نظرة عامة حول الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة حساب مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال)، والمدى، وتحديد المقياس الأنسب منها لوصف بيانات معطاة، وتمثيل البيانات بالساق والورقة والجدول ذي الاتجاهين، واختبار صحة فرضية معطاة اعتمادًا على هذه المقاييس. كما سيتعرفون مفهومي الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي، وحساب احتمال وقوع حوادث معطاة.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السادس

- يمثل بيانات (قيمًا أو نسبًا مئوية) بالرسوم البيانية الدائرية.
- يقرأ بيانات ممثلة بالرسوم البيانية الدائرية ويفسّرها، ويحل مسائل عليها.
- يختار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة (أعمدة بيانية، خطوط بيانية، نقاط مجمعة، دوائر بيانية)، ويرسمه.
- يمثل جداول تكرارية بسيطة بأعمدة بيانية.
- يجد الوسيط والمنوال والمدى لجدول تكراري بسيط أو بيانات كمية ممثلة بالأعمدة أو النقاط المجمعة.
- يميز التجربة العشوائية العادلة والتجربة المتحيزة.
- يحدد عناصر الفضاء العيني المرتبطة بحادث معين، ويميز الحادث البسيط والحادث المركّب.

الصف السابع

- يحسب الوسط الحسابي لبيانات مفردة وبيانات مبوّبة في جدول تكراري.
- يحسب الوسيط والمِنوال والمَدى لبيانات مفردة.
- يحدد المقياس الأنسب (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، والمدى) لوصف بيانات معطاة.
- يمثل بيانات معطاة بالساق والورقة والجدول ذي الاتجاهين.
- يختبر صحة فرضية معطاة اعتمادًا على: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، والمدى.
- يحسب احتمالاتِ وقوعِ الحوادثِ.

الصف الثامن

- يفسر أثر تغيير البيانات أو بعضها في مقاييس النزعة المركزية.
- يجد الرُّبَيع الأدنى (المئين 25) والوسيط المئين (50) والرُّبَيع الأعلى (المئين 75) والمدى الرُّبَيعي لبيانات كمّية.
- يفهم بنية الصندوق ذي العارضتين، ويستخدمه في تمثيل بيانات كمّية وتحديد القيم المتطرفة (Outliers).
- يقرأ بيانات ممثلة بالصندوق ذي العارضتين، ويفسرها، ويحلّ مسائل عليها.
- يختار التمثيل الأنسب لعرض بيانات كمية (النقاط المجمعة، الصندوق ذا العارضتين، الساق والورقة، الدوائر البيانية).
- يميز الحادثين المنفصلين والمتتامّين والمستقلّين والحوادث الشاملة.
- يجد احتمال وقوع الحوادث البسيطة والمركّبة.

مشروعُ الوحدةِ: أتعرّفُ إلى طلبةِ مدرستي

أسْتعدُّ وَزملائي لِتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الَّذي سَنستعملُ فيهِ ما أتعلّمُهُ في هذِهِ الوحدةِ حولَ مقاييسِ النّزعةِ المركزيةِ (الوسطِ الحسابيِّ، وَالوسيطِ، وَالمنوالِ)، وَالمدى، وَالاحتمالاتِ؛ لِأجمعَ وَأحلّلَ بَياناتٍ تتعلقُ بعيّنةٍ مِنْ طلبةِ مدرستي.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أختارُ ثلاثةَ أشياءَ مِنْ كلِّ قائمةٍ ممّا يَلي، وَأكتبُ سؤالاً إحصائيًّا حولَ كلٍّ مِنْها. مثلًا: ما عددُ أفرادِ أسرتِكَ؟ ما لونُكَ المفضَّلُ؟

بياناتٌ عدديةٌ	بياناتٌ غيرُ عدديةٍ
الوزنُ، الطولُ، العُمْرُ، عددُ أفرادِ الأسرةِ، دخلُ الأسرةِ الشهريُّ	لونُ العيونِ، الرياضةُ المفضّلةُ، اللونُ المفضَّلُ، لونُ الشَّعرِ

2. أصمّمُ استبانةً بِطريقةٍ جاذبةٍ موظفًا مهاراتي الحاسوبيةَ، وَأكتبُ فيها فقراتِ الأسئلةِ الإحصائيةِ الستَّ الَّتي أعددتُها في الخطوةِ السابقةِ، ثمَّ أطبعُ مِنْها 20 نسخةً على الأقلِّ.
3. أطلبُ إلى 20 طالبًا مِنْ مدرستي على الأقلِّ الإجابةَ عَنْ فقراتِ الاستبانةِ الستِّ جميعِها.
4. أمثّلُ البياناتِ العدديةَ الّتي حصلْتُ عَلَيْها بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ.
5. أمثّلُ البياناتِ غيرَ العدديةِ الّتي حصلْتُ عليها بِاستعمالِ مخططِ الأعمدةِ البيانيةِ أَوِ القطاعاتِ الدائريةِ.
6. أَجِدُ ما يمكنُ حسابُهُ مِنَ المقاييسِ الإحصائيةِ الّتي تعلمْتُها (الوسطِ الحسابيِّ، الوسيطِ، المنوالِ، المدى) لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ.
7. أكتبُ فرضيتَيْنِ وَأختبرُ صحةَ كلٍّ مِنْهُما اعتمادًا على البياناتِ الّتي جمعْتُها.
8. أصفُ حادثًا احتمالُ وقوعِهِ أكيدٌ وَآخَرَ احتمالُ وُقوعِهِ مستحيلٌ اعتمادًا على البياناتِ الّتي جمعْتُها.
9. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِاختيارِ طالبٍ تنطبقُ عليهِ إحدى الصفاتِ الّتي جمعْتُ بياناتٍ حولَها؛ مثلًا: (احتمالُ اختيارِ طالبٍ لونُ عيونِهِ بنّيٌّ).

عرضُ النتائجِ:

- أكتبُ وأفرادَ مجموعتي تقريرًا يلخّصُ خطواتِ تنفيذِ المشروعِ وَالنتائجَ الّتي توصّلْنا إِلَيْها.
- أعرضُ وأفرادَ مجموعتي التّمثيلاتِ البيانيةَ أمامَ الصفِّ، وَأبيّنُ قِيَمَ المقاييسِ الإحصائيةِ لِلبياناتِ.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تضمين أداة جمع البيانات المعلومات المطلوبة كافة.			
2	تفريغ البيانات وتنظيمها في جدول.			
3	استخراج المؤشرات الإحصائية المطلوبة للمشروع استخراجًا صحيحًا.			
4	تنفيذ المشروع في الوقت المحدد.			
5	عرض المشروع بطريقة واضحة.			
6	استخدام التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

الوحدة 8

مشروع الوحدة: أتعرّفُ إلى طلبةِ مدرستي

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى تنمية معرفة الطلبة بمقاييس النزعة المركزية والمدى والاحتمالين: النظري، والتجريبي، واستخدام ذلك في تطبيقات حياتية. ويهدف أيضًا إلى تنمية مهارة تصميم الاستبانة، واستخدامها في جمع البيانات وتحليلها؛ لاختبار صحة الفرضيات، وإلى تنمية مهارتي التواصل وحل المشكلات.

خطوات تنفيذ المشروع

- عرّف الطلبة بالمشروع وبأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- قسّم الطلبة مجموعات تضمّ كل منها مستويات متفاوتة للطلبة، وأكّد أهمية التعاون وتوزيع الأدوار والمهام بين أفراد المجموعة.
- وضح للطلبة أهمية تصميم الاستبانة في جمع بيانات المشروع والتقيد بالأسئلة التي ترد فيها. وأكد أهمية تفريغ البيانات التي تُجمع في جدول؛ ليسهل التعامل معها عند البدء باستكمال متطلبات المشروع.
- بعد جمع البيانات وتفريغها، ذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يُتطلب إنجازه ضمن المشروع.
- وضح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

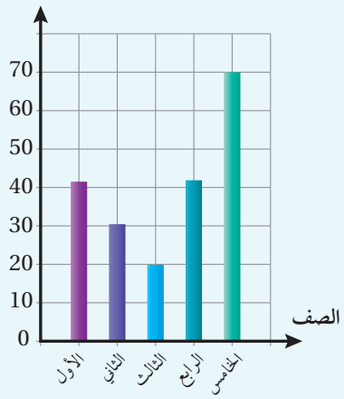
عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع:
  - بيّن للطلبة إمكانية استخدام التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع.
  - ذكّرهم بتبادل نتائج مشروعاتهم في ما بينهم واستكشاف النتائج المشتركة التي توصلوا إليها.
  - بيّن لهم ما تعنيه كلمة (مطويّة) وأهميتها في تنظيم المعلومات، واعرض أمامهم نموذجًا مناسبًا.

اختبار التهيئة:

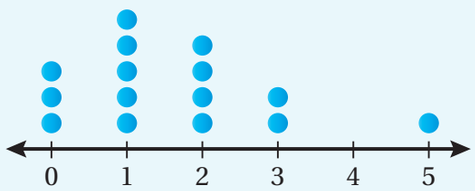
- استعمل اختبار التهيئة؛ لتساعد الطلبة على تذكر المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذه الوحدة.
- اطلب إلى الطلبة حل اختبار التهيئة داخل الصف.
- تجوّل بينهم لمتابعتهم في أثناء حل الاختبار؛ لتحديد النقاط التي تحتاج إلى تحسين لديهم، ووجّههم للرجوع إلى بند المراجعة حين يواجهون صعوبة في الحل.
- إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في حل المسائل الواردة في الاختبار، فاستعن بالمسائل الإضافية الآتية:

» **يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور عدد الطلبة في إحدى المدارس:**



1. ما عدد طلبة الصف الرابع؟
2. ما مجموع الطلبة في المدرسة؟
3. كم يزيد عدد طلبة الصف الخامس عن عدد طلبة الصف الثالث؟

» **يوضح التمثيل بالنقاط المجاور عدد الساعات التي يقضيها مجموعة من الأشخاص في استخدام الإنترنت يوميًّا:**



4. ما عدد الأفراد الذين يقضون 3 ساعات يوميًّا في استخدام الإنترنت؟
5. ما عدد الأفراد الذين لا يستخدمون الإنترنت؟
6. ما مجموع الأفراد الذين يقضون أوقاتًا تزيد عن الساعتين يوميًّا في استخدام الإنترنت؟

الوحدة 8

الإحصاءُ وَالاحتمالاتُ

أستَعِدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي مِنَ الإجابةِ، أستعينُ بالمُراجعةِ.

يوضّحُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ اللّونَ المفضَّلَ لدى مجموعةٍ مِنَ الأشخاصِ، أعتمدُ التمثيلَ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

1. كَمْ شخصًا يفضّلُ اللّونَ الأزرقَ؟
2. ما اللّونُ الأقلُّ تفضيلًا؟
3. ما الفرقُ بينَ عددِ الأشخاصِ الّذينَ يفضّلونَ اللّونَ الأحمرَ وَعددِ الأشخاصِ الّذينَ يفضّلونَ اللّونَ الأصفرَ؟

مثالٌ: يوضّحُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ الفاكهةَ المفضَّلةَ لَدى مجموعةٍ مِنَ الطلبةِ، أعتمدُ التمثيلَ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

- ما الفاكهةُ الأقلُّ تفضيلًا لَدى الطلبةِ؟ الدرّاقُ
- ما الفرقُ بينَ عددِ الطلبةِ الّذينَ يفضّلونَ العنبَ وَعددِ الطلبةِ الّذينَ يفضّلونَ التفاحَ؟ طالبٌ واحدٌ

يوضّحُ التمثيلُ بِالنقاطِ المجاورُ عددَ الكتبِ الّتي قرأها مجموعةٌ مِنَ الطلبةِ في العطلةِ الصيفيةِ، أعتمدُ التمثيلَ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

1. ما عددُ الكتبِ الأكثرِ تَكرارًا في التمثيلِ؟
2. كَمْ طالبًا قرأَ 7 كتبٍ؟

34

مثالٌ: يوضّحُ التمثيلُ بِالنقاطِ المجاورُ أطوالَ 16 لاعبَ كرةِ سلةٍ بِالسنتيمترِ في مدرسةٍ ثانويةٍ، أجِدُ الطولَ الأكثرَ تَكرارًا في الفريقِ.

الطولُ الأكثرُ تَكرارًا هُوَ 170 cm

أحددُ أيُّ البياناتِ الآتيةِ عدديةٌ وأيُّها غيرُ عدديةٍ، مبررًا إجابتي:

1. العُمُرُ
2. الفاكهةُ المفضَّلةُ
3. أطوالُ مجموعةٍ مِنَ النباتاتِ
4. الرياضةُ المفضَّلةُ
5. كمّيةُ الأمطارِ في الأسبوعِ

مثالٌ:

35

نشاط الاستعداد للوحدة

نصف ساعة

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة المفاهيم الأساسية المرتبطة بتحليل البيانات في جدول.

ملاحظات المعلم

إجراءات النشاط:

- اطلب إلى طالبين التنافس في كتابة البيت الشعري الآتي بأجمل خط:

فكل بلاد جادها العلم أزهرت رباها وصارت تنبت العزّ لا العشبا

- اطلب إلى باقي طلبة الصف أن ينقسموا مجموعات تحكيم، بحيث ترصد كل مجموعة علامة لكل متسابق، على أن تكون العلامة القصوى 10
- اطلب إلى كل مجموعة تفريغ درجات التحكيم في الجدول الآتي:

	المتسابق الأول	المتسابق الثاني
المجموعة 1		
المجموعة 2		
المجموعة 3		
المجموعة 4		
المجموعة 5		
المجموعة 6		
المجموعة 7		
المجموعة 8		

بعد إنهاء المهمة، ناقش الطلبة جماعيًّا:

- أي المتسابقين ترون أنه الأفضل؟ كيف يمكنكم التحقق من ذلك؟
- ما مجموع الدرجات التي حصل عليها كل متسابق من لجان التحكيم؟
- ابحث عن أعلى درجة وأدنى درجة منحتها لجان التحكيم لكل متسابق، ثم احسب الفارق بينها.
- في رأيكم، أين كانت المجموعات أكثر اتفاقًا، حين إصدار الحكم على المتسابق الأول أم المتسابق الثاني؟

تنبيه:

قد يخطئ بعض الطلبة بالحكم أن أحد المتسابقين هو الأفضل لحصوله على درجة مرتفعة من إحدى لجان التحكيم لم يحصل عليها المتسابق الآخر.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

- يحسب الوسط الحسابي لبيانات مفردة وبيانات منظمة في جدول تكراري.
- يحدد القيمة المتطرفة لبيانات معطاة، ويبين أثرها في حساب الوسط الحسابي.

التعلم القبلي:

- ينظم البيانات المفردة في جدول تكراري.
- يمثل البيانات باستخدام مخطط النقاط المجمّعة والتمثيل بالأعمدة.
- يستخلص النتائج لبيانات ممثلة بمخطط النقاط المجمّعة وبالأعمدة.

1 التهيئة

سُئل خمسة طلاب عن عدد الساعات التي يقضونها في استخدام الإنترنت يوميًّا، فكانت إجاباتهم على التوالي (4، 2، 3، 1،5). إذا وُزّع العدد الإجمالي بالتساوي على الطلاب الخمسة، فما عدد الساعات التي يقضيها كل طالب في استخدام الإنترنت يوميًّا؟

خطوات تنفيذ النشاط:

- قسم الطلبة مجموعات، ووزّع عليهم قطعًا من المكعبات؛ لاستخدامها في التعبير عن عدد الساعات التي يقضيها كل طالب في استخدام الإنترنت.
- وجّه الطلبة إلى تحريك المكعبات بحيث يكون في كل مجموعة العدد نفسه منها.
- تابع عمل المجموعات، وتأكد من تنفيذ المهمة تنفيذًا صحيحًا.
- اسأل إحدى المجموعات عن النتيجة التي توصلت إليها.
- إذا كانت ردود الطلاب الخمسة عن الساعات التي يقضونها في استخدام الإنترنت يوميًّا موزّعة بالتساوي، فكم يقضي كل طالب وقتًا في ذلك؟
- افترض أن لدينا طالبًا سادسًا يستخدم الإنترنت يوميًّا مدة 3 ساعات، إذا أعدت توزيع المكعبات مرة أخرى، فما عدد المكعبات في كل نموذج؟

إرشاد: يمكن تنفيذ النشاط على اللوح عن طريق الرسم إذا تعذّر توفير المكعبات.

الدرسُ 1 الوسطُ الحسابيُّ

فكرةُ الدرسِ

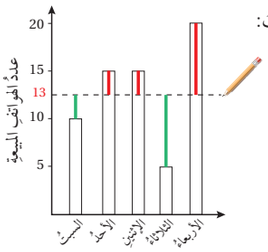
أحسبُ الوسطَ الحسابيَّ لبياناتٍ مفردةٍ أوْ منظَّمةٍ في جداولَ تكراريةٍ.

المصطلحاتُ

مقاييسُ النزعةِ المركزيةِ، الوسطُ الحسابيُّ، القيمةُ المتطرِّفةُ.

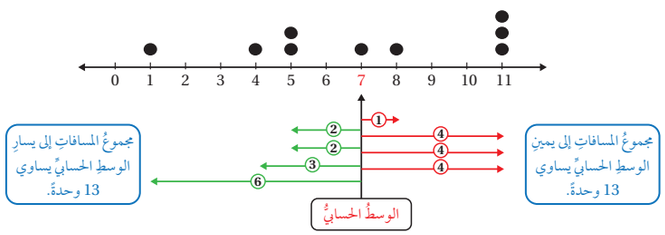
أستكشفُ

أتأملُ التمثيلَ بالأعمدةِ المجاورَ، ثمَّ أجيبُ:



1) أجِدُ مجموعَ أطوالِ الخطوطِ الحمراءِ، ثمَّ مجموعَ أطوالِ الخطوطِ الخضراءِ، ماذا ألاحظُ؟
2) ماذا يمثِّلُ ارتفاعُ الخطِّ المنقَّطِ بالنسبةِ لِعددِ الهواتفِ المَبيعةِ؟
3) إذا بيعَ يومَ الخميسِ 50 هاتفًا، ما تأثيرُ ذلكَ في الخطِّ المنقَّطِ؟

تُسمّى القيمةُ الّتي تصفُ مركزَ البياناتِ **مقياسَ نزعةٍ مركزيةٍ** (measure of central tendency)، وَأكثرُ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ استخدامًا **الوسطُ الحسابيُّ** (mean) ، وَهُوَ القيمةُ الّتي مجموعُ المسافاتِ بينَها وَبينَ القِيَمِ الأكبرِ مِنْها يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَها وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ منها. في الشكلِ أدناهُ، العددُ 7 هوَ الوسطُ الحسابيُّ لِلبياناتِ.



يمكنُ إيجادُ الوسطِ الحسابيِّ أيضًا بِجمعِ القِيَمِ ثمَّ قسمةِ الناتجِ على عددِها، وَيرمزُ لَهُ بِالرمزِ $(\bar{x})$، وَتُقرأُ $\bar{x}$ بار.

مثال 1

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلبياناتِ 18, 19, 3, 23, 22 ثمَّ أرسمُ مخططًا سهميًّا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ.

الخُطوةُ 1 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ.

أجمعُ القِيَمَ، وَأقسمُها عَلى عددِها، أُبسّطُ

$$\bar{x} = \frac{18+19+3+23+22}{5} = \frac{85}{5} = 17$$

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ يساوي 17

ملاحظات المعلم

2 الاستكشاف

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، واسألهم:
  - » ما مجموع أطوال الخطوط الحمراء في الشكل؟ 11
  - » ما مجموع أطوال الخطوط الخضراء في الشكل؟ 11
  - » هل النقص الحاصل في وصول الأعمدة للخط المنقَّط يساوي الزيادة في أطوال الأعمدة الأخرى عن الخط المنقَّط؟ نعم
  - » إذا كانت الأعمدة في الشكل على هيئة مكعبات سنتيمترية، فهل يمكنك إعادة توزيعها توزيعًا عادلًا لتتساوى المبيعات في الأيام جميعها؟
  - » إذا أعيد توزيع المبيعات على مدار الأيام توزيعًا عادلًا (النصيب المتساوي)، فما عدد المبيعات؟ 13
- تقبل إجابات الطلبة جميعها.
- أكّد استخدام المصطلحين: التوزيع العادل، والنصيب المتساوي، في أثناء تقديمك فقرة (أستكشف)؛ لربطه فيما بعد بالوسط الحسابي.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- قدم مفهوم الوسط الحسابي للطلبة، وبيّن لهم أن الوسط الحسابي يمثل النقطة التي يتساوى عندها مجموع القيم التي تقل عن الوسط الحسابي مع مجموع القيم التي تزيد عن الوسط الحسابي.
- استخدم المخطط السهمي لتوضيح مفهوم الوسط الحسابي.
- بيّن للطلبة أن الوسط الحسابي يوصف في بعض الأحيان بنقطة التوازن، ووضّح لهم ذلك عن طريق بيانات المثال.

تنبيه:

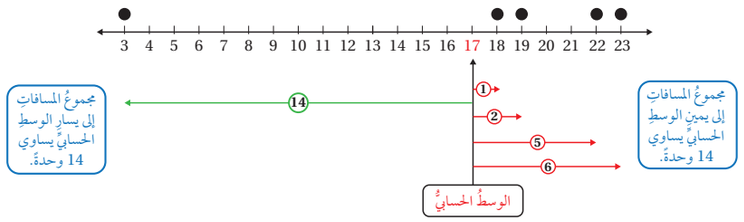
نبّه الطلبة إلى أنه عند احتساب قيمة الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات من بينها القيمة (0) فيجب أن تُحسب هذه القيمة في إجماليّ عدد البيانات.

التقويم التكويني:

اطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. اختر بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وناقشها مع الطلبة على اللوح من دون التعرض لاسم صاحب الحلّ أمام الطلبة؛ تجنبًا لإحراجه.

الخُطْوَةُ 2 أرسمُ مخططًا سهميًّا.

عندَ تمثيلِ البياناتِ بِالنقاطِ ألاحظُ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ العددِ 17 وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي 14، وَمجموعَ المسافاتِ أيضًا بينَ العددِ 17 والقيمةِ الأصغرِ مِنهُ يساوي 14 مِثلَما في الشكلِ أدناهُ.



أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلبياناتِ 45, 52, 40, 39, 41, 50, 48 ، ثمَّ أرسمُ مخططًا سهميًّا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ. انظر الهامش

تُسمّى القيمةُ الأكبرُ بِكثيرٍ أوِ الأصغرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ البياناتِ **قيمةً متطرِّفةً** (extreme value). ألاحظُ في المثالِ السابقِ أنَّ العددَ 3 أصغرُ كثيرًا مِنْ بقيةِ البياناتِ؛ إذنْ، فَهُوَ قيمةٌ متطرِّفةٌ. ألاحظُ أيضًا أنَّ العددَ 3 أدّى إلى إزاحةِ الوسطِ الحسابيِّ نحوَهُ (إلى اليسارِ) بعيدًا عَنْ معظمِ القِيَمِ. إذنْ، **فَوُجودُ القِيَمِ المتطرِّفةِ يؤثِّرُ في الوسطِ الحسابيِّ**، وَيجعلُهُ أقلَّ دقةً عندَ وصفِ مركزِ البياناتِ.

مثال 2

أحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يَأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

1 **93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99**

القيمةُ 43 أصغرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأسفلَ) بِحيثُ تصبحُ أقلَّ مِنْ معظمِ القِيَمِ.

2 $8\frac{1}{2}, 6\frac{5}{8}, 3\frac{1}{8}, 5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{8}, 5\frac{5}{8}, 19\frac{1}{2}, 4\frac{7}{8}$

القيمةُ $19\frac{1}{2}$ أكبرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لِذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأعلى) بِحيثُ تصبحُ أعلى مِنْ معظمِ القِيَمِ.

مِثالٌ 2

- قدم مفهوم القيمة المتطرفة على أنها القيمة الأصغر بكثير أو الأكبر بكثير من باقي البيانات.
- وضح للطلبة القيم المتطرفة في المسألتين (1) (2)، واطلب إليهم حساب الوسط الحسابي مرتين، إحداهما بوجود القيمة المتطرفة والأخرى بعدم وجودها، ثم ملاحظة التأثير الحاصل في الوسط الحسابي.
- بيّن للطلبة أنه إذا كانت القيمة المتطرفة أصغر بكثير من باقي القيم فإنها ستسحب الوسط الحسابي للأسفل، وإذا كانت أكبر بكثير من باقي القيم فإنها ستسحب الوسط الحسابي للأعلى.
- بيّن لهم أن دخول القيم جميعها في حساب الوسط الحسابي هو سبب تأثره بالقيم المتطرفة.
- بيّن لهم أيضًا أن التأثر بالقيم المتطرفة من عيوب الوسط الحسابي.

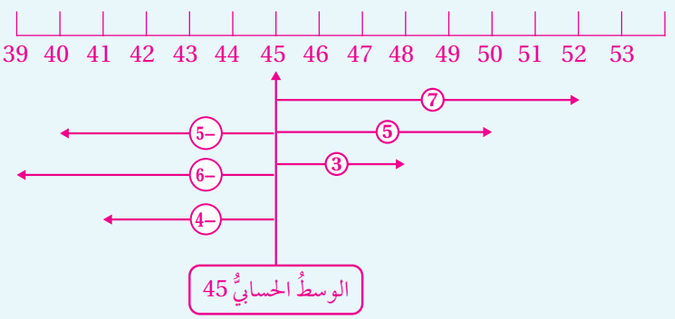
تنبيه:

قد يحتاج الطلبة عند حلّ الفرع الثاني من المثال إلى التذكير بتحويل العدد الكسري إلى كسر، وإلى التذكير بالعمليات الحسابية على الكسور.

توسعة: وجه الطلبة إلى تقديم مثال لبيانات تضمّ قيمتين متطرفتين، إحداهما أصغر من بقية القيم، والأخرى أكبر من بقية القيم، ودراسة تأثيرها في حساب الوسط الحسابي.

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

45



أتحققُ من فهمي:

4 68, 55, 70, 6, 71, 58, 81, 82, 63, 79

6 قيمة متطرفة تسحب الوسط الحسابي للاسفل

3 43, 37, 35, 30, 41, 23, 33, 31, 82, 21

82 قيمة متطرفة تسحب الوسط الحسابي للاعلى

يمكنُ أيضًا حسابُ الوسطِ الحسابيِّ لِلبياناتِ المنظَّمةِ في جداولَ تكراريةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ

سـألَ أنسٌ 10 طلّابٍ في ساحةِ المدرسـةِ عَنْ مقاسِ أحذيتِهِمْ، وَنظّمَ البياناتِ في الجدولِ التّكراريِّ المجاورِ. أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِهذِهِ البياناتِ.

مقاسُ الحذاءِ	التّكرارُ
30	2
32	3
34	1
36	4

الطريقةُ 1:

أَجِدُ مجموعَ القِيَمِ بِتكرارِ جمعِ كلِّ مِنْها بِحسـبِ التّكرارِ المُعطى في الجدولِ، ثمَّ أقسـمُ الناتجَ على عددِ القِيَمِ (مجموعِ التّكراراتِ).

أجمعُ القِيَمَ، وَأقسمُها عَلى عددِها، أُبسّطُ

$$\bar{x} = \frac{30+30+32+32+32+34+36+36+36+36}{10} = \frac{334}{10} = 33.4$$

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ يساوي 33.4

الطريقةُ 2:

يمكنُ إيجادُ مجموعِ القِيَمِ بِضـربِ كلِّ مِنْها في تكرارِها. أُضيفُ إلى الجدولِ عمودًا لِأكتبَ فيهِ ناتجَ الضربِ وصفًّا لِأكتبَ فيه المجموعَ.

التّكرارُ × المقاسُ	التّكرارُ	المقاسُ
$30 \times 2 = 60$	2	30
$32 \times 3 = 96$	3	32
$34 \times 1 = 34$	1	34
$36 \times 4 = 144$	4	36
334	10	المجموعُ

أقسمُ مجموعَ ناتجِ الضربِ على مجموعِ التّكراراتِ

$$\bar{x} = \frac{334}{10} = 33.4$$

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ يساوي 33.4 ، وَهِيَ القيمةُ نفسُها الّتي حصلْتُ عَلَيْها في الطريقةِ الأولى.

130

مثال 3: من الحياة

- قدم مفهوم حساب الوسط الحسابي للبيانات المنظمة في جدول تكراري.
- اطرح الأسئلة الآتية على الطلبة؛ للتحقق من معرفتهم باستخلاص البيانات من الجدول التكراري:
  - » ما عدد الطلبة الذين مقاس حذائهم 32؟ (3)
  - » مـا عدد الطلبـة الذين يقلّ مقـاس حذائهم عن المقاس 34؟ (5)
- اطلب إلى الطلبة تحويل البيانات في الجدول التكراري إلى بيانات مفردة.
- اطلب إليهم حساب الوسط الحسابي لتلك القيم.
- وجه الطلبة لاستخدام الطريقة الثانية في الحل، بإضافة عمود للجدول يُكتب فيه نتيجة ضرب كل قيمة في تكرارها، وإضافة صفّ لإيجاد المجاميع.
- اسأل الطلبة: هل اختلفت الإجابة في الطريقتين؟
- اسألهم: أيّ الطريقتين تفضلون؟ قدموا تبريرات لإجاباتكم.
- بيّن لهم أهمية عامل الوقت في الاختبارات التي يتطلب حلها في وقت محدد، وأن عليهم تعلّم الطرائق الأسرع في الحل.
- شجّعهم على الاطلاع على نماذج لاختبارات أولمبياد الرياضيات.

توسعة: اطلب إلى الطلبة حساب الوسط الحسابي عن طريق تمثيل بياني.

مثال 4: من الحياة

- بيّـن للطلبـة إمـكان حسـاب قيـم مجهولة عـن طريق معرفتهـم بقيم الوسـط الحسـابي.
- اسـألهم: هـل حاصل ضرب الوسـط الحسـابي بعدد القيم يسـاوي مجمـوع القيم؟
- بعد تلقي الإجابات من الطلبة:

» اعرض لهم مفهوم الوسـط الحسابي على اللوح لاسـتنتاج العلاقة بين مجمـوع القيم وحاصل ضرب الوسط الحسابي بعددها.

» بعد توضيح العلاقة، قدم المسـألة، واطلب إلى الطلبة حلها.

توسعة: وجه الطلبة إلى حساب القيمة المفقودة بكتابة معادلة خطية وحلّها.

أتحققُ من فهمي:

سألَتْ سـارةُ 16 طالبةً في الصفِّ السـابعِ عَنْ عددِ أفرادِ أسرةِ كلٍّ مِنْهُنَّ، وَنظّمَتِ البياناتِ في الجدولِ التَّكراريِّ المجاورِ. أَجِدُ الوسـطَ الحسابيَّ لِهذِهِ البياناتِ.

التكرارُ	عددُ أفرادِ الأسرة
1	3
3	4
5	5
4	6
3	7

5.31

إذا علمْتُ قيمةَ الوسطِ الحسابيِّ فَإِنَّهُ يُمكنُ استعمالُها لِحسابِ قيمةٍ مجهولةٍ في البياناتِ.

مثال 4: منَ الحياةِ

نقودٌ: لدى باسـمةَ 6 قطعٍ نقديةٍ دائريةٍ مِنْ بُلدانٍ مُتَنوِّعةٍ. إذا كانَتْ أقطارُ 5 مِنْ هذِهِ القطعِ بِالسنتيمتراتِ 2.9, 5.1, 3.1, 4.9, 2.4 وَالوسطُ الحسابيُّ لِأقطارِ القطعِ النقديةِ السّتةِ معًا يساوي 3.5 cm ، فَما قُطْرُ القطعةِ النقديةِ السادسةِ؟

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ مجموعَ أقطارِ القطعِ النقديةِ الستةِ بِضربِ الوسطِ الحسابيِّ في عددِ القطعِ النقديةِ جميعِها.

$$3.5 \times 6 = 21 \text{ cm}$$

الخُطْوَةُ 2 أطرحُ مجموعَ أقطارِ القطعِ النقديةِ الخمسةِ المعلومةِ مِنَ المجموعِ الّذي حصلْتُ عَلَيْهِ في الخُطوةِ السابقةِ.

2.4	4.9	3.1	5.1	2.9	?
21					
3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5

$$21 - (2.4 + 4.9 + 3.1 + 5.1 + 2.9) = 2.6$$

إذنْ، طولُ القطعةِ النقديةِ السادسةِ يساوي 2.6 cm

أتحققُ من فهمي:

تتكونُ عائلةُ سعدٍ مِنْ 8 أشخاصٍ، وَالوسـطُ الحسابيُّ لِأطوالِهِمْ جميعًا يساوي 150 cm ، إذا كانَتْ أطوالُ 7 أشخاصٍ مِنَ العائلةِ بِالسنتيمتراتِ هِيَ 135, 143, 178, 96, 114, 186, 170 ، فَما طولُ الشخصِ الثامنِ؟

178 cm

131

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالبًا تمكّن من حلّها ليعرض حله على اللوح.

تنبيه:

قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المسألتين 5-4 إلى التذكير بجمع الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية، وطرحها.

مهاراتُ التفكير العُليا

- وجه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، واطلب إليهم حل المسائل 13-9 .

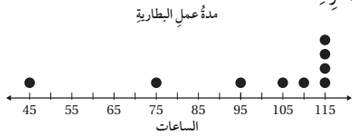
الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائل

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِكلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، ثمَّ أرسمُ مخططًا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بَيْنَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ:

1 مدةُ عملِ البطاريةِ



98.88

2 أسعارُ الدراجاتِ

46.25

أُحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

3 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100

(22) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للاسفل

4 −15, 13, −7, −9, −11, −13, −14, −14

(13) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للاعلى

5 1.2, 2.3, −0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2

(7.9) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للاعلى

6 يبيّنُ الجدولُ التّكراريُّ المجاورُ عددَ أسماكِ الزينةِ في 50 حوضًا زجاجيًّا معروضةً لِلبيعِ في أحدِ المعارضِ. أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ الأسماكِ في الأحواضِ الزجاجيةِ.

عددُ الأسماكِ	التّكرارُ
18	15
19	9
20	3
21	4
22	13
23	6

20.18

7 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِلقِيَمِ 149, 145, Δ, 142, 161 يساوي 145، فَأَجِدُ قيمةَ Δ .

128

8 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِلقِيَمِ 14, 32, □, 77, −17, −52 يساوي 11 ، فَأَجِدُ قيمةَ □ .

12

معلومة

متحفُ الأحياءِ البحريةِ في مدينةِ العقبةِ مقصدٌ سياحيٌّ لِعشاقِ التأملِ وَالاستكشافِ؛ لما يُعرَضُ فيهِ مِنْ كنوزِ البحرِ الأحمرِ.

مهاراتُ التفكير العُليا

أكتشــفُ الخطأَ: يعملُ خالدٌ مهندسًــا، وَقدْ أحصى عددَ الحُفَرِ في عددٍ مِنَ الشوارعِ الفرعيةِ، وَنظّمَها في الجدولِ التّكراريِّ الآتي:

عددُ الحُفَرِ في الشارعِ	5	6	7	8	9
التّكرارُ	5	8	6	3	5

ثمَّ حسبَ خالدٌ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ الحُفَرِ في الشوارعِ على النحوِ الآتي:

$$5+8+6+3+5=27$$

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ يساوي $\frac{27}{5}$

معلومة

تتكوّنُ حُفَرُ الشوارعِ نتيجةَ الماءِ الموجودِ في التربةِ الّتي أسفلَ الشارعِ، حيثُ تُجهدُ حركةُ المرورِ فَوْقَ المنطقةِ الّتي تحتَها تربةٌ مبتلةٌ سطحَ الأسفلتِ وَتكسرُهُ.

9 هلْ إجابةُ خالدٍ صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتي. (لا): لانه لم يقم بايجاد مجموع الحفر بالشــوارع بجمع كل منها بحسب التكرار المعطى بالجدول

10 أكتبُ تعليماتٍ واضحةً يمكنُ أنْ يســتعملَها خالدٌ لِإيجادِ الوســطِ الحسابيِّ بِشكلٍ صحيحٍ.
- أجد مجموع القيم بضرب كل منها في تكرارها
- أضف عامودًا للجدول لاكتب فيه نواتج الضرب وصفا لاكتب فيه المجموع
- أقسم مجموع نواتج الضرب على مجموع التكرارات

إرشاد

أَجِدُ أوّلًا مجموعَ تكراراتِ عددِ الأهدافِ باستعمالِ القيمتَينِ اللّتَينِ أعلمُ أنَّهما صحيحتانِ.

11 **أكتشــفُ الخطأَ:** لــمْ يحضرْ هيثمٌ حصةَ الرياضيــاتِ؛ لِأنَّــهُ ذهبَ لِيمثّــلَ المدرســةَ في المســابقةِ العلميةِ، لكنَّهُ نســخَ دفتــرَ زميلِهِ. في اليومِ التّالي شاهدَ المعلمُ دفترَ هيثمٍ، فَأخبرَهُ أنَّهُ أخطأَ في نَسْــخِ أحدِ أعدادِ الجدولِ المجاورِ، لكنَّ العددَينِ 25 وَ 1.88 صحيحانِ. ما العددُ الّذي أخطأَ هيثمٌ في نسخِهِ؟ أبرّرُ إجابتي.

عددُ الأهدافِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ القدمِ في 25 مباراةً

عددُ الأهدافِ	التّكرارُ
0	4
1	7
2	6
3	3
4	3
5	1
المجموع	25

الوسطُ الحسابيُّ لِعددِ الأهدافِ يساوي 1.88

انظر الهامش

12 **تحدٍّ:** إذا كانَ الوســطُ الحسابيُّ لِعددَينِ يساوي 3 ، وَالوســطُ الحسابيُّ لِثلاثةِ أعدادٍ أُخرى يساوي 7، أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلأعدادِ الخمسةِ معًا. أبرّرُ إجابتي. انظر الهامش

13 **أكتبُ:** كيفَ أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِبياناتٍ ممثَّلةٍ في جدولٍ تكراريٍّ؟

إجابات متعددة

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- اطرح السؤال الآتي على الطلبة: إذا كان الوسط الحسابي للأجر الشهري لـ10 عمّال في أحد المصانع هو 500 دينار، فأجب عمّا يأتي:
  - « ما الوسط الحسابي لأجور العمال عند منح كل عامل علاوة قدرها 25 دينارًا؟
  - « كم يصبح الوسط الحسابي للأجور إذا منح عامل واحد فقط علاوة قدرها 100 دينار؟
  - « إذا قرّر المصنع مضاعفة الأجور للعمال جميعًا، فكم يصبح الوسط الحسابي؟

نشاط التكنولوجيا

- شجع الطلبة على الدخول إلى الرابط أدناه في المنزل والاستمتاع باللعبة؛ لتعزيز مهاراتهم في حساب الوسط الحسابي:

https://www.mathsisfun.com/data/mean-machine.html

تنبيه:

اللعبة الموجودة على الرابط تشتمل على مصطلحات باللغة الإنجليزية؛ وضح للطلبــة معنى كل مصطلح لتسهيل تعاملهم معها.

تعليمات المشروع

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات العددية التي جُمعت، وإيجاد الوسط الحسابي لها، واكتشاف القيم المتطرفة -إن وجدت-.

6 الختام

- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، واطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط والمتدني حل سؤال على ذلك.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

11) أجد مجموع الاهداف :

$$1.88 \times 25 = 47$$

أجد مجموع الاهداف من الجدول:

$$(0\times4)+(1\times7)+(2\times6)+(3\times3)+(4\times3)+(5\times1) = 45$$

إذن هنالك خطا في رصد هدفين $47-45=2$ لذلك هنالك خطأ في التكرار الذي يقابل عدد الاهداف 2 والصحيح ان يكون التكرار7 بدلا من 6

12) مجموع العددين: $2 \times 3 = 6$

مجموع الاعداد الثلاثة: $3 \times 7 = 21$

الوسط الحسابي للاعداد الخمسة $\bar{x} = \frac{21+6}{5} = 25.2$

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- يحسب الوسيط والمِنوال والمدى لبيانات معطاة.
- يحدد المقياس الأنسب من مقاييس النزعة المركزية والمدى لوصف بيانات معطاة.

التعلم القبلي:

- يتعرف أنواع البيانات (بيانات عددية، بيانات غير عددية).
- يستخلص النتائج من بيانات ممثَّلة بمخطط النقاط المجمعة وبالأعمدة.
- يقارن بين الأعداد، ويرتبها ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.
- يُجري العمليات الحسابية على الكسور العشرية الاعتيادية.

1 التهيئة

- استخدم **ورقة المصادر (1): عائلات**
- اعرض البطاقات بعد قصّها من ورقة المصادر على اللوح، واطلب إلى طالبٍ ترتيب بطاقات كل عائلة بحسب العمر ترتيبًا تنازليًّا.
- بعد ترتيب البطاقات وجّه للطلبة الأسئلة الآتية:
  - « ما الوسط الحسابي لأعمار الأطفال لكل عائلة من العائلات الثلاث؟ (عائلة أحمد:7)، (عائلة سلطان: 10)، (عائلة عمر: 4)
  - « من الطفل الأوسط في كل عائلة؟ (عائلة أحمد: خالد ذو السنوات الخمس)، (عائلة سلطان: هبة ذات السنوات الستّ)، (عائلة عمر: خلود ذات السنوات الأربع)
  - « ما الاسم الأكثر تداولًا بين الأطفال في العائلات الثلاث؟ (محمد)
  - « ما أكبر عُمُر وأصغر عُمُر في عائلة أحمد؟ (أكبر عمر 15، أصغر عمر 2)
  - « في أي العائلات تبدو أعمار الأطفال أكثر تقاربًا؟ في عائلة عمر

- تقبل إجابات الطلبة جميعًا، واحرص على مناقشة الإجابات خارج مفهوم الوسيط والمنوال حين سؤالك عن الطفل الأوسط والاسم الأكثر تداولًا.
- عند مناقشة إجابة السؤال المتعلق بالطفل الأوسط، تذكر أن تسأل عن عدد الأطفال الذين هم أصغر منه عُمُرًا وعدد الأطفال الذين هم أكبر منه عُمُرًا.

فكرةُ الدرسِ

أحسبُ الوسيطَ وَالمِنوالَ وَالمَدى، وَأحددُ المقياسَ الأنسبَ لِوصفِ البياناتِ.

المصطلحاتُ

الوسيطُ، المِنوالُ، المَدى

أستكشفُ

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ غزلانِ الريمِ في حديقةِ حيواناتٍ:

38, 22, 41, 29, 36, 40, 33

1) ما الكتلةُ الّتي تتوسطُ البياناتِ؟

2) ما عددُ الكتلِ الأكبرِ مِنْها؟

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ الوسطَ الحسابيَّ وَكيفيةَ استعمالِهِ لِوصفِ مركزِ البياناتِ، وَيمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ **الوسيطِ** (median)، وَهُوَ العددُ الأوسطُ في البياناتِ المرتَّبةِ تصاعديًّا أَوْ تنازليًّا عندَما يكونُ عددُها فرديًّا، أَوْ هُوَ الوسطُ الحسابيُّ لِلعددَينِ الأوسطَينِ عندَما يكونُ عددُ البياناتِ زوجيًّا.

عددُ البياناتِ فرديٌّ	عددُ البياناتِ زوجيٌّ
1, 3, 3, 6, 7, 8, 9	2, 2, 3, 5, 9, 11, 12, 15
الوسيطُ يساوي 6	الوسيطُ هُوَ $\frac{5+9}{2} = 7$

أفكّر

هلْ يتأثرُ الوسيطُ بِالقِيَمِ المتطرِّفةِ؟

يمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ **المنوالِ** (mode)، وَهُوَ القيمةُ الأكثرُ تكرارًا في البياناتِ.

مثال 1: منَ الحياةِ

الرفقُ بِالحيوانِ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الحيواناتِ المريضةِ الّتي عالجَتْها جمعيةٌ لِرعايةِ الحيواناتِ في **8** أشهرٍ. أَجِدُ الوسيطَ وَالمنوالَ لِهذِهِ البياناتِ.

عددُ الحيواناتِ المريضةِ			
29	44	50	38
47	38	56	94

لِحسابِ الوسيطِ أَتبعُ الخُطواتِ الآتيةَ:

الخُطوةُ 1 أرتّبُ البياناتِ تصاعديًّا.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

ملاحظات المعلم

2 الاستكشاف

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، واسألهم:
  - ما المحمية الطبيعية في الأردن التي تتواجد فيها الغزلان؟ محمية الشومري
  - ما الكتلة الوسطى بحسب البيانات؟ (36)
  - ما عدد القيم التي تقع تحت الكتلة الوسطى؟ (3)
  - ما عدد القيم التي تقع فوق الكتلة الوسطى؟ (3)
- ناقش إجابات الطلبة خارج سياق الرياضيات (استخدم كلمة تتوسط البيانات بدلًا من الوسيط).

المفاهيم العابرة للمواد

أكد المفاهيم العابرة للمواد أينما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في سؤال (**أستكشف**) عزّز وعي الطلبة بأهمية المحميات الطبيعية في الحفاظ على الأنواع المختلفة من الحيوانات من الانقراض؛ للحفاظ على التوازن البيئي.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- قدم مفهوم الوسيط على أنه قيمة واحدة مثلما الوسط الحسابي، وأنه يستخدم لوصف مركز بيانات عددية.
- وضح للطلبة كيفية تحديد الوسيط لعدد فردي ولعدد زوجي من البيانات.
- قدم مفهوم المنوال على أنه يمثل قيمة واحدة أو أكثر، تستخدم للتعبير عن القيمة أو القيم الأكثر تكرارًا أو شيوعًا بين مجموعة من البيانات التي قد تكون عددية أو غير عددية.
- وجه الطلبة إلى المقارنة بين الوسيط والوسط الحسابي والمنوال من حيث التأثر بالقيم المتطرفة حين حسابك الوسيط والمنوال في المثال، مشيرًا إلى العدد 94 وسؤالهم على وجه التحديد: هل دخلت القيمة (94) في حساب الوسيط؟ هل تدخل القيمة 94 في حساب الوسط الحسابي؟ هل تدخل هذه القيمة في حساب المنوال؟

توسعة: قدم مجموعة مختلفة من البيانات مثل: العمر، ولون العيون، والوزن، والجنس، والطول، والأسماء. واطلب إليهم تحديد ما يمكن حسابه لها من بين مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال.

تنبيه: عند إيجاد الوسيط قد ينسى الطلبة إعادة ترتيب القيم تصاعديًّا أو تنازليًّا؛ لذا اطلب إليهم بيان سبب أهمية الترتيب في حساب الوسيط.

تنبيه: قد لا يدرك بعض الطلبة إمكانية أن يكون هنالك أكثر من منوال للبيانات؛ لذا حاول أن تقدم مثالًا لبيانات لها أكثر من منوال.

التقويم التكويني:

- اطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. اختر بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وناقشها على اللوح من دون التعرض لاسم صاحب الحل أمام الطلبة؛ تجنبًا لإحراجه.

الخُطْوَةُ 2 أُحدّدُ موقعَ الوسيطِ.

بِما أنَّ عددَ البياناتِ زوجيٌّ فَإنَّ الوسيطَ يقعُ بينَ العددَينِ الأوسطَينِ. أُحدّدُ العددَينِ الأوسطَينِ، ثمّ أحسبُ الوسطَ الحسابيَّ لَهُما.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

$\frac{44+47}{2} = 45.5$

إذنْ، الوسيطُ يساوي 45.5

لِإيجادِ المِنوالِ، أُحدّدُ القيمةَ الأكثرَ تكرارًا وَهِيَ 38. إذنْ، المِنوالُ يساوي 38

أتحققُ من فهمي:

تمثّلُ البياناتُ الآتيةُ عددَ السُّعراتِ الحراريةِ في عددٍ مِنْ حبّاتِ الفاكهةِ. أَجِدُ الوسيطَ وَالمِنوالَ لهذهِ البياناتِ.

38, 50, 44, 29, 94, 56, 38, 47 الوسيط (45.5) ، المنوال (38)

معلومٌ أنَّ الوسطَ الحسابيَّ وَالوسيطَ وَالمِنوالَ مقاييسُ نزعةٍ مركزيةٍ تصفُ مركزَ البياناتِ بِطرائقَ مختلفةٍ، إلّا أنَّها لا تقدّمُ أيَّ معلومةٍ حولَ تشتّتِ البياناتِ وَتباعُدِها. ولقياسِ مقدارِ تشتُّتِ البياناتِ وَتباعُدِها نستعملُ **المَدى** (range) وَهُوَ يساوي الفرقَ بينَ أكبرِ قِيَمِ البياناتِ وَأصغرِها. وَتدلُّ القيمةُ الكبيرةُ لِلمَدى على أنَّ البياناتِ متباعدةٌ، أمّا القيمةُ الصغيرةُ لَهُ فَتدلُّ على أنَّ البياناتِ قريبةٌ مِنْ بعضِها بعضًا.

مثال 2: منَ الحياةِ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ كُتَلَ الأطفالِ الّذينَ وُلدوا في أحدِ المستشفياتِ يومَي الثلاثاءِ وَالأربعاءِ بِالكيلوغرامِ. أَجِدُ مدى كُتَلِ المواليدِ في كلِّ يومٍ ، ثمَّ أحددُ اليومَ الّذي كانَتْ فيهِ كُتَلُ المواليدِ أكثرَ تجانسًا.

الثلاثاءُ			الأربعاءُ		
4.6	3.8	2.8	4.8	3.8	2.7
3.9	3.5	3.3	4.2	1.9	3.1
2.9	4.1		3.1	3.9	

الثلاثاءُ: أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هِيَ 4.6 ، وَأصغرُ القِيَمِ هِيَ 2.9، إذنْ، المدى هُوَ: $4.6 - 2.9 = 1.7$

الأربعاءُ: أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هِيَ 4.8 ، وَأصغرُ القِيَمِ هِيَ 1.9، إذنْ، المدى هُوَ: $4.8 - 1.9 = 2.9$

إذنْ، كُتَلُ الأطفالِ الّذين وُلدوا يومَ الثلاثاءِ أكثرُ تجانسًا؛ لأنَّ قيمةَ المدى لِكُتَلِهِمْ أقلُّ.

أتحققُ من فهمي: المدى للمحل الاول (117) ، المدى للمحل الثاني (55)، اذن المحل الثاني الاسعار فيه اكثر تجانسا.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ أسعارَ عُبوّاتِ عطورٍ بِالدينارِ في محلَّينِ مختلفَينِ. أَجِدُ مدى أسعارِ عُبوّاتِ العطورِ في كلِّ محلٍّ ، ثمَّ أحددُ المحلَّ الّذي فيهِ أسعارُ عبوّاتِ العطورِ أكثرُ تجانسًا.

المحلُّ الأولُ			المحلُّ الثاني		
88	44	55	78	45	50
23	40	140	95	65	61
50	35		40	75	

مثال 2: من الحياة

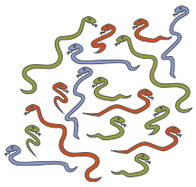
- بيّن للطلبة أن مقاييس النزعة المركزية تصف تجمّع أو تمركز البيانات حول قيمة معينة، في حين أن المدى يصف تشتت القيم وتباعدها عن بعضها بعضًا.
- بيّن لهم مدلول قيمة المدى كمؤشر لوصف تجانس البيانات أو تشتتها، وأن القيمة كلما زادت دلّ ذلك على تشتت البيانات، وكلما قلت دلّ ذلك على تجانس البيانات وتقاربها.
- ناقش حل المثال (2) على اللوح مع الطلبة للحكم على أي الأيام كانت فيه كتل المواليد أكثر تجانسًا.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المثال إلى التذكير بجمع الأعداد العشرية وطرحها، ومقارنتها.

توسعة: وجه الطلبة إلى حساب مقاييس النزعة المركزية والمدى عن طريق التمثيل البياني.

في بعضِ الأحيانِ يكونُ اســتخدامُ أحدِ المقاييسِ مناســبًا أكثرَ مِنِ استخدامِ المقاييسِ الأُخرى، وَذلكَ بِحسبِ نوعِ البياناتِ (عددية أَوْ غيرَ عددية) أَوْ بِحسبِ تباعُدِها وَاحتوائِها عَلى قِيَمٍ متطرِّفةٍ.

مثال 3



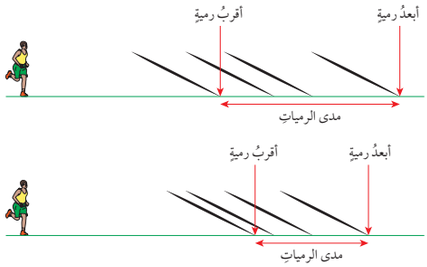
أحدِّدُ ما إذا كانَ يجبُ اســتعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أَوِ الوسيطِ أَوِ المِنوالِ أوِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

1. **تحديدُ لونِ الأقاعي السامةِ الأكثرِ شيوعًا:**

ألوانُ الأقاعي بياناتٌ غيرُ عدديةٍ، لِذلكَ لا يمكنُ وصفُها بِاستعمالِ الوسطِ الحسابيِّ أَوِ الوسيطِ أَوِ المَدى. إذنْ، المقياسُ الوحيدُ الّذي يمكنُ استعمالُهُ لِوصفِ هذِهِ البياناتِ هُوَ المِنوالُ.

مِنوالُ هذِهِ البياناتِ هُوَ اللونُ الأخضرُ؛ لِأَنَّهُ الأكثرُ تكرارًا.

2. **تحديدُ الرياضيِّ الّذي رَمياتُهُ أكثرُ تجانسًا في لعبةِ رميِ الرُّمحِ:**



الرّمياتُ القريبةُ مِنْ بعضِها بعضًا هِيَ الأكثرُ تجانسًا. أستعملُ المَدى لِأحدّدَ مقدارَ تباعُدِ الرّمياتِ.

3. **وصفُ مركزِ القِيَمِ في الشكلِ الآتي وَالّتي تمثّلُ رواتبَ عشرةِ موظّفينَ، أحدُهُمْ مُديرٌ:**

تحتوي البياناتُ قيمةً متطرِّفةً إلى أقصى اليمينِ، وَيبدو أنَّها راتبُ المديرِ. إذنْ، استعمالُ الوسيطِ أنسبُ في هذِهِ الحالةِ مِنِ استعمالِ الوسطِ الحسابيِّ؛ لِأَنَّهُ لا يتأثّرُ بِالقِيَمِ المتطرِّفةِ.

أتحققُ من فهمي:

4. تريدُ مريمُ أنْ تعرفَ متوسطَ لونِ العيونِ في صفِّها. المنوال

5. يريدُ ريّانُ إيجادَ مركزِ القيمِ الآتيةِ الّتي تمثّلُ درجاتِ زُملائِهِ في امتحانِ مادّةِ العلومِ:

15 15 14 17 15 12 15 18 15 الوسط الحسابي

أتعلم

يمكنُ استعمالُ كلمةِ **المتوسط** للدلالةِ على مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ (الوسطِ الحسابيِّ، وَالوسيطِ، والمنوال).

مِثالٌ 3

- وضح للطلبة خصائص كل مقياس من مقاييس النزعة المركزية والمدى، والحالات التي يفضل فيها استخدام مقياس على آخر معتمدًا على معيار نوع البيانات (عددية، غير عددية)، وتباعد البيانات أو تقاربها.
- ناقش مع الطلبة حل مثال (3) على اللوح؛ لتوضيح سبب اختيار الإحصائي المقياس الأنسب مع المواقف الواردة في كل بند من بنود المثال.

توسعة: وجه الطلبة إلى إكمال الخريطة المفاهيمية التي توضح استخدامات المؤشرات الإحصائية التي تعلموها والواردة في ورقة المصادر رقم (2).

تحذير:

- قد لا يميز الطلبة بين استخدام الوسط الحسابي أو الوسيط مع الموقف في البند 3؛ لذا اطلب إليهم الانتباه للقيم المتطرفة في البيانات قبل إصدار الحكم.
- وجه الطلبة إلى أن ترتيب البيانات مهم لحساب الوسيط، ولكنه غير مهم لحساب الوسط الحسابي والمنوال والمدى.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائل

طقسٌ: قاسَتْ شروقُ كمّيةَ هَطلِ الأمطارِ في حديقةِ منزلِها خلالَ 14 يومًا مِنْ شهرِ كانونِ الأولِ، وَسجّلَتِ القِيَمَ كما يأتي:

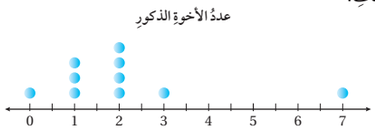
1.5 cm	3.9 cm	0.0 cm	0.7 cm	0.0 cm
5.9 cm	2.4 cm	3.4 cm	4.7 cm	0.0 cm
2.1 cm	4.5 cm	1.7 mm	3.1 cm	

أفكر
أيُّها يتأثرُ بالقِيَمِ المتطرِّفةِ: الوسطُ الحسابيُّ، أَمِ الوسيطُ؟

أَجِدُ:

1. الوسيطَ 2.25
2. الوسطَ الحسابيَّ 2.42
3. المِنوالَ 0
4. المَدى 5.9

5. **أسرةٌ**: سألَتْ أسماءُ بعضَ طالباتِ صفِّها عَنْ عددِ إخوانِهِنَّ، ثمَّ مثّلَتِ الإجاباتِ كَما في الشكلِ أدناهُ. أَجِدُ الوسيطَ وَالوسطَ الحسابيَّ، ثمَّ أحدّدُ أيُّهما أفضلُ لِوصفِ مركزِ هذِهِ البياناتِ.



عبدُاللهِ وَكِنانُ سبّاحانِ يتنافسانِ دائمًا في البطولاتِ، وَيبيّنُ الجدولُ الآتي ملخَّصًا لِلنتائجِ الّتي أحرزاها في آخرِ 10 بطولاتٍ. بناءً عَلَيْهِ، أكملُ الجملَ الآتيةَ:

	المَدى (بِالثواني)	الوسيطُ (بِالثواني)
عبدُاللهِ	3.9	72.3
كِنانُ	7.2	71.6

6. كنان ..... أسرعُ بِالمتوسطِ مِنْ ..... عبدالله .....

7. النتائجُ الّتي يحرزُها ..... عبدالله ..... منسجمةٌ أكثرَ مِنَ النتائجِ الّتي يحرزُها ..... كنان .....

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة فاختر طالبًا تمكّن من حل المسألة ليعرض حلّه على اللوح.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المسائل 4–1 إلى التذكير بالعمليات الحسابية على الأعداد العشرية ومقارنتها.

مسائل مهاراتُ التفكير

- وجه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، واطلب إليهم حل المسائل 17–13

الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

لديك خمس بطاقات مكتوب في كل منها رقم ضمن منزلة الآحاد، جد القيم المحتملة للأرقام المدونة على البطاقات إذا علمت أن قيمة الوسط الحسابي= الوسيط = المنوال = المدى (ملاحظة: يسمح بالتكرار).

- اسأل الطلبة إن كان هنالك حلّ وحيد فقط أو أكثر من حلّ.
- قدم بعض الحلول (2.5,5,5,5,7.5) (3, 4, 5,5,8)

نشاط التكنولوجيا:

- شجع الطلبة على استخدام برمجية CODAP (Common Online Data Analysis Platform)، فهي مجانية وسهلة الاستخدام، ويمكن استخدامها على الإنترنت من دون الحاجة إلى تثبت من الرابط:

ttps://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html

فعن طريقها يتمكن الطالب من حساب المؤشرات الإحصائية التي تعلمها، وذلك باتباع الخطوات الموضحة **بورقة المصادر (3): خطوات استخدام برمجية CODAP**

تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات العددية التي جُمعت للمشروع وحلّ البند رقم (6).

6 الختام

- وجه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**)؛ للتأكد من فهمهم تحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات. يمكنك عمل خريطة ذهنية، وعرضها على اللوح أمام الطلبة.

أحدّدُ ما إذا كانَ يجبُ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أمِ الوسيطِ أمِ المِنوالِ أمِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

8 تريدُ منارُ أنْ تجدَ مركزَ القِيَمِ الآتيةِ وَالّتي تمثّلُ أعمارَ 7 مِنْ أفرادِ عائلتِها:
5 88 32 18 25 34 12
الوسيط

9 يريدُ معلمُ الرياضياتِ تحديدَ الدرجةِ الّتي نصفُ درجاتِ الطلبةِ أقلُّ مِنْها.
الوسيط

أَجِدُ القِيَمَ الممكنةَ جَميعَها لِلعددِ المجهولِ على البطاقةِ السابعةِ في كلٍّ مِنَ الحالاتِ الآتيةِ:

13	12	18	16
17	10	?	

10 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 14 العدد المجهول على البطاقة 14

11 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 16 العدد المجهول على البطاقة هو اي عدد اكبر من 18

12 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 13 وَالمَدى يساوي 9
العدد المجهول على البطاقة هو 9

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشاد
ألاحظُ أنَّ عددَ البياناتِ زوجيٌّ؛ لِذا، فَإنَّ الوسيطَ يساوي الوسطَ الحسابيَّ لِلعددَينِ الأوسطَينِ.

13 **تبريرٌ**: إذا كانَ الوسيطُ لِلقيمِ المرتَّبةِ تصاعديًّا 12, 8, □, Δ, 3, 2 يساوي 6، فَأَجِدُ القِيَمَ الممكنةَ جميعَها لِكلٍّ مِنْ Δ وَ □ .
الاعداد المحصورة بين 3 و 8 ومجموعها يساوي 12

14 **مسألةٌ مفتوحةٌ**: أكتبُ مجموعةَ أعدادٍ وسطُها الحسابيُّ 28، وَوسيطُها 29، وَمَداها 18 . إجابات متعددة

15 **مسألةٌ مفتوحةٌ**: أصفُ موقفًا حياتيًّا لا يكونُ فيهِ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ مناسبًا لِوصفِ مركزِ البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ المقياسَ الأنسبَ لِوصفِ هذِهِ البياناتِ. إجابات متعددة

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ** : أكتبُ مثالًا لبياناتٍ يكونُ فيها الوسطُ الحسابيُّ يساوي الوسيطَ وَيساوي قيمةَ المنوالِ. إجابات متعددة

17 **أكتبُ** كيفَ أحددُ المقياسَ الأنسبَ لوصفِ البياناتِ؟ إجابات متعددة

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- يمثل البيانات بمخطط الساق والورقة.
- يختبر صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

التعلم القبلي:

- يتعرف طرائق تمثيل البيانات (الأعمدة، النقاط المجمعة، القطاعات الدائرية).
- يستخلص النتائج من الرسومات البيانية (الأعمدة، النقاط المجمعة، القطاعات الدائرية).

1 التهيئة

- أعطِ كل طالب بطاقتين، إحداهما على شكل ورقة شجرة والأخرى على شكل ساقها.
- اطلب إلى كل طالب رصد علامته في الرياضيات بالفصل الأول بحيث توضع منزلة الآحاد على الورقة، والعشرات على الساق.
- اطلب إلى الطلبة جمع البطاقات التي عبّؤوها لعمل شجرة واحدة تمثل جميع علامات الفصل في الرياضيات، وبيّن لهم الضابطين الآتيين قبل الشروع في العمل:
- يسمح بتكرار الأوراق التي تحمل الرقم نفسه، ولا يسمح بتكرار السيقان التي تحمل الرقم نفسه.
- تثبت السيقان فوق بعضها بعضًا بترتيب تنازلي، وتلصق الأوراق جميعها باتجاه واحد بمحاذاة رقم الساق الخاص بها.
- اطلب إلى كل طالب الخروج بنفسه إلى اللوح وتثبيت الساق والورقة التي يمتلكها في المكان الصحيح على الشجرة.
- يمكنك الاحتفاظ بالشجرة المشكَّلة إلى نهاية الدرس للرجوع إليها لتثبت معلومات الطلبة.

الدرسُ 3 التمثيلُ بِالساقِ وَالورقةِ

فكرةُ الدرسِ

أمثّلُ البياناتِ بمخططِ الساقِ وَالورقةِ وأختبرُ صحةَ فرضيةٍ بالاعتمادِ على بياناتٍ مُعطاةٍ.

المصطلحاتُ

مخططُ الساقِ والورقةِ، الفرضية.

أستكشفُ

رسَمَتْ رشا الصورةَ المجاورةَ وَقالَتْ لِزميلاتِها: إنَّ فيها 15 عددًا مِنْ منزلتَينِ. ما هذِهِ الأعدادُ؟

الساقُ	الورقةُ
1	2
2	3 4 5 5
3	0 1 2
4	0 6
5	0 3 4 5 9

مخططُ الساقِ وَالورقةِ (stem–and–leaf diagram) هُوَ طريقةٌ لِتنظيمِ البياناتِ تقسَّمُ فيها كلُّ قيمةٍ في البياناتِ إلى جزأَينِ هُما: الساقُ وَهُوَ الرقْمُ (أَوِ الأرقامُ) الَّذي في المنزلةِ الكبرى، وَالورقةُ وَهِيَ الأرقامُ الأُخرى.

15, 16, 21, 23, 23, 26, 26, 30, 32, 41

الساقُ	الورقةُ
1	5 6
2	1 3 3 6 6
3	0 2
4	1

طريقةُ تمثيلِ العددِ 32

مثال 1: منَ الحياةِ

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ عددٍ مِنْ طلبةِ الصفِّ التاسعِ. أمثّلُ الكُتَلَ بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

46	52	71	67	55	72	63	60	48	54
49	61	56	58	52	64	48	45	65	57

الخُطوةُ 1 أَجِدُ أكبرَ وَأصغرَ عددٍ في البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ الرقْمَ الّذي في المنزلةِ الكبرى لِكلٍّ مِنْهُما:

أكبرُ عددٍ 72، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 7، وَأصغرُ عددٍ 45، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 4

الخُطوةُ 2 أرسمُ خطًّا رأسيًّا وَآخَرَ أفقيًّا، وَأكتبُ كلمتَيِ (الساقُ) وَ(الورقةُ) كَما في الشكلِ المجاورِ، ثمَّ أكتبُ السيقانَ مِنْ 4 إلى 7

الساقُ	الورقةُ
4	
5	
6	
7	

2 الاستكشاف

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، واسألهم:
  - « ما أجزاء النبتة؟ (ساق، وجذر، وورقة، وزهرة)
  - « ما عدد الأوراق على الشجرة في الشكل؟ (15)
  - « ما عدد البيانات التي يمثلها الشكل المرسوم؟ (15)
  - « اطلب إلى الطلبة أن يذكروا أعدادًا من البيانات التي يمثلها الشكل. (12,23, 24, 25.....)

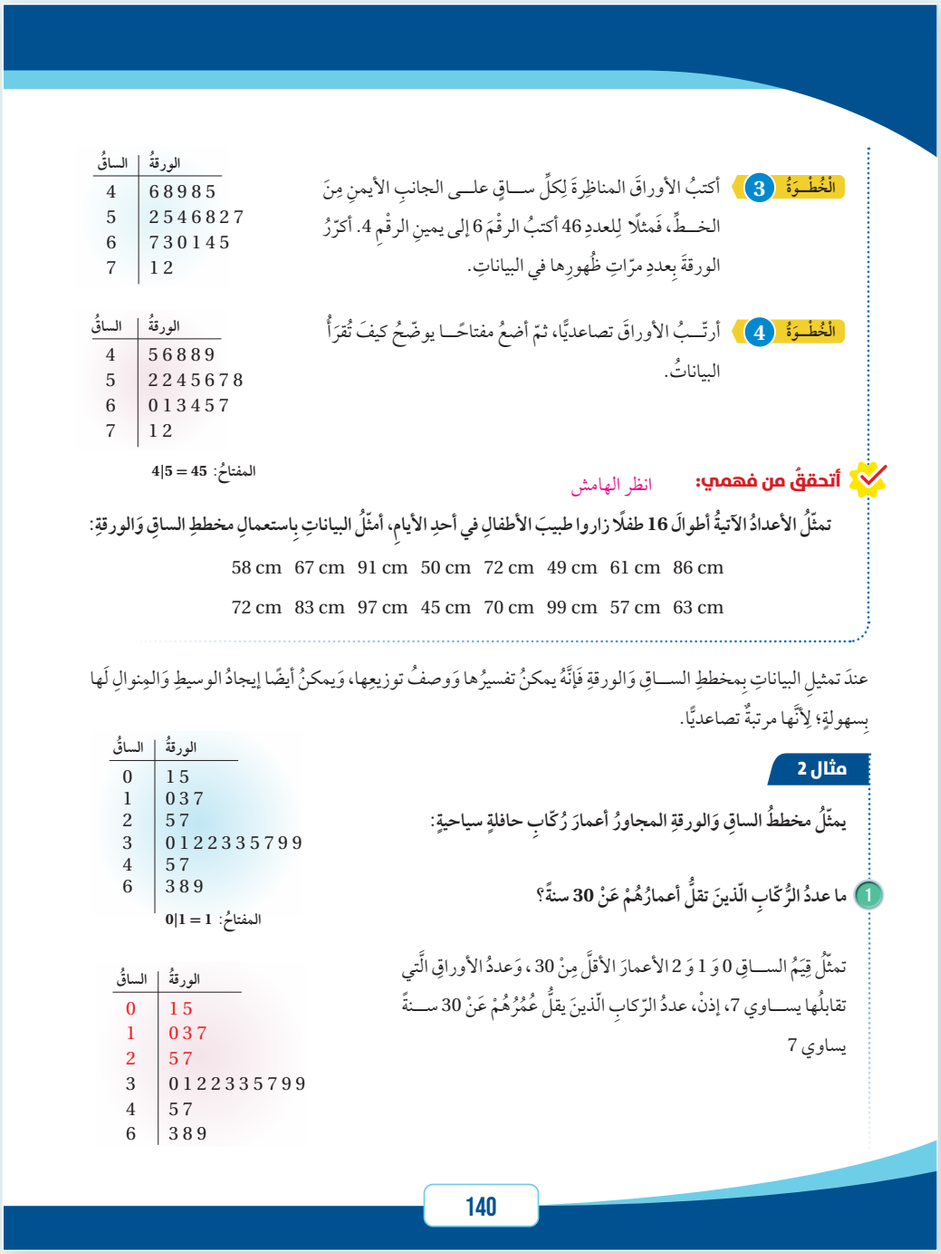
3 التدريس

مِثالٌ 1

- قدم مفهوم مخطط الساق والورقة مبينًا أن القيم فيه تقسم جزأين، هما: الساق: وهو الرقم أو الأرقام في المنزلة الكبرى، والورقة: وتمثل الأرقام الأخرى.
- وضح للطلبة عن طريق نماذج كيف يمكن أن يكون الساق أكثر من رقم، وكيف يمكن أن تكون الورقة جزءًا عشريًّا.
- بيّن لهم أهمية ذكر المفتاح بجوار الرسم.
- بيّن لهم بعد استكمال حلّ المثال أن مخطط الساق والورقة أظهر مجموعة البيانات بطريقة بصرية ومرتبة تصاعديًّا أو تنازليًّا مما يجعل توزيع البيانات أكثر وضوحًا.

مِثالٌ 2

- وضح للطلبة أن تمثيل البيانات بالساق والورقة يسهّل تفسيرها وحساب مقاييس النزعة المركزية والمدى لها.
- وجّه الطلبة قبل البدء بحل المثال للاطلاع على المفتاح المرافق للساق والورقة.
- بعد الانتهاء من حل المثال، اسأل الطلبة: كيف أسهم تمثيل البيانات بالساق والورقة في الوصول إلى النتائج بسهولة مقارنة بحسابها من البيانات من دون تمثيل؟



الخُطْوَةُ 3 أكتبُ الأوراقَ المناظِرةَ لِكلِّ ساقٍ على الجانبِ الأيمنِ مِنَ الخطِّ، فَمثلًا لِلعددِ 46 أكتبُ الرقْمَ 6 إلى يمينِ الرقْمِ 4. أكرّرُ الورقةَ بِعددِ مرّاتِ ظُهورِها في البياناتِ.

الساقُ	الورقةُ
4	68985
5	2546827
6	730145
7	12

الخُطْوَةُ 4 أرتّبُ الأوراقَ تصاعديًّا، ثمّ أضعُ مفتاحًا يوضّحُ كيفَ تُقرَأُ البياناتُ.

الساقُ	الورقةُ
4	56889
5	2245678
6	013457
7	12

المفتاحُ: 4|5 = 45

أتحققُ من فهمي: انظر الهامش

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ أطوالَ 16 طفلًا زاروا طبيبَ الأطفالِ في أحدِ الأيامِ، أمثّلُ البياناتِ باستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

58 cm 67 cm 91 cm 50 cm 72 cm 49 cm 61 cm 86 cm

72 cm 83 cm 97 cm 45 cm 70 cm 99 cm 57 cm 63 cm

عندَ تمثيلِ البياناتِ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ فَإنَّهُ يمكنُ تفسيرُها وَوصفُ توزيعِها، وَيمكنُ أيضًا إيجادُ الوسيطِ وَالمِنوالِ لَها بِسهولةٍ؛ لِأنَّها مرتبةٌ تصاعديًّا.

مثال 2

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أعمارَ رُكّابِ حافلةٍ سياحيةٍ:

الساقُ	الورقةُ
0	15
1	037
2	57
3	0122335799
4	57
6	389

المفتاحُ: 0|1 = 1

1 ما عددُ الرُّكّابِ الّذينَ تقلُّ أعمارُهُمْ عَنْ 30 سنةً؟

تمثّلُ قِيَمُ الساقِ 0 وَ 1 وَ 2 الأعمارَ الأقلَّ مِنْ 30، وَعددُ الأوراقِ الّتي تقابلُها يساوي 7، إذنْ، عددُ الرّكابِ الّذينَ يقلُّ عُمُرُهُمْ عَنْ 30 سنةً يساوي 7

الساقُ	الورقةُ
0	15
1	037
2	57
3	0122335799
4	57
6	389

140

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

الساقُ	الورقةُ
4	95
5	807
6	713
7	220
8	63
9	179

المفتاحُ: 4|9 = 49

2 أَجِدُ المدى.

أكبرُ قِيَمِ البياناتِ 69، وَأصغرُ القِيَمِ 1

المدى $69 - 1 = 68$

الورقةُ	الساقُ
15	0
037	1
57	2
0122335799	3
57	4
389	6

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ عددَ النقاطِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ السلةِ المدرسيُّ في عددٍ مِنَ المبارياتِ:

3 ما عددُ المبارياتِ الّتي أحرزَ فيها الفريقُ أكثرَ مِنْ 20 نقطةً؟ 12

4 أَجِدُ المَدى. 29

5 أَجِدُ الوسيطَ. 22

6 أصفُ توزيعَ عددِ النقاطِ الّتي أحرزَها الفريقُ. غير متجانس

الورقةُ	الساقُ
2	0
22358	1
00113466689	2
001	3

المفتاحُ: $1|2 = 12$

الفَرَضيـةُ (hypothesis) هِيَ توقّعٌ حولَ ظاهرةٍ معينةٍ نريدُ أنْ نختبرَ صحّتَهُ بِجمعِ بياناتٍ مناسـبةٍ، وَتمثيلِها، وَتحليلِها، ثمَّ كتابةِ استنتاجاتٍ بِالاعتمادِ على البياناتِ.

مفهومٌ أساسيٌّ اختبارُ الفرَضياتِ

عندَ دراسةِ ظاهرةٍ ما فَإنَّنا عادةً نتبعُ الخطواتِ الأربعةَ الآتيةَ:

الخطوةُ (1): نضعُ فَرَضيةً حولَ الظاهرةِ.

الخطوةُ (2): نجمعُ بياناتٍ مناسِبةً.

الخطوةُ (3): نمثّلُ البياناتِ تمثيلًا واضحًا، وَنُجري الحساباتِ (مثلًا: نحسبُ الوسطَ الحسابيَّ أَوِ المَدى).

الخطوةُ (4): نكتبُ استنتاجاتٍ مِنْ خلالِها نقبلُ الفرضيةَ أَوْ نرفضُها.

مثال 3: منَ الحياةِ

كرةُ قدمٍ: يريدُ مدرّبُ فريقِ كرةِ قدمٍ أَنْ يستقصيَ اللّياقةَ البدنيةَ لِلاعبي فريقِهِ، فَوضعَ الفرَضيةَ الآتيةَ:

يمكنُ لِأقلَّ مِنْ نصفِ اللاعبينَ أَنْ يقطعوا المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا في أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً.

مثال 3: من الحياة

- قدم مفهوم الفرضية والخطوات المتبَعة عند دراسة ظاهرة ما.
- بيّن للطلبة أن أي فرضية قد تكون صحيحة وقد تكون خاطئة، وأن ذلك يعتمد على الحسابات التي نجريها على البيانات التي نجمعها.
- بيّن لهم أن الفهم الصحيح للفرضية يقود إلى إجراء الحساب الصحيح الذي يمكّننا من اختبار صحة الفرضية.
- اطلب إلى أحد الطلبة حل المثال على اللوح واختبار الفرضية.

توسعة: اطلب إلى الطلبة كتابة فرضية صحيحة وأخرى خاطئة للبيانات الواردة في المثال مستخدمين الوسيط للتحقق من الأولى والوسط الحسابي للتحقق من الأخرى.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- شجع الطلبة على أن يعتادوا عدّ قيم البيانات في كل مجموعة، وكتابتها بجانب رسم الساق والورقة لمقارنتها بعدد القيم الذي يتضمنها مخطط الساق والورقة؛ ليتأكدوا من نقل البيانات جميعها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالبًا تمكّن من حلّ المسألة ليعرض حلّه على اللوح.

تنبيه:

قد يحتاج بعض الطلبة إلى مساعدة عند حل المسألتين 4، 12؛ لذا بيّن لهم أن الجزء الصحيح يمثل الساق والجزء العشري يمثل الورقة.

جمعَ المدرّبُ بياناتٍ بِتسجيلِ الزمنِ الّذي استغرقَهُ كلُّ لاعبٍ لِيقطعَ المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا، وَمثّلَها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ.
بناءً على هذِهِ البياناتِ، هلِ الفرَضيةُ الّتي وضعَها المدرّبُ صحيحةٌ؟

الساقُ	الورقةُ
4	5 6 7 8 9 9
5	0 1 2 2 4 5 6 7 8 9 9
6	1 1 2 3 3 3 4 5 5 6 7 8
7	0 2 5

المفتاحُ: $4|5 = 45$

عددُ اللاعبينَ يساوي 32، قطعَ 17 مِنْهُمُ المسافةَ في أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً، وَهذا العددُ أكبرُ مِنْ نصفِ عددِ اللاعبينَ. إذنْ، أكثرُ مِنْ نصفِ عددِ اللاعبينَ استطاعَ أنْ يقطعَ المسافةَ في زمنٍ أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً؛ لذا، فَإنَّ الفرَضيةَ الّتي وضعَها المدرّبُ ليسَتْ صحيحةً.

أتحققُ من فهمي: انظر الهامش

أكتبُ استنتاجًا حولَ صحةِ الفرَضيةِ الآتيةِ اعتمادًا على البياناتِ:

أقلُّ مِنْ رُبُعِ اللاعبينَ يحتاجونَ إلى 70 ثانيةً على الأقلِّ لِيقطعوا المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائل

1) أكتبُ جميعَ الأعدادِ الممثَّلةِ في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ.

75,79, 80,82,86,87,87,91,97,98,102,106

الساقُ	الورقةُ
7	5 9
8	0 2 6 7 7
9	1 7 8
10	2 6

المفتاحُ: $8|2 = 82$

أمثّلُ كلَّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

2) 56 57 59 61 64 65 67 69
70 75 77 77 79 81 82

3) 19 21 45 35 53 26 38
27 36 34 52 35 33 41

4) 13.1 12.5 14.7 12.8 13.6 13.4
15.2 12.5 13.4 14.3 14.8 13.9

3)

الساقُ	الورقةُ
1	9
2	1 6 7
3	5 8 6 4 5 3
4	5 1
5	3 2

المفتاحُ: $1|9 = 19$

4)

الساقُ	الورقةُ
12	5 8 5
13	1 6 4 4 9
14	7 3 8
15	2

المفتاحُ: $12|5 = 12.5$

إجابات (أتحقق من فهمي 3):

الفرضية صحيحة : لأن اللاعبين الذين يحتاجون الى 70 ثانية على الاقل حسب البيانات هم ثلاثة لاعبين وهم يشكلون اقل من ربع عدد اللاعبين (32)

الساقُ	الورقةُ
5	6 7 9
6	1 4 5 7 9
7	0 5 7 7 9
8	1 2

المفتاحُ: $5|6 = 56$

معلومة

يُفَضَّلُ تناولُ وجباتٍ خفيفةٍ وَغَيرِ دَسِمةٍ قبلَ ممارسةِ رياضةِ الجَري وَلا تحتوي على نسبةٍ عاليةٍ مِنَ السُّعراتِ الحراريّةِ.

5 **رياضةٌ:** جمعَ سعدٌ معلوماتٍ عَنْ عددِ الدقائقِ اليوميِّ الّتي يقضيها 24 طالبًا مِنْ طلبةِ صفِّهِ في ممارسةِ رياضةِ الجَرْيِ، وَنظَّمَ البياناتِ في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. أكتبُ فرَضيةً حولَ عددِ الدقائقِ اليوميِّ الّتي يقضيها الطلبةُ في ممارسةِ هذِهِ الرياضةِ، وَأختبرُ صحّتَها باستعمالِ البياناتِ. إجابات متعددة

الساقُ	الورقةُ
0	07
1	23559
2	0124567
3	126789
4	135
5	2

المفتاحُ: 1|2 = 12

6 وضعَتْ مريمُ الفرَضيةَ الآتيةَ، وَتريدُ أَنْ تختبرَ صحّتَها:

وسيطُ أطوالِ طالباتِ الصفِّ العاشرِ 155 cm

جمعَتْ مريمُ بياناتٍ بِتسجيلِ أطوالِ عيّنةٍ عشوائيةٍ تحتوي على 35 طالبةً في الصفِّ العاشرِ، ثمَّ مثّلَتْها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. بناءً على هذِهِ البياناتِ، هلِ الفرَضيةُ الّتي وضعَتْها مريمُ صحيحةٌ؟

الفرضية غير صحيحة : الوسيط = 162

الساقُ	الورقةُ
13	69
14	3466
15	22346789
16	0112455678
17	135668
18	2345
19	1

المفتاحُ: 13|4 = 134

معلومة

يبلغُ طولُ أطولِ حشرةٍ في العالَمِ 62.4 cm، وقدِ اكتُشِفَتْ في غاباتِ الصينِ.

حشراتٌ: يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أطوالَ 30 حشرةً.

الساقُ	الورقةُ
1	25689
2	135678
3	11235679
4	155567
5	04558

المفتاحُ: 1|2 = 1.2 cm

7 ما عددُ الحشراتِ الّتي طولُها 4.5 cm؟ (3) حشرات

8 ما نسبةُ الحشراتِ الّتي طولُها أكبرُ مِنْ 3.8 cm؟ عدد الحشرات 12 وهي تشكل ما نسبته 40%

9 ما مَدى أطوالِ الحشراتِ؟ المدى 4.6

10 أَجِدُ المِنوالَ لِأطوالِ الحشراتِ. المنوال 4.5

11 أَجِدُ الوسيطَ لِأطوالِ الحشراتِ. 3.4

مسائل مهاراتُ التفكير

- وجه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، واطلب إليهم حل المسائل 16–14

الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن حدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- اطلب إلى الطلبة عمل مقارنة بين الرسومات البيانية التي تعلموها سابقًا عن طريق إكمال الجدول الآتي:

نوع الرسم البياني	يفضل استعماله عند ...
التمثيل بالقطاعات الدائرية	مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
التمثيل بالنقاط	توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات.
التمثيل بالخطوط	توضيح تغيّر البيانات في مدة زمنية معينة.
التمثيل بالأعمدة	توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات.
التمثيل بالساق والورقة	عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثَّفة.

تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى المشروع والإجابة عن البنود (4, 5, 7) منه.

6 الختام

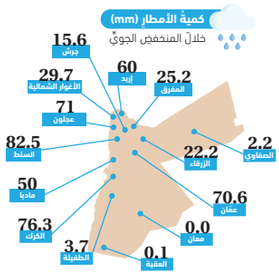
- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم استخدام مخطط الساق والورقة في إيجاد الوسيط للبيانات، ويمكن أن تعيد السؤال نفسه حول إيجاد المنوال والوسط الحسابي والمدى.

12)

الورقةُ	الساقُ
0 1	00
2	02
7	03
6	15
2	22
2	25
7	29
0	50
0	60
6	70
0	71
3	76
5	82

المفتاحُ: 22.2 = 2|22

طقسٌ: تبيّنُ الصورةُ المجاورةُ كمّياتِ الأمطارِ الّتي هطلَتْ في مختلفِ مناطقِ المملكةِ بِالمليمترِ خِلالَ منخفضٍ جوّيٍّ:



12 أمثّلُ البياناتِ بمخططِ الساقِ وَالورقةِ.

13 أجِدُ الوسيطَ وَالمنوالَ وَالمدى لِكمّياتِ الأمطارِ الّتي هطلَتْ.

الوسيط = 27.45 ، المنوال : لا يوجد منوال (توزيع عديم المنوال)، المدى 82.5

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

14 أكتشفُ الخطأَ: رصدَتْ منارُ أطوالَ 16 نبتةً في حديقتِها وَمثّلَتْها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. هلْ مثّلَتْ منارُ أطوالَ النباتاتِ تمثيلًا صحيحًا؟ أبرّرُ إجابتي.

الورقةُ	الساقُ
2 4	15
0 6 3 9	16
5 8 2 1 0	17
5 7 1 4 8 7	18
6 1 4	19

لم تمثل اطوال النباتات بشكل صحيح لانها : (لم ترتب البيانات بشكل افقيا وعاموديا بشكل جيد يتيح لنا مطابقة عدد البيانات بالتمثيل مع عدد النباتات الحقيقي) كما لم يتم تحديد مفتاح البيانات

15 تبريرٌ: تقدّمَ طلبةُ الصفِّ السابعِ لِاختبارَيْ رياضياتٍ وَعلومٍ، وَيبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ درجاتِهمْ في اختبارِ الرياضياتِ. إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ وَالمدى لِدرجاتِهمْ في اختبارِ العلومِ كَما يأتي:

الوسطُ الحسابيُّ: 68% المَدى: 31%،

فَأقارنُ بينَ درجاتِ الطلبةِ في الِاختبارَينِ، وَأبرّرُ إجابتي.

الورقةُ	الساقُ
5	4
0 2 6	5
4 5 6 6 8 9	6
0 1 4 7 8	7
	8
2	9

المفتاحُ: 4|5 = 45

إرشاد

أجِدُ الوسطَ الحسابيَّ وَالمدى لِدرجاتِ الطلبةِ في اختبارِ الرياضياتِ.

15) الوسط الحسابي لعلامات الرياضيات (66.4%)، المدى لعلامات الرياضيات 47% بالمقارنة مع اختبار العلوم فان درجات الطلاب في العلوم اعلى من الرياضيات وبمقارنة المدى فان درجات العلوم اكثر تجانس من درجات الرياضيات.

16 أكتبُ: كيفَ أجِدُ الوسيطَ لِبياناتٍ ممثَّلةٍ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ؟

إجابات متعددة

فكرةُ الدرسِ

أحسبُ احتمالاتِ وقوعِ الحوادثِ.

المصطلحاتُ

الفضاءُ العينيُّ، متساويةُ الاحتمالِ، غيرُ متساويةِ الاحتمالِ، الحادثُ، احتمالُ الحادثِ، الجدولُ ذو الإتجاهَينِ.

أستكشفُ

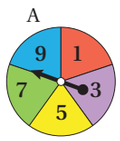
1) ما الكسرُ الّذي يمثّلُ الكُراتِ الخضراءَ في الكيسِ المجاورِ؟

2) إذا أغمضَ حسنٌ عينَيهِ وَاختارَ كرةً عَشوائيًّا مِنَ الكيسِ، فَهلْ فرصةُ اختيارِ كرةٍ برتقاليةٍ مساويةٌ لِفرصةِ اختيارِ كرةٍ صفراءَ؟

الفضاءُ العينيُّ (sample space) هُوَ مجموعةُ النواتجِ المتوقَّعِ حدوثُها عندَ إجراءِ تجربةٍ عشوائيةٍ ما.

لِمؤشِّرِ القُرصِ A خمسُ نواتجَ ممكنةٍ، لِذلِكَ فَإنَّ الفضاءَ العينيَّ هُوَ {1, 3, 5, 7, 9}.

- عندَ تدويرِ مؤشرِ القرصِ A يكونُ لِكلِّ عددٍ فرصةُ الظهورِ نفسُها، لِذلِكَ تُسمّى نواتجُ هذِهِ التجربةِ نواتجَ **متساويةَ الإحتمالِ** (equally likely) ولذلك تسمّى تجربةً عادلةً.



- عندَ تدويرِ مؤشرِ القرصِ B تكونُ فُرَصُ ظهورِ الأعدادِ مختلفةً، لِذلِكَ تُسمّى نواتجُ هذِهِ التجربةِ نواتجَ **غيرَ متساويةِ الإحتمالِ** (not equally likely).

الحادثُ (event) هو ناتجٌ واحدٌ أَوْ أَكثرُ مِنْ نواتجِ التجربةِ العشوائيةِ، وَيُرمَزُ لَهُ بِأحدِ الأحرفِ مِثلِ A.

وَاحتمالُ الحادثِ (event probability) هُوَ فرصةُ وقوعِهِ، وَيُرمَزُ لَهُ بِالرمزِ $P(A)$، فَإذا كانَتْ نواتجُ التجربةِ العشوائيةِ متساويةَ الإحتمالِ فَإنَّ احتمالَ وقوعِ أيِّ حادثٍ يساوي نسبةَ عددِ عناصرِ الحادثِ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها (الفضاءُ العينيُّ).

$$P(A) = \frac{\text{عددُ عناصرِ الحادثِ}}{\text{عددُ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ}}$$

الدرس 4

نتاجات الدرس:

- يحدد عناصر الفضاء العيني لتجربة عشوائية ما.
- يصنف التجربة العشوائية صنفين: تجربة عادلة، وتجربة غير عادلة.
- يحسب احتمال وقوع الحادث في تجربة عشوائية ما.
- ينظم البيانات في جدول ذي اتجاهين ويستخدمه في حساب الاحتمالات.

التعلم القبلي:

- يستعمل الكسور العشرية الاعتيادية والنسب المئوية لمقارنة مجموعة بيانات مختلفة العدد.

1 التهيئة

- قسم الطلبة أربع مجموعات.
- وزع على كل مجموعة **ورقة المصادر (4) أحداث متوقعة**.
- اطلب إلى المجموعات تصنيف العبارات بحسب إمكانية حدوثها من وجهة نظرهم إلى **(مستحيل، أكيد، محتمل الحدوث بنسبة ...)**.
- بعد أن تنهي المجموعات المهمة، اطلب إلى إحدى المجموعات التحدث عن عبارة واحدة وتصنيفها، وناقش إجابتهم مع المجموعات الأخرى.
- كرّر الخطوة السابقة مع مجموعة أخرى وبطاقة جديدة إلى أن تنتهي من مناقشة البطاقات الموزعة جميعها.
- تقبل إجابات الطلبة جميعها.
- شجع الطلبة على استخدام كلمة (محتمل)؛ لربطها لاحقًا بموضوع الدرس.

2 الاستكشاف

- وجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، ومحاولة الإجابة عن الأسئلة الواردة فيها، ثم اسألهم:
  - « ما الكسر الذي يمثل كل لون من ألوان الكرات في الكيس بالنسبة لمجموع الكرات؟
  - « ما الكسر الأكبر والكسر الأصغر من بين الكسور التي توصلتم إليها؟
- يمكن مع الطلبة من ذوي نمط التعلم الحس حركي استخدام صندوق وكراتٍ حقيقية بدلًا من الاعتماد على الرسم الموجود ضمن فقرة (أستكشف).

3 التدريس

مِثالٌ 1

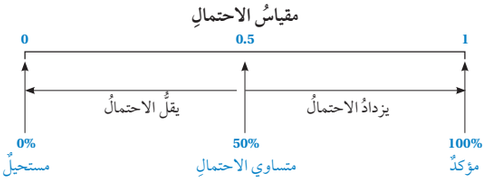
- قدم مفهوم الفضاء العيني لـ: التجربة العشوائية، والحادث، واحتمال وقوعه، وموقعه على مقياس الاحتمال.
- بيّن للطلبة أهمية التحقق من عدد عناصر الفضاء العيني وعدد عناصر كل حادث قبل الشروع في الحل.
- بيّن لهم مفهوم الجملة المنطقية " أو" في البند 2.

تحذير:

- حين يعمل الطلبة على حساب قيمة الاحتمال، ذكّرهم أن القيمة لا تتجاوز الواحد، وإذا كان الاحتمال أكبر من واحد فإن عليهم مراجعة الحل.
- حين يعبّر الطلبة عن الاحتمالات في صورة كسور ذكّرهم أن يعبّروا عنها بأبسط صورة.

توسعة: اطلب إلى الطلبة الربط بين مفهومي (المتمّم) في اللغة و(متمّم الاحتمال) في الرياضيات.

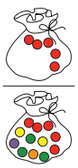
تعني النسبةُ 0% أَنَّ الحادثَ لا يمكنُ أَنْ يقعَ، أَمّا النسبةُ 100% فَتعني أَنَّ الحادثَ سوفَ يقعُ بِالتأكيدِ. وَيكونُ احتمالُ وقوعِ أيِّ حادثٍ بينَ هاتَينِ النسبتَينِ كَما يظهرُ في مقياسِ الاحتمالِ أدناهُ:



مثال 1

لدى حنينَ كيسٌ يحتوي على قطعِ حلوى بِألوانٍ مختلفةٍ، إذا أغمضَتْ حنينُ عينَيْها وَسحبَتْ قطعةَ حلوى عشوائيًّا مِنَ الكيسِ، فَأَجِدُ:

1 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى حمراءَ:



عددُ النواتجِ الممكنةِ (الفضاءُ العينيُّ) لِهذِهِ التجربةِ العشوائيةِ يساوي 12 وَعددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 5 ؛ لِأَنَّ الكيسَ فيهِ 5 قطعِ حلوى حمراءَ.

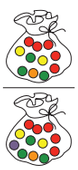
$$P(\text{حمراءُ}) = \frac{5}{12}$$

2 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى خضراءَ أَوْ برتقاليةٍ:

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 4 ؛ لِأَنَّ الكيسَ فيهِ 3 قطعِ حلوى خضراءَ وَقطعةُ حلوى برتقاليةٌ واحدةٌ، وَمجموعُها معًا يساوي 4 .

$$P(\text{خضراءُ أَوْ برتقاليةٌ}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

3 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى ليسَتْ بنفسجيةً:



عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 11؛ لِأَنَّ الكيسَ يحتوي11 قطعةَ حلوى ليسَتْ بنفسجيةً:

$$P(\text{ليسَتْ بنفسجيةً}) = \frac{11}{12}$$

4 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى زرقاءَ:

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 0 ؛ لِأَنَّ الكيسَ لا يحتوي على قطعةِ حلوى زرقاءَ.

$P(\text{زرقاءُ}) = \frac{0}{12} = 0$

أتحققُ من فهمي:

5 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى خضراءَ. $P(\text{خضراء}) = \frac{3}{12}$

6 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى صفراءَ أَوْ خضراءَ. $P(\text{خضراء أو صفراء}) = \frac{5}{12}$

7 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى ليسَتْ حمراءَ. $P(\text{ليست حمراء}) = \frac{7}{12}$

8 احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى سوداءَ. $P(\text{سوداء}) = \frac{0}{12}$

إِنَّ احتمالَ اختيارِ العددِ 4 مِنْ مجموعةِ الأعدادِ الآتيةِ يساوي $\frac{1}{10}$ ، وَيمكنُ أَنْ نكتبَ هذا الاحتمالَ على الصورةِ 0.1 أو 10%

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

لكنْ إذا أردْنا أَنْ نحسبَ احتمالَ عدمِ اختيارِ العددِ 4 فَإِنَّ ذلكَ يعني احتمالَ اختيارِ أحدِ الأعدادِ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 وَالّذي يساوي $\frac{9}{10}$ أَوْ 0.9 أَوْ 90%

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

ألاحظُ أَنَّ $0.1 + 0.9 = 1$

لِذلِكَ فَإِنَّ $0.9 = 1 - 0.1$

مفهومٌ أساسيٌّ احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ

إذا كانَ احتمالُ وقوعِ الحادثِ A يساوي $P(A)$ فَإِنَّ احتمالَ عدمِ وقوعِ الحادثِ A يساوي $1-P(A)$.

مِثالٌ 2

- قدم للطلبة مفهوم احتمال عدم وقوع الحادث، وبيّن لهم أنه يسمى أحيانًا متمّمة حدوث الحادث (متمّمة الاحتمال)، وقد يرد أحيانا بمفهوم " خسارة " أو " ربح " أو " رسوب " أو نجاح" ... الخ، بحسب سياق المسألة.
- قد يحتاج الطلبة إلى مراجعة لتوضيح طرح الكسر العشري من الواحد الصحيح.
- استخدم الرسم الوارد في المثال لتوضيح احتمال عدم وقوع الحادث مقارنة باحتمال وقوعه.

تحذير:

يمكن أن يظن بعض الطلبة أن احتمال وقوع الحادث يزيد على احتمال عدم وقوعه.

مِثالٌ 3

- قدم مفهوم الجدول ذي الاتجاهين على أنه جدول تكراري يعرض بيانات تنتمي إلى فئتين تظهر الأولى في صفوفه والأخرى في أعمدته.
- للتحقق من فهم الطلبة، اطلب إليهم ذكر نماذج لفئتين يمكن أن يتضمنها الجدول ذو الاتجاهين (**النتيجة**: ناجح/ راسب، **المادة الدراسية**: رياضيات/ علوم).
- بيّن للطلبة أهمية التأكد من عدد البيانات التي بدؤوا بها ومجموع البيانات التي تضمنها الجدول ذو الاتجاهين.

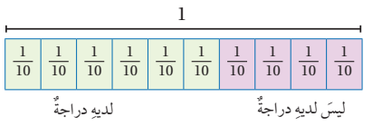
تحذير:

- ليس لترتيب البيانات وفقًا لفئتها في صفوف الجدول ذي الاتجاهين وأعمدته تأثير في النتيجة.
- لا يقتصر الجدول ذو الاتجاهين على نمط 2*2 فقط، وإنما قد يكون أكثر من ذلك، مثل: 3*2 ، 3*3

توسعة: اطلب إلى الطلبة إنشاء جدول ذي اتجاهين من النمط 3*3، 3*2 (**الجنس**: ذكر، أنثى/ **الحالة الاجتماعية**: أعزب، متزوج، أرمل/ **الصف**: السابع، الثامن، التاسع/ **النتيجة**: ممتاز، جيد جدًّا، مقبول).

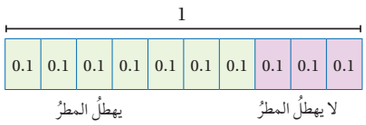
مثال 2

1) إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبٍ مِنَ الصفِّ السابعِ لديهِ دراجةٌ هوائيةٌ يساوي $\frac{6}{10}$ ، فَما احتمالُ اختيارِ طالبٍ ليسَ لديهِ دراجةٌ هوائيةٌ؟



$$P(\text{ليسَ لديهِ دراجةٌ}) = 1 - P(\text{لديهِ دراجةٌ})$$
$$= 1 - \frac{6}{10}$$
$$= \frac{4}{10}$$
$$= \frac{2}{5}$$

2) إذا كانَ احتمالُ أَنْ يهطلَ المطرُ غدًا يساوي **0.7** ، فَما احتمالُ أَلّا يهطلَ المطرُ غدًا؟



$$P(\text{لا يهطلُ المطرُ}) = 1 - P(\text{يهطلُ المطرُ})$$
$$= 1 - 0.7$$
$$= 0.3$$

أتحققُ من فهمي:

3) إذا كانَ احتمالُ خسارةِ الفريقِ المباراةَ 0.4 ، فَما احتمالُ أَلّا يخسرَ الفريقُ المباراةَ؟ $P(\text{لا يخسر الفريق}) = \frac{6}{12}$

4) إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبةٍ مِنَ الصفِّ السابعِ ترتدي نظّارةً يساوي $\frac{1}{9}$ ، فَما احتمالُ اختيارِ طالبةٍ لا ترتدي نظّارةً؟ $P(\text{طالبة لا ترتدي نظارة}) = \frac{8}{9}$

الجدولُ ذو الِاتجاهَيـنِ (two-way table) هُوَ جدولٌ تكراريٌّ يعرضُ بياناتٍ تنتمي إلى فئتَينِ بينَهما عناصرُ مشتَرَكةٌ، بِحيثُ تظهرُ الفئةُ الأولى في صفوفِهِ وَالفئةُ الثانيةُ في أعمدتِهِ.

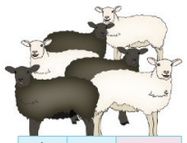
مثال 3

لدى مزارعٍ **18** خروفًا مقسمةً كما يأتي:

9 ذكورٌ **10** سوداءُ **5** إناثٌ بيضاءُ

أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ.

يجبُ أَنْ يُظهرَ الجدولُ ما إذا كانَ الخروفُ ذكرًا أَوْ أنثى، وَإِنْ كانَ أسودَ أَمْ أبيضَ. لِذلِكَ يمكنُ أَنْ أستخدمَ صفًّا لِلذكورِ وَصفًّا آخَرَ لِلْإناثِ، وَأَنْ أستخدمَ عمودًا لِلخرافِ البيضاءِ وَعمودًا آخَرَ لِلخرافِ السوداءِ. وأحتاجُ إلى صفٍّ وَعمودٍ إضافيَّينِ لِأكتبَ فيهِما المجموعَ.



	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى			
ذكرٌ			
المجموعُ			18

يمكنني الآنَ أنْ أكتبَ في الجدولِ البياناتِ المُعطاةَ في السؤالِ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى	5		
ذكرٌ			9
المجموعُ		10	18

أستعملُ المجموعَ الكلّيَّ لِلخرافِ لِأَجِدَ القِيَمَ المجهولةَ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى	5	4	9
ذكرٌ	3	6	9
المجموعُ	8	10	18

أتحققُ من فهمي:

لدى أماني **32** بطاقةً مقسَّمةً كَما يأتي:

15 خضراءُ **18** مستطيلةٌ **5** حمراءُ مربعةٌ

أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ.

	مربعة	مستطيلة	المجموعُ
خضراء	9	6	15
حمراء	5	12	17
المجموعُ	14	18	32

تُستعمَلُ الجداولُ ذاتُ الاتجاهَينِ كثيرًا في حسابِ الاحتمالاتِ.

مثال 4

سُئِلَ 60 طفلًا عَنِ اللونِ المفضَّلِ لَهُمْ، وَنظِّمَتْ إجاباتُهُمْ في الجدولِ المجاورِ:

	أزرقُ	أحمرُ	أخضرُ
ولدٌ	12	8	8
بنتٌ	8	16	8

1) **إذا اخْتيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ ولدًا يفضّلُ اللونَ الأزرقَ؟**

	أزرقُ	أحمرُ	أخضرُ
ولدٌ	12	8	8
بنتٌ	8	16	8

عددُ الأولادِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ يساوي 12، وَمجموعُ عددِ الأطفالِ الّذينَ سُئِلوا يساوي 60 وَلإيجادِ الاحتمالِ أقسمُ 12 على 60

$$P(\text{ولدٌ يفضلُ اللونَ الأزرقَ}) = \frac{\text{عددُ الأولادِ الذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

مِثالٌ 4

- وضح للطلبة أن تنظيم البيانات في الجدول ذي الاتجاهين يُستخدم في حساب الاحتمالات ويسهّل عملية الوصول إلى النتائج.
- بيّن لهم أهمية عدّ مجموع البيانات التي تضمنها الجدول، وأن بإمكانهم إضافة عمود وصفٍّ جديدين للجدول؛ لإيجاد مجاميع فئات الجدول على مستوى الصف والعمود.
- بيّن لهم أيضًا إمكان استخدام المجاميع في إيجاد القيم في الخلايا الناقصة.
- حدد خلية، واطلب إلى الطلبة وصفها بالصفّ والعمود؛ للتأكد من فهمهم محتويات خلايا الجدول، وكرر العملية مع أكثر من خلية.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- وجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فاختر طالبًا تمكّن من حل المسألة ليعرض حلّه على اللوح.
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى المساعدة لحل المسألتين (4) (3)؛ لذا بيّن لهم أن المطلوب هو احتمال وقوع الحادث (متمّمة الاحتمال).
- اطلب إلى الطلبة قبل الشروع في حل الأسئلة من 5 إلى 11 تحديد عدد عناصر الفضاء العيني.
- في الأسئلة من 12 إلى 14، اطلب إلى الطلبة قبل الشروع في الحلّ مطابقة عدد الأقراص المرقمة والأعداد التي عبّؤوها في الجدول.

2 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ طفلًا يفضلُ اللونَ الأزرقَ؟

عددُ الأطفالِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ يساوي 8+12، وَلإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

	أزرقُ	أحمرُ	أخضرُ
ولدٌ	12	8	8
بنتٌ	8	16	8

$$P(\text{طفلٌ يفضلُ اللونَ الأزرقَ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12+8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

3 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ ولدًا؟

عددُ الأولادِ يساوي 8+8+12 ، وَلإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

	أزرقُ	أحمرُ	أخضرُ
ولدٌ	12	8	8
بنتٌ	8	16	8

$$P(\text{طفلٌ ولدٌ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الأولادِ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12+8+8}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

أتحققُ من فهمي:

4 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أنْ تكونَ بنتًا تفضلُ اللونَ الأخضرَ؟ $P(\text{بنت تفضل اللون الأخضر}) = \frac{8}{60}$

5 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أنْ يكونَ طفلًا يفضلُ اللونَ الأحمرَ؟ $P(\text{طفل يفضل اللون الأحمر}) = \frac{24}{60}$

6 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ ألّا تكونَ بنتًا؟ $P(\text{لا تكون بنتًا}) = \frac{28}{60}$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أيُّ التجاربِ العشوائيةِ الآتيةِ نواتجُها متساويةُ الاحتمالِ؟

1 تدويرُ مؤشرِ القرصِ المجاورِ. النواتج ليست متساوية الاحتمال

2 اختيارُ كرةٍ زجاجيةٍ مِنْ وعاءٍ يحتوي على 5 كراتٍ حمراءَ وَ5 كراتٍ خضراءَ. النواتج متساوية الاحتمال

150

أتذكر

احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ A يساوي $1 - P(A)$

3 إذا كانَ احتمالُ فوزِ فريقِ كرةِ القدمِ الّذي تشجعُهُ ناديا يساوي $\frac{3}{7}$، فَما احتمالُ ألّا يفوزَ الفريقُ؟ $P(\text{عدم الفوز}) = \frac{4}{7}$

4 إذا كانَ احتمالُ أنْ تصلَ الحافلةُ في موعدِها يساوي $\frac{8}{11}$، فَما احتمالُ أنْ تتأخرَ الحافلةُ؟ $P(\text{تأخر الحافلة}) = \frac{3}{11}$

أفكر

أيُّ الحوادثِ في السؤالِ المجاورِ حادثٌ مؤكدٌ، وأيُّها حادثٌ مستحيلٌ؟

أدارَ فادي مؤشرَ القرصِ المجاورِ، أَجِدُ احتمالَ أنْ يقفَ المؤشرُ عندَ:

5 قطاعٍ أزرقَ. $P(\text{قطاع أزرق}) = \frac{3}{8}$

6 قطاعٍ يحملُ رقْمًا سالبًا. $P(\text{قطاع يحمل رقمًا سالبًا}) = \frac{0}{8}$

7 قطاعٍ لونُهُ ليسَ أحمرَ. $P(\text{قطاع لونه ليس أحمر}) = \frac{7}{8}$

8 قطاعٍ أصفرَ يحملُ رقْمًا زوجيًّا. $P(\text{قطاع أصفر يحمل رقمًا زوجيًّا}) = \frac{1}{8}$

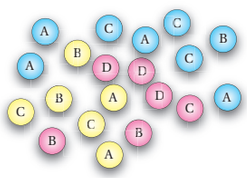
9 قطاعٍ يحملُ رقْمًا أكبرَ مِنْ 3 $P(\text{قطاع يحمل رقمًا أكبر من 3}) = \frac{5}{8}$

10 قطاعٍ يحملُ رقْمًا أقلَّ مِنْ 10 $P(\text{قطاع يحمل رقمًا أقل من 10}) = \frac{8}{8}$

11 قطاعٍ أصفرَ أَوْ يحملُ رقْمًا أكبرَ مِنْ 3 $P(\text{قطاع أصفر أو يحمل رقمًا أكبر من 3}) = \frac{7}{8}$

أكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يُظهرُ أعدادَ الأقراصِ الملونةِ المجاورةِ لَهُ وَألوانَها:

	أزرقُ	ورديٌّ	أصفرُ
A	4		2
B			
C		1	
D	0		



إذا اختيرَ قرصٌ واحدٌ عشوائيًّا مِنْ مجموعةِ الأقراصِ في السؤالِ السابقِ، فَأَجِدُ:

12 احتمالَ اختيارِ حرفِ A مكتوبًا على قرصٍ أصفرَ. $P(\text{حرف A مكتوب على قرص صغير}) = \frac{2}{20}$

13 احتمالَ اختيارِ قرصٍ أزرقَ. $P(\text{قرص أزرق}) = \frac{8}{20}$

14 احتمالَ اختيارِ قرصٍ مكتوبٍ عَلَيْهِ الحرفُ C. $P(C) = \frac{6}{20}$

مسائل مهاراتُ التفكير

- وجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، واطلب إليهم حل المسائل 18–23
- قد يحتاج الطلبة عند حل المسألتين (22) (21) إلى التذكير بتحويل النسبة المئوية إلى صورة كسر.

الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا. لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- في صندوقٍ عدد من الكرات المتماثلة في الألوان (الأزرق، والأحمر، والرمادي، والأسود). إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من الصندوق هو $\frac{2}{5}$ واحتمال سحب كرة حمراء $\frac{6}{20}$، وكان عدد الكرات السوداء ضعف عدد الكرات الرمادية، فأعط إمكانية واحدة لأعداد كل لون من الكرات داخل الصندوق. إحدى الإجابات الممكنة (سوداء 4، رمادية 2، حمراء 6، زرقاء 8)

تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى المشروع وحل البند رقم (8).

6 الختام

- وجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهم الطلبة الفرق بين الحادث واحتمال الحادث.

معلومة

الدراسةُ الطبّيّةُ هي ممارسةٌ علميةٌ لَها ضوابطُ محدَّدةٌ تهدفُ لِلحصولِ على معلوماتٍ عَن مرضٍ معيَّنٍ أَوِ اختبارِ علاجٍ ما.

اختيرَ 38 شخصًا مِنْ محافظتَي الزرقاءِ وَالعقبةِ لِلمشاركةِ في دراسةٍ طبّيةٍ، وَكانَ توزيعُهُمْ كَما يأتي، أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ، ثمَّ أستعملُهُ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

18 شخصًا مِنْ محافظةِ الزرقاءِ مِنْهُمْ 7 رجالٍ.

8 نساءٍ مِنْ محافظةِ العقبةِ.

15 ما عددُ الأشخاصِ الّذين شاركوا في الدراسةِ مِنْ محافظةِ العقبةِ؟ 20

16 ما عددُ الرجالِ الّذين شاركوا في الدراسةِ؟ 19

17 ما عددُ الرجالِ الّذين شاركوا في الدراسةِ مِنْ محافظةِ العقبةِ؟ 12

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ قطعِ الحلوى المغلّفةِ وَغيرِ المغلّفةِ الّتي اشترَتْها فدوى، وَهِيَ بِثلاثِ نكهاتٍ مختلفةٍ، إذا اختارَتْ فدوى قطعةَ حلوى عشوائيًّا، فَأُكملُ الجملَ الآتيةَ بِما يناسبُها مبررًا إجابتي:

	شوكولاته	فراولةٌ	برتقالٌ
مغلفةٌ	2	4	3
غيرُ مغلفةٍ	5	3	8

18 احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ مغلفةً وَبِنكهةِ البرتقالِ يساوي ..... P(مغلفة بنكهة البرتقال) $= \frac{3}{25}$

19 احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ غيرَ مغلفةٍ وَبنكهةِ الشوكولاته يساوي ..... P(غير مغلفة وبنكهة الشوكولاته) $= \frac{5}{25}$

20 احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ بِنكهةِ الفراولةِ يساوي $\frac{7}{25}$ $= P$(بنكهة الفراولة)

21 ..... مغلفة وبنكهة الفراولة ..... يساوي 16%

22 ..... مغلفة بنكهة الفراولة ..... أَوْ ..... غير مغلفة وبنكهة البرتقال ..... يساوي 48%

23 أكتبُ ما الفرقُ بينَ الحادثِ وَاحتمالِ الحادثِ؟

الحادث هو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، واحتمال وقوع الحادث هو فرصة وقوعه.

152

الدرس 5

نتاجات الدرس:

- يميّز بين الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي.
- يحسب الاحتمال التجريبي لوقوع حادث ما.

التعلم القبلي:

- يحل مسائل حياتية تتضمن حساب قياسات زوايا وأطوال أضلاع أشكال متشابهة باستعمال التناسب.

1 التهيئة

- وزّع الطلبة في مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات؛ للقيام بتجربة احتمال يمكن إجراؤه داخل الصف، مثل رمي حجر النرد 10 مرات.
- اطلب إلى طالب أن يحدد الاحتمال النظري لمسألة ما، وطالب آخر يحدد الاحتمال التجريبي لها، واسأل باقي الطلبة عن مدى تقارب الاحتمالين.
- كرر الخطوة السابقة مع طلبة آخرين لعمل تجارب جديدة.

الدرسُ 5 الاحتمالُ التجريبيُّ

فكرةُ الدرسِ
أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِوقوعِ حادثٍ.

المصطلحاتُ
الاحتمالُ النظَريُّ، الاحتمالُ التجريبيُّ.

أستكشفُ:

نشاطٌ: أرمي قطعةً نقديةً 20 مرةً، وَأسجّلُ النتائجَ الّتي أحصلُ عليها في الجدولِ المجاورِ.

1) أَجِدُ الفرقَ بينَ عددِ مرّاتِ ظهورِ الكتابةِ وَعددِ مرّاتِ ظهورِ الصورةِ.

2) أعيدُ التجربةَ، وَلكنْ برميِ القطعةِ النقديةِ 100 مرةٍ، ثُمَّ أجيبُ عَنِ السؤالِ 2 مرةً أُخرى. ماذا ألاحظُ؟

	كتابةٌ	صورةٌ
التَّكرارُ		

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ كيفيةَ إيجادِ احتمالِ وقوعِ حادثٍ، وَذلكَ بِإيجادِ نسبةِ عددِ عناصرِ حادثٍ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها، وَهُوَ ما يُسمّى **الاحتمالَ النظريَّ** (theoretical probability)، أَمّا **الاحتمالُ التجريبيُّ** (experimental probability) لِحادثٍ ما فَهُوَ تقديرٌ لِلاحتمالِ النظريِّ بِالاعتمادِ على عددِ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ عندَ إجراءِ التجربةِ عدةَ مراتٍ.

مفهومٌ أساسيٌّ الاحتمالُ التجريبيُّ

- **بِالكلماتِ:** الاحتمالُ التجريبيُّ هُوَ الاحتمالُ الّذي يعتمدُ على عددِ مرّاتِ تَكرارِ التجربةِ.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

مثال 1

الرقْمُ	1	2	3	4	5	6
التَّكرارُ	7	8	2	3	6	4

أَلقَتْ نورُ حجرَ النردِ المجاورَ 30 مرةً، وَسجّلَتِ الرقْمَ الظاهرَ على الوجهِ العُلويِّ، فَكانَتِ النتائجُ كما في الجدولِ المجاورِ:

1 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ الرقْمِ 4.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ الرقمِ 4}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{3}{7+8+2+3+6+4} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

2 الاستكشاف

- قسم الطلبة مجموعات ثنائية، واطلب إليهم قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**).
- اطلب إلى المجموعات تنفيذ رمي قطعة النقد 20 مرة وإيجاد الفرق بين عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة، وتدوين الإجابات التي حصلوا عليها.
- اطلب إلى المجموعات إعادة التجربة برمي القطعة النقدية 100 مرة وإيجاد الفرق بين عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة، وتدوين الإجابات التي حصلوا عليها، واسأل الطلبة عن ملاحظاتهم على التجربتين.
- تقبل الإجابات جميعها.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- عند حل المثال، وجّه الأسئلة الآتية للطلبة:

» كم مرة أجريت التجربة؟ وكيف يمكنني معرفة ذلك من الجدول؟ (30) مرة؛ لأن هذا هو مجموع عدد مرات الرمي لجميع النتائج مثلما يظهرها الجدول.

» هل كان ظهور الرقم 4 كما توقعت؟ وضح ذلك.
نعم؛ لأن احتمال ظهور العدد 4 هو $\frac{1}{6}$ وإن $\frac{1}{6}$ العدد 30 هو 5، لذلك أتوقع أن يظهر العدد 4 خمس مرات، وهو قريب إلى العدد 3

2 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ عددٍ أوّليٍّ.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ عددٍ أوليٍّ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{8+2+6}{30}$$

$$= \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

أتحققُ من فهمي:

دوَّرَ ليثٌ مؤشرَ القرصِ المجاورِ **10** مرّاتٍ، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ الآتي:

اللّونُ	أحمرُ	أصفرُ	أخضرُ
التّكرارُ	2	5	3

3 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللّونِ الأخضرِ. $P(\text{اللون الأخضر}) = \frac{3}{10}$

4 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللّونِ الأصفرِ. $P(\text{اللون الأصفر}) = \frac{5}{10}$

يمكنُ التنبؤُ ما إذا كانَتِ الأداةُ المستخدمةُ في التجربةِ العشوائيةِ عادلةً أَمْ لا بِمقارنةِ قِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ بِقِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها.

مثال 2

ألقى كلٌّ مِنْ ريمَ وَرائدٍ حجرَ نردٍ **100** مرةٍ، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولَينِ أدناهُ:

ريمُ						
الرقْمُ	1	2	3	4	5	6
التّكرارُ	5	10	20	10	30	25

رائدٌ						
الرقْمُ	1	2	3	4	5	6
التّكرارُ	18	18	15	17	17	15

1 أقارنُ بينَ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ وَقِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ لِتجربةِ كلٍّ مِنْ ريمَ وَرائدٍ.

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ الاحتمالَ النظريَّ لِظهورِ كلِّ رقْمٍ على حجرِ النردِ:

$$P(1) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(2) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(3) = \frac{1}{6} = 0.17,$$

$$P(4) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(5) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(6) = \frac{1}{6} = 0.17$$

الخُطْوَةُ 2 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ كلِّ رقْمٍ على حجرِ النردِ:

ريمُ	رائدٌ
$P(1)=\frac{5}{100}=0.05,\quad P(2)=\frac{10}{100}=0.1,$	$P(1)=\frac{18}{100}=0.18,\quad P(2)=\frac{18}{100}=0.18,$
$P(3)=\frac{20}{100}=0.20,\quad P(4)=\frac{10}{100}=0.1,$	$P(3)=\frac{15}{100}=0.15,\quad P(4)=\frac{17}{100}=0.17,$
$P(5)=\frac{30}{100}=0.30,\quad P(6)=\frac{25}{100}=0.25$	$P(5)=\frac{17}{100}=0.17,\quad P(6)=\frac{15}{100}=0.15$

الخُطْوَةُ 3 أقارنُ بينَ الاحتمالاتِ النظريةِ وَالتجريبيةِ:

ألاحظُ أَنَّ قِيَـمَ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ ريمَ ليسَـتْ قريبةً مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها. أمّا قِيَمُ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ رائدٍ فَقريبةٌ مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها.

أتعلم

قدْ تكونُ سطوحُ حجرِ النردِ الّذي استعملَتْهُ ريمُ غيرَ منتظمة.

2 أيٌّ منهُما قدْ يكونُ استعملَ حجرَ نردٍ عادلًا؟ أبرّرُ إجابتي.

قِيَـمُ الاحتمالِ النظريِّ قريبةٌ مِـنْ قِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربـةِ رائدٍ؛ لذا، مِنَ المتوقعِ أَنْ تكـونَ حجرُ النردِ الّتي استخدمَها رائدٌ عادلًا.

أتحققُ من فهمي:

يحتوي قرصٌ دوّارٌ أربعةَ أقسامٍ مرقمةً مِنْ 1 إلى 4، وَعندَ تسجيلِ الرقمِ الّذي يسـتقرُّ عندَهُ المؤشـرُ كانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ المجاورِ.

الرقْمُ	1	2	3	4
التَّكرارُ	10	10	9	11

هَلِ القرصُ مقسمٌ إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

قيم الاحتمال النظري قريبة جدًا من قيم الاحتمال التجريبي لذا فإن القرص مقسم إلى أقسام متساوي. (احتمال ظهـور أي رقم من الأرقام ضمن الاحتمال النظري هو 25% ، وفي الاحتمال التجريبي فإن احتمال ظهور (1) هو 25% واحتمال ظهور (2) هو 25% واحتمال ظهور (3) هو 23% واحتمال ظهور (4) هو 28%)

مِثالٌ 2

- بعد إتمام حل المثال، اسأل الطلبة:

» هل من الضروري أن يتوافـق الاحتمال النظري مع الاحتمال التجريبي؟ لا، فالاحتمال التجريبي لأيّ حالة قد يتوافق مع الاحتمال النظري وقد لا يتوافق معه.

» ما العلاقة بين عدد مرات إجراء التجربة بالتوافق بين الاحتمـال النظري والاحتمـال التجريبي؟ كلمـا زادت عدد مرات إجـراء التجربة تقاربت نتائـج الاحتمال النظـري مع نتائـج الاحتمال التجريبي.

مثال 3: من الحياة

- بيّن للطلبة أهمية استعمال الاحتمال التجريبي في التنبؤ (التوقع).
- وضّح للطلبة العينة العشوائية. (فرصة اختيار فرد أو عنصر في المجتمع متساوية).
- بيّن للطلبة ارتباط دقة التنبؤ بدقة المعاينة التي أجريت.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- وجه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، واطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسالة، فاختر طالبًا تمكّن من حل المسألة ليعرض حلّه على اللوح.
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى المساعدة في حل المسائل من 13 – 10؛ لذا بيّن لهم أن يجدوا أولًا عدد مرات إلقاء حجر النرد عن طريق التمثيل البياني ثم متابعة الحل.

يمكنُنا استعمالُ الاحتمالِ النظريِّ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ، مِنْ أهمِّها بناءُ توقّعاتٍ لِأحداثٍ يصعبُ حسابُ احتمالاتِ وقوعِها نظريًّا.

مثال 3: منَ الحياةِ

يأخذُ خبـــراءُ التفتيشِ في المطاراتِ وَالموانـــئِ البحريةِ عيّناتٍ عشـــوائيةً مِنَ البضاعةِ المســـتورَدَةِ لِاختبارِ مدى مطابقتِها لِلمواصفاتِ. فَإذا وجدَ ضابطُ الجودةِ في 5 بناطيلَ عيوبًا مصنعيةً مِنْ 200 بنطالٍ في أحدِ صناديقِ الشـــحنِ، فَكَمْ بنطالًا يُتوقَّعُ وجودُ عيبٍ مصنعيٍّ فيهِ في شحنةٍ تحوي 5000 بنطالٍ؟

أستعملُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّعِ عددِ البناطيلِ الّتي يوجدُ فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في الشحنةِ.

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ:

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$$

الخُطْوَةُ 2 أضربُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِوجودِ بناطيلَ فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في عددِ البناطيلِ التي تحويها الشحنةُ:

$$\frac{1}{40} \times 5000 = 125$$

إذنْ، يُتوقَّعُ وجودُ 125 بنطالًا فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في الشحنةِ.

أتحققُ من فهمي:

رُصِدَتْ عددُ الأيامِ الماطرةِ في آخرِ 12 يومًا مِنْ شهرِ آذارَ فَوُجِدَ أَنَّها يومان. إذا استمرَّ هَطلُ الأمطارِ بِالمعدلِ نفسِهِ، فَكَمْ يومًا مِنَ المتوقَّعِ أَنْ يكونَ ماطرًا في شهرِ نَيسانَ؟

$P(A) = \frac{2}{12}$ ، عدد الايام الماطرة $= \frac{2}{12} \times 30 = 5$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ رَميِ قطعةٍ نقديةٍ 100 مرةٍ وَتسجيلَ الوجهِ العُلويِّ. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:

صورةٌ	37
كتابةٌ	63

1. ظهورِ صورةٍ. $P(\text{صورة}) = \frac{37}{100}$
2. ظهورِ كتابةٍ. $P(\text{كتابة}) = \frac{63}{100}$

لدى كلٍّ مِنْ هاشمٍ وَميسـونَ قرصٌ دوّارٌ يحتوي أربعةَ أقسامٍ مرقَّمةً مِنْ **1** إلى **4**، أدارَ كلٌّ مِنْهُما قرصَهُ وَسجّلَ الرقْمَ الّذي استقرَّ عندَهُ وسجّلَ النتائجَ في الجدولَينِ الآتيَينِ:

ميسونُ				
الرقْمُ	1	2	3	4
التّكرارُ	33	17	28	22

هاشمٌ				
الرقْمُ	1	2	3	4
التّكرارُ	11	14	10	15

3. كَمْ مرَّةً أدارَ كلٌّ مِنْهُما قرصَهُ؟ دار قرص ميسون 100 مرة ، وقرص هاشم 50

4. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ كلِّ رقْمٍ على القرصِ الدوّارِ. انظر الهامش

5. أيٌّ مِنْهُما قد يكونُ قرصُهُ مقسمًا إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرّرُ إجابتي.
كلاهما لأن نتاجهما قريبة من الاحتمال النظري .

معلومة

اختُرِعَتْ في العامِ 1973 أولُ كاميرا مراقبةٍ تعملُ برُقاقةٍ صغيرةٍ.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ أنواعَ المركباتِ وَأعدادَها الّتي رصدَتْها كاميرا مراقبةٍ عندَ مرورِها في أحدِ الشوارعِ خلالَ المدةِ الزمنيةِ مِنْ **5 p.m.** حتّى **6 p.m.**، أستعملُ الجدولَ لِأَجِدَ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:

شاحنةٌ	درّاجةٌ	سيّارةٌ
8	8	19

6. مرورِ سيّارةٍ أمامَ الكاميرا. $P(\text{سيارة}) = \frac{19}{35}$

7. مرورِ درّاجةٍ أمامَ الكاميرا. $P(\text{دراجة}) = \frac{8}{35}$

8. مرورِ شاحنةٍ أمامَ الكاميرا. $P(\text{شاحنة}) = \frac{8}{35}$

9. **بيضٌ**: فحصَ تاجرٌ 20 طبقَ بيضٍ فَوجدَ أنَّ 3 أطباقٍ تحوي بيضًا مكسـورًا. كَمْ طبقَ بيضٍ مِنَ المتوقَّعِ وجودُ بيضٍ مكسورٍ فيهِ مِنْ 1000 طبقٍ؟
$P(A) = \frac{3}{20}$ ، عدد الاطباق التي يتوقع ان يكون فيها بيض مكسور $= \frac{3}{20} \times 1000 = 150$

مسائل مهاراتُ التفكير

- وجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، واطلب إليهم حل المسائل 18–14
- في المسألتين (15) (14) بيّن للطلبة أن عدد المباريات التي خاضها الفريق هو مجموع المباريات (الخسارة، التعادل، الفوز).
-

الواجب المنزلي:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا. لكن حدد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

4) قرص ميسون:

$$p(1) = \frac{33}{100} = 33\% \,,\; p(2) = \frac{17}{100} = 17\% \,,$$
$$p(3) = \frac{28}{100} = 28\% \,,\; p(4) = \frac{22}{100} = 22\%$$

قرص هاشم:

$$p(1) = \frac{11}{50} = 22\% \,,\; p(2) = \frac{14}{50} = 28\% \,,$$
$$p(3) = \frac{10}{50} = 20\% \,,\; p(4) = \frac{15}{50} = 30\%$$

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- استعمل نتائج كل تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص الدوّار المستعمل في التجربة، على افتراض أن النتائج كلها قريبة من الاحتمال النظري.
- تدوير مؤشر القرص 50 مرة وكانت النتائج (اللون الأحمر تكرر 24 مرة، واللون الأزرق تكرر 12 مرة، واللون الأصفر تكرر 14 مرة). وصف القرص: (إجابة ممكنة: نصف القرص لونه أحمر، وربعه لونه أزرق، والربع الآخر لونه أصفر).
- تدوير مؤشر القرص 100 مرة وكانت النتائج (اللون الأحمر تكرر 53 مرة، واللون الأخضر تكرر 47 مرة). وصف القرص: (إجابة ممكنة: نصف القرص لونه أحمر، والنصف الآخر لونه أخضر).

توسعة: إطلب إلى الطلبة عرض نتائج إلقاء مكعب الأرقام عددًا من المرات ووصفه في كل مرة.

تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات التي جمعوها لتنفيذ المهمة (9).

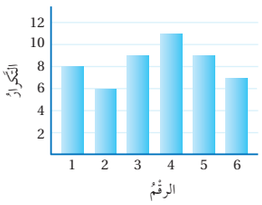
6 الختام

- وجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهم الطلبة كيفية إيجاد الاحتمال التجريبي لحادث ما.

إرشاد

أَجِدُ أولًا عددَ مـرّاتِ إلقاءِ حجرِ النّردِ، مستعينًا بالتمثيلِ البيانيِّ.

يبيّنُ التمثيلُ بالأعمدةِ المجاورُ نتائجَ تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ وَتسجيلِ الرقْمِ الظاهرِ على وجهِهِ العُلويِّ، أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:



10) ظهورِ الرقْمِ 6 $P(6) = \frac{7}{50}$

11) عدمِ ظهورِ الرقْمِ 1 $P(\text{عدم ظهور 1}) = \frac{42}{50}$

12) ظهورِ رقْمٍ أقلَّ مِنْ 3 $P(\text{أقل من 3}) = \frac{14}{50}$

13) ظهورِ الرقْمَينِ 2 أَوْ 4 $P(3 \text{ أو } 2) = \frac{17}{50}$

مهارات التفكير العُليا

تبريرٌ: سجّلَ يوسفُ عددَ مرّاتِ فوزِ وَخسارةِ وَتعادُلِ فريقِ كرةِ السلةِ الّذي يشجعُهُ في موسمٍ واحدٍ في الجدولِ المجاورِ:

خسارةٌ	تعادلٌ	فوزٌ
19	25	36

14) أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِفوزِ الفريقِ. $P(\text{فوز الفريق}) = \frac{36}{80}$ ، احتمال فوز الفريق 45%

15) معتمـدًا على نتائـجِ الاحتمالِ التجريبيِّ، هَـلْ مِنَ المتوقَّعِ فوزُ الفريـقِ في المباراةِ القادمةِ؟ أبرّرُ إجابتي.

15) المباراة القادمة يصبح عدد المباريات 81 وعدد مباريات الفوز = 37 ، احتمال الفوز $P(\text{الفوز}) = \frac{37}{80}$ ، احتمال الفوز 45% وهو ضمن الاحتمال التجريبي.

تبريرٌ: قرصٌ دوّارٌ يحتوي أربعةَ أقسـامٍ لِكُلٍّ مِنْها لونٌ مختلِفٌ. بيّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ تجربةِ تدويرِ مؤشرِهِ 200 مرةٍ:

	أسودُ	أزرقُ	زهريٌّ	أحمرُ
التَكرارُ	34	72	58	36
الاحتمالُ التجريبيُّ	0.17	0.36	0.29	0.18

إرشاد

أكتـبُ نتائـجَ الاحتمـالِ التجريبـيِّ علـى الصـورةِ العشريةِ؛ لِتسهيلِ المقارنةِ.

16) أكملُ الجدولَ.

17) أيُّ قسمَينِ في القرصِ مِنَ المتوقعِ أَنْ يكونَ لَهُما المقاسُ نفسُهُ؟ أبرّرُ إجابتي. الأحمر والأسود

18) **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِحادثٍ ما؟
هو الاحتمال الذي يعتمد على عدد مرات تكرار التجربة واحتمال وقوع الحادث A يساوي عدد مرات وقوع الحادث مقسوما على عدد مرات اجراء التجربة

اختبار الوحدة:

- اطلب إلى الطلبة حل المسائل 5–1 فرديًّا، وتجوّل بينهم، وقدم لهم التغذية الراجعة، ثم ناقش حلّ بعض المسائل على اللوح مع الصف كاملًا.
- قسم الطلبة مجموعات، ثم اطلب إليهم حل المسائل (21–6). تابع الحلول وقدِّم لهم التغذية الراجعة والمساعدة والدّعم وقت الحاجة. اختر المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها وناقشها معهم على اللوح.

الوحدة 8

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ:

1) جمعَتْ رنيمُ المعلوماتِ الآتيةَ عَنْ عددِ الكتبِ الّتي قرأَتْها زميلاتُها في العطلةِ الصيفيةِ:

1	2	5	4	0	2	3	4	0	
0	10	8	4	7	3	1	6	4	

أيُّ المقاييسِ الآتيةِ قيمتُهُ تساوي 4؟

a) المتوسطُ الحسابيُّ b) الوسيطُ
c) المِنوالُ d) المدى

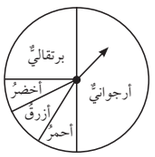
2) الوسطُ الحسابيُّ لِمجموعةِ القِيَمِ
70 ,80 , 70 , 90 , 70 ,80, 100, 70 يساوي:

a) 280 b) 90
c) 80 d) 70

3) مقياسُ مقدارِ تشتّتِ البياناتِ وَتباعدِها هُوَ:

a) المتوسطُ الحسابيُّ b) الوسيطُ
c) المدى d) المِنوالُ

4) إذا دارَ مؤشرُ القرصِ المجاورِ 600 مرةٍ، كَمْ مرّةً تقريبًا يُتوقَّعُ أَنْ يقفَ على القطاعِ الأحمرِ؟



a) 30 b) 40
c) 50 d) 60

5) يوجدُ في مدرسةٍ 1200 طالبٍ (ذكورٍ وَإناثٍ)، اختيرَتْ عيّنةٌ مِنْ 100 طالبٍ عشوائيًّا، فَكانَ عددُ الذكورِ فيها 45، أيُّ الأعدادِ الآتيةِ يمثّلُ عددَ الذكورِ المحتمَلِ في المدرسةِ؟

a) 450 b) 500 c) 540 d) 600

يلخصُ الجدولُ المجاورُ أعمارَ حضورِ حفلَينِ شِعريَّينِ بِالسنواتِ: 6 وَ 7 انظر الهامش

	الحفلُ (1)	الحفلُ (2)
الوسيطُ	38	37
الوسطُ الحسابيُّ	38.4	39.2
المَدى	64	48

6) أقارنُ تباعُدَ أعمارِ حضورِ الحفلَينِ. أفسّرُ إجابتي.

7) يريدُ أحمدُ أَنْ يحدّدَ الحفلَ الّذي حضرَهُ أُناسٌ أصغرُ سنًّا، فَما الصعوباتُ الّتي سوفَ تواجهُهُ؟

زراعةٌ: يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ كُتَلَ 25 تفاحةً رُصِدَتْ في مختبرٍ زراعيٍّ:

الورقةُ	الساقُ
2 4 5 6	9
0 2 4 5 5 8 8	10
1 1 4 4 4 7	11
2 3 5 6 8	12
1 4 9	13

المفتاحُ: 9|2 = 92 g

8) ما عددُ التفاحاتِ الّتي تقلُّ كُتلتُها عَنْ 100 g؟ 4

9) ما نسبةُ التفاحاتِ الّتي كُتلتُها بينَ 120 g وَ 130 g؟ 20%

10) ما كُتلةُ أثقلِ تفاحةٍ؟ 139 g

11) ما مَدى كُتَلِ التفاحاتِ؟ 47

12) أَجِدُ المِنوالَ لِكُتَلِ التفاحاتِ. 114

13) أَجِدُ الوسيطَ لِكُتَلِ التفاحاتِ. 111

إجابات (اختبار الوحدة):

6) أعمار الحضور في الحفل (1) اكثر تباعدا من اعمار الحضور في الحفل (2) لان المدى اكبر

7) الوسط الحسابي لاعمار الحضور في كلا الحفلين متقارب

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

اشرح للطلبة المقصود بالاختبارات الدولية، واطلب إليهم حلّ أسئلة (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثم ناقش حلولها معهم على اللوح.

إجابات اختبار الوحدة:

اختبارُ الوحدةِ

لدى هاني **20** بنطالاً لِبعضِها زرٌّ مِنَ الأمامِ وَلِبعضِها الآخَرِ رباطٌ مطاطيٌّ، وَيبيّنُ الجدولُ أدناهُ أعدادَ هذِهِ البناطيلِ وَألوانَها:

	بنيٌّ	أسودُ	أزرقُ
بنطالٌ لَهُ زِرٌّ مِنَ الأمامِ	4	5	3
بنطالٌ لَهُ رباطٌ مطاطيٌّ	3	2	3

إذا اختارَ هاني بنطالًا عشوائيًّا، فَأَجِدُ احتمالَ:

14. اختيارِ بنطالٍ بِرباطٍ مطاطيٍّ. 16%
15. اختيارِ بنطالٍ بُنّيٍّ بِرباطٍ مطاطيٍّ. 15%
16. اختيارِ بنطالٍ لونُهُ أَسودُ. 35%
17. اختيارِ بنطالٍ بِرباطٍ مطاطيٍّ لونُهُ أسودُ أَوْ بُنّيٍّ. 25%
18. اختيارِ بنطالٍ لونُهُ أسودُ أَوْ بُنّيٍّ. 70%

يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ أدناهُ عددَ زائري متحفٍ في **20** يومًا:

الورقةُ	الساقُ
568	20
01558	21
1356789	22
378	23
14	24

المفتاحُ: **20|5 = 250**

19. أَجِدُ وسيطَ عددِ الزائرينَ. 224
20. أَجِدُ المِنوالَ. 215
21. أَجِدُ المَدى. 39

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

22. **اختيارٌ مِنْ متعدّدٍ:** إذا كانَ وسيطُ القِيَمِ 48, 56, 29, □, 42, 27 يساوي 37 وَالمَدى يساوي 29، فَإِنَّ القيمةَ المجهولةَ هِيَ:

a) 47 **b)** 37 **c)** 32 **d)** 41

تقدّمَ طلبةُ شعبتَينِ مِنَ الصفِّ السابعِ لِاختبارِ رياضياتٍ، وَفي ما يأتي ملخصٌ لِنتائجِ الطلبةِ:

السابعُ (أ)	السابعُ (ب)
الوسطُ الحسابيُّ: 65	الوسطُ الحسابيُّ: 55
الوسيطُ: 59	الوسيطُ: 56
المَدى: 72	المَدى: 48

إذا كانَ عددُ الطلبةِ في كلِّ شعبةٍ يساوي **30** طالبًا، فَأَضعُ إشارةَ (✓) في المكانِ المناسِبِ أمامَ كلِّ جملةٍ مِمّا يأتي:

23. درجاتُ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) متباعدةٌ أكثرَ مِنْ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).
صحيحٌ [✓] خطأٌ [ ]

24. درجاتُ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) أعلى مِنْ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).
صحيحٌ [✓] خطأٌ [ ]

25. أقلُّ مِنْ نصفِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب) حصلوا على درجةٍ أعلى مِنْ 50 .
صحيحٌ [ ] خطأٌ [✓]

26. مجموعُ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) أعلى مِنْ مجموعِ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).
صحيحٌ [✓] خطأٌ [ ]

كتاب التمارين

الدرسُ 1 الوسطُ الحسابيُّ

1 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لأطوالِ أجنحةِ الفراشاتِ المبيّنةِ أدناهُ:

58 63 45 50 66
59 60 48 52 55

2 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِدرجاتِ الحرارةِ الآتيةِ:

7.3 4.2 0.9 10.4 3.5 2.8 9.4 7.9
5.2 6.7 9.6 13.5 8.2 4.3 11.2 3.7

رصدَتْ سناءُ عددَ دقائقِ تأخّرِ باصِ مدرستِها خلالَ أُسبوعٍ، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ المجاورِ:

الخميسُ	الأربعاءُ	الثلاثاءُ	الإثنين	الأحدُ
دقيقةٌ واحدةٌ	6 دقائقَ	8 دقائقَ	صفرُ دقيقةٍ	5 دقائقَ

3 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ دقائقِ تأخّرِ الباصِ.

4 أرسمُ مخطّطًا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنْهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيمِ الأصغرِ مِنْهُ.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الأشجارِ الموجودةِ في 60 حديقةً منزليةً:

عددُ الأشجارِ	0	1	2	3	4
التّكرارُ	18	24	10	2	6

5 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ الأشجارِ في الحديقةِ الواحدةِ لِأقربِ منزلةِ عشريةٍ واحدةٍ.

6 أصفُ التغيّرَ في الوسطِ الحسابيِّ عندَ إضافةِ 4 حدائقَ جديدةٍ لِلجدولِ في كلِّ واحدةٍ مِنْها 5 شجراتٍ.

7 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِكُتلةِ 6 حبّاتٍ بسكويتٍ 23 g، وَكانَتْ كُتلةُ 5 حبّاتٍ كَالآتي:

20 g 19 g 25 g 23 g 24 g

أَجِدُ كتلةَ حبّةِ البسكويتِ السادسةِ.

الدرسُ 2 الوسيطُ، وَالمِنوالُ، وَالمَدى

تمثّلُ البياناتُ المجاورةُ أطوالَ 15 نبتةً لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةِ مِنَ السنتيمترِ. أَجِدُ:

19.1	15.3	12.8	13.2	14.6
20.0	18.4	14.8	13.5	17.5
14.4	16.7	18.1	17.6	17.3

1 الوسطَ الحسابيَّ

2 الوسيطَ

3 هلْ يمكنُ إيجادُ المِنوالِ لِأطوالِ النباتاتِ؟ أبرّرُ إجابتي.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ العامليَنَ في أحدِ المكاتبِ في 40 يومًا مختلفًا:

عددُ العامليَنَ	11	12	13	14	15	16
التّكرارُ	3	7	11	9	8	2

4 يقولُ سائدٌ: «إنَّ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ العامليَنَ في اليومِ الواحدِ أكبرُ مِنَ المِنوالِ». هلْ قولُهُ صحيحٌ؟ أبيّنُ ذلكَ بِالحلِّ.

أحدّدُ ما إذا كانَ يجبُ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أمِ الوسيطِ أمِ المِنوالِ أمِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

5 تصنعُ رزانُ ملابسَ بِثلاثةِ مقاساتٍ: صغيرٍ، وَسطٍ، وَكبيرٍ، وَتريدُ معرفةَ متوسطِ المقاساتِ.

6 يتقاضى 30 موظّفًا رواتبَ مِنَ الشركةِ الّتي يعملونَ بِها. يُريدُ صاحبُ العملِ معرفةَ الراتبِ الّذي يتقاضى نصفُ الموظّفينَ أقلَّ مِنْهُ.

7 تراقبُ إدارةُ المرورِ سرعةَ السيّاراتِ على طريقٍ سريعٍ، وَتريدُ الإدارةُ معرفةَ تقاربِ سُرُعاتِ السيّاراتِ أَوْ تباعدِها.

8 فكّرَ كلٌّ مِنْ قاسمٍ وَماجدةَ بِمجموعةٍ مِنَ الأعدادِ فَكانَتْ كَما يأتي:

10	12	?	?
أعدادُ قاسمٍ			

3	6	7	12
أعدادُ ماجدةَ			

إذا كانَ عددانِ مِنْ أعدادِ قاسمٍ مفقودَيْنِ، وَكانَ الوسطُ الحسابيُّ لِأعدادِهِ يزيدُ عَنِ الوسطِ الحسابيِّ لِأعدادِ ماجدةَ بِمقدارِ 2، وَكانَ مَدى أعدادِ قاسمٍ وَمَدى أعدادِ ماجدةَ متساويَيْنِ، أَجِدُ العددَيْنِ المفقودَيْنِ.

الدرسُ 3 التمثيلُ بِالساقِ وَالورقةِ

سجّلَ أوسٌ عددَ أطباقِ البيتزا الّتي باعَها في كلِّ يومٍ، وَنظّمَ النتائجَ الّتي حصلَ عَلَيْها في مخطّطِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ:

الساق	الورقة
0	4 9
1	0 1 3 5 7 8
2	1 2 5 6 6 7 9
3	0 2 3 3 8
4	1 5 5 7
5	0 0 0

المفتاحُ: 2 | 1 = 21

1 ما عددُ الأيامِ الّتي سجّلَ فيها هذِهِ المعلوماتِ؟ .....

2 ما عددُ الأيامِ الّتي باعَ فيها 33 طبقًا؟ .....

3 ما أقلُّ عددٍ مِنَ الأطباقِ باعَهُ في يومٍ واحدٍ؟ .....

4 ما عددُ الأيامِ الّتي باعَ فيها أكثرَ مِنْ 30 طبقًا؟ .....

5 أَجِدُ مِنوالَ عددِ الأطباقِ الّتي بيعَتْ في يومٍ واحدٍ. .....

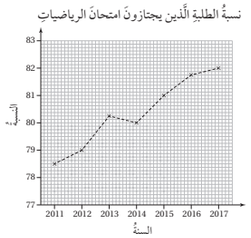
6 أَجِدُ وسيطَ عددِ الأطباقِ الّتي بيعَتْ في يومٍ واحدٍ. .....

7 أَجِدُ مَدى عددِ الأطباقِ التي بيعتْ. .....

وضعَتْ بسمةُ الفَرَضيةَ الآتيةَ، وَتريدُ أَنْ تختبرَ صحّتَها:

نسبةُ الطلبةِ الّذين يجتازونَ امتحانَ الرياضياتِ تزدادُ كلَّ عامٍ منذُ 2011.

جمعَتْ بسمةُ بياناتٍ حولَ فَرَضيّتِها، وَمثّلَتْها في الشكلِ المجاورِ. أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ بناءً على هذِهِ البياناتِ:



8 هلِ الفَرَضيةُ الّتي وضعَتْها بسمةُ صحيحةٌ؟

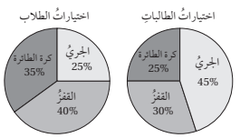
9 أكتبُ فَرَضيةً حولَ البياناتِ الّتي جمعَتْها بسمةُ، وَأختبرُ صحّتَها.

10 مدرسةٌ فيها 360 طالبًا وَ 420 طالبةً، يختارُ كلُّ طالبٍ نشاطًا رياضيًّا لِيشاركَ بِهِ في اليومِ المفتوحِ. وضعَ معلّمُ التربيةِ الرياضيةِ الفَرَضيّةَ الآتيةَ:

عددُ الطلبةِ الّذينَ سَيختارونَ الجريَ أكبرُ مِنْ عددِ الطلبةِ الّذينَ سَيختارونَ القفزَ.

جمعَ المعلّمُ بياناتٍ حولَ النشاطِ المفضّلِ لَدى الطلبةِ، وَمثّلَها في القطاعاتِ الدائريةِ المجاورةِ.

هلِ الفَرَضيّةُ الّتي وضعَها المعلّمُ صحيحةٌ؟



كتاب التمارين

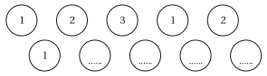
الدرسُ 4 الاحتمالاتُ

الوحدة 8 الإحصاءُ والاحتمالاتُ

اختارَتْ ناديا بطاقةً عشوائيًّا مِنْ بينِ البطاقاتِ المجاورةِ، أَجِدُ احتمالَ اختيارِ:

1. بطاقةٍ تحملُ دائرةً.
2. بطاقةٍ تحملُ مستطيلًا وَالعددَ 3
3. بطاقةٍ تحملُ العددَ 1
4. بطاقةٍ تحملُ شكلاً لَهُ أَضلاعٌ.

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ 10 كُراتٍ مرقَّمةً بِالأرقامِ 1 وَ 2 وَ 3 وَ 4.

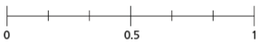


أكملُ ترقيمَ الكراتِ إذا علمْتُ أَنَّهُ عندَ اختيارِ كُرةٍ عشوائيًّا فَإِنَّ:

- فرصةَ ظهورِ الرقمِ 4 مساويةٌ لِفرصةِ ظهورِ الرقمِ 3
- فرصةَ ظهورِ الرقمِ 1 هِيَ الأعلى بينَ الأرقامِ.

اختارَتْ نسرينُ عشوائيًّا بطاقةً مِنْ بينِ البطاقاتِ المجاورةِ. أَضعُ إشارةً على مقياسِ الاحتمالِ لِتدلَّ على احتمالِ وقوعِ الحوادثِ الآتيةِ:

5. A: بطاقةٌ تحملُ سهمًا.
6. B: بطاقةٌ تحملُ سهمًا متجهًا لِلأسفلِ.
7. C: بطاقةٌ تحملُ سهمًا متجهًا لِلأعلى.
8. D: بطاقةٌ تحملُ سهمًا متجهًا لِليسارِ.



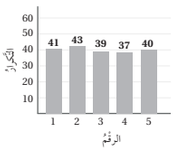
يبيّنُ الجدولُ المجاورُ ألوانَ المركباتِ في موقفٍ لِلسيّاراتِ، إذا اختيرَتْ مركبةٌ عشوائيًّا، أَجِدُ احتمالَ:

	شاحنةٌ	سيّارةٌ
أحمرُ	2	7
أبيضُ	7	3
أسودُ	0	11
أزرقُ	1	4

9. اختيارِ شاحنةٍ.
10. اختيارِ سيّارةٍ زرقاءَ.
11. اختيارِ شاحنةٍ سوداءَ أَوْ سيّارةٍ.

الدرسُ 5 الاحتمالُ التجريبيُّ

يبيّنُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ نتائجَ تدويرِ مؤشرِ القرصِ المجاورِ 200 مرةٍ وَتسجيلِ الرقمِ الّذي يستقرُّ عندَهُ المؤشرُ، أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:



1. توقُّفِ المؤشرِ عندَ الرقمِ 3
2. توقّفِ المؤشرِ عندَ رقمٍ أكبرَ مِنْ 4
3. توقّفِ المؤشرِ عندَ عددٍ غيرِ أوّليٍّ.

في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ 75 مرةً وَتسجيلِ الرقمِ الظاهرِ على الوجهِ العُلويِّ ظهرَ العددُ (6) 25 مرةً:

4. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ العددِ 6
5. هلْ حجرُ النردِ المستعملُ في التجربةِ عادلٌ أَمْ لا؟ أبرّرُ إجابتي.

مطاعمُ: يقدّمُ مطعمٌ عرضًا لِلزبائنِ بِاختيارِ طبقٍ إضافيٍّ مَعَ وجباتِهِمْ مِنْ بَينِ ثلاثةِ أطباقٍ: بطاطا، أَوْ أَرُزٍّ، أَوْ معكرونةٍ، وَيبيّنُ الجدولُ المجاورُ طلباتِ الزبائنِ في أحدِ الأيامِ.

الطلبُ الإضافيُّ	العددُ
أَرُزٌّ	29
بطاطا	13
معكرونةٌ	1

6. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِاختيارِ زبونٍ طبقَ البطاطا.
7. إذا ارتادَ المطعمَ في اليومِ التالي 80 شخصًا، فَكَمْ زبونًا مِنَ المتوقَّعِ أَنْ يختارَ طبقَ الأرُزِّ.

صمّمَتْ سارةُ القرصَ الدوّارَ المجاورَ، وَدوّرَتِ المؤشرَ 40 مرةً، ثُمَّ رصدَتِ النتائجَ الّتي حصلَتْ عليها في الجدولِ المجاورِ:

اللونُ	أحمرُ	أزرقُ
التكرارُ	9	31

8. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللونِ الأزرقِ.
9. هلِ القرصُ الّذي صممَتْهُ سارةُ عادلٌ أَمْ لا؟

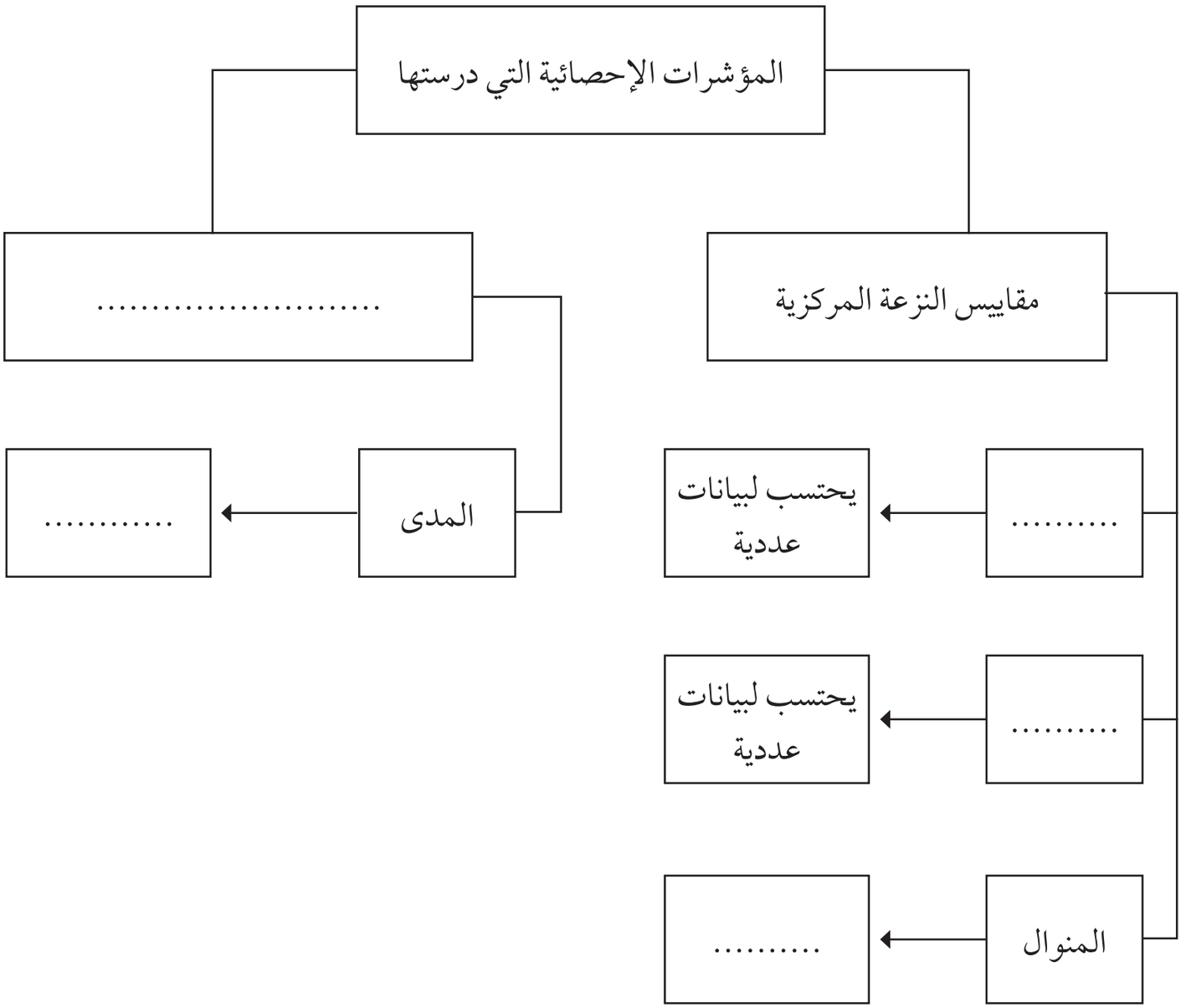
ورقة المصادر 1 : عائلات

الاسم: محمد العمر: 4 عائلة أحمد	الاسم: خالد العمر:5 عائلة أحمد	الاسم: سلمى العمر:9 عائلة أحمد	الاسم: ليلى العمر:15 عائلة أحمد	الاسم: علي العمر: 2 عائلة أحمد

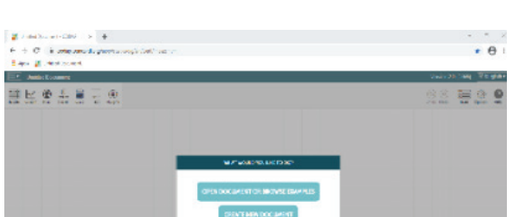
الاسم: عدي العمر: 15 عائلة سلطان	الاسم: محمد العمر: 9 عائلة سلطان	الاسم: هبة العمر: 6 عائلة سلطان

الاسم: خلود العمر: 4 عائلة عمر	الاسم: إيمان العمر: 5 عائلة عمر	الاسم: محمد العمر: 3 عائلة عمر

ورقة المصادر 2 : الخريطة المفاهيمية

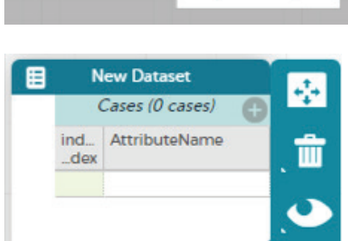


ورقة المصادر 3 : خطوات استخدام برمجية CODAP
(Common Online Data Analysis Platform)



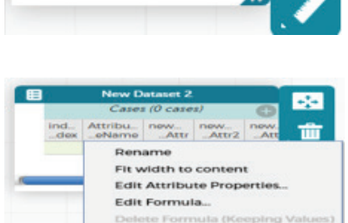
1. اضغط على الرابط الآتي للوصول إلى الشاشة الرئيسة للبرمجية: ttps://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html

2. اضغط على زرّ "create new document"



3. اضغط على زرّ "Tables" لإنشاء جدول البيانات الخاص بك. وجّه الطلبة إلى إدخال بيانات المشروع المجمّعة.

4. بعد الضغط على زرّ "create new document" تظهر الشاشة المجاورة، وبالضغط على إشارة + تفتح أعمدة جديدة يمثل كل عامود منها متغيرًا من المتغيرات المراد تحليلها، كالوزن، والطول، العمر. وكل صفّ يمثل حالة من الحالات التي جمعت البيانات عنها.



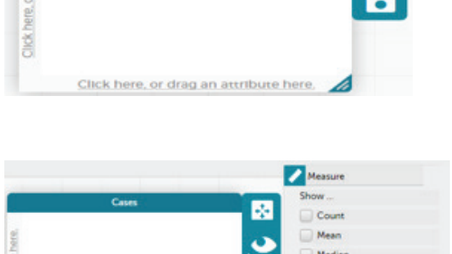
5. تتيح البرمجية إجراء التعديلات على الجدول، مثل تغيير عنوان العمود بالضغط على عنوان العمود.

6. لاحظ بالنظر إلى الشاشة المجاورة إنشاء 4 متغيرات، هي: الاسم، الجنس، العمر، الوزن.

7. بعد تجهيز بيانات الجدول، اضغط على زرّ Graph وستُفتح نافذه جديدة. اسحب متغير العمر وأفلته على المحور الأفقي، فتحصل مباشرة على الشكل المجاور. اضغط على رمز المسطرة واختر الإحصائيات التي ترغب بحسابها، مثل: الوسط الحسابي، والوسيط.

8. كرر العملية لمتغيرات أخرى.

9. نفذ النشاط مع الطلبة في مختبر الحاسوب بالمدرسة.



ورقة المصادر 4 : أحداث متوقعة

تساقط الثلوج غدًا	مشاهدة التلفاز مع العائلة
الحصول على تقدير ممتاز في الرياضيات	زيارة مدينة البترا الأثرية
غياب مدرس اللغة العربية	الذهاب للتسوق مع العائلة
زيارة طبيب الاسنان	استخدام الانترنت هذا اليوم