الدرس (١) — الوحدة (٦)

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

مقدمة :- $3x+y=8$ تمثل معادلة خطية حيث قوة كل من x و y تساوي (١)

وعند وجود اكثر من معادلة خطية نشكل لدينا **نظام المعادلات الخطية** بحيث المتغيرات نفسها . مثلاً :- $5x+3y=1$ ، $x+y=7$

وحل النظام هو ايجاد الزوج المرتب (x,y) الذي يحقق كل معادلة.

اولاً :- معرفة حل الزوج المرتب (x,y) يمثل حل للنظام

* عوض الزوج المرتب في كلا المعادلتين
* نقارن الناتج الظاهر في كل طرف . حيث :-

١) ان تساويا في كلا الطرفين ← يمثل حل للنظام

٢) ان لم يتساويا في احدى المعادلتين أو كلاهما ← لا يمثل حل للنظام

مثال حدد ما اذا كان الزوج المرتب يمثل حل للنظام أم لا.

① $(1,2)$

$x+3y=7$

$2y-x=3$

المعادلة (١) :-

عوض $x+3y=7$

$1+3(2)\stackrel{?}{=}7$

$7=7$ ✓

المعادلة (٢) :-

عوض $2y-x=3$

$2(2)-1\stackrel{?}{=}3$

$3=3$ ✓

حل للنظام

② $(2,-3)$

$x-y=5$

$2x+y=7$

المعادلة (١) :-

عوض $x-y=5$

$2+3\stackrel{?}{=}5$

$5=5$ ✓

المعادلة (٢) :-

عوض $2x+y=7$

$2(2)-3\stackrel{?}{=}7$

$1\neq 7$

ليس حل للنظام

③ $(2,-1)$

$3y+x=7$

$y+x=5$

المعادلة (١) :-

عوض $3y+x=7$

$3(-1)+2\stackrel{?}{=}7$

$-1\neq 7$ نتوقف

لا يمثل حل للنظام

③ (1، 3):

$2x+y=5$
$-2x+y=1$

المعادلة الأولى :-
$2x+y=5$
$2(1)+3 \stackrel{?}{=} 5$
$5=5$ ✓

المعادلة الثانية :-
$-2x+y=1$
$-2(1)+3 \stackrel{?}{=} 1$
$1=1$ ✓

وعليه (3، 1) يمثل حل النظام.

④ (-1، 2):

$2x+5y=8$
$3x-2y=5$

المعادلة الأولى :-
$2x+5y=8$
$2(-1)+5(2) \stackrel{?}{=} 8$
$8=8$ ✓

المعادلة الثانية :-
$3x-2y=5$
$3(-1)-2(2) \stackrel{?}{=} 5$
$-7 \neq 5$ ✗

وعليه (2، -1) لا يمثل حل النظام

احدى طرائق حل نظام معادلات خطية تكون من معادلتين خطيتين هي تمثيلها في المستوى الاحداثي نفسه وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان والتي تمثل حلاً للنظام

مثال :- حل النظام

$2x+y=4$
$x+y=3$

أفضل طريقة لرسم المعادلة الخطية هو إيجاد المقطع (y) والمقطع (x)

الخطوة (1) :- نمثل كل معادلة في المستوى الاحداثي نفسه

المعادلة الأولى :-
$2x+y=4$
∴ $x=0$ عند *
$y=4$
∴ $y=0$ عند *
$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}$
$x=2$

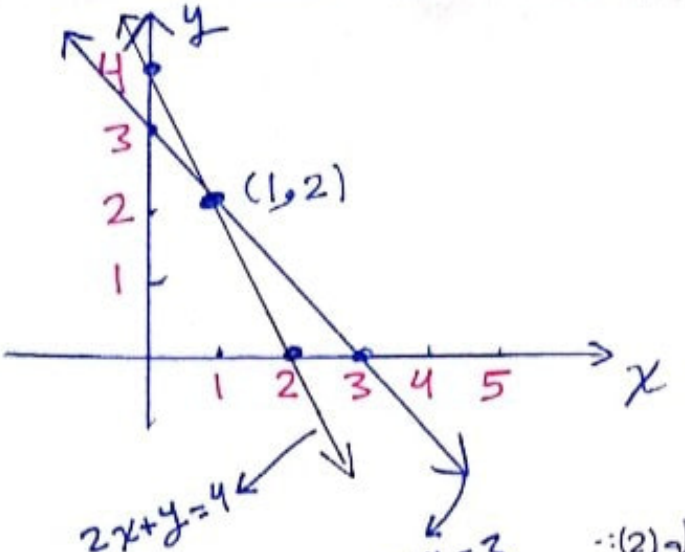
المعادلة الثانية :-
$x+y=3$
∴ $x=0$ عند *
$y=3$
∴ $y=0$ عند *
$x=3$

الخطوة (2) :-

نحدد نقطة/تقاطع

نلاحظ ان المستقيمان يتقاطعان

في/نقطة (2و1)



الخطوة (3) :-

نتحقق من الحل.

المعادلة (1) :-

بما 2x+y=4

2(1)+2 ≟ 4

4=4 ✓

المعادلة (2) :-

x+y=3

2+1 ≟ 3

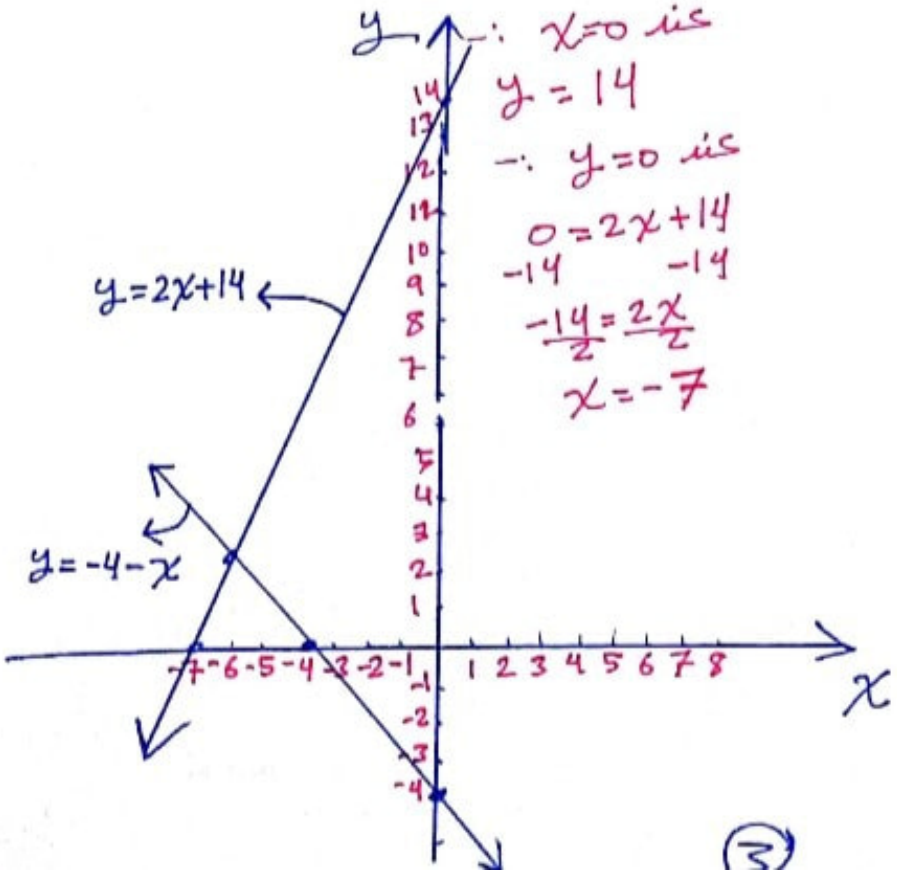
3=3 ✓

اذن (2و1) حل للنظام

---

① $y=-4-x$

$y=2x+14$



المعادلة (2)

$y=2x+14$

∴ عند $x=0$

$y=14$

∴ عند $y=0$

$0=2x+14$

$-14 \quad -14$

$\frac{-14}{2}=\frac{2x}{2}$

$x=-7$

المعادلة (1)

$y=-4-x$

∴ عند $x=0$

$y=-4$

∴ عند $y=0$

$0=-4-x$

$+4 \quad +4$

$4=-x$

$-4=x$

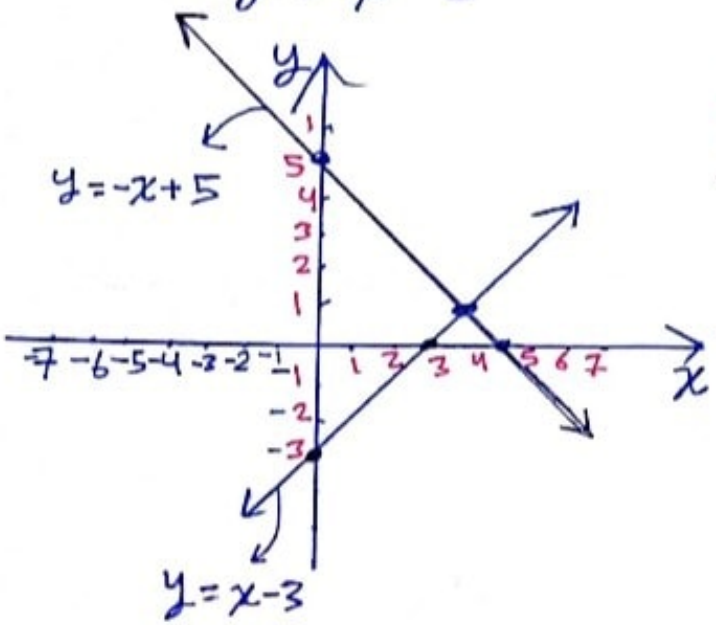
نقطة/تقاطع (-6,2)

وهو الحل للنظام

التحقق من مفهوم 42

② $y = -x + 5$

$y = x - 3$



المعادلة (1)

$y = -x + 5$

∴ عند $x = 0$

$y = 5$

∴ عند $y = 0$

$0 = -x + 5$

$-5 \quad -5$

$-5 = -x$

$x = 5$

المعادلة (2)

$y = x - 3$

∴ عند $x = 0$

$y = 0 - 3$

$y = -3$

∴ عند $y = 0$

$0 = x - 3$

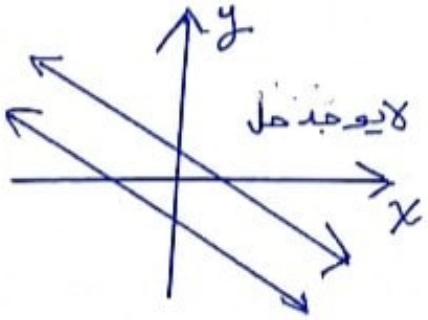
$+3 \quad +3$

$3 = x$

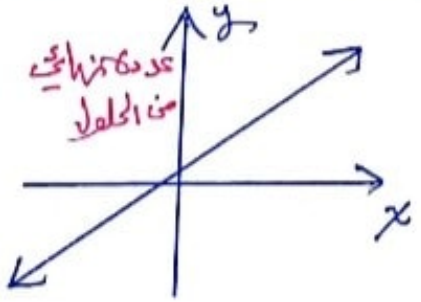
نقطة التقاطع $(5, 0)$

وهي تمثل حل النظام

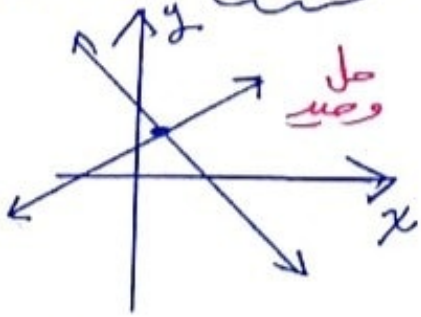
مفهوم: بما ان الحل للنظام هو نقطة (تقاطع / تساوي) معناه



مستقيمان متوازيان



المستقيم نفسه



مستقيمان متقاطعان

تعلم: نستطيع معرفة حل للنظام عدد نهائي من الحلول أو عدم وجود حل كما يلي :-

① نجد ميل كل معادلة ونقطع y كما يلي :-

* حساب الميل ← اجعل y موضوع قانون ومعامل x هو الميل

* المقطع y ← ضع $x = 0$ وحل المعادلة

② اذا تساوا الميلان فقط ← لا يوجد حل

③ اذا تساوا الميلان والمقطع y ← عدد نهائي من الحل

④ ان اختلف الميلان ← حل وحيد

حل الأنظمة الآتية :-

اكتشف من نفسك 43 ص

③ $y = 2x + 1$
$y = 2x - 5$

الحل :- سنقوم بإيجاد الميل والمقطع :-

المعادلة (1) :-
$y = 2x + 1$
هنا y موضوع قانون وعليه $M = 2$
نضع $x = 0$:-
$y = 1$

المعادلة (2) :-
$y = 2x - 5$
$M = 2$
نضع $x = 0$:-
$y = -5$

نلاحظ ان الميلان متساويان والمقطع y مختلف وعليه لا يوجد حل للنظام "

---

④ $-2x + y = 3$
$-4x + 2y = 6$

المعادلة (1)
$-2x + y = 3$
اجعل y موضوع قانون
$-2x + y = 3$
$+2x \quad +2x$
$y = 2x + 3$
$M = 2$
نضع $x = 0$:-
$y = 3$

المعادلة (2) :-
$-4x + 2y = 6$
اجعل y موضوع قانون
$-4x + 2y = 6$
$+4x \quad +4x$
$\frac{2y}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2}$
$y = 2x + 3$
$M = 2$
عند $x = 0$:-
$y = 3$

نفس الميل والمقطع وعليه "عدد نهائي للحلول"

مسائل من الحياة

لعبة الكترونية :-

تريد الاختان هدى وندى شراء لعبة الكترونية، وتوفران من مصروفهما من أجل ذلك، اذا كان مع هدى JD 14 وتوفر اسبوعيا JD 3 ومع ندى JD 6 وتوفر اسبوعياً JD 5 بعد كم اسبوع يكون مع الاختين المبلغ نفسه.

الحل :- المبلغ y

عدد الاسابيع x

هدى :- $y = 14 + 3x$

ندى :- $y = 6 + 5x$

نرسم كل من المعادلتين :-

المعادلة (1)

$y = 14 + 3x$

عند $x=0$:-

$y = 14$

عند $y=0$:-

$0 = 14 + 3x$

$-14 \quad -14$

$\frac{-14}{3} = \frac{3x}{3}$

$x = -\frac{14}{3}$

المعادلة (2) :-

$y = 6 + 5x$

عند $x=0$:-

$y = 6$

عند $y=0$:-

$0 = 6 + 5x$

$-6 \quad -6$

$\frac{-6}{5} = \frac{5x}{5}$

$-\frac{6}{5} = x$

نرسم ويتضح لدينا

نقطة تقاطع $(4, 26)$

بعد $x = 4$ أسبوع يكون معهم نفس المبلغ

التدرب وحل المسائل

حدد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى في كل مما يأتي :-

① $(2,-2)$: $3x+y=4$ ، $x-3y=8$

المعادلة (1) :-
بوضع $3x+y=4$
$3(2)+2 \stackrel{?}{=} 4$
$4 = 4$ ✓

المعادلة (2) :-
$x-3y=8$
$2-3(-2) \stackrel{?}{=} 8$
$8 = 8$ ✓

∴ عليه حل للنظام

---

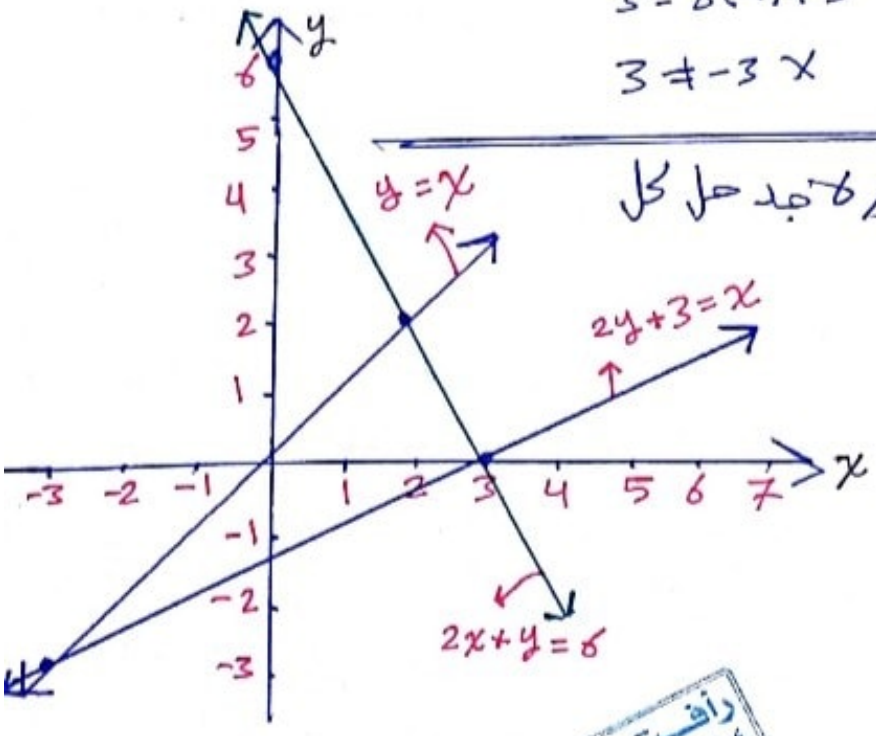
② $(-1,3)$: $y=-7x-4$ ، $y=8x+5$

المعادلة (1) :-
بوضع $y=-7x-4$
$3 \stackrel{?}{=} -7x-1-4$
$3 \stackrel{?}{=} 3$ ✓

المعادلة (2) :-
بوضع $y=8x+5$
$3 \stackrel{?}{=} 8(-1)+5$
$3 \neq -3$ ×

∴ ليس حل للنظام

استعمل التمثيل البياني المجاور لإيجاد حل كل نظام مما يأتي :-



③ $y=x$
$2x+y=6$
الحل : $(2, 2)$

④ $2y+3=x$
$2x+y=6$
الحل : $(3, 0)$

⑤ $2y+3=x$
$y=x$
الحل : $(-3, -3)$

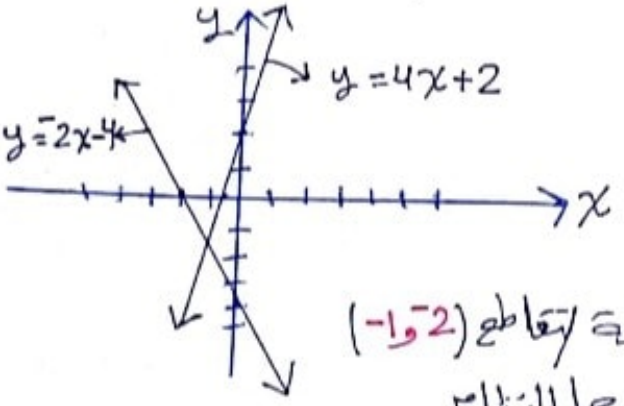
رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

أحل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً :-

⑥ $y = 4x + 2$
$y = -2x - 4$

المعادلة (1)
$y = 4x + 2$
∴ $y = 0$ نضع
$0 = 4x + 2$
$-2 \quad -2$
$\frac{-2}{4} = \frac{4x}{4}$
$-\frac{1}{2} = x$
∴ $x = 0$ نضع
$y = 2$

المعادلة (2)
$y = -2x - 4$
∴ $y = 0$ نضع
$0 = -2x - 4$
$+4 \quad +4$
$\frac{4}{-2} = \frac{-2x}{-2}$
$x = -2$
∴ $x = 0$ نضع
$y = -4$



نقطة التقاطع $(-2, -1)$
وهي حل النظام

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

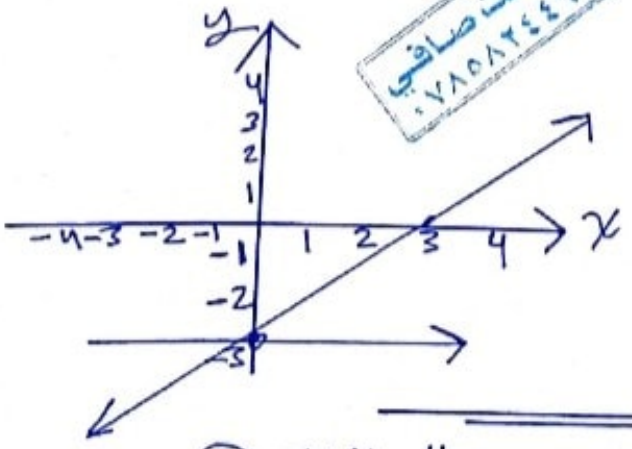
⑦ $y = x - 6$
$y = x + 2$

ضا نفس الميل وعليه
لا يوجد حل للنظام

⑧ $y = -3$
$y = x - 3$

المعادلة (1)
$y = -3$
ضا نعين -3 على محور الصادات (y) ونرسم خطاً افقياً يوازي محور السينات x

المعادلة (2)
$y = x - 3$
∴ عند $x = 0$
$y = -3$
∴ عند $y = 0$
$0 = x - 3$
$+3 \quad +3$
$x = 3$



نقطة التقاطع $(3, 0)$
وهي حل النظام

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

⑨ $x + y = 4$
$3x + 3y = 12$

الميل والمقطع لصادي للمعادلتان نفسه
وعليه يوجد عدد لا نهائي من الحلول

التقصيح
معادلة (1) :-
$x + y = 4$
$-x \quad -x$
$y = -x + 4$
الميل $M = -1$
المقطع (y) $y = 4$

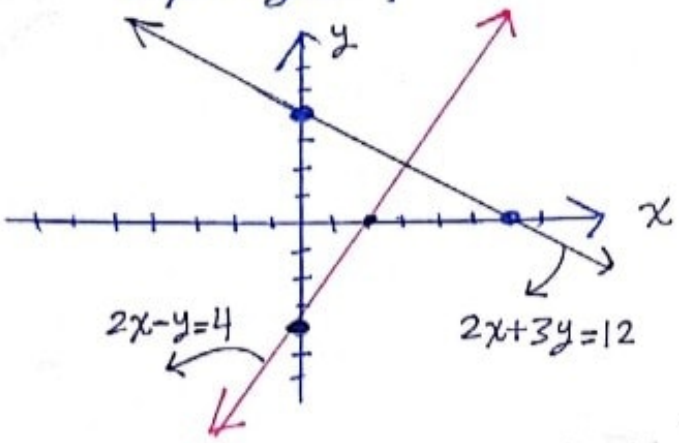
معادلة (2) :-
$3x + 3y = 12$
$-3x \quad -3x$
$\frac{3y}{3} = \frac{12 - 3x}{3}$
$y = 4 - x$
الميل -1 والمقطع y يساوي 4

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

⑧

(10) $2x+3y=12$

$2x-y=4$



∴ المعادلة (2)

$2x-y=4$

∴ عند $x=0$

$-y=4$

$y=-4$

∴ عند $y=0$

$\frac{2}{2}x=\frac{4}{2}$

$x=2$

∴ المعادلة (1)

$2x+3y=12$

∴ عند $x=0$

$\frac{3y}{3}=\frac{12}{3}$

$y=4$

∴ عند $y=0$

$2x=12$

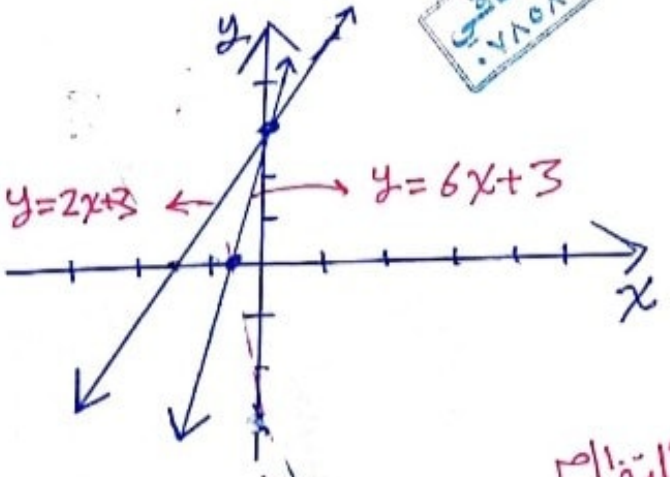
$x=6$

∴ نقطة التقاطع $(2, 3)$ وهي تمثل حل النظام

---

(11) $y=6x+3$

$y=2x+3$



رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

∴ المعادلة (2)

$y=2x+3$

∴ عند $x=0$

$y=3$

∴ عند $y=0$

$0=2x+3$

$-3 \quad -3$

$\frac{-3}{2}=\frac{2x}{2}$

$x=\frac{-3}{2}$

∴ المعادلة (1)

$y=6x+3$

∴ عند $x=0$

$y=3$

∴ عند $y=0$

$0=6x+3$

$-3 \quad -3$

$\frac{-3}{6}=\frac{6x}{6}$

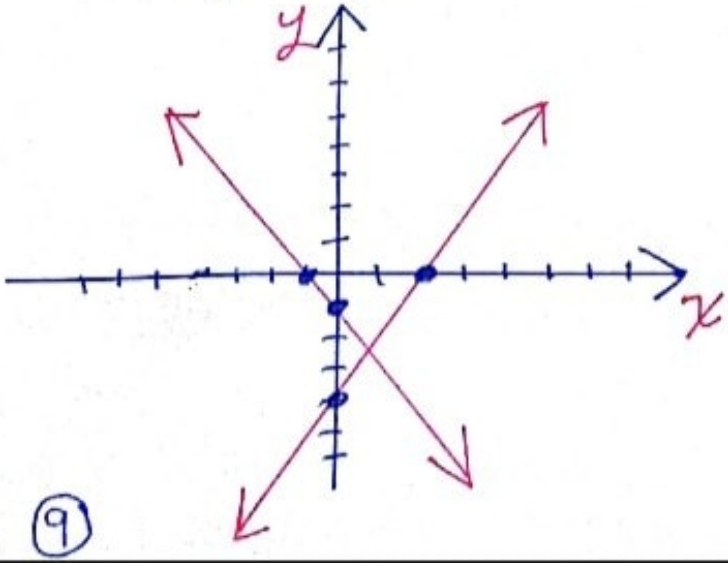
$x=\frac{-1}{2}$

∴ نقطة تقاطع $(3, 0)$ وهي تمثل حل النظام

---

(12) $8x-4y=16$

$-5x-5y=5$



رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

المعادلة (2)

$-5x-5y=5$

∴ عند $x=0$

$-5y=5$

$y=-1$

∴ عند $y=0$

$-5x=5$

$x=-1$

المعادلة (1) ∴

$8x-4y=16$

∴ عند $x=0$

$\frac{-4y}{-4}=\frac{16}{-4}$

$y=-4$

∴ عند $y=0$

$\frac{8x}{8}=\frac{16}{8}$

$x=2$

∴ نقطة تقاطع $(2, -1)$ وهي تمثل حل النظام

(13) $4x - 6y = 12$
$-2x + 3y = -6$

الحل: المعادلتان لهما نفس الميل و المقطع y
وعليه يوجد عدد لانهائي من الحلول

---

(14) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$
$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :- يفضل التخلص من الكسور حيث نضرب المعادله (1) بالعدد 4
و المعادله (2) بالعدد 6

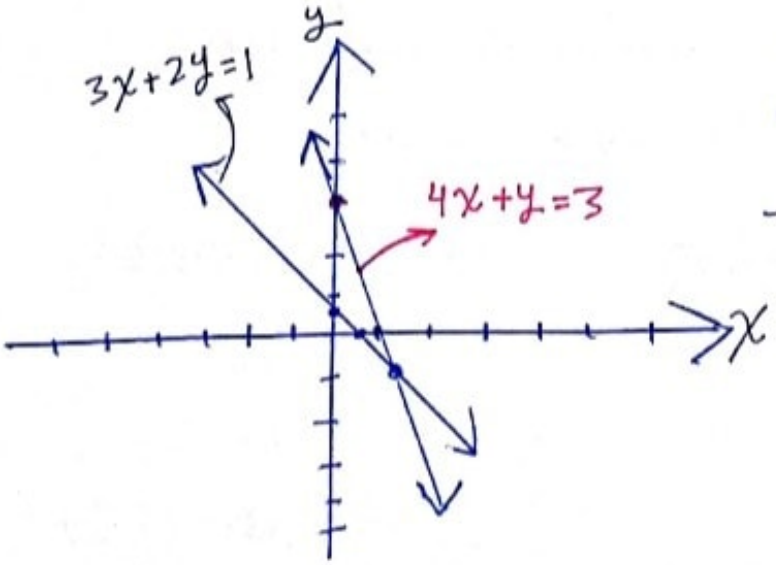
$4x\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}\right)$

$\boxed{3x + 2y = 1}$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$6x\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}\right)$

$\boxed{4x + y = 3}$

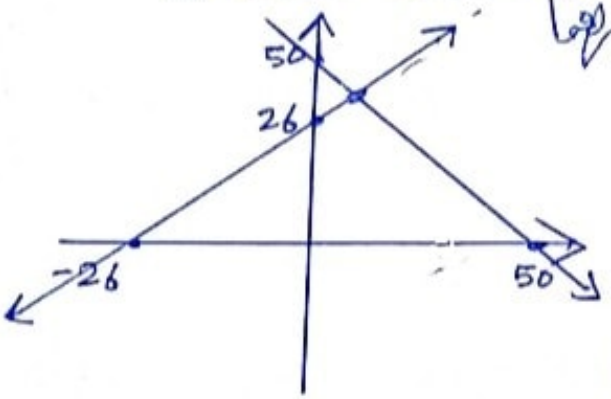


المعادله (1) :-
$3x + 2y = 1$
عند $x = 0$:-
$2y = 1$
$y = \frac{1}{2}$
عند $y = 0$:-
$3x = 1$
$x = \frac{1}{3}$

المعادله (2) :-
$4x + y = 3$
عند $x = 0$:-
$y = 3$
عند $y = 0$:-
$4x = 3$
$x = \frac{3}{4}$

نقطة التقاطع $(1-, 1)$
وهي حل النظام

15 أعمار :- يقل عمر نوال عن عمر والدتها بمقدار 26 عاماً. ومجموع عمريهما 50 عاماً، اكتب نظام من معادلتين خطيتين يمثل عمر نوال وعمر أمها ثم اجد عمر كل منهما



الحل :- y عمر الأم
x عمر نوال

المعادلة (1) $y - x = 26$
المعادلة (2) $x + y = 50$

نقوم بالرسم ونجد نقطة التقاطع (12,38)
حيث نرسم في الربع الأول كون الأعمار بالموجب

مواقع الإنترنت :- موقعان تعليميان على شبكة الإنترنت، سجل الأول مليون زيارة عام 2020م وفي كل عام لاحق ازداد عدد زياراته بمعدل ثابت مقداره نصف مليون زيارة، وسجل الموقع الثاني عدد ملايين زيارة عام 2020م، وكان هذا العدد تناقصها في كل عام لاحق بمعدل ثابت يساوي مليون زيارة

(16) اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل اعداد زيارات الموقعين
(17) في أي عام سيصبح عدد زيارات كل من الموقعين متساوياً

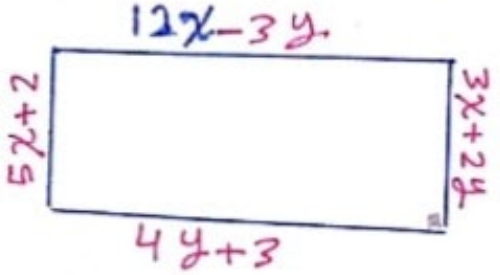
الحل :- x عدد السنوات
y عدد الزيارات

$y = 1 + \frac{1}{2}x$
$y = 10 - 1x$

لمعرفة أي عام :-

$1 + \frac{1}{2}x = 10 - x$
$+x \quad = \quad +x$
$1 + \frac{3}{2}x = 10$
$-1 \quad -1$
$\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{2}x = 9 \times \frac{2}{3}$
$x = 6$

(18) هندسة :- جد قيمتي x و y للمستطيل المجاور



الحل :- من خصائص المستطيل ان كل ضلعين متقابلين متساويان

بسط $5x+2 = 3x+2y$

$5x-3x-2y = -2$

$2x-2y = -2$

المعادلة (1) $\boxed{x-y=-1}$

وكذلك $12x-3y = 4y+3$

$12x-3y-4y = 3$

المعادلة (2) $\boxed{12x-7y=3}$

نحل المعادلتان ونستنتج لدينا

$x = 2$

$y = 3$

رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

---

(19) اعود الى فقرة (استكشف) بداية الدرس واحل المسألة:
شجرة طولها $0.6\,m$ ويزداد طولها بمعدل ثابت مقداره $0.3\,m$ في السنة، وشجرة اخرى طولها $1.8\,m$ ويزداد طولها بمعدل ثابت مقداره $0.15\,m$ كل سنة. بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه

الحل :-

$y = 0.3x + 0.6$

$y = 0.15x + 1.8$

نساوي المعادلتين :-

$0.3x+0.6 = 0.15x+1.8$

$-0.15x \quad -0.15x$

$0.15x+0.6 = 1.8$

$-0.6 \quad -0.6$

$\frac{0.15x}{0.15} = \frac{1.2}{0.15}$

$x = 8$

(20) تبرير :- هل يمكن لنظام معادلات خطية مكونه من معادلتين خطيتين حلّان مختلفان ؟ ابرر اجابتي

الحل :- لا يمكن ، لان المستقيمين اذا تقاطعا معاً فانهما يتقاطعان في نقطة واحدة وعليه «حل وحيد» أما لم يتقاطعا «لا يوجد حل» أما ان انطبقا فيوجد عدد نهائي وليس حلّان .

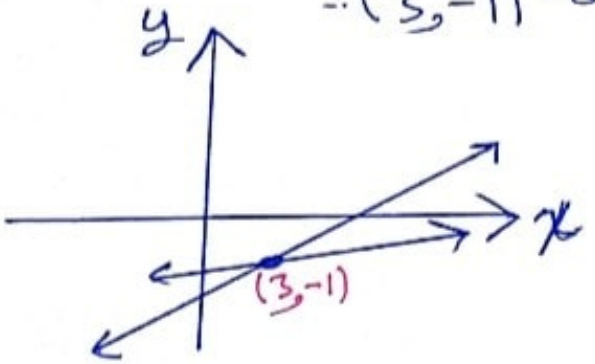
---

(21) الكشف الخطأ :- يبين الشكل المجاور أن حل نظام المعادلات الآتي هو النقطة (3,-1) :

$x-3y=6$

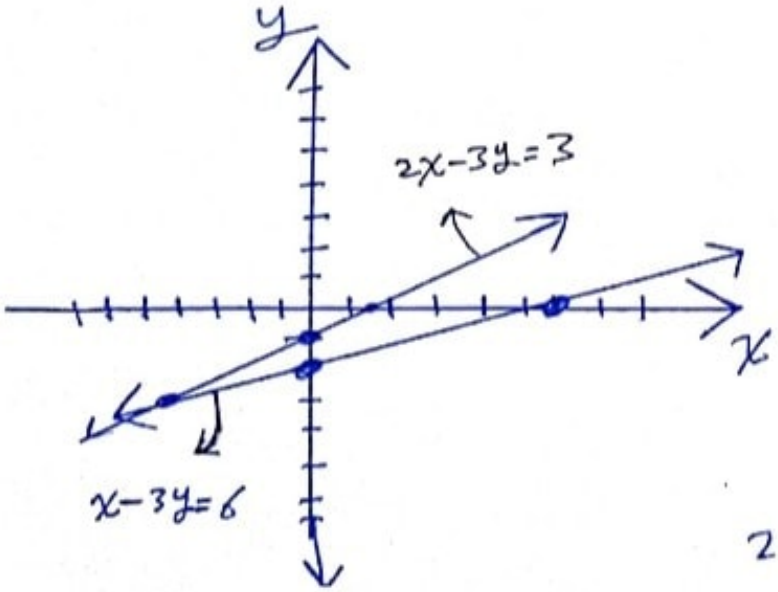
$2x-3y=3$

الكشف الخطأ في الحل و أصححه.



الحل :- نتأكد من الرسم :-

المعادلة (1)	المعادلة (2)
$x-3y=6$	$2x-3y=3$
$\therefore x=0$ عند	$x=0$ عند
$\frac{-3y}{-3}=\frac{6}{-3}$	$\frac{-3y}{-3}=\frac{3}{-3}$
$y=-2$	$y=-1$
$\therefore y=0$ عند	$\therefore y=0$ عند
$x=6$	$\frac{2x}{2}=\frac{3}{2}$
	$x=\frac{3}{2}$



الخطأ في رسمة $2x-3y=3$

تقطع المحاور في $(-3,3)$

صقر الجنوب
منتديات