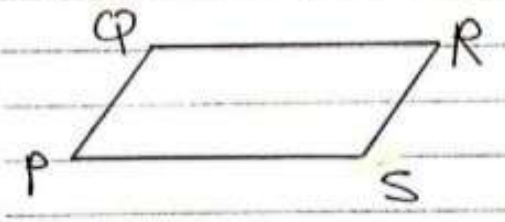
الدرس (2)

متوازي الأضلاع

الوحدة (7)

متوازي الأضلاع :- هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان ويرمز له بالرمز □



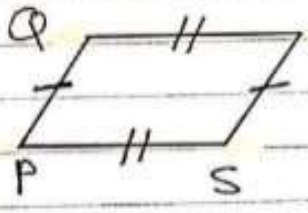
في □QRSP اكتب جانباً تحت التعريف :-

$\overline{QR} \parallel \overline{PS}$ و $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$

نظريات

* نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع ، فان الأضلاع المتقابلة متطابقة.



$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$

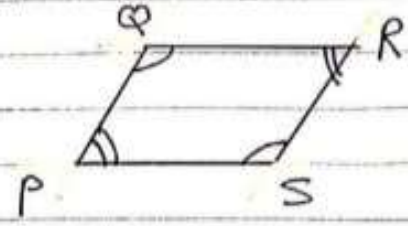
$\overline{QR} \cong \overline{PS}$

* نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع *

اذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع ، فان الزوايا المتقابلة متطابقة

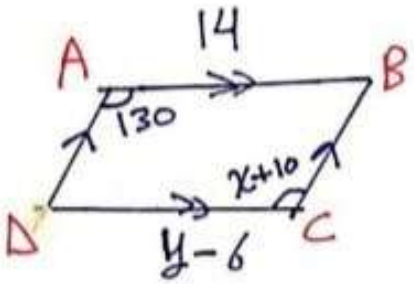
$\angle P \cong \angle R$

$\angle Q \cong \angle S$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال جد قيمة x و y في الشكل المجاور :-



الحل :- كل ضلعين متقابلين متوازيين
فضلعه الشكل الرباعي متوازي اضلاع

كل ضلعين متقابلين متطابقين

شكل معادلة $y-6=14$

حل المعادلة $y-6=14$
$+6 \quad +6$
$y=20$

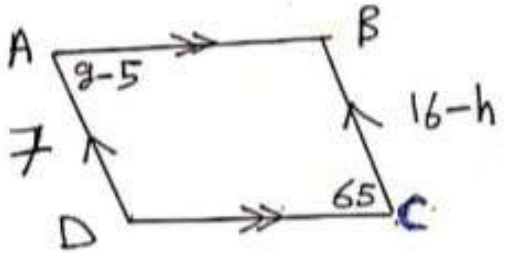
كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

شكل معادلة $x+10=130$

حل المعادلة $x+10=130$
$-10 \quad -10$
$x=120$

جد قيمة كل من g و h في الشكل المجاور

التحقق من فهمي



الحل :- الشكل متوازي اضلاع
لان فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

* كل ضلعين متقابلين متطابقين

شكل معادلة $16-h=7$

حل المعادلة $16-h=7$
$-16 \quad -16$
$-h=-9$
$h=9$

* كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

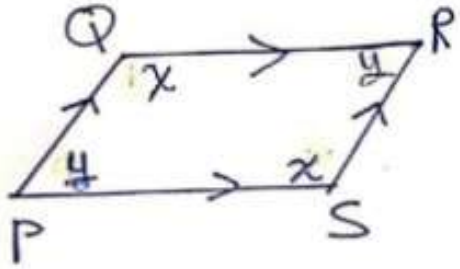
شكل معادلة $g-5=65$

حل المعادلة $g-5=65$
$+5 \quad +5$
$g=70$

Camscanner الممسوحة ضوئيا بـ

* نظرية الزوايا المتحالفة في متوازي الاضلاع *

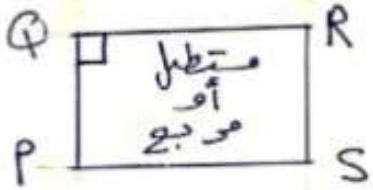
اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع، فان كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.



$$x + y = 180$$

* نظرية الزاوية القائمة في متوازي الاضلاع *

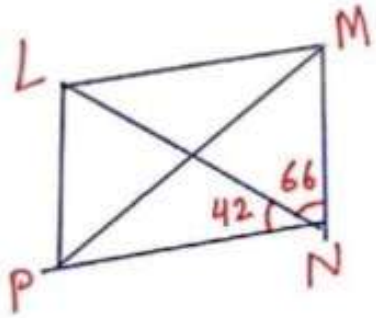
اذا كانت احدى زوايا متوازي الاضلاع قائمة فان زواياه الاربع قوائم.



اذا كانت $\angle Q$ قائمة فان:-
$\angle P$ ، $\angle S$ ، $\angle R$ قوائم ايضاً

مثال

في الشكل المجاور، اذا كان $\angle MNP$ متوازي اضلاع فاجد $m\angle PLM$ و $m\angle LMN$



الحل:- $m\angle MNP = 66+42 = 108$

الزوايا المتقابلة متطابقة

$m\angle PLM = m\angle MNP$

$= 108^\circ$

$m\angle MNP + m\angle LMN = 180$ تحالف في متوازي اضلاع

$108 + m\angle LMN = 180$

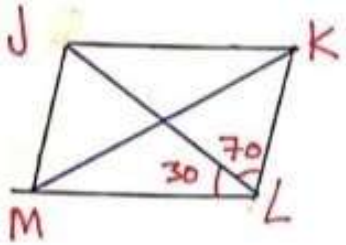
$-108 \qquad -108$

$m\angle LMN = 72$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمي

في الشكل المجاور، إذا كان JKLM متوازي أضلاع، جد $m\angle MJK$ ، $m\angle JKL$



الحل :-

$$m\angle KLM = 70+30$$
$$= 100$$

بما أن الشكل متوازي أضلاع فإن كل زاويتين متقابلتين متطابقتين :.

$$m\angle MJK = m\angle KLM = 100$$

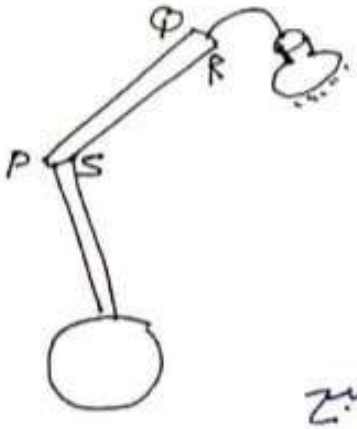
$$m\angle KLM + m\angle JKL = 180$$

زاويتين متحالفتان في متوازي أضلاع

$$100 + m\angle JKL = 180$$
$$-100 \qquad -100$$
$$m\angle JKL = 80$$

مسائل من الحياة

أضاءة :- يبين الشكل المجاور جزءاً من مصباح مكتب على شكل متوازي أضلاع، وتتغير زواياه عند رفعه وخفضه. أجد $m\angle QRS$ إذا علمت أن $m\angle PSR = 100$



الحل :-

$$m\angle QRS + m\angle PSR = 180$$
$$m\angle QRS + 100 = 180$$
$$-100 \qquad -100$$
$$m\angle QRS = 80^\circ$$

زاويتان متحالفتان في متوازي أضلاع

التحقق من فهمي

افترض أن مصباح المكتب عُدِّل ليصبح $m\angle PSR = 86$ جد $m\angle QRS$

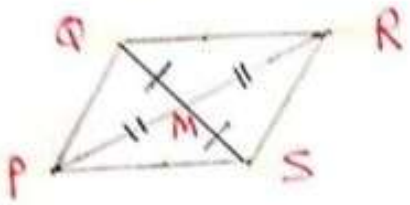
80 لأن

$$m\angle PSR + m\angle QRS = 180$$
$$86 + m\angle QRS = 180$$
$$-86 \qquad -86$$
$$m\angle QRS = 94^\circ$$

زاويتان متحالفتان في متوازي أضلاع

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

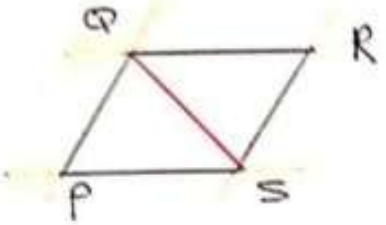
* نظرية قطري متوازي الأضلاع *



اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع
فان قطريه ينصف كل منهما الآخر.

$\overline{QM} \cong \overline{SM}$, $\overline{PM} \cong \overline{RM}$

* نظرية قطر متوازي الأضلاع *

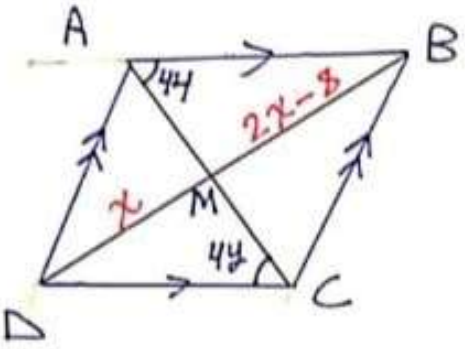


اذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع
فان كل قطر يقسمه الى مثلثين متطابقين

$\triangle PQS \cong \triangle RSQ$

مثال

اذا كان ABCD متوازي اضلاع، فاجد قيمة كل من x و y



الحل:- قطرا متوازي الاضلاع ينصف كل منهما الآخر:-

$\overline{DM} \cong \overline{BM}$

$x = 2x - 8$

$-x \quad -x$

$0 = x - 8$

$+8 \quad +8$

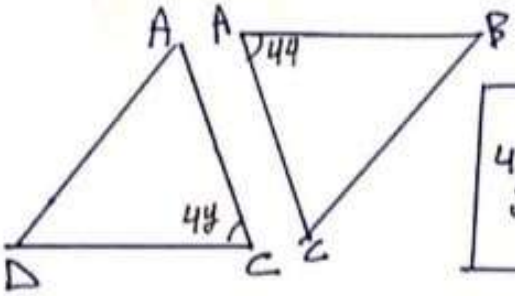
$\boxed{x = 8}$

قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين

$\triangle DAC \cong \triangle BCA$

وجب تعريف التطابق فان لزاما اثباتها جزء متطابقة

$4y = 44$



حل آخر
$4y = 44$
زاويتان متبادلتان

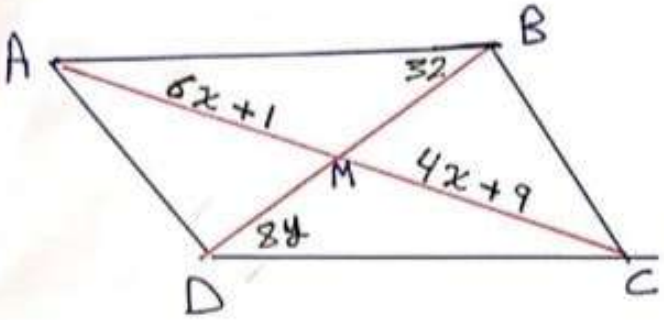
$\frac{4y}{4} = \frac{44}{4}$

$\boxed{y = 11}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمي 81 ص

اذا كان ABCD متوازي اضلاع، فاجد قيمة كل من x و y



الحل: قطرا متوازي الاضلاع ينصف كل منهما الآخر

$\overline{AM} \cong \overline{MC}$

$6x+1 = 4x+9$

$-4x \quad -4x$

$2x+1 = 9$

$-1 \quad -1$

$2x = 8$

$\boxed{x = 4}$

زاويتان متبادلتان

$8y = 32$

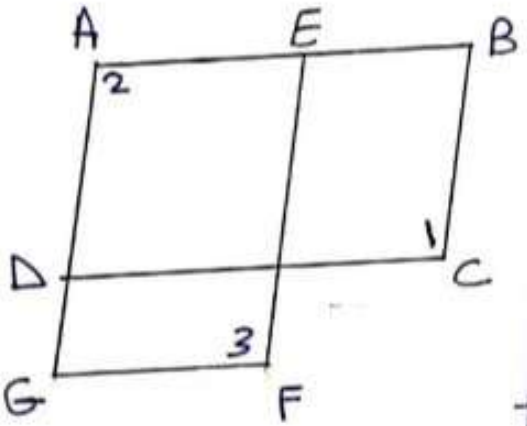
$\frac{8y}{8} = \frac{32}{8}$

$y = 4$

---

* يمكن استعمال خصائص متوازي الاضلاع لبرهنة علاقات في اشكال هندسية مركبة

مثال: في الشكل المجاور، اذا كان AEFG, ABCD متوازيي اضلاع، فاثبت ان: $\angle 3 \cong \angle 1$ باستعمال البرهان ذي العمودين



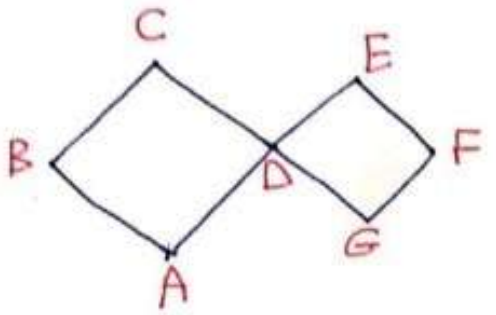
العبارات	المبررات
1) متوازيا اضلاع AEFG و ABCD	1) معطى
2) $\angle 1 \cong \angle 2$	2) الزوايا المتقابلة في متوازي اضلاع متطابقة
3) $\angle 2 \cong \angle 3$	3) الزوايا المتقابلة في متوازي اضلاع متطابقة
4) $\angle 1 \cong \angle 3$	4) بما أن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

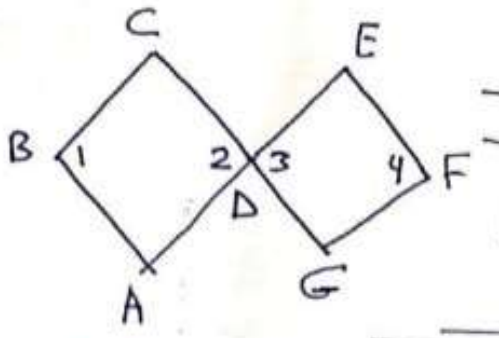
التحقق من فهمي

في الشكل المجاور / اذا كان ABCD و GDEF متوازيي اضلاع ، اثبت ان $\angle B \cong \angle F$ باستعمال البرهان العمودي

الحل :-

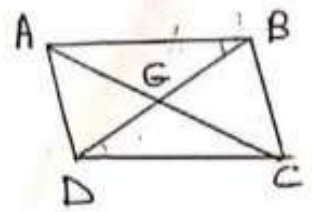


العبارات	المبررات
1) ABCD ، GDEF متوازيي اضلاع	1) معطى
2) $\angle 1 \cong \angle 2$	زوايا متقابلة في متوازيي اضلاع متطابقة
3) $\angle 3 \cong \angle 4$	زوايا متقابلة في متوازيي اضلاع متطابقة
4) $\angle 2 \cong \angle 3$	تقابل بالرأس
5) $\angle 1 \cong \angle 4$	$\angle 1 \cong \angle 2 , \angle 2 \cong \angle 3 , \angle 3 \cong \angle 4$ ...



اكمل كل جملة مما يأتي في ما يتعلم ◻ ABCD مبرراً اجابتي

التدرب واحل المسائل ص82



① $\angle DAB \cong \angle BCD$

« كل زاويتين متقابلتين متطابقتين »

② $\angle ABD \cong \angle CDB$

« قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين »

③ $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

« كل ضلعين متقابلين متوازيين »

④ $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

« كل ضلعين متقابلين متوازيين »

⑤ $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

« قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين »

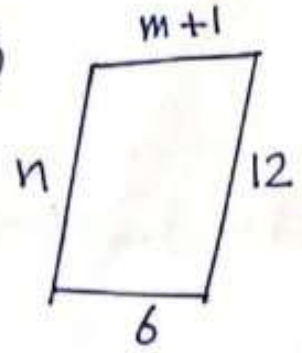
⑥ $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

« قطر متوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متطابقين »

Scanned with CamScanner

جد قيمة كل متغير في كل من متوازيات الأضلاع الآتية:

⑦



الحل: كل ضلعين متقابلين متطابقين

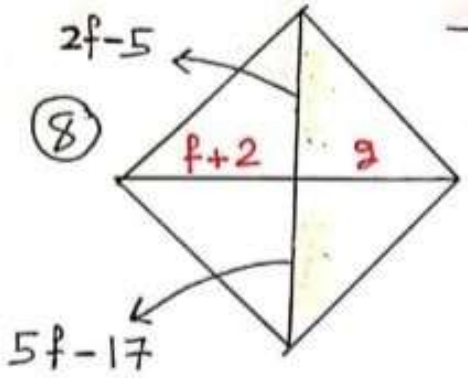
$m+1 = 6$
$-1 \quad -1$

$\boxed{m = 5}$

$\boxed{n = 12}$

---

⑧



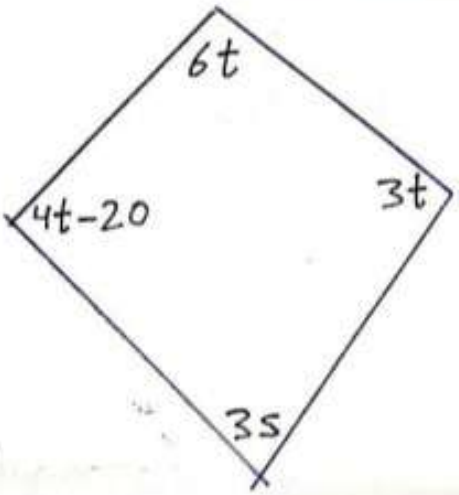
الحل: قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

الحل: $5f-17 = 2f-5$
$-2f \quad -2f$
$3f-17 = -5$
$+17 \quad +17$
$\frac{3f}{3} = \frac{12}{3}$
$\boxed{f = 4}$

$f=4$ عوض $f+2 = g$
$4+2 = g$
$\boxed{g = 6}$

---

⑨



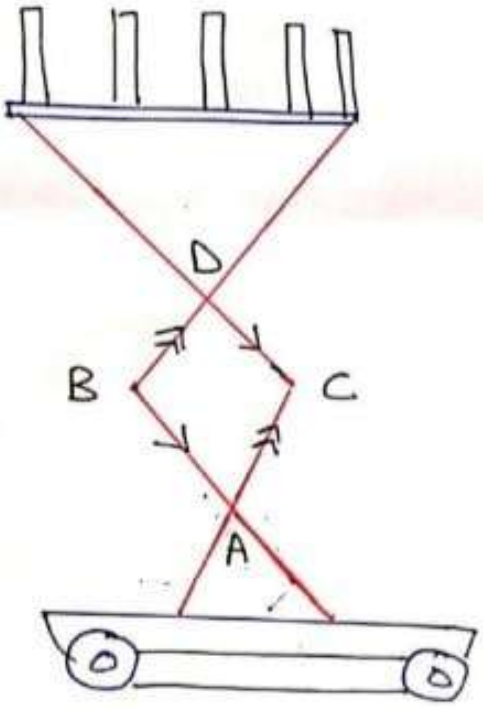
كل زاويتين متقابلتين متطابقتان

$4t-20 = 3t$
$-3t \quad -3t$
$t-20 = 0$
$+20 \quad +20$
$\boxed{t = 20}$

$t=20$ عوض $3s = 6t$
$3s = 6 \times 20$
$\frac{3s}{3} = \frac{120}{3}$
$\boxed{s = 40}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

رافعة :- استعمل الشكل المجاور الذي يبين رافعة لمقص للإجابة عن الأسئلة الآتية :-



(10) اذا كان $m\angle A = 120$ فاجد $m\angle B$

الحل :

$m\angle A + m\angle B = 180$ متتالفتان في متوازي اضلاع

$120 + m\angle B = 180$

$-120 \quad -120$

$m\angle B = 60$

---

(11) اذا قل $m\angle A$ فما تاثير ذلك في $m\angle B$

الحل :- قياس زاوية B تزداد لكي تبقى مجموعهما 180°

---

(12) اذا قل $m\angle A$ فما تاثير ذلك في طول $\overline{AD}$

الحل :- يخ يد

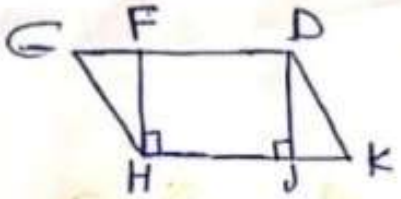
---

(13) اذا قل $m\angle A$ فما تاثير ذلك في ارتفاع الرافعة.

الحل :- يخ يد

---

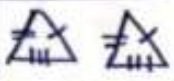
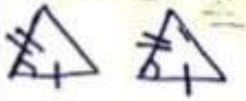
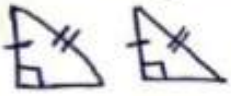
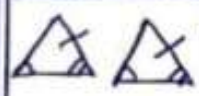
(14) في الشكل الآتي، اذا كان GDKH متوازي اضلاع، فاستعمل المعلومات المعطاه على الشكل، لاثبت ان :-



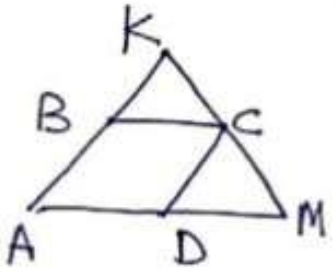
$\triangle DJK \cong \triangle HFG$ باستعمال البرهان ذي العمودين

الحل :-

العبارات	المبررات
① $\overline{GH} \cong \overline{DK}$	① ضلعان متقابلان في متوازي اضلاع
② $\angle K \cong \angle G$	② زاويتان متقابلتان في متوازي اضلاع
③ $\angle DJK \cong \angle HFG$ زاويتان قائمتان	③ $\angle DJK$ معطى، $\angle HFG$ تمالف الزاوية القائمة FHJ في متوازي اضلاع
④ $\triangle DJK \cong \triangle HFG$	④ AAS

تذكير: حالات تطابق المثلثان	
① تطابق 3 أضلاع (SSS)	
② تطابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما (SAS)	
③ تطابق وتر وساق في مثلث قائم الزاوية (HL)	
④ تطابق زاويتان وضلع محصور بينهما (ASA)	
⑤ تطابق زاويتان وضلع غير محصور بينهما (AAS)	

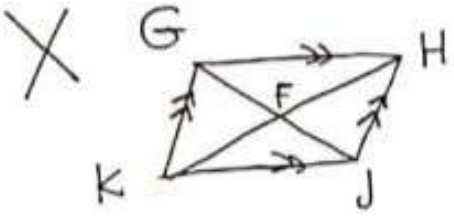
(15) في الشكل الآتي، اذا كان ABCD متوازي اضلاع، $\overline{AK} \cong \overline{MK}$ فاثبت ان $\angle BCD \cong \angle CMD$ باستعمال البرهان ذي العمودين



العبارات	المبررات
① $\triangle AKM$ متطابق الضلعين	① معطى $\overline{AK} \cong \overline{MK}$
② $\angle A \cong \angle BCD$	② زاويتان متقابلتان في متوازي اضلاع
③ $\angle A \cong \angle CMD$	③ زاويتا قاعدة في مثلث متطابق الضلعين
④ $\angle BCD \cong \angle CMD$	④ نتيجة

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

(16) الكشف الخطأ :- انظر الحل الآتي ، والكشف الخطأ الوارد فيه واصححه :-



بما أن GHJK متوازي اضلاع ، فان $\overline{GF} \cong \overline{FH}$

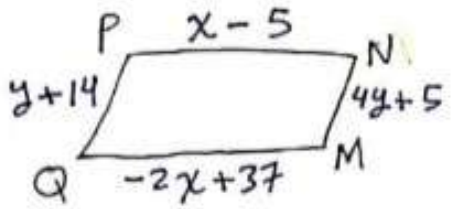
الصواب

الحل الموجود يفترض أن قطري متوازي الاضلاع متطابقان
هذا ليس من خصائص متوازي الاضلاع .
التصحيح : $\overline{GF} \cong \overline{JF}$

---

(17) تبرير :- تمثل المقادير الجبرية ادناه أطوال اضلاع □ MNPQ ، جد محيط متوازي الاضلاع . مبرراً اجابتي

$MQ = -2x+37$ $QP = y+14$ $NP = x-5$ $MN = 4y+5$



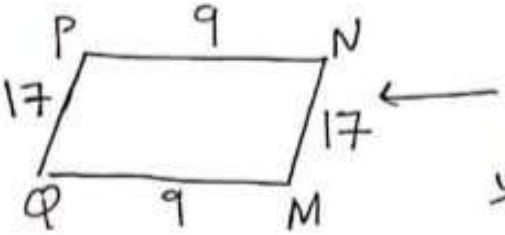
الحل :-
رسم توضيحي

كل ضلعين متقابلين متطابقين :-

$4y+5 = y+14$
$-y \quad -y$
$3y + 5 = 14$
$-5 \quad -5$
$\frac{3y}{3} = \frac{9}{3}$
$\boxed{y = 3}$

نعوض قيم y و x في اضلاع المتوازي

$x - 5 = -2x + 37$
$+2x \quad +2x$
$3x - 5 = 37$
$+5 \quad +5$
$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$
$\boxed{x = 14}$



محيط المستطيل :-

$C = 2 \times 9 + 2 \times 17$
$C = 18 + 34$
$= 52$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

www.army.jo