الوحدةُ 5

الاقتراناتُ
Functions

ما أهميةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُستعمَلُ الاقتراناتُ لنمذجةِ التطبيقاتِ الحياتيةِ بصورةٍ رياضيةٍ تُسهِّلُ فهمَها. فمثلًا، تُستعمَلُ بعضُ أنواعِ الاقتراناتِ لوصفِ العلاقةِ بينَ أسعارِ السلعِ والكمياتِ المبيعةِ منْها. سأتعرَّفُ في هذهِ الوحدةِ أنواعًا عديدةً منَ الاقتراناتِ والمتتالياتِ ذاتِ الاستعمالاتِ الحياتيةِ الكثيرةِ.

تعلَّمْتُ سابقًا:

- ✓ الاقتراناتِ الخطِّيةَ، والتربيعيةَ، وتمثيلَها بيانيًّا.
- ✓ إيجادَ القيمةِ العظمى أوِ القيمةِ الصغرى للاقترانِ التربيعيِّ.
- ✓ تكوينَ معادلاتٍ تربيعيةٍ، وحلَّها.
- ✓ جمعَ مقاديرَ جبريةٍ، وطرحَها، وضربَها.
- ✓ المتتالياتِ الخطِّيةَ، والتربيعيةَ، وكتابةَ حدودِها.

سأَتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- ◄ الاقتراناتِ كثيراتِ الحدودِ، وخصائصَها، وتمثيلَها بيانيًّا.
- ◄ جمعَ كثيراتِ الحدودِ، وطرحَها، وضربَها، وقسمتَها.
- ◄ الاقتراناتِ النسبيةَ، ومجالَها، ومداها.
- ◄ تركيبَ الاقتراناتِ، والاقترانَ العكسيَّ، والاقترانَ الجذريَّ.
- ◄ استنتاجَ قاعدةِ الحدِّ العامِّ لمتتالياتٍ تربيعيةٍ، وتكعيبيةٍ، وأُسِّيةٍ.

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 9

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

a) $h(x) = 9 - 5x + \sqrt{2}\,x^5$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$h(x) = \sqrt{2}\,x^5 - 5x + 9$$

المعامل الرئيس

$\sqrt{2}$

الدرجة

5

الحد الثابت

9

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 9

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

b) $f(x) = \frac{3x+5}{x^2+2} + 2x$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 9

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

c) $g(x)=2x(3-x)^3$

الحل:

$$g(x) = 2x(27 - 27x + 9x^2 - x^3)$$
$$g(x) = 54x - 54x^2 + 18x^3 - 2x^4$$

كثير حدود

الصورة القياسية

$$g(x) = -2x^4 + 18x^3 - 54x^2 + 54x$$

المعامل الرئيس

-2

الدرجة

4

الحد الثابت

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 9

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

d) $r(x) = \frac{x^3}{6} - 7x^5 + 2\pi$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$r(x) = -7x^5 + \frac{1}{6}x^3 + 2\pi$$

المعامل الرئيس

-7

الدرجة

5

الحد الثابت

2π

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 11

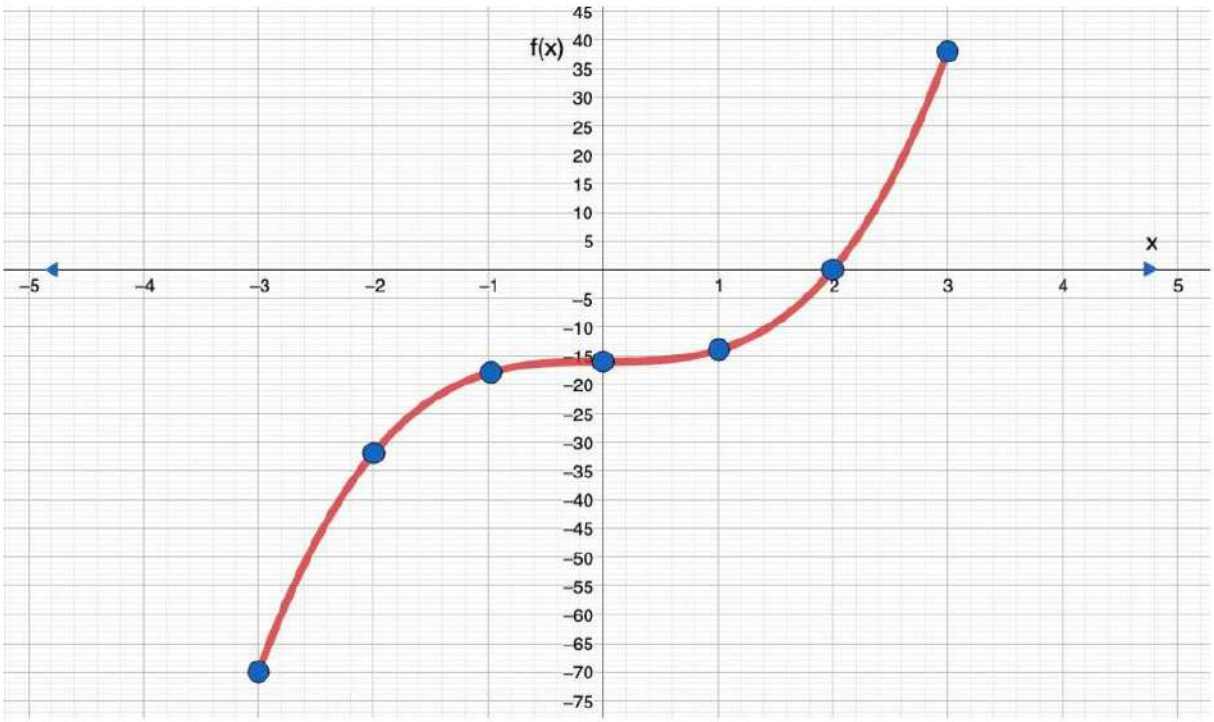
أتحقق من فهمي

أُمثِّلُ بيانيًّا كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

a) $f(x) = 2x^3 - 16\,,\ -3 \le x \le 3$

الحل:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-70	-32	-18	-16	-14	0	38



المجال $[-3,3]$

المدى $[-70,38]$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 11

أتحقق من فهمي

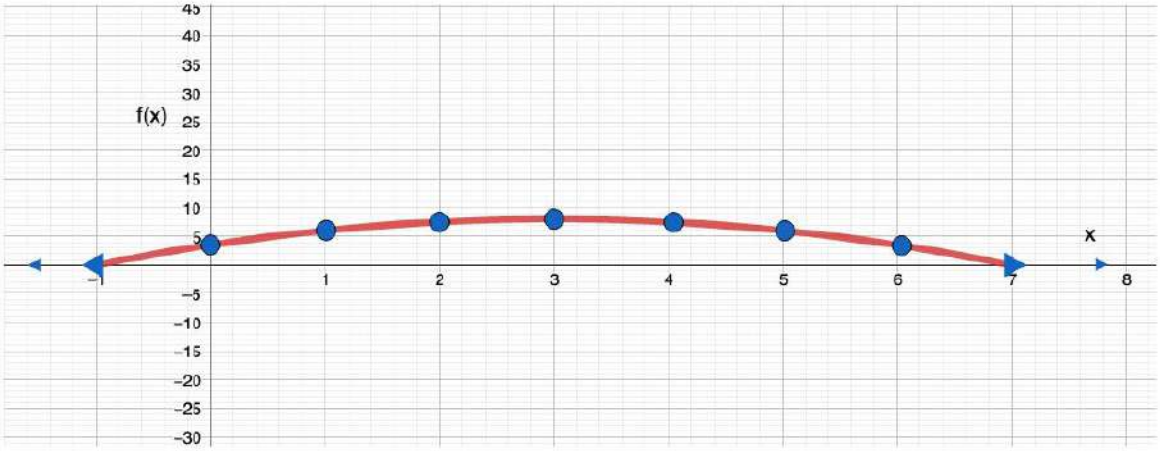
أُمثِّلُ بيانيًّا كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

b) $f(x) = -0.5x^2 + 3x + 3.5$

الحل:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-1} = 3$$

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	$3\frac{1}{2}$	6	$7\frac{1}{2}$	8	$7\frac{1}{2}$	6	$3\frac{1}{2}$



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : $\{y: y \leq 8\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 12

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $f(x)=3x^2+8x^3+2x+13, g(x)=-4x^3+6x^2-5$، فأَجِدُ $f(x)+g(x)$.

الحل:

$$f(x)+g(x)=(3x^2+8x^3+2x+13)+(-4x^3+6x^2-5)$$

$$f(x)+g(x)=4x^3+9x^2+2x+8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 12

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $g(x)=x^3+6x^2-14, f(x)=5x^3-12x^2+3x+20$، فأَجِدُ $g(x)-f(x)$.

الحل:

$$g(x)-f(x)=(x^3+6x^2-14)-(5x^3-12x^2+3x+20)$$

$$g(x)-f(x)=x^3+6x^2-14-5x^3+12x^2-3x-20$$

$$g(x)-f(x)=-4x^3+18x^2-3x-34$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 13

أتحقق من فهمي

أَجِدُ ناتجَ ضربِ $f(x) \cdot g(x)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

a) $f(x) = 5x^2 + 4, g(x) = 7x + 6$

الحل:

$$f(x).g(x) = (5x^2 + 4)(7x + 6)$$

$$f(x).g(x) = 5x^2(7x + 6) + 4(7x + 6)$$

$$f(x).g(x) = 35x^3 + 30x^2 + 28x + 24$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 13

أتحقق من فهمي

أَجِدُ ناتجَ ضربِ $f(x)\cdot g(x)$ في كلٍّ ممّا يأتي:

b) $f(x)=2x^3+x-8, g(x)=5x^2+4x$

الحل:

$$f(x).g(x)=(2x^3+x-8)(5x^2+4x)$$

$$f(x).g(x)=2x^3(5x^2+4x)+x(5x^2+4x)-8(5x^2+4x)$$

$$f(x).g(x)=10x^5+8x^4+5x^3+4x^2-40x^2-32x$$

$$f(x).g(x)=10x^5+8x^4+5x^3-36x^2-32x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 14

أتحقق من فهمي

رياضةٌ: يتَّسِعُ ملعبٌ (ستادٌ) رياضيٌّ لنحوِ 62000 مُشجِّعٍ. إذا كانَ ثمنُ بطاقةِ الدخولِ 11 دينارًا، فإنَّ مُعدَّلَ عددِ الحضورِ هوَ 28000 مُشجِّعٍ. وجدَتْ دراسةٌ أنَّ عددَ بطاقاتِ الدخولِ المبيعةِ يزيدُ بمقدارِ 4000 بطاقةٍ مُقابِلَ كلِّ دينارٍ يُخصَمُ منْ ثمنِ البطاقةِ. ما ثمنُ بطاقةِ الدخولِ الذي يُحقِّقُ أعلى دخلٍ؟ ما مقدارُ هذا الدخلِ؟

الحل:

لنفرض أن ثمن البطاقة x

قيمة الخصم $(11 - x)$

$$4000(11 - x)$$

$$28000 + 4000(11 - x)$$

$$\text{الدخل} = x(28000 + 4000(11 - x))$$

$$\text{الدخل} = 28000x + 44000x - 4000x^2$$

$$\text{الدخل} = -4000x^2 + 72000x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-72000}{-8000} = 9$$

$$\text{أعلى دخل} = -4000 \times (9)^2 + 72000 \times (9)$$

$$\text{أعلى دخل} = 324000$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

1 $f(x) = 4 - x$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$f(x) = -x + 4$$

المعامل الرئيس

$$-1$$

الدرجة

$$1$$

الحد الثابت

$$4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

2 $g(x) = \frac{5x^2 + 2x}{x}$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

3 $h(x) = 3x(4x-7) + 2x - 12$

الحل:

$$h(x) = 12x^2 - 21x + 2x - 12$$

$$h(x) = 12x^2 - 19x - 12$$

كثير حدود

الصورة القياسية

$$h(x) = 12x^2 - 19x - 12$$

المعامل الرئيس

$$12$$

الدرجة

$$2$$

الحد الثابت

$$-12$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

4 $L(x) = 3x^2 + 5.3x^3 - 2x$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$L(x) = 5.3x^3 + 3x^2 - 2x$$

المعامل الرئيس

5.3

الدرجة

3

الحد الثابت

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

5 $j(t) = \sqrt{7}\,t - 16t^2$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$j(t) = -16t^2 - \sqrt{7}t$$

المعامل الرئيس

$$-16$$

الدرجة

$$2$$

الحد الثابت

$$0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

6 $k(x) = 5x^{\frac{3}{2}} + 2x - 1$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

7 $f(x) = 13(2)^x + 6$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

8 $f(y) = y^3(4 - y^2)^2$

الحل:

$$f(y) = y^3(16 - 8y^2 + y^4)$$

$$f(y) = 16y^3 - 8y^5 + y^7$$

$$f(y) = y^7 - 8y^5 + 16y^3$$

كثير حدود

الصورة القياسية

$$f(y) = y^7 - 8y^5 + 16y^3$$

المعامل الرئيس

1

الدرجة

7

الحد الثابت

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

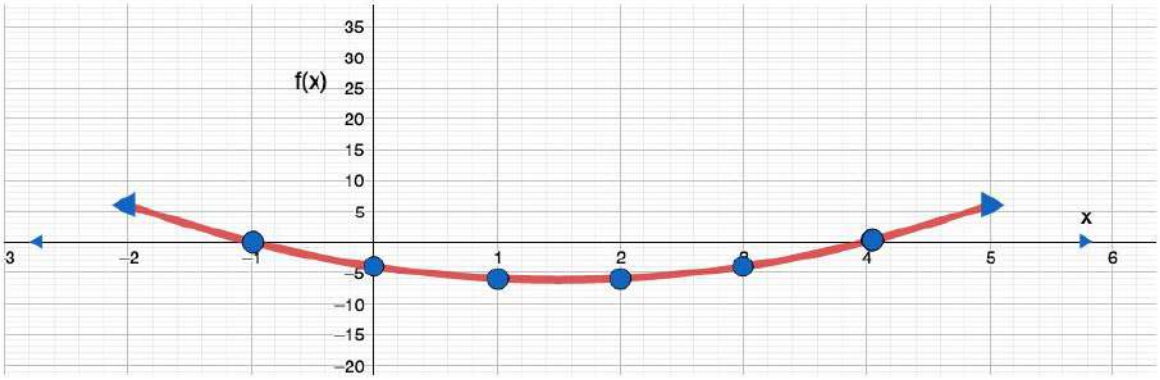
أُمثِّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

9 $f(x) = x^2 - 3x - 4$

الحل:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{--3}{2} = \frac{3}{2}$$

x	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3	4
$f(x)$	0	-4	-6	$\frac{-25}{4}$	-6	-4	0



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : $\left\{y : y \geq \frac{-25}{4}\right\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

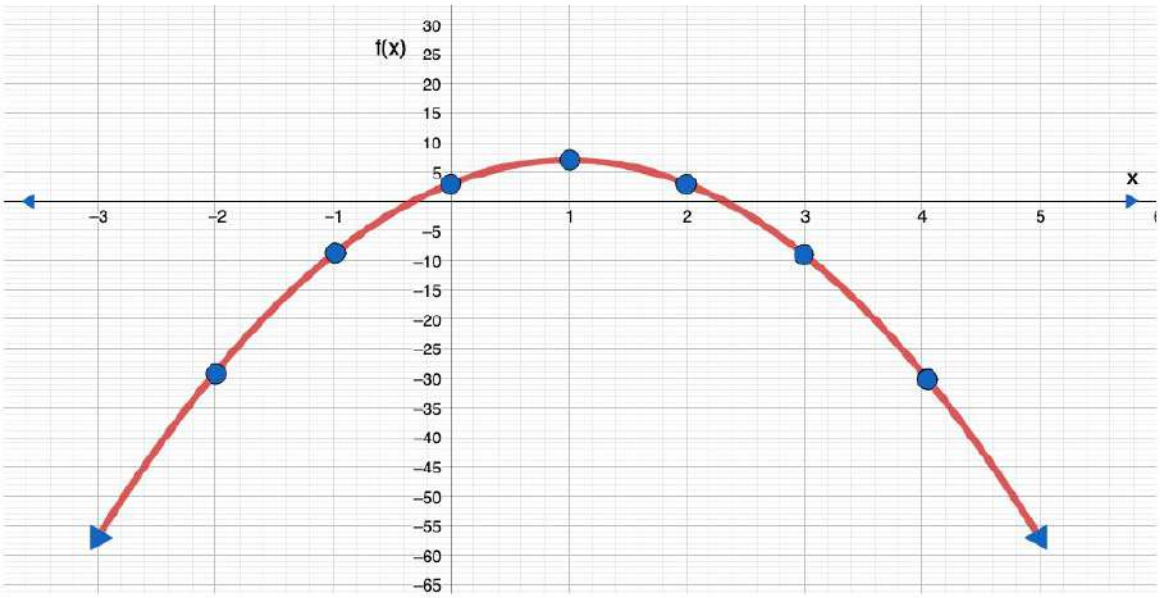
أُمثِّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

10 $f(x) = -4x^2 + 8x + 3$

الحل:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \times -4} = \frac{-8}{-8} = 1$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-29	-9	3	7	3	-9	-29



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : $\{y: y \leq 7\}$

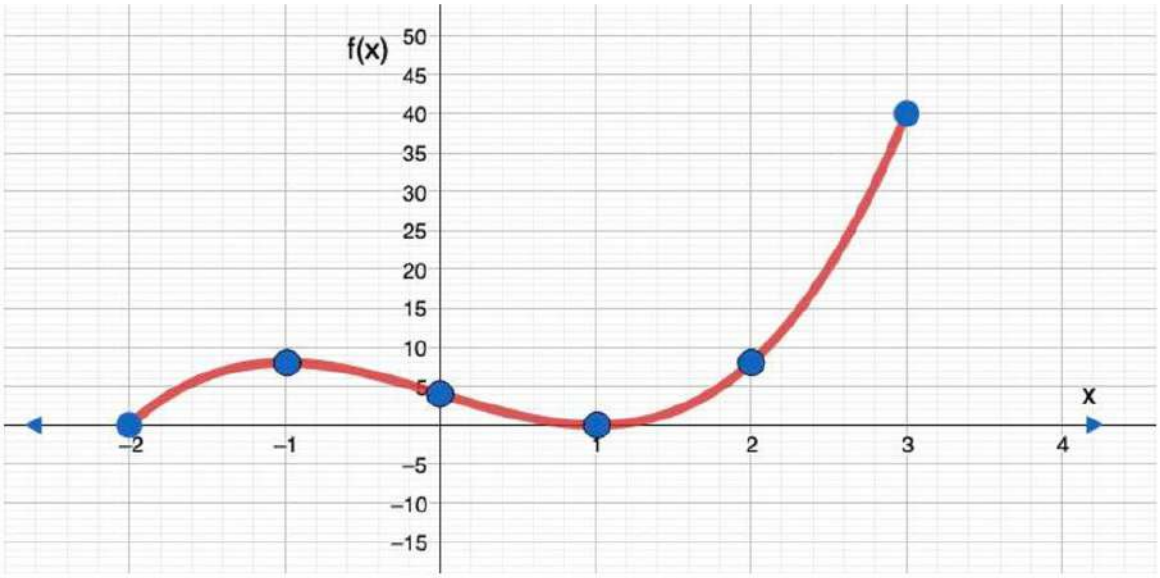
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُمثِّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

11 $y = 2x^3 - 6x + 4, -2 \le x \le 3$

الحل:

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	8	4	0	8	40



المجال $[-2,3]$

المدى $[0,40]$

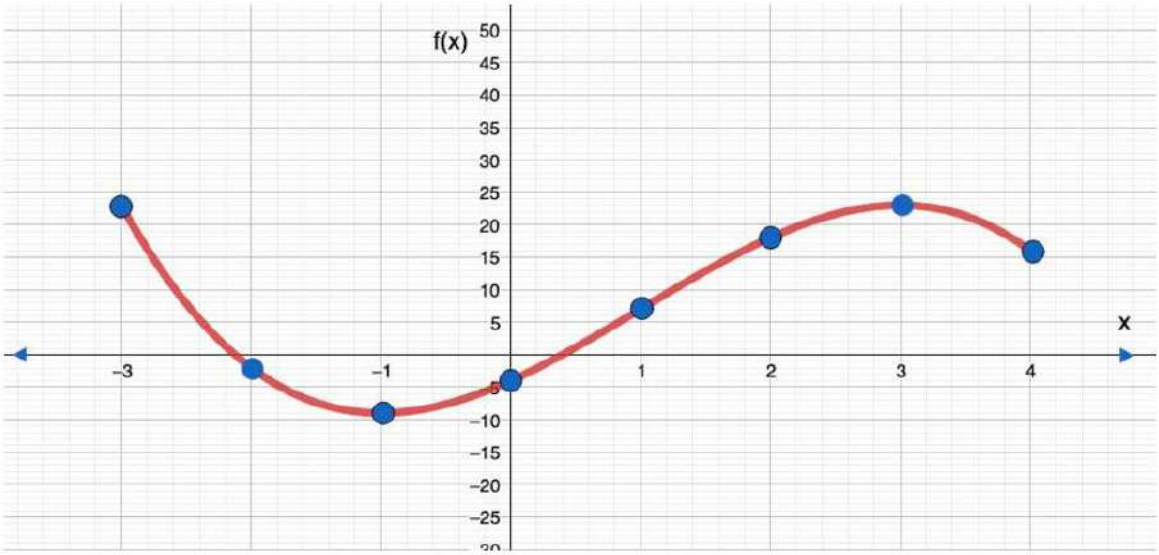
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُمثِّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

12 $y = 3x^2 - x^3 + 9x - 4, -3 \le x \le 4$

الحل:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	23	-2	-9	-4	7	18	23	16



المجال $[-3,4]$

المدى $[-9,23]$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1,\ g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4,\ h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

13 $h(x) + g(x)$

الحل:

$$h(x) + g(x)$$

$$= (x^4 - 5x^2 + 3x - 6) + (5x^2 - 2x^3 + 4)$$

$$= x^4 - 2x^3 + 3x - 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x)=2x+1, g(x)=5x^2-2x^3+4, h(x)=x^4-5x^2+3x-6$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

14 $g(x)-h(x)$

الحل:

$$g(x)-h(x)$$

$$=(5x^2-2x^3+4)-(x^4-5x^2+3x-6)$$

$$=5x^2-2x^3+4-x^4+5x^2-3x+6$$

$$=-x^4-2x^3+10x^2-3x+10$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1, g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4, h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

15 $f(x) \cdot h(x)$

الحل:

$$f(x).h(x)$$
$$= (2x+1).(x^4 - 5x^2 + 3x - 6)$$
$$= 2x(x^4 - 5x^2 + 3x - 6) + 1(x^4 - 5x^2 + 3x - 6)$$
$$= 2x^5 - 10x^3 + 6x^2 - 12x + x^4 - 5x^2 + 3x - 6$$
$$= 2x^5 + x^4 - 10x^3 + x^2 - 9x - 6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x)=2x+1, g(x)=5x^2-2x^3+4, h(x)=x^4-5x^2+3x-6$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

16 $x(f(x))+h(x)$

الحل:

$$x\big(f(x)\big)+h(x)$$

$$=x(2x+1)+(x^4-5x^2+3x-6)$$

$$=2x^2+x+x^4-5x^2+3x-6$$

$$=x^4-3x^2+4x-6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x)=2x+1,\ g(x)=5x^2-2x^3+4,\ h(x)=x^4-5x^2+3x-6$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

17 $(f(x))^2-g(x)$

الحل:

$$(f(x))^2-g(x)$$

$$=(2x+1)^2-(5x^2-2x^3+4)$$

$$=4x^2+4x+1-(5x^2-2x^3+4)$$

$$=4x^2+4x+1-5x^2+2x^3-4$$

$$=-x^2+2x^3+4x-3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1, g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4, h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

18 $h(x) - x(g(x))$

الحل:

$$= h(x) - x(g(x))$$

$$= (x^4 - 5x^2 + 3x - 6) - x(5x^2 - 2x^3 + 4)$$

$$= x^4 - 5x^2 + 3x - 6 - 5x^3 + 2x^4 - 4x$$

$$= 3x^4 - 5x^3 - 5x^2 - x - 6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

19 صاروخٌ: أُطلِقَ صاروخٌ إلى أعلى، وكانَ ارتفاعُهُ بالأمتارِ فوقَ سطحِ البحرِ بعدَ t ثانيةً منْ إطلاقِهِ $h(t)= -4.9t^2 + 229t + 234$. أَجِدُ أقصى ارتفاعٍ يبلغُهُ الصاروخُ.

الحل:

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-229}{2 \times -4.9} = \frac{-229}{-9.8} = 23.4$$

$$h(23.4) = -4.9 \times (23.4)^2 + 229 \times 23.4 + 234$$

$$\text{أقصى إرتفاع} = h(23.4) = 2909.6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

20 زراعــةٌ: وجدَ مُزارِعٌ أنَّهُ إذا زرعَ 75 شــجرةَ فاكهةٍ في بُســتانِهِ، فإنَّ مُعدَّلَ مــا يجنيهِ منْ كلِّ شــجرةٍ هــوَ 21 صندوقًا فــي الموســمِ. وكلَّما نقصَ عددُ الأشــجارِ شــجرةً واحدةً زادَ مُعدَّلُ ما يجنيهِ منْ كلِّ شــجرةٍ بمقدارِ 3 صناديقَ؛ فتباعدُ الأشــجارِ بعضِها عنْ بعضٍ يُعزِّزُ فرصَها في الحصولِ على حاجاتِها منَ التربةِ. ما عددُ الأشــجارِ التي يتعيَّنُ عليْهِ زراعتُها لإنتاجِ أكبرِ قدرٍ منَ الثمرِ؟ ما مقدارُ هذا الثمرِ؟

الحل:

$$x$$

$$(75 - x)$$

$$3(75 - x)$$
$$21 + 3(75 - x)$$

$$P(x) = x(21 + 3(75 - x))$$

$$P(x) = 21x + 225x - 3x^2$$

$$P(x) = -3x^2 + 246x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-246}{2 \times -3} = \frac{-246}{-6} = 41$$

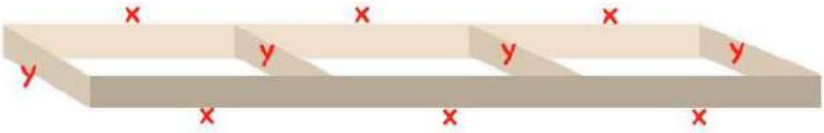
$$P(41) = -3(41)^2 + 246 \times (41)$$

$$P(41) = 5043$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16

21 سـياجٌ: لدى سعيدٍ 120 m منَ السياجِ، أرادَ أنْ يستعملَها لتسييجِ 3 حظائرَ مستطيلةٍ متساويةٍ كما في المُخطَّطِ الآتي.
ما أكبرُ مساحةٍ ممكنةٍ لهذهِ الحظائرِ؟

الحل:



$$6x + 4y = 120$$

$$3x + 2y = 60$$

$$y = \frac{60 - 3x}{2} = 30 - \frac{3}{2}x$$

$$A = 3xy$$

$$A = 3x(30 - \frac{3}{2}x)$$

$$A = 90x - \frac{9}{2}x^2$$

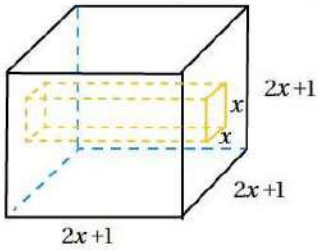
$$A = -\frac{9}{2}x^2 + 90x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-90}{2 \times -\frac{9}{2}} = \frac{-90}{-9} = 10$$

$$A(10) = -\frac{9}{2}(10)^2 + 90 \times (10)$$

$$A(10) = 450$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16



22 هندسةٌ: مكعبٌ منَ الخشبِ، طولُ ضلعِهِ $(2x+1)$ cm، حُفِرَ فيهِ تجويفٌ مقطعُهُ مُربَّعٌ، طولُ ضلعِهِ x cm، وهوَ يمتدُّ منْ أحدِ الأوجهِ إلى الوجهِ المقابلِ. أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ الاقترانَ الذي يُمثِّلُ حجمَ الجزءِ المُتبقّي منَ المكعبِ.

الحل:

$$v = (2x+1)^3 - x^2(2x+1)$$

$$v = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 - 2x^3 - x^2$$

$$v = 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16

23 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

مسألة اليوم يُنتِجُ مصنعٌ ثُرَيّات عددُها x ثُرَيّا أسبوعيًّا، حيثُ $0 \le x \le 350$، ويبيعُ الواحدةَ منْها بسعرِ $(150 - 0.3x)$ دينارًا. إذا كانَتْ تكلفةُ إنتاجِ x مِنَ الثُّرَيّاتِ هيَ $(6300 + 60x - 0.1x^2)$ دينارًا، فأَجِدُ ربحَ المصنعِ منْ إنتاجِ x ثُرَيّا أسبوعيًّا وبيعِها.

الحل:

$$P(x) = x(150 - 0.3x) - (6300 + 60x - 0.1x^2)$$

$$P(x) = 150x - 0.3x^2 - 6300 - 60x + 0.1x^2$$
$$P(x) = -0.2x^2 + 90x - 6300$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16

24 أكتشفُ الخطأَ: وجدَ كلٌّ منْ طه وقاسمٍ ناتجَ $3x(x^2-2x-3)-(5x^3+7x^2-3)$:

قاسمٌ
$3x^3-6x^2-9x+(-5x^3-7x^2+3)$
$=-2x^3+6x^2-6x$

طه
$3x^3-6x^2-9x+5x^3+7x^2-3$
$=8x^3+x^2-9x-3$

أُحدِّدُ إذا كانَتْ إجابةُ أيٍّ منْهُما صحيحةً، مُبرِّرًا إجابتي.

الحل:

الإجابتين غير صحيحة

خطأ قاسم عندما جمع $-6x^2$ مع $-7x^2$ وضع الناتج $6x^2$

خطأ طه نسي السالب قبل القوس الثاني

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16

25 مسـألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ كثيريْ حدودٍ، أحدُهُما ذو حدَّيْنِ، والآخرُ ثلاثيُّ الحدودِ، بحيثُ يكونُ ناتجُ ضربِهِما اقترانًا ذا حدَّيْنِ.

الحل:

$$(x^2 - x)(x^2 + x + 1)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16

26 تحدَّ: أَجِدُ أصفارَ الاقترانِ: $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

الحل:

$$f(x) = x^2(x-1) - 4(x-1)$$

$$f(x) = (x^2 - 4)(x-1)$$

$$f(x) = (x-2)(x+2)(x-1)$$

$$f(x) = 0$$

$$x = -2,1,2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتُ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 16

27 تبريــرٌ: إذا كانَ f, g كثيريْ حــدودٍ، فأكتبُ العلاقةَ بينَ درجةِ كلٍّ منْهُما ودرجةِ كثيرِ الحــدودِ h الناتجِ منْ جمعِهما، وطرحِهما، وضربِهما، مُبرِّرًا إجابتي.

الحل:

ليكن f من الدرجة n

ليكن g من الدرجة m

فإن

$h = f + g$ من الدرجة (القيمة الأكبر من n, m)

$h = f - g$ من الدرجة (القيمة الأكبر من n, m)

لأنه في الجمع والطرح نجمع الحدود المتشابهة

$h = f . g$ من الدرجة $(n + m)$

الضرب لأن الأسس تجمع عند الضرب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:18

أتحقق من فهمي

أَجِدُ ناتجَ قسمةِ $f(x)=4x^4-7x^3+12x-25$ على $h(x)=x-4$ وباقِيها.

الحل:

$$
\begin{array}{r}
4x^3+9x^2+36x+156 \\
\hline
x-4\,/\,4x^4-7x^3+12x-25 \\
-\ 4x^4-16x^3 \\
\hline
9x^3+12x-25 \\
-\ 9x^3-36x^2 \\
\hline
36x^2+12x-25 \\
-\ 36x^2-144x \\
\hline
156x-25 \\
-\ 156x-624 \\
\hline
599
\end{array}
$$

الناتج

$$4x^3+9x^2+36x+156$$

الباقي

$$599$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:19

أتحقق من فهمي

أجِدُ مجالَ كلِّ اقترانٍ نسبيٍّ ممّا يأتي:

a) $h(x)=\frac{x^3+8}{x^2-5x+6}$

الحل:

$$x^2-5x+6=0$$
$$(x-3)(x-2)=0$$
$$x=3, x=2$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=3, x=2$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:19

أتحقق من فهمي

أجِدُ مجالَ كلِّ اقترانٍ نسبيٍّ ممّا يأتي:

b) $y = \frac{x^2 - 4}{6x - 3x^2}$

الحل:

$$6x - 3x^2 = 0$$
$$3x\,(2 - x) = 0$$
$$x = 0, x = 2$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 0, x = 2$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:21

أتحقق من فهمي

أجدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:

a) $f(x) = 2 + \frac{9}{x+1}$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = -1$

خط التقارب الأفقي: $y = 2$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:21

أتحقق من فهمي

أجدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:

b) $h(x) = \frac{1}{x} - 3$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = 0$

خط التقارب الأفقي: $y = -3$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقترانَاتُ النسبيةُ الصفحة:21

أتحقق من فهمي

أجدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:

c) $j(x) = \dfrac{4x + 11}{x - 5}$

الحل:

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline x-5 & 4x+11 \\ & -\ 4x-20 \\ \hline & 31 \end{array}$$

$$j(x) = 4 + \frac{31}{x - 5}$$

خط التقارب العمودي: $x = 5$

خط التقارب الأفقي: $y = 4$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:21

أتحقق من فهمي

أَجِدُ خطوطَ التقاربِ للاقترانِ $f(x)=\frac{3}{x+2}+4$ وأُمَثِّلُهُ بيانيًّا، وأَجِدُ مجالَهُ، ومداهُ.

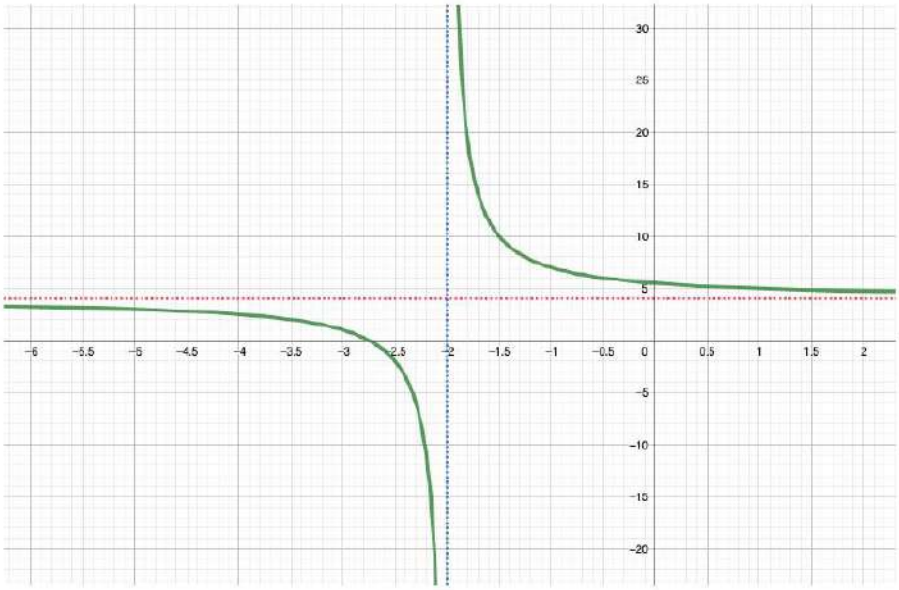
الحل:

خط التقارب العمودي: $x=-2$

خط التقارب الأفقي: $y=4$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=-2$

x	-100	-50	-10	-3	0	3	10	50
$f(x)$	$3\frac{95}{98}$	$3\frac{15}{16}$	$3\frac{5}{8}$	1	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{5}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{3}{52}$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $y=4$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:22

أتحقق من فهمي

أُمثّلُ كلًّا من الاقترانينِ الآتيينِ بيانيًّا:

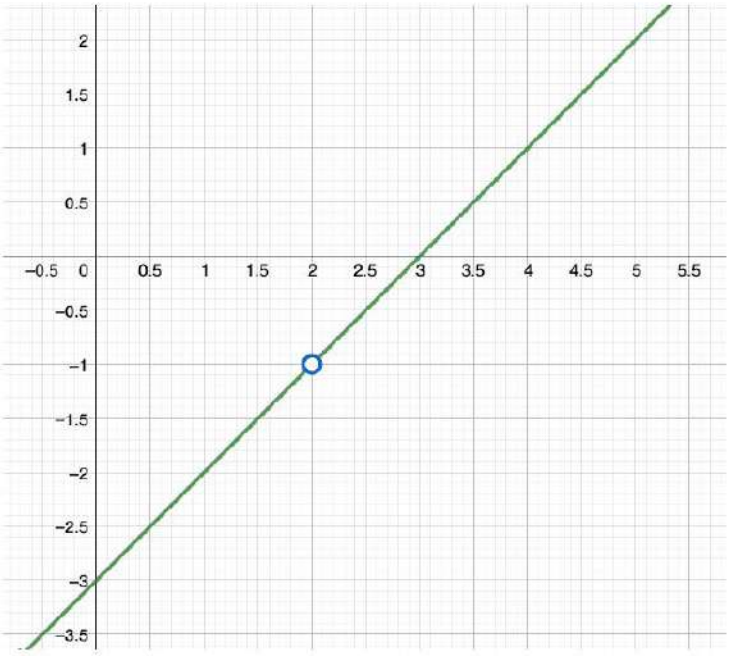
a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

الحل:

$$x \neq 2$$

$$f(x) = \frac{(x-3)(x-2)}{(x-2)}$$

$$f(x) = (x - 3)$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:22

أتحقق من فهمي

أُمثّلُ كلًّا من الاقترانينِ الآتيينِ بيانيًّا:

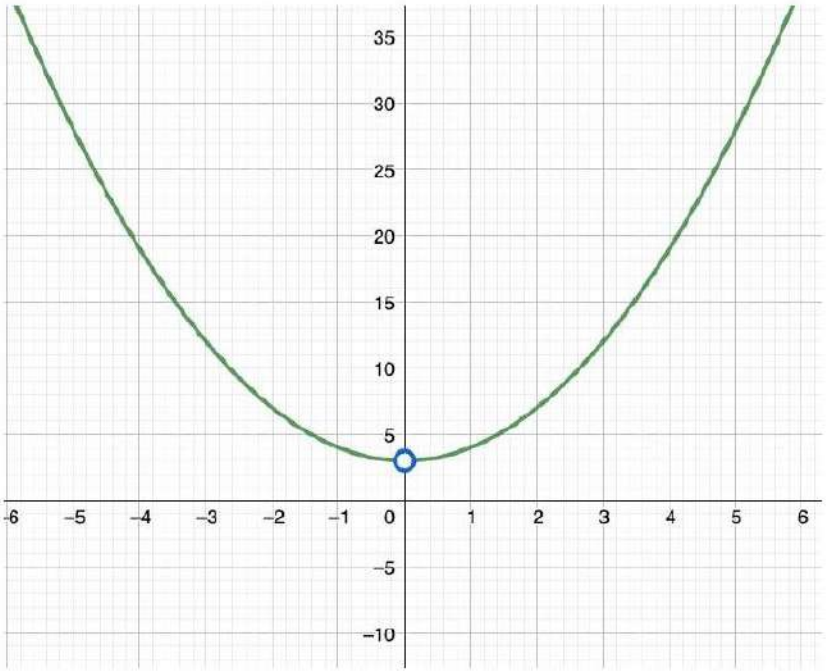
b) $f(x) = \frac{x^4 + 3x^2}{x^2}$

الحل:

$$x \neq 0$$

$$f(x) = \frac{x^2(x^2 + 3)}{x^2}$$

$$f(x) = (x^2 + 3)$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أتحقق من فهمي

محاليـــلُ: يحتوي خزّانٌ كبيـــرٌ على 300 لترٍ منَ الماءِ، أُذيبَ فيهِ 8 kg منَ الســـكَّرِ. وعندَ فتحِ الصنبورِ، بدأَ الماءُ يصبُّ في الخزّانِ بمُعدَّلِ 20 لترًا في الدقيقةِ، وفي الوقتِ نفسِـــهِ أُضيفَ إلى الخزّانِ 2 kg منَ الســـكَّرِ كلَّ دقيقةٍ. أَجِدُ تركيزَ الســـكَّرِ في الخزّانِ بعدَ t دقيقةً، ثمَّ أَجِدُ قيمةَ t التي يكونُ عندها تركيزُ السكَّرِ في الخزّانِ 0.04 kg/L

الحل:

$$f(t) = \frac{2t + 8}{20t + 300}$$

$$\frac{4}{100} = \frac{2t + 8}{20t + 300}$$

$$80t + 1200 = 200t + 800$$

$$400 = 120t$$

$$t = \frac{400}{120} = 3.3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $(x^2+5x-1) \div (x-1)$

الحل:

$$\begin{array}{r} x+6 \\ x-1 \overline{)\, x^2+5x-1} \\ \underline{-\ x^2-x} \\ 6x-1 \\ \underline{-\ 6x-6} \\ 5 \end{array}$$

الناتج

$x+6$

الباقي

5

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

2 $(3x^2 + 23x + 14) \div (x + 7)$

الحل:

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \\ x + 7 \overline{)\,3x^2 + 23x + 14} \\ \underline{-\ 3x^2 + 21x} \\ 2x + 14 \\ \underline{-\ 2x + 14} \\ 0 \end{array}$$

الناتج

$3x + 2$

الباقي

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

3 $(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) \div (x - 2)$

الحل:

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 - x + 3 \\
\hline
x - 2 & x^3 - 3x^2 + 5x - 6 \\
 & -\ x^3 - 2x^2 \\
\hline
 & -x^2 + 5x - 6 \\
 & --\ x^2 + 2x \\
\hline
 & 3x - 6 \\
 & --\ 3x - 6 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

الناتج

$x^2 - x + 3$

الباقي

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

4 $(9x^3 - 9x^2 + 17x + 6) \div (3x - 1)$

الحل:

$$
\begin{array}{r}
3x^2 - 2x + 5 \\
3x - 1 \overline{)\,9x^3 - 9x^2 + 17x + 6} \\
\underline{-\ 9x^3 - 3x^2} \\
-6x^2 + 17x + 6 \\
\underline{-\ -6x^2 + 2x} \\
15x + 6 \\
\underline{-\ 15x - 5} \\
11
\end{array}
$$

الناتج

$3x^2 - 2x + 5$

الباقي

11

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدْ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

5 $(-6x^3 + x^2 + 4) \div (2x - 3)$

الحل:

$$
\begin{array}{r}
-3x^2 - 4x - 6 \\
2x - 3 \overline{)\,-6x^3 + x^2 + 4} \\
\underline{-\ -6x^3 + 9x^2} \\
-8x^2 + 4 \\
\underline{-\ -8x^2 + 12x} \\
-12x + 4 \\
\underline{-\ -12x + 18} \\
-14
\end{array}
$$

الناتج

$-3x^2 - 4x - 6$

الباقي

-14

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ ناتجَ القسمةِ والباقيَ في كلٍّ ممّا يأتي:

6 $(8x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2) \div (4x^2 + x - 1)$

الحل:

$$
\begin{array}{r}
2x^2 - 3 \\
4x^2 + x - 1 \overline{)\,8x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2} \\
\underline{-\ 8x^4 + 2x^3 - 2x^2} \\
-12x^2 + 2 \\
\underline{-\ -12x^2 - 3x + 3} \\
3x - 1
\end{array}
$$

الناتج

$2x^2 - 3$

الباقي

$3x - 1$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ مجالَ كلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

7 $f(x)=\frac{3x-6}{2x}$

الحل:

$$2x=0$$
$$x=0$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ مجالَ كلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

8 $h(x)=\frac{2x-8}{2x^2-3x+1}$

الحل:

$$2x^2-3x+1=0$$
$$(2x-1)(x-1)=0$$
$$x=\frac{1}{2}, x=1$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=\frac{1}{2}, x=1$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:23

أَجِدُ مجالَ كلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

9 $g(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 9}$

الحل:

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية لأن المقام لا يوجد له أصفار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي، وأُمثِّلُهُ بيانيًّا، وأَجِدُ مجالَهُ، ومداهُ:

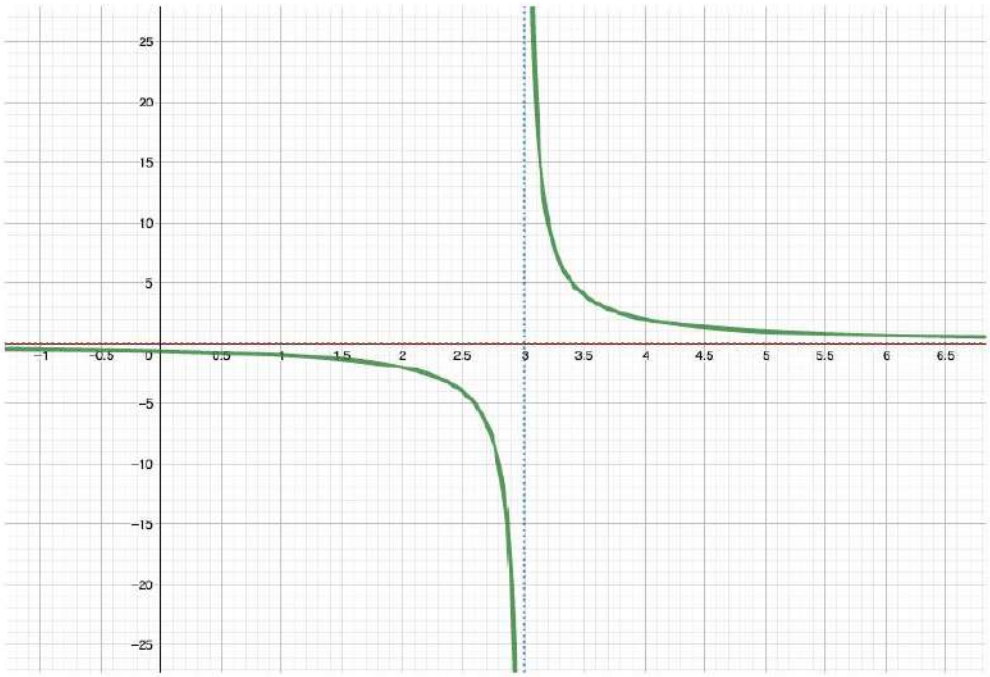
10 $f(x)=\frac{2}{x-3}$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x=3$

خط التقارب الأفقي: $y=0$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=3$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $y=0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي، وأُمَثِّلُهُ بيانيًّا، وأَجِدُ مجالَهُ، ومداهُ:

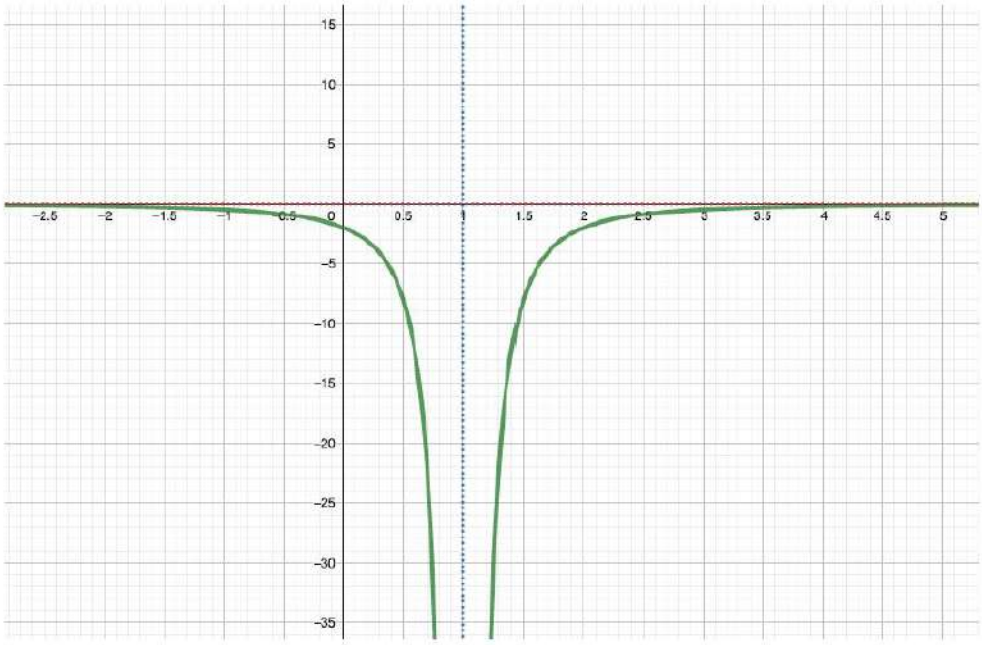
11 $h(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = 1$

خط التقارب الأفقي: $y = 0$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 1$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي، وأُمثِّلُهُ بيانيًّا، وأَجِدُ مجالَهُ، ومداهُ:

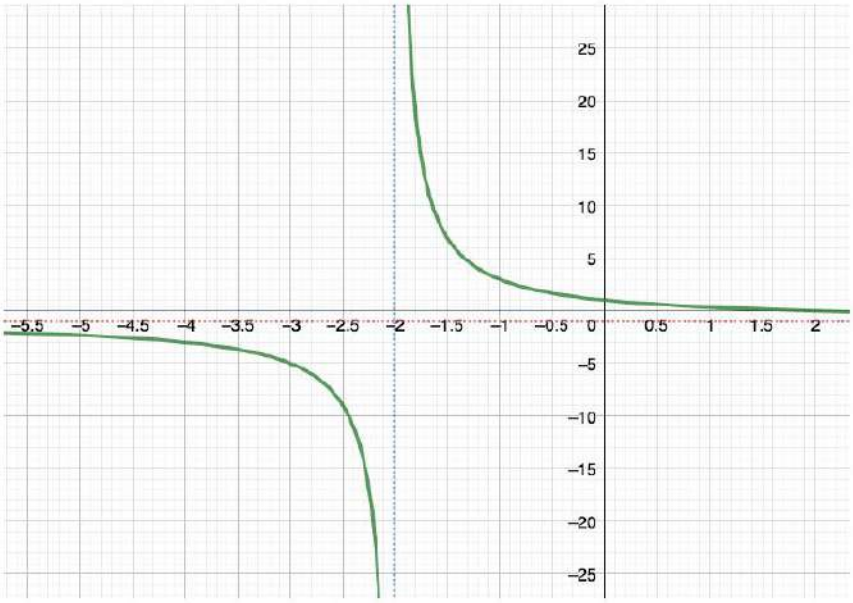
12 $g(x)=\frac{4}{x+2}-1$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x=-2$

خط التقارب الأفقي: $y=-1$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=-2$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $y=-1$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

أمثِّلُ كلًّا منَ الاقتراناتِ الآتيةِ بيانيًّا:

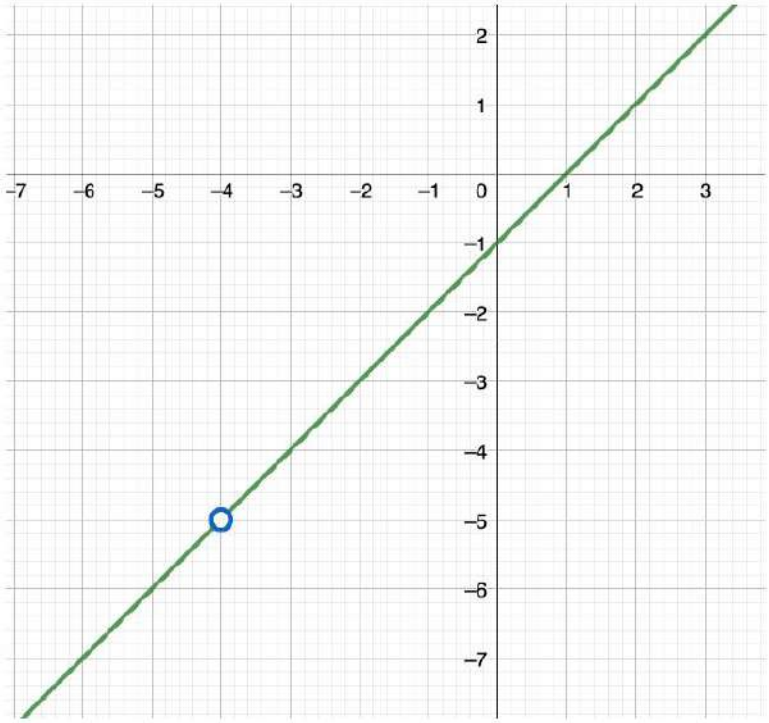
13 $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 4}{x + 4}$

الحل:

$$x \neq -4$$

$$f(x) = \frac{(x+4)(x-1)}{(x+4)}$$

$$f(x) = (x - 1)$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

أمثِّلُ كلًّا منَ الاقتراناتِ الآتيةِ بيانيًّا:

14 $f(x)=\dfrac{-x^2+x^3}{x^3}$

الحل:

$$\begin{array}{r|l} x^3 & x^3-x^2 \\ -x^3 & 1 \\ \hline & -x^2 \end{array}$$

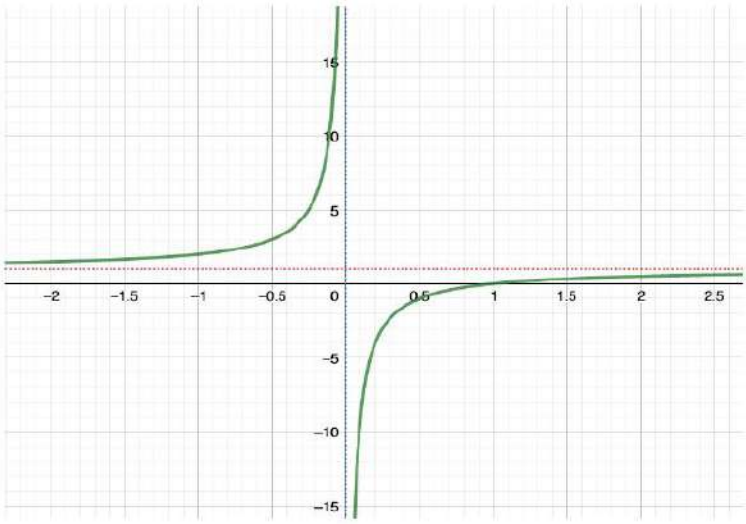
$$f(x)=1-\frac{x^2}{x^3}$$

$$f(x)=1-\frac{1}{x}$$

$$x^3=0$$

$$x=0$$

ليست من المجال



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

أمثِّلُ كلًّا منَ الاقتراناتِ الآتيةِ بيانيًّا:

15 $f(x)=\frac{3x^4+6x^3+3x^2}{x^2+2x+1}$

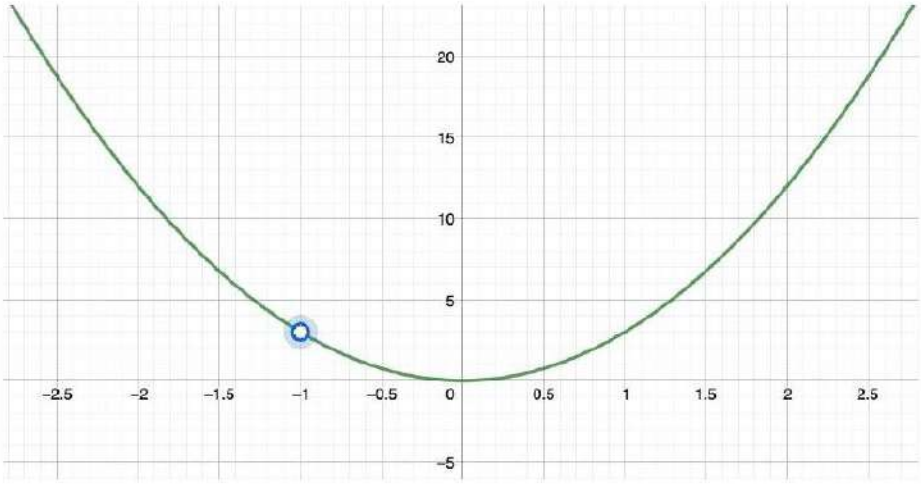
الحل:

$$\begin{array}{r} 3x^2 \\ x^2+2x+1 \overline{)\,3x^4+6x^3+3x^2} \\ \underline{-\;3x^4+6x^3+3x^2} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2+2x+1=0$$

$$(x+1)(x+1)=0$$

$$x=-1$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقترانَاتُ النسبيةُ الصفحة:24

16 صناعةُ الطّلاءِ: يحتوي خزّانٌ كبيرٌ على 1 L منَ الطلاءِ الأبيضِ، ممزوجًا مع 6 L منَ الطلاءِ الأخضرِ. فتحَ خالدٌ سنبوراً يسكبُ طلاءَ أبيضَ في الخزّانِ بمُعدَّلِ 1 L في الدقيقةِ، وسنبوراً آخرَ يسكبُ طلاءَ أخضرَ في الخزّانِ بمُعدَّلِ 5 L في الدقيقةِ. أَجِدُ نسبةَ الطّلاءِ الأخضرِ إلى الطّلاءِ الأبيضِ في الخزّانِ بعدَ t دقيقةً على صورةِ اقترانٍ ثمَّ أمثّلُهُ بيانيًّا.

الحل:

$$f(t)=\frac{6+5t}{1+t}=\frac{5t+6}{t+1}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ t+1\overline{)\,5t+6} \\ -\ 5t+5 \\ \hline 1 \end{array}$$

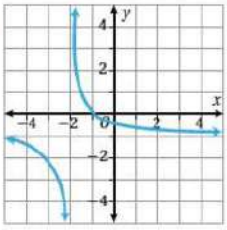
$$f(t)=5+\frac{1}{t+1}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

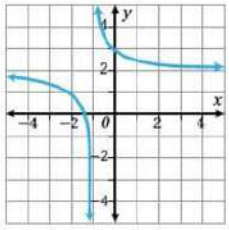
أُعيّنُ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ النسبيّةِ الآتيةِ رمزَ التمثيلِ البيانيِّ المناسبِ لهُ:

17 $f(x)=\frac{1}{x+1}+2$ 18 $h(x)=\frac{1}{x-2}+1$ 19 $g(x)=\frac{1}{x+2}-1$

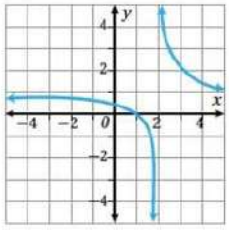
A



B



C



الحل:

$17 \rightarrow B$

$18 \rightarrow C$

$19 \rightarrow A$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقترانَاتُ النسبيةُ الصفحة:24

20 تبريـرٌ: مِسـاحةُ ورقـةٍ مسـتطيلةٍ تسـاوي $(3x^3+14x^2+ax+8)$ وحـداتٍ مُربَّعـةً، وطولُهـا يسـاوي $(x+2)^2$ وحـدةً. أَجِـدُ قيمـةَ a مُبـرّرًا إجابَتـي.

الحل:

$$(x+2)^2 = x^2+4x+4$$

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ x^2+4x+4 \overline{)\,3x^3+14x^2+ax+8} \\ -\,(3x^3+12x^2+12x) \\ \hline 2x^2+(a-12)x+8 \\ -\,(2x^2+8x+8) \\ \hline (a-20)x \end{array}$$

لكن

$$(a-20)x = 0$$

بالتالي

$$a = 20$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

21 أيُّها لا ينتمي: أُحدِّدُ فيما يأتي الاقترانَ المختلفَ عنِ الاقتراناتِ الثلاثةِ الأُخرى، مُبرِّرًا إجابتي:

$f(x)=\frac{3}{x+5}$ $g(x)=\frac{5}{x+2}$ $h(x)=\frac{9}{x^2+1}$ $l(x)=\frac{7}{x^2-9}$

الحل:

الاقتران المختلف

$$h(x)=\frac{9}{x^2+1}$$

حيث مجاله جميع الأعداد الحقيقية لأن مقامه لا يوجد له أصفار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمةُ كثيراتِ الحدودِ والاقتراناتُ النسبيةُ الصفحة:24

22 مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ قاعدةَ اقترانٍ نسبيٍّ يكونُ لتمثيلِهِ البيانيِّ خطُّ تقاربٍ أفقيٌّ هوَ: $y = 3$، وخطّا تقاربٍ رأسيانِ هما: $x = -2, x = 7$.

الحل:

$$f(x) = \frac{1}{(x+2)(x-7)} + 3$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x - 14} + 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 26

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $h(x)=\sqrt{x}, j(x)=2x+1$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

a) $(h\circ j)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} h\big(j(4)\big) &= h(2\times 4+1)\\ &= h(9)\\ &= \sqrt{9}\\ &= 3 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 26

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $h(x)=\sqrt{x}, j(x)=2x+1$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

b) $(j\circ h)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} j\big(h(4)\big) &= j(\sqrt{4}) \\ &= j(2) \\ &= 2\times 2+1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 26

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $h(x)=\sqrt{x}, j(x)=2x+1$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

c) $(h\circ h)(16)$

الحل:

$$h\big(h(16)\big)=h(\sqrt{16})$$
$$=h(4)$$
$$=\sqrt{4}$$
$$=2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 26

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $j(x) = 2x + 1$, $h(x) = \sqrt{x}$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

d) $(j \circ j)(-8)$

الحل:

$$\begin{aligned} j\big(j(-8)\big) &= j(2 \times -8 + 1) \\ &= j(-15) \\ &= 2 \times -15 + 1 \\ &= -29 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 27

أتحقق من فهمي

إذا كانَ $f(x) = x^2 + 4x, g(x) = 2 - 3x$، فأَجِدُ قاعدةَ كلٍّ منْ: $(f \circ g)(x)$، وَ $(g \circ f)(x)$، ثمَّ أَجِدُ $(f \circ g)(3)$، وَ $(g \circ f)(-1)$.

الحل:

$$(fog)(x) = f(g(x))$$
$$= f(2 - 3x)$$
$$= (2 - 3x)^2 + 4(2 - 3x)$$
$$= 4 - 12x + 9x^2 + 8 - 12x$$
$$= 9x^2 - 24x + 12$$
$$(fog)(3) = 9 \times 9 - 24 \times 3 + 12$$
$$= 81 - 72 + 12$$
$$= 21$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 28

أتحقق من فهمي

أجدُ مجالَ $(g\circ f)(x)$ للاقترانين في المثالِ 3 أعلاهُ.

مثال 3

إذا كانَ $f(x)=\frac{6}{x-2}, g(x)=\frac{9}{x-3}$

الحل:

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=2$

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=3$

$$\frac{6}{x-2}=3$$
$$3x-6=6$$
$$3x=12$$
$$x=4$$

مجال $(gof)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=\{2,4\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 29

أتحقق من فهمي

أَجِـدُ الاقترانيْنِ $f(x)$، وَ $g(x)$، بحيثُ يُمكِنُ التعبيرُ عـنْ كلٍّ منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ بالصورةِ $h(x)=f(g(x))$

a) $h(x)=4x^2-1$

الحل:

$$g(x)=x^2$$

$$f(x)=4x-1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 29

أتحقق من فهمي

أَجِـدُ الاقترانيْنِ $f(x)$، وَ $g(x)$، بحيثُ يُمكِنُ التعبيرُ عــنْ كلٍّ منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ بالصورةِ $h(x)=f(g(x))$

b) $h(x)=\frac{2}{(x+2)^2}+5$

الحل:

$$g(x)=x+2$$

$$f(x)=\frac{2}{x^2}+5$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

أتحقق من فهمي

قياسٌ: يُحوِّلُ الاقتــرانُ $C(F) = \frac{5}{9}(F-32)$ درجاتِ الحرارةِ منَ المقياسِ الفهرنهايتيِّ F إلى مقياسِ سيلسـيوس C. ويُحوِّلُ الاقترانُ $K(C) = C + 273$ درجاتِ الحرارةِ منْ مقياسِ سيلسـيوس إلى مقياسِ كلفن K. أكتبُ الاقتــرانَ الذي يُحوِّلُ درجةَ الحــرارةِ منَ المقياسِ الفهرنهايتيِّ إلى مقيــاسِ كلفن، ثمَّ أجِدُ درجةَ الحرارةِ على مقياسِ كلفن التي تُقابِلُ 86 درجةً فهرنهايتيةً.

الحل:

$$K(F) = \frac{5}{9}(F - 32) + 273$$

$$K(86) = \frac{5}{9}(86 - 32) + 273$$

$$= \frac{5}{9}(54) + 273$$

$$= 30 + 273$$

$$= 303$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x)=x+7, g(x)=\frac{x}{2}$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

1 $(f\circ g)(4)$

الحل:

$$f\big(g(4)\big)=f(\frac{4}{2})$$
$$=f(2)$$
$$=2+7$$
$$=9$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x)=x+7, g(x)=\frac{x}{2}$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

2 $(g\circ f)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} g(f(4)) &= g(4+7) \\ &= g(11) \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x)=x+7, g(x)=\frac{x}{2}$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

3 $(g\circ g)(-2)$

الحل:

$$g\big(g(-2)\big)=g(\frac{-2}{2})$$
$$=g(-1)$$
$$=\frac{-1}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x)=x+7, g(x)=\frac{x}{2}$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

4 $(f\circ f)(3)$

الحل:

$$\begin{aligned} f\big(f(3)\big) &= f(3+7) \\ &= f(10) \\ &= 10+7 \\ &= 17 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $c(x) = x^3, d(x) = 2x-3$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

5 $(c \circ d)(3)$

الحل:

$$\begin{aligned} c(d(3)) &= c(2 \times 3 - 3) \\ &= c(3) \\ &= 3^3 \\ &= 27 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $c(x) = x^3, d(x) = 2x-3$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

6 $(d \circ c)(5)$

الحل:

$$\begin{aligned} d\big(c(5)\big) &= d(5^3) \\ &= d(125) \\ &= 2 \times 125 - 3 \\ &= 247 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

إذا كانَ $c(x) = x^3, d(x) = 2x-3$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

7 $(c \circ d)(x)$

الحل:

$$c\big(d(x)\big) = c(2x-3)$$
$$= (2x-3)^3$$
$$= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كانَ $c(x) = x^3, d(x) = 2x-3$، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي:

8 $(d \circ c)(x)$

الحل:

$$d(c(x)) = d(x^3)$$

$$= 2x^3 - 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

أجدُ مجالَ $(f \circ g)(x)$ فيْ كلٍّ ممّا يأتي:

9 $f(x) = \frac{2x}{x-3}, g(x) = \frac{1}{x-5}$

الحل:

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 5$

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 3$

$$\frac{1}{x-5} = 3$$
$$3x - 15 = 1$$
$$3x = 16$$

$$x = \frac{16}{3}$$

مجال $(fog)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \left\{5, \frac{16}{3}\right\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

أجدُ مجالَ $(f \circ g)(x)$ فيْ كلٍّ ممّا يأتي:

10 $f(x) = \frac{1}{2x-2}, g(x) = \frac{5}{x+7}$

الحل:

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = -7$

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 1$

$$\frac{5}{x+7} = 1$$
$$x + 7 = 5$$
$$x = -2$$

مجال $(fog)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \{-7, -2\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

11 إذا كانَ $a(x) = x + 4, b(x) = x-7$، فأُثبِتُ أنَّ $(a \circ b)(x) = (b \circ a)(x)$.

الحل:

$$\begin{aligned}(aob)(x) &= a(b(x)) \\ &= a(x-7) \\ &= x-7+4 \\ &= x-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(boa)(x) &= b(a(x)) \\ &= b(x+4) \\ &= x+4-7 \\ &= x-3\end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

12 إذا كانَ $f(x) = 2^x, g(x) = 3x + 4$، فأَجِدُ $(f \circ g)(x)$، ثمَّ أَجِدُ قيمةَ $(f \circ g)(-3)$.

الحل:

$$f(g(x)) = f(3x + 4)$$
$$= 2^{(3x+4)}$$

$$f(g(-3))$$
$$= 2^{(3\times -3+4)}$$
$$= 2^{(-9+4)}$$
$$= 2^{(-5)}$$
$$= \frac{1}{2^{(5)}} = \frac{1}{32}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

13 إذا كانَ $g(x)=2x-10$, $f(x)=\frac{1}{x-4}$، فأَجِدُ $(g\circ f)(x)$ بصورةِ كسرٍ واحدٍ، ثمَّ أُعيِّنُ مجالَهُ.

الحل:

$$g(f(x))=g(\frac{1}{x-4})$$
$$=2\times\frac{1}{x-4}-10$$
$$=\frac{2}{x-4}-10$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=4$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x)=x+1, g(x)=x^2-7$، فأُعبِّرُ عنْ كلٍّ ممّا يأتي بصورةِ اقترانٍ مُركَّبٍ، مُعتمِدًا الاقترانيْنِ f, g:

14 x^2-6

الحل:

$$x^2-6=(fog)(x)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x)=x+1, g(x)=x^2-7$، فأُعبِّرُ عنْ كلٍّ ممّا يأتي بصورةِ اقترانٍ مُركَّبٍ، مُعتمِدًا الاقترانيْنِ f, g:

15 x^2+2x-6

الحل:

$$x^2+2x-6=(gof)(x)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

أَجِدُ اقترانيْنِ $f(x)$ ، وَ $g(x)$، بحيثُ يُمكِنُ التعبيرُ عنْ كلٍّ منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ بالصورةِ $h(x) = f(g(x))$

16 $h(x) = \dfrac{4}{3 - \sqrt{4 + x^2}}$

الحل:

$$g(x) = \sqrt{4 + x^2}$$

$$f(x) = \frac{4}{3 - x}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 30

أَجِدُ اقترانيْنِ $f(x)$، وَ $g(x)$، بحيثُ يُمكِنُ التعبيرُ عنْ كلٍّ منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ بالصورةِ $h(x)=f(g(x))$

17 $h(x)=(\frac{1}{2x-3})^3$

الحل:

$$g(x)=\frac{1}{2x-3}$$

$$f(x)=x^3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

18 إذا كانَ $f(x)=\sqrt{x-2}\,,\ x\geq 2,\ g(x)=\frac{2}{3-x}\,,\ x>3$، فهلْ يُمكِنُ تكوينُ $(f\circ g)(x)$؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

مدى $g(x)$ هو جميع الأعداد الحقيقية السالبة، وهي غير موجودة في مجال $f(x)$ لأن مجال $f(x)$ هو الأعداد الحقيقية التي لا تقل عن 2، فلا يمكن تكوين $(fog)(x)$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

19 أَحُلُّ المسألَةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

مسألةُ اليوم عندما تسقطُ قطرةُ ماءِ المطرِ على بحيرةٍ تتكوَّنُ موجةٌ دائريةٌ يتزايدُ طولُ نصفِ قُطْرِها بالنسبةِ إلى الزمنِ وَفقَ الاقترانِ: $r(t) = 25\sqrt{t+2}$ ، حيثُ r نصفُ القُطْرِ بالسنتيمتراتِ، وَ t الزمنُ بالدقائقِ. أَجِدُ مساحةَ الموجةِ عندما $t = 2$.

الحل:

$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi (25\sqrt{t+2})^2$$

$$A = \pi \times 625(t+2)$$

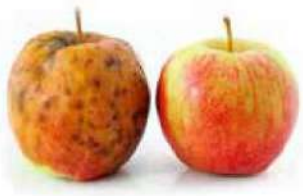
$$A = 625\pi t + 1250\pi$$

$$A(2) = 625\pi \times 2 + 1250\pi$$

$$= 1250\pi + 1250\pi$$

$$= 2500\pi$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31



يُعطى عددُ خلايا البكتيريا في أحدِ الأطعمةِ المُبرَّدةِ في الثلّاجةِ بالاقترانِ:

$N(T) = 23T^2 - 56T + 1,\ 3 < T < 33$، حيثُ T درجةُ حرارةِ الطعامِ. عندَ إخراجِ الطعامِ منَ الثلّاجةِ تُعطى درجةُ حرارتِهِ بالاقترانِ: $T(t) = 5t + 1.5$، حيثُ t الزمنُ بالساعاتِ:

20 أكتبُ الاقترانَ: $(N \circ T)(t)$.

الحل:

$$N(T(t)) = N(5t + 1.5)$$

$$= 23(5t + 1.5)^2 - 56(5t + 1.5) + 1$$

$$= 23(25t^2 + 15t + 2.25) - 280t - 84 + 1$$

$$= 575t^2 + 345t + 51.75 - 280t - 83$$

$$= 575t^2 + 65t - 31.25$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

يُعطى عددُ خلايا البكتيريا في أحدِ الأطعمةِ المُبرَّدةِ في الثلّاجةِ بالاقترانِ:

$N(T) = 23T^2 - 56T + 1,\ 3 < T < 33$، حيثُ T درجةُ حرارةِ الطعامِ. عندَ إخراجِ الطعامِ منَ الثلّاجةِ تُعطى درجةُ حرارتِهِ بالاقترانِ: $T(t) = 5t + 1.5$، حيثُ t الزمنُ بالساعاتِ:

21 أَجِدُ الزمنَ الذي يصلُ عندهُ عددُ خلايا البكتيريا إلى 6752 خليةً، مُقرِّبًا إجابتي إلى منزلتيْنِ عشريتيْنِ.

الحل:

$$6752 = 575t^2 + 65t - 31.25$$
$$575t^2 + 65t - 31.25 - 6752 = 0$$
$$575t^2 + 65t - 6783.25 = 0$$

$$t = \frac{-65 + \sqrt{65^2 - 4 \times 575 \times -6783.25}}{2 \times 575}$$

$$t = \frac{-65 + \sqrt{4225 + 15601475}}{1150}$$

$$t = \frac{-65 + \sqrt{15605700}}{1150}$$

$$t \approx \frac{-65 + 3950.4}{1150}$$

$$t \approx \frac{3885.4}{1150}$$
$$t \approx 3.38$$

أو

$$t \approx \frac{-65 - 3950.4}{1150}$$

وهي إجابة سالبة ومرفوضة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

22 إذا كانَ $f(x) = ax + b,\ a > 0$، وكانَ $(f \circ f)(x) = 16x - 15$، فأَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ a، وَb.

الحل:

$$f(f(x)) = f(ax + b)$$
$$= a(ax + b) + b$$
$$= a^2x + ab + b$$

$$a^2x + ab + b = 16x - 15$$

$$a^2 = 16 \quad and\ ab + b = -15$$

$$a = 4$$

$$ab + b = -15$$

$$4b + b = -15$$

$$5b = -15$$

$$b = -3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

23 أَجِدُ $(f\circ g\circ h)(x)$ في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ: $f(x)=x^2+1, g(x)=\frac{1}{x}, h(x)=x+3$

الحل:

$$f\left(g(h(x))\right)=f(g(x+3))$$

$$=f(\frac{1}{x+3})$$

$$=(\frac{1}{x+3})^2+1$$

$$=\frac{1}{(x+3)^2}+1$$

$$=\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{(x+3)^2}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{(x+3)^2+1}{(x+3)^2}$$

$$=\frac{x^2+6x+9+1}{x^2+6x+9}$$

$$=\frac{x^2+6x+10}{x^2+6x+9}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

24 أكتشــفُ الخطأَ: وجدَتْ كلٌّ منْ هدى ووفاءَ ناتجَ $(f\circ g)(x)$ ، حيثُ: $f(x)=x^2-6x-5,\ g(x)=x^2+5$. أُحدِّدُ إذا كانَتْ إجابةُ أيٍّ منْهُما صحيحةً، مُبرِّرًا إجابتي.

هدى

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))$$
$$=(x^2+5)^2-6(x^2+5)-5$$
$$=x^4+10x^2+25-6x^2-30-5$$
$$=x^4+4x^2-10$$

وفاءُ

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))$$
$$=(x^2+5)^2-6x^2-5$$
$$=x^4+10x^2+25-6x^2-5$$
$$=x^4+4x^2+20$$

الحل:

$$f(g(x))=f(x^2+5)$$

$$=(x^2+5)^2-6(x^2+5)-5$$

$$=x^4+10x^2+25-6x^2-30-5$$

$$=x^4+4x^2-10$$

إجابة هدى صحيحة وإجابة وفاء خاطئة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 31

25 مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ اقترانيْنِ f، وَ g بحيثُ يكونُ $(f\circ g)(x) = x^2 - 4x + 7$.

الحل:

$$g(x) = x^2 - 4x$$

$$f(x) = x + 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

26 تحدٍّ: إذا كانَ $g(x)=\frac{1}{x+2}$; $f(x)=\frac{1}{x-3}$، فما قاعدةُ $(f\circ g)(x)$؟ ما مجالُهُ؟

الحل:

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=-2$

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=3$

$$\frac{1}{x+2}=3$$
$$3x+6=1$$
$$3x=-5$$
$$x=\frac{-5}{3}$$

مجال $(fog)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x=\left\{-2,\frac{-5}{3}\right\}$

$$f(g(x))=f(\frac{1}{x+2})$$
$$=\frac{1}{\frac{1}{x+2}-3}$$
$$=\frac{1}{\frac{1}{(x+2)}-\frac{3(x+2)}{(x+2)}}$$
$$=\frac{1}{\frac{-3x-6+1}{(x+2)}}$$
$$=\frac{x+2}{-3x-5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ الصفحة: 31

27 تحدٍّ: إذا كانَ $f(x)=\frac{2x-2}{x-4}$، وكانَ $g(x)=\frac{2x-1}{3}$، فأَحُلُّ المعادلةَ $(f\circ g)(x)=-4$.

الحل:

$$f\big(g(x)\big)=f\left(\frac{2x-1}{3}\right)$$

$$=\frac{2\times\frac{2x-1}{3}-2}{\frac{2x-1}{3}-4}$$

$$=\frac{\frac{4x-2}{3}-\frac{6}{3}}{\frac{2x-1}{3}-\frac{12}{3}}$$

$$=\frac{\frac{4x-2-6}{3}}{\frac{2x-1-12}{3}}$$

$$=\frac{4x-8}{3}\times\frac{3}{2x-13}$$

$$=\frac{4x-8}{2x-13}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 33

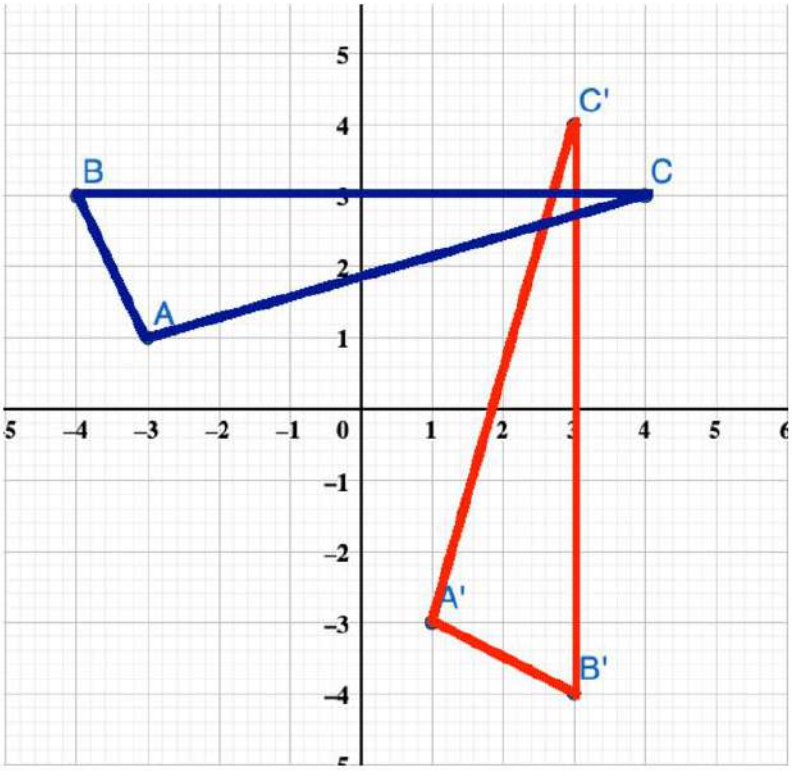
أتحقق من فهمي

تُمثِّلُ الأزواجُ المُرتَّبةُ للعلاقةِ: $\{(-3,1), (-4,3), (4,3)\}$ إحداثياتِ رؤوسِ المثلثِ ABC. أَجِدُ العلاقةَ العكسيةَ، ثمَّ أُمثِّلُ بيانيًّا العلاقةَ والعلاقةَ العكسيةَ على المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

الحل:

العلاقة العكسية:

$$\{(1,-3), (3,-4), (3,4)\}$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 36

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ:

a) $h(x) = 7x + 5$

الحل:

$$y = 7x + 5$$

$$y - 5 = 7x$$

$$\frac{y-5}{7} = x$$

$$h^{-1}(x) = \frac{x-5}{7}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 36

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ:

b) $g(x) = x^2 + 2, x \geq 0$

الحل:

$$y = x^2 + 2$$

$$y - 2 = x^2$$

$$\sqrt{y-2} = x$$

$$g^{-1}(x) = \sqrt{x-2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 37

أتحقق من فهمي

أُثبِتُ أنَّ كلًّا منَ الاقترانيْنِ $f(x)=4x-8$ وَ $g(x)=\frac{x}{4}+2$ هوَ اقترانٌ عكسيٌّ للآخرِ.

الحل:

$$(fog)(x)=f(g(x))$$

$$=f(\frac{x}{4}+2)$$

$$=4\left(\frac{x}{4}+2\right)-8$$

$$=x+8-8$$

$$=x$$

$$(gof)(x)=g(f(x))$$

$$=g(4x-8)$$

$$=\left(\frac{4x-8}{4}+2\right)$$

$$=x-2+2$$

$$=x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 38

أتحقق من فهمي

أَجِدُ مجالَ $g(x) = \sqrt{3x + 12} - 2$ ومداهُ، ثمَّ أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لهُ.

الحل:

$$3x + 12 \geq 0$$
$$3x \geq -12$$
$$x \geq \frac{-12}{3}$$
$$x \geq -4$$

المجال: $\{x: x \geq -4\}$

المدى: $\{y: y \geq -2\}$

$$y = \sqrt{3x + 12} - 2$$

$$y + 2 = \sqrt{3x + 12}$$

$$(y + 2)^2 = 3x + 12$$

$$y^2 + 4y + 4 = 3x + 12$$

$$y^2 + 4y - 8 = 3x$$

$$\frac{y^2 + 4y - 8}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 4x - 8}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 39

أتحقق من فهمي

يرتبطُ محيطُ الرأسِ C للطفلِ بطولِهِ H (كلا القياسيْنِ بالسنتيمترِ) عنْ طريقِ الاقترانِ:

$$H(C) = 2.15C - 26.75$$:

a) أكتبُ اقترانًا يُعبِّرُ عنْ محيطِ الرأسِ C بدلالةِ طولِ الطفلِ H.

b) أجِدُ محيطَ رأسِ طفلٍ طولُهُ 66 cm

الحل:

$$H = 2.15C - 26.75$$
$$H + 26.75 = 2.15C$$
$$\frac{H + 26.75}{2.15} = C$$

$$C(H) = \frac{H + 26.75}{2.15}$$

$$C(66) = \frac{66 + 26.75}{2.15}$$

$$C(66) = \frac{66 + 26.75}{2.15}$$

$$C(66) \approx 43.13$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 39

أُحدِّدُ الاقترانَ الذي لهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كلٍّ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتي، ثمَّ أكتبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):

1 $f = \{(2, 6), (-3, 6), (4, 9), (1, 10)\}$

الحل:

ليس له اقتران عكسي لأنه ليس واحد لواحد حيث 2 و 3− مرتبطين مع 6

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 39

أُحدِّدُ الاقترانَ الذي لهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كلٍّ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتي، ثمَّ أكتبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):

2 $h = \{(0, 0), (1, 1), (2, 16), (3, 81)\}$

الحل:

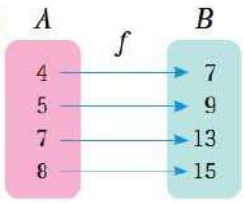
له اقتران عكسي لأنه اقتران واحد لواحد

$h^{-1} = \{(0,0), (1,1), (16,2), (81,3)\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 39

أُحدِّدُ الاقترانَ الذي لهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كلٍّ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتي، ثمَّ أكتبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):

3



الحل:

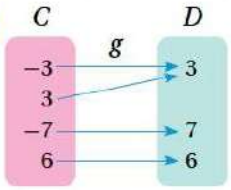
له اقتران عكسي لأنه اقتران واحد لواحد

$$f^{-1} = \{(7,4), (9,5), (13,7), (15,8)\}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 39

أُحدِّدُ الاقترانَ الذي لهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كلٍّ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتي، ثمَّ أكتبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):

4



الحل:

ليس له اقتران عكسي لأنه ليس واحد لواحد حيث 3 و 3− مرتبطين مع 3

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

إذا كانَ $f(x) = 3(\frac{x}{2} + 4)$، فأَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

5 $f(-2)$

الحل:

$$f(-2) = 3\left(\frac{-2}{2} + 4\right)$$

$$= 3(-1 + 4)$$

$$= 3(3)$$

$$= 9$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

إذا كانَ $f(x) = 3(\frac{x}{2} + 4)$، فأَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

6 $f(4)$

الحل:

$$f(4) = 3\left(\frac{4}{2} + 4\right)$$

$$= 3(2 + 4)$$

$$= 3(6)$$

$$= 18$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

إذا كانَ $f(x) = 3(\frac{x}{2} + 4)$، فأَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

7 $f^{-1}(9)$

الحل:

$$y = 3\left(\frac{x}{2} + 4\right)$$

$$y = \frac{3}{2}x + 12$$

$$y - 12 = \frac{3}{2}x$$

$$2y - 24 = 3x$$

$$\frac{2y - 24}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{2 \times 9 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{18 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{-6}{3} = -2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

إذا كانَ $f(x) = 3(\frac{x}{2} + 4)$، فأَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

8 $f^{-1}(18)$

الحل:

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - 24}{3}$$

$$f^{-1}(18) = \frac{2 \times 18 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{36 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{12}{3} = 4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

9 $f(x) = x + 7$

الحل:

$$y = x + 7$$

$$y - 7 = x$$

$$f^{-1}(x) = x - 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

10 $f(x) = 8x$

الحل:

$$y = 8x$$

$$\frac{y}{8} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{8}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

11 $f(x) = \frac{x}{2} + 6$

الحل:

$$y = \frac{x}{2} + 6$$

$$y - 6 = \frac{x}{2}$$

$$2y - 12 = x$$

$$f^{-1}(x) = 2x - 12$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

12 $f(x) = \frac{3x-6}{5}$

الحل:

$$y = \frac{3x-6}{5}$$

$$5y = 3x - 6$$

$$5y + 6 = 3x$$

$$\frac{5y+6}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x+6}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

13 $f(x) = 4x^3$

الحل:

$$y = 4x^3$$

$$\frac{y}{4} = x^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{y}{4}} = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{4}}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

14 $g(x) = 4 + \sqrt{6-3x}\,, x \le 2$

الحل:

$$y = 4 + \sqrt{6 - 3x}$$

$$y - 4 = \sqrt{6 - 3x}$$

$$(y - 4)^2 = 6 - 3x$$

$$3x = 6 - (y - 4)^2$$

$$x = \frac{6 - (y - 4)^2}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{6 - (x - 4)^2}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

15 $g(x)=\frac{8-3x}{5x}, x\neq 0$

الحل:

$$y=\frac{8-3x}{5x}$$

$$y=\frac{8}{5x}-\frac{3}{5}$$

$$y+\frac{3}{5}=\frac{8}{5x}$$

$$\frac{5x}{8}=\frac{1}{y+\frac{3}{5}}$$

$$5x=\frac{8}{y+\frac{3}{5}}$$

$$x=\frac{8}{5\left(y+\frac{3}{5}\right)}$$

$$x=\frac{8}{5y+3}$$

$$f^{-1}(x)=\frac{8}{5x+3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ:

16 $j(x) = (x-2)^2 + 4 \, , \, x \geq 2$

الحل:

$$y = (x-2)^2 + 4$$

$$y - 4 = (x-2)^2$$

$$\sqrt{y-4} = x - 2$$

$$\sqrt{y-4} + 2 = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-4} + 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

17 أُثبِتُ أنَّ كلًّا منَ الاقترانيْنِ $f(x), g(x)$ هوَ اقترانٌ عكسيٌّ للآخرِ:

$$f(x) = (x+3)^2 + 2, x \geq -3, g(x) = -3 + \sqrt{x-2}, x \geq 2$$

الحل:

$$(fog)(x) = f(g(x))$$

$$= f(-3 + \sqrt{x-2})$$

$$= \left(-3 + \sqrt{x-2} + 3\right)^2 + 2$$

$$= \left(\sqrt{x-2}\right)^2 + 2$$

$$= x - 2 + 2 = x$$

$$(gof)(x) = g(f(x))$$

$$= g((x+3)^2 + 2)$$

$$= -3 + \sqrt{((x+3)^2 + 2) - 2}$$

$$= -3 + \sqrt{(x+3)^2}$$

$$= -3 + x + 3$$

$$= x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

18 أُثبِتُ أنَّ $f(x)=\frac{x}{x-1}, x\neq 1$ هوَ اقترانٌ عكسيٌّ لنفسِهِ.

الحل:

$$(fof)(x)=f(f(x))$$

$$=f(\frac{x}{x-1})$$

$$=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1}$$

$$=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-\frac{x-1}{x-1}}$$

$$=\frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x-x+1}{x-1}}$$

$$=\frac{x}{x-1}\times\frac{x-1}{1}$$

$$=x$$

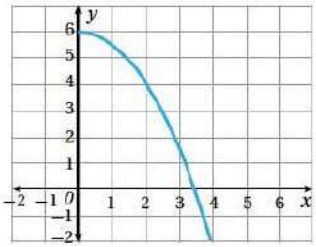
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40

19 صناعةٌ: إذا كانَ $C(x)$ يُمثِّلُ التكلفةَ C بالدنانيرِ لإنتاجِ x وحدةً منْ مصابيحِ الإنارةِ، فماذا يُمثِّلُ المقدارُ $C^{-1}(23000)$؟

الحل:

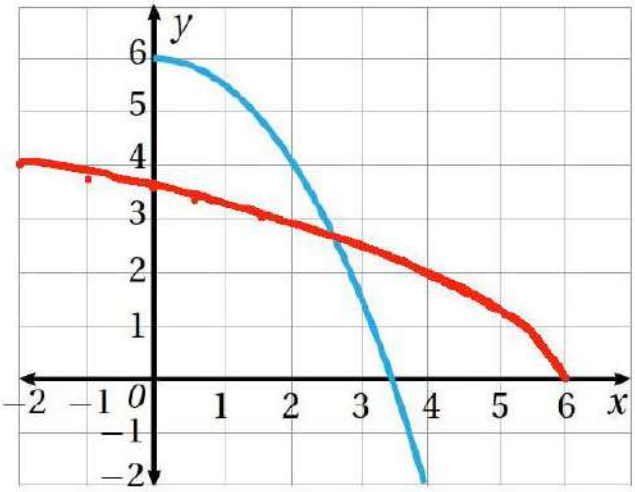
يمثل عدد المصابيح المنتجة إذا كانت الكلفة 23000

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 40



20 أرسمُ منحنى الاقترانِ العكسيِّ للاقترانِ f المجاورِ في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ، مُعيِّنًا المجالَ والمدى لكلٍّ منْ f وَ f^{-1}.

الحل:



مجال f هو $[0,4]$
مدى f هو $[-2,6]$

مجال f^{-1} هو $[-2,6]$
مدى f^{-1} هو $[0,4]$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

21 أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ:

$f(x) = x^2-2x+5\ ,\ -3 \le x \le 1$، ثمَّ أُمثِّلُ $f(x)$ وَ $f^{-1}(x)$ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

(إرشادٌ: أكتبُ $f(x)$ بصورةِ $(x+b)^2+c$ باستعمالِ إكمالِ المربعِ).

الحل:

$$y = x^2 - 2x + 5$$

$$y + 1 = x^2 - 2x + 1 + 5$$

$$y + 1 = (x-1)^2 + 5$$

$$y + 1 - 5 = (x-1)^2$$

$$x - 1 = \sqrt{y-4}$$

$$x = \sqrt{y-4} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-4} + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

22 كيمياءُ: في دورقٍ 100 mL منْ أحدِ المحاليلِ، منْها 25 mL منْ حامضِ الهيدروكلوريكِ. إذا أُضيفَ إلى الدورقِ n mL منْ محلولٍ مُشابِهٍ، تركيزُ الحامضِ فيهِ 60%، فإنَّ تركيزَ الحامضِ في الدورقِ يُعطى بالاقترانِ: $C(n)=\frac{25+0.6n}{100+n}$. أُعبِّرُ عنْ n بصورةِ اقترانٍ بدلالةِ التركيزِ C، ثمَّ أَجِدُ عددَ المِلّيلتراتِ n التي يجبُ إضافتُها ليصبحَ تركيزُ الحامضِ في الدورقِ 50%

الحل:

$$y=\frac{25+0.6n}{100+n}$$
$$0.6n-ny=100y-25$$
$$n(0.6-y)=100y-25$$

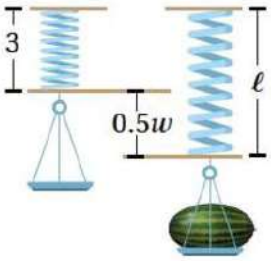
$$n=\frac{100y-25}{0.6-y}$$

$$\Rightarrow n(C)=\frac{100C-25}{0.6-C}$$

$$n(0.5)=\frac{100(0.5)-25}{0.6-(0.5)}=\frac{25}{0.1}=250$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

23 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.



مسألةُ اليوم يُستعمَلُ الاقترانُ $l = 0.5w + 3$ لإيجادِ طولِ الزنبركِ l بالسنتيمتراتِ في الميزانِ الزنبركيِّ عندَ قياسِ كتلةِ جسمٍ w بالكيلوغرامِ. هلْ يُمكِنُ إيجادُ اقترانٍ آخرَ يُستعمَلُ لإيجادِ كتلةِ الجسمِ إذا عُلِمَ طولُ الزنبركِ؟

الحل:

نعم فالاقتران العكسي يُبيّن كتلة الجسم بدلالة طول الزنبرك، وهو

$$w = 2(l - 3)$$

حيث

$$l - 3 = 0.5y$$

$$y = 2(l - 3)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

24 تُعطى مِساحةُ السطحِ الكليةُ A للأسطوانةِ التي نصفُ قُطْرِ قاعدتِها r، وارتفاعُها 40 cm بالاقترانِ: $A(r) = 2\pi r^2 + 80\,\pi r$. أُعبِّرُ عنْ نصفِ القُطْرِ r بصورةِ اقترانٍ بدلالةِ المِساحةِ A، ثمَّ أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ قاعدةِ أسطوانةٍ مِساحةُ سطحِها الكليةُ $2000\ \text{cm}^2$

الحل:

$$y = 2\pi r^2 + 80\pi r$$

$$y = 2\pi(r^2 + 40r)$$

$$r^2 + 40r + 400 = \frac{y}{2\pi} + 400$$

$$(r + 20)^2 = \frac{y}{2\pi} + 400$$

$$r + 20 = \sqrt{\frac{y}{2\pi} + 400}$$

$$r = -20 + \sqrt{\frac{y}{2\pi} + 400}$$

$$r = -20 + \sqrt{\frac{y}{2\pi} + \frac{800\pi}{2\pi}}$$

$$r = -20 + \sqrt{\frac{y + 800\pi}{2\pi}}$$

$$r(A) = -20 + \sqrt{\frac{A + 800\pi}{2\pi}}$$

$$r(2000) = -20 + \sqrt{\frac{(2000) + 800\pi}{2\pi}}$$

$$r(2000) \approx 6.8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

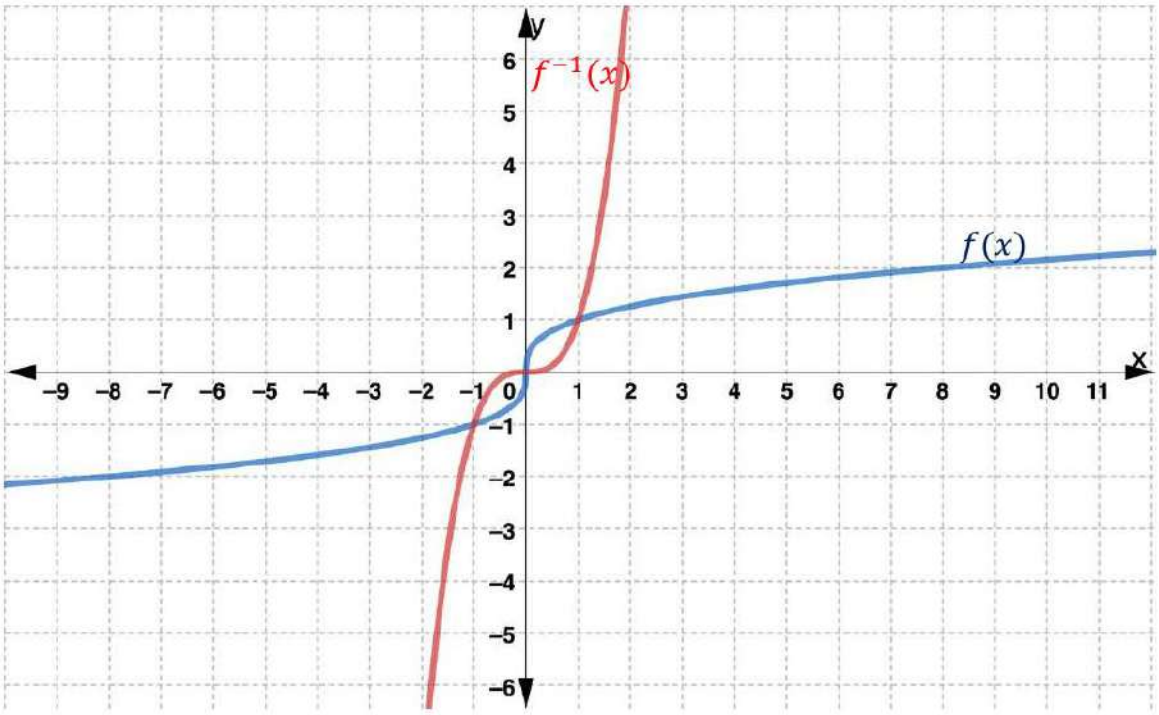
25 أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ $f(x)=\sqrt[3]{x}$، ثمَّ أُمثِّلُ $f^{-1}(x)$, $f(x)$ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

الحل:

$$y = \sqrt[3]{x}$$

$$y^3 = x$$

$$f^{-1}(x) = x^3$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

26 تبريــرٌ: إذا كانَ للاقترانِ $f(x)$ اقترانٌ عكســيٌّ، وكانَ لهُ صفــرٌ عندما $x = 4$، فما الذي يُمكِنُ اســتنتاجُهُ عنْ منحنى $f^{-1}(x)$؟

الحل:

منحنى الاقتران العكسي $f^{-1}(x)$ يمر بالنقطة $(0,3)$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

27 مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ قاعدةَ اقترانٍ واحدٍ لواحدٍ والاقترانَ العكسيَّ لهُ، ثمَّ أُثبِتُ أنَّ كلًّا منْهُما اقترانٌ عكسيٌّ للآخرِ.

الحل:

$$f(x) = 2x$$
$$y = 2x$$
$$x = \frac{y}{2}$$
$$f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$$
$$(fof^{-1})(x) = f(f^{-1}(x))$$
$$= f(\frac{x}{2})$$
$$= 2\,\frac{x}{2} = x$$
$$(f^{-1}of)(x) = f^{-1}(f(x))$$
$$= f^{-1}(2x)$$
$$= \frac{2x}{2} = x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

28 تحدٍّ: إذا كانَ $f(x)=x^2+3$، وَ $g(x)=5x-1$، وَ $x>0$، فأَحُلُّ المعادلةَ: $(f\circ g)(x)=g^{-1}(34)$.

الحل:

$$y=5x-1$$
$$y+1=5x$$
$$x=\frac{y+1}{5}$$
$$g^{-1}(x)=\frac{x+1}{5}$$
$$g^{-1}(34)=\frac{34+1}{5}=\frac{35}{5}=7$$
$$(fog)(x)=f(g(x))$$
$$=f(5x-1)$$
$$=(5x-1)^2+3$$
$$=25x^2-10x+1+3$$
$$=25x^2-10x+4$$
$$25x^2-10x+4=7$$
$$25x^2-10x-3=0$$
$$x_1=\frac{--10+\sqrt{(-10)^2-4\times 25\times -3}}{2\times 25}$$
$$x_1=\frac{10+\sqrt{100+300}}{50}$$
$$x_1=\frac{10+\sqrt{400}}{50}$$
$$x_1=\frac{10+20}{50}=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}$$
$$x_2=\frac{10-20}{50}=\frac{-10}{50}=\frac{-1}{5}$$ مرفوض

بالتالي

$$x=\frac{3}{5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

a) $\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \ldots$

الحل:

$$\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{15}{2}, \frac{17}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

b) 5 , 10 , 20 , 40 , ...

الحل:

5 , 10 , 20 , 40 , 80 , 160 , 320

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

c) 150 , 141 , 132 , 123 , ...

الحل:

150 , 141 , 132 , 123 , 114 , 105 , 96

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

d) 400, 200, 100, 50, ...

الحل:

400 , 200 , 100 , 50 , 25 , 12.5 , 6.25

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 45

أتحقق من فهمي

أُبيِّنُ إذا كانَ المقدارُ الجبريُّ المُعطى بجانبِ كلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي يُمثِّلُ حدًّا عامًّا لها أمْ لا، ثمَّ أُصنِّفُ المتتالياتِ إلى خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ، ثمَّ أَجِدُ الحدَّ الخامسَ والسبعينَ في كلٍّ منْها:

a) $1, 3, 5, 7, \ldots, 2n-1$

الحل:

نعم هو الحد العام، متتالية خطية

$$T(5) = 2 \times 5 - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$T(70) = 2 \times 70 - 1 = 140 - 1 = 139$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 45

أتحقق من فهمي

أُبيِّنُ إذا كانَ المقدارُ الجبريُّ المُعطى بجانبِ كلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي يُمثِّلُ حدًّا عامًّا لها أمْ لا، ثمَّ أُصنِّفُ المتتالياتِ إلى خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ، ثمَّ أَجِدُ الحدَّ الخامسَ والسبعينَ في كلٍّ منْها:

b) $0, 3, 8, 15, \ldots, n^2 - 1$

الحل:

نعم هو الحد العام، متتالية تربيعية

$$T(5) = 5^2 - 1 = 25 - 1 = 24$$

$$T(70) = 70^2 - 1 = 4900 - 1 = 4899$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 45

أتحقق من فهمي

أُبيِّنُ إذا كانَ المقدارُ الجبريُّ المُعطى بجانبِ كلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي يُمثِّلُ حدًّا عامًّا لها أمْ لا، ثمَّ أُصنِّفُ المتتالياتِ إلى خطيَّةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ، ثمَّ أَجِدُ الحدَّ الخامسَ والسبعينَ في كلٍّ منْها:

c) $1.5 , 8.5 , 27.5 , 64.5 , \dots , n^3 + 0.5$

الحل:

نعم هو الحد العام، متتالية تكعيبية

$$T(5) = 5^3 + 0.5 = 125 + 0.5 = 125.5$$

$$T(70) = 70^3 + 0.5 = 343000 + 0.5 = 343000.5$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 47

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

a) 8 , 15 , 22 , 29 , 36 , ...

الحل:

$$T(n) = 8 + 7(n-1)$$
$$= 8 + 7n - 7$$
$$= 7n + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 47

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

b) 4 , 7 , 12 , 19 , 28 , ...

الحل:

$$T(n) = n^2 + 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 47

أتحقق من فهمي

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

c) $-1, 6, 25, 62, 123, \ldots$

الحل:

$$T(n) = n^3 - 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتالياتُ الصفحة: 47

أتحقق من فهمي

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يُمثِّلُ أعوادِ الثقابِ في نماذجِهِ متتاليةً. أَجِدُ الحدَّ العامَّ لهذهِ المتتاليةِ.

النموذجُ (1). النموذجُ (2). النموذجُ (3). النموذجُ (4).

الحل:

$$1 \rightarrow 3$$
$$2 \rightarrow 5$$
$$3 \rightarrow 7$$
$$4 \rightarrow 9$$

$$T(n) = 2n + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

1 $6, 11, 16, 21, \ldots$

الحل:

$6, 11, 16, 21, 26, 31, 36$

$$T(n) = 5n + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

2 $-1, 6, 13, 20, \ldots$

الحل:

$$-1, 6, 13, 20, 27, 34, 41$$

$$T(n) = 7n - 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

3 $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots$

الحل:

$$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{15}{2}$$

$$T(n) = \frac{2n+1}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

4 $-8, -7, -6, -5, \ldots$

الحل:

$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2$

$$T(n) = n - 9$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

5 $-2, 1, 6, 13, \ldots$

الحل:

$$-2, 1, 6, 13, 22, 33, 46$$

$$T(n) = n^2 - 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

6 $4, 16, 36, 64, \ldots$

الحل:

$4, 16, 36, 64, 100, 144, 196$

$$T(n) = 4n^2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

7 $3, 9, 27, 81, \ldots$

الحل:

$3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187$

$$T(n) = 3^n$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

8 $3, 8, 18, 38, \ldots$

الحل:

$3, 8, 18, 38, 78, 158, 318$

$$T(n) = \frac{5 \times 2^n - 4}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتيةِ:

9 128, 64, 32, 16, ...

الحل:

$$128\,,64\,,32\,,16\,,8\,,4\,,2$$

$$T(n) = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

10 $n+3$

الحل:

متتالية خطية

$$T(1) = 4$$
$$T(2) = 5$$
$$T(3) = 6$$
$$T(4) = 7$$
$$T(5) = 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

11 $3n - 1$

الحل:

متتالية خطية

$$T(1) = 2$$
$$T(2) = 5$$
$$T(3) = 8$$
$$T(4) = 11$$
$$T(5) = 14$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

12 $4n + 5$

الحل:

متتالية خطية

$$T(1) = 9$$
$$T(2) = 13$$
$$T(3) = 17$$
$$T(4) = 21$$
$$T(5) = 25$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

13 $n^2 - 1$

الحل:

متتالية تربيعية

$$T(1) = 0$$
$$T(2) = 3$$
$$T(3) = 8$$
$$T(4) = 15$$
$$T(5) = 24$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

14 $n^2 + 2$

الحل:

متتالية تربيعية

$$T(1) = 3$$
$$T(2) = 6$$
$$T(3) = 11$$
$$T(4) = 18$$
$$T(5) = 27$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

15 $200 - n^2$

الحل:

متتالية تربيعية

$$T(1) = 199$$
$$T(2) = 196$$
$$T(3) = 191$$
$$T(4) = 184$$
$$T(5) = 175$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

16 $n^3 + 1$

الحل:

متتالية تكعيبية

$$T(1) = 2$$
$$T(2) = 9$$
$$T(3) = 28$$
$$T(4) = 65$$
$$T(5) = 126$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

17 $\frac{n^3}{2}$

الحل:

متتالية تكعيبية

$$T(1) = \frac{1}{2}$$

$$T(2) = 4$$

$$T(3) = \frac{27}{2}$$

$$T(4) = 32$$

$$T(5) = \frac{125}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ أولَ خمسةِ حدودٍ لكلِّ متتاليةٍ مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أُصنِّفُها إلى متتاليةٍ خطِّيةٍ، أوْ تربيعيةٍ، أوْ تكعيبيةٍ:

18 $3n^3 - 1$

الحل:

متتالية تكعيبية

$$T(1) = 2$$

$$T(2) = 23$$

$$T(3) = 80$$

$$T(4) = 191$$

$$T(5) = 374$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

19 $21, 24, 27, 30, 33, \ldots$

الحل:

$$T(n) = 3n + 18$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

20 $1, 9, 17, 25, 33, \ldots$

الحل:

$$T(n) = 8n - 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

21 10, 13, 18, 25, 34, ...

الحل:

$$T(n) = n^2 + 9$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

22 $-\frac{5}{2}, -1, \frac{3}{2}, 5, \frac{19}{2}, \ldots$

الحل:

$$T(n) = \frac{n^2 - 6}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

23 6, 13, 32, 69, 130, ...

الحل:

$$T(n) = n^3 + 5$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي:

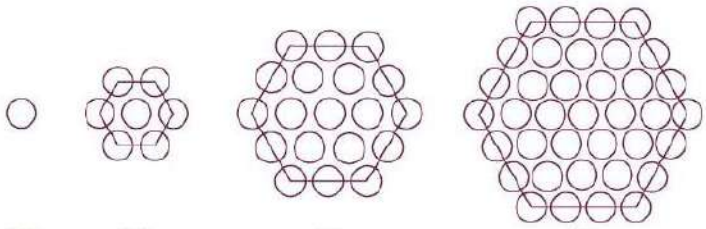
24 1, 15, 53, 127, 249, ...

الحل:

$$T(n) = 2n^3 - 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

25 أجدُ عددَ الدوائرِ في النموذجِ الخامسِ من النمطِ الهندسيِّ الآتي:



(1) (2) (3) (4)

الحل:

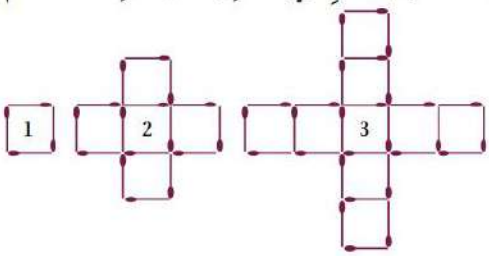
$$1 \to 1$$
$$2 \to 7$$
$$3 \to 19$$
$$4 \to 37$$

$$T(n) = 3n^2 - 3n + 1$$

$$T(5) = 3 \times 25 - 3 \times 5 + 1$$
$$= 75 - 15 + 1 = 61$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يُمثِّلُ عددَ أعوادِ الثقابِ في نماذجِهِ متتاليةً، أَجِدُ الحدَّ العامَّ لهذهِ المتتاليةِ.



الحل:

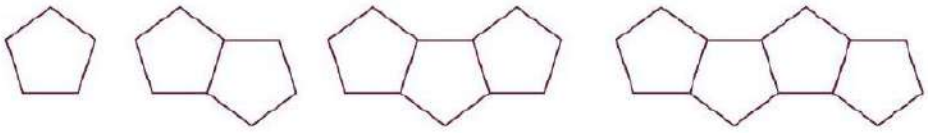
$$1 \rightarrow 4$$
$$2 \rightarrow 16$$
$$3 \rightarrow 28$$

$$T(n) = 12n - 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

26 أكملُ الجدولَ الآتي بالاعتماد على نماذجِ النمطِ الهندسيِّ أدناهُ:

النموذجُ	(1)	(2)	(3)	(4)
المحيطُ	5	8		



(1) (2) (3) (4)

27 أجدُ محيطَ نموذجٍ يحتوي n مِنَ الأشكالِ الخماسيّةِ.

28 أجدُ محيطَ نموذجٍ يحتوي 50 شكلًا خُماسيًّا.

29 ما أكبرُ عددٍ من الأشكالِ الخُماسيّةِ التي يمكنُ استعمالُها لعملِ نموذجٍ محيطُهُ أقلُّ منْ 1000cm؟

الحل:

$$T(n) = 3n + 2$$

النموذجُ	(1)	(2)	(3)	(4)
المحيطُ	5	8	11	14

$$T(5) = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$$

$$T(50) = 3 \times 50 + 2 = 150 + 2 = 152$$

$$1000 = 3 \times n + 2$$

$$998 = 3 \times n$$

$$n = 332$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

30 تحـدٍّ: إذا كانَ الحدُّ العامُّ للمتتاليةِ: ... 6, 16, 30, 48, 70, هوَ: $T(n) = an + bn^2$ ، حيثُ a, b عددانِ حقيقيانِ، فأَجِدُ قيمَ a, b.

الحل:

$$6 = a + b$$
$$16 = 2a + 4b \rightarrow 8 = a + 2b$$

$$\begin{array}{r} 6 = a + b \\ -\ 8 = a + 2b \\ \hline -2 = -b \end{array}$$

$$2 = b$$
$$a = 4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

31 تحدَّ: أَجِدُ أولَ ثلاثةِ حدودٍ لمتتاليةٍ خطِّيةٍ، إذا كانَ مجموعُ هذهِ الحدودِ 12، وحاصلُ ضربِها 28

الحل:

$$a + b + c = 12$$

$$a \times b \times c = 28$$

$$a = 1, b = 4, c = 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتالياتُ الصفحة: 49

32 مسألةٌ مفتوحةٌ: أَجِدُ ثلاثَ متتالياتٍ تبدأُ بـِ 1، بحيثُ تكونُ الأولى خطِّيةً، والثانيةُ تربيعيةً، والثالثةُ تكعيبيةً.

الحل:

1,2,3,4, ...

1,4,9,16, ...

1,8,27,64, ...

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

1 الحدُّ العامُّ (T_n) للمتتاليةِ: $11, 20, 35, 56, \ldots$ هوَ:

a) $T_n = n^2 + 6n + 4$ b) $T_n = 3n^2 + 8$

c) $T_n = 2n^2 + 9$ d) $T_n = n^2 + 4n + 6$

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

2 إذا كانَ $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$، فإنَّ قيمةَ $f(-2)$ هيَ:

a) -22 b) -15

c) 9 d) 29

الحل:

$$f(-2) = 3 \times 4 - 10 + 7$$
$$= 12 - 10 + 7 = 2 + 7 = 9$$

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

3 إذا كانَ $f(x)=2x^3-4x^2+6,\ g(x)=5x^2-7x+4$،
فإنَّ ناتجَ $f(x)-g(x)$ هوَ:

a) $2x^3-9x^2+7x+2$

b) $2x^3+x^2+7x+10$

c) $-3x^3+3x^2+13x-4$

d) $-3x^3-4x^2+7x-2$

الحل:

$$f(x)-g(x)=2x^3-4x^2+6-(5x^2-7x+4)$$
$$=2x^3-9x^2+7x+2$$

الجواب: a

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

4 إذا كانَ $g(x)$ كثيرَ حدودٍ منَ الدرجةِ السادسةِ، وَ $h(x)$ كثيرَ حدودٍ منَ الدرجةِ الثانيةِ، فإنَّ درجةَ ناتجِ قسمةِ $g(x)$ على $h(x)$ هيَ:

a) الأولى. b) الثالثةُ.

c) الرابعةُ. d) الثامنةُ.

الحل:

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

5 إذا كانَ $f(x)=3x-5\,,\,h(x)=x^2-2$، فـإنَّ قيمةَ $(h\circ f)(3)$ هيَ:

a) 4 b) 7

c) 14 d) 16

الحل:

$$h\big(f(3)\big)=h(4)$$
$$=14$$

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

6 إذا كانَ $f(x) = 8 - 2x$، فإنَّ قيمةَ $f^{-1}(4)$ هيَ:

a) 0 b) -6 c) -2 d) 2

الحل:

$$y = 8 - 2x$$
$$2x = 8 - y$$
$$x = \frac{8 - y}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{8 - x}{2}$$
$$f^{-1}(4) = \frac{8 - 4}{2} = 2$$

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

7 خطُّ التقاربِ الأفقــيِّ للاقترانِ $r(x)=\frac{3}{4-3x}+7$ هوَ:

a) $y=0$ b) $y=7$

c) $y=4$ d) $y=-1$

الحل:

$$y=7$$

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

8 الحدُّ العاشرُ في المتتاليةِ ... 0, 2, 6, 12, 20, هوَ:

a) 90 b) 95

c) 97 d) 99

الحل:

$$T(n) = n^2 - n$$

$$T(10) = 10^2 - 10$$
$$= 100 - 10 = 90$$

الجواب: a

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

أَضَعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

9 مجالُ الاقترانِ $f(x)=\frac{x-3}{x^2-3x-10}$ هوَ:

a) $\{x \mid x \neq -2, x \neq 3, x \neq 5\}$

b) $\{x \mid x \neq -5, x \neq 2\}$

c) $\{x \mid x \neq 5\}$

d) $\{x \mid x \neq -2, x \neq 5\}$

الحل:

$$x^2-3x-10=0$$
$$(x-5)(x+2)=0$$
$$x=5, \quad x=-2$$

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

10 إذا كانَ $f(x)=2x^2-4x+1,\ g(x)=6x^3-7x+3$،

فأَجِدُ $x^2f(x)+g(x)$

الحل:

$$= x^2(2x^2-4x+1)+(6x^3-7x+3)$$

$$= (2x^4-4x^3+x^2)+(6x^3-7x+3)$$

$$= 2x^4+2x^3+x^2-7x+3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

11 إذا كانَ $h(x) = 3x^2 - 4x,\ j(x) = 4x^3 + 2x + 5$،

فأَجِدُ $h(x) \cdot j(x)$

الحل:

$$= (3x^2 - 4x)(4x^3 + 2x + 5)$$
$$= 3x^2(4x^3 + 2x + 5) - 4x(4x^3 + 2x + 5)$$

$$= 12x^5 + 6x^3 + 15x^2 - 16x^4 - 8x^2 - 20x$$

$$= 12x^5 - 16x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 20x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

12 أَقْسِمُ $(8x^3 + 12x - 5)$ على $(2x + 3)$

الحل:

$$
\begin{array}{r}
4x^2 - 6x + 15 \\
2x+3 \overline{)\,8x^3 + 12x - 5} \\
(-)\ \ 8x^3 + 12x^2 \\
\hline
-12x^2 + 12x - 5 \\
(-)\ \ -12x^2 - 18x \\
\hline
30x - 5 \\
(-)\ \ 30x + 45 \\
\hline
-50
\end{array}
$$

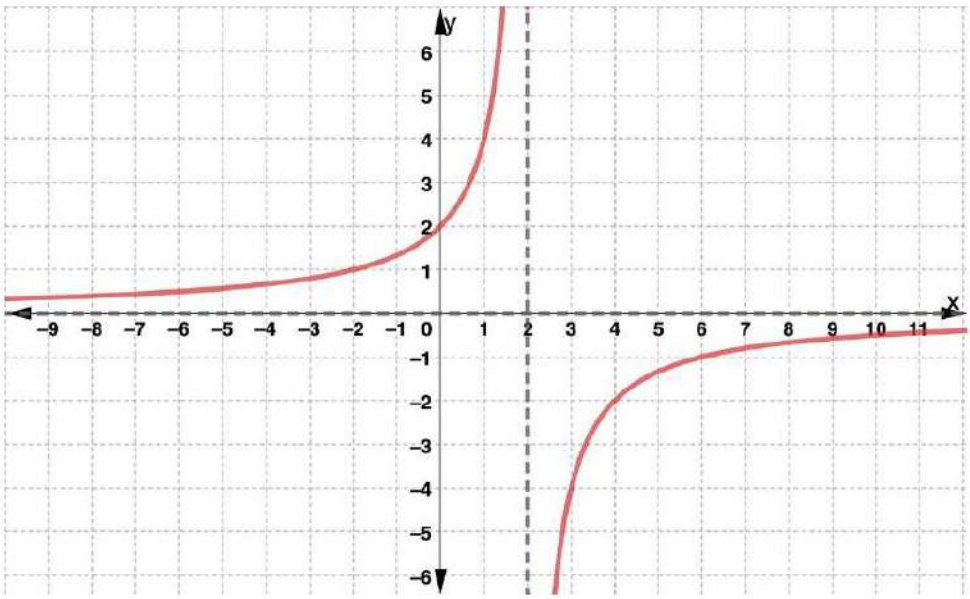
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 50

13 أَجِدُ خطوطَ التقاربِ لمنحنى الاقترانِ $f(x) = \frac{4}{2-x}$، ثمَّ أُمثِّلُهُ بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ، ومداهُ.

الحل:

خط التقارب الأفقي $y = 0$

خط التقارب العمودي $x = 2$

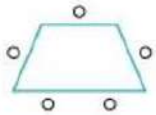


مجال $f(x)$:مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $\{x = 2\}$

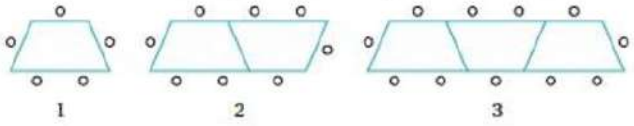
المدى $f(x)$: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $\{y = 0\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 51

شبهِ منحرفٍ. وكلُّ طاولةٍ تتَّسِعُ لخمسةِ طلبةٍ كما في الشكلِ الآتي:



لاحظَ مُشرِفُ القاعةِ أنَّ عددَ الطلبةِ يتغيَّرُ تبعًا لعددِ الطاولاتِ المُلاصِقِ بعضُها لبعضٍ كما في الشكلِ الآتي:



14 أملأُ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي:

عددُ الطاولاتِ المُتلاصِقةِ	1	2	3	4	5
عددُ الطلبةِ	5	8	11		

15 أَجِدُ الحدَّ العامَّ.

16 ما عددُ الطلبـــةِ الذينَ يُمكِنُهُمُ الجلوسُ حولَ 13طاولةً مُتلاصِقةً؟

17 تنوي إدارةُ المدرســـةِ عملَ حفلٍ لـــ 200 طالبٍ. كمْ طاولةً مُتلاصِقةً تَلزمُ لذلكَ؟

الحل:

عددُ الطاولاتِ المُتلاصِقةِ	1	2	3	4	5
عددُ الطلبةِ	5	8	11	14	17

$$T(n) = 3n + 2$$
$$T(13) = 39 + 2 = 41$$
$$200 = 3n + 2$$
$$198 = 3n$$
$$n = 66$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 51

إذا كانَ $f(x)=4x-3, g(x)=\frac{1}{x+1}+2, x\neq -1$ ،
فأَجِدُ:

18 $g^{-1}(x)$

19 $(f\circ f)(x)$

20 $(g\circ f)(x)$

الحل:

$$y=\frac{1}{x+1}+2$$

$$y-2=\frac{1}{x+1}$$

$$x+1=\frac{1}{y-2}$$

$$x=\frac{1}{y-2}-1$$

$$g^{-1}(x)=\frac{1}{x-2}-1$$

$$=f(f(x))$$
$$=f(4x-3)$$

$$=4(4x-3)-3$$

$$=16x-12-3$$

$$=16x-15$$

$$=g(f(x))$$
$$=g(4x-3)$$

$$=\frac{1}{(4x-3)+1}+2$$

$$=\frac{1}{4x-2}+2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 51

21 أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ $f(x)=\sqrt{4-x}$،
مُحدِّدًا المجالَ والمدى لكلٍّ منْ: $f(x)$، وَ $f^{-1}(x)$.

الحل:

$$y=\sqrt{4-x}$$

$$y^2=4-x$$

$$x=4-y^2$$
$$f^{-1}(x)=4-x^2$$

مجال $f(x)$: $\{x: x\leq 4\}$
المدى $f(x)$: $\{y: y\geq 0\}$

المجال $f^{-1}(x)$: $\{x: x\geq 0\}$
المدى $f^{-1}(x)$: $\{y: y\leq 4\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 51

22 يبيعُ محلٌّ عصائرَ ما مُعدَّلُهُ 3500 علبةٍ عصيرٍ أسبوعيًّا، سعرُ الواحدةِ منْها 0.75 دينارًا. وجدَ صاحبُ المحلِّ أنَّ مبيعاتِهِ ستقلُّ 100 علبةٍ مُقابلَ كلِّ زيادةٍ مقدارُها 0.05 دينارٍ على سعرِ العلبةِ. أكتبُ اقترانًا يُمثِّلُ الدخْلَ الأسبوعيَّ للمحلِّ إذا طُبِّقَتِ الزيادةُ على السعرِ x مرَّةً، ثمَّ أجِدُ السعرَ الذي يُحقِّقُ للمحلِّ أعلى دخْلٍ أسبوعيٍّ.

الحل:

ستقل مبيعات المحل بمقدار $100x$

كمية المبيعات $3500 - 100x$

وسعر العلبة الواحدة $0.75 + 0.05x$

الدخل:

$$R(x) = (0.75 + 0.05x)(3500 - 100x)$$
$$R(x) = 2625 + 100x - 5x^2$$

وهذا قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل وله قيمة عظمى عند رأسه

الإحداثي x للرأس هو:

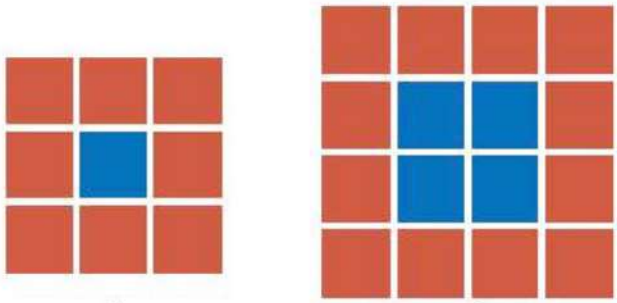
$$\frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-5)} = 10$$

إذن سعر العلبة الذي يحقق أعلى دخل أسبوعي هو:

$$0.75 + 10(0.05) = 1.25$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 51

رتَّبَتْ فدوى بطاقاتٍ حمراءَ وزرقاءَ كما في الشكلَيْنِ الآتيينِ:



الشكلُ (1). الشكلُ (2).

24 إذا استمرَّ هذا النمطُ، فما عددُ البطاقاتِ الحمراءِ في الشكلِ n؟

25 ما عددُ البطاقاتِ الزرقاءِ فيهِ؟

26 استعملَتْ فدوى 64 بطاقةً لتكوينِ أحدِ أشكالِ هذا النمطِ. كمْ عددُ كلٍّ منَ البطاقاتِ الحمراءِ والزرقاءِ المُستعمَلةِ؟

الحل:

$$T(n) = 4n + 4 \text{ الحمراء}$$
$$T(n) = n^2 \text{ الزرقاء}$$

$$(n^2) + (4n + 4) = 64$$

الحمراء: 28
الزرقاء: 36
حيث $n = 6$