

1. $30°; \frac{\pi}{6}$
2. $-60°; -\frac{\pi}{3}$
3. $180°; \pi$
4. 0.6
5. 0
6. 0.87

050-2509447 مصطفى أسامة علام

20	حل المعادلات المثلثية. .Solve trigonometric identities	Exercises (24-29)	P668

الدرس ٩ - ١٥

حُـلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر.

24. Tan $\theta = 3.8$

25. Sin $\theta = 0.9$

26. Sin $\theta = -2.5$

27. Cos $\theta = -0.25$

28. Cos $\theta = 0.56$

29. Tan $\theta = -0.2$

24. 75.3°

25. 64.2°

26. لا يوجد حل

27. 104.5°

28. 55.9°

29. −11.3°

050-2509447 مصطفى أسامة علام

21	استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم النسب المثلثية. Use trigonometric identities to find trigonometric values.	Exercises (17-20)	P688

جـــد القيمة الدقيقة لكل تعبيرٍ مما يلي إذا كانت $270° < \theta < 360°$.

17. إذا كانت $\cos\theta = \frac{5}{13}$ فجـــد $\sin\theta$.

18. إذا كانت $\tan\theta = -1$ فجـــد $\sec\theta$.

19. إذا كانت $\sec\theta = \frac{5}{3}$ فجـــد $\cos\theta$.

20. إذا كانت $\csc\theta = -\frac{5}{3}$ فجـــد $\cos\theta$.

17

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\left(\frac{5}{13}\right)^2 + \sin^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$

$\sin\theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2}$

$= \boxed{-\frac{12}{13}}$

18

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$(-1)^2 + 1 = \sec^2\theta$

$2 = \sec^2\theta$

$\Rightarrow \sec\theta = \boxed{\sqrt{2}}$

19

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

$= \frac{1}{\frac{5}{3}}$

$= \boxed{\frac{3}{5}}$

20

$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$

$= \frac{1}{-\frac{5}{3}}$

$= -\frac{3}{5}$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\cos^2\theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2$

$\cos\theta = +\sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2}$

$= \boxed{\frac{4}{5}}$

050-2509447 مصطفى أسامة علام

22	استخدام المتطابقات الهندسية لتبسيط التعابير. Use trigonometric identities to simplify expressions.	Exercises (21-26)	P688

بسّط كلاً من التعابير التالية.

21. $\sec\theta \tan^2\theta + \sec\theta$

22. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\cot\theta$

23. $\cot\theta \sec\theta$

24. $\sin\theta\,(1 + \cot^2\theta)$

25. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\sec\theta$

26. $\frac{\cos(-\theta)}{\sin(-\theta)}$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

الدرس 1-11

21

$= \sec\theta(\tan^2\theta + 1)$

$= \sec\theta(\sec^2\theta)$

$= \boxed{\sec^3\theta}$

22

$= \sin\theta \cot\theta$

$= \sin\theta \times \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$= \boxed{\cos\theta}$

23

$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta}$

$= \boxed{\csc\theta}$

24

$= \sin\theta \csc^2\theta$

$= \frac{1}{\csc\theta} \times \csc^2\theta$

$= \boxed{\csc\theta}$

25

$= \cos\theta \times \sec\theta$

$= \cos\theta \times \frac{1}{\cos\theta}$

$= \boxed{1}$

26

$= \frac{\cos\theta}{-\sin\theta}$

$= \boxed{-\cot\theta}$

23	إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفي المعادلة إلى صيغة الطرف الأخر.	Exercises (1-7)	P694

الدرس 11-2

الدقة أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:.

1. $\cot\theta + \tan\theta = \frac{\sec^2\theta}{\tan\theta}$
2. $\cos^2\theta = (1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$
3. $\sin\theta = \frac{\sec\theta}{\tan\theta + \cot\theta}$
4. $\tan^2\theta = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$
5. $\tan^2\theta\csc^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
6. $\tan^2\theta = (\sec\theta + 1)(\sec\theta - 1)$

7 **الاختيار من متعدد** ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقةٍ فيها $\frac{\tan^2\theta+1}{\tan^2\theta}$؟

A $\sin^2\theta$ B $\cos^2\theta$ C $\tan^2\theta$ D $\csc^2\theta$

① الطرف الأيسر $= \cot\theta + \tan\theta$

$= \frac{1}{\tan\theta} + \tan\theta$

$= \frac{1}{\tan\theta} + \frac{\tan^2\theta}{\tan\theta}$

$= \frac{1+\tan^2\theta}{\tan\theta}$

$= \frac{\sec^2\theta}{\tan\theta}$ = الأيمن

② الأيمن $= (1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$ مرافقين

$= 1 - \sin^2\theta$

$= \cos^2\theta + \sin^2\theta - \sin^2\theta$

$= \cos^2\theta$

= الأيسر

③ الأيمن $= \frac{\sec\theta}{\tan\theta + \cot\theta}$

$= \frac{\sec\theta}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$

$= \frac{\sec\theta}{\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}}$

$= \frac{\sec\theta(\cos\theta\sin\theta)}{1}$

$= \frac{1}{\cos\theta}(\cos\theta\sin\theta)$

$= \sin\theta$ = الأيسر

④ الأيمن $= \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta - \cos^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta$ = الأيسر

⑤ الأيسر $= \tan^2\theta\csc^2\theta$

$= \tan^2\theta(\cot^2\theta + 1)$

$= \tan^2\theta\cot^2\theta + \tan^2\theta$

$= 1 + \tan^2\theta$ = الأيمن

الدرس 11-2

(6) صرفوف

الأيمن $= (\sec\theta + 1)(\sec\theta - 1)$

$= \sec^2\theta - 1$

$= \tan^2\theta + 1 - 1$

$= \tan^2\theta$ = الأيسر

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

---

(7) $\dfrac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta} = \dfrac{\sec^2\theta}{\tan^2\theta} = \dfrac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta \times \sin^2\theta} = \dfrac{1}{\sin^2\theta} = \csc^2\theta$

050-2509447 مصطفى أسامة علام

24	إيجاد قيمتي الجيب (sine) وجيب التمام (cosine) باستخدام متطابقات المجموع والفرق. .Find values of sine and cosine by using sum and difference identities	Exercises (1-6)	P700

الدرس 11-3

جـــد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

1. $\cos 165°$
2. $\cos 105°$
3. $\cos 75°$
4. $\sin(-30°)$
5. $\sin 135°$
6. $\sin(-210°)$

مفهوم أساسي — متطابقات المجموع والفرق

متطابقات المجموع

- $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

متطابقات الفرق

- $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

① $\cos 165 = \cos(120+45)$

$= \cos 120 \cos 45 - \sin 120 \sin 45$

$\cos 120 = -\cos 60$, $\sin 120 = \sin 60$

$= -\cos 60 \cos 45 - \sin 60 \sin 45$

$= -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{-\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4}$

$= \boxed{\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$

② $\cos(105) = \cos(60+45)$

$= \cos 60 \cos 45 - \sin 60 \sin 45$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4}$

$= \boxed{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$

③ $\cos 75 = \cos(30+45)$

$= \cos 30 \cos 45 - \sin 30 \sin 45$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

④ $\sin(-30) = \sin(30-60)$

$= \sin 30 \cos 60 - \cos 30 \sin 60$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

⑤ $\sin(135) = \sin(90+45)$

$= \sin 90 \cos 45 + \cos 90 \sin 45$

$= 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

⑥ $\sin(-210) = -\sin 210$

$= -\sin(180+30)$

$= -[\sin 180 \cos 30 + \cos 180 \sin 30]$

$= -[0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + (-1)(\frac{1}{2})] = \boxed{-\frac{1}{2}}$

25	إيجاد قيمتي الجيب (sine) وجيب التمام (cosine) باستخدام متطابقات المجموع والفرق. Find values of sine and cosine by using sum and difference identities.	Exercises (8-11)	P700

الدرس 11-3

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي:.

8. $\sin(90° + \theta) = \cos\theta$

9. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$

10. $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$

11. $\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$

(8) الأيسر $= \sin(90 + \theta)$

$= \sin 90 \cos\theta + \cos 90 \sin\theta$

$= 1(\cos\theta) + 0(\sin\theta)$

$= \cos\theta =$ الأيمن

(9) الأيسر $= \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)$

$= \cos\frac{3\pi}{2}\cos\theta + \sin\frac{3\pi}{2}\sin\theta$

$= 0(\cos\theta) + (-1)(\sin\theta)$

$= -\sin\theta =$ الأيمن

(10) الأيسر $= \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$

$= \frac{\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)}$

$= \frac{\sin\theta\cos\frac{\pi}{2} + \cos\theta\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\theta\cos\frac{\pi}{2} - \sin\theta\sin\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{\sin\theta(0) + \cos\theta(1)}{\cos\theta(0) - \sin\theta(1)}$

$= \frac{\cos\theta}{-\sin\theta} = -\cot\theta =$ الأيمن

(11) الأيسر $= \sin(\theta + \pi)$

$= \sin\theta\cos\pi + \cos\theta\sin\pi$

$= (\sin\theta)(-1) + \cos\theta(0)$

$= -\sin\theta =$ الأيمن