الوحدة 1
معادلة المستقيم والصيغ

مقدمة الوحدة

السؤال الأساس للوحدة

ماذا نعني بالصيغ الجبرية ؟ وما أهمية وجود صيغ مختلفة للمعادلات الخطية ؟

ارجع إلى السؤال الأساس للوحدة أثناء دراسة الوحدة، واقرأ الملاحظات المتعلقة بالإجابة عن السؤال في صفحة 40 (مراجعة الوحدة) من دليل المعلم.

معادلة المستقيم والصيغ

مشروع STEM

نظرة عامة على المشروع

في هذا المشروع، يتعرّف الطلاب إلى العلاقة بين انحدار سقف منزل وميل المستقيم الذي ينمذج هذا الانحدار، ويستعملون ما يعرفونه عن المعادلات الخطية لتصميم سقف منحدر مناسب لتثبيت ألواح الطاقة الشمسية عليه.

تقديم المشروع

مهّد للموقف بمناقشة لماذا من الضروي أن يكون السقف منحدرًا. في المناطق ذات المناخات الباردة، تمنع الأسقف المائلة المنحدرة تراكم الثلوج بشكل كبير.
وفي مناطق مثل جزيرة برمودا، تكون الأسقف المنحدرة مفيدة في تجميع المياه.
في يومنا هذا، يُبنى السقف منحدرًا في بعض المنازل الحديثة من أجل استعمال ألواح الطاقة الشمسية. إنّ انحدار الألواح الشمسية مع الخط الأفقي ووجهة تركيبها أهم عاملين للحصول على أقصى كمية من الطاقة الشمسية. ويختلف الانحدار الأمثل للألواح بحسب موقعها الجغرافي وفصول السنة.

س: ما أنماط الأسقف المختلفة التي سبق لك أن رأيتها ؟
[نموذج إجابة: سقف مستوٍ، سقف منحدر، سقف جوانبه منحدرة والجزء العلوي منه مستوٍ.]

س: ما الأسباب التي تجعل بعض الناس يفضّلون السقف المستوي وبعضهم الآخر يفضّلون السقف المنحدر ؟
[نموذج إجابة: السقف المستوي، لكي يكون لديهم سطح يمكن بناء عليه طوابق أخرى مستقبلا أو لإنشاء حديقة. أما السقف المنحدر، لكي لا يتراكم الثلج على السطح.]

س: إذا قررت بناء منزل، ما نوع السقف الذي قد تختارونه ؟ لماذا ؟
[قد تتنوع الإجابات. مثلً: نختار السقف المستوي لإنشاء حديقة عليه أو لإنشاء صالة لاستقبال الزوار في الهواء الطلق عندما يسمح الطقس بذلك.]

س: لنفترض أنك تنوي بناء منزل وتخطط لتثبيت ألواح شمسية على سطحه. هل يغيّر هذا الأمر مخططك للسقف ؟ لماذا ؟
[قد تتنوع الإجابات.]

اجعل الطلاب يقرؤون المهمة التي سيُطلب منهم إكمالها.

تنفيذ المشروع

يمكن للمعلم عرض فيديو قصير لأسقف مائلة يتم تركيبها بزوايا ميل وتصميمات مختلفة، تتناسب مع تركيب ألواح الطاقة الشمسية، أو ألواح بغرض زيادة الإنارة داخل المنشآت.

إنهاء المشروع

قد ترغب في التخطيط ليوم يتشارك فيه الطلاب التصاميم التي أنجزوها لأسقفهم.
شجّع الطلاب على شرح خطوات عملهم بالإضافة إلى نتائجهم النهائية.

الدرس 1-1
الصيغ الجبرية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ إعادة ترتيب صيغ ومعادلات لتوضيح مقدار الفائدة البسيطة من خلال عزل المتغير باستعمال نفس التبرير المنطقي المستعمل في حل المعادلات.

✔ استعمال الصيغ والمعادلات لحل المسائل.

الفهم الأساس

المعادلات متعددة المتغيرات هي معادلات بمتغيرين أو أكثر، ويمكن حلها بإعادة كتابتها لتوضيح المتغير الذي يشير إلى الفائدة.

ترابط

في الصفوف السابقة، تمكّن الطلاب من:

- حل معادلات خطية بمتغير واحد باستعمال خصائص المساواة.

في هذا الدرس، يتمكّن الطلاب من:

- حل صيغ ومعادلات متعددة المتغيرات باستعمال نفس التبرير المنطقي المستعمل في حل المعادلات، وذلك بإعادة ترتيب الصيغ لتوضيح مقدار الفائدة البسيطة.

دقة

يؤكد هذا الدرس على الدمج بين الاستيعاب المفاهيمي والتطبيق.

- يستعمل الطلاب صيغًا ومعادلات متعددة المتغيرات لحل مسائل تتضمن مسافة، ومحيطًا، وتحويل درجات حرارة.
- يحدد الطلاب الخطوات المطلوبة لإيجاد المتغير الذي يشير إلى الفائدة البسيطة في صيغة أو معادلة متعددة المتغيرات.

بناء المصطلحات

مراجعة المصطلحات

العربية | الإنجليزية

- **عزل** | *isolate*
- **فائدة بسيطة** | *simple interest*
- **متغير** | *variable*

المصطلحات الجديدة

- **صيغة** | *formula*
- **معادلة متعددة المتغيرات** | *literal equation*

نشاط المصطلحات

راجع المصطلح "صيغة" وذلك بأن أطلب من الطلاب ذكر أمثلة على الصيغ التي استعملوها في صفوف الرياضيات السابقة.

س: ماذا تلاحظ بشأن هذه الصيغ كلها ؟
ما الفرق بينها وبين المعادلات بمتغير واحد ؟
[تأكد من أن يشير الطلاب إلى أن الصيغة تتضمن متغيرين أو أكثر. استعمل هذا الفرق لتعريف الطلاب بمصطلح معادلة متعددة المتغيرات، حيث الصيغة أحد الأمثلة عليها.]

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يُركّز الطلاب على المعيار:

9.1.5 يُولد صيغًا من مضامين فيزيائية ويعيد ترتيب صيغ تربط بين متغيرين أو أكثر.

معايير ممارسات الرياضيات

فكّر في المسائل وثابر في حلها

يربط الطلاب بين إعادة ترتيب صيغة لتوضيح مقدار الفائدة البسيطة والتبرير المنطقي الذي يستعملونه لحل المعادلات.

نمذج

يمثل الطلاب العلاقات بين الكميات في مسائل تتضمن المسافة والمحيط ودرجة الحرارة باستعمال صيغ ومعادلات متعددة المتغيرات.

نمذج وناقش

محور تركيز التدريس يكتب الطلاب معادلة متعددة المتغيرات لتمثيل نموذج.
يعيد الطلاب كتابة معادلة متعددة المتغيرات في صورة مكافئة لها، ويستعملون هذه الصورة لحل المسألة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصف مجتمعين

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: ماذا تلاحظ بشأن الصورة ؟
[تمثّل الصورة مستطيلًا له طولان وعرضان، وطوله أكبر من عرضه.]

س: كيف يمثل ما رسمه جابر محيط المستطيل ؟
[المحيط هو المسافة حول المستطيل، لذا، فإن رسم الأضلاع جنبًا إلى جنب يعطي قطعة مستقيمة طولها يساوي محيط المستطيل.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف يمكنك نمذجة الرسم بمعادلة ؟
[يمكن تمثيل كل ضلع بمتغير. المحيط يساوي ناتج جمع هذه المتغيرات.]

س: ماذا تلاحظ بشأن الرسمين اللذين رسمتهما ؟
[للقطع المستقيمة نفس الطول، أي إنها متكافئة.]

للطلاب سريعي الإنجاز

س: اطلب من الطلاب كتابة معادلات تمثل محيطات ثلاثة مضلعات، الأول بثلاثة أضلاع متساوية، والثاني بأربعة أضلاع متساوية، والثالث بخمسة أضلاع متساوية.
كيف يمكنك وضع قاعدة عامة لإيجاد محيط مضلع له n من الأضلاع المتساوية ؟
[$P = 3s$، $P = 4s$، $P = 5s$، حيث s يمثل طول ضلع واحد.
إذا كان عدد أضلاع المضلع هو n وطول كل ضلع يساوي s،
فالمعادلة التي تمثل محيط المضلع هي: $P = ns$]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصف مجتمعين

تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

أدِر نقاش حول استعمال المعادلات متعددة المتغيرات كنماذج للمحيط.
قد لا يدرك الطلاب أن المربع حالة خاصة من المستطيل.

س: ما الطرائق التي استعملتها لتحديد ما إذا كانت المعادلات متكافئة ؟
[أنشأتُ جدولًا وقارنتُ قيم المخرجات لنفس قيم المدخلات.
قيم المخرجات هي نفسها في كل المعادلات.]

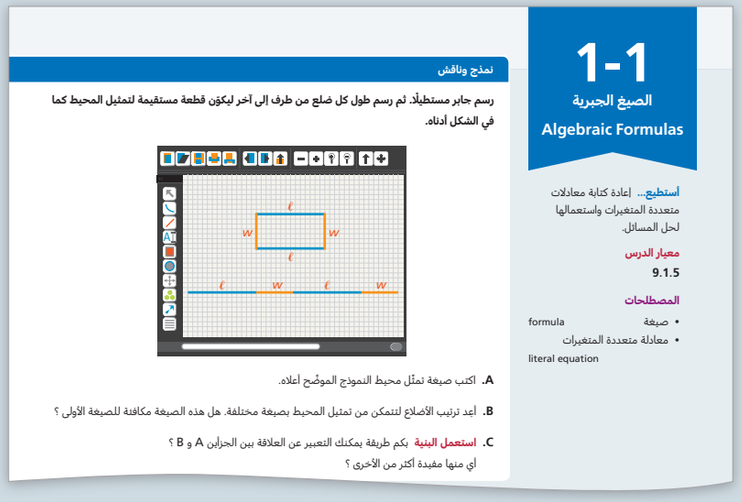
س: ماذا لاحظت بشأن العلاقة بين المعادلات ؟
[يمكن إعادة كتابة المعادلات باستعمال خصائص المساواة، حيث كل المعادلات متكافئة.]

عادات التفكير استعمل مع **نمذج وناقش**

ابنِ الحجج الرياضية ما الحجة الرياضية التي تدعم إجابتك في الجزء C ؟

[يمكنك استعمال العمليات العكسية لإعادة كتابة المعادلة بدلالة المتغير المجهول.]

كتاب الطالب، صفحة 5



1-1
الصيغ الجبرية
Algebraic Formulas

نمذج وناقش

رسم جابر مستطيلًا. ثم رسم طول كل ضلع من طرف إلى آخر ليكوّن قطعة مستقيمة لتمثيل المحيط كما في الشكل أدناه.

أستطيع... إعادة كتابة معادلات متعددة المتغيرات واستعمالها لحل المسائل.

معيار الدرس
9.1.5

المصطلحات
- صيغة formula
- معادلة متعددة المتغيرات literal equation

A. اكتب صيغة تمثّل محيط النموذج الموضّح أعلاه.

B. أعِد ترتيب الأضلاع لتتمكن من تمثيل المحيط بصيغة مختلفة. هل هذه الصيغة مكافئة للصيغة الأولى ؟

C. **استعمل البنية** بكم طريقة يمكنك التعبير عن العلاقة بين الحرفين A و B ؟
أي منها مفيدة أكثر من الأخرى ؟

نموذج من أعمال الطلاب

A. $P = \ell + w + \ell + w$

B. $P = \ell + \ell + w + w$

C. 6؛ تبدو الصيغتان
$P = w + w + \ell + \ell$ و $P = \ell + \ell + w + w$
مفيدتان أكثر من الصيغ الأخرى لأنهما تجمعان الطولين والعرضين معًا،
ويمكن إعادة كتابة هاتين المعادلتين في الصورة $P = 2\ell + 2w$.
تتضمن المعادلات الأخرى $\ell = \frac{1}{2}(P - 2w)$ و $w = \frac{1}{2}(P - 2\ell)$

تقديم السؤال الأساس

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

ذكّر الطلاب أن بإمكانهم استعمال خصائص المساواة لإعادة كتابة المعادلات.
وضّح لهم أنه بالإمكان تطبيق نفس الخصائص لإعادة كتابة المعادلات متعددة المتغيرات.

مثال 1 إعادة كتابة المعادلات متعددة المتغيرات

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تعرف المتغير المطلوب إيجاد قيمته ؟
[أجد قيمة المتغير الذي يمثّل الكمية التي أحاول إيجادها.]

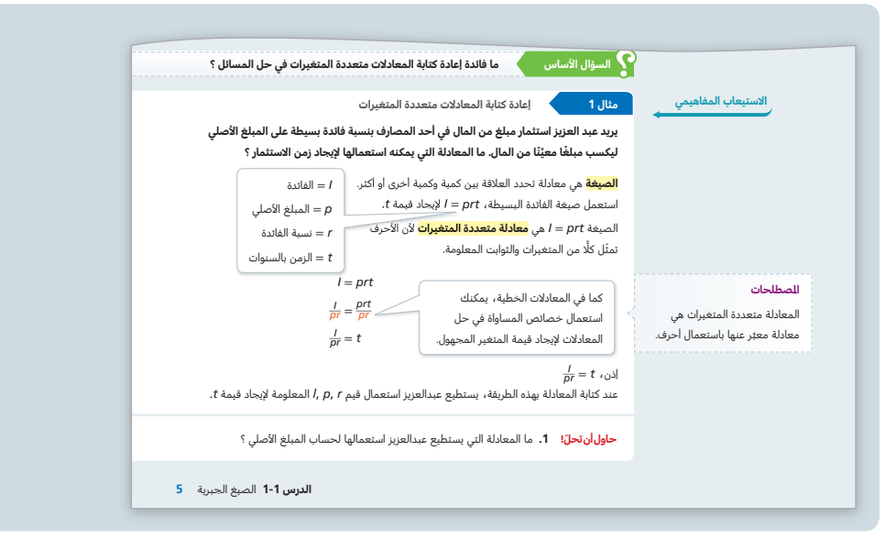
س: ما فائدة إعادة كتابة معادلة متعددة المتغيرات ؟
[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: سيكون احتمال الخطأ أقل لأن كل الحسابات يمكن إجراؤها في أحد طرفي المعادلة.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

1. $p = \frac{I}{rt}$

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك إعادة كتابة المعادلة لإيجاد نسبة الفائدة مباشرة ؟
[اقسم كمية الفائدة I على المبلغ الأصلي P والزمن t.]


السؤال الأساس
ما فائدة إعادة كتابة المعادلات متعددة المتغيرات في حل المسائل ؟
الاستيعاب المفاهيمي
مثال 1
إعادة كتابة المعادلات متعددة المتغيرات
يريد عبد العزيز استثمار مبلغ من المال في أحد المصارف بنسبة فائدة بسيطة على المبلغ الأصلي ليكسب مبلغًا معيّنًا من المال. ما المعادلة التي يمكنه استعمالها لإيجاد زمن الاستثمار ؟
الصيغة هي معادلة تحدد العلاقة بين كمية وكمية أخرى أو أكثر.
استعمل صيغة الفائدة البسيطة، $I = prt$ لإيجاد قيمة t.
الصيغة $I = prt$ هي معادلة متعددة المتغيرات لأن الأحرف تمثّل كلًّا من المتغيرات والثوابت المعلومة.
I = الفائدة
p = المبلغ الأصلي
r = نسبة الفائدة
t = الزمن بالسنوات
$I = prt$
$\frac{I}{pr} = \frac{prt}{pr}$
$\frac{I}{pr} = t$
كما في المعادلات الخطية، يمكنك استعمال خصائص المساواة في حل المعادلات لإيجاد قيمة المتغير المجهول.
المصطلحات
المعادلة متعددة المتغيرات هي معادلة معبّر عنها باستعمال أحرف.
إذن، $\frac{I}{pr} = t$
عند كتابة المعادلة بهذه الطريقة، يستطيع عبدالعزيز استعمال قيم I, p, r المعلومة لإيجاد قيمة t.
حاول أن تحلّ! 1. ما المعادلة التي يستطيع عبدالعزيز استعمالها لحساب المبلغ الأصلي ؟
الدرس 1-1 الصيغ الجبرية 5

مثال 2 استعمال المعادلات متعددة المتغيرات لحل المسائل

طرح أسئلة هادفة

س: هل يمكن استعمال أي من المعادلتين لحل المسألة ؟ وضّح إجابتك.

[نعم، المعادلتان متكافئتان. لإيجاد قيمة s أولًا يكفي أن تعوّض وتبسّط. أما إذا استعملت المعادلة الأولى، فيجب عليك حل المعادلة.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

2. 10 mph

عادات التفكير استعمل مع **المثالين 1 و 2**

استعمل البنية ما وجه الشبه بين حل معادلات تتضمن أعدادًا وحل معادلات تتضمن متغيرات فقط ؟

[في الحالتين، يمكنك استعمال خصائص المساواة لإيجاد قيمة المتغير المجهول.]

مثال 3 إعادة كتابة صيغة

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ما السمة المميزة لشكل الإطار ؟

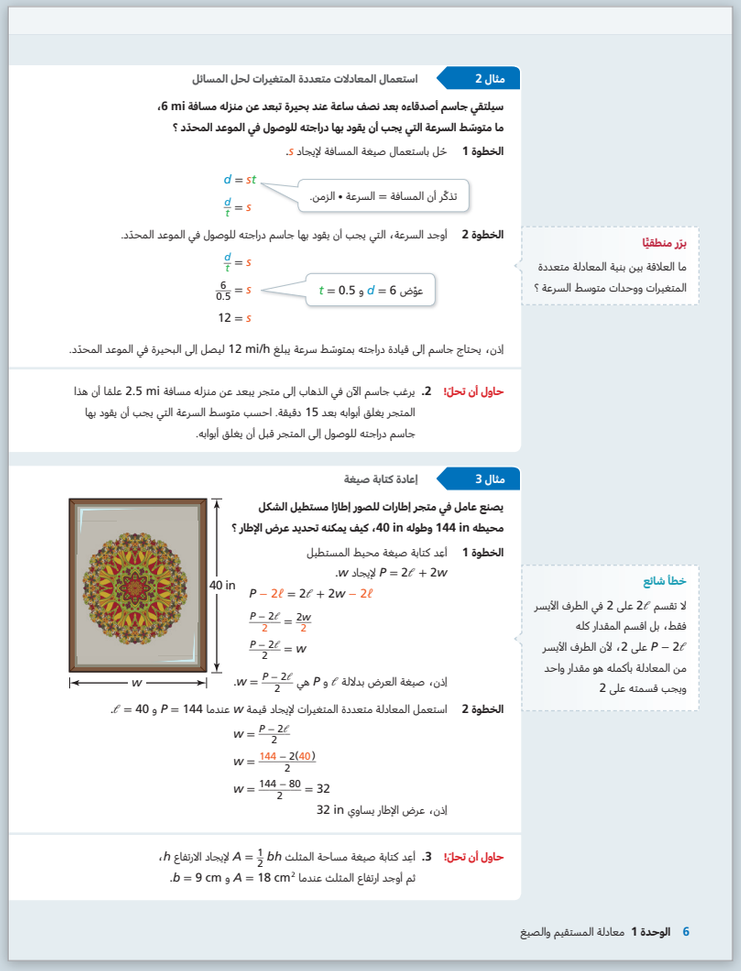
[إنه مستطيل. لذا، ستستعمل صيغة محيط المستطيل.]

س: كيف تساعد إعادة كتابة المعادلة في خطوات الحل ؟

[يصبح تعويض قيمة كل من P و ℓ وإجراء الحسابات لإيجاد قيمة w أسهل.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

3. $h = \frac{2A}{b}$; 4 cm



مثال 2 استعمال المعادلات متعددة المتغيرات لحل المسائل

سيلتقي حاسم أصدقاءه بعد نصف ساعة عند بحيرة تبعد عن منزله مسافة 6 mi، ما متوسط السرعة التي يجب أن يقود بها دراجته للوصول في الموعد المحدّد ؟

الخطوة 1 حلّ باستعمال صيغة المسافة لإيجاد s.

$d = st$

$\frac{d}{t} = s$

تذكّر أن المسافة = السرعة • الزمن.

الخطوة 2 أوجد السرعة، التي يجب أن يقود بها حاسم دراجته للوصول في الموعد المحدّد.

$\frac{d}{t} = s$

$\frac{6}{0.5} = s$ عوّض $d = 6$ و $t = 0.5$

$12 = s$

إذن، يحتاج حاسم إلى قيادة دراجته بمتوسط سرعة يبلغ 12 mi/h ليصل إلى البحيرة في الموعد المحدّد.

برّر منطقيًا
ما العلاقة بين بنية المعادلة متعددة المتغيرات ووحدات متوسط السرعة ؟

حاول أن تحلّ! **2.** يرغب حاسم الآن في الذهاب إلى متجر يبعد عن منزله مسافة 2.5 mi علمًا أن هذا المتجر يغلق أبوابه بعد 15 دقيقة. احسب متوسط السرعة التي يجب أن يقود بها حاسم دراجته للوصول إلى المتجر قبل أن يغلق أبوابه.

مثال 3 إعادة كتابة صيغة

يصنع عامل في متجر إطارات للصور إطارًا مستطيل الشكل محيطه 144 in وطوله 40 in، كيف يمكنه تحديد عرض الإطار ؟

40 in

w

الخطوة 1 أعد كتابة صيغة محيط المستطيل لإيجاد w.

$P = 2\ell + 2w$

$P - 2\ell = 2\ell + 2w - 2\ell$

$\frac{P - 2\ell}{2} = \frac{2w}{2}$

$\frac{P - 2\ell}{2} = w$

إذن، صيغة العرض بدلالة ℓ و P هي $w = \frac{P - 2\ell}{2}$.

خطأ شائع
لا تقسم 2ℓ على 2 في الطرف الأيسر فقط، بل اقسم المقدار كله $P - 2\ell$ على 2، لأن الطرف الأيسر من المعادلة بأكمله هو مقدار واحد ويجب قسمته على 2

الخطوة 2 استعمل المعادلة متعددة المتغيرات لإيجاد قيمة w عندما $P = 144$ و $\ell = 40$.

$w = \frac{P - 2\ell}{2}$

$w = \frac{144 - 2(40)}{2}$

$w = \frac{144 - 80}{2} = 32$

إذن، عرض الإطار يساوي 32 in.

حاول أن تحلّ! **3.** أعد كتابة صيغة مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}bh$ لإيجاد الارتفاع h، ثم أوجد ارتفاع المثلث عندما $A = 18\ \text{cm}^2$ و $b = 9$ cm.

6 الوحدة 1 معادلة المستقيم والصيغ

تعزيز المهارات اللغوية

استعمل مع **المثال 3**

الاستماع **مستوى 1** وزّع على الطلاب بطاقات تتضمّن: صيغة مركّب كيميائي، وصيغة محيط المستطيل، وعبوة مياه غازية. اقرأ الجمل الآتية التي تُستعمل فيها كلمة "صيغة" لوصف كل صورة، ثم اطلب من الطلاب رفع البطاقة التي تمثّل الجملة التي يسمعونها.

لن تبوح الشركة بسر صيغة منتجها من المياه الغازية.

نسي خالد صيغة محيط المستطيل.

كتب المعلم صيغة مركّب كيميائي على السبورة.

س: ما التعريف العام لكلمة "صيغة" ؟

[إنها تعني تجميع الأشياء معًا بطريقة معينة.]

التحدث **مستوى 2** ناقش معنى المصطلح متعددة المتغيرات في الرياضيات.

س: في رأيك، ما أوجه الاختلاف بين المتغيرات في معادلة متعددة المتغيرات مثل $P = 2\ell + 2w$ ؟

[تمثل المتغيرات قيمًا محددة. في هذه المعادلة مثلًا، P يمثل المحيط، و ℓ يمثل الطول، و w يمثل العرض.]

س: متى يكون من المفيد إيجاد معادلة متعددة المتغيرات لإيجاد قيمة ℓ أو w ؟

[عندما يكون المحيط والطول (أو العرض) معلومَين، والمطلوب إيجاده قيمة المتغير الآخر.]

الكتابة **مستوى 3** اعرض نموذجًا من عمل الطلاب على السبورة:

أجيبوا عن الأسئلة الآتية في دفاتركم: $\frac{P - 2\ell}{2} = \frac{(2w)}{2}$

$P - \ell = w$

س: هل المعادلة الناتجة مكافئة للمعادلة الأصلية ؟ وضّح إجابتك.

[كلّا؛ المعادلة $P - \ell = w$ لا تكافئ المعادلة $P - 2\ell = 2w$]

س: اكتب مثالًا يوضح قسمة طرفي معادلة ما على عدد.

[راجع عمل الطلاب.]

مثال 4 تطبيق الصيغ

بناء الطلاقة الإجرائية من الاستيعاب المفاهيمي

س: لماذا تحتاج إلى إعادة كتابة الصيغة ؟
[لتسهيل إيجاد درجة الحرارة بالفهرنهايت.]

س: ما الخطوات التي ستنفذها لإيجاد قيمة F ؟ وضّح إجابتك.
[أولًا، اضرب طرفي المعادلة في مقلوب الكسر، ثم أضف 32 إلى طرفي المعادلة. لحل معادلة، استعمل العمليات العكسية لعزل المتغير.]

س: كيف يمكنك تطبيق الصيغة ؟ وضّح إجابتك.
[حل لإيجاد F، ثم عوّض قيمة C المعطاة ثم بسّط. يمثل المتغير F درجة الحرارة بالفهرنهايت.]

خطأ شائع

مثال 4 قد يحاول الطلاب توزيع الكسر قبل الحل لإيجاد قيمة F. شجعهم على الضرب في مقلوب الكسر بدلًا من توزيعه. في الطريقتين، سنحصل على معادلتين متكافئتين، لكن حذف الكسر يقلل من احتمال الخطأ.

حاول أن تحلّ! الإجابات

4. $C = \frac{5}{9}(5 - 32) = -15$ إذن $C = -15\ C°$

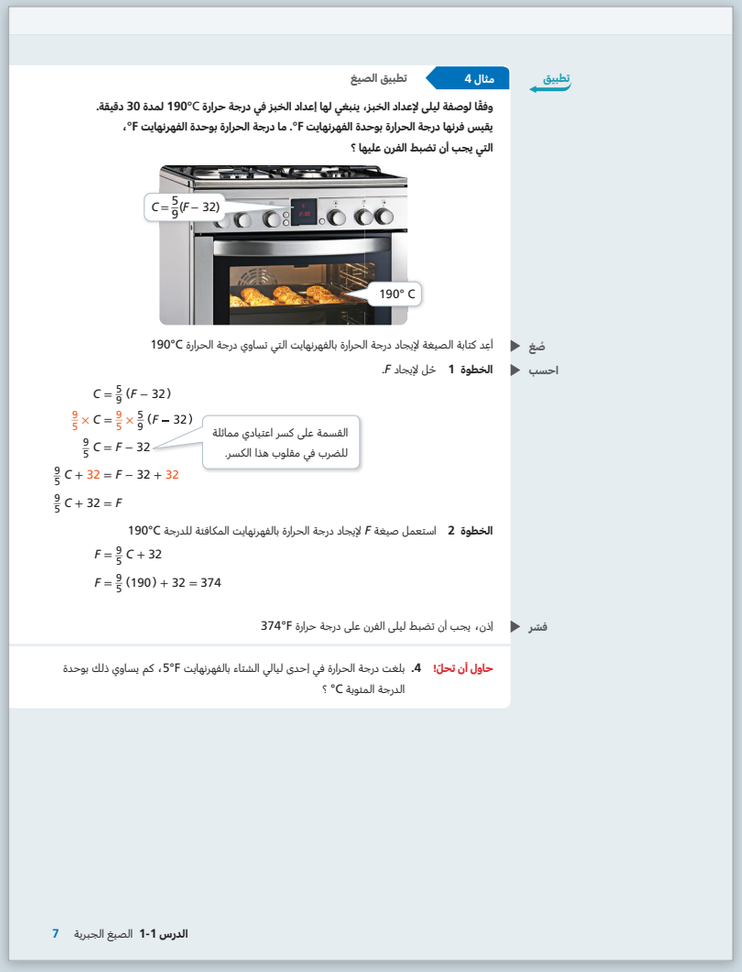
استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما بعض المواقف التي يكون من المفيد فيها تحويل درجة الحرارة ؟
[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: من المفيد تحويل درجة الحرارة من نظام إلى آخر عند السفر إلى بلد يكون نظام درجات الحرارة فيه مختلفاً عن النظام المعتمد في بلد آخر.]

عادات التفكير استعمل مع **المثالين 3 و 4**

برّر منطقيًا ما العلاقة بين المتغيرين في صيغة تحويل درجة الحرارة ؟

[كلاهما وحدتان لقياس درجة الحرارة. وحدة الدرجة المئوية تعطي نفس درجة الحرارة التي تعطيها وحدة الفهرنهايت باستعمال عدد أصغر.]


تطبيق

مثال 4 تطبيق الصيغ

وفقًا لوصفة ليلى لإعداد الخبز، ينبغي لها إعداد الخبز في درجة حرارة 190°C لمدة 30 دقيقة. يقيس فرنها درجة الحرارة بوحدة الفهرنهايت °F. ما درجة الحرارة بوحدة الفهرنهايت °F، التي يجب أن تضبط الفرن عليها ؟

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$

190° C

ضع ◀ أعِد كتابة الصيغة لإيجاد درجة الحرارة بالفهرنهايت التي تساوي درجة الحرارة 190°C

احسب ◀ **الخطوة 1** حل لإيجاد F.

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$

$\frac{9}{5} \times C = \frac{9}{5} \times \frac{5}{9}(F - 32)$

$\frac{9}{5}C = F - 32$

القسمة على كسر اعتيادي مماثلة للضرب في مقلوب هذا الكسر.

$\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$

$\frac{9}{5}C + 32 = F$

الخطوة 2 استعمل صيغة F لإيجاد درجة الحرارة بالفهرنهايت المكافئة للدرجة 190°C

$F = \frac{9}{5}C + 32$

$F = \frac{9}{5}(190) + 32 = 374$

فسّر ◀ إذن، يجب أن تضبط ليلى الفرن على درجة حرارة 374°F

حاول أن تحلّ! **4.** بلغت درجة الحرارة في إحدى ليالي الشتاء بالفهرنهايت 5°F، كم يساوي ذلك بوحدة الدرجة المئوية °C ؟

الطلاب الذين يواجهون صعوبات

استعمل مع المثال 2 اطلب من الطلاب متابعة العمل مع صيغة المسافة.

سيلتقي جاسم صديقه مرة أخرى عند البحيرة. سيغادر مكان عمله الذي يبعد مسافة 10 mi عن البحيرة. إذا قاد دراجته بمتوسط سرعة 30 mph، ما الزمن اللازم لوصوله إلى البحيرة ؟

س: استعمل صيغة المسافة لإيجاد الزمن t.
[$t = \frac{d}{s}$]

س: أوجد الزمن اللازم لوصول جاسم إلى البحيرة.
[$\frac{1}{3}$ h أو 20 min]

الطلاب المتقدمون

استعمل مع المثال 4 وضح للطلاب أنّ هناك مقياسًا آخر لقياس درجة الحرارة يدعى مقياس "كلفن".

- صيغة التحويل من الدرجة المئوية إلى درجة كلفن هي: $K = C + 273.15$

س: ما صيغة تحويل الكلفن إلى فهرنهايت ؟ اكتب الصيغة من دون استعمال الأقواس.
[$F = \frac{9}{5}K - 459.67$]

س: ما صيغة تحويل الفهرنهايت إلى كلفن ؟
[$K = \frac{5}{9}(F + 459.67)$]

ملخص المفهوم الصيغ الجبرية

س: كيف يمكنك استعمال معادلة متعددة المتغيرات لحل مسألة ؟

[حُل المعادلة لإيجاد صيغة المتغير بدلالة المتغيرات الأخرى، ثم عوّض القيم المعلومة في المعادلة وبسّط.]

عبّر عن **فهمك**|طبّق **فهمك**

خطأ شائع

التمرين 8 لإيجاد الوسط الحسابي، قد لا يقسم الطلاب مجموع درجات الاختبارات على 3، ذكّر الطلاب أنه لإيجاد الوسط الحسابي لدرجات عدد من الاختبارات، يجب عليهم قسمة مجموع الدرجات على عدد الاختبارات المعطى.

الإجابات

1. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: يمكن إعادة استعمال المعادلة أو الصيغة الناتجة بحيث يمكن حلها بخطوة واحدة، ثم تعويض القيم المختلفة لإعادة استعمال المعادلة أو الصيغة.

2. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: أوجه الشبه: تستعمل نفس خصائص المساواة لحل كل منهما.

أوجه الاختلاف: يوجد حل عددي للمعادلة $2x + 1 = 9$، هو $x = 4$، بينما حل $2x + c = d$ هو $x = \frac{d - c}{2}$.

عوّض $c = 1$ و $d = 9$ تحصل على: $x = \frac{9 - 1}{2}$ أي $x = 4$

3. المعادلة متعددة المتغيرات هي معادلة تتضمن متغيرين أو أكثر. الصيغة هي شكل من أشكال المعادلات متعددة المتغيرات التي تربط العلاقة بين الكميات.

4. كان على حمد أن يضيف $\frac{1}{k}$ بدلًا من 1، ثم ضرب طرفي المعادلة في k. يمكن لحمد أيضًا أن يبدأ الحل بضرب طرفي المعادلة في k، ثم إضافة 1 إلى الطرفين.

5. $x = y - 12$

6. $m = \frac{5}{4}n - 7$

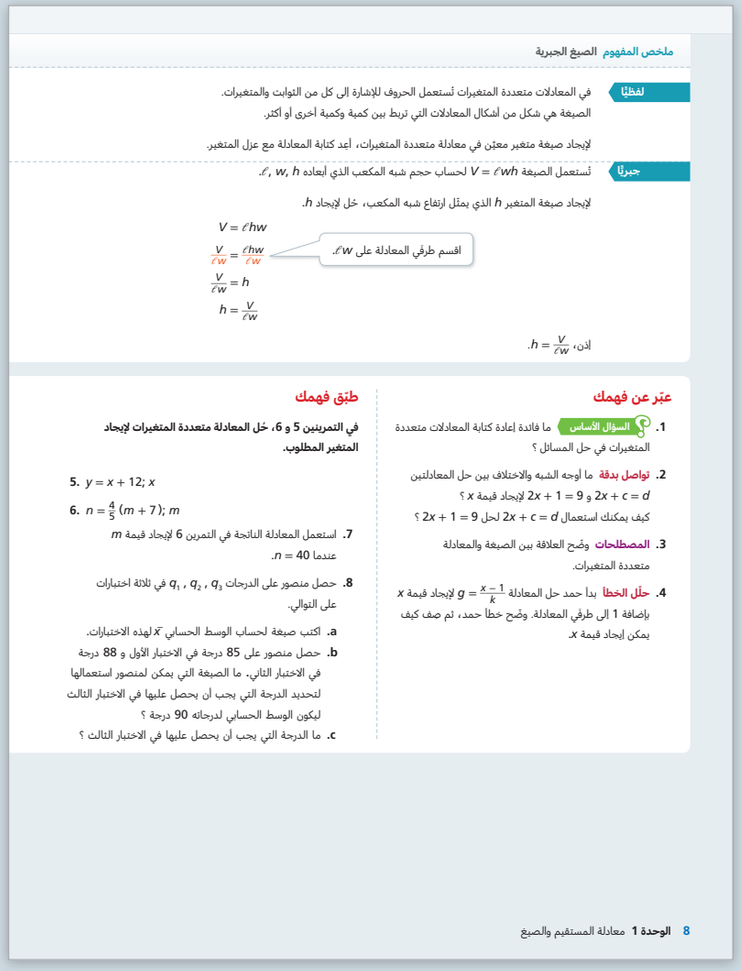
7. $m = 43$

8. **a.** $\bar{x} = \left(\frac{1}{3}\right)(q_1 + q_2 + q_3)$

b. $q_3 = 3\bar{x} - q_1 - q_2$

$= 3(90) - 85 - 88$

$= 97$



ملخص المفهوم الصيغ الجبرية

لفظيًا

في المعادلات متعددة المتغيرات تُستعمل الحروف للإشارة إلى كل من الثوابت والمتغيرات. الصيغة هي شكل من أشكال المعادلات التي تربط بين كمية وكمية أخرى أو أكثر.

لإيجاد صيغة متغير معيّن في معادلة متعددة المتغيرات، أعد كتابة المعادلة مع عزل المتغير.

جبريًا

تُستعمل الصيغة $V = \ell wh$ لحساب حجم شبه المكعب الذي أبعاده ℓ, w, h.

لإيجاد صيغة المتغير h الذي يمثّل ارتفاع شبه المكعب، حُل لإيجاد h.

$V = \ell hw$

$\frac{V}{\ell w} = \frac{\ell hw}{\ell w}$ اقسم طرفي المعادلة على ℓw.

$\frac{V}{\ell w} = h$

$h = \frac{V}{\ell w}$

إذن، $h = \frac{V}{\ell w}$.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما فائدة إعادة كتابة المعادلات متعددة المتغيرات في حل المسائل ؟
2. **تواصل بدقة** ما أوجه الشبه والاختلاف بين حل المعادلتين $2x + c = d$ و $2x + 1 = 9$ لإيجاد قيمة x ؟ كيف يمكنك استعمال $2x + c = d$ لحل $2x + 1 = 9$ ؟
3. **المصطلحات** وضّح العلاقة بين الصيغة والمعادلة متعددة المتغيرات.
4. **حلّل الخطأ** بدا حمد حل المعادلة $g = \frac{x - 1}{k}$ لإيجاد قيمة x بإضافة 1 إلى طرفي المعادلة. وضّح خطأ حمد، ثم صف كيف يمكن إيجاد قيمة x.

طبّق فهمك

في التمرينين 5 و 6، حُل المعادلة متعددة المتغيرات لإيجاد المتغير المطلوب.

5. $y = x + 12$; x
6. $n = \frac{4}{5}(m + 7)$; m
7. استعمل المعادلة الناتجة في التمرين 6 لإيجاد قيمة m عندما $n = 40$.
8. حصل منصور على الدرجات q_1 , q_2 , q_3 في ثلاثة اختبارات على التوالي.
   a. اكتب صيغة لحساب الوسط الحسابي $\bar{x}$ لهذه الاختبارات.
   b. حصل منصور على 85 درجة في الاختبار الأول و 88 درجة في الاختبار الثاني. ما الصيغة التي يمكن لمنصور استعمالها لتحديد الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار الثالث ليكون الوسط الحسابي لدرجاته 90 درجة ؟
   c. ما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار الثالث ؟

8 الوحدة 1 معادلة المستقيم والصيغ

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
9-18, 19-27(*odds*), 28-35	9-12, 13-17(*odds*), 13-35

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	13-27	1
	9, 33	2
	11-12	3
2	32	3
3	28	1
	10, 34	2
	31	3
4	29-30	3
	35	4

الإجابات

9. **a.** $x = \frac{c - b}{a}$

b. 4; 12

10. $s = \frac{p}{3}$؛ 3.5 ft في 6.65 ft؛
إذن المساحة تساوي $23.275\ \text{ft}^2$

11. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: لم يحل ناصر المعادلة لإيجاد x لأنه يظهر المتغير x في طرفي الحل؛
الحل الصحيح هو : $x = \frac{4}{k + 3}$

12. **a.** صحيحة أحيانًا

b. صحيحة أحيانًا

c. صحيحة دائمًا

13. $c = \frac{b}{a}$

14. $y = a - k$

15. $f = \frac{h}{dg}$

16. $x = wa - wb$ أو $x = w(a - b)$

17. $y = 4 - \frac{2x}{3}$

18. $n = 2x + y$

19. $b = \frac{1}{2ac}$

20. $u = \frac{3}{5(y - 5)}$

21. $x = \frac{6a}{5}$

22. $m = -\frac{3x}{11}$

23. $h = \frac{3V}{\pi r^2}$

24. $h = \frac{3V}{\pi r^2} + 1$

25. $y = \frac{ac}{a - b - c}$

26. $y = \frac{mx}{3} + b$

27. $G = -\frac{Fr^2}{m}$

28. $\ell = \frac{117}{w}$

29. **a.** $T = \frac{7}{30}c + 40$

b. $c = \frac{30}{7}(T - 40)$

c. 210

تدرَّب وحُل مسائل

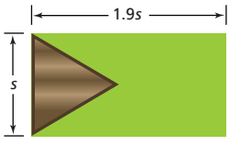
عزِّز فهمك

9. **روابط في الرياضيات** يمكن كتابة بعض المعادلات بالصيغة $ax + b = c$، حيث تمثّل a, b, c الثوابت ويمثّل x المتغير.

a. اكتب المعادلة $ax + b = c$ بدلالة x.

b. استعمل الصيغة التي كتبتها في الجزء (a) لحل المعادلتين $3x + 7 = 19$ و $\frac{1}{2}x - 1 = 5$

10. **فكّر وثابر في الحل** علّق طلال فوق بوابة متجره لافتة يتضمن تصميمها مثلثًا متطابق الأضلاع كما هو موضح أدناه. محيط المثلث المتطابق الأضلاع هو $P = 3s$، حيث s طول الضلع. أوجد s بدلالة p، ثم استعمل هذه المعادلة لإيجاد أبعاد اللافتة بالقدم ومساحتها بالقدم المربع إذا كان محيط المثلث يساوي 126 in علمًا بأن (1 ft = 12 in).



11. **حلّل الخطأ** بيّن خطأ ناصر أثناء حل المعادلة $kx + 3x = 4$ لإيجاد x، وصحّحه.

$$kx + 3x = 4$$
$$kx + 3x - 3x = 4 - 3x$$
$$kx = 4 - 3x$$
$$\frac{kx}{k} = \frac{4 - 3x}{k}$$
$$x = \frac{4 - 3x}{k}$$ ✗

12. **مهارات التفكير العليا** حُل المعادلة $ax + b = c$ لإيجاد x.
صِف كل عبارة أدناه بأنها "صحيحة دائمًا" أو "صحيحة أحيانًا" أو "ليست صحيحة أبدًا". وضّح إجابتك.

a. إذا كانت a و b و c أعدادًا كلية، سيكون x عددًا كليًا.

b. إذا كانت a و b و c أعدادًا صحيحة، سيكون x عددًا صحيحًا.

c. إذا كانت a و b و c أعدادًا نسبية، سيكون x عددًا نسبيًا.

تدرَّب

في التمارين 13-27، حُل المعادلة لإيجاد المتغير المطلوب.

انظر المثالين 1 و 2

13. $\frac{b}{c} = a\ ;\ c$

14. $k = a - y\ ;\ y$

15. $dfg = h\ ;\ f$

16. $w = \frac{x}{a - b}\ ;\ x$

17. $2x + 3y = 12\ ;\ y$

18. $2n = 4x + 2y\ ;\ n$

19. $abc = \frac{1}{2}\ ;\ b$

20. $y = \frac{3}{5u} + 5\ ;\ u$

21. $8(x - a) = 2(2a - x)\ ;\ x$

22. $12(m + 3x) = 18(x - 3m)\ ;\ m$

23. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h\ ;\ h$

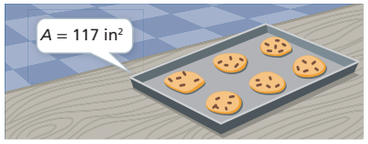
24. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 (h - 1)\ ;\ h$

25. $y(a - b) = c(y + a)\ y$

26. $x = \frac{3(y - b)}{m}\ ;\ y$

27. $F = -\frac{Gm}{r^2}\ ;\ G$

28. استعمل صيغة المساحة $A = \ell w$ لكتابة صيغة لإيجاد الطول ℓ للوح الخبز الموضّح أدناه. انظر المثال 3



29. يمكنك تحديد درجة الحرارة بالفهرنهايت بشكل تقريبي من خلال حساب عدد المرات التي يطلق فيها صرصور الليل صوتًا في دقيقة واحدة، ثم ضرب ذلك العدد في 7، وقسمة ناتج الضرب على 30، ثم إضافة 40 إلى ناتج القسمة. انظر المثال 4

a. اكتب صيغة لتقدير درجة الحرارة بالاستناد إلى عدد المرات التي يطلق فيها صرصور الليل صوتًا.

b. اكتب صيغة جديدة لعدد المرات التي يطلق فيها الصرصور صوتًا حسب توقعك خلال دقيقة واحدة عند درجة حرارة محددة بالفهرنهايت.

c. استعمل الصيغة لإيجاد عدد المرات التي يطلق فيها الصرصور صوتًا في دقيقة واحدة عندما تكون درجة الحرارة 89°F

الإجابات

30. $b = 212 - \frac{1.72}{1\,000}h$, $h = -\frac{1\,000}{1.72}(b - 212)$;
$\approx 12\,791$ ft

31. **a.** $b_1 = \frac{2A}{h} - b_2$
b. 22 ft
c. قد تتنوع الإجابات.
نموذج إجابة: حُل $6 = 22 - 2d$؛ 8 ft

32. الصيغة التي تمثل الخانة A3 هي:
"= D3 / (B3 * C3)"

33. $c = \frac{ad}{b}$

34. D

35. **الجزء A** $h = 2r$؛ الارتفاع يساوي ضعف طول نصف القطر.

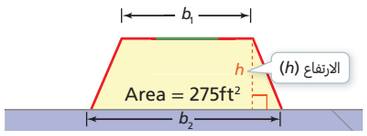
الجزء B مساحة العلبة التي تحقق هدف الشركة المصنعة هي $A = 4\pi r^2$

تدرَّب وحُل مسائل

طبِّق

30. **نمذج** يغلي الماء عند درجات حرارة مختلفة على ارتفاعات مختلفة. تبلغ درجة حرارة غليان الماء 212°F عند مستوى سطح البحر (0 ft) لكنها تنخفض بمقدار 1.72°F تقريبًا لكل 1 000 ft من الارتفاع. اكتب صيغة لدرجة الغليان عند ارتفاع محدد. ثم حُل الصيغة لإيجاد الارتفاع عندما تكون درجة غليان الماء 190°F

31. **برِّر منطقيًّا** صيغة مساحة شبه المنحرف هي: $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$.



a. حُل الصيغة لإيجاد طول إحدى القاعدتين، b_1 أو b_2.
b. استعمل الصيغة لإيجاد b_1، إذا علمتَ أن ارتفاع شبه المنحرف يساوي 11 ft وأن b_2 يساوي 28 ft
c. كيف يمكنك إيجاد المسافة d بين طرف القاعدة b_1 وطرف القطعة المستقيمة الخضراء على كل من جهتيها، علمًا أن طول القطعة الخضراء هو 6 ft ؟ أوجد هذه المسافة.

32. **استعمل الأدوات المناسبة** صيغة الخانة D2 موضَّحة في جدول البيانات أدناه. استعمل البيانات الواردة في الصف 3 لكتابة صيغة تمثّل الخانة A3.

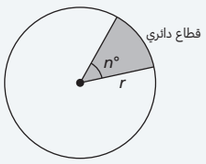
= A2*B2*C2

	A	B	C	D
1	الطول	العرض	الارتفاع	الحجم
2	3	4	5	60
3	■	10	12	600
4	6	12	13	936

تدرَّب على اختبار

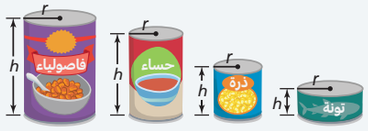
33. حُل المعادلة $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ لإيجاد c.

34. **اختبار SAT/ACT** إذا كانت صيغة مساحة قطاع دائري من دائرة هي $A = \frac{n}{360} \times \pi r^2$، ما الصيغة التي تعبر عن n بدلالة المتغيرات الأخرى ؟



Ⓐ $n = \frac{\pi r^2 A}{360}$ Ⓑ $n = \frac{360}{\pi r^2 A}$
Ⓒ $n = 360\pi r^2 A$ Ⓓ $n = \frac{360A}{\pi r^2}$
Ⓔ $n = \frac{A}{360\pi r^2}$

35. **مهمة أدائية** يمكن للشركة المصنّعة توفير بعض المال من خلال صنع علبة كبيرة الحجم باستعمال أقل كمية من المعدن. بالنسبة إلى علبة طول نصف قطرها r وارتفاعها h، سيتحقق هذا الهدف عندما $2\pi r^3 = \pi r^2 h$



الجزء A حُل المعادلة لإيجاد h. ما العلاقة بين ارتفاع وطول نصف قطر العلبة التي تحقق هدف الشركة المصنّعة ؟

الجزء B إذا كانت مساحة ملصق العلبة $A = 2\pi rh$، استعمل النتيجة من الجزء A لكتابة صيغة بمعلومية مساحة الملصق لعلبة تحقق هدف الشركة المصنّعة.

إن تقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم ومراعاة التمايز عند تعيين التمارين للطلاب اثنان من أفضل الممارسات في التعليم. تسمح نتائج التقويم للمعلم بتحديد نقاط الضعف في استيعاب الطلاب للمفاهيم والتركيز عليها عند إعادة التدريس. كما تسمح التمارين المصنفة وفقًا للمستوى بأن يختار المعلم تدريبات تتناسب مع النتائج الفردية لأداء الطلاب، فيوفّر بذلك تعليمًا متمايزًا يستفيد منه الطلاب، كلّ بحسب مستواه.

سينجز محتوى هذه الخطوة في نسخة قادمة.

ملاحظات

الدرس 2-1

صيغة الميل والمقطع

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ كتابة معادلات خطية بمتغيرين مستعملين صيغة الميل والمقطع لتمثيل العلاقة بين كميتين.

✔ تفسير الميل والمقطع لنموذج خطي.

الفهم الأساس

عند كتابة معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$، فإن m هي الميل، والمستقيم يقطع المحور y عند النقطة $(0 , b)$، إذن المقطع y يساوي b.

ترابط

في الصفوف السابقة، تمكّن الطلاب من:

- استعمال المعادلات الخطية لتمثيل علاقات تتضمن معدّلات تغير ثابتة.

في هذا الدرس، يتمكّن الطلاب من:

- استعمال صيغة الميل والمقطع لتمثيل معادلة خطية بيانيًا واستعمال هذا التمثيل لكتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع.
- تفسير الميل والمقطع y لمعادلة خطية مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

لاحقًا في هذا الصف، سيتمكّن الطلاب من:

- كتابة معادلة خط التطابق الأفضل بصيغة الميل والمقطع لمجموعة بيانات معطاة.

دقة

يؤكد هذا الدرس على مزيج من المهارة الإجرائية والطلاقة والتطبيق.

- يمثل الطلاب بيانيًا معادلات خطية بتعيين المقطع y ثم استعمال الميل لتعيين نقطة ثانية. ويحدد الطلاب أيضًا كل من الميل والمقطع y للتمثيل البياني ويستعملونهما لكتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع.
- يقوم الطلاب بتحديد وتفسير وتطبيق الميل والمقطع y بدلالة الموقف المعطى.

بناء المصطلحات

المصطلحات الجديدة

العربية | الإنجليزية

- **الميل** | *slope*
- **صيغة الميل والمقطع** | *slope-intercept form*
- **المقطع y** | *y-intercept*

نشاط المصطلحات

راجع مع الطلاب المصطلح "معادلة خطية". ثمّ اطلب منهم رسم التمثيل البياني لمعادلة خطية. اسألهم عن العلاقة بين شكل التمثيل البياني الذي رسموه وتسمية المعادلة التي يمثلها. (خطية) استعمل النشاط التالي لتشجيع الطلاب على توخي الدقة في استعمال المصطلحات أثناء وصفهم التمثيل البياني لمعادلة خطية.

اختر تمثيلين بيانيين لطالبين يُظهران ميلين ومقطعين مختلفين.

س: ما أوجه الشبه بين التمثيلين البيانيين ؟ ما أوجه الاختلاف ؟

إذا لم يستعمل الطلاب المصطلحين ميل و المقطع y في إجاباتهم زوّدهم بهما. قدّم للطلاب المصطلح "صيغة الميل والمقطع" على أنه صيغة لمعادلة خطية صيغتها $y = mx + b$، حيث m هو الميل و b هو المقطع y.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يُركّز الطلاب على المعيارين:

9.2.1 يتعرف ويرسم خطوطًا مستقيمة في صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة وفي الصيغة القياسية، يربط بين المعاملات والثوابت في الصيغة القياسية وبين مقطعي المحورين.

9.2.2 يكتب معادلة لخط مستقيم بمعلومية تمثيله البياني أو من نقطتين تقعان عليه، أو من ميله ومن نقطة تقع عليه.

تطبيق ممارسات الرياضيات

نمذج

يمثل الطلاب موقفًا بمعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

يفسر الطلاب الميل والمقطع y في موقف معطى، كتناقص الرصيد في بطاقة هدية.

استعمل البنية

يدرك الطلاب نمطًا مفاده أنّ المعامل الأساسي m في معادلة صيغتها $y = mx + b$ يمثل ميل المستقيم وأنّ b يمثل المقطع y.

نمذج وناقش

محور تركيز التدريس يستكشف الطلاب العلاقة بين كميتين: الدفعة الأسبوعية والزمن. يربط الطلاب العلاقة بين هذه الكميات والنقاط على مستقيم وهذا يهيئ الطلاب لفهم وتفسير معنى كل من الميل والمقطع *y*.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصف مجتمعين

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: ماذا تلاحظ عن المخطط ؟

[يبيّن المخطط أن علي يسدد دفعة أولى كبيرة وبعد ذلك دفعات متساوية على مدى 5 أسابيع متتالية.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: على ماذا تدل الألواح الخضراء ؟

[المبلغ الذي ينبغي على علي تسديده لكل دفعة.]

س: كيف يمكن أن تمثل المبلغ المستحق على علي بمرور الزمن ؟

[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : كوّن جدولًا يبيّن كم يبقى عليه أن يسدّد بعد كل دفعة.]

للطلاب سريعي الإنجاز

س: غيّر قيمة واحدة أو أكثر من القيم الواردة في الشكل وارسم تمثيلًا باستعمال قيود مختلفة.

[تحقق من عمل الطلاب.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصف مجتمعين

تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

س: كيف يمكن تلخيص العلاقة بين الدفعة الأولى والدفعات الأسبوعية وثمن الدراجة ؟

[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : الدفعات الأسبوعية الخمس زائدًا الدفعة الأولى تساوي ثمن الدراجة.]

س: أي من هذه العناصر يمكن اعتباره مجهولًا أو متغيرًا ؟

[الدفعة الأولى، الدفعة الأسبوعية، الزمن.]

س: كيف يمكن تحديد كل متغير استنادًا إلى الشكل ؟

[الدفعة الأولى: المقطع *y*، الدفعة الأسبوعية: الإحداثي *y*، الزمن: الإحداثي *x*.]

عادات التفكير استعمل مع **نمذج وناقش**

ابحث عن العلاقات ما الذي تلاحظه حول العلاقة بين قيمة الدفعة الأولى وعدد الدفعات الأسبوعية والزمن المستغرق لتسديد القرض ؟

[زيادة الدفعة الأولى أو عدد الدفعات الأسبوعية تخفض (تقلّل) قيمة الدفعة الأسبوعية اللازمة لسداد ثمن الدراجة.]

كتاب الطالب، صفحة 11

نموذج من أعمال الطلاب

A. يجب أن يأخذ علي بعين الاعتبار مدخوله الثابت ومصاريفه الثابتة.

B. إذا كانت الدفعة الأولية كبيرة، فستكون الدفعات الأسبوعية، التي على علي دفعها، صغيرة. وإذا كانت الدفعة الأولية صغيرة، فستكون الدفعات الأسبوعية كبيرة.

تقديم السؤال الأساس

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

عرّف الطلاب على صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية $y = mx + b$. وضّح لهم أن المقطع y الذي يساوي b والميل m يمكن استعمالهما لتمثيل أي معادلة خطية بيانيًا.

مثال 1 تمثيل معادلة خطية بيانيًّا

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ما العلاقة بين قيمة b في المعادلة والتمثيل البياني ؟

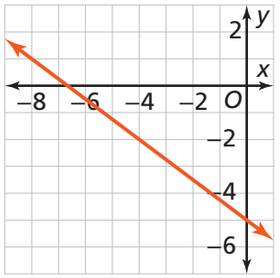
[تمثل القيمة b في المعادلة $y = mx + b$ المقطع y للتمثيل البياني. المستقيم يقطع المحور y عند النقطة $(0 , b)$.]

س: كيف يتغير التمثيل البياني إذا كبرت قيمة معامل x في المعادلة ؟

[المعامل يمثل الميل، إذن كلما ازدادت قيمة m جعلت المستقيم أكثر انحدارًا.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

1.

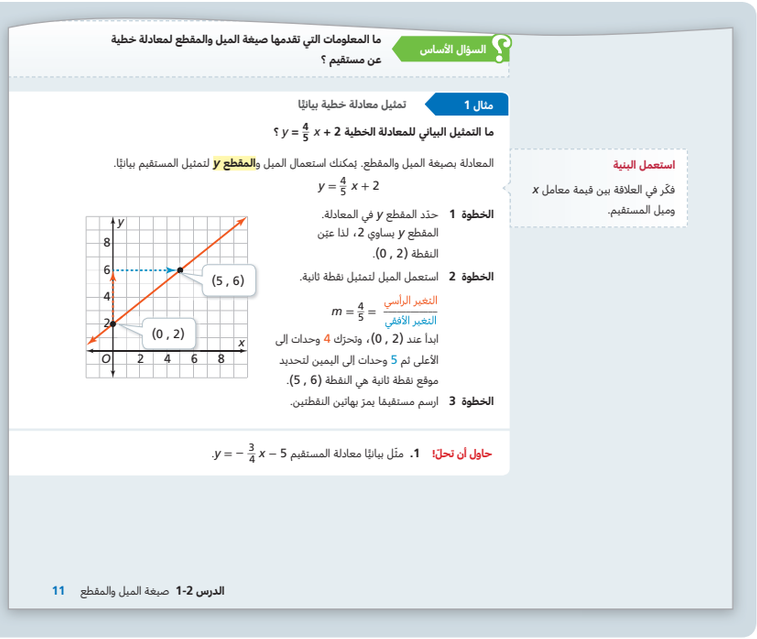


استعمل مع **المثال 1**

عادات التفكير

برّر منطقيًّا ما الذي تمثله الأعداد في معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع ؟

[يمثل العدد المضروب في المتغير x ميل المستقيم. يمثل العدد المضاف إلى المتغير y المقطع.]



السؤال الأساس

ما المعلومات التي تقدمها صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية عن مستقيم ؟

مثال 1 تمثيل معادلة خطية بيانيًا

ما التمثيل البياني للمعادلة الخطية $y = \frac{4}{5}x + 2$ ؟

المعادلة بصيغة الميل والمقطع. يمكنك استعمال الميل و**المقطع y** لتمثيل المستقيم بيانيًا.

$y = \frac{4}{5}x + 2$

الخطوة 1 حدّد المقطع y في المعادلة. المقطع y يساوي 2، لذا عيّن النقطة $(0 , 2)$.

الخطوة 2 استعمل الميل لتمثيل نقطة ثانية.

$m = \frac{4}{5} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

ابدأ عند $(0 , 2)$، وتحرك 4 وحدات إلى الأعلى ثم 5 وحدات إلى اليمين لتحديد موقع نقطة ثانية هي النقطة $(5 , 6)$.

الخطوة 3 ارسم مستقيمًا يمرّ بهاتين النقطتين.

استعمل البنية

فكّر في العلاقة بين قيمة معامل x وميل المستقيم.

حاول أن تحلّ! **1.** مثّل بيانيًا معادلة المستقيم $y = -\frac{3}{4}x - 5$.

الدرس 2-1 صيغة الميل والمقطع 11

مثال 2 كتابة معادلة مستقيم من تمثيل بياني

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف يمكنك معرفة ما إذا كان الميل موجبًا أو سالبًا ؟

[عند التحرك من اليسار إلى اليمين : إذا كان اتجاه المستقيم إلى الأعلى فإن الميل موجب، بينما إذا كان اتجاه المستقيم إلى الأسفل فإن الميل سالب.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

2. $y = \frac{2}{3}x - 2$

خطأ شائع

حاول أن تحل! 2 قد يحسب بعض الطلاب قيمة الميل كما يلي $\frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$. ذكر الطلاب بأن الميل يقيس شدة انحدار المستقيم، لذا نقرأ التغير في الارتفاع أولاً عندما يكون الميل كسرًا.

مثال 3 فهم صيغة الميل والمقطع

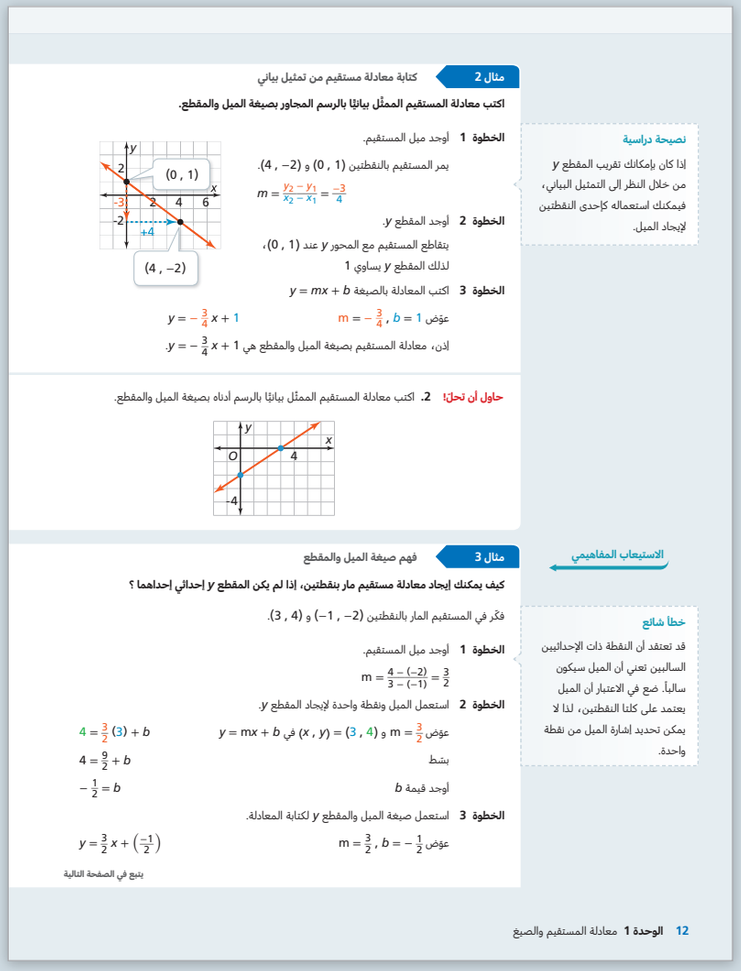
بناء الطلاقة الإجرائية من الاستيعاب المفاهيمي

س: عند كتابة معادلة مستقيم مار بنقطتين، هل يغير في الإجابة اختيارنا للنقطة التي نعوّض إحداثيّيها عن (x_1 , y_1) والنقطة التي نعوّضها عن (x_2 , y_2) ؟

[لا: نحصل على نفس المعادلة.]

س: هل يمكن استعمال أي من النقطتين لإيجاد المقطع y ؟

[نعم، يمكن استعمال الميل وأي نقطة على المستقيم لإيجاد المقطع y.]



مثال 2 كتابة معادلة مستقيم من تمثيل بياني

اكتب معادلة المستقيم الممثّل بيانيًا بالرسم المحاور بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم.

يمر المستقيم بالنقطتين (0 , 1) و (4 , −2).

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3}{4}$

الخطوة 2 أوجد المقطع y.

يتقاطع المستقيم مع المحور y عند (0 , 1)، لذلك المقطع y يساوي 1

الخطوة 3 اكتب المعادلة بالصيغة $y = mx + b$

عوّض $m = -\frac{3}{4}$, $b = 1$ $y = -\frac{3}{4}x + 1$

إذن، معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي $y = -\frac{3}{4}x + 1$.

نصيحة دراسية

إذا كان بإمكانك تقريب المقطع y من خلال النظر إلى التمثيل البياني، فيمكنك استعماله كإحدى النقطتين لإيجاد الميل.

حاول أن تحلّ! **2.** اكتب معادلة المستقيم الممثّل بيانيًا بالرسم أدناه بصيغة الميل والمقطع.

الاستيعاب المفاهيمي

مثال 3 فهم صيغة الميل والمقطع

كيف يمكنك إيجاد معادلة مستقيم مار بنقطتين، إذا لم يكن المقطع y إحداثي إحداهما ؟

فكّر في المستقيم المار بالنقطتين (−2 , −1) و (3 , 4).

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم.

$m = \frac{4 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{3}{2}$

الخطوة 2 استعمل الميل ونقطة واحدة لإيجاد المقطع y.

عوّض $m = \frac{3}{2}$ و $(x , y) = (3 , 4)$ في $y = mx + b$ $4 = \frac{3}{2}(3) + b$

بسّط $4 = \frac{9}{2} + b$

أوجد قيمة b $-\frac{1}{2} = b$

الخطوة 3 استعمل صيغة الميل والمقطع y لكتابة المعادلة.

عوّض $m = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$ $y = \frac{3}{2}x + \left(\frac{-1}{2}\right)$

خطأ شائع

قد تعتقد أن النقطة ذات الإحداثيين السالبين تعني أن الميل سيكون سالباً. ضع في الاعتبار أن الميل يعتمد على كلتا النقطتين، لذا لا يمكن تحديد إشارة الميل من نقطة واحدة.

يتبع في الصفحة التالية

الطلاب الذين يواجهون صعوبات

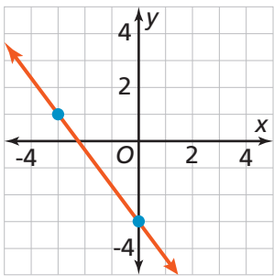
استعمل مع المثال 2 ساعد الطلاب على تحديد ما إذا كان التغيّر في y (التغير الرأسي) والتغيّر في x (التغير الأفقي) موجبًا أم سالبًا. وضّح كيف تحدد إشارات كل تغيّر على الإشارة النهائية للميل.

س: هل التغيّر في y موجب أم سالب عند الانتقال من اليسار إلى اليمين ؟ وماذا عن التغيّر في x ؟

[سالب، موجب.]

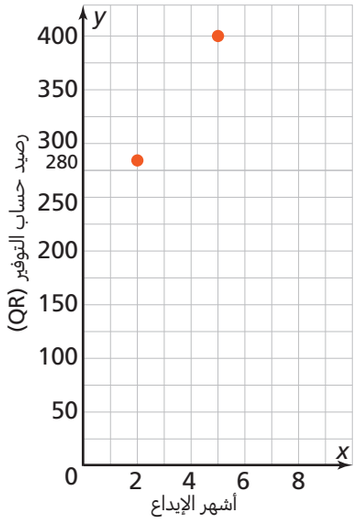
س: هل الميل موجب أم سالب ؟وضّح اجابتك.

[سالب، ناتج قسمة قيمة سالبة على قيمة موجبة هو قيمة سالبة.]



الطلاب المتقدمون

استعمل مع المثال 4 حصلت أمينة على مبلغ من المال بمناسبة نجاحها في المدرسة. وضعت أمينة هذا المبلغ في حساب توفير لدى أحد المصارف وأضافت قيمة ثابتة في نهاية كل شهر لمدة 8 أشهر. يبيّن التمثيل البياني المجاور رصيد حساب التوفير بعد مرور شهرين وبعد مرور 5 أشهر على حصولها على هذا المبلغ.



س: حدّد القيمة الأساسية لمبلغ المال الذي حصلت عليه أمينة عند نجاحها.

[200 QR، المقطع y يساوي 200]

س: حدّد القيمة الثابتة الشهرية التي كانت تودعها أمينة.

[40 QR، ميل المستقيم يساوي 40]

س: أوجد الزمن اللازم ليصبح رصيد أمينة 1 400 QR.

[30 شهرًا.]

تابع المثال 3

حاول أن تحلّ! الإجابات

3. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3}$

مثال 4 تفسير الميل والمقطع y

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: ماذا تمثل النقطة (80 , 2) في الموقف المعطى ؟

[المبلغ المتبقي في رصيد بطاقة الهدايا.]

س: هل ينمذج المستقيم هذا الموقف لكل قيمة من قيم x ؟

[لا. نموذج إجابة: النقطة (86 , 1.5) ليس لها أي معنى في سياق المسألة لأن بلال لا يستطيع شراء 1.5 كوب من القهوة.]

س: كيف يمكنك تحديد عدد أكواب القهوة المجانية التي يستطيع بلال الحصول عليها باستعمال بطاقة الهدايا ؟

[ارسم المستقيم المار بالنقطتين ثم حدد قيمة x عندما تكون قيمة y أصغر من 12]

استعمل مع **المثال 4**

عادات التفكير

إبن الحجج الرياضية كيف تقارن بين ميل مستقيم معطى بصيغة الميل والمقطع عندما يكون معامل x كسرًا، وعندما يكون معامل x عددًا كليًا ؟

[المستقيم الذي معامل x في معادلته كسر موجب يكون أصغر من 1 أقل انحدارًا من المستقيم الذي ميله عدد كلي موجب.]

تطبيق

تابع المثال 3

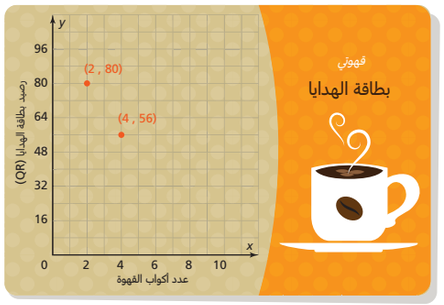
إذن، معادلة المستقيم المار بالنقطتين (2– , 1–) و (4 , 3) بصيغة الميل والمقطع هي:

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

حاول أن تحلّ! **3.** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (4 , 5) و (6 , 1–) بصيغة الميل والمقطع.

مثال 4 تفسير الميل والمقطع y

تلقّى بلال بطاقة هدايا من المقهى الذي يرتاده. كان يحتسي كوبًا من القهوة كل مرة يزور فيها هذا المقهى. يبيّن التمثيل البياني نقطتين تمثّلان الرصيد المتبقي في البطاقة بعد شراء عدد من أكواب القهوة. كيف يستطيع بلال أن يحدّد عدد أكواب القهوة التي يمكن شراؤها باستعمال بطاقة الهدايا إذا لم يكن يعلم القيمة الأصلية للبطاقة ؟



الخطوة 1 فسّر معنى النقطتين.

(2 , 80): بعد شراء كوبين من القهوة بقي في رصيد بطاقة الهدايا 80 QR

(4 , 56): بعد شراء 4 أكواب من القهوة بقي في رصيد بطاقة الهدايا 56 QR

الخطوة 2 أوجد الميل، ثم فسّر معناه.

استعمل النقطتين (4 , 56) و (2 , 80).

$$m = \frac{80 - 56}{2 - 4}$$

$$= -12$$

الميل يساوي 12–، وهذا يعني أن الرصيد في بطاقة الهدايا يقل بمقدار 12 QR في كل مرة يشتري فيها بلال كوبًا من القهوة. أي إن ثمن كوب واحد من القهوة هو 12 QR.

يتبع في الصفحة التالية

تعزيز المهارات اللغوية

استعمل مع **المثال 4**

الكتابة **مستوى 1** اكتب عدة كلمات على السبورة، بعضها ذات صلة مع كلمة ميل وبعضها لا. (تلة، سطح مائل، كرسي، إشارة، انحدار، رافعة، أرضية، إلخ...). قدّم للطلاب جدولًا مكوّنًا من عمودين [يشير عنوان أحدهما إلى كلمة "مرتبط بالميل" وعنوان الآخر "غير مرتبط".] اطلب من الطلاب كتابة كل كلمة في العمود المناسب.

س: استخرج من الجدول الكلمات التي تعطي معنى كلمة "ميل" في الرياضيات.

[راجع عمل الطلاب.]

نموذج إجابة: انحدار

التحدث **مستوى 2** اطرح على الطلاب تحدّيًا تطلب فيه منهم أن يقفوا وأن يميلوا بأجسادهم يمينًا أو يسارًا. يسّر مناقشة حول كلمة ميل.

س: ما معنى أن يميل الشخص يسارًا ؟

[ألّا يقف بشكل مستقيم، بل أن يحني جسمه نحو اليسار.]

س: ما معنى كلمة ميل في سياق المسألة ؟

[نسبة التغيّر الرأسي إلى التغيّر الأفقي.]

س: ما معنى كلمة ميل في علم الفيزياء ؟

[انحدار.]

القراءة **مستوى 3** اطلب من الطلاب التناوب على قراءة الخطوتين 2 و 3 من المثال بصوت عال أمام زملائهم في الصف. شجّعهم على التفكير في ما يعنيه كل من الميل والمقطع y في سياق الموقف المعطى.

س: ماذا يمثل المقطع y ؟

[الرصيد الأصلي لبطاقة الهدايا.]

س: ماذا يمثل الميل ؟

[يتناقص الرصيد في بطاقة الهدايا بمقدار 12 QR في كل مرة يشتري بلال كوبا من القهوة.]

س: لماذا يجب أن يعرف بلال هذه المعلومة ؟

[لمعرفة عدد الأكواب التي يمكنه أن يشتريها بهذه البطاقة.]

تابع المثال 4

حاول أن تحلّ! الإجابات

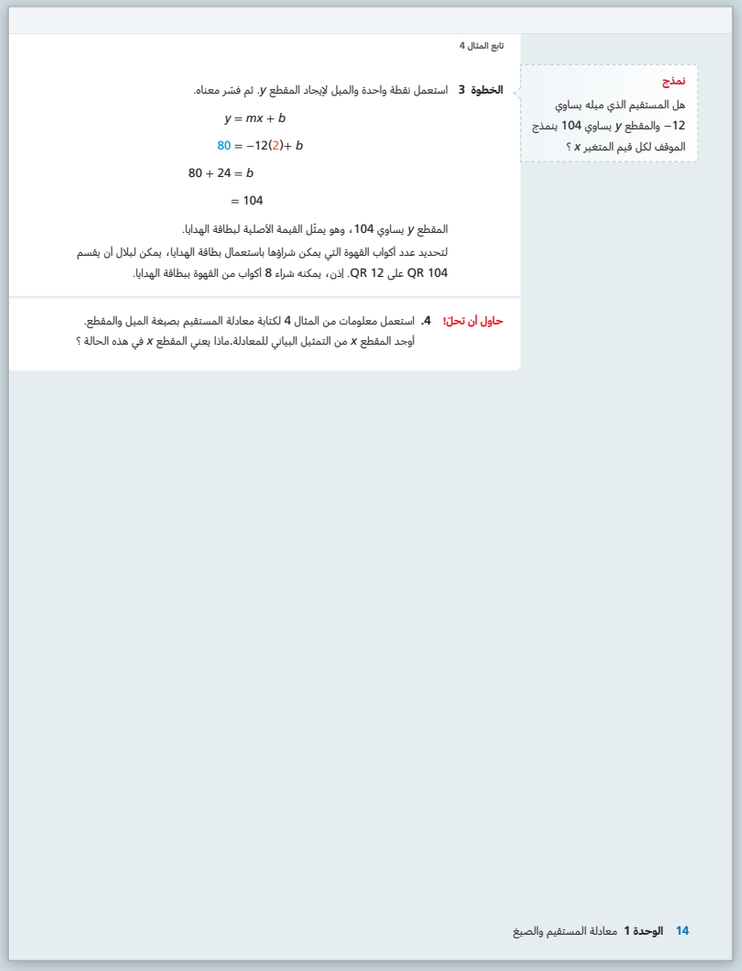
4. $y = -12x + 104$. لإيجاد المقطع x نأخذ $y = 0$

إذن: $0 = -12x + 104$ حيث $x \approx 8.7$

أي أن المقطع x هو عدد أكواب القهوة المجانية التي يستطيع بلال شراؤها باستعمال البطاقة. بما أنه لا يستطيع شراء كسر عشري من الأكواب فإنّ عدد الأكواب يساوي 8 فقط.

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكن تحديد المقطع x باستعمال معادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع ؟
[عوّض $y = 0$ في المعادلة ثم حل لإيجاد قيمة x.]



تابع المثال 4

نمذج

هل المستقيم الذي ميله يساوي -12 والمقطع y يساوي 104 ينمذج الموقف لكل قيم المتغير x ؟

الخطوة 3 استعمل نقطة واحدة والميل لإيجاد المقطع y. ثم فسّر معناه.

$y = mx + b$

$80 = -12(2) + b$

$80 + 24 = b$

$= 104$

المقطع y يساوي 104، وهو يمثّل القيمة الأصلية لبطاقة الهدايا.

لتحديد عدد أكواب القهوة التي يمكن شراؤها باستعمال بطاقة الهدايا، يمكن لبلال أن يقسم QR 104 على QR 12. إذن، يمكنه شراء 8 أكواب من القهوة ببطاقة الهدايا.

حاول أن تحلّ! **4.** استعمل معلومات من المثال 4 لكتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.
أوجد المقطع x من التمثيل البياني للمعادلة.ماذا يعني المقطع x في هذه الحالة ؟

14 الوحدة 1 معادلة المستقيم والصيغ

ملخص المفهوم صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية

س: ما العلاقة بين المعادلات والتمثيلات البيانية ؟

[كلاهما يمثّلان نفس مجموعة النقاط. ميل المستقيم في التمثيل البياني يمثله معامل x في المعادلة، ونقطة تقاطع المستقيم مع المحور y يمثلها الثابت b في المعادلة.]

عبّر عن فهمك | طبّق فهمك

خطأ شائع

التمرين 10 قد يخطئ بعض الطلاب باستعمالهم النقطة $(0 , -2)$ بدلًا من النقطة$(-2 , 0)$ عند تفسيرهم لقيمة b. احرص على أن يتحقق الطلاب من صحة المعادلة عند استعمالهم الإحداثي الذي يمثل المقطع y.

الإجابات

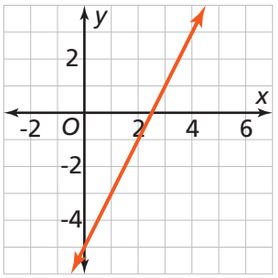
1. $y = mx + b$. هي معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، ويمكن من خلالها معرفة ميل المستقيم والمقطع y، وبالتالي يمكن تمثيل المستقيم بيانيًا بسهولة.

2. التمثيل البياني لكل من المعادلتين هو مستقيم. يقع على كل منهما النقطة $(0 , 1)$. التمثيل البياني للمعادلة $y = 2x + 1$ له ميل يساوي 2، ومقطع y يساوي 1، التمثيل البياني للمعادلة $y = -2x + 1$ له ميل يساوي -2 ومقطع y يساوي 1

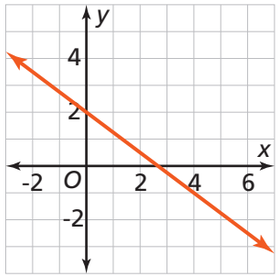
3. عكس أحمد الوحدات الرأسية والأفقية في الميل عندما أراد تعيين النقطة الثانية والتي يجب أن تكون $(6 , 3)$ بدلًا من $(7 , 2)$.

4. عوّض إحداثيات النقطتين في الصيغة: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

5.



6.



7. الميل $= -5$ ، المقطع y هو $-\frac{3}{4}$

8. الميل $= \frac{1}{4}$ ، المقطع y هو 5

9. $y = -2x + 1$

10. $y = \frac{3}{2}x - 2$

11. $y = \frac{4}{3}x - 3$

12. $y = 0.6x - 4.4$

13. **a.** قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: سوف تتحرك لبنى 3 وحدات إلى الأسفل و 4 وحدات إلى اليمين لإيجاد النقطة الثانية. أما آمنة فسوف تتحرك 3 وحدات إلى الأعلى و 4 وحدات إلى اليسار لإيجاد النقطة الثانية.

b. نعم. ستجد كل من لبنى وآمنة نقطتين مختلفتين ولكن تقعان كلاهما على نفس المستقيم باستعمال المعادلة المعطاة.

14. معادلة المستقيم L هي: $y = 1.25x + 4.25$، إذن، $c = -3.4$ و $b = 4.25$.

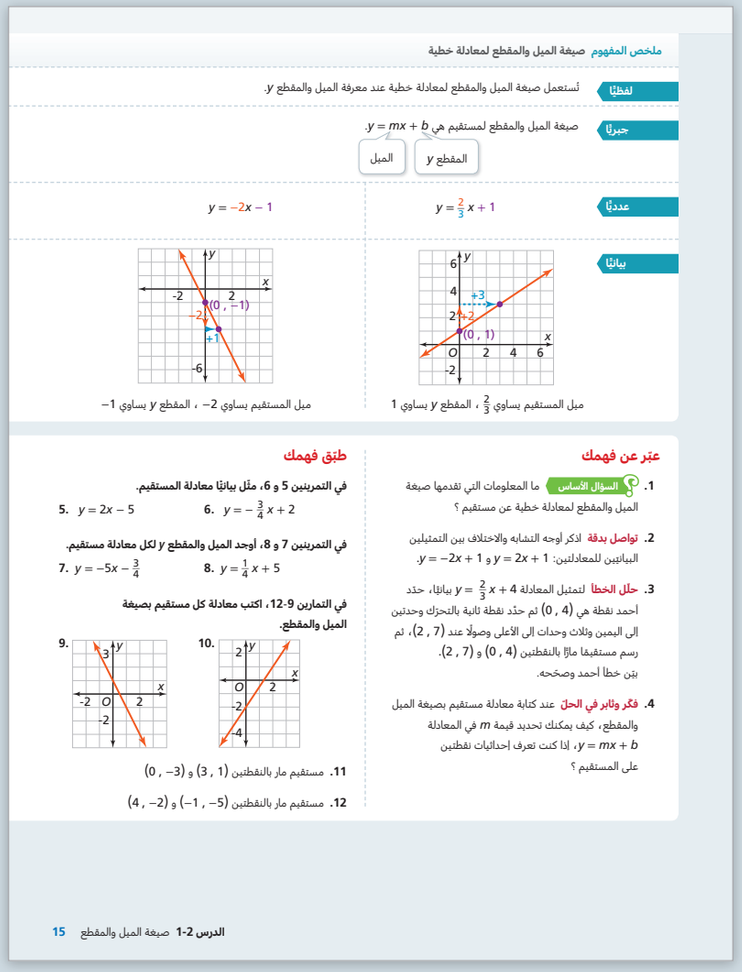
نوجد الميل: $m = \frac{0 + 4.25}{-3.4 - 0} = -1.25$

فتكون المعادلة: $y = -1.25x - 4.25$

15. يجب أن يعين ناصر المقطع y عند $(0 , -6)$ وليس عند $(0 , 6)$. النقطة الثانية يجب أن تكون $(4 , -9)$.

16. معادلة المستقيم: $y = -\frac{3}{4}x + 5$.

17. $b = 6$, $n = 2.5$, $p = 4.5$



ملخص المفهوم صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية

لفظيًا: تُستعمل صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية عند معرفة الميل والمقطع y.

جبريًا: صيغة الميل والمقطع لمستقيم هي $y = mx + b$.
الميل | المقطع y

عدديًا: $y = \frac{2}{3}x + 1$ | $y = -2x - 1$

بيانيًا:
ميل المستقيم يساوي $\frac{2}{3}$ ، المقطع y يساوي 1
ميل المستقيم يساوي -2 ، المقطع y يساوي -1

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما المعلومات التي تقدمها صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية عن مستقيم ؟
2. **تواصل بدقة** اذكر أوجه التشابه والاختلاف بين التمثيلين البيانيين للمعادلتين: $y = 2x + 1$ و $y = -2x + 1$.
3. **حلل الخطأ** لتمثيل المعادلة $y = \frac{2}{3}x + 4$ بيانيًا، حدد أحمد نقطة هي $(0 , 4)$ ثم حدد نقطة ثانية بالتحرك وحدتين إلى اليمين وثلاث وحدات إلى الأعلى وصولًا عند $(2 , 7)$، ثم رسم مستقيمًا مارًا بالنقطتين $(0 , 4)$ و $(2 , 7)$. بيّن خطأ أحمد وصححه.
4. **فكر وتأمل في الحل** عند كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع، كيف يمكنك تحديد قيمة m في المعادلة $y = mx + b$، إذا كنت تعرف إحداثيات نقطتين على المستقيم ؟

طبّق فهمك

في التمرينين 5 و 6، مثّل بيانيًا معادلة المستقيم.

5. $y = 2x - 5$
6. $y = -\frac{3}{4}x + 2$

في التمرينين 7 و 8، أوجد الميل والمقطع y لكل معادلة مستقيم.

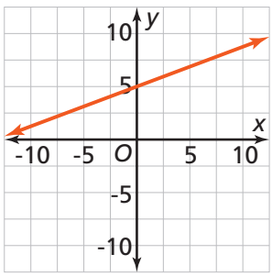
7. $y = -5x - \frac{3}{4}$
8. $y = \frac{1}{4}x + 5$

في التمارين 9-12، اكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل والمقطع.

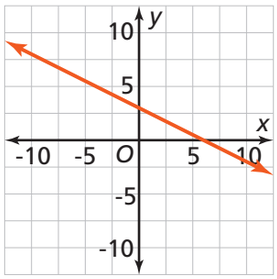
9.
10.
11. مستقيم مار بالنقطتين $(1 , 3)$ و $(3- , 0)$
12. مستقيم مار بالنقطتين $(5- , 1-)$ و $(2- , 4)$

الدرس 2-1 صيغة الميل والمقطع 15

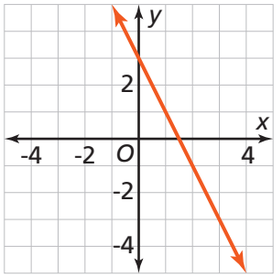
18.



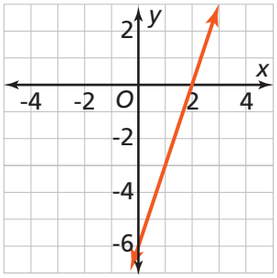
19.



20.



21.



تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

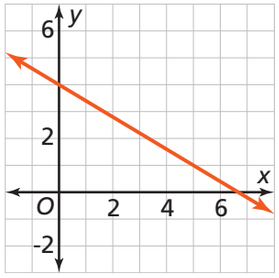
أساسي	متقدم
13-27, 29, 31, 33, 35-40	13-17, 19, 21, 23, 25, 27-40

تحليل التمارين

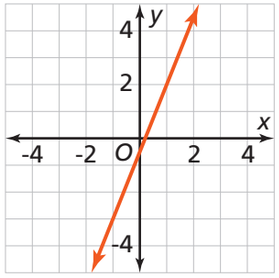
المثال	التمارين	عمق المعرفة
1	18–23	1
	13, 15	3
2	24–27, 39	1
	14, 16, 36	2
3	28–31, 38	1
	32, 33	2
	17, 37	3
4	34	2
	35, 40	3

الإجابات

22.



23.



24. $y = -\frac{1}{3}x + 1$

25. $y = 2x + 3$

26. $y = -2x + 3$

27. $y = 3x - 3$

28. $y = \frac{1}{2}x + 1$

تدرَّب وحُل مسائل

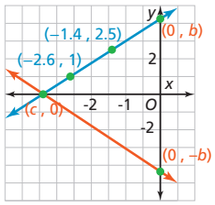
عزِّز فهمك

13. استعمل البنية رسمت كل من لبنى وآمنة تمثيلًا بيانيًا لمعادلة المستقيم $y = -\frac{3}{4}x + 2$. استعملت لبنى المعادلة $y = \frac{-3}{4}x + 2$، لرسم التمثيل البياني، بينما استعملت آمنة المعادلة $y = \frac{3}{-4}x + 2$.

a. وضّح كيف يؤدي ذلك إلى استعمال خطوات مختلفة لإنشاء التمثيلين البيانيين.

b. هل سيبدو التمثيلان البيانيان متشابهين ؟ وضّح إجابتك.

14. فكّر وثابر في الحل يمر المستقيم L بالنقطتين $(-1.4 , 2.5)$، $(-2.6 , 1)$، كما هو مبيّن أدناه.
أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-b , 0)$ و $(c , 0)$.

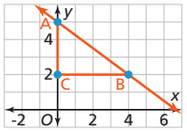


15. حلّل الخطأ بيّن الخطأ الذي وقع فيه ناصر عند تمثيل معادلة المستقيم $y = -\frac{3}{4}x - 6$ بيانيًا، وصحّحه.

1. عيّن المقطع y بيانيًا عند $(6 , 0)$.
2. عيّن نقطة ثانية وذلك بالتحرك من النقطة $(6 , 0)$ بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل و 4 وحدات يمينًا وصولًا إلى النقطة $(3 , 4)$.
3. صِل النقاط بمستقيم.

✗

16. روابط في الرياضيات تشكّل النقاط $A(0 , 5)$ و $B(4 , 2)$ و $C(0 , 2)$ رؤوس مثلث قائم الزاوية في المستوى الإحداثي.
أوجد معادلة المستقيم الذي يشكّل الوتر جزءًا منه.



17. مهارات التفكير العليا يمر المستقيم $y = -0.5x + b$ بالنقاط $(7 , n)$، $(4 , 4)$، $(3 , p)$، $(1 , 5.5)$. أوجد b, n, p.

تدرَّب

في التمارين 18-23، مثّل بيانيًا معادلة كل مستقيم. انظر المثال 1

18. $y = \frac{3}{2}x + 5$

19. $y = -\frac{1}{2}x + 3$

20. $y = -2x + 3$

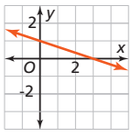
21. $y = 3x - 6$

22. $y = -\frac{3}{5}x + 4$

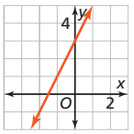
23. $y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$

في التمارين 24-27، اكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل والمقطع. انظر المثال 2

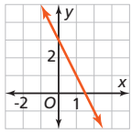
24.



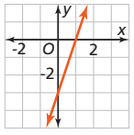
25.



26.



27.



في التمارين 28-33، اكتب معادلة المستقيم المار بالنقاط المعطاة بصيغة الميل والمقطع. انظر المثال 3

28. $(0 , 1), (2 , 2)$

29. $(-2 , -1), (0 , -5)$

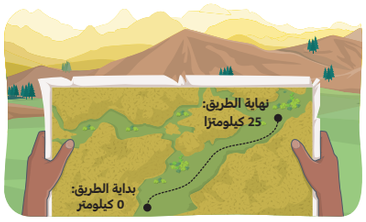
30. $(4 , 0), (0 , 2)$

31. $(-2 , -6), (1 , 2)$

32. $\left(\frac{3}{8} , 0\right), \left(\frac{5}{8} , \frac{1}{2}\right)$

33. $(2 , 1.5), (0 , 4.5)$

34. ينوي محمد قطع المسافة المبيّنة في الرسم بسرعة 4 km/h، اكتب معادلة خطية تمثّل المسافة المتبقية التي يجب على محمد أن يقطعها بعد x من الساعات ليصل إلى نهاية الطريق.
ماذا يمثّل المقطع y في المعادلة ؟ انظر المثال 4



29. $y = -2x - 5$

30. $y = -\frac{1}{2}x + 2$

31. $y = \frac{8}{3}x - \frac{2}{3}$

32. $y = 2x - \frac{3}{4}$

33. $y = -1.5x + 4.5$

34. $y = -4x + 25$
يمثل المقطع y المسافة الكلية وهي 25 km

الإجابات

35. بناءً على المعطيات يمكن للطالب أن يحلّ هذه المسألة بطريقتين:

إذا افترضنا أن الدفعة الأولى في الخطة B وهي QR 0 تعني أن الدفعات الأسبوعية المتساوية تدفع لأول مرة في الأسبوع الأول، وإذا افترضنا أن y يمثل المبلغ المتبقي للدفع في كل أسبوع وأن x ترتيب الأسبوع، تمثّل الخطتان بالمعادلتين التاليتين:

$$y_A = 3\,360 - (720 + 240(x - 1))$$
$$= -240x + 2\,880$$

$$y_B = 3\,360 - 280x$$
$$= -280x + 3\,360$$

تتم الدفعة الأخيرة للخطتين في نفس الأسبوع ($y_A = 0$ يعني أن $x = 12$ كما أنّ $y_B = 0$ يعني أن $x = 12$).

أما الحلّ الثاني الذي يمكن أن يفكّر فيه الطلاب فهو أن الدفعات المتساوية في الخطة B تبدأ في الأسبوع الثاني (لأن الدفعة الأولى تساوي QR 0).

في هذه الحالة، تمثل الخطتين بالمعادلتين التاليتين:

$$y_A = 3\,360 - (720 + 240(x - 1))$$
$$= -240x + 2\,880$$

$$y_B = 3\,360 - (0 + 280(x - 1))$$
$$= -280x + 3\,640$$

تتم الدفعة الأخيرة للخطة A في الأسبوع 12 فيما تتم الدفعة الأخيرة للخطة B في الأسبوع 13

36. $y = -6x + 8$

37. المعادلة التي تمثل مسار سيف هي:
$y = -7.5x + 15$، سرعة سلطان هي 5 km/h،
المعادلة التي تمثل مسار سلطان هي:
$y = -5x + 10$، كلاهما يصل إلى الشاطئ عند $y = 0$.

38. D , E

39. C

40. **الجزء A** $y = -\frac{5}{8}x + 15$
الجزء B المقطع y يعطي مستوى الصلصة في العبوة عندما تكون ممتلئة، أي 15 in.
الجزء C لا، لأن المستوى سيكون بعد 18 ساعة عند $3\frac{3}{4}$ in، لأنه إذا عوضنا $x = 18$ نجد أنّ $y = 3\frac{3}{4}$.

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

35. فكّر وناقش في الحل تريد فاطمة شراء جهاز كمبيوتر جديد ثمنه QR 3 360، وتفكّر في خطتين للدفع تتضمّنان دفعات أسبوعية. أي خطة ستؤدي إلى دفع ثمن الكمبيوتر بصورة أسرع ؟ وضّح إجابتك.

36. نمذج يتنافس سعيد في سباق طوله 8 km حيث يركض بمعدّل سرعة ثابت قدره 6 km/h، اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لتمثيل المسافة المتبقية التي على سعيد اجتيازها لإنهاء السباق.

37. ابن الحجج الرياضية قرّر سيف وسلطان الذهاب إلى الشاطئ بدراجتيهما. اقترح سيف على سلطان أن يغادرا منزليهما في الوقت نفسه على أن يصلا إلى الشاطئ في الوقت نفسه أيضًا. يبيّن الرسم التخطيطي أدناه نقطتين مرّ بهما سيف أثناء قيادته الدراجة.

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لتمثيل المسافة التي قطعها من منزله وصولًا إلى الشاطئ. إذا كان منزل سلطان أقرب إلى الشاطئ من منزل سيف بمقدار 5 km، أوجد السرعة التي يجب أن يقود بها سلطان لتنجح خطتهما.

تدرَّب على اختبار

38. أي من العبارات التالية حول التمثيل البياني للمعادلة $y = \frac{3}{4}x - 1$ صحيحة ؟ اختر كل ما ينطبق.

A. ميل المستقيم يساوي -1

B. يتقاطع المستقيم مع النقطة $\left(0, -\frac{3}{4}\right)$

C. يتقاطع المستقيم مع النقطة $(0, 1)$

D. المقطع y يساوي -1

E. ميل المستقيم يساوي $\frac{3}{4}$

F. المقطع y يساوي $\frac{3}{4}$

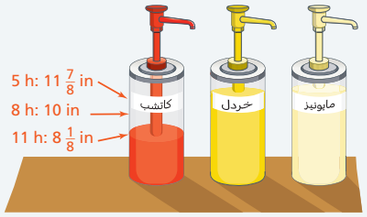
39. اختبار SAT/ACT ما معادلة المستقيم الذي ميله -3 والمقطع y يساوي 2 ؟

Ⓐ $y = 2x - 3$ Ⓑ $y = 2x + 3$

Ⓒ $y = -3x + 2$ Ⓓ $y = -3x - 2$

Ⓔ $y = -3x - 3$

40. مهمة أدائية يقيس سالم مستوى صلصة الطماطم (كاتشب) على فترات زمنية مختلفة الساعات، وذلك بعد ملء عبوة توزيع صلصة الطماطم في مطعم الوجبات الخفيفة الذي يعمل فيه.



الجزء A بافتراض أن صلصة الطماطم تُستعمل بمعدل ثابت، اكتب معادلة خطية يمكن استعمالها لتحديد مستوى الصلصة في علبة التوزيع بعد x من الساعات.

الجزء B كيف يمكنك استعمال المعادلة من الجزء A لإيجاد مستوى الصلصة عندما تكون علبة التوزيع ممتلئة ؟

الجزء C إذا كان سالم قد ملأ علبة توزيع الصلصة قبل فتح المطعم مباشرة، وبقي المطعم مفتوحًا مدة 18 ساعة، فهل يحتاج إلى إعادة ملء علبة التوزيع قبل موعد إغلاق المطعم ؟ وضّح إجابتك.

إن تقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم ومراعاة التمايز عند تعيين التمارين للطلاب اثنان من أفضل الممارسات في التعليم. تسمح نتائج التقويم للمعلم بتحديد نقاط الضعف في استيعاب الطلاب للمفاهيم والتركيز عليها عند إعادة التدريس. كما تسمح التمارين المصنفة وفقًا للمستوى بأن يختار المعلم تدريبات تتناسب مع النتائج الفردية لأداء الطلاب، فيوفّر بذلك تعليمًا متمايزًا يستفيد منه الطلاب، كلّ بحسب مستواه.

سينجز محتوى هذه الخطوة في نسخة قادمة.

الدرس 3-1

صيغة الميل ونقطة

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

- ✔ كتابة وتمثيل معادلات خطية في صيغة الميل ونقطة.
- ✔ تحليل صيغ مختلفة لمعادلة مستقيم لتفسير الميل والمقطع y لنموذج خطي في سياق بيانات معطاة.

الفهم الأساس

تستعمل صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية لكتابة معادلة مستقيم باستعمال ميله ونقطة تقع عليه.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- كتابة وتمثيل معادلات خطية بيانيًا باستعمال صيغة الميل والمقطع.

في هذا الدرس، يتمكّن الطلاب من:

- كتابة معادلة مستقيم في صيغة الميل ونقطة بمعلومية ميله ونقطة تقع عليه.
- تمثيل معادلات خطية بيانيًا مستعملًا صيغة الميل ونقطة.
- استعمال صيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع لتحليل وتفسير الميل والمقطع y لنموذج خطي.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكّن الطلاب من:

- كتابة معادلة في الصيغة القياسية وتمثيلها بيانيًا.

دقة

يؤكد هذا الدرس على مزيج من الاستيعاب المفاهيمي والمهارة الإجرائية والطلاقة.

- يدرك الطلاب أن المعادلات الخطية تُكتب في صيغ مختلفة مثل صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة، وذلك وفقًا للبيانات المعطاة.
- يستعمل الطلاب الميل ونقطة معطاة على مستقيم لكتابة معادلة هذا المستقيم في صيغة الميل ونقطة.
- يجد الطلاب أيضًا ميل المستقيم باستعمال أي نقطتين معلومتين عليه، ويستعملون هذا الميل وإحدى النقاط التي تقع على المستقيم لكتابة معادلة المستقيم في صيغة الميل ونقطة.

بناء المصطلحات

مراجعة المصطلحات

العربية | الإنجليزية

- **صيغة الميل والمقطع** | *slope-intercept form*

المصطلحات الجديدة

- **صيغة الميل ونقطة** | *point-slope form*

نشاط المصطلحات

راجع مع الطلاب صيغة الميل والمقطع وعرّفهم على صيغة الميل ونقطة. ثم اطلب إليهم أن يجدوا أوجه الشبه والاختلاف بين هذين المصطلحين وكيف يرتبط ذلك بصيغة المعادلة الخطية التي يصفونها.

اطلب منهم أن يحددوا كل معادلة أدناه ما إذا كانت بصيغة الميل ونقطة أو بصيغة الميل والمقطع.

$y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$	[صيغة الميل ونقطة]
$y = mx + b$	[صيغة الميل والمقطع]
$y = 8x - 2$	[صيغة الميل والمقطع]
$y - y_1 = m(x - x_1)$	[صيغة الميل ونقطة]

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يُركّز الطلاب على المعيارين :

9.2.1 يتعرف ويرسم خطوطًا مستقيمة في صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة وفي الصيغة القياسية، يربط بين المعاملات والثوابت في الصيغة القياسية وبين مقطعي المحورين.

9.2.2 يكتب معادلة لخط مستقيم بمعلومية تمثيله البياني أو من نقطتين تقعان عليه، أو من ميله ومن نقطة تقع عليه.

تطبيق ممارسات الرياضيات

أبن الحجج الرياضية

يستعمل الطلاب تمثيلًا بيانيًا لتقدير قيمة المقطع y لمستقيم ثم يستعملون التبرير التناسبي لدعم تقديرهم.

كن دقيقًا

يهتم الطلاب بمعاني الأرقام الملحقة بالمتغيرات في كل من x_1 و x_2 و y_1 و y_2 في صيغة الميل وصيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية.

انقد واشرح

محور تركيز التدريس يقارن الطلاب معادلتين مختلفتين ليدركوا أن هناك صيغًا مختلفة للمعادلة التي تمثل نفس المستقيم. يشير الطلاب إلى أن بعض هذه الصيغ لها قيود. هذا الأمر يهيّء الطلاب للتعرف على معادلات خطية في صيغ مختلفة مثل صيغة الميل ونقطة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصف مجتمعين

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: ما أوجه التشابه بين المعادلتين ؟ ما أوجه الاختلاف ؟

[كلاهما تمتلك نفس المتغيرات ونفس الميل. معادلة خليفة مكتوبة في صيغة الميل والمقطع. معادلة سيف اعتمدت صيغة الميل وهي غير معرّفة عند $x = 4$ لأنه لا يمكن القسمة على صفر.]

س: لماذا تُكتب معادلات المستقيم غالبًا في صيغة $y = mx + b$ ، كما فعل خليفة ؟

[لأن المعادلة تمثل جميع النقاط التي تقع على المستقيم ولا تتضمن نقطة تكون عندها المعادلة غير معرّفة.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ماذا تلاحظ عن الميل في المعادلتين ؟

[الميل هو نفسه في كلا المعادلتين، وهذا أمر منطقي، لأن كلتيهما تمثل نفس المستقيم.]

للطلاب سريعي الإنجاز

س: اذكر جميع الخطوات التي يجب اتباعها عند إعادة كتابة معادلة سيف الأصلية لتصبح مكافئة لمعادلة خليفة.

[اضرب كل طرف من أطراف معادلة سيف في $(x - 4)$، وزّع -5 على $(x - 4)$ ثم حل بالنسبة للمتغير y.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصف مجتمعين

تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

أدر نقاش عن العلاقة بين المعادلتين.

س: كيف يساعدك إنشاء جدول من القيم في الربط بين المعادلتين ؟

[يبيّن الجدول القيم التي تجعل كل معادلة صحيحة.]

س: كيف تقارن بين قيم x و y المتناظرة في كل جدول ؟

[هذه القيم هي نفسها ما عدا عندما تكون $x = 4$.]

س: لماذا لا نستعمل المعادلات التي في صورة $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ مثل $-5 = \frac{y - 2}{x - 4}$ لتمثيل المستقيمات ؟

[لهذه المعادلات قيود تتطلب استثناء نقطة من المستقيم.]

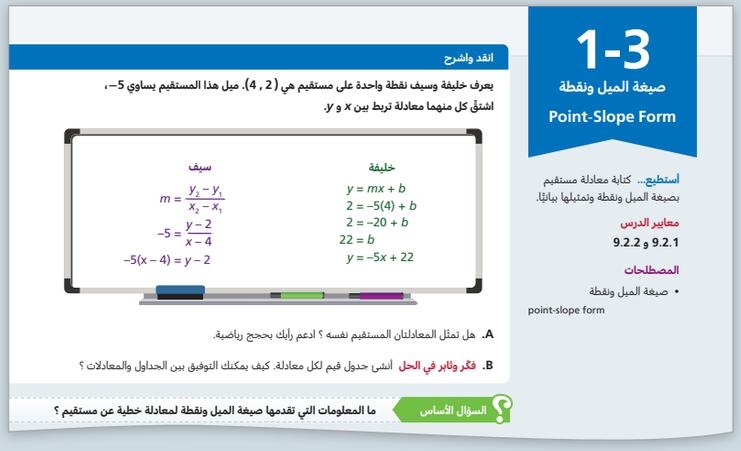
عادات التفكير استعمل مع **انقد واشرح**

نمذج كيف يمكنك إعادة كتابة معادلة سيف لتبيّن ما إذا كانت معادلتا سيف وخليفة متماثلتين ؟

[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : حلّ معادلة سيف بالنسبة للمتغير y لتحدد ما إذا كانت المعادلتان متماثلتين مع الأخذ بعين الاعتبار القيد الموجود على معادلة سيف الأصلية.]

ملاحظة: نبّه الطلاب إلى ضرورة الرجوع للمعادلة الأصلية عند وضع القيود، ولا يمكن الاعتماد على المعادلة النهائية.

كتاب الطالب، صفحة 18



1-3
صيغة الميل ونقطة
Point-Slope Form

استطيع... كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة وتمثيلها بيانيًا.

معايير الدرس
9.2.1 و 9.2.2

المصطلحات
- صيغة الميل ونقطة
point-slope form

انقد واشرح

يعرف خليفة وسيف نقطة واحدة على مستقيم هي (2 , 4). ميل هذا المستقيم يساوي 5–، اشتقّ كل منهما معادلة تربط بين x و y.

خليفة	سيف
$y = mx + b$	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$2 = -5(4) + b$	$-5 = \frac{y - 2}{x - 4}$
$2 = -20 + b$	$-5(x - 4) = y - 2$
$22 = b$	
$y = -5x + 22$	

A. هل تمثل المعادلتان المستقيم نفسه ؟ ادعم رأيك بحجج رياضية.

B. فكّر وناقش في الحل أنشئ جدول قيم لكل معادلة. كيف يمكنك التوفيق بين الجداول والمعادلات ؟

السؤال الأساس ما المعلومات التي تقدمها صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية عن مستقيم ؟

نموذج من أعمال الطلاب

A. المعادلتان تمثلان نفس المستقيم. إذا قمت بحل معادلة سيف بالنسبة للمتغير y، تحصل على نفس المعادلتين

$-5 = \frac{y - 2}{x - 4}$

x	0	2	4
y	22	12	غير معرّف

B. $y = -5x + 22$

x	0	2	4
y	22	12	2

يبين الجدولان أن معادلة سيف غير معرّفة عند $x = 4$ لكن المدخلات والمخرجات متماثلة بالنسبة للقيم الأخرى.

تقديم السؤال الأساس

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

عرّف الطلاب على صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية. ذكّرهم بأن معادلة نفس المستقيم يمكن كتابتها في صيغ مختلفة. كل صيغة مفيدة في حالات مختلفة.

مثال 1 فهم صيغة الميل ونقطة لمعادلة مستقيم

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك معرفة الاختلاف بين تمثيل كل من النقطة المحددة، والنقاط المتغيرة في صيغة الميل ونقطة ؟

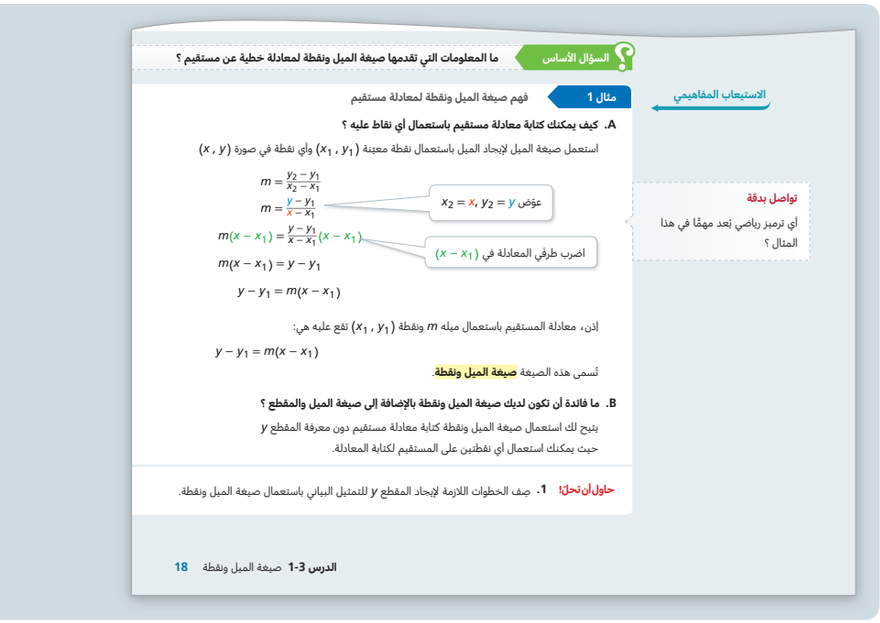
[المتغيران x و y يستعملان لإحداثيات أي نقطة. بينما تُمثل النقطة المحددة بمتغيرات في الرمز السفلي.]

س: لماذا أعيدت كتابة صيغة الميل في صيغة الميل ونقطة ؟

[إن التحويل من صيغة الميل إلى صيغة الميل ونقطة يحذف المقام ويوضح قيمة الميل وإحداثيي نقطة تقع على المستقيم.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

1. استعمل الميل وأي نقطة تقع على المستقيم لتكتب معادلة المستقيم في صيغة الميل ونقطة. عوّض $x = 0$ في المعادلة لتوجد المقطع y.


السؤال الأساس

ما المعلومات التي تقدمها صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية عن مستقيم ؟

الاستيعاب المفاهيمي

مثال 1 فهم صيغة الميل ونقطة لمعادلة مستقيم

A. كيف يمكنك كتابة معادلة مستقيم باستعمال أي نقاط عليه ؟

استعمل صيغة الميل لإيجاد الميل باستعمال نقطة معينة (x_1 , y_1) وأي نقطة في صورة (x , y)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ عوض $x_2 = x, y_2 = y$

$m(x - x_1) = \frac{y - y_1}{x - x_1}(x - x_1)$ اضرب طرفي المعادلة في $(x - x_1)$

$m(x - x_1) = y - y_1$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

إذن، معادلة المستقيم باستعمال ميله m ونقطة (x_1 , y_1) تقع عليه هي:

$y - y_1 = m(x - x_1)$

تُسمى هذه الصيغة **صيغة الميل ونقطة**.

B. ما فائدة أن تكون لديك صيغة الميل ونقطة بالإضافة إلى صيغة الميل والمقطع ؟

يتيح لك استعمال صيغة الميل ونقطة كتابة معادلة مستقيم دون معرفة المقطع y حيث يمكنك استعمال أي نقطتين على المستقيم لكتابة المعادلة.

تواصل بدقة

أي ترميز رياضي يُعد مهمًا في هذا المثال ؟

حاول أن تحلّ! 1. صِف الخطوات اللازمة لإيجاد المقطع y للتمثيل البياني باستعمال صيغة الميل ونقطة.

الدرس 3-1 صيغة الميل ونقطة 18

مثال 2 كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة

طرح أسئلة هادفة

س: في الجزء A، لماذا لم يتم التعويض عن x و y بقيم محددة عندما كُتبت المعادلة في صيغة الميل ونقطة ؟

[x و y بقيا في المعادلة لأنهما يمثلان إحداثيات أي نقطة تقع على المستقيم.]

س: في الجزء B، لماذا يمكنك استعمال صيغة الميل ونقطة عندما تُعطى نقطتان تقعان على المستقيم ؟

[يمكنك استعمال النقطتين لتحسب الميل. ثم يمكنك استعمال الميل وإحدى النقطتين لتكتب المعادلة.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

2. $y + 1 = -\frac{4}{5}(x - 2)$ أو $y - 3 = -\frac{4}{5}(x + 3)$

مثال 3 رسم التمثيل البياني لمعادلة خطية بصيغة الميل ونقطة

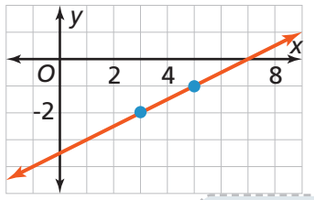
استعمل واربط التمثيلات الرياضية

س: كيف يمكنك استعمال المعادلة بصيغة الميل ونقطة لتمثل المستقيم بيانيًا ؟

[يساعدك استعمال صيغة الميل ونقطة على تحديد ميل المستقيم ونقطة تقع عليه، حيث يتم تعيين النقطة وبعد ذلك، يمكنك استعمال الميل لتعيين النقطة الثانية ورسم المستقيم المارّ بالنقطتين.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

3.

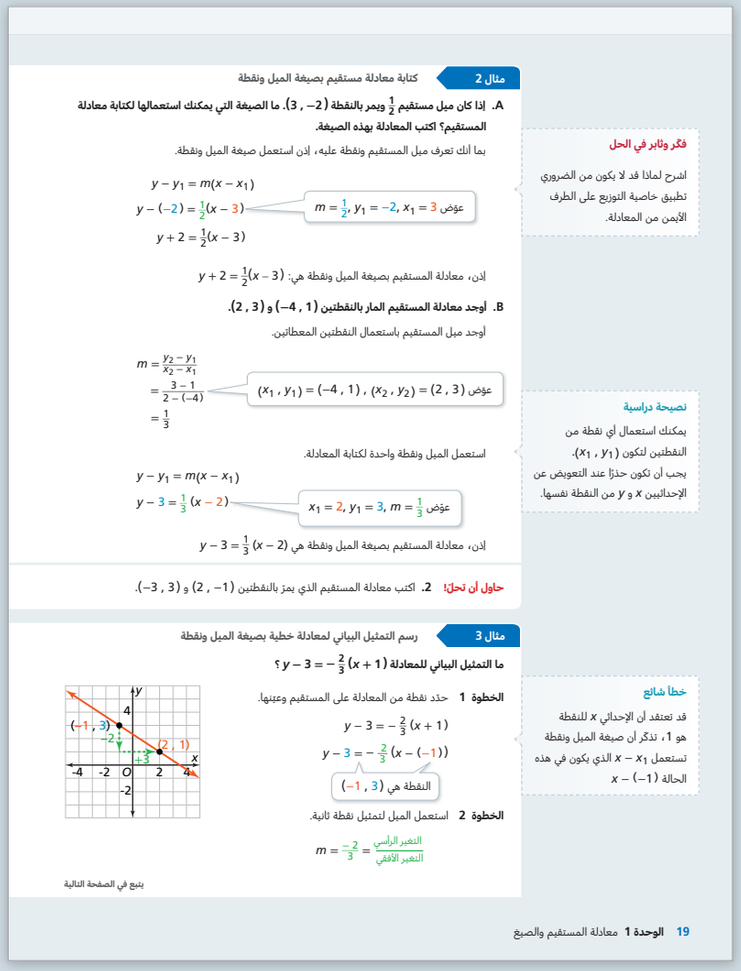


استعمل مع **المثال 1 و 2**

عادات التفكير

عمّم لماذا لا يمكن كتابة معادلة مستقيم رأسي في صيغة الميل ونقطة ؟

[الميل هو ناتج قسمة التغيّر في y على التغيّر في x. لإيجاد ميل مستقيم رأسي، عليك أن تقسم على صفر، وهذا غير ممكن.]



مثال 2 كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة

A. إذا كان ميل مستقيم $\frac{1}{2}$ ويمر بالنقطة $(-2, 3)$. ما الصيغة التي يمكنك استعمالها لكتابة معادلة المستقيم؟ اكتب المعادلة بهذه الصيغة.

بما أنك تعرف ميل المستقيم ونقطة عليه، إذن استعمل صيغة الميل ونقطة.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (-2) = \frac{1}{2}(x - 3)$ ← عوض $m = \frac{1}{2}, y_1 = -2, x_1 = 3$

$y + 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$

إذن، معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة هي: $y + 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$

فكر وناقش في الحل

اشرح لماذا قد لا يكون من الضروري تطبيق خاصية التوزيع على الطرف الأيمن من المعادلة.

B. أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(1, -4)$ و $(3, 2)$.

أوجد ميل المستقيم باستعمال النقطتين المعطاتين.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{3 - 1}{2 - (-4)}$ ← عوض $(x_1, y_1) = (-4, 1)$ ، $(x_2, y_2) = (2, 3)$

$= \frac{1}{3}$

استعمل الميل ونقطة واحدة لكتابة المعادلة.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 3 = \frac{1}{3}(x - 2)$ ← عوض $x_1 = 2, y_1 = 3, m = \frac{1}{3}$

إذن، معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة هي $y - 3 = \frac{1}{3}(x - 2)$

نصيحة دراسية

يمكنك استعمال أي نقطة من النقطتين لتكون (x_1, y_1). يجب أن تكون حذرًا عند التعويض عن الإحداثيين x و y من النقطة نفسها.

حاول أن تحلّ! **2.** اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-1, 2)$ و $(3, -3)$.

مثال 3 رسم التمثيل البياني لمعادلة خطية بصيغة الميل ونقطة

ما التمثيل البياني للمعادلة $y - 3 = -\frac{2}{3}(x + 1)$ ؟

الخطوة 1 حدد نقطة من المعادلة على المستقيم وعينها.

$y - 3 = -\frac{2}{3}(x + 1)$

$y - 3 = -\frac{2}{3}(x - (-1))$

النقطة هي $(-1, 3)$

الخطوة 2 استعمل الميل لتمثيل نقطة ثانية.

$m = -\frac{2}{3} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

خطأ شائع

قد تعتقد أن الإحداثي x للنقطة هو 1، تذكر أن صيغة الميل ونقطة تستعمل $x - x_1$ الذي يكون في هذه الحالة $x - (-1)$.

يتبع في الصفحة التالية

الطلاب الذين يواجهون صعوبات

استعمل مع المثال 2 قد يجد بعض الطلاب صعوبة في كتابة معادلة مستقيم باستعمال صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية.

- اطلب من الطلاب التدرّب على كتابة معادلات بصيغة الميل ونقطة.

1. مستقيم يمر بالنقطة $(4, 5)$ وميله -2

2. مستقيم يمر بالنقطة $(-2, -3)$ وميله 7

س: في أي جزء من صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية تُعوض قيمة الميل ؟

[m]

س: في أي جزء من صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية تُعوض قيم إحداثيات النقطة ؟

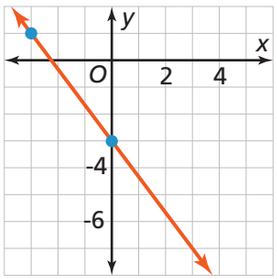
[يُعوض عن x_1 بالإحداثي الأول ويُعوض عن y_1 بالإحداثي الثاني.]

س: اكتب كل معادلة في صيغة الميل ونقطة.

[1. $y - 5 = -2(x - 4)$; 2. $y + 3 = 7(x + 2)$]

الطلاب المتقدمون

استعمل مع المثال 3 اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا معادلة المستقيم الممثل بيانيًا بصيغة الميل ونقطة.



س: كيف اخترت نقطة لتستعملها في معادلتك ؟

[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : أي نقطة تقع على المستقيم هي اختيار صحيح.]

س: اكتب المعادلة.

[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : $y - 1 = -\frac{4}{3}(x + 3)$.]

مثال 4 تطبيقات المعادلات الخطية

طرح أسئلة هادفة

س: كيف توجد نقطتين، استنادًا إلى البيانات المعطاة في المخطط ؟

[اختر قيمة لعدد الضيوف على المحور x، مثل 50، واقرأ القيمة المناظرة لها على الشوكة، QR 2900، واستعمل نفس الطريقة لتوجد نقطة أخرى تربط بين عدد الضيوف والتكلفة.]

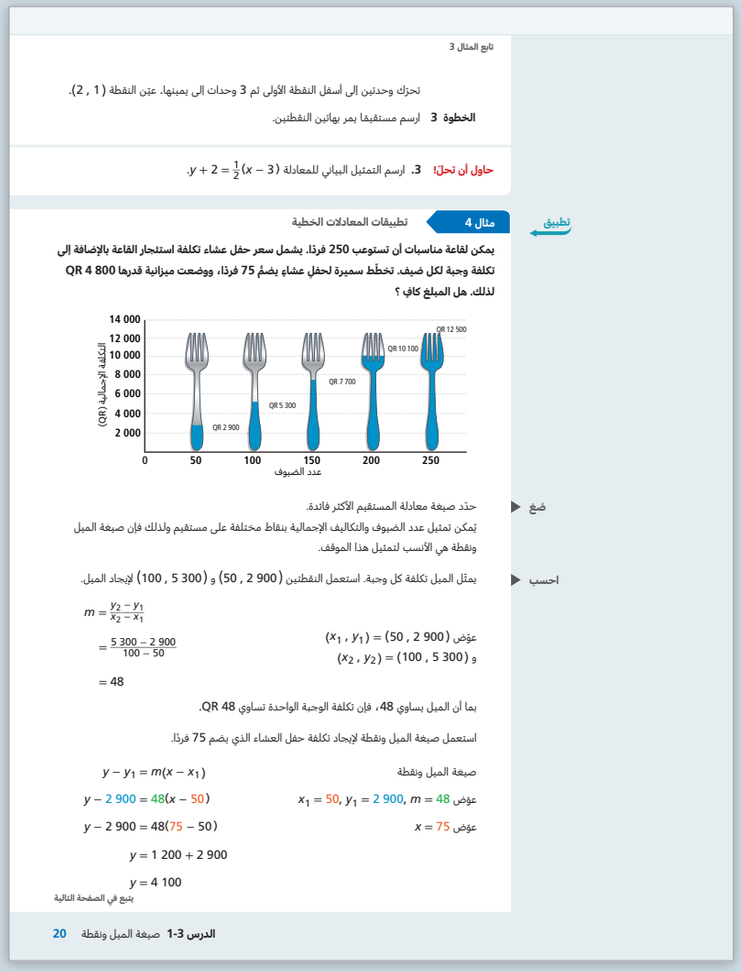
س: ما القيود التي يجب أن تضعها على المعادلة لتمثيل هذا الموقف ؟

[عدد الضيوف يجب أن يكون بين 0 و 250، بما أن القيم لهذا الموقف منفصلة، فإن الأعداد الكلية فقط يجب أن تؤخذ بعين الإعتبار بالنسبة لعدد الضيوف.]

عادات التفكير استعمل مع **المثال 3 و 4**

فكّر وثابر في الحل متى تكون كتابة معادلة مستقيم في صيغة الميل ونقطة أكثر ملاءمةً من كتابتها في صيغة الميل ومقطع ؟

[من السهل كتابة المعادلة في صيغة الميل ونقطة عندما تعرف الميل ونقطة تقع على المستقيم.]



تابع المثال 3

تحرك وحدتين إلى أسفل النقطة الأولى ثم 3 وحدات إلى يمينها. عيّن النقطة (2 , 1).

الخطوة 3 ارسم مستقيمًا يمر بهاتين النقطتين.

حاول أن تحلّ! **3.** ارسم التمثيل البياني للمعادلة $y + 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$.

تطبيق **مثال 4** تطبيقات المعادلات الخطية

يمكن لقاعة مناسبات أن تستوعب 250 فردًا. يشمل سعر حفل عشاء تكلفة استئجار القاعة بالإضافة إلى تكلفة وجبة لكل ضيف. تخطّط سميرة لحفل عشاءٍ يضمُّ 75 فردًا، ووضعت ميزانية قدرها QR 4 800 لذلك. هل المبلغ كافٍ ؟

ضع ◀ حدّد صيغة معادلة المستقيم الأكثر فائدة.

يُمكن تمثيل عدد الضيوف والتكاليف الإجمالية بنقاط مختلفة على مستقيم ولذلك فإن صيغة الميل ونقطة هي الأنسب لتمثيل هذا الموقف.

احسب ◀ يمثّل الميل تكلفة كل وجبة. استعمل النقطتين (50 , 2 900) و (100 , 5 300) لإيجاد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

عوّض $(x_1 , y_1) = (50 , 2\,900)$ و $(x_2 , y_2) = (100 , 5\,300)$

$$= \frac{5\,300 - 2\,900}{100 - 50}$$

$$= 48$$

بما أن الميل يساوي 48، فإن تكلفة الوجبة الواحدة تساوي 48 QR.

استعمل صيغة الميل ونقطة لإيجاد تكلفة حفل العشاء الذي يضم 75 فردًا.

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

عوّض $x_1 = 50, y_1 = 2\,900, m = 48$ $y - 2\,900 = 48(x - 50)$

عوّض $x = 75$ $y - 2\,900 = 48(75 - 50)$

$$y = 1\,200 + 2\,900$$

$$y = 4\,100$$

يتبع في الصفحة التالية

تعزيز المهارات اللغوية

استعمل مع **المثال 4**

القراءة **مستوى 2** اطلب إلى الطلاب قراءة موقف المسألة عند بداية المثال والقسم الخاص بالصيغة.
اطلب إليهم التفكير بأي كلمة لا يفهمونها (معادلة خطية، نقاط البيانات، الأنسب.)

س: ماذا تعني النقاط ؟

[زوج مرتب معرّف بعدد الضيوف وكلفة الضيف الواحد.]

س: ما معنى الأنسب ؟

[الأسهل للفهم.]

التحدث **مستوى 3** ناقش أوجه الاختلاف بين صيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية.
يسّر مناظرة صفّية ليعبر الطلاب عن رأيهم حول الصيغة الأنسب لمعادلة خطية، ويدافعوا عن هذا الرأي.

س: متى يكون استعمال صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية هو الخيار الأنسب ؟

[عندما تُعطى نقطتان أو ميل ونقطة.]

س: متى يكون استعمال صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هو الخيار الأنسب ؟

[عندما يُعطى الميل والمقطع y.]

تابع المثال 4

حاول أن تحلّ! الإجابات

1. $y = 48x + 500$؛ يمثل مقطع y كلفة استئجار القاعة.

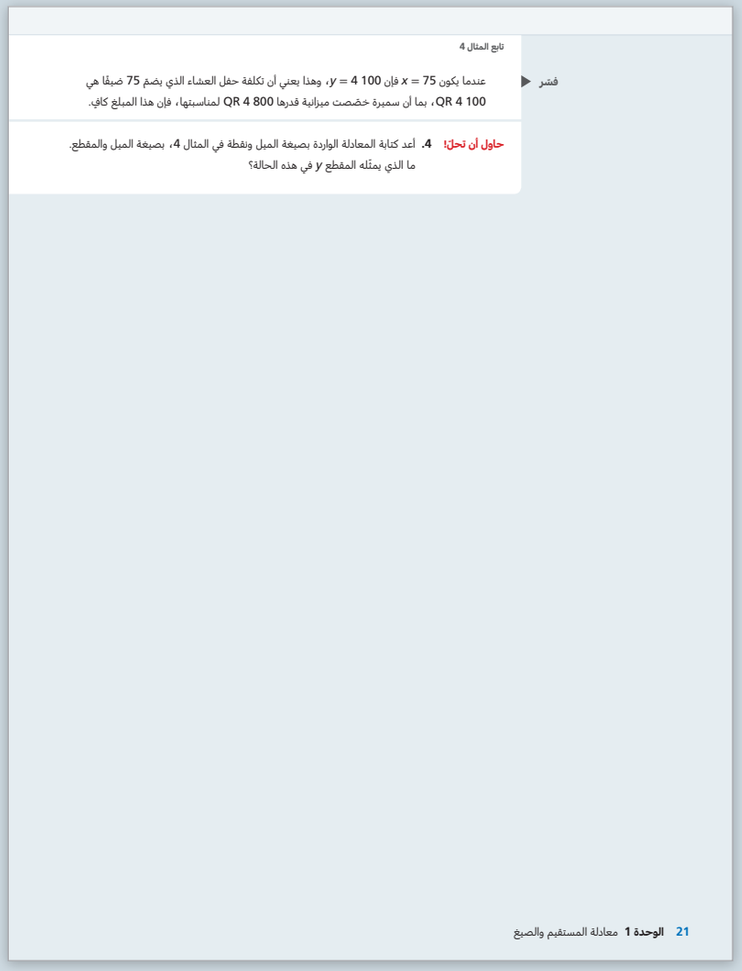
استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: هل يتغير ميل المستقيم عندما تكتب معادلة المستقيم في صيغة أخرى ؟ وضّح إجابتك.

[لا، الميل لا يتغيّر لأن المعادلات تمثل نفس المستقيم.]

خطأ شائع

حاول أن تحل! 4 بعض الطلاب يعكسون المتغير المستقل x والمتغير التابع y عند تفسيرهم للبيانات. ذكّر هؤلاء الطلاب بأن يفكروا أي متغير يتبع الآخر. في المثال 4، التكلفة الكلية تتبع عدد الضيوف.



تابع المثال 4

فسّر

عندما يكون $x = 75$ فإن $y = 4\,100$، وهذا يعني أن تكلفة حفل العشاء الذي يضمّ 75 ضيفًا هي 4 100 QR، بما أن سميرة خصّصت ميزانية قدرها 4 800 QR لمناسبتها، فإن هذا المبلغ كافٍ.

حاول أن تحلّ! 4. أعد كتابة المعادلة الواردة بصيغة الميل ونقطة في المثال 4، بصيغة الميل والمقطع. ما الذي يمثّله المقطع y في هذه الحالة؟

21 **الوحدة 1** معادلة المستقيم والصيغ

ملخص المفهوم صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية

س: كيف يمكنك أن تستعمل صيغة الميل ونقطة عندما تُعطى نقطتان بدلاً من نقطة وميل ؟

[استعمل النقطتين لإيجاد الميل، ثم اختر إحدى النقطتين لكتابة صيغة الميل ونقطة.]

عبّر عن **فهمك** | طبّق **فهمك**

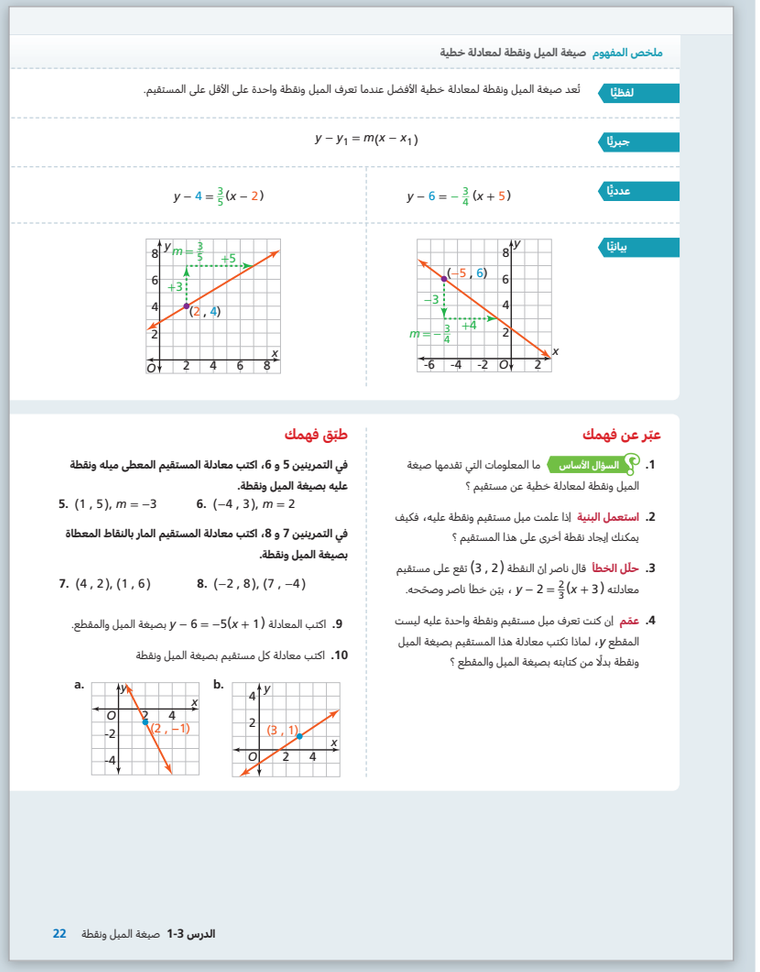
خطأ شائع

التمرين 10 لحساب ميل المستقيم قد يحسب الطلاب المسافة الأفقية بين النقطة المعطاة ونقطة أخرى ، ثم يقسمونه على الارتفاع الرأسي بين النقطتين. ذكّر الطلاب بأن الميل يساوي الارتفاع الرأسي مقسومًا على المسافة الأفقية.

الإجابات

1. تبيّن صيغة الميل ونقطة: $y - y_1 = m\,(x - x_1)$، أن الميل هو m والنقطة (x_1 , y_1) تقع على المستقيم.
2. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة. ثم عوّض أي قيمة للمتغير x في هذه المعادلة لإيجاد قيمة للمتغير y فتحصل على إحداثيي نقطة.
3. لم يُعِد ناصر كتابة $y - 2 = \frac{2}{3}\,(x + 3)$ على الشكل $y - 2 = \frac{2}{3}\,(x - (-3))$، واستعمل -3 عند التعويض عن x_1 في صيغة الميل ونقطة وذلك بدلًا من التعويض بالعدد 3
4. يمكنك استعمال النقطة المعلومة والميل لكتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة. بينما لكتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع فإننا نستعمل الميل المعلوم ونكون بحاجة لإيجاد المقطع y.

5. $y - 5 = -3(x - 1)$
6. $y - 3 = 2(x + 4)$
7. $y - 2 = -\frac{4}{3}\,(x - 4)$ أو $y - 6 = -\frac{4}{3}\,(x - 1)$
8. $y - 8 = -\frac{4}{3}\,(x + 2)$ أو $y + 4 = -\frac{4}{3}\,(x - 7)$
9. $y = -5x + 1$
10. **a.** $y + 1 = -2(x - 2)$
    b. $y - 1 = \frac{2}{3}\,(x - 3)$



ملخص المفهوم صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية

لفظيًا نُعد صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية الأفضل عندما تعرف الميل ونقطة واحدة على الأقل على المستقيم.

جبريًا $y - y_1 = m(x - x_1)$

عدديًا $y - 6 = -\frac{3}{4}\,(x + 5)$ ، $y - 4 = \frac{3}{5}\,(x - 2)$

بيانيًا

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما المعلومات التي تقدمها صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية عن مستقيم ؟
2. **استعمل البنية** إذا علمت ميل مستقيم ونقطة عليه، فكيف يمكنك إيجاد نقطة أخرى على هذا المستقيم ؟
3. **حلل الخطأ** قال ناصر إن النقطة $(3 , 2)$ تقع على مستقيم معادلته $y - 2 = \frac{2}{3}(x + 3)$ ، بيّن خطأ ناصر وصحّحه.
4. **عمّم** إن كنت تعرف ميل مستقيم ونقطة واحدة عليه ليست المقطع y، لماذا تكتب معادلة هذا المستقيم بصيغة الميل ونقطة بدلًا من كتابته بصيغة الميل والمقطع ؟

طبّق فهمك

في التمرينين 5 و 6، اكتب معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة عليه بصيغة الميل ونقطة.

5. $(1 , 5)$, $m = -3$
6. $(-4 , 3)$, $m = 2$

في التمرينين 7 و 8، اكتب معادلة المستقيم المار بالنقاط المعطاة بصيغة الميل ونقطة.

7. $(4 , 2)$, $(1 , 6)$
8. $(-2 , 8)$, $(7 , -4)$
9. اكتب المعادلة $y - 6 = -5(x + 1)$ بصيغة الميل والمقطع.
10. اكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل ونقطة

a.

b.

الدرس 1-3 صيغة الميل ونقطة 22

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
11–24, 26, 27, 29, 31, 33, 35–41	11–13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27–41

تحليل التمارين

المثال	التمارين	عمق المعرفة
1	13	3
2	14-17, 22-27, 40	1
	18, 19	2
	11, 36	3
3	28-33	1
	20, 21, 39	2
	12	3
4	34, 35	1
	37, 38	3
	41	4

الإجابات

11. a. $y - 1 = -\frac{3}{10}(x - 5)$ أو $y - 4 = -\frac{3}{10}(x + 5)$

b. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : $\frac{5}{2}$.

c. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة :
من التمثيل البياني أعلاه يتضح أن المقطع y يقع في منتصف المسافة بين النقطتين المعلومتين، إذن المقطع y هو منتصف الإحداثيين y للنقطتين فيكون المقطع y هو $y = \frac{(4+1)}{2} = \frac{5}{2}$

d. صيغة الميل والمقطع : $y = -\frac{3}{10}x + \frac{5}{2}$

12. عكس جاسم قيمتي x و y. فالنقطة التي مثلها في الخطوة الأولى يجب أن تكون $(-5 , 8)$ وليس $(8 , -5)$
في الخطوة الثانية، يجب تمثيل نقطة ثانية بتحريك النقطة $(-5 , 8)$ 3 وحدات إلى الأسفل و 4 وحدات إلى اليمين ليحصل على النقطة $(-8 , 12)$.

13. a. $y - b = m(x - 0)$

b. الصيغة المبسطة للمعادلة $y - b = m(x - 0)$ بعد حلها بالنسبة للمتغير y هي: $y = mx + b$.
إذن، صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة هما طريقتان لتمثيل نفس المستقيم.

14. $y - 1 = 2(x - 3)$

15. $y + 2 = -4(x - 2)$

16. $y + 8 = -\frac{3}{4}(x - 2)$

17. $y - 4 = \frac{2}{3}(x + 1)$

18. $y - 2 = -\left(x + \frac{1}{2}\right)$

19. $y - 7.5 = 1.5(x - 3.5)$

20. $y - 4 = -2(x - 2)$

21. $y + 3 = -\frac{2}{3}(x - 1)$

22. $y - 6 = 2(x - 3)$ أو $y - 4 = 2(x - 2)$

23. $y + 4 = (x - 2)$ أو $y + 7 = (x + 1)$

24. $y + 8 = \frac{3}{2}(x - 1)$ أو $y + 5 = \frac{3}{2}(x - 3)$

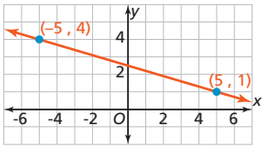
25. $y + 3 = 5(x + 7)$ أو $y - 12 = 5(x + 4)$

26. $y - 6 = \frac{8}{5}(x - 1)$ أو $y + 2 = \frac{8}{5}(x + 4)$

27. $y - \frac{3}{2} = -(x - 1)$ أو $y + \frac{1}{2} = -(x - 3)$

عزز فهمك

11. استعمل التمثيل البياني للمستقيم الموضَّح أدناه للإجابة عن كل مما يلي:



a. اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة.

b. قدّر قيمة المقطع y للمستقيم.

c. **ابن الحجج الرياضية** ادعم تقديرك لقيمة المقطع y باستعمال التبرير التناسبي.

d. أعد كتابة صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع لتتحقّق من تقديرك.

12. **حلّل الخطأ** صِف خطأ جاسم عند تمثيله المعادلة $y + 5 = -\frac{3}{4}(x - 8)$ بيانيًا وصححه.

1. عيّن نقطة بيانيًا عند $(8 , -5)$.
2. عيّن نقطة ثانية بتحريك 3 وحدات إلى الأسفل ثم 4 وحدات إلى اليمين من $(8 , -5)$ عند $(5 , -1)$.
3. صِل النقاط بمستقيم.

✗

13. **مهارات التفكير العليا** في صيغة الميل والمقطع $y = mx + b$، المقطع y يقع عند النقطة $(0 , b)$.

a. ما المعادلة التي تحصل عليها عندما تعوّض بقيمة $(0 , b)$ عن (x_1 , y_1) في صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$ ؟

b. كيف ترتبط صيغة الميل والمقطع بصيغة الميل ونقطة ؟

تدرَّب

في التمارين 14-19، اكتب معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة عليه بصيغة الميل ونقطة. انظر الأمثلة 1 و 2 و 3

14. $(3 , 1)$, $m = 2$

15. $(2 , -2)$, $m = -4$

16. $(2 , -8)$, $m = -\frac{3}{4}$

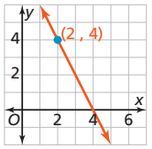
17. $(-1 , 4)$, $m = \frac{2}{3}$

18. $\left(-\frac{1}{2} , 2\right)$, $m = -1$

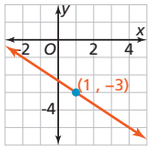
19. $(3.5 , 7.5)$, $m = 1.5$

في التمرينين 20 و 21، اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم. انظر المثالين 2 و 3

20.



21.



في التمارين 22-27، اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الماز بالنقاط المعطاة. انظر المثال 2

22. $(2 , 4)$, $(3 , 6)$

23. $(-1 , -7)$, $(2 , -4)$

24. $(3 , -5)$, $(1 , -8)$

25. $(-4 , 12)$, $(-7 , -3)$

26. $(-4 , -2)$, $(1 , 6)$

27. $\left(3 , -\frac{1}{2}\right)$, $\left(1 , \frac{3}{2}\right)$

في التمارين 28-33، ارسم التمثيل البياني لكل معادلة مما يلي: انظر المثال 3

28. $y + 2 = -3(x + 2)$

29. $y - 2 = 4(x - 1)$

30. $y + 1 = \frac{3}{2}(x - 1)$

31. $y - 3 = \frac{2}{5}(x + 1)$

32. $y - 1 = \frac{5}{4}(x + 2)$

33. $y + 5 = \frac{1}{2}(x + 3)$

في التمرينين 34 و 35،اكتب معادلة المستقيم المار بالنقاط المعطاة في كل جدول بصيغة الميل ونقطة، ثم اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع. انظر المثال 4

34.

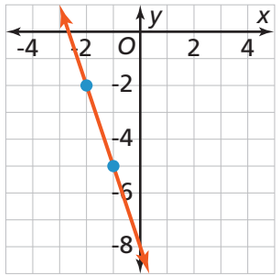
x	y
15	100
20	115
25	130
30	145
35	160

35.

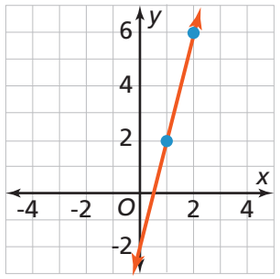
x	y
–4	–21
–2	–18
0	–15
2	–12
4	–9

الإجابات

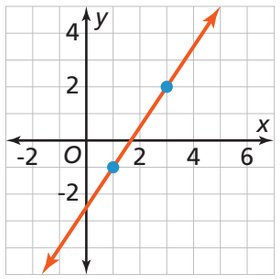
28.



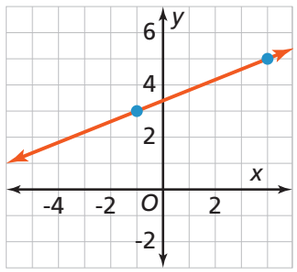
29.



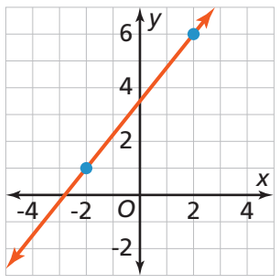
30.



31.



32.



تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

36. نمذج استأجر حمد دراجة هوائية لمدة 5.5 ساعة بمبلغ إجمالي قدره QR 93.75. اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة لنمذجة تكلفة استئجار الدراجة الهوائية لعدد x من الساعات. كيف يمكن لحمد حساب رسوم الخدمة التي تُدفع لمرة واحدة باستعمال معادلة المستقيم ؟

37. فكّر وناقش في الحل اقترضت لطيفة مبلغًا من المال من شقيقها لتشتري هاتفًا جديدًا، على أن تردّ له ما اقترضته بمبالغ أسبوعية ثابتة. بعد أسبوعين، بقي على لطيفة أن تدفع لشقيقها مبلغ QR 456، وبعد خمسة أسابيع، بقي عليها أن تدفع له مبلغ QR 228.

a. أوجد المبلغ الأصلي الذي اقترضته لطيفة.

b. أوجد المبلغ الذي تدفعه كل أسبوع.

c. لماذا تُعدُّ كل من صيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع مفيدة في الإجابة عن السؤالين أعلاه ؟

38. عمّم تشمل التكلفة الإجمالية لطباعة بطاقات دعوة إلى عشاء حفل تخرج، تكلفة طباعة البطاقات بالإضافة إلى رسوم تصميم البطاقة والتي تُدفع لمرة واحدة.

عدد البطاقات	25	50	75	100
إجمالي التكلفة (QR)	400	560	720	880

اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة، ومعادلة بصيغة الميل والمقطع لتمثيل الحالة. أي جزء من المعادلتين يمثّل تكلفة طباعة البطاقة الواحدة؟ أيُّ الصيغتين أسهل لإيجاد معلومات حول رسوم تصميم البطاقة ؟ وضّح إجابتك.

تدرَّب على اختبار

39. يُمثّل المستقيم الذي معادلته $y - 5 = \frac{9}{7}(x + 4)$ بيانيًا،

بالنظر إلى المعادلة، يمكنك أن تعلم أن التمثيل البياني لديه ميل يساوي _____ ويمر بالنقطة _____.

باستعمال الميل والنقطة، يمكنك تعيين نقطة ثانية _____ ثم تمثيل المستقيم المار بالنقطتين بيانيًا.

40. اختبار SAT/ACT مستقيم ميله -2 ويمرّ بالنقطة $(-2, 3)$. أي مما يلي يمثّل معادلة هذا المستقيم ؟

Ⓐ $y + 2 = -2(x - 3)$ Ⓑ $y - 2 = -2(x - 3)$

Ⓒ $y - 2 = -2(x + 3)$ Ⓓ $y + 2 = 2(x - 3)$

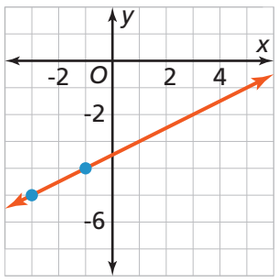
Ⓔ $y - 2 = 2(x + 3)$

41. مهمة أدائية قطار ينقل الركّاب صعودًا على سفح تلّ بمعدل ثابت إلى ارتفاع 50 m، ويوضّح الشكل أدناه ارتفاع القطار في كلّ من موقعين مختلفين.

الجزء A اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لتمثيل ارتفاع القطار بدلالة الزمن. كيف يمكنك استعمال هذه المعادلة لإيجاد معدل الازدياد في ارتفاع القطار بالأمتار في الثانية ؟

الجزء B ما الارتفاع الذي يبدأ عنده القطار حركته ؟ اكتب معادلة مستقيم بصيغة تقدم المعلومات كجزء من المعادلة. وضّح تبريرك المنطقي.

33.



34. $y - 100 = 3(x - 15)$; $y = 3x + 55$

35. $y + 21 = \frac{3}{2}(x + 4)$; $y = \frac{3}{2}x - 15$

36. $y - 93.75 = 12.50(x - 5.5)$

يستطيع حمد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع $y = 12.50x + 25$. ويمثل المقطع y رسوم الخدمة لمرة واحدة وقيمتها QR 25.

الإجابات

37. a. إذا كان x عدد الأسابيع و y المبلغ المتبقي
$y - 456 = \left(\frac{456 - 228}{2 - 5}\right)(x - 2)$
$y = -76x + 608$

عندما $x = 0$ فإن $y = 608$
إذن، المبلغ الأصلي هو 608 QR.

b. يمثل ميل المعادلة معدل تناقص الميل أسبوعيًا أي المبلغ الذي تدفعه لطيفة كل أسبوع وهو 76 QR.

c. يمكن لكلا الصيغتين أن تكون مفيدة لإيجاد القيمة المدفوعة في كل أسبوع والتي هي قيمة الميل. وحدها صيغة الميل والمقطع تعطينا القيمة الأصلية المقترضة والتي تمثل المقطع y.

38. $y = 6.4\,x + 240$; $y - 400 = 6.4(x - 25)$
تكلفة طباعة البطاقة الواحدة تساوي ميل المستقيم أي 6.4 QR. صيغة الميل والمقطع تعطي معلومات عن رسوم تصميم البطاقة 240 QR والتي تمثل المقطع y.

39. الميل يساوي $\frac{9}{7}$ ويمر بالنقطة $(5\ ,\ -4)$ تتنوع الإجابات.
نموذج إجابة: $(14\ ,\ 3)$.

40. الإجابة A.

41. **الجزء A** $y - 20 = 0.4(x - 42)$
الميل يمثّل معدل التزايد في الارتفاع أي 0.4 m/sec

الجزء B 3.2 m، صيغة الميل والمقطع هي:
$y = 0.4x + 3.2$ ، حيث المقطع y يمثّل الارتفاع الذي يبدأ عنده القطار حركته.

إن تقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم ومراعاة التمايز عند تعيين التمارين للطلاب اثنان من أفضل الممارسات في التعليم. تسمح نتائج التقويم للمعلم بتحديد نقاط الضعف في استيعاب الطلاب للمفاهيم والتركيز عليها عند إعادة التدريس. كما تسمح التمارين المصنفة وفقًا للمستوى بأن يختار المعلم تدريبات تتناسب مع النتائج الفردية لأداء الطلاب، فيوفّر بذلك تعليمًا متمايزًا يستفيد منه الطلاب، كلّ بحسب مستواه.

سينجز محتوى هذه الخطوة في نسخة قادمة.

الدرس 4-1

الصيغة القياسية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ كتابة معادلات خطية في الصيغة القياسية وتمثيلها بيانيًا.

✔ استعمال معادلات خطية بالصيغة القياسية لتفسير مقاطع *x* و *y* في سياق بيانات معطاة.

الفهم الأساس

تساعد الصيغة القياسية لمعادلة خطية في التعرف على مقاطع *x* و *y*، وتساعد هذه المقاطع على رسم المستقيم وعلى فهم القيود في سياق مسألة من واقع الحياة.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- كتابة معادلات خطية في صيغتي الميل والمقطع والميل ونقطة وتمثيلهما بيانيًا وتفسيرهما.

في هذا الدرس، يتمكّن الطلاب من:

- كتابة معادلات خطية في الصيغة القياسية باستعمال مقاطع *x* و *y* وتمثيلها بيانيًا.
- استعمال الصيغة القياسية لمعادلة خطية للتعرف على القيود ضمن السياق المنمذج.

لاحقًا في المرحلة الثانوية، سيتمكّن الطلاب من:

- استعمال معادلات خطية بصيغ مختلفة لحل أنظمة معادلات خطية مستعملين المصفوفات.

دقة

يؤكد هذا الدرس على مزيج من الاستيعاب المفاهيمي والتطبيق.

- يدرك الطلاب أن الصيغة القياسية لمعادلة خطية يمكن أن تُستعمَل لتحديد مقاطع *x* و *y*.
- يطبّق الطلاب ما يعرفونه عن الصيغة القياسية لمعادلة خطية ليفسروا C، في الصورة $Ax + By = C$، على أنها قيد ضمن السياق المنمذج.

بناء المصطلحات

مراجعة المصطلحات

العربية | الإنجليزية

- **مقطع *x*** | *x-intercept*
- **مقطع *y*** | *y-intercept*

المصطلحات الجديدة

- **الصيغة القياسية لمعادلة خطية** | *standard form of a linear equation*

نشاط المصطلحات

عمل الطلاب في الدرسين السابقين على صيغتي الميل والمقطع والميل ونقطة لمعادلة خطية. عرّف الطلاب على الصيغة القياسية لمعادلة خطية على أنها صيغة أخرى لمعادلة خطية. اطلب من الطلاب أن يفكروا في السياقات التي سمعوا واستعملوا فيها كلمة "قياسية" (قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : الصيغة القياسية للعدد). ناقش معنى كلمة "قياسية" في سياق وصف صيغة معادلة.

ما اسم الصيغة التي كُتبت بها معادلة في الصورة $Ax + By = C$

A. صيغة الميل والمقطع

B. الصيغة القياسية

C. الصيغة التحليلية

D. صيغة الميل ونقطة

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يُركّز الطلاب على المعيارين :

9.2.1 يتعرف ويرسم خطوطا مستقيمة في صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة وفي الصيغة القياسية، يربط بين المعاملات والثوابت في الصيغة القياسية وبين مقطعي المحورين.

9.2.2 يكتب معادلة لخط مستقيم بمعلومية تمثيله البياني أو من نقطتين تقعان عليه، أو من ميله ومن نقطة تقع عليه.

تطبيق ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًا بطريقة كمّية و تجريديّة

يهتم الطلاب بما تعنيه الكميات في المسألة عندما يحددون ما تعنيه إشارة الميل حول الكميات في مسائل تتضمن مخاليط.

ابنِ الحجج الرياضية

يبني الطلاب حججًا رياضية باستعمال معرفتهم السابقة ليوضّحوا لماذا تُعدّ المعادلة المكتوبة في الصيغة القياسية مفيدة لملاحظة قيود مسألة ما، الأمر الذي لا تتيحه صيغة الميل والمقطع.

استكشف وبرّر منطقيًّا

محور تركيز التدريس يستكشف الطلاب التراكيب المختلفة لقيم x و y التي يمكن أن تكوّن منها قائمة تضم 24 فلم حركة أو فلم دراما، ويمثلون بيانيًا هذه التراكيب. يتعرف الطلاب إلى فكرة القيد التي تهيئهم لتعلم طريقة كتابة معادلة مستقيم في الصيغة القياسية.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصف مجتمعين

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: ما الاستراتيجيات التي يمكن أن يكون عبد الله قد استعملها ليحدد التراكيب المختلفة من أفلام الحركة والدراما ؟

[قد تتنوّع الإجابات. نموذج إجابة: استعمال جدول لسرد التراكيب، إنشاء قائمة من 24 فلمًا.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف يمكنك تحديد النقطتين اللتين يجب أن تعيّنهما على التمثيل البياني ؟

[اختر نقطتين مجموع إحداثياتهما يساوي 24]

للطلاب سريعي الإنجاز

س: أنشىء تمثيلًا بيانيًا يوضّح تراكيب ممكنة من أفلام الحركة والدراما لقائمة مكوّنة من 30 فلمًا.

[يقع المقطع y في هذا التمثيل عند النقطة $(0 , 30)$ والمقطع x عند النقطة $(30 , 0)$، $y = -x + 30$.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصف مجتمعين

تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

ساعد الطلاب على تطوير فهم واضح للعلاقة بين المتغيرات في معادلة خطية.

س: ماذا تمثل النقطتان $(24 , 0)$ و $(0 , 24)$ على المستقيم؟

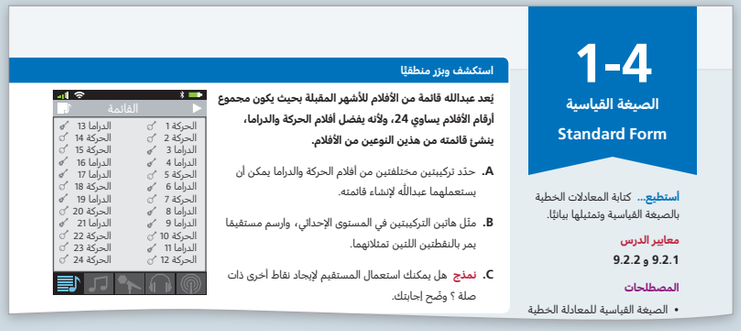
[تمثل النقطة $(24 , 0)$ قائمة مكونة من أفلام الحركة فقط. تمثل النقطة $(0 , 24)$ قائمة مكونة من أفلام الدراما فقط.]

عادات التفكير استعمل مع **استكشف وبرّر منطقيًّا**

برّر منطقيًا لماذا من الأسهل استعمال تمثيل بياني بدلًا من استعمال جدول للإجابة عن السؤال ؟ هل هناك أي سلبيات لاستعمال التمثيل البياني ؟

[يعرّف التمثيل البياني كل التراكيب الممكنة، بينما يعرّف الجدول عددا محدودًا منها. لكن، قد يكون من الصعب التركيز على تراكيب معيّنة عند استعمال التمثيل البياني.]

كتاب الطالب، صفحة 25



1-4
الصيغة القياسية
Standard Form

استطيع... كتابة المعادلات الخطية بالصيغة القياسية وتمثيلها بيانيًا.

معايير الدرس
9.2.1 و 9.2.2

المصطلحات
• الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

استكشف وبرّر منطقيًا

يُعد عبدالله قائمة من الأفلام للأشهر المقبلة بحيث يكون مجموع أرقام الأفلام يساوي 24، ولأنه يفضل أفلام الحركة والدراما، ينشئ قائمته من هذين النوعين من الأفلام.

A. حدّد تركيبتين مختلفتين من أفلام الحركة والدراما يمكن أن يستعملهما عبدالله لإنشاء قائمته.

B. مثّل هاتين التركيبتين في المستوى الإحداثي، وارسم مستقيمًا يمر بالنقطتين اللتين تمثلانهما.

C. نمذج هل يمكنك استعمال المستقيم لإيجاد نقاط أخرى ذات صلة ؟ وضّح إجابتك.

القائمة

الحركة 1	الدراما 13
الحركة 2	الدراما 14
الحركة 3	الدراما 15
الحركة 4	الدراما 16
الحركة 5	الدراما 17
الحركة 6	الدراما 18
الحركة 7	الدراما 19
الحركة 8	الدراما 20
الحركة 9	الدراما 21
الحركة 10	الدراما 22
الحركة 11	الدراما 23
الحركة 12	الدراما 24

نموذج من أعمال الطلاب

A. 12 فيلم حركة و12 فيلم دراما أو 16 فيلم حركة و 8 أفلام دراما.

B.

C. نعم، يمر المستقيم بنقاط أخرى حيث مجموع عدد أفلام الحركة وعدد أفلام الدراما يساوي 24

تقديم السؤال الأساس

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

عرّف الطلاب على الصيغة القياسية لمعادلة خطية. ذكّرهم بأن المستقيمات يمكن أن تُمثَّل بصيغ متعددة، حيث يزودنا كل منها بنوع محدّد من المعلومات. وضح لهم أن الصيغة القياسية للمستقيم مفيدة لأن المعادلة مكتوبةٌ بهذه الصيغة توضّح القيد.

مثال 1 فهم الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

طرح أسئلة هادفة

س: في الجزء A، لماذا المقدار $100x + 40y$ مكافىء للتكلفة الكلية 600 QR ؟

[يمثل الحدّ $100x$ المبلغ الذي أُنفق على شراء تذاكر الحجز المسبق ويمثل الحد $40y$ المبلغ الذي أُنفق على شراء التذاكر العادية. المبلغ الكلي الذي سوف يتم انفاقه هو 600 QR، إذن سوف تنفق حصة 600 QR على تراكيب (مجموع عدد) التذاكر.]

س: في الجزء B، ما المعلومات التي يقدّمها المقطعين x و y في هذا المثال ؟

[يوضّح المقطع x عدد تذاكر الحجز المسبق التي يمكن شراؤها إذا لم يتم شراء أي تذكرة عادية. يوضّح المقطع y عدد التذاكر العادية التي يمكن شراؤها إذا لم يتم شراء أي تذكرة من تذاكر الحجز المسبق.]

standard form of a linear equation

السؤال الأساس: ما المعلومات التي تقدمها الصيغة القياسية لمعادلة خطية عن مستقيم ؟

الاستيعاب المفاهيمي

مثال 1 فهم الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

A. تخطط حصة لإنفاق 600 QR على تذاكر مهرجان سينمائي. سعر تذكرة الحجز المسبق 100 QR وسعر التذكرة العادية 40 QR. كيف يمكنك تمثيل هذا الموقف بمعادلة خطية ؟

ليكن x = عدد تذاكر الحجز المسبق — ليكن y = عدد التذاكر العادية

المبلغ الذي يمكن إنفاقه على تذاكر الحجز المسبق — المبلغ الذي يمكن إنفاقه على التذاكر العادية — الميزانية الإجمالية

$100x + 40y = 600$

المعادلة $100x + 40y = 600$ بالصيغة القياسية. **الصيغة القياسية للمعادلة الخطية** هي $Ax + By = C$، حيث A, B, C أعداد صحيحة، ولا يكون A و B مساويان للصفر معًا.

المصطلحات: تذكر أن الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية لا تحتوي على كسور اعتيادية أو عشرية.

B. ما المعلومات التي تقدمها الصيغة القياسية ولا تقدمها صيغة الميل والمقطع ؟

قارن بين الصيغة القياسية وصيغة الميل والمقطع المتكافئتين بالنسبة للموقف الوارد في الجزء A.

الصيغة القياسية		صيغة الميل والمقطع
$100x + 40y = 600$		$y = -2.5x + 15$
تستطيع حصة إنفاق 600 QR. هذا هو القيد.		تستطيع حصة شراء 15 تذكرة عادية إن لم تشتر أي تذكرة حجز مسبق.
عندما تكون المعادلة في الصيغة القياسية، تستطيع أن تحدد القيد بسهولة.		عندما تكون المعادلة في صيغة الميل والمقطع، تستطيع أن تحدد قيمة المقطع y بسهولة. لإيجاد قيمة المقطع x، خل المعادلة عندما $y = 0$.

بزر منطقيًا: ما العلاقة بين إشارة ميل المستقيم والكميات في المسائل ؟

يتبع في الصفحة التالية

الدرس 4-1 الصيغة القياسية 25

تابع المثال 1

حاول أن تحلّ! الإجابات

1. من السهل إيجاد المقطع x للتمثيل البياني للمعادلات في الجزء B باستعمال الصيغة القياسية لأنه يمكنك تعويض 0 عن y وأن تحلّ بالنسبة للمتغير x.

مثال 2 التمثيل البياني لمعادلة خطية بالصيغة القياسية

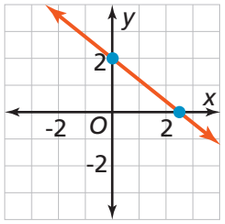
طرح أسئلة هادفة

س: عند تمثيل مستقيم مكتوب في الصيغة القياسية، لماذا من المفيد إيجاد المقطعين x و y أولًا ؟

[المقطعان هما النقطتان الأسهل حسابهما لأن في كل حالة تكون قيمة أحد المتغيرين تساوي صفرًا.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

2.



مثال 3 العلاقة بين الصيغة القياسية والمستقيمات الأفقية والرأسية

بناء الطلاقة الإجرائية من الاستيعاب المفاهيمي

س: ما شكل التمثيل البياني للمعادلة $1.5y = -3$ ؟ وضّح قيم y لأي قيم x معطاة.

[التمثيل البياني مستقيم أفقي عند $y = -2$ وقيمة y تساوي -2 لكل قيمة من قيم x.]

س: ما شكل التمثيل البياني للمعادلة $0.5x = -4$ ؟ وضّح قيم x لأي قيم y معطاة.

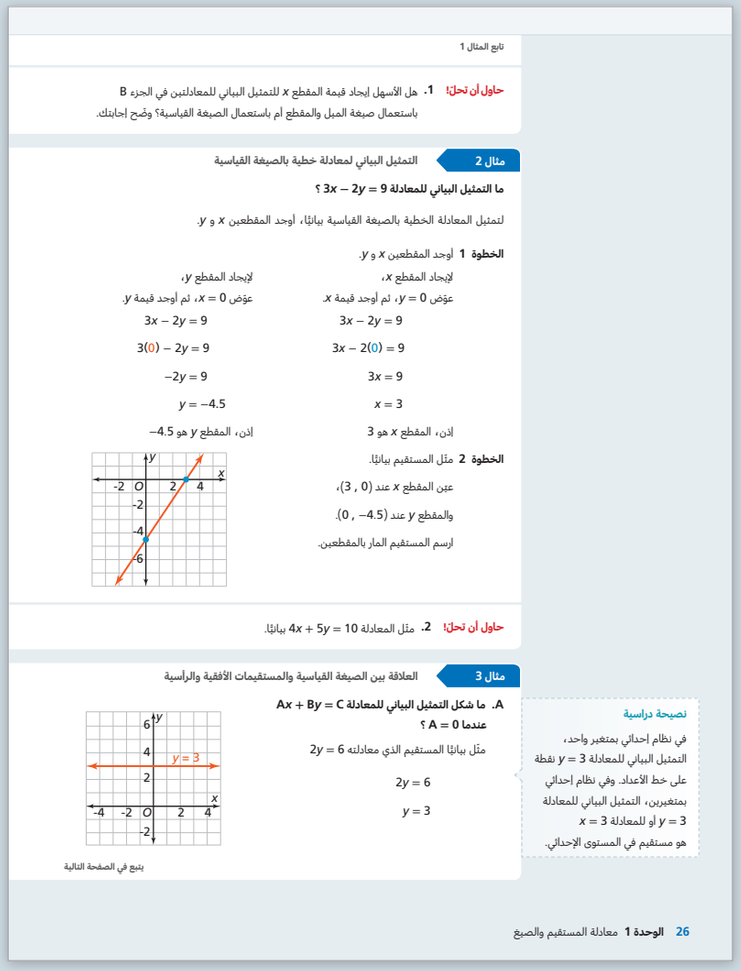
[التمثيل البياني مستقيم رأسي عند $x = -8$ وقيمة x تساوي -8 لكل قيمة من قيم y.]

استعمل مع **الأمثلة 1, 2, 3**

عادات التفكير

عمّم إذا كانت المعادلة الخطية مكتوبة في الصيغة القياسية، هل يمكنك دائمًا إيجاد المقطعين x و y ؟ وضّح إجابتك.

[نعم، يمكن إيجاد مقطع x بتعويض 0 عن y وإيجاد المقطع y بتعويض 0 عن x]



تابع المثال 1

حاول أن تحلّ! 1. هل الأسهل إيجاد قيمة المقطع x للتمثيل البياني للمعادلتين في الجزء B باستعمال صيغة الميل والمقطع أم باستعمال الصيغة القياسية؟ وضّح إجابتك.

مثال 2 التمثيل البياني لمعادلة خطية بالصيغة القياسية

ما التمثيل البياني للمعادلة $3x - 2y = 9$ ؟

لتمثيل المعادلة الخطية بالصيغة القياسية بيانيًا، أوجد المقطعين x و y.

الخطوة 1 أوجد المقطعين x و y.

لإيجاد المقطع x، عوّض $y = 0$، ثم أوجد قيمة x.

$3x - 2y = 9$

$3x - 2(0) = 9$

$3x = 9$

$x = 3$

إذن، المقطع x هو 3

لإيجاد المقطع y، عوّض $x = 0$، ثم أوجد قيمة y.

$3x - 2y = 9$

$3(0) - 2y = 9$

$-2y = 9$

$y = -4.5$

إذن، المقطع y هو -4.5

الخطوة 2 مثّل المستقيم بيانيًا.

عيّن المقطع x عند $(3 , 0)$،

والمقطع y عند $(0 , -4.5)$.

ارسم المستقيم المار بالمقطعين.

حاول أن تحلّ! 2. مثّل المعادلة $4x + 5y = 10$ بيانيًا.

مثال 3 العلاقة بين الصيغة القياسية والمستقيمات الأفقية والرأسية

A. ما شكل التمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$ عندما $A = 0$ ؟

مثّل بيانيًا المستقيم الذي معادلته $2y = 6$

$2y = 6$

$y = 3$

نصيحة دراسية

في نظام إحداثي بمتغير واحد، التمثيل البياني للمعادلة $y = 3$ نقطة على خط الأعداد. وفي نظام إحداثي بمتغيرين، التمثيل البياني للمعادلة $y = 3$ أو للمعادلة $x = 3$ هو مستقيم في المستوى الإحداثي.

يتبع في الصفحة التالية

الطلاب المتقدمون

استعمل مع المثال 2 اطرح أمام الطلاب تحدّيًا تطلب فيه منهم أن يكتبوا المعادلتين التاليتين في الصيغة القياسية وتمثيلهما بيانيًا باستعمال المقاطع x و y.

1. $\frac{3}{4}x - 8 = -3y$

2. $5 + \frac{1}{2}y = 3.5x$

س: ما الخطوات التي عليك اتباعها لتكتب المعادلتين في الصيغة القياسية ؟

[أستعمل خصائص التساوي لأنقل المتغيرات إلى الجانب الأيسر والثوابت إلى الجانب الأيمن، ثم أضرب المعادلة الأولى بالعدد 4 والمعادلة الثانية بالعدد 2 لألغي الكسور والكسور العشرية.]

الطلاب الذين يواجهون صعوبات

استعمل مع المثال 4 اطلب إلى الطلاب التدرّب على أن يكتبوا في الصيغة القياسية معادلة مستقيم في سياق معيّن معطى. يريد أحمد أن يرسل إلى أخيه الذي يعيش خارج البلاد بعض الأغراض. قرر أحمد أن يرسل صندوقًا يحتوي على 64 أونصة من الحلوى من نوعين. النوع الأول من الحلوى معبأ في عبوّات تحتوي كل منها على 2 أونصة، والنوع الثاني معبأ في عبوّات تحتوي كل منها على 8 أونصة.

س: ماذا يمثل كل من المتغيرين x و y ؟

[عدد العبوّات من كل نوع من الحلوى.]

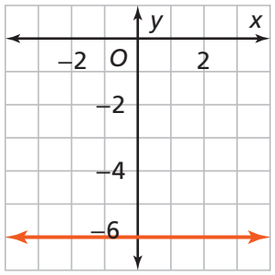
س: ما المعادلة التي تمثل هذا الموقف ؟

[$2x + 8y = 64$]

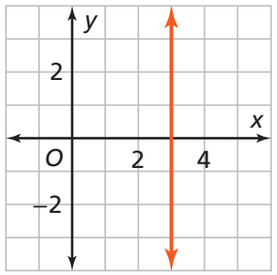
تابع المثال 3

حاول أن تحلّ! الإجابات

3. a.



b.



مثال 4 استعمال الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: عند كتابتك للمعادلة، كيف تحدد ماذا يمثل كل من x و y ؟

[بما أن عدد الكيلوجرامات من كل نوع من المكسرات يمثل الكميتين المجهوليتين، جرى تمثيل هاتين الكميتين بالمتغيرين x و y.]

س: لماذا شكل التمثيل البياني قطعة مستقيمة بدلًا من أن يكون مستقيمًا ؟

[لأنه لا يمكن أن يكون عدد الكيلوجرامات من اللوز أو من الكاجو أصغر من صفر.]

عادات التفكير استعمل مع **المثال 4**

نمذج كيف تحدد ما إذا كانت كل نقطة واقعة على التمثيل البياني حلًا للمسألة ؟

[كل نقطة تقع على التمثيل البياني هي حلّ إذا كان سياق المسألة لا يضع قيودًا على القيم. لكن من المهم التأكد مما إذا كانت الحلول الممكنة منطقية بالنسبة لسياق المسألة.]

تابع المثال 3

لا تتضمن المعادلة $y = 3$ المتغير x، لذا فإن x لا يؤثر في قيم y.
قيمة y هي 3 لكل قيم x، لذا فإن التمثيل البياني للمعادلة $y = 3$ هو مستقيم أفقي.

في المستوى الإحداثي، المعادلة ذات المتغير الواحد تعني أن المتغير الآخر لا يؤثر في المعادلة أو التمثيل البياني.

عندما $A = 0$، يكون التمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$ مستقيمًا أفقيًا.

B. ما شكل التمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$ عندما $B = 0$ ؟

مثّل المعادلة $3x = -6$ بيانيًا.

$3x = -6$
$x = -2$

قيمة x هي -2، بغض النظر عن قيمة y.

عندما $B = 0$، يكون التمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$ مستقيمًا رأسيًا.

حاول أن تحلّ: 3. ارسم التمثيل البياني لكل معادلة.

a. $3y = -18$ **b.** $4x = 12$

تطبيق **مثال 4** استعمال الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

تريد خولة إعداد خليط من المكسرات. لديها QR 160 لشراء خليط من اللوز والكاجو، وتريد أن يتضمن خليط المكسرات نفس الكمية تقريبًا من النوعين.
كيف يمكن لخولة تحديد كم كيلوجرامًا يجب أن تشتري من كل نوع ؟

ضع ◀ اكتب معادلة تمثل هذا الموقف ثم مثّلها بيانيًا.

$32x$	+	$40y$	$= 160$
x كيلوجرام × سعر اللوز	+	y كيلوجرام × سعر الكاجو	= QR 160

احسب ◀ أوجد المقطعين x و y للمعادلة $32x + 40y = 160$

$32x + 40(0) = 160$	$32(0) + 40y = 160$
$x = 5$	$y = 4$

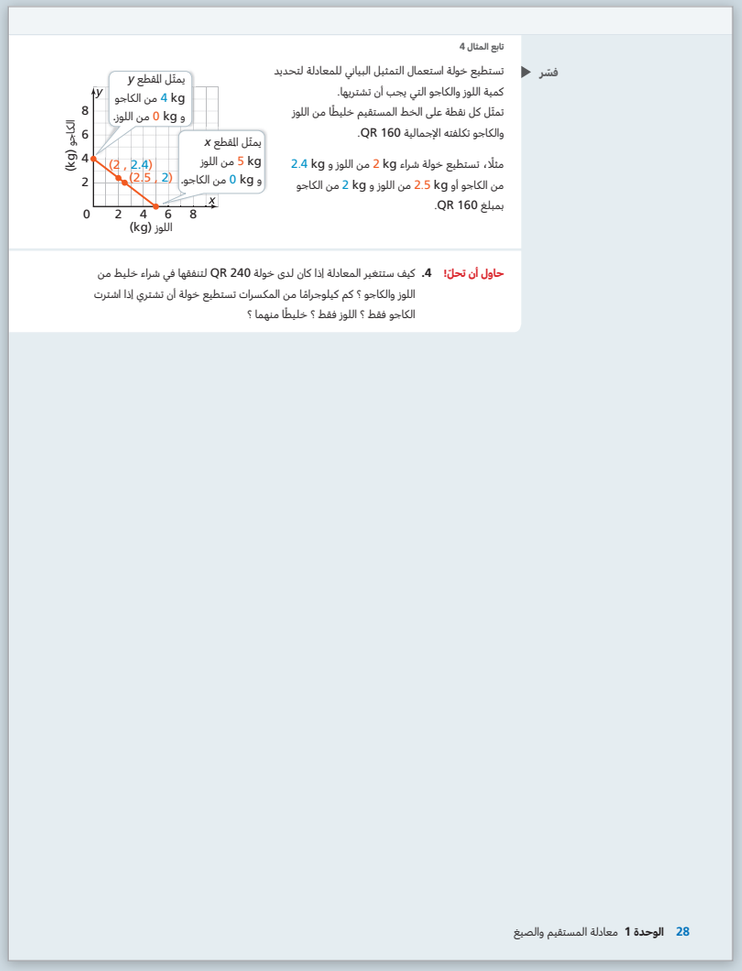
ارسم القطعة المستقيمة الواصلة بين المقطعين.

يتبع في الصفحة التالية

تابع المثال 4

حاول أن تحلّ! الإجابات

4. $32x + 40y = 240$ ، $y = 6$ ، $x = 7.5$


تابع المثال 4

فسّر

تستطيع خولة استعمال التمثيل البياني للمعادلة لتحديد كمية اللوز والكاجو التي يجب أن تشتريها.
تمثّل كل نقطة على الخط المستقيم خليطًا من اللوز والكاجو تكلفته الإجمالية 160 QR.

مثلًا، تستطيع خولة شراء 2 kg من اللوز و 2.4 kg من الكاجو أو 2.5 kg من اللوز و 2 kg من الكاجو بمبلغ 160 QR.

حاول أن تحلّ! **4.** كيف ستتغير المعادلة إذا كان لدى خولة 240 QR لتنفقها في شراء خليط من اللوز والكاجو ؟ كم كيلوجرامًا من المكسرات تستطيع خولة أن تشتري إذا اشترت الكاجو فقط ؟ اللوز فقط ؟ خليطًا منهما ؟

28 الوحدة 1 معادلة المستقيم والصيغ

تعزيز المهارات اللغوية

استعمل مع **المثال 4**

الاستماع **مستوى 2**

س: أي مستقيمين يلتقيان عندما نتحدث عن المقطع y ؟
[المحور y والمستقيم الذي جرى تمثيله.]

س: أي مستقيمين يلتقيان عندما نتحدث عن المقطع x ؟
[المحور x والمستقيم الذي جرى تمثيله.]

الكتابة **مستوى 3**

س: كيف تمثّل المعادلة خليطا من اللوز والكاجو ؟
[يمثل المتغيران x و y المكسرات. اضرب كلا من x و y في سعر الكيلوجرام العائد لكل منهما، ثم اجمع ناتجي الضرب واجعل ذلك يساوي المبلغ الذي جرى إنفاقه.]

س: كيف يمثل التمثيل البياني خليطًا من اللوز والكاجو ؟
[يوضح التمثيل البياني نفس العلاقة التي توضحها المعادلة و لكن في صورة رسم.]

ملخص المفهوم الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

س: كيف يمكن استعمال الصورة الجبرية للصيغة القياسية لتحديد المقطعين x و y؟

[المقطع x هو $\frac{C}{A}$ والمقطع y هو $\frac{C}{B}$.]

عبّر عن **فهمك** | طبّق **فهمك**

خطأ شائع

التمرين 3 قد ينسى بعض الطلاب حذف القيم الكسرية أو القيم الكسرية العشرية عند إعادة كتابة المعادلات في الصيغة القياسية. ذكّر هؤلاء الطلاب بأن A و B و C يجب أن تكون أعدادًا صحيحة. في هذه الحالة، على راشد أن يضرب طرفي المعادلة في 2.

الإجابات

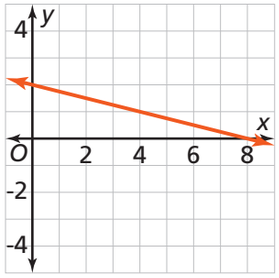
1. الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي: $Ax + By = C$ حيث A و B كلاهما لا يساويان الصفر معاً. وحيث A, B, C هي اعداد صحيحة. تساعد الصيغة القياسية في تحديد المقاطع بسهولة. يمكن حل المعادلة بالنسبة للمتغير x أو y لإيجاد المقطع x أو المقطع y. الصيغة القياسية تساعد أكثر على رؤية القيود عن طرق البحث.

2. كل منهما هي صيغة لمعادلة خطية. الصيغة القياسية لا تعطي المقطع y كما تعطيه صيغة الميل والمقطع y. لكن يمكنك إيجاد المقطع y في الصيغة القياسية وذلك بالتعويض عن $x = 0$ ثم الحل بالنسبة للمتغير y. من السهل إيجاد الميل باستعمال صيغة الميل والمقطع y. الصيغة القياسية تحدد القيود.

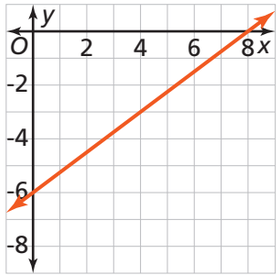
3. لم يستعمل راشد الأعداد الصحيحة لكل المعاملات. يجب أن تكون المعادلة بالصيغة: $3x + 2y = 8$

4. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: عندما تريد صنع مزيج من عنصرين وتحتاج الى تكوين ناتج اجمالي.

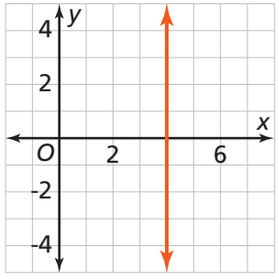
5.



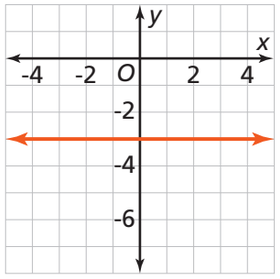
6.



7.



8.



9. $12x + 8y = 48$

حيث x كمية العنب الأحمر و y كمية العنب الأخضر.

ملخص المفهوم الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

لفظيًا

تفيد الصيغة القياسية للمعادلة الخطية في:
- إيجاد المقطعين x و y بسهولة.
- كتابة معادلة مستقيم رأسي أو أفقي.

يمثل المقطع x قيمة المتغير x عندما $y = 0$، ويمثل المقطع y قيمة المتغير y عندما $x = 0$.

جبريًا

$Ax + By = C$، حيث A, B, C اعداد صحيحة، وكلا A و B لا يساويان الصفر معًا.

عدديًا

$2x - 3y = -3$

بيانيًا

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما المعلومات التي تقدمها الصيغة القياسية لمعادلة خطية عن مستقيم ؟
2. **تواصل بدقة** ما أوجه الشبه والاختلاف بين الصيغة القياسية للمعادلة الخطية وصيغة الميل والمقطع ؟
3. **حلّل الخطأ** يقول راشد إن المعادلة $y = -1.5x + 4$ بالصيغة القياسية هي $1.5x + y = 4$ أوجد خطأ راشد وصححه.
4. **استعمل البنية** صِف موقفًا تكون فيه الصيغة القياسية للمعادلة الخطية أكثر فائدة من صيغة الميل والمقطع.

طبّق فهمك

في التمارين 5-8، استعمل المقطعين x و y لتمثيل المعادلة بيانيًا.

5. $x + 4y = 8$
6. $3x - 4y = 24$
7. $5x = 20$
8. $-3y = 9$

9. لدى هدى QR 48 لتنفقها في شراء كمية من العنب الأخضر والأحمر. ما المعادلة التي تستطيع هدى استعمالها لرسم مستقيم في المستوى الإحداثي يوضح الكميتين المختلفتين من العنب الأخضر والأحمر التي تستطيع شراءها بمبلغ QR 48 ؟

الدرس 4-1 الصيغة القياسية 29

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

أساسي	متقدم
فردي 10-28, 29-39 41-46	فردي 10-14, 15-27 29-46

تحليل التمارين

المثال	التمارين	عمق المعرفة
1	33-36, 42, 45	2
	11, 14	3
2	13, 15-22	1
	10, 29-32, 44	2
	12	3
3	23–28	1
4	37-40	1
	41	2
	43, 46	3

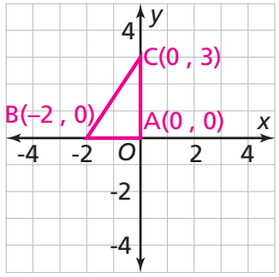
الإجابات

10. a. $A = 6$; $B = -8$; $6x - 8y = 24$
b. $A = 8$; $B = 12$; $8x + 12y = 24$

11. يستطيع صالح حل المعادلة $2x + 5y = 15$ وإيجاد y بدلالة x فيجد المعادلة الثانية نفسها:
$y = -\frac{2}{5}x + 3$

12. نسي الطالب الإبقاء على الإشارة السالبة للحد $-6y$ في الخطوة الثانية. إذن المقطع y هو -2

13. $B(-2, 0)$, $C(0, 3)$. تحقق من رسوم التمثيلات البيانية عند الطلاب.



14. أوجد الميل بإيجاد قيمة y من المعادلة $5x + 2y = 10$ وكتابتها بصيغة الميل والمقطع y فتكون: $y = -\frac{5}{2}x + 5$. الميل هو $-\frac{5}{2}$
العلاقة بين الميل و المعاملات هي: $m = -\frac{A}{B} = -\frac{5}{2}$

15. المقطع x هو 5، المقطع y هو 2

16. المقطع x هو -8، المقطع y هو 6

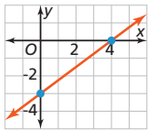
17. المقطع x هو 12، المقطع y هو 24

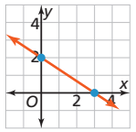
18. المقطع x هو 4، المقطع y هو -8

تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

10. استعمل البنية إذا كان $C = 24$، أوجد قيم A و B التي تحقق المعادلة $Ax + By = C$ لكل تمثيل بياني.
اكتب الصيغة القياسية لكل معادلة.

a.


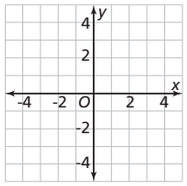
b.


11. ابن الحجج الرياضية مثل صالح المعادلتين الخطيتين $y = -\frac{2}{5}x + 3$ و $2x + 5y = 15$ بيانيًا. بدا التمثيلان البيانيان متطابقين، فاعتقد صالح أن المعادلتين تمثّلان نفس المستقيم. ما الحجة الرياضية التي يستطيع صالح بناءها لإثبات تكافؤ الصيغتين ؟

12. حلّل الخطأ صِف الخطأ الذي ارتكبه الطالب عند إيجاده المقطعين x و y للمستقيم الذي معادلته $4x - 6y = 12$، ثم صححه.

$4x - 6(0) = 12$	$4(0) - 6y = 12$
$4x = 12$	$6y = 12$
$x = 3$	$y = 2$
المقطع x هو 3	المقطع y هو 2

13. روابط في الرياضيات تمثّل النقطة A أحد رؤوس المثلث ABC. تمثّل النقطة B المقطع x للمعادلة $6x - 4y = -12$، وتمثّل النقطة C المقطع y. ماذا تمثّل النقطتان B و C ؟
ارسم المثلث في المستوى الإحداثي.



14. مهارات التفكير العليا اعتبر المستقيم الذي معادلته $5x + 2y = 10$، ما العلاقة بين ميل هذا المستقيم وقيمة كل من A, B, C في الصيغة القياسية $Ax + By = C$ ؟

تدرَّب

في التمارين 15-18، حدّد المقطعين x و y للتمثيل البياني لكل معادلة. انظر المثالين 1 و 2

15. $2x + 5y = 10$ **16.** $3x - 4y = -24$

17. $10x + 5y = 120$ **18.** $2x - y = 8$

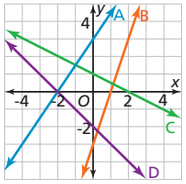
في التمارين 19-22، مثّل كل معادلة بيانيًا. انظر مثال 2

19. $2x - 4y = 8$ **20.** $3x + 5y = 15$

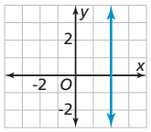
21. $3x - 6y = -12$ **22.** $8x + 12y = -24$

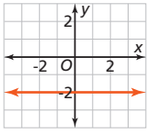
في التمارين 23-26، حدّد المستقيم الذي يمثّل كل معادلة.
انظر مثال 2

23. $4x + 4y = -8$
24. $3x - 2y = -6$
25. $x + 2y = 2$
26. $3x - y = 3$



في التمرينين 27 و 28، ما العلاقة بين التمثيل البياني لكل معادلة والصيغة القياسية $Ax + By = C$ ؟ انظر مثال 3

27.


28.


في التمارين 29-32، مثّل كل معادلة بيانيًا. انظر مثال 3

29. $4x = 10$ **30.** $-6y = 3$

31. $3y = -15$ **32.** $-9x = -27$

في التمارين 33-36، اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

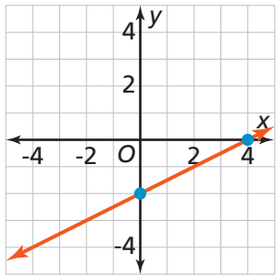
33. $y = 4x - 18$ **34.** $y = 2x + \frac{3}{7}$

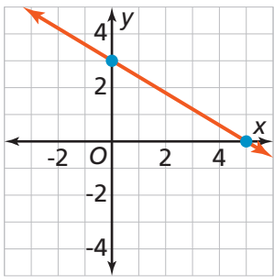
35. $y = -\frac{1}{2}x - 10$ **36.** $y - 1 = \frac{2}{3}(x + 6)$

في التمارين 37-40، اكتب معادلة بالصيغة القياسية للمستقيم المار بكل زوج من النقاط المعطاة.

37. $(0, 2), (8, 0)$ **38.** $(6, 0), (0, 4)$

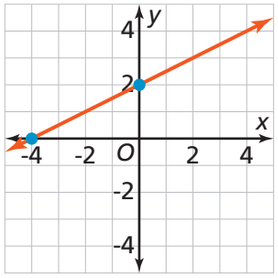
39. $(3, 0), (0, -7)$ **40.** $(2, -3), (2, 9)$

19.


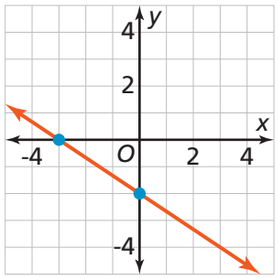
20.


الإجابات

21.



22.



23. D

24. A

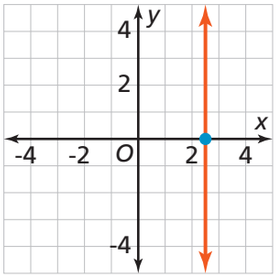
25. C

26. B

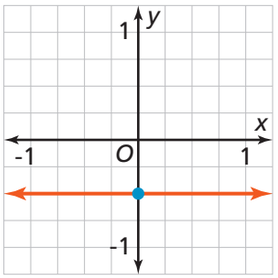
27. $B = 0$; $Ax = C$; $x = 2$

28. $A = 0$; $By = C$; $y = -2$

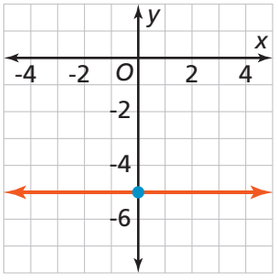
29.



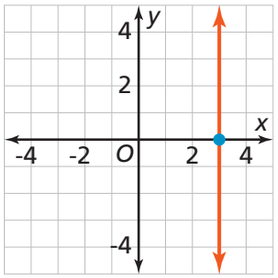
30.



31.



32.



ملاحظة للتمارين 33-40: عند كتابة الصيغة القياسية لمستقيم $Ax + By = C$ يُفضل أن تكون قيمة A موجبة.

33. $4x - y = 18$

34. $14x - 7y = -3$

35. $x + 2y = -20$

36. $2x - 3y = -15$

37. $2x + 8y = 16$

38. $4x + 6y = 24$

39. $7x - 3y = 21$

40. $x = 2$

الإجابات

41. تستطيع بدرية شراء 10 Kg من جبنة شيدر و 6 Kg من الجبنة السويسرية. المعادلة الخطية بالصيغة القياسية $12x + 20y = 120$ وهذه المعادلة تعطي خليطا من النوعين.

42. $4x + \frac{8}{3}y = 24$ أي المعادلة بالصيغة القياسية هي: $x + 2y = 6$ حيث x هي كمية دقيق القمح بالكيلوجرام و y كمية دقيق الشوفان بالكيلوجرام.

43. يمكن استعمال المعادلة: $48x + 40y = 1\,200$ حيث x تمثل عدد القبعات و y تمثل عدد القمصان. وبما أن عدد القبعات يجب أن يكون عددًا صحيحًا موجبًا، وعدد القمصان يجب أن يكون عددًا صحيحًا موجبًا، عدد صحيح موجب فإن حلول المعادلة يجب أن تكون اعدادا صحيحة موجبة.

44. A ; B ; D

45. E

46. الجزء A. المانجو والأناناس،
المعادلة: $6x + 9y = 96$
المانجو والفراولة،
المعادلة: $6x + 12y = 96$
الأناناس والفراولة،
المعادلة: $9x + 12y = 96$

الجزء B. مانجو: $10\frac{2}{3}$ أكواب، انانانس: 16 كوباً
مانجو: 8 أكواب، فراولة: 16 كوباً
أناناس: 8 أكواب، فراولة: $10\frac{2}{3}$ أكواب

الجزء C. تحتاج فاطمة إلى إضافة مانجو وأناناس أو مانجو وفراولة. بما أن فاطمة سوف تحتاج الى سائل إضافي على كل كوب لإعداد العصير إذن هي بحاجة إلى 12 كوباً من الفاكهة لتحصل على الأقل 24 كوبًا من الخليط. المدى بالأكواب لعصير المانجو والأناناس ولعصير المانجو والفراولة يتضمن على الأقل 12 كوبًا.

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

41. نمذج تُعد بدرية وجبة صغيرة. لديها 120 QR لتنفقها في شراء كمية جبن الشيدر والجبن السويسري. كم كيلوجرامًا من الجبن تستطيع بدرية أن تشتري إذا اشترت جبن الشيدر فقط ؟ الجبن السويسري فقط ؟ خليطًا منهما ؟ ما المعادلة الخطية بالصيغة القياسية التي تستطيع بدرية استعمالها لنمذجة هذا الموقف ؟

42. نمذج سعر 4 باوند من دقيق القمح 16 QR وسعر 5 باوند من دقيق الشوفان 40 QR. لدى مطر 24 QR ويريد شراء كمية من النوعين. اكتب معادلة خطية بالصيغة القياسية يستطيع مطر استعمالها لنمذجة هذا الموقف.

43. فكّر وثابر في الحل يعمل عمر مشرفًا على مخيم صيفي، ولديه ميزانية مقدارها 1 200 QR لإنفاقها في شراء القبعات والقمصان الرياضية الخاصة بالمخيم الصيفي.

ما المعادلة التي يستطيع عمر استعمالها لتحديد عدد القبعات والقمصان الرياضية التي يستطيع شراءها مقابل 1 200 QR ؟ إذا قام عمر بتمثيل المعادلة الخطية بيانيًا، فهل ستمثّل كل نقطة على التمثيل البياني حلًا ممكنًا ؟ وضّح إجابتك.

تدرَّب على اختبار

44. أي من المعادلات التالية تمثيلها البياني هو نفس التمثيل البياني للمعادلة $2x + 3y = 12$ ؟ اختر كل ما ينطبق.

Ⓐ $y = -\frac{2}{3}x + 4$ Ⓑ $x + \frac{3}{2}y = 6$
Ⓒ $y - 2 = -\frac{2}{3}(x - 3)$ Ⓓ $-2x - 3y = -12$
Ⓔ $y - 2 = -\frac{2}{3}x + 4$

45. اختبار SAT/ACT ما الصيغة القياسية للمعادلة $\frac{3}{8}x + \frac{2}{3}y = 5$ ؟

Ⓐ $y = -\frac{9}{16}x + \frac{15}{2}$ Ⓑ $y + \frac{3}{2} = -\frac{9}{16}(x - 16)$
Ⓒ $\frac{3}{8}x + \frac{2}{3}y = 5$ Ⓓ $3x + \frac{16}{3}y = 40$
Ⓔ $9x + 16y = 120$

46. مهمة أدائية لدى فاطمة مبلغ 96 QR وتريد شراء نوعين من الفاكهة لإعداد خليط من العصير. يوضح الجدول أدناه تكلفة الكوب الواحد من كل نوع من الفاكهة.

الفاكهة	تكلفة الكوب (QR)
مانجو	6
أناناس	9
فراولة	12

الجزء A ما الأزواج الممكنة من أنواع الفاكهة التي تستطيع فاطمة شراءها ؟ اكتب معادلة خطية بالصيغة القياسية لنمذجة عدد أكواب الفاكهة التي تستطيع فاطمة شراءها لكل خليط ممكن من الفاكهة.

الجزء B ما كميات الفاكهة الممكنة، بالأكواب، التي تستطيع فاطمة شراءها لكل خليط في الجزء A ؟

الجزء C تريد فاطمة إضافة كوب من السائل إلى كل كوب من الفاكهة لإكمال إعداد العصير. إذا احتاجت إلى إعداد 24 كوبًا من العصير على الأقل، فأي خليط فاكهة ستسمح لها ميزانيتها بإعداده ؟ وضّح تبريرك المنطقي.

إن تقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم ومراعاة التمايز عند تعيين التمارين للطلاب اثنان من أفضل الممارسات في التعليم. تسمح نتائج التقويم للمعلم بتحديد نقاط الضعف في استيعاب الطلاب للمفاهيم والتركيز عليها عند إعادة التدريس. كما تسمح التمارين المصنفة وفقًا للمستوى بأن يختار المعلم تدريبات تتناسب مع النتائج الفردية لأداء الطلاب، فيوفّر بذلك تعليمًا متمايزًا يستفيد منه الطلاب، كلّ بحسب مستواه.

سينجز محتوى هذه الخطوة في نسخة قادمة.

الدرس 1-5

المستقيمات المتوازية والمتعامدة

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

- ✔ كتابة معادلة لتمثيل مستقيم متوازي مع مستقيم آخر أو متعامد مع مستقيم آخر.
- ✔ تمثيل المستقيمات بيانيًا لتبيان فهمهم للعلاقة بين ميول المستقيمات المتوازية وميول المستقيمات المتعامدة.
- ✔ حل مسائل من واقع الحياة تتضمن مستقيمات متوازية أو متعامدة.

الفهم الأساس

تساعد معادلات المستقيمات على توضيح ما إذا كانت هذه المستقيمات متوازية أو متعامدة. المستقيمان المتوازيان يكون لهما نفس الميل ولكن يختلفان في المقطع *x* والمقطع *y*. أما المستقيمان المتعامدان فميل كل منهما هو معكوس مقلوب الآخر.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- كتابة معادلة مستقيم في صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة والصيغة القياسية وتمثيلها بيانيًا.

في هذا الدرس، يتمكّن الطلاب من:

- استعمال الميل و/ أو مقطعي معادلة مستقيم لكتابة معادلات مستقيمات متوازية ومتعامدة.

لاحقًا في المرحلة الثانوية، سيتمكّن الطلاب من:

- استعمال معادلات خطية لنمذجة دوال خطية ممثلة بمتتاليات حسابية وبيانات في مخططات الانتشار.

دقة

يؤكد هذا الدرس على مزيج من الاستيعاب المفاهيمي والتطبيق.

- يدرك الطلاب أن للمستقيمين المتوازيين نفس الميل ولكنهما يختلفان في المقاطع، وأن ميل كل من المستقيمين المتعامدين هو معكوس مقلوب الآخر.
- يكتب الطلاب معادلات لمستقيمات متوازية ومتعامدة ويطبقون ذلك لنمذجة مسائل من واقع الحياة.

بناء المصطلحات

مراجعة المصطلحات

العربية | الإنجليزية

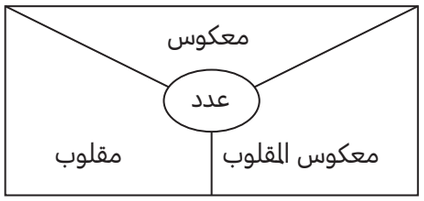
- **مستقيمات متوازية** | *parallel lines*
- **مستقيمات متعامدة** | *perpendicular lines*
- **مقلوب** | *reciprocal*

المصطلحات الجديدة

- **معكوس المقلوب** | *opposite reciprocal*

نشاط المصطلحات

راجع مع الطلاب المصطلحات "مستقيمات متوازية"، "مستقيمات متعامدة" و"مقلوب". ثم عرّف الطلاب على المصطلح "معكوس المقلوب" من خلال الطلب إليهم أن يستذكروا معنى المصطلح "معكوس" عندما يُستخدم في الرياضيات. بعد ذلك، اطلب من الطلاب إكمال المنظم البياني لمساعدتهم على فهم الاختلاف بين المصطلحات "معكوس"، "مقلوب"، و"معكوس المقلوب".



نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يُركّز الطلاب على المعيارين :

9.2.3 يحدّد توازي أو تعامد مستقيمين بمعلومية معادلة كل منهما، ويكتب معادلة مستقيم موازي أو عمودي على مستقيم معلوم.

9.4.1 يعرف التعريفات الدقيقة للزاوية و الدائرة و المستقيمات المتوازية والمتعامدة والقطعة المستقيمة بناءا على البديهيات (النقطة، المستقيم، المستوى) والمسافة على المستقيم والمسافة حول قوس الدائرة.

تطبيق ممارسات الرياضيات

ابحث عن البنية وإستعملها

يستعمل الطلاب فهمهم للعلاقة بين المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة ليحددوا طرقًا لكتابة معادلة مستقيم موازٍ لمستقيم آخر أو متعامد معه.

ابحث وعبّر عن الانتظام في التبرير باستعمال التكرار

يبحث الطلاب عن اختصارات لكتابة معادلات لمستقيمات متوازية ولمستقيمات متعامدة مدركين أن المستقيمين المتوازيين لهما نفس الميل وأن المستقيمين المتعامدين ميل كل منهما هو معكوس مقلوب الآخر.

استكشف وبرّر منطقيًّا

محور تركيز التدريس ينظر الطلاب إلى الرسوم البيانية لثلاثة معادلات مستقيمات لها نفس الميل وتختلف في المقاطع y ، وذلك لمقارنة مستقيمات هذه المعادلات. هذا العمل سوف يهيئهم لفهم وادراك العلاقة بين الميول والمقاطع لمستقيمات متوازية ولمستقيمات متعامدة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصف مجتمعين

إدراج مهام تعزّز التبرير المنطقي ومهارات حلّ المسائل

س: ماذا تلاحظ حول صيغ المعادلات المعروضة على شاشة الحاسبة ؟

[المعادلات الثلاث كُتبت في صيغة الميل والمقطع.]

س: ماذا تستطيع أن تحدد من المعادلات المكتوبة في صيغة الميل والمقطع ؟

[الميول هي نفسها، قيمتها 3، ولكن المقاطع y مختلفة.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما أوجه الشبه بين التمثيلات البيانية للمستقيمات ؟ ما أوجه الاختلاف ؟

[قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة. تميل المستقيمات نحو الأعلى ونحو اليمين، ولكن ارتفاعات هذه المستقيمات عن المحور y مختلفة.]

للطلاب سريعي الإنجاز

س: كيف تختلف التمثيلات البيانية للمستقيمات الثلاث إذا جرى تبديل قيمة الميل وقيمة المقطع y في كل معادلة ؟

[تتقاطع المستقيمات الثلاث عند النقطة $(0 , 3)$ ولكنها تميل في زوايا مختلفة.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصف مجتمعين

تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

س: لماذا لم تتقاطع المستقيمات أبدًا ؟

[لأن لها نفس الميل.]

س: كيف يمكنك أن تكتب معادلة مستقيم لا يتقاطع مع أي من هذه المستقيمات ؟

[اكتب معادلة اي مستقيم قيمة ميله 3]

عادات التفكير

استعمل مع **استكشف وبرّر منطقيًّا**

ابحث عن العلاقات ما المفاهيم التي تعلمتها سابقًا وساعدتك في تحليل هذه المسألة ؟

[صيغة الميل والمقطع، تمثيل المستقيمات بيانيًّا، معنى المستقيمات المتوازية.]

كتاب الطالب، صفحة 32

1-5
المستقيمات المتوازية والمتعامدة
Parallel and Perpendicular Lines

استطيع... كتابة معادلات المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

معايير الدرس
9.2.3 و 9.4.1

المصطلحات

استكشف وبرّر منطقيًا

مثّل بيانيًا المعادلات الثلاث المجاورة مستعملًا حاسبة الرسوم البيانية.

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1 3X+1
\Y2 3X+2
\Y3 3X+4
\Y4 =
\Y5 =
\Y6 =
\Y7 =

A. **ابحث عن العلاقات** اختر أي مستقيمين من المستقيمات التي رسمتها. ما العلاقة بينهما ؟

B. هل تنطبق إجابتك عن الجزء A على اي مستقيمين ؟ وضّح إجابتك.

C. اكتب مجموعة أخرى من ثلاث معادلات أو أكثر تربط بينها نفس العلاقات التي تربط بين المعادلات الثلاث الأولى.

السؤال الأساس
كيف تساعدك معادلتا مستقيمين على تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك ؟

نموذج من أعمال الطلاب

A. $y = 3x + 1$ و $y = 3x + 2$ لهما نفس الميل ويختلفان في المقطع y.

B. نعم، المستقيمات الثلاث لها نفس الانحدار ولكن تتقاطع مع المحور y عند نقاط مختلفة.

C. يجب أن يكون ميل كل معادلة مساويًا للعدد 3، سوف تتغير مقاطع y، ولكن يجب أن تختلف عن مقاطع y في المعادلات الثلاث الأصلية.

تقديم السؤال الأساس

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

عرّف الطلاب على المستقيمات المتوازية والمتعامدة. وضّح لهم أنهم يستطيعون استعمال معادلات المستقيمات لتحديد ما إذا كانت هذه المستقيمات متوازية، متعامدة، أم غير ذلك.

مثال 1 كتابة معادلة مستقيم موازٍ لمستقيم معطى

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: لماذا تُعتبر صيغة الميل ونقطة مفيدة عند كتابة معادلة مستقيم مواز لمستقيم آخر ومار بنقطة معلومة ؟

[عند استعمالك صيغة الميل ونقطة، يمكنك تحديد ميل المستقيم. المستقيم الموازي للمستقيم المعطى الآخر له نفس الميل. يمكنك استعمال هذا الميل ونقطة يمر بها المستقيم الجديد لتكتب المعادلة.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

1. $y = -\frac{2}{3}x + 3$

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما الذي تحتاج إلى معرفته لتكتب معادلة مستقيم مواز لمستقيم آخر ؟

[ميل المستقيم المعطى ونقطة يمر بها المستقيم الجديد.]

معايير الدرس
9.2.3 و 9.4.1

المصطلحات
- المستقيمان المتوازيان parallel lines
- المستقيمان المتعامدان perpendicular lines
- مقلوب reciprocal

تواصل بدقة
وضّح أهمية استعمال المفردة "غير رأسي" عند مناقشة ميول المستقيمات المتوازية.

السؤال الأساس
كيف تساعدك معادلتا مستقيمين على تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك ؟

مثال 1 كتابة معادلة مستقيم موازٍ لمستقيم معطى

اكتب بصيغة الميل و المقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (9 , 8) والموازي للمستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{4}x - 2$

المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر. وإذا كان هذان المستقيمان المتوازيان غير رأسيين، فإن لهما الميل نفسه ولكن يختلفان في المقطع y.

الخطوة 1 حدّد ميل المستقيم المعلوم، $y = \frac{3}{4}x - 2$.

بما أن ميل المستقيم المعلوم يساوي $\frac{3}{4}$، فميل المستقيم الموازي له يساوي $\frac{3}{4}$ أيضًا.

الخطوة 2 اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، مستعملًا النقطة المعلومة وميل المستقيم الموازي.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 9 = \frac{3}{4}(x - 8)$

$y - 9 = \frac{3}{4}x - 6$ — حوّل من صيغة الميل ونقطة إلى صيغة الميل والمقطع.

$y = \frac{3}{4}x + 3$

إذن، معادلة المستقيم هي $y = \frac{3}{4}x + 3$.

حاول أن تحلّ!
1. اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (5 , −3) والموازي للمستقيم الذي معادلته $y = -\frac{2}{3}x$.

الدرس 5-1 المستقيمات المتوازية والمتعامدة 32

مثال 2 فهم ميلي مستقيمين متعامدين

بناء الطلاقة الإجرائية من الاستيعاب المفاهيمي

س: في الجزء A، كيف يمكنك تحديد الزوايا القائمة من خلال معاينتك للتمثيل البياني ؟
[الزوايا القائمة مشار إليها برمز المربع.]

س: ماذا تستنتج عن المستقيمين في التمثيل البياني اللذين يشكلان زاوية قائمة ؟
[تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: المستقيمان متعامدان . المستقيمان يتقاطعان.]

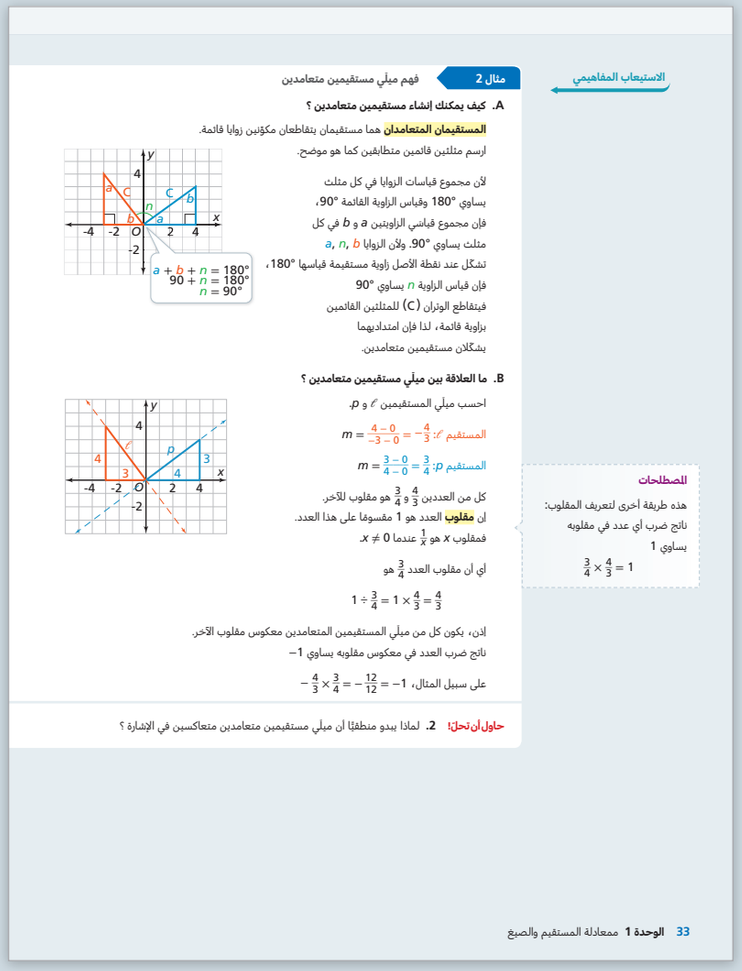
س: في الجزء B، وضّح كيف أن ناتج ضرب الميلين لمستقيمين متعامدين يساوي دائمًا 1−
[إشارنا الميلين معكوستان، إذن ناتج ضربهما سالب. ناتج ضرب أي عدد في مقلوبه يساوي 1 إذن ناتج ضرب الميلين لمستقيمين متعامدين يساوي دائما 1−]

حاول أن تحلّ! الإجابات

2. لكي يتقاطع مستقيمان مكوّنين زاوية قياسها 90° ، يجب أن يكون ميل المستقيم الأول موجب والآخر ميله سالب مقلوب الأول.

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك استعمال الميل لتبيّن أن مستقيمًا رأسيًا ومستقيمًا أفقيًا متعامدان ؟
[لا يمكننا استعمال الميل لأن ميل المستقيم الرأسي هو $\frac{1}{0}$ أو غير معرف.]



الاستيعاب المفاهيمي

مثال 2 فهم ميلي مستقيمين متعامدين

A. كيف يمكنك إنشاء مستقيمين متعامدين ؟

المستقيمان المتعامدان هما مستقيمان يتقاطعان مكوّنين زوايا قائمة.

ارسم مثلثين قائمين متطابقين كما هو موضح.

لأن مجموع قياسات الزوايا في كل مثلث يساوي 180° وقياس الزاوية القائمة 90°، فإن مجموع قياسي الزاويتين a و b في كل مثلث يساوي 90°. ولأن الزوايا a، n، b تشكّل عند نقطة الأصل زاوية مستقيمة قياسها 180°، فإن قياس الزاوية n يساوي 90°

فيتقاطع الوتران (C) للمثلثين القائمين بزاوية قائمة، لذا فإن امتداديهما يشكّلان مستقيمين متعامدين.

$a + b + n = 180°$
$90 + n = 180°$
$n = 90°$

B. ما العلاقة بين ميلي مستقيمين متعامدين ؟

احسب ميلي المستقيمين ℓ و p.

المستقيم ℓ: $m = \frac{4-0}{-3-0} = -\frac{4}{3}$

المستقيم p: $m = \frac{3-0}{4-0} = \frac{3}{4}$

كل من العددين $\frac{4}{3}$ و $\frac{3}{4}$ هو مقلوب للآخر.

إن **مقلوب** العدد هو 1 مقسومًا على هذا العدد.

فمقلوب x هو $\frac{1}{x}$ عندما $x \neq 0$.

أي أن مقلوب العدد $\frac{3}{4}$ هو

$1 \div \frac{3}{4} = 1 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

إذن، يكون كل من ميلي المستقيمين المتعامدين معكوس مقلوب الآخر.

ناتج ضرب العدد في معكوس مقلوبه يساوي 1−

على سبيل المثال، $-\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = -\frac{12}{12} = -1$

المصطلحات

هذه طريقة أخرى لتعريف المقلوب:
ناتج ضرب أي عدد في مقلوبه يساوي 1

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

حاول أن تحلّ! **2.** لماذا يبدو منطقيًا أن ميلي مستقيمين متعامدين متعاكسين في الإشارة ؟

33 الوحدة 1 معادلة المستقيم والصيغ

تعزيز المهارات اللغوية

استعمل مع **المثال 2**

القراءة **مستوى 1** اطلب من الطلاب قراءة الجزء A. اطلب منهم أن يشيروا إلى أجزاء التمثيل البياني التي جرى وصفها أثناء القراءة (مثلا: زوايا قائمة، مثلثات قائمة، زوايا مستقيمة، نقطة الأصل، الأوتار.)

س: ما نوع الزاوية n ؟
[زاوية قائمة.]

س: كيف يساعدك الرسم على فهم العلاقة بين مستقيمين متعامدين ؟
[يوضّح الرسم بيانيًا وجبريًا أن المستقيمين المتعامدين يتقاطعان ليشكلا زاوية قائمة.]

الاستماع **مستوى 2** اطلب من الطلاب الإصغاء إليك أثناء قراءتك لتعريفي "معكوسين" أو "معكوسي المقلوبين". اطلب من الطلاب الإصغاء إليك وأنت تقرأ بصوت عالٍ أزواج الأعداد التالية. اطلب منهم تحديد ما إذا كان كل عددين مقلوبين أم معكوسي المقلوبين.

س: 2 و $\frac{1}{2}$
[مقلوبان.]

س: 5 و $-\frac{1}{5}$
[معكوسا المقلوبان.]

س: 3− و $\frac{1}{3}$
[معكوسا المقلوبان.]

س: $\frac{1}{4}$ و 4
[مقلوبان.]

الكتابة **مستوى 3** يحتوي هذا المثال عدة مصطلحات رياضية مهمة. تأكد من أن الطلاب أدركوا معنى كل من المصطلحات بالطلب إليهم كتابة قصة قصيرة في دفاترهم تصف كيف ترتبط هذه المصطلحات بعضها ببعض، أو يمكنك الطلب من الطلاب كتابة تعريف كل مصطلح مما يلي:

معكوس	متعامد
مقلوب	ميل
زاوية قائمة	يتقاطع

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا أعمالهم.

مثال 3 كتابة معادلة مستقيم عمودي على مستقيم معطى

طرح أسئلة هادفة

س: لماذا من المهم إيجاد ميل المستقيم المعطى قبل كتابة معادلة المستقيم العمودي عليه ؟

[تتضمن معادلة المستقيم الجديد ميلًا يساوي مقلوب معكوس ميل المستقيم المعطى.]

س: كيف تفيدك الصيغ المختلفة لمعادلات المستقيمات في المسائل التي تتضمن مستقيمات متعامدة ؟

[يبيّن كل من صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل ونقطة ميل المستقيم المعطى. استعمل صيغة الميل ونقطة لتوجد معادلة المستقيم الجديد، في حال لم تكن النقطة المعطاة هي المقطع y . بخلاف ذلك، استعمل صيغة الميل والمقطع.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

3. $y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 4)$

خطأ شائع

حاول أن تحل! 3. قد يخلط بعض الطلاب بين ميلي المستقيمين المتوازيين وميلي المستقيمين المتعامدين، ويستعملون الميل 2 في المعادلة الجديدة. اطلب إليهم أن يضربوا الميلين ليتأكدوا مما إذا كان ناتج الضرب يساوي 1−

مثال 4 تصنيف المستقيمات

طرح أسئلة هادفة

س: لكي تصنف مستقيمين على أنهما متوازيان أو متعامدان أم غير ذلك، بماذا عليك أن تفكر ؟

[أقارن الميلين. إذا كانا متساويين، فإن المستقيمان متوازيان وإذا كان كلا منهما مقلوب معكوس الآخر، فالمستقيمان متعامدان.]

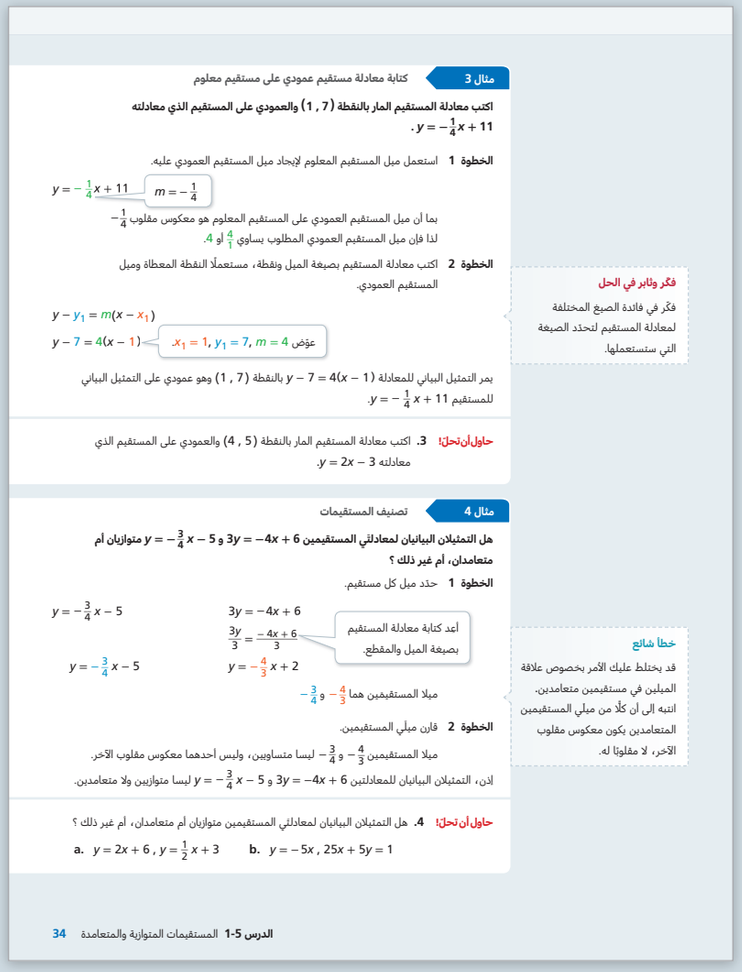
س: كيف يبدو التمثيل البياني لمستقيمين غير متوازيين ولمستقيمين غير متعامدين ؟

[المستقيمان يتقاطعان في أي زاوية ما عدا 90°]

حاول أن تحلّ! الإجابات

4. a. غير ذلك

b. متوازيان



مثال 3 كتابة معادلة مستقيم عمودي على مستقيم معلوم

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (1 , 7) والعمودي على المستقيم الذي معادلته $y = -\frac{1}{4}x + 11$.

الخطوة 1 استعمل ميل المستقيم المعلوم لإيجاد ميل المستقيم العمودي عليه.

$y = -\frac{1}{4}x + 11$ ← $m = -\frac{1}{4}$

بما أن ميل المستقيم العمودي على المستقيم المعلوم هو معكوس مقلوب $-\frac{1}{4}$

لذا فإن ميل المستقيم العمودي المطلوب يساوي $\frac{4}{1}$ أو 4.

الخطوة 2 اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة، مستعملًا النقطة المعطاة وميل المستقيم العمودي.

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 7 = 4(x - 1)$ ← عوض $x_1 = 1, y_1 = 7, m = 4$.

يمر التمثيل البياني للمعادلة $y - 7 = 4(x - 1)$ بالنقطة (1 , 7) وهو عمودي على التمثيل البياني للمستقيم $y = -\frac{1}{4}x + 11$.

فكّر وأثابر في الحل

فكّر في فائدة الصيغ المختلفة لمعادلة المستقيم لتحدّد الصيغة التي ستستعملها.

حاول أن تحل! 3. اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (4 , 5) والعمودي على المستقيم الذي معادلته $y = 2x - 3$.

مثال 4 تصنيف المستقيمات

هل التمثيلان البيانيان لمعادلتي المستقيمين $3y = -4x + 6$ و $y = -\frac{3}{4}x - 5$ متوازيان أم متعامدان، أم غير ذلك ؟

الخطوة 1 حدّد ميل كل مستقيم.

$y = -\frac{3}{4}x - 5$ ، $3y = -4x + 6$

$\frac{3y}{3} = \frac{-4x + 6}{3}$ ← أعد كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

$y = -\frac{3}{4}x - 5$ ، $y = -\frac{4}{3}x + 2$

ميلا المستقيمين هما $-\frac{3}{4}$ و $-\frac{4}{3}$

الخطوة 2 قارن ميلي المستقيمين.

ميلا المستقيمين $-\frac{3}{4}$ و $-\frac{4}{3}$ ليسا متساويين، وليس أحدهما معكوس مقلوب الآخر.

إذن، التمثيلان البيانيان للمعادلتين $3y = -4x + 6$ و $y = -\frac{3}{4}x - 5$ ليسا متوازيين ولا متعامدين.

خطأ شائع

قد يختلط عليك الأمر بخصوص علاقة الميلين في مستقيمين متعامدين. انتبه إلى أن كلًا من ميلي المستقيمين المتعامدين يكون معكوس مقلوب الآخر، لا مقلوبًا له.

حاول أن تحل! 4. هل التمثيلان البيانيان لمعادلتي المستقيمين متوازيان أم متعامدان، أم غير ذلك ؟

a. $y = 2x + 6$, $y = \frac{1}{2}x + 3$ **b.** $y = -5x$, $25x + 5y = 1$

استعمل مع **الأمثلة 4-1**

عادات التفكير

تواصل بدقة لماذا عليك أن تستعمل المصطلح غير رأسي عند عملك على المستقيمات المتوازية والمتعامدة ؟

[ميول المستقيمات الرأسية غير معرفة، إذا عند الحديث عن العلاقة بين ميلي مستقيمين متوازيين وميلي مستقيمين متعامدين، عليك أن تكون دقيقًا وتحدد بأن المستقيمات هي غير رأسية.]

الطلاب الذين يواجهون صعوبات

استعمل مع المثال 3 اطلب من الطلاب التدرّب على إيجاد معكوس مقلوب كل من القيم التالية:

a. 6 **b.** -4 **c.** $-\frac{7}{5}$ **d.** $\frac{2}{3}$

س: كيف تتأكد أن كل من العددين مقلوب الآخر ؟

[ناتج ضربهما يساوي 1]

س: كيف تتأكد من أن عددًا ما ومقلوبه كل منهما معكوس الآخر ؟

[واحد منهما يكون موجبًا والثاني يكون سالبًا.]

س: أوجد معكوس المقلوب.

[$-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{7}$, $-\frac{3}{2}$]

الطلاب المتقدمون

استعمل مع المثال 4 اطلب من الطلاب استكشاف ماذا يحدث عندما يستعملون ما يعرفونه عن المستقيمات المتوازية لحل هذه المسألة.

هل يمكن للنقاط (2 , 5), (6 , 6), (4 , 1), (0 , 0) أن تكون رؤوسًا لمتوازي الأضلاع ؟

س: وضّح كيف تحل هذه المسألة ؟

[عين النقاط على شبكة إحداثيات ثم صل بينها. احسب وقارن ميلي كل زوج من الأضلاع المتقابلة.]

س: هل الشكل متوازي أضلاع ؟

[نعم ؛ الأضلاع المتقابلة لها ميول متساوية : $\frac{2}{5}$, 4]

مثال 5 حل مسألة حياتية

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك إيجاد ميلي المستقيمين اللذين يمثلان الممرين ؟
[اختر نقطتين على المسارين واستعمل صيغة الميل.]

س: ما الذي يوضّحه التمثيل البياني عن موقع الممرين الجديدين ؟
[سيتم استخدام إحداثيات النافورة وبقعة تناول الطعام كنقاط لإيجاد المعادلتين التي تمثلان الممرين.]

س: ما الشيء المفيد الذي يجب أن تعرفه عند كتابتك معادلة كل ممر جديد ؟
[من المفيد أن تعرف في أي نقطة يمرّ الممران الجديدان، وأي طريق يتوازى أو يتعامد معهما.]

حاول أن تحلّ! الإجابات

5. a. $y - 3 = 2(x - 6)$

b. $y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 6)$

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما العلاقة بين الممرين الجديدين ؟
[أنهما متعامدان لأن كلاً من ميلهما معكوس مقلوب الآخر.]

عادات التفكير استعمل مع **مثال 5**

استعمل البنية وضّح فوائد استعمال صيغة الميل والمقطع عند تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين.

[يمكنك تحديد ميل المستقيم من صيغة الميل والمقطع، وهذا يساعدك على تحديد ما إذا كان ميلي المستقيمين متساويين أو أن أحدهما معكوس مقلوب الآخر. في حال كان للمستقيمين نفس الميل، يمكنك بسرعة تحديد ما إذا كانت المعادلتان تمثلان المستقيم نفسه، وذلك بالتحقق من قيم المقطع *y*.]

تطبيق

مثال 5 حل مسألة حياتية

يخطط مهندس زراعي لإنشاء ممرين جديدين في منتزه. سيمر الممر الجديد A بالنافورة ويكون عمودياً على الطريق الشرقي. أما الممر الجديد B فسيمر ببقعة تناول الطعام في الهواء الطلق ويكون موازيًا للممر A. ما المعادلتان، بصيغة الميل ونقطة، اللتان تمثّلان هذين الممرين الجديدين ؟

ضع أوجد ميل المستقيم الذي يمثّل الطريق الشرقي. ثم اكتب المعادلتين للممرين الجديدين.

يمر الطريق الشرقي بالنقطتين (2 , 0) و (3 , 5).

$m = \frac{3-2}{5-0} = \frac{1}{5}$

اذن، ميل المستقيم الذي يمثّل الطريق الشرقي هو $\frac{1}{5}$.

احسب أوجد معادلة الممر A.

الميل هو معكوس مقلوب ميل الطريق الشرقي.

$y - 2 = -5(x - 15)$ ← تقع النافورة عند النقطة (15 , 2).

أوجد معادلة الممر B.

الميل هو نفسه ميل الممر A.

$y - 6 = -5(x - 5)$ ← تقع بقعة تناول الطعام عند النقطة (5 , 6).

فسّر معادلة المستقيم الذي يمثّل الممر A هي: $y - 2 = -5(x - 15)$

معادلة المستقيم الذي يمثّل الممر B هي: $y - 6 = -5(x - 5)$

حاول أن تحلّ! **5.** تمثّل المعادلة $y = 2x + 7$ الطريق الشمالي على الخريطة.

a. أوجد المعادلة لممر يمر بالنقطة (3 , 6) ويوازي الطريق الشمالي.

b. أوجد المعادلة لممر يمر بالنقطة نفسها ويكون والطريق الشمالي متعامدين.

35 **الوحدة 1** معادلة المستقيم والصيغ

ملخص المفهوم المستقيمات المتوازية والمتعامدة

س: كيف يحدد كل من الوصف اللفظي والمعادلات والتمثيلين البيانين ما إذا كان المستقيمان متعامدين أو متوازيين ؟

[بالنسبة للمستقيمين المتوازيين، يبيّن كل من الوصف اللفظي والمعادلات أن الميلين متساويين. يبيّن التمثيل البياني أن المستقيمان لا يتقاطعان أبدًا. بالنسبة للمستقيمين المتعامدين، يبيّن كل من الوصف اللفظي والمعادلات أن كلًا من الميلين هو معكوس مقلوب الآخر، أي إنّ ناتج ضربهما يساوي 1−، يبيّن التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان مكوّنين زاوية قائمة.]

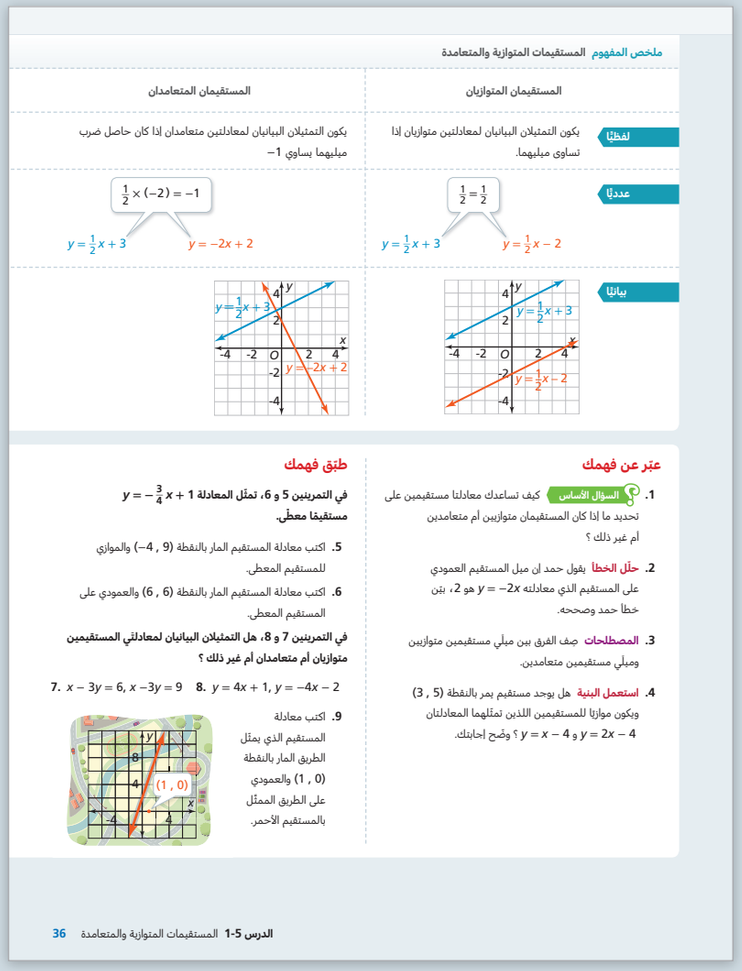
خطأ شائع

التمرين 6 قد ينسى بعض الطلاب أن يستعملوا معكوس مقلوب الميل لكتابة معادلة المستقيم. اطلب منهم التحقق من عملهم بتمثيل المستقيم الأصلي والمستقيم الجديد والتأكيد على أنهما يتقاطعان مكوّنين زاوية قائمة.

عبّر عن **فهمك** | طبّق **فهمك**

الإجابات

1. في صيغة الميل والمقطع، سوف يحدد معامل x ميل المستقيم. إذا كان الميل في عدد من المستقيمات هو نفسه، فإن هذه المستقيمات تكون متوازية. وإذا كان ميل أحد المستقيمات هو معكوس مقلوب ميل مستقيم آخر فإن المستقيمين متعامدان. وإلا فإن المستقيمان غير متوازيين و غير متعامدين.
2. اعتبر حمد ميل المستقيم المتعامد مع المستقيم المعطى هو معكوس وهذا خطأ، يجب أن يكون معكوس المقلوب أي إن معكوس مقلوب العدد 2− هو $\frac{1}{2}$.
3. المستقيمان المتوازيان لهما نفس الميل، ولكن في المستقيمين المتعامدين يكون ميل أحدهما هو معكوس مقلوب الميل للمستقيم الآخر.
4. لا يوجد. ليكون المستقيمان متوازيين، لا بد من أن يكون ميلاهما متساويين. المستقيمان المعطيان ميلاهما غير متساويين.
5. $y = -\frac{3}{4}x + 6$ أو $y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 4)$
6. $y = \frac{4}{3}x - 2$ أو $y - 2 = \frac{4}{3}(x - 3)$
7. متوازيان.
8. غير ذلك.
9. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ أو $y + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}(x - 3)$



ملخص المفهوم المستقيمات المتوازية والمتعامدة

	المستقيمان المتوازيان	المستقيمان المتعامدان
لفظيًا	يكون التمثيلان البيانيان لمعادلتين متوازيان إذا تساوى ميلهما.	يكون التمثيلان البيانيان لمعادلتين متعامدان إذا كان حاصل ضرب ميلهما يساوي 1−
عدديًا	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ، $y = \frac{1}{2}x + 3$ ، $y = \frac{1}{2}x - 2$	$\frac{1}{2} \times (-2) = -1$ ، $y = \frac{1}{2}x + 3$ ، $y = -2x + 2$
بيانيًا		

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف تساعدك معادلتا مستقيمين على تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك ؟
2. **حلّل الخطأ** يقول حمد إن ميل المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته $y = -2x$ هو 2، بيّن خطأ حمد وصححه.
3. **المصطلحات** صِف الفرق بين ميلَي مستقيمين متوازيين وميلَي مستقيمين متعامدين.
4. **استعمل البنية** هل يوجد مستقيم يمر بالنقطة (3 , 5) ويكون موازيًا للمستقيمين اللذين تمثلهما المعادلتان $y = 2x - 4$ و $y = x - 4$ ؟ وضّح إجابتك.

طبّق فهمك

في التمرينين 5 و6، تمثل المعادلة $y = -\frac{3}{4}x + 1$ مستقيمًا معطًى.

5. اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (9 , 4−) والموازي للمستقيم المعطى.
6. اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (6 , 6) والعمودي على المستقيم المعطى.

في التمرينين 7 و8، هل التمثيلان البيانيان لمعادلتي المستقيمين متوازيان أم متعامدان أم غير ذلك ؟

7. $x - 3y = 6$, $x - 3y = 9$
8. $y = 4x + 1$, $y = -4x - 2$
9. اكتب معادلة المستقيم الذي يمثل الطريق المار بالنقطة (0 , 1) والعمودي على الطريق الممثل بالمستقيم الأحمر.

الدرس 5-1 المستقيمات المتوازية والمتعامدة 36

تدرَّب وحُل مسائل

دليل المهام

ضمن المستوى	متقدم
10-24, 26, 28-34	10-15, 17, 19-34

تحليل التمارين

المثال	التمارين	عمق المعرفة
1	15-18	1
	33	2
	10, 14	3
2	19	1
	12	2
3	20-23	1
	11	3
4	24-28, 32	1
	13	3
5	30	1
	29, 31	3
	34	4

الإجابات

10. 4

11. يجب أن يكون الميل يساوي $-\frac{1}{4}$ وليس $\frac{1}{4}$. عندها نكتب ما يلي:

$$y-5=-\frac{1}{4}[x-(-8)]$$
$$y-5=-\frac{1}{4}x-2$$
$$y-5+5=-\frac{1}{4}x-2+5$$
$$y=-\frac{1}{4}x+3$$

12. $m=3$

13. **a.** لا، لأن ميل أي ضلع من أضلاع المستطيل ينبغي أن يساوي معكوس مقلوب الضلع المجاور له. ميل AD هو $-\frac{1}{6}$ ، وميل AB هو 5.

b. يجب تغيير إحداثي D إلى $D(5\ ,\ 1)$ وتغيير إحداثي C إلى $C(4\ ,\ -4)$ وعندها يصبح الميلان $-\frac{1}{5}$. أي إنّ m_2 هي معكوس مقلوب m_1.

14. معاملا المتغيرين x , y متساويان، إذن عند تحويل كل معادلة إلى صيغة الميل والمقطع سوف نحصل على نفس الميل في المعادلتين وعندها يكون المستقيمان متوازيين.

15. $y=\frac{1}{5}x-5$

16. $y=3x+1$

17. $y=2$

18. $y=-\frac{2}{3}x+8$

19. ميل المستقيم (A) يساوي 2 ميل المستقيم (B) يساوي $\frac{1}{2}$. بما أن $-\frac{1}{2}$ هو معكوس مقلوب 2 إذن المستقيمان متعامدان.

20. $y=\frac{5}{2}x+12$

21. $y=-\frac{4}{3}x+3$

22. $y=5$

23. $y=-\frac{5}{4}x+8$

24. متوازيان (لهما نفس الميل)

25. متوازيان

26. متعامدان

27. متعامدان

28.

	معادلة المستقيم	ميل المستقيم الموازي	ميل المستقيم العمودي
a.	$y=\frac{1}{2}x+6$	$\frac{1}{2}$	-2
b.	$x=-4.2$	غير معرف	0
c.	$3x+4y=3$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
d.	$y=3$	0	غير معرف
e.	$y=x$	1	-1

تدرَّب وحُل مسائل

عزِّز فهمك

10. **استعمل البنية** إذا مر مستقيم بالنقطتين $A(n\ ,\ 4)$ و $B(6\ ,\ 8)$ وكان موازيًا للمستقيم الذي معادلته $y=2x-5$، أوجد قيمة n.

11. **حلّل الخطأ** بيّن خطأ عامر عند كتابة معادلة المستقيم المار بالنقطة $(5\ ,\ -8)$ والعمودي على المستقيم الذي معادلته $y=4x+2$، ثم صحح هذا الخطأ.

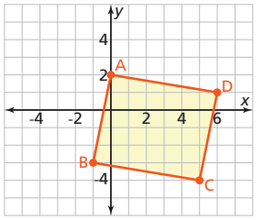
$$y-5=\frac{1}{4}(x-(-8))$$
$$y-5=\frac{1}{4}x+2$$
$$y-5+5=\frac{1}{4}x+2+5$$
$$y=\frac{1}{4}x+7$$ ✗

12. **برز منطقيًا** إذا كان التمثيلان البيانيان للمعادلتين $4x+12y=8$ و $y=mx+5$ متعامدين، أوجد قيمة m.

13. **روابط في الرياضيات** في المستطيل، تكون الزوايا الأربع زوايا قائمة، ويكون كل ضلعين متقابلين متوازيين.

a. هل الشكل الموضّح أدناه مستطيل ؟ وضّح إجابتك.

b. إن لم يكن مستطيلًا، فكيف يمكن تغيير مواقع النقاط بحيث يصبح مستطيلًا ؟



14. **مهارات التفكير العليا** وضّح كيف يمكنك أن تحدّد ما إذا كان التمثيلان البيانيان للمعادلتين $5x-3y=2$ و $5x-3y=8$ متوازيين أم لا من دون إجراء أي عمليات حسابية.

تدرَّب

في التمارين 15-18، اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطى. انظر المثال 1

15. $(5\ ,\ -4),\ y=\frac{1}{5}x-4$

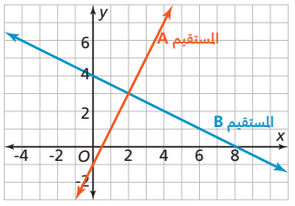
16. $(2\ ,\ 7),\ 3x-y=5$

17. $(-3\ ,\ 2),\ y=-4$

18. $(6\ ,\ 4),\ 2x+3y=18$

19. استعمل ميلي المستقيمين A و B لتثبت أنهما متعامدان.

انظر المثال 2



في التمارين 20-23، اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والعمودي على المستقيم المعطى. انظر المثالين 3 و 5

20. $(-6\ ,\ -3),\ y=-\frac{2}{5}x$

21. $(0\ ,\ 3),\ 3x-4y=-8$

22. $(-2\ ,\ 5),\ x=3$

23. $(4\ ,\ 3),\ 4x-5y=30$

في التمارين 24-27، بيّن ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. انظر المثال 4

24. $y=2x+1$
$2x-y=3$

25. $y=\frac{1}{2}$
$y=-3$

26. $x=4$
$y=4$

27. $-2x+5y=-4$
$y=-\frac{5}{2}x+6$

28. أكمل الجدول التالي بما هو مناسب.

	معادلة المستقيم	ميل المستقيم الموازي	ميل المستقيم العمودي
a.	$y=\frac{1}{2}x+6$		
b.	$x=-4.2$		
c.	$3x+4y=3$		
d.	$y=3$		
e.	$y=x$		

الإجابات

29. a. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : $y = -\frac{1}{2}x + 3$ يجب أن يكون الميل يساوي $-\frac{1}{2}$

b. قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة : يمكن أن يحدد الفنان معادلة كل مستقيم في الرسم. إذا كانت الأضلاع المتقابلة متوازية والأضلاع المتجاورة متعامدة، فإن الشكل سيكون مستطيلا.

30. $y - 5 = -\frac{2}{9}(x - 8)$

31. a. $y = 125x + 23$

b. نعم. لأن الميل لكل مستقيم هو نفسه ولكن المقطع y في كليهما مختلفان. إذن المستقيمان متوازيان.

c. بما أن الميل لكل مستقيم هو نفسه، وأن أحلام وفاطمة تودعان في المصرف نفس المبلغ 125 QR في كل اسبوع، وأن المقطعين y في كليهما مختلفان، فهذا يعني أن أحلام بدأت مع 72 QR في حسابها المصرفي.

32. C

33. A

34. الجزء A $y = \frac{5}{2}$

الجزء B

a. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

b. $y = \frac{3}{2}x + \frac{31}{2}$

c. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{40}{3}$

d. $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

الجزء C تحقق من عمل الطلاب.

قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة :

اختر نقطة عشوائية (تمثّل المرآة (1)) يكون إحداثياها عددين صحيحين (للتسهيل) مثلًا $(-2 , -4)$.

ارسم المستقيم (1) الذي يمر بالمرآة (1) ونقطة انطلاق الليزر ، وعليه فإن معادلة المستقيم هي:

$$y = \frac{1}{6}x - \frac{4}{3}$$

ارسم المستقيم (2) المتعامد مع المستقيم (1) عند المرآة (1):

اختر نقطة عشوائية (تمثّل المرآة (2)) تقع على المستقيم (2) ويكون إحداثياها عددين صحيحين مثلًا: $(-3 , -8)$، وعليه فإن معادلة المستقيم هي

$$y = -6x - 26$$

ارسم المستقيم (3) المتعامد مع المستقيم (2) عند المرآة (2):

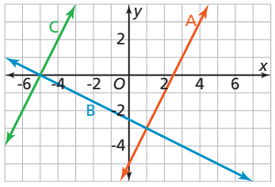
اختر نقطة عشوائية (تمثّل المرآة (3)) تقع على المستقيم (3) ويكون إحداثياها عددين صحيحين بحيث تقع النقطة في الربع الرابع من المستوى الإحداثي مثلًا: $(3 , -7)$، وعليه فإن معادلة المستقيم هي

$$y = \frac{1}{6}x - \frac{15}{2}$$

تدرَّب وحُل مسائل

طبّق

29. استعمل البنية يرسم فنان مخططًا لمشهد يريد رسمه على جدار. ويريد أن يتضمن رسمه شكلًا مستطيلًا.

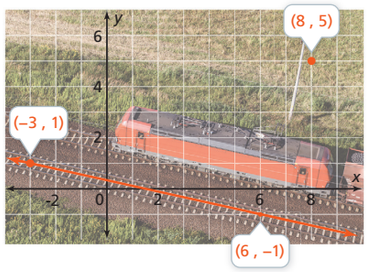


a. أوجد معادلة المستقيم D الذي سيجعل الشكل مستطيلًا.

b. وضّح كيف يمكن للفنان أن يستعمل الجبر ليتأكد من أن الشكل مستطيل.

30. برز منطقيًا يبني فريق من العاملين في السكك الحديدية مسارًا جديدًا لسكة حديدية بحيث أنه يوازي المسار الموضح بالمستقيم الأحمر، ويمر بالنقطة $(5 , 8)$.

أوجد معادلة المستقيم الذي يمثّل المسار الجديد.



31. فكّر وثابر في الحل تعمل كل من أحلام وفاطمة في وظيفة بدوام جزئي خلال فصل الصيف. تُودع أحلام نفس المبلغ في حسابها المصرفي نهاية كل أسبوع. تمثّل المعادلة $y = 125x + 72$ رصيدها المصرفي في أي أسبوع خلال فصل الصيف. وتُودع فاطمة نفس المبلغ أسبوعيًا في حسابها المصرفي.

إذا كان رصيد فاطمة في نهاية الأسبوع الثالث 398 QR

وكان رصيدها في نهاية الأسبوع السادس 773 QR:

a. اكتب معادلة تمثّل رصيد فاطمة المصرفي في أي أسبوع معطى من فصل الصيف.

b. هل سيكون التمثيل البياني للمعادلة التي تمثّل رصيد فاطمة موازٍ للتمثيل البياني للمعادلة التي تمثّل رصيد أحلام ؟ وضّح إجابتك.

c. ماذا يعني توازي التمثيلين البيانين للمستقيمين في هذه الحالة ؟

تدرَّب على اختبار

32. أي من المستقيمات التالية عمودي على المستقيم $y = \frac{1}{4}x - 3$ ؟ اختر كل ما ينطبق.

Ⓐ $y = 4x$ Ⓑ $4x - y = -2$

Ⓒ $y = -4x + 6$ Ⓓ $8x - 2y = 3$

Ⓔ $y = 4x + 9$

33. اختبار SAT/ACT يمر مستقيم بالنقطتين $(6 , a)$ و $(-4 , 9)$ ويوازي المستقيم $2x - 3y = 6$، ما قيمة a ؟

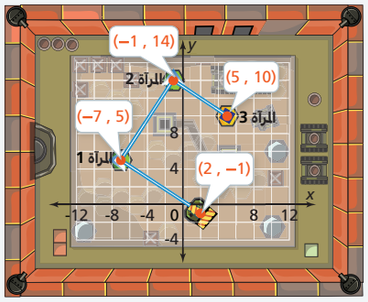
Ⓐ -6 Ⓑ -3

Ⓒ -2 Ⓓ 3

Ⓔ 6

34. مهمة أدائية صُممت لعبة فيديو لنمذجة مسار ضوء الليزر.

فوُضع الليزر عند النقطة $(-1 , 2)$ وتم توجيهه نحو المرآة 1، ووُضعت مرايا أخرى عند النقاط الموضحة بحيث تعكس كل مرآة شعاع الليزر الساقط عليها بزاوية قياسها 90°



الجزء A بعد انعكاسه عن المرايا الثلاث، عند أي نقطة سيتقاطع الشعاع مع المحور y ؟

الجزء B اكتب معادلة تمثّل مسار الشعاع بين المواقع التالية:

a. الليزر والمرآة 1

b. المرآة 1 والمرآة 2

c. المرآة 2 والمرآة 3

d. المرآة 3 والمحور y.

الجزء C غيّر مواقع المرايا بحيث يصطدم شعاع الليزر بهدف يقع في الربع الرابع، ثم اكتب إحداثيات مواقع المرايا ومعادلات المستقيمات التي ستمثّل مسار الشعاع.

إن تقويم استيعاب الطلاب للمفاهيم ومراعاة التمايز عند تعيين التمارين للطلاب اثنان من أفضل الممارسات في التعليم. تسمح نتائج التقويم للمعلم بتحديد نقاط الضعف في استيعاب الطلاب للمفاهيم والتركيز عليها عند إعادة التدريس. كما تسمح التمارين المصنفة وفقًا للمستوى بأن يختار المعلم تدريبات تتناسب مع النتائج الفردية لأداء الطلاب، فيوفّر بذلك تعليمًا متمايزًا يستفيد منه الطلاب، كلّ بحسب مستواه.

سينجز محتوى هذه الخطوة في نسخة قادمة.

مراجعة الوحدة

تقديم السؤال الأساس

ماذا نعني بالصيغ الجبرية ؟ وما أهمية وجود صيغ مختلفة للمعادلات الخطية ؟

عند كتابة الطلاب إجاباتهم عن السؤال الأساس، شجعهم على تضمينها أمثلة تدعمها. ركّز على النقاط الآتية عند مناقشة الإجابات.

- تتضمن الصيغ والمعادلات متعددة المتغيرات متغيرين أو أكثر. لعزل المتغير المطلوب إيجاده، يمكن استعمال نفس الطرائق المستعملة في حل المعادلات.
- من المفيد استعمال صيغة الميل ونقطة عند معرفة الميل والمقطع *y*.
- إذا أُعطيت إحداثيات نقطتين في المسألة، احسب الميل واستعمل إحدى النقطتين وصيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم لإيجاد المقطع *y*.
- عندما تعطى الميل ونقطة غير المقطع *y*، استعمل صيغة الميل ونقطة.
- يمكن استعمال الصيغة القياسية لمعادلة المستقيم لكتابة معادلات مستقيمات أفقية ورأسية.
- لإيجاد المقطع *x* أو المقطع *y* لمستقيم، استعمل الصيغة القياسية لمعادلة المستقيم.
- تحدد ميول المستقيمات ما إذا كانت المستقيمات متوازية أم متعامدة أم غير ذلك.

الإجابات

2. معادلة متعددة المتغيرات

3. مقلوب

4. الصيغة القياسية

5. متوازيان

6. صيغة الميل والمقطع

الوحدة
1

مراجعة الوحدة

السؤال الأساس للوحدة

1. ماذا نعني بالصيغ الجبرية ؟ وما أهمية وجود صيغ مختلفة للمعادلات الخطية ؟

مراجعة المصطلحات

اختر المصطلح الصحيح لإكمال كل جملة.

2. _____ هي معادلة تحدد العلاقة بين كمية وكمية أخرى أو أكثر.
3. المستقيمان المتعامدان يكون ميل أحدهما معكوس _____ ميل المستقيم الآخر.
4. _____ للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$، حيث الرموز A, B, C أعداداً صحيحة.
5. يتماثل مستقيمان _____ غير رأسيين، في الميل ويختلفان في المقطع *y*.
6. _____ للمعادلة الخطية هي $y = mx + b$.

- متوازيان
- متعامدان
- صيغة الميل ونقطة
- معادلة متعددة المتغيرات
- مقلوب
- صيغة الميل والمقطع
- الصيغة القياسية
- المقطع *y*

مراجعة الوحدة 1

الوحدة 1 مراجعة الوحدة 40

الإجابات

7. في الخطوة الأخيرة، أضاف ماجد العدد 5 بدلًا من طرحه.

$$a = \frac{3}{4}(b + 5)$$
$$a = \frac{3}{4}b + \frac{15}{4}$$
$$a - \frac{15}{4} = \frac{3}{4}b$$
$$\frac{4}{3}\left(a - \frac{15}{4}\right) = \frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}b\right)$$
$$\frac{4}{3}a - 5 = b$$

8. $y = \frac{k}{x}$

9. $c = \frac{ab - 2}{3b}$

10. $d = \frac{8}{33}c$

11. $v_f = at + v_i = 14$ m

مراجعة المفاهيم والمهارات

الدرس 1-1 الصيغ الجبرية

مراجعة سريعة

نُستعمل في المعادلات حروف لتمثيل الثوابت والمتغيرات.

الصيغة هي شكل من أشكال المعادلات تربط بين كمية وكمية أخرى أو أكثر.

عند حل المعادلة لإيجاد أحد متغيراتها، أعِد كتابتها بطريقة تؤدي الى عزل هذا المتغير.

مثال

أوجد ارتفاع أسطوانة حجمها $1\,650\ cm^3$ وطول نصف قطرها 6 cm

أعِد كتابة صيغة حجم الأسطوانة بدلالة h.

$V = \pi r^2 h$

$\frac{V}{\pi r^2} = \frac{\pi r^2 h}{\pi r^2}$

$\frac{V}{\pi r^2} = h$

لإيجاد ارتفاع الأسطوانة عوّض $r = 6,\ v = 1\,650,\ \pi = 3.14$

$h = \frac{V}{\pi r^2}$

$h = \frac{1\,650}{(3.14)(6)^2} = \frac{1\,650}{(3.14)(36)} = \frac{1\,650}{113.04} \approx 14.60$

إذن، ارتفاع الأسطوانة يساوي 14.60 cm تقريبًا.

تدرّب وحلّ مسائل

7. حلل الخطأ حلّ ماجد المعادلة $a = \frac{3}{4}(b + 5)$ لإيجاد قيمة b كما يلي:

$a = \frac{3}{4}(b+5)$

$\frac{4}{3}a = \frac{3}{4}(b+5)\frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}a = b + 5$

$b = \frac{4}{3}a + 5$ ✗

بيّن خطأ ماجد وصحّحه.

في التمارين 8-10، حُل المعادلة لإيجاد قيمة المتغير المطلوب.

8. $xy = k,\ y$ **9.** $a = \frac{2}{b} + 3c,\ c$

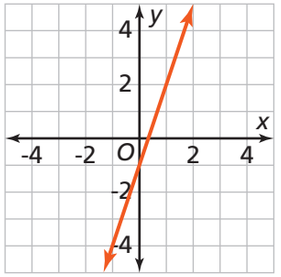
10. $6(2c + 3d) = 5(4c - 3d),\ d$

11. نمذج الصيغة المستعملة لإيجاد متوسط التسارع هي $a = \frac{V_f - V_i}{t}$، حيث V_f السرعة المتجهة النهائية، و V_i السرعة المتجهة الابتدائية، و t الزمن بالثواني. أعِد كتابة المعادلة في صورة صيغة للسرعة المتجهة النهائية، V_f، ثم أوجد السرعة المتجهة النهائية لشخص تزداد سرعته بمعدل 2 m/s لمدة 5 ثوانٍ إذا علمت أن سرعته المتجهة الابتدائية هي 4 m/s

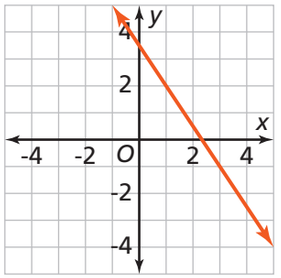
41 **الوحدة 1** معادلة المستقيم والصيغ

الإجابات

12.



13.



14. $y = 3x - 6$

15. $y = -\frac{5}{3}x + 6\frac{1}{3}$

16. $y = -200x + 3\,600$

17. $y + 2 = 0.5(x - 4)$

18. $y - 5 = -3(x + 2)$

19. $y - 1 = \frac{3}{8}(x - 3)$

20. $y - 4 = -0.5(x - 1.5)$

21. $y - 495 = -33(x - 5)$; QR 60

مراجعة الوحدة 1

الدرس 1-2 صيغة الميل والمقطع

مراجعة سريعة

صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي $y = mx + b$، حيث m هو ميل المستقيم والمقطع y هو b. تكون صيغة الميل والمقطع مفيدة عندما يكون الميل والمقطع y للمستقيم معلومين.

مثال

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطتين (0 , 4) و (2 , 3).

استعمل صيغة الميل. $m = \frac{4-3}{0-2}$

$= -\frac{1}{2}$

يتقاطع المستقيم مع المحور y عند النقطة (0 , 4). $b = 4$

اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع عوض $m = -\frac{1}{2}$, $b = 4$. $y = mx + b$

$y = -\frac{1}{2}x + 4$

تدرّب وحلّ مسائل

في التمرينين 12 و 13، مثّل بيانيًا كل معادلة.

12. $y = 3x - 1$ **13.** $y = -1.5x + 3.5$

في التمرينين 14 و 15، اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المار بالنقطتين المعطاتين.

14. (2 , 0), (4 , 6) **15.** (–1 , 8), (5 , –2)

16. نمذج برغب عبدالرحمن في شراء كمبيوتر لوحي جديد بسعر QR 4 600. سدّد دفعة بقيمة QR 1 000 وسيسدّد أقساطًا شهرية بقيمة QR 200. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع يمكن أن يستعملها عبد الرحمن لتحديد مقدار ما سيدين به بعد n أشهر.

الدرس 1-3 صيغة الميل ونقطة

مراجعة سريعة

صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (x_1 , y_1) وميله m و (x , y) أي نقطة تقع على المستقيم هي: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

تُعد صيغة الميل ونقطة مفيدة عندما تعرف الميل ونقطة مختلفة عن $(0 , b)$.

مثال

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطتين (1 , 5) , (2 , 2).

أوجد ميل المستقيم. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

عوّض $(x_2 , y_2) = (5 , 1)$ و $(x_1 , y_1) = (2 , 2)$ $= \frac{1-2}{5-2}$

$= -\frac{1}{3}$

المعادلة بصيغة الميل ونقطة. $y - y_1 = m(x - x_1)$

عوض $m = -\frac{1}{3}$ و $(x_1 , y_1) = (2 , 2)$ $y - 2 = -\frac{1}{3}(x - 2)$

تدرّب وحلّ مسائل

في التمرينين 17 و 18، اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة للمستقيم المار بالنقطة المعطاة والميل المعطى.

17. (4 , –2), $m = 0.5$ **18.** (–2 , 5), $m = -3$

في التمرينين 19 و 20، اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة للمستقيم المار بالنقطتين المعطاتين.

19. (3 , 1), (–5 , –2) **20.** (1.5 , 4), (–2.5 , 6)

21. بزر منطقيًا اشترى إبراهيم بطاقة بمبلغ QR 720 تمنحه 20 زيارة إلى صالة الألعاب الرياضية الجديدة وتتضمن رسومًا تُدفع مرة واحدة مقابل الاستخدام غير المحدود للساونا. وبعد 5 زيارات، تبقى في بطاقة إبراهيم مبلغ QR 495، وبعد 11 زيارة، تبقى في بطاقته QR 297. اكتب معادلة يمكن أن يستعملها إبراهيم لتحديد تكلفة كل زيارة ورسوم استعمال الساونا.

الإجابات

22. $A = 3, B = 5, 3x + 5y = 15$

23. $y - 4x = -5$

24. $y + 5x = 23$

25. المقطع x: 6؛ المقطع y: 10−

26. المقطع x: 24؛ المقطع y: 8

27. $5x + 6y = 100$

28. $-\frac{1}{3}$

29. $y = -3x + 7$

30. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

31. $y - 7 = -4(x - 1)$

32. $y - 6 = -2(x + 2)$

33. غير ذلك

34. متوازيان

الدرس 1-4 الصيغة القياسية

مراجعة سريعة

الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$، حيث A, B, C أعدادًا صحيحة. تكون الصيغة القياسية مفيدة لتمثيل الخطوط الرأسية والأفقية بيانيًا ولإيجاد قيمة المقطع x والمقطع y ولتمثيل مواقف معينة بدلالة القيود.

مثال

ما المقطع x والمقطع y للمستقيم $3x - 4y = 24$ ؟

عوض $y = 0$، ثم أوجد قيمة x.

$3x - 4(0) = 24$

$x = 8$

ثم عوض $x = 0$ وحل المعادلة لإيجاد قيمة y.

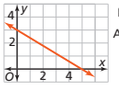
$3(0) - 4y = 24$

$y = -6$

المقطع x يساوي 8 والمقطع y يساوي 6−

تدرّب وحل مسائل

22. إذا كانت $C = 15$، فما قيم A و B التي تحقق المعادلة $Ax + By = C$ للتمثيل البياني المجاور؟



اكتب الصيغة القياسية للمعادلة.

في التمرينين 23 و 24، اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

23. $y = 4x - 5$ **24.** $y - 3 = 5(4 - x)$

في التمرينين 25 و 26، حدد المقطعين x و y لكل مستقيم.

25. $5x - 3y = 30$ **26.** $x + 3y = 24$

27. نمذج لدى ريم QR 100 لتنفقها على شراء جوائز لمعرض المدرسة. ثمن القلم الملون QR 5، وثمن دفتر الملاحظات الصغير QR 6. اكتب معادلة خطية يمكن استعمالها لتحديد عدد الجوائز التي يمكنها شراؤها.

الدرس 1-5 المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

مراجعة سريعة

يكون مستقيمان غير رأسيين **متوازيين** إذا تماثلا في الميل واختلفا في المقطع y. وتكون المستقيمات الرأسية متوازية إذا اختلفا في المقطع x. يكون المستقيمان غير الرأسيين **متعامدين** إذا كان ميل أحدهما معكوس مقلوب الآخر. يكون المستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي متعامدين إذا تقاطعا وشكلا زوايا قائمة.

مثال

بيّن ما اذا كان المستقيم الذي معادلته $4y = 2x - 5$ موازيًا أم معامدًا للمستقيم الذي معادلته $y = -2x + 7$ أم غير ذلك.

حدد ميل كل مستقيم.

$4y = 2x - 5$ $y = -2x + 7$

$\frac{4y}{4} = \frac{2x - 5}{4}$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$

ميلا المستقيمين هما $\frac{1}{2}$ و 2−، لذا يكون التمثيلان البيانيان للمعادلتين مستقيمين متعامدين.

تدرّب وحل مسائل

28. إذا كان التمثيلان البيانيان للمعادلتين $3x + 9y = 15$ و $y = mx - 4$ مستقيمين متوازيين، فما قيمة m ؟

في التمرينين 29 و 30، اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطى.

29. $(2, 1), y = -3x + 8$ **30.** $(-3, -1), x - 2y = 5$

في التمرينين 31 و 32، اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والعمودي على المستقيم المعطى.

31. $(1, 7), x - 4y = 8$ **32.** $(-2, 6), y = 0.5x - 3$

في التمرينين 33 و 34، بيّن ما إذا كانت أزواج المعادلات المعطاة لمستقيمين متوازيين أم متعامدين، أم غير ذلك ؟

33. $y = \frac{1}{4}x - 8$ $2x + y = 5$

34. $3y + 2x = 9$ $y = -\frac{2}{3}x - 4$