حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية

مقدمة : تعلمنا سابقاً طريقة ايجاد مجموع حدين على الصورة $(a+b)^2$ عن طريقه ايجاد حاصل الضرب $(a+b)(a+b)$ لكن توجد (قاعدة ثابتة) يمكن استعمالها لتسهيل عملية الضرب

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مجموع مربعين

a^2 ← مربع الحد الاول
$2ab$ ← 2 × الاول × الثاني
b^2 ← مربع الحد الثاني

مثال : جد ناتج كل مما يأتي :

① $(3k+5)^2$

تنويه
اشارة X : الضرب
المتغير x : x

$(3k)^2 + 2 \times 3k \times 5 + (5)^2$

$9k^2 + 30k + 25$

---

② $(y^2+3)^2$

$(y^2)^2 + 2 \times y^2 \times 3 + (3)^2$

$y^4 + 6y^2 + 9$

---

③ $(2c+10)^2$

$(2c)^2 + 2 \times 2c \times 10 + (10)^2$

$4c^2 + 40c + 100$

التحقق من فهمك

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $(d^2+4)^2$

$(d^2)^2 + 2 \times d^2 \times 4 + (4)^2$

$d^4 + 8d^2 + 16$

---

* توجد قاعدة لإيجاد $(a-b)^2$ موجبة الفرق بين حدين

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

حيث نطبقه نفس قاعدة : بين حدّين كما الحد الأوسط ((ط ز))

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

مثال جد ناتج :

① $(2h-z)^2$

$(2h)^2 - 2 \times 2h \times z + z^2$

$4h^2 - 4hz + z^2$

---

② $(6-5y^3)^2$

$(6)^2 - 2 \times 6 \times 5y^3 + (5y^3)^2$

$36 - 60y^3 + 25y^6$

---

③ $(7t^2-1)^2$

$(7t^2)^2 - 2 \times 7t^2 \times 1 + 1^2$

$49t^4 - 14t^2 + 1$

أتحقق من فهمي

72

ص١

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $(x^3 - 4y^2)^2$

$(x^3)^2 - 2 \times x^3 \times 4y^2 + (4y^2)^2$

$x^6 - 8x^3y^2 + 16y^4$

---

* لاحظ المقدارين المضروبان $(a+b)(a-b)$ حيث

نلاحظ أن الحدّين بينهما اشارة + وهو اشارة −
حيث نتبع القاعدة الآتية :-

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

مربع الأول ↙ ↘ مربع الثاني

مثال جد ناتج :-

① $(2C+3)(2C-3)$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$(2C)^2 - (3)^2$

$4C^2 - 9$

---

② $(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5)$

$(4x^2)^2 - (d^5)^2$

$16x^4 - d^{10}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $(6w + d^4)(6w - d^4)$

$(6w)^2 - (d^4)^2$

$36w^2 - d^8$

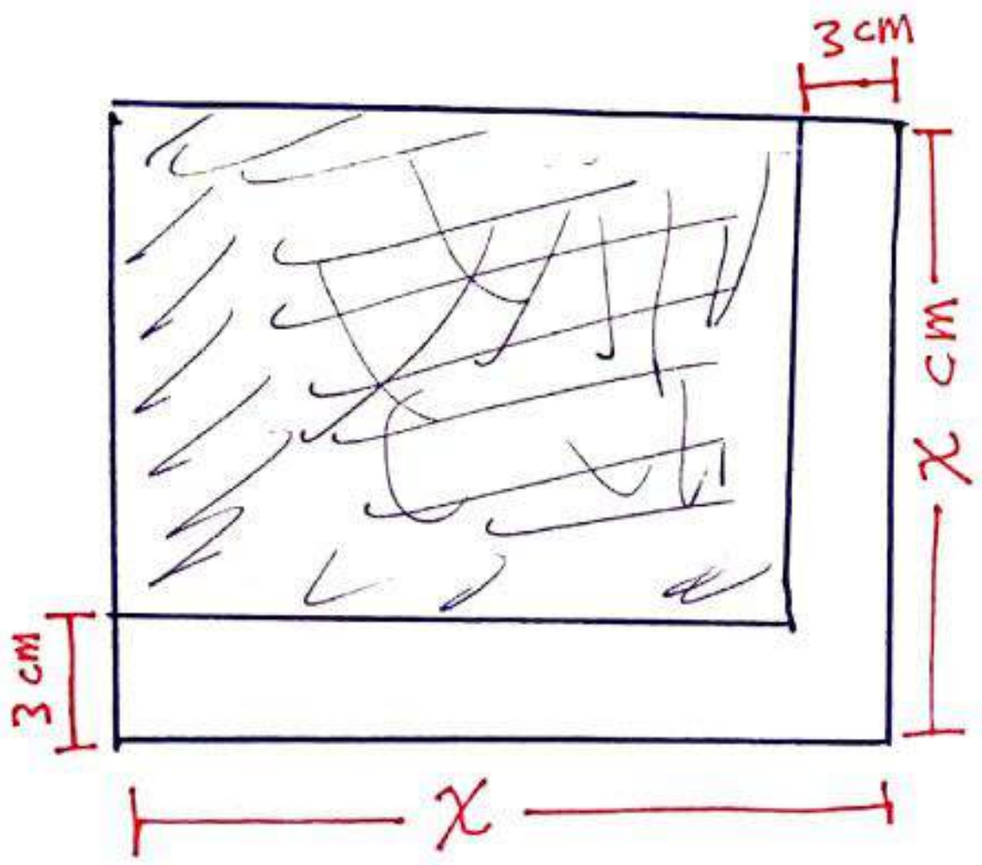
---

④ $(x^3 + 3h^7)(x^3 - 3h^7)$

$(x^3)^2 - (3h^7)^2$

$x^6 - 9h^{14}$

مثال: يبين الشكل المجاور ابعاد لوح خشبي مربع الشكل طول ضلعه x سنتمتراً، اذا قص شريط عرضه 3 cm من حافتي اللوح كما في الشكل. احسب مساحة المربع المتبقي من اللوح بدلالة x



الحل:-

ابعاد الجزء المتبقي:

$(x-3)$ ، $(x-3)$

وهو مربع وعليه

مساحة المربع $A = S^2$

$A = (x-3)(x-3) = (x-3)^2$

$= x^2 - 6x + 9$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يمكن استعمال قواعد ضرب المقادير الجبرية لاجراء بعض الحسابات الذهنية بسهولة

مثال :- جد ناتج :-

① 71^2

الحل 71^2 على صورة مجموع مربعين

$(70+1)^2$

نطبق قاعدة $(a+b)^2$

$(70)^2 + 2 \times 70 \times 1 + 1^2$

$4900 + 140 + 1 = 5041$

---

② 52^2

تحقق من مرهما

74
ص

$(50+2)^2$

$50^2 + 2 \times 50 \times 2 + 2^2$

$2500 + 200 + 4 = 2704$

---

③ 49^2

$(50-1)^2$

$(50)^2 - 2 \times 50 \times 1 + 1^2$

$2500 - 100 + 1 = 2401$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التدرب واحل المسائل

مد ناتج :-

① $(w+2)^2$

$w^2 + 2 \times w \times 2 + 2^2$

$w^2 + 4w + 4$

---

② $(x-11)^2$

$x^2 - 2 \times x \times 11 + 11^2$

$x^2 - 22x + 121$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

③ $(4m^3 - 5y)^2$

$(4m^3)^2 - 2 \times 4m^3 \times 5y + (5y)^2$

$16m^6 - 40m^3y + 25y^2$

---

④ $(w^2-7)(w^2-7)$

$(w^2-7)^2 = (w^2)^2 - 2 \times w^2 \times 7 + 7^2$

$= w^4 - 14w^2 + 49$

---

⑤ $(5a+4)(5a-4)$

$(5a)^2 - (4)^2$

$25a^2 - 16$

⑥

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑥ $(x^2+7y^4)(x^2-7y^4)$

$(x^2)^2-(7y^4)^2$

x^4-49x^8

---

* بركة سباحة مستطيلة الشكل طولها $3x+6$ وعرضها $3x-6$ جد مساحتها بدلالة x

الحل: مساحة المستطيل = الطول × العرض

$A=(3x+6)(3x-6)$

$=(3x)^2-(6)^2$

$=9x^2-36$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

* استعمل الحساب الذهني لإيجاد:-

① 88^2

$(90-2)^2=(90)^2-2\times90\times2+2^2$

$=8100-360+4=7744$

② 403^2

$(400+3)^2=(400)^2+2\times400\times3+3^2$

$=160000+2400+9$

$=162409$

③ 37^2

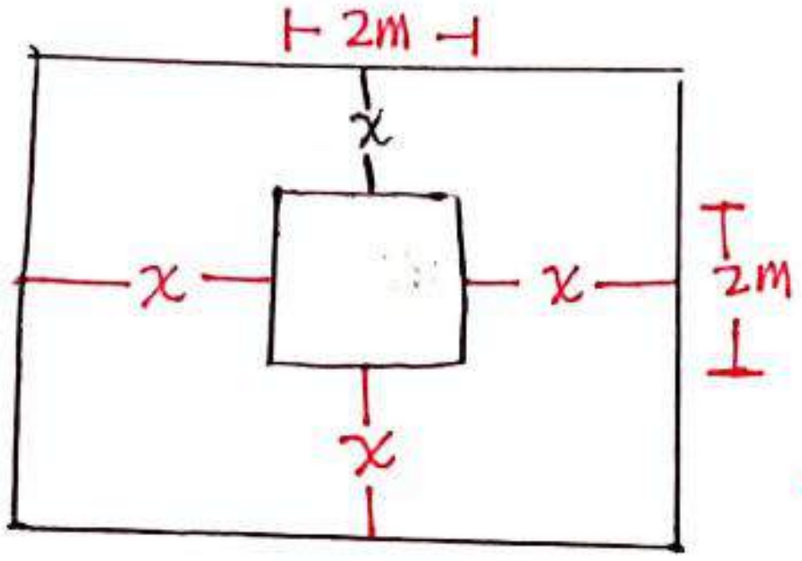
$(40-3)^2=(40)^2-2\times40\times3+3^2$

$=1600-240+9$

$=1369$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يبين الشكل المجاور جداراً مربع الشكل
تتوسطه نافذه ، عبّر عن مساحة الجدار
بدلالة x .



الحل :: مساحه النافذه :-
$2 \times 2 = 4\ m^2$

مساحة الجدار = مساحة المربع - مساحة النافذة

$$A = (2x+2)^2 - 4$$
$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 2^2 - 4$$
$$= 4x^2 + 8x + 4 - 4$$
$$= 4x^2 + 8x$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

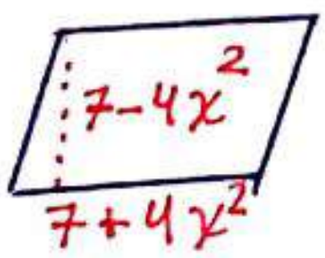
---

* لوحة معدنية مربعة الشكل طول ضلعها w اذا
تعرضت للحرارة فتمددت وازداد طول ضلعها بمقدار $0.02\ cm$
جد مساحة اللوحة بعد التمدد بدلالة w

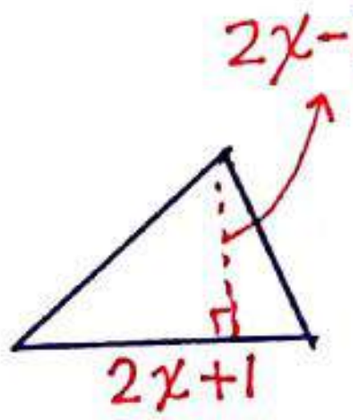
$$A = (w + 0.02)^2 = w^2 + 2 \times w \times 0.02 + (0.02)^2$$
$$= w^2 + 0.04w + 0.0004$$

---

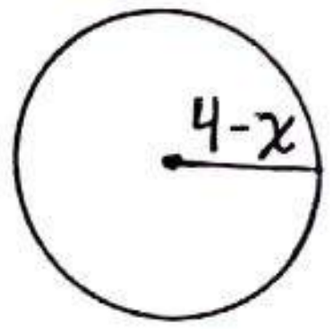
* جد مساحة كل شكل :-



$$A = (7-4x^2)(7+4x^2)$$
$$= 7^2 - (4x^2)^2$$
$$= 49 - 16x^4$$



$$A = \frac{1}{2}(2x-1)(2x+1)$$
$$= \frac{1}{2}(4x^2-1)$$
$$= 2x^2 - \frac{1}{2}$$



$$A = \pi r^2$$
$$= \pi(4-x)^2$$
$$= \pi(16 - 8x + x^2)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اكتشف العبارة المختلفة عن بقية العبارات :

$x^2 - 10x + 25$

$x^2 + 6x + 18$

$x^2 + 8x + 16$

$x^2 + 2x + 1$

الحل :- $x^2 + 6x + 18$ لأن الباقي مفكوك مربع مجموع أو طرح بين حدّين

---

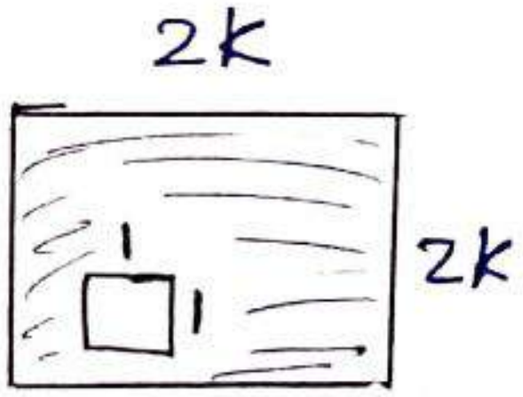
* هل توجد قاعدة لحساب $(x-y)^3$

$(x-y)^2(x-y)$

نفكها حسب القاعدة ثم نضرب : $(x-y)$

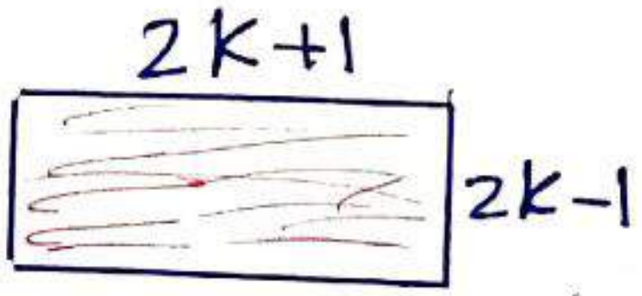
---

* بيّن ان ما حتى الجزأين الظليلين من الشكلين المجاورين متساويتان أم لا.



$(2k)(2k) - 1 \times 1$

$4k^2 - 1$



$(2k+1)(2k-1)$

$(2k)^2 - (1)^2$

$4k^2 - 1$

متساويتان المساحة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحليل باخراج العامل المشترك الاكبر

* كتابة الحد الجبري بالصورة التحليلية :-

1) نقوم بتحليل العدد (1) 2) نكتب المتغير على شكل قوة

مثلاً :- $18y^3$

2	18
3	9
3	3
	1

$18y^3 = 2 \times 3 \times 3 \times y \times y \times y$

تذكير :- تعلمنا سابقاً كيف نجد العامل المشترك الاكبر لعددين أو أكثر حيث نقوم بالتحليل ونأخذ عامل مشترك موجود في كل العوامل

مثال) جد العامل المشترك الاكبر للحدين :-

① $12y^2$ ، $18y$

$12y^2 = 3 \times 2 \times 2 \times y \times y$

$18y = 3 \times 3 \times 2 \times y$

$3 \times 2 \times y = 6y$

وعليه العامل المشترك الاكبر للحدين $12y^2$ و $18y$ هو $6y$

② $20z^2d$ ، $10z^5dc$

$20z^2d = 2 \times 2 \times 5 \times z \times z \times d$

$10z^5dc = 2 \times 5 \times z \times z \times z \times z \times z \times d \times c$

$2 \times 5 \times z \times z \times d = 10z^2d$:- العامل المشترك

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمك 78 UP

③ $14b^2c$ ، $21c^3$

$14b^2c = 7 \times 2 \times b \times b \times c$

$21c^3 = 7 \times 3 \times c \times c \times c$

العامل المشترك الأكبر $7c$

---

④ $2y^3x^5$ ، $3y^5x^3$

$2y^3x^5 = 2 \times y \times y \times y \times x \times x \times x \times x \times x$

$3y^5x^3 = 3 \times y \times y \times y \times y \times y \times x \times x \times x$

العامل المشترك الأكبر :- y^3x^3

ملاحظة :- عند جد :-

$3x(x+8)$

الحل :-

$3x(x+8)$

$= 3x^2 + 24x$

تم عملية عكس خطوات فك الأقواس هو ((التحليل)) حيث نقصد بالتحليل هو كتابته على شكل حاصل ضرب ((وجود أقواس))

كيفية تحليل باستخدام اخراج العامل المشترك :-

① نجد ع.م.أ لجميع الحدود ونضعه أمام القوس

② نقسم كل حد على ع.م.أ ونكتب ناتج قسمته داخل القوس

رأفت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال :- حلل :-

① $6x+18$

نجد العامل المشترك لـ $6x$ و 18 وهو 6

نضعه خارج القوس

$\therefore$ نقوم بقسمة كل حد على 6

$\frac{6x}{6}=x$ ، $\frac{18}{6}=3$

داخل القوس

$6x=2\times3\times x$

$18=2\times3\times3$

ع.م.أ هو $2\times3=6$

وعليه يكون التحليل :-

$6x+18=6(x+3)$

ع.م.أ

② $6b^2k+8k^3b^5+12k^2$

ملاحظة :- نستطيع حساب ع.م.أ بطريقة أسرع كما يلي :-

المعاملات :- 6 و 8 و 12 نبحث عن أكبر رقم يقبل القسمة عليهما بنفس الوقت وهو 2

المتغيرات :- نبحث عن المتغيرات الموجودة في كل حد ونختار الأقل مرة ، حيث K موجود في كل حد والأقل مرة هو K بينما الحرف b غير موجود في كل حد في هذه الحالة لا نختاره

نضعه خارج القوس ← $2K$ وعليه العامل المشترك الأكبر

نقسم كل حد على $2K$:-

$\frac{6b^2k}{2k}=3b^2$ ، $\frac{8k^3b^5}{2k}=4k^2b^5$ ، $\frac{12k^2}{2k}=6k$

$6b^2k+8k^3b^5+12k^2=2k(3b^2+4k^2b^5+6k)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $20y + 12$

$20y + 12 = 4(5y+3)$

التحقق من مرهقا
80
VD

12 و 20 أكبر رقم
يقبل القسمة عليهم 4
ويوجد متغير موجود
في كل حد

④ $7d^2 - 5d$

$7d^2 - 5d = d(7d-5)$

5 و 7 أكبر عدد
يقبل القسمة عليهما (1)
d^2 و d لأقل قوة d

⑤ $3r^2c^3 + 6r^5 + 21r^7$

$3r^2c^3 + 6r^5 + 21r^7 = 3r^2(c^3 + 2r^3 + 7r^5)$

3 و 6 و 21 أكبر عدد
يقبل القسمة عليهما 3
r^2 و r^5 و r^7 لأقل
قوة r^2

⑥ $2 - 16x + 8y$

$2 - 16x + 8y = 2(1 - 8x + 4y)$

التحليل بتجميع الحدود

عند وجود (4) حدود جبرية أو أكثر نقوم باستخدام طريقة
((التجميع)) حيث يجمع الحدود التي يوجد عوامل مشتركة
بينها.

بمعنى تكتب على شكل حاصل ضرب مقدارين
جبريين : $(a+b)(c+d)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال حلل ما يلي

① $5ab + 10a + 7b + 14$

$= (5ab + 10a) + (7b + 14)$

$= 5a(b+2) + 7(b+2)$

$= (b+2)(5a+7)$

نجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

نحلل كل قوس باخراج عامل مشترك

القوس الاول $(b+2)$ والباقي هي القوس الثاني

---

② $6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2$

$= (6m^3 - 12mn) + (m^2n - 2n^2)$

$= 6m(m^2 - 2n) + n(m^2 - 2n)$

$= (m^2 - 2n)(6m + n)$

---

③ $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$

$= (x^3 + 2x^2) + (3x + 6)$

$= x^2(x+2) + 3(x+2)$

$= (x+2)(x^2+3)$

---

④ $4s^2 - s + 12st - 3t$

$(4s^2 - s) + (12st - 3t)$

$s(4s-1) + 3t(4s-1)$

$(4s-1)(s+3t)$

التحقق من صحة الحل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة :- عند التحليل قد يوجد **معكوس** في بعض العوامل

مثلاً $(x-3)$ مع $(3-x)$

$(y-2)$ مع $(2-y)$

في هذه نضع قبل العامل الثاني إشارة الطرح.

مثال :- حلل :-

① $2m(7m-3)+4(3-7m)$

$(7m-3)(2m-4)$

---

② $15x-5xy+6y^2-18y$

$=(15x-5xy)+(6y^2-18y)$

$=5x(3-y)+6y(y-3)$

$=(3-y)(5-6y)$

---

③ $a(r-t)+m(t-r)$

$=(r-t)(a-m)$

التحقق من فهمها

82
VD

---

④ $2t-14st+7st^2-t^2$

$=(2t-14st)+(7st^2-t^2)$

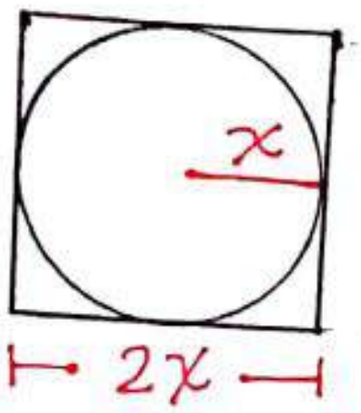
$=2t(1-7s)+t^2(7s-1)$

$=(1-7s)(2t-t^2)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمك ص 83

يبين الشكل المجاور قطعة ارض مربعة الشكل يتوسطها حوض قمح دائري الشكل يروى بمرش دوار. اكتب مقدار جبريا يمثل مساحة المنطقة غير المزروعة بالقمح بدلالة x واحسب المقدار



مساحة المربع $A = (2x)^2 = 4x^2$

مساحة الدائرة $A = \pi r^2 = \pi x^2$

مساحة المنطقة غير المزروعة:

$4x^2 - \pi x^2 = x^2(4 - x)$

اتدرب واحل المسائل

* جد العامل المشترك الاكبر للحدين في كل مما يأتي:-

① $12a$ ، $16ab$ $\quad 4a$

② $8a$ ، $12b$ $\quad 4$

③ $10x^6y^3$ ، $45xy^7$ $\quad 5xy^3$

④ $12d^2w^2r^5$ ، $4w^3d^{10}$ $\quad 4d^2w^2$

⑤ $n^3s^5r^5$ ، $6ns^3r^7$ $\quad ns^3r^5$

⑥ $5k^8w^3h^2$ ، $11k^2h^4$ $\quad h^2k^2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ حلل *

① $6r^2 - 10r$

$6r^2 - 10r = 2r(3r - 5)$

② $ab^2 - 2ab$

$ab^2 - 2ab = ab(b - 2)$

③ $12n^2m - 8nm^3$

$12n^2m - 8nm^3 = 4nm(3n - 2m^2)$

④ $15wx - 10wy^2$

$15wx - 10wy^2 = 5w(3x - 2y^2)$

⑤ $4t^2 + 2t - 12tu$

$4t^2 + 2t - 12tu = 2t(2t + 1 - 6u)$

⑥ $12p + 24g - 6$

$12p + 24g - 6 = 6(2p + 4g - 1)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

∴ الحل

① $y - 2y^2 - 18y + 9$

$(y - 2y^2) + (9 - 18y)$

$y(1 - 2y) + 9(1 - 2y)$

$(1 - 2y)(y + 9)$

---

② $48ab - 90a + 32b - 60$

$(48ab + 32b) + (-60 - 90a)$

$16b(3a + 2) - 30(2 + 3a)$

$(3a + 2)(16b - 30)$

$(3a + 2)\,2(8b - 15)$

---

* ركب احمد خلايا شمسية على سطح منزله وقاس طول وعرض مربعة ان مساحة اللوح الشمسي $6y(y-4) + 10(4-y)$ وحدة مربعة فاوجد طوله $(4 - y)$ فاوجد عرضه بدلالة y.

$6y(y-4) + 10(4-y) = (y-4)(6y - 10)$

الطول ← ، العرض ←

---

* اكمل التحليل في كل مما ياتي:-

① $12y - 32 = \cdots\cdots (3y - 8)$

الحل: $12y - 32 = 4(3y - 8)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $18c - 6 = \dots\dots (\dots - 1)$

$18c - 6 = 6(3c - 1)$

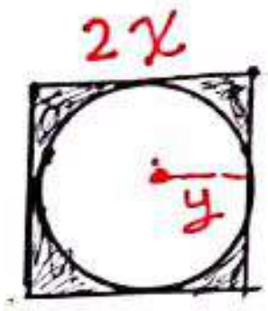
③ $t^2 + t = \dots\dots (\dots + 1)$

$t^2 + t = t(t + 1)$

④ $2a^2 + ab = \dots\dots (2a + \dots)$

$2a^2 + ab = a(2a + b)$

* ملاحظة: إذا أردنا مدى مجمة الشكل فطول ضلعها $2x$ فإذا كان طول نصف قطر القرص المدمج y فالمطلوب مقدار جبري يمثل المساحة السوداء المحيطة بالقرص في الشكل المجاور، والمطلوب تبسيطاً كاملاً



$(2x)^2 - \pi y^2 = 4x^2 - \pi y^2$

(المربع) (الدائرة)

$\therefore$ وحيث $y = x$ إذن

$4x^2 - \pi x^2 = x^2(4 - \pi)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يمثل المقدار الجبري $2\pi r^2 + 2\pi rh$ مساحة سطح اسطوانة حيث r طول نصف قطر القاعدة h ارتفاع الاسطوانة. حلل المقدار الجبري.

$$2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r+h)$$

---

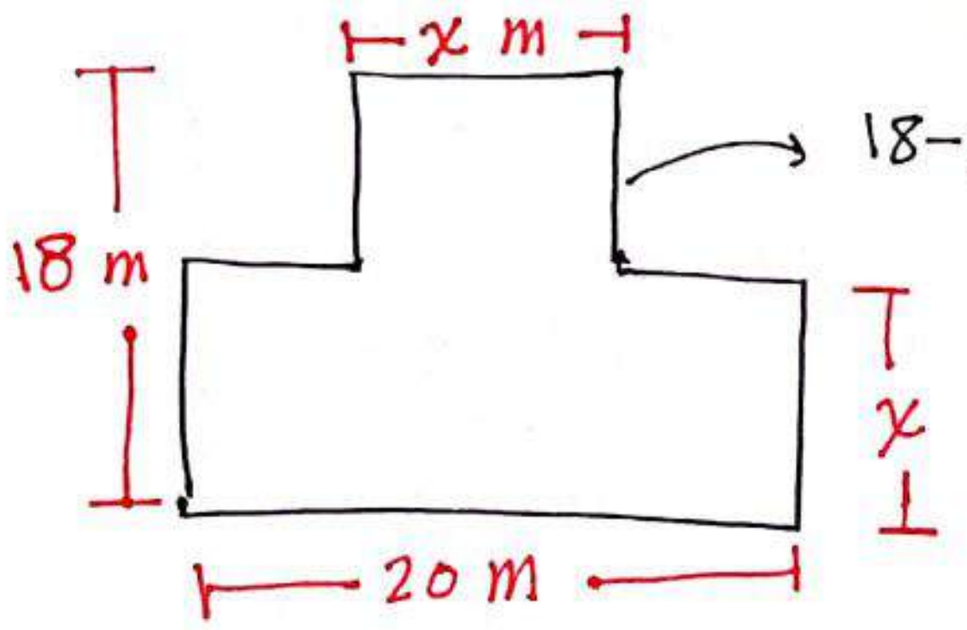
* شاشة تلفاز مستطيلة الشكل مساحتها $2x^2 + 60x$ سنتمتراً مربعاً. وعرضها $2x$ سنتمتراً ما طولها بدلالة x

$$2x^2 + 60x = 2x(x+30)$$

الطول ← العرض

---

* يظهر في الشكل المجاور تقاطع ممرين أعيد تهيئته. اكتب مقداراً جبرياً يمثل مساحة المنطقة التي اعيد تهيئتها، واملله تحليلاً كاملاً.



الحل:

$$x(18-x) + 20x$$
$$= 18x - x^2 + 20x$$
$$= 38x - x^2$$
$$= x(38-x)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يقول كل من خالد وسلمان ومشعل انه حلل المقدار الجبري تحليلاً كاملاً على النحو الآتي ، اكتشف الخطأ ثم صححه

خالد	سلمان	مشعل
$4g+6=4(g+2)$	$2a^2-3a=a(2^2-3)$	$18h^2+45h=3h(6h+15)$
$4g+6=2(2g+3)$	$a(2a-3)$	$9h(2h+5)$

---

* استخدم الحدود الجبرية المعطاه لأكمل كلاً مما يأتي :-

$2g$	$3g$	$4g$	$15g$	$24g$	$6g^2$	5	3	18

① $\frac{15g}{} + \frac{6g^2}{} = \frac{3g}{}(\frac{5}{} + \frac{2g}{})$

② $\frac{24g}{} - \frac{18}{} = 6(\frac{4g}{} - \frac{3}{})$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (3)

تحليل ثلاثيات الحدود $x^2 + bx + c$

مقدمة :-

حد ناتج ضرب المقدارين $(x+3)(x+4)$

$$(x+3)(x+4) = x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$= x^2 + 7x + 12$$

لاحظ الحد الاوسط $7x$ هو مجموع حاصل ضرب الحدين $3x$ و $4x$ وعليه نستطيع تحليل ثلاثيات الحدود كما يلي :-

$4x$ و $3x$: بعيدان — قريبان

هو البحث عن عددان m و n بحيث حاصل ضربهما (b) ومجموعهما (c) كما يلي :-

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

ملاحظات حول اشارة b و c :-

* اذا كانت c سالب فتكون اشارة m و n مختلفة والعدد الاكبر ياخذ نفس اشارة b
* اذا كانت c موجبة تكون اشارة m و n موجبة أو سالبة وذلك يتبع حسب اشارة b

ملاحظة

لا يفضل حفظ الملاحظات بل الاعتماد على القاعدة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال حلل :-

① $x^2+7x+12$

هنا بنحث عن عددان ضربهما (12) ومجموعهما (7)

$x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$

ليس مهم الترتيب

الضرب	المجموع
3×4	7 ✓
-3×-4	-7
6×2	8
-6×-2	-8
12×1	13
-12×-1	-13

---

② x^2+5x+6

نبحث عن عددان ضربهما 6 ومجموعهما 5

الضرب	المجموع
6×1	7
3×2	5 ✓
-1×-6	-7
-3×-2	-5

$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

---

① $x^2+11x+10$ حلل :-

$x^2+11x+10=(x+1)(x+10)$ عددان ضربهما (10) ومجموعهما (11)

اتحقق من فرهما

86
ص ا

② $x^2+9x+14$

$x^2+9x+14=(x+7)(x+2)$ عددان ضربهما (14) ومجموعهما (9)

ملاحظة حول مسائل السابقة

* اشارة c موجبة وكذلك b مفلية نفكر فقط بالاعداد الموجبة عند اختيار m و n

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال :- حلل :-

① $x^2-10x+16$

نبحث عن عددان ضربهما (16)
ومجموعهما (-10)

$x^2-10x+16=(x-8)(x-2)$

الضرب	الجمع
4×4	8
8×2	10
-4×-4	-8
-8×-2	-10 ←

② y^2-5y+6

$y^2-5y+6=(y-3)(y-2)$

عددان ضربهما (6)
ومجموعهما -5

③ $x^2-11x+30$

$(x-6)(x-5)$

التحقق من ناتجنا

87
ب ب

ملاحظة

اشارة (C) موجبة واشارة c سالبة وعليه
M و n سالبان

مثال :- حلل :-

① x^2+x-20

$x^2+x-20=(x+5)(x-4)$

نبحث عن عددان ضربهما (-20)
ومجموعهما (1)

الضرب	الجمع
-10×2	-8
-2×10	8
5×-4	1
-5×4	-1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اتحقق من فهمي

حلل :-

88
ص٤٨

① x^2+2x-8

$x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$

عددان ضربهما -8
ومجموعهما 2

---

② x^2-x-42

$x^2-x-42=(x-7)(x+6)$

عددان ضربهما -42
ومجموعهما -1

ملاحظة

لاحظ ان اشارة (C) سالبة واشارة b سالبة
فغلبة اشارة M و n مختلفان ووجود الاكبر يأخذ
اشارة (b)

اتدرب واحل مسائل

حلل :-

① $x^2+2x-24$

$x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$

عددان ضربهما -24
ومجموعهما (2)

② $y^2+3y-10$

$y^2+3y-10=(y+5)(y-2)$

عددان ضربهما (-10)
ومجموعهما (3)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $x^2 + 29x + 100$

عددان ضربهما (100) ومجموعهما (29)

$x^2 + 29x + 100 = (x + 25)(x + 4)$

---

④ $w^2 - 6w + 8$

عددان ضربهما (8) ومجموعهما (−6)

$w^2 - 6w + 8 = (w - 4)(w - 2)$

---

⑤ $-10g + g^2 + 21$

نرتب أولاً حتى عند التحليل يحتفظ كل حد بإشارته

$g^2 - 10g + 21 = (g - 7)(g - 3)$

نبحث عن عددان ضربهما (21) ومجموعهما (-10)

---

⑥ $y^2 + 20y + 100$

نبحث عن عددان ضربهما 100 ومجموعهما 20

$y^2 + 20y + 100 = (y + 10)(y + 10)$

---

⑦ $a^2 + 5a + 6$

نبحث عن عددان مجموعهما 5 وضربهما 6

$a^2 + 5a + 6 = (a + 3)(a + 2)$

---

⑧ $w^2 - 9w - 10$

$w^2 - 9w - 10 = (w - 10)(w + 1)$

عددان ضربهما -10 ومجموعهما -9

---

⑨ $x^2 + x - 30$

$x^2 + x - 30 = (x + 6)(x - 5)$

عددان ضربهما -30 ومجموعهما 1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(10) $13y + 30 + y^2$

نجد أولاً بترتيب:-

$y^2 + 13y + 30 = (y+10)(y+3)$

عددان ضربهما 13
ومجموعهما 30

---

(11) $w^2 + 11w + 18$

عددان ضربهما 18
مجموعهما 11

$w^2 + 11w + 18 = (w+9)(w+2)$

---

(12) $t^2 - t - 90$

عددان ضربهما -90
ومجموعهما -1

$t^2 - t - 90 = (t-10)(t+9)$

---

(13) $f^2 + 22f + 21$

(21) عددان ضربهما
مجموعهما 22

$f^2 + 22f + 21 = (f+21)(f+1)$

---

(14) $h^2 - h - 72$

عددان ضربهما -72
ومجموعهما -1

$h^2 - h - 72 = (h-9)(h+8)$

---

(15) $m^2 - 18m + 81$

عددان ضربهما 81
ومجموعهما -18

$m^2 - 18m + 81 = (m-9)(m-9)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يمثل كل ثلاثي حدود مما يأتي مساحة مستطيل باكمل المربع. ثم حدد مقداريه جبريين يمثلان طولاً وعرضاً لمكتبي كل مستطيل

① x^2+x-72 ② x^2-8x-9 ③ $x^2+2x-48$

الحل: نعلم ان مساحة المستطيل = الطول × العرض وعليه نحلل المساحة.

① $x^2+x-72 = (x+9)(x-8)$

الطول ↙ العرض ↘

② $x^2-8x-9 = (x-9)(x+1)$

③ $x^2+2x-48 = (x+8)(x-6)$

* حلل:

① $3x^3y+18x^2y-21xy$ عامل مشترك اولاً

$3yx(x^2+6x-7) = 3yx(x+7)(x-1)$

② $2x^3-2x^2-4x$ عامل مشترك

$2x^3-2x^2-4x = 2x(x^2-x-2)$
$= 2x(x-2)(x+1)$

③ $2x^3-4x^2-6x$

$2x^3-4x^2-6x = 2x(x^2-2x-3)$
$= 2x(x-3)(x+1)$

الممسوحة ضوئيا بـ Scanner

④ $5x^3y - 35x^2y + 50xy$

$5x^3y - 35x^2y + 50xy = 5xy(x^2 - 7x + 10)$

$= 5xy\,(x-5)(x-2)$

⑤ $3x^3 - 6x^2 - 9x$

$3x(x^2 - 2x - 3)$

$3x\,(x-3)(x+1)$

⑥ $4x^3 - 8x^2 - 12x$

$4x^3 - 8x^2 - 12x = 4x(x^2 - 2x - 3)$

$= 4x\,(x-3)(x+1)$

---

* تقوم مؤسسة الحسين للسرطان بحملة توعية باهمية الفحص المبكر للسرطان، عن طريق لوحات اعلانية مستطيلة الشكل على الطرقات. اذا كانت مساحة احدى هذه اللوحات $x^2 + 14x + 48$ متراً مربعاً وعرضها $x+6$ متر، جد طول اللوحة وعرضها بدلالة x

الحل :-

$x^2 + 14x + 48 = (x+6)(x+8)$

العرض ← ، → الطول

المحيط = 2 × (الطول + العرض)

$2(x+8+x+6) = 2(2x+14)$

$= 4x + 28$

⑧

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* علبة ورقية صنعت على شكل متوازي مستطيلات حجمه x^3+5x^2+4x سنتيمتراً مكعباً. اوجد قيماً ممكناً لكل من طول العلبة وعرضها وارتفاعها بدلالة x

الحل: حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

$$x^3+5x^2+4x = x(x^2+5x+4)$$
$$= x(x+4)(x+1)$$

الابعاد: x ، $(x+4)$ ، $(x+1)$

---

* جد القيم الممكنة للعدد الصحيح m في كل مما يأتي بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل، ثم احلله:

① $x^2+mx-15$

صنا (-) سالب وعليه n و m مختلفان بالاشارة والعدد الاكبر اشارته موجب

الضرب -15	المجموع
-15×1	-14
-1×15	14
-3×5	2
3×-5	-2

القيم الممكنة $-14/14/2/-2$ ⟵

② x^2-7x+m

القيم الممكنة $10/6/12/-18/-30$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حلل المقدار $(x-3)^2-2(x-3)-8$

$(x-3)^2-2(x-3)-8=((x-3)-4)((x-3)+2)$

$=(x-7)(x-1)$

---

* مخ مستطيل المجاور ابعاده $x+a$ و $x+b$ قسم الى اربعه اجزاء اثنين منهما x^2 و 6 بيّن انه توجد قيمتان ممكنتان لكل من a و b

$(x+a)(x+b)=x^2+$ [$5x$ أو $7x$] $+6$

$3x$ و $2x$ $\quad$ $1x$ و $6x$

---

* حلل كل من ادم وماريا العبارة $y^2+6y-16$ على النحو الآتي :-

ماريا

$y^2+6y-16=(y+2)(y-8)$

ادم

$y^2+6y-16=(y-2)(y+8)$

آدم هو الصحيح

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حالات خاصة من التحليل

مقدمة : درسنا سابقاً طريقة ضرب المقدارين $(x-a)$ و $(x+a)$ حيث كانت :

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

وعليه عند القيام بطريقة عكسية نصل الى كتابة x^2-a^2 على شكل ضرب حدّين وهذا النوع من التحليل يسمى ((تحليل الفرق بين مربعين)).

قاعدة : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

(a-b): جذر الحد الأول — (a+b): جذر الحد الثاني

مثال : حلل :-

① $x^2 - 25$

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$$

② $4y^2 - 9z^2$

نكتبها على صورة فرق مربعين

$$4y^2 - 9z^2 = (2y)^2 - (3z)^2$$
$$= (2y-3z)(2y+3z)$$

③ $x^2 - 100$

التحقق من مرهلا

$$x^2 - 100 = x^2 - 10^2$$
$$= (x-10)(x+10)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $100y^2 - 36$

* نستطيع اخراج 4 عامل مشترك ثم فرق موجبين

$$100y^2 - 36 = (10y)^2 - (6)^2$$
$$= (10y - 6)(10y + 6)$$

---

⑤ $81d^2 - 49r^2$

$$81d^2 - 49r^2 = (9d)^2 - (7r)^2$$
$$= (9d - 7r)(9d + 7r)$$

---

⑥ $64c^2 - 1$

$$64c^2 - 1 = (8c)^2 - 1$$
$$= (8c - 1)(8c + 1)$$

في بعض الحالات لا نستطيع كتابة المقدارين على شكل فرق موجبين، حينئذ نلجأ الى اخراج عامل مشترك ثم نحلل ما تبقى

مثال :- حلل :-

① $27xy^3 - 3xy$

$$27xy^3 - 3xy = 3xy(9y^2 - 1)$$ ← فرق موجبين
$$= 3xy(3y - 1)(3y + 1)$$

② $y^4 - 1$

نجعل فرق موجبين

$$y^4 - 1 = (y^2)^2 - 1 = (y^2 - 1)(y^2 + 1)$$
$$= (y - 1)(y + 1)(y^2 + 1)$$

②

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $2b^2 - 18 + ab^2 - 9a$

وجود ٤ حدود هنا التجميع

$(2b^2 - 18) + (ab^2 - 9a)$

$2(b^2 - 9) + a(b^2 - 9)$

$(b^2 - 9)(2 + a)$ نكمل فرق مربعين

$(b-3)(b+3)(2+a)$

---

④ $b^4 - c^4$

التحقق من مفهوم

$b^4 - c^4 = (b^2)^2 - (c^2)^2$

$= (b^2 - c^2)(b^2 + c^2)$ نكمل فرق مربعين

$= (b-c)(b+c)(b^2+c^2)$

---

⑤ $6w^3 - 24w$

عامل مشترك

$6w^3 - 24w = 6w(w^2 - 4)$ فرق مربعين

$= 6w(w-2)(w+2)$

---

⑥ $4m^4 - 9m^2 + 8m^2k - 18k$

بالتجميع

$(4m^4 - 9m^2) + (8m^2k - 18k)$

$m^2(4m^2 - 9) + 2k(4m^2 - 9)$

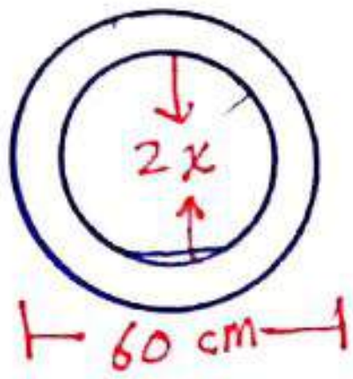
$(4m^2 - 9)(m^2 + 2k)$ فرق مربعين

$(2m-3)(2m+3)(m^2+2k)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التحقق من فهمك

صنع مراد اطار صورة خشبياً دائرياً كما مبين الشكل المجاور. اكتب مقدار جبرياً يمثل مساحة الاطار الخشبي ثم حلله.



نصف القطر الدائره الكبرى 30 والصغرى x

الحل:

مساحة الاطار الخشبي = الدائره الخارجيه − الدائره الداخليه

$$(30)^2\pi - (x)^2\pi = x\left((30)^2-(x)^2\right)$$
$$= x(30-x)(30+x)$$

تحليل المربع الكامل لثلاثي الحدود :-

تذكير :-

① $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
② $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

- يجب ان يكون موجباً

لمعرفة هل المقدار الثلاثي مربع كامل :-

① هل الحد الاول والاخير مربع كامل ✓
② هل الحد الاوسط يساوي 2 × الحد الاول × الحد الاخير ✓

وعليه يكون مربع كامل وتحلله :-

$$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال : حدد ما اذا كان كل ثلاثية الحدود مما يأتي تمثل مربع كامل أم لا واذا كانت تمثل فاحللها :-

① x^2+6x+9

الحد x^2 هو مربع x
الحد 9 هو مربع 3
الحد الاوسط $6x \stackrel{?}{=} 2(x)(3)$
وعليه مربع كامل

$$x^2+6x+9 = (x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$

② $x^2+2x+16$

الحد x^2 مربع x
الحد 16 مربع 4
الحد الاوسط $2x \neq 2(x)(4)$
ليس مربع كامل (لا يحلل)

③ $x^2-24x+144$

تحقق من فهمك

الحد x^2 مربع x
الحد 144 مربع 12
الحد الاوسط $24x \stackrel{?}{=} 2(x)(12)$
وعليه مربع كامل

$$x^2-24x+144 = (x-12)^2 = (x-12)(x-12)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $4x^2 - 12x + 9$

الحد $4x^2$ مربع $2x$
الحد 9 مربع 3
الحد الوسط $12x \stackrel{?}{=} 2(2x)(3)$

وعليه مربع كامل

$4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2 = (2x-3)(2x-3)$

---

⑤ $x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}$

الحد x^2 مربع x
الحد $\frac{1}{25}$ مربع $\frac{1}{5}$
الحد الوسط $\frac{2}{5}x \stackrel{?}{=} 2(x)(\frac{1}{5})$

وعليه مربع كامل

$x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25} = (x+\frac{1}{5})^2 = (x+\frac{1}{5})(x+\frac{1}{5})$

التدرب واحل المسائل

* حلل :

① $u^2 - 64$ فرق مربعين

$u^2 - 64 = u^2 - 8^2 = (u-8)(u+8)$

② $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{25}$ فرق مربعين

$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{25} = (\frac{1}{3}x)^2 - (\frac{1}{5})^2$
$= (\frac{1}{3}x - \frac{1}{5})(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5})$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $36y^2-1$ فرق مربعين

$36y^2-1 = (6y)^2-1$

$= (6y-1)(6y+1)$

---

④ u^4-625r^2 فرق مربعين

$u^4-625r^2 = (u^2)^2-(25r)^2$

$= (u^2-25r)(u^2+25r)$

---

⑤ $a^2-w^2z^2$ فرق مربعين

$a^2-w^2z^2 = (a-wz)(a+wz)$

---

⑥ $-16y^2+49$ نرتب

$49-16y^2 = (7)^2-(4y)^2$ فرق مربعين

$= (7-2y)(7+2y)$

---

⑦ ab^2-100a عامل مشترك ثم فرق مربعين

$ab^2-100a = a(b^2-100)$

$= a(b-10)(b+10)$

⑧ $x-x^3$ عامل مشترك ثم فرق مربعين

$x-x^3 = x(1-x^2)$

$= x(1-x)(1+x)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بالتجميع

③ $12b^3 + 2b^2 - 192b - 32$

$(12b^3 - 192b) + (2b^2 - 32)$

$12b(b^2 - 16) + 2(b^2 - 16)$

$(b^2 - 16)(12b + 2)$

$(b-4)(b+4)(12b+2)$

$(b-4)(b+4)(2)(6b+1)$

---

④ $d^3 - 5d^2 - 100d + 500$

$(d^3 - 100d) + (500 - 5d^2)$

$d(d^2 - 100) + 5(100 - d^2)$

$(d^2 - 100)(d - 5)$

$(d-10)(d+10)(d-5)$

---

* حدد ان كل ثلاثية حدود مما يأتي تمثل مربعاً كاملاً أم لا، واذا كانت تمثله فاحللها :-

① $w^2 - 18w + 81$

الحد الاول w^2 مربع w

الحد الاخير 81 مربع 9

الحد الاوسط $18w = 2(w)(9)$

وعليه مربع كامل

$(w-9)^2 = (w-9)(w-9)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② x^2+2x-1

ليس مربع كامل لأن الحد الأخير سالب و يوجد عدد موجبه سالب

③ $y^2+8y+16$

$(y+4)^2=(y+4)(y+4)$

الحد الأول y^2 جذره y
الحد الأخير 16 جذره 4
الحد الأوسط $8y=2(y)(4)$
مربع كامل

④ $9x^2-30x+10$

الحد الأول $9x^2$ جذره $3x$
الحد الأخير 10 جذره $\sqrt{10}$
الحد الأوسط $30x \neq 2(3x)(\sqrt{10})$

ليس مربع كامل

---

* حلل

① $3t^3+24t^2+48t$

عامل مشترك ثم ثلاثية الحدود مربع كامل

$3t(t^2+8t+16)$

$3t(t+4)(t+4)$

② $50g^2+40g+8$

$2(25g^2+20g+4)$

$2(5g+2)(5g+2)$

عامل مشترك ثم ثلاثية الحدود مربع كامل

③ $27g^2-90g+75$

$3(9g^2-30g+25)$

$3(3g-5)(3g-5)$

عامل مشترك ثم ثلاثية الحدود

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(4) $18y^2 - 48y + 32$

عامل مشترك ثم
تحلل الحدود
مربع كامل

$2(9y^2 - 24y + 16)$

$2(3y - 4)(3y - 4)$

(5) $5x^2 - 60x + 180$

عامل مشترك ثم
تحلل الحدود

$5(x^2 - 12x + 36)$

$5(x - 6)(x - 6)$

(6) $16r^3 - 48r^2 + 36r$

عامل مشترك ثم
تحلل الحدود

$4r(4r^2 - 12r + 9)$

$4r(2r - 3)(2r - 3)$

(7) $12x^2 - 84x + 147$

$3(4x^2 - 28x + 49)$

$3(2x - 7)(2x - 7)$

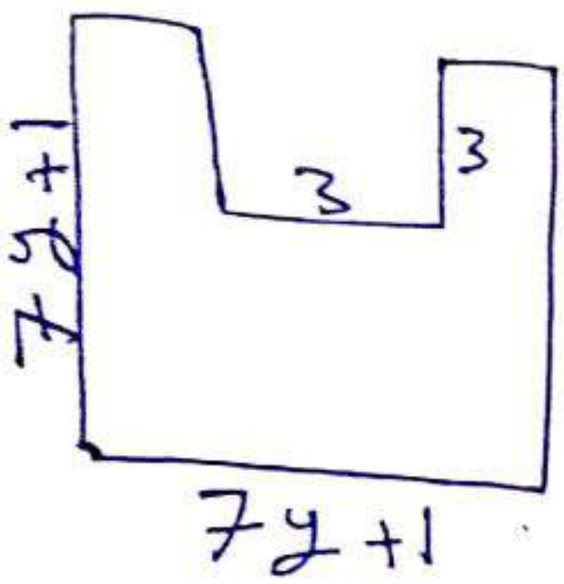
(8) $4x^2 - 80x + 400$

$4(x^2 - 20x + 100)$

$4(x - 10)(x - 10)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يبين الشكل المجاور صفيحة من النحاس قبل صهرها وتحويلها الى مستطيل له المساحة نفسها ، جد متباينين ممكنين لطول المستطيل وعرضه بدلالة y



الحل : مساحة الصفيحة قبل الصهر :

$(7y+1)(7y+1) - 3\times3$

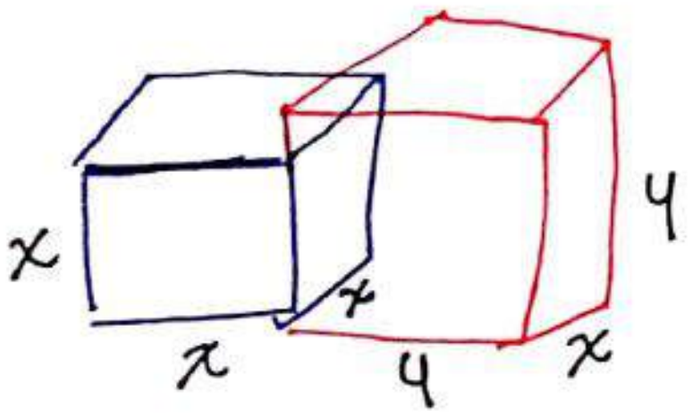
$(7y+1)^2 - 9 = (7y+1-3)(7y+1+3)$

$= (7y-2)(7y+4)$

عرضا طول

---

* يبين الشكل المجاور مخططاً لمستودعي تخزين متجاورين اكتب مقدار جبري يمثل الفرق بين حجمي المستودعين ثم حلله.



الحل : حجم المستودع الكبير $(4)(x)(4) = 16x$

حجم المستودع الصغير $(x)(x)(x) = x^3$

الفرق بينهما

$16x - x^3$

التحليل :

$16x - x^3 = x(16 - x^2)$

$= x(4-x)(4+x)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* مثلث قائم الزاوية مساحته $9y^2 - 16$ وحدة مربعة
جد قياسين ممكنين لطول قاعدته وارتفاعه بدلالة y

الحل:- نعلم ان مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

$$9y^2 - 16 = (3y-4)(3y+4)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2(3y-4)(3y+4)$$

$$= \frac{1}{2}(6y-8)(3y+4)$$

قاعدة ارتفاع

---

* حلل ابراهيم المقدار $n^2 - 64$ تحليلاً كاملاً
على النحو:- $n^2 - 64 = n^2 - 8^2$
$= (n-8)^2$
هل اجابته صحيحة

الحل:- اجابته غير صحيحة كونه اعتبر $n^2 - 64$ مقدار
الناتج مربع كامل .
التحليل الصحيح $n^2 - 64 = (n-8)(n+8)$

---

* صف طريقتين لتحليل $(2x-5)^2 - (x-4)^2$

طريقة (1) :- مرفوض $((2x-5)-(x-4))((2x-5)+(x-4))$
طريقة (2) :- قبل التبسيط نقم التبسيط ...

لكن طريقة (1) اسرع واسهل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (5) | الوحدة (2)

تبسيط المقادير الجبرية النسبية

المقدار الجبري النسبي: هو كسر بسطه ومقامه مقداران جبريان

امثلة:

$$\frac{x^2+2x+1}{x+1} \quad , \quad \frac{7x^2y}{y}$$

مثال: اكتب ما يلي بابسط صورة

① $\frac{-5x^2y^3}{20x^4y}$

عند وجود حد جبري على حد جبري آخر هنا نضعهم قوابين الكسر

$$\frac{-\cancel{5}^{1}\,x^{\cancel{2}}\,y^{\cancel{3}^{2}}}{\cancel{20}_{4}\,x^{\cancel{4}^{2}}\,\cancel{y}} = \frac{-y^2}{4x^2}$$

② $\frac{35yz^2}{14y^2z}$

$$\frac{\cancel{35}^{5}\,\cancel{y}\,\cancel{z^2}^{z}}{\cancel{14}_{2}\,\cancel{y^2}^{y}\,\cancel{z}} = \frac{5z}{2y}$$

التحقق من فهمي 98 ص

③ $\frac{14a^3b^2}{42ab^3}$

$$\frac{\cancel{14}^{1}\,a^{\cancel{3}^{2}}\,\cancel{b^2}}{3\,\cancel{42}_{3}\,\cancel{a}\,\cancel{b^3}^{b}} = \frac{a^2}{3b}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يمكن استعمال طرائق التحليل التي تعلمتها في الدروس السابقة لاختصار أي عوامل مشتركة.

مثال الكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة :-

① $\frac{6x+12}{6}$ البسط عامل مشترك

$\frac{6(x+2)}{6} = x+2$

② $\frac{2x^2+2x}{2x}$ البسط عامل مشترك

$\frac{2x(x+1)}{2x} = x+1$

③ $\frac{x-1}{x^3-x^2}$ المقام عامل مشترك

$\frac{x-1}{x^2(x-1)} = \frac{1}{x^2}$

④ $\frac{2x+2}{2}$ البسط عامل مشترك

تحقق من مجالها

$\frac{2(x+1)}{2} = x+1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $\frac{16x^2+8x}{2x+1}$

البسط عامل مشترك

$\frac{8x(2x+1)}{2x+1} = 8x$

---

⑥ $\frac{x-2x^2}{8-16x}$

البسط والمقام
عامل مشترك

$\frac{x(1-2x)}{8(1-2x)} = \frac{x}{8}$

$\frac{x-1}{1-x} = \frac{x-5}{5-x} = \frac{x-7}{7-x} = \frac{2x-1}{1-2x} = -1$

ملاحظة :-

مثال :- حلل :-

① $\frac{5xy-10x+2y-4}{2-y}$

البسط تحلل بالتجميع

$\frac{(5xy-10x)+(2y-4)}{2-y}$

$\frac{5x(y-2)+2(y-2)}{2-y} = \frac{(y-2)(5x+2)}{2-y}$

$= -(5x+2)$

③

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $\dfrac{2ab-6b+6-2a}{a-3}$

البسط تحليل بالتجميع

$$\frac{(2ab-6b)+(6-2a)}{a-3} = \frac{2b(a-3)+2(3-a)}{a-3}$$

$$= \frac{(a-3)(2b-2)}{a-3}$$

$$= 2b-2 = 2(b-1)$$

---

③ $\dfrac{5h-3g}{3g^2-5gh+3g-5h}$

المقام تحليل بالتجميع

$$\frac{5h-3g}{(3g^2-5gh)+(3g-5h)} = \frac{5h-3g}{g(3g-5h)+3g-5h}$$

$$\frac{5h-3g}{(3g-5h)(g+1)} = \frac{-1}{g+1}$$

تحتوي بعض المقادير الجبرية ثلاثيات الحدود وهنا مهم نتعلمها.

مثال: اكتب ما يلي بأبسط صورة:-

① $\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}$

البسط: ثلاثي الحدود

$$\frac{(x-2)(x-1)}{x-2} = x-1$$

④

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $\frac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

البسط ثلاثي الحدود
المقام فرق مربعين

$$\frac{(x+4)(x+2)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x+2}{x-4}$$

③ $\frac{x^2+10x+25}{x^2+5x}$

البسط ثلاثي الحدود
المقام عامل مشترك

$$\frac{(x+5)(x+5)}{x(x+5)} = \frac{x+5}{x}$$

④ $\frac{x^2-12x+36}{x-6}$

البسط ثلاثي الحدود

التحقق من مجهول
101
ص ا

$$\frac{(x-6)(x-6)}{x-6} = x-6$$

⑤ $\frac{x^2+9x+8}{x^2-64}$

البسط ثلاثي الحدود
المقام فرق مربعين

$$\frac{(x+1)(x+8)}{(x-8)(x+8)} = \frac{x+1}{x-8}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑥ $\frac{x^2+8x+16}{2x+8}$

البسط مقدار ثلاثي
المقام عامل مشترك

$\frac{(x+4)(x+4)}{2(x+4)} = \frac{x+4}{2}$

مثال: مخروط مثلجات حجمه w^3-49w ومساحة قاعدته w^2+7w فما ارتفاعه بدلالة w

الحجم = حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

وعليه: الارتفاع = $\frac{3 \times \text{حجم المخروط}}{\text{مساحة القاعدة}}$

$\frac{3(w^3-49w)}{w^2+7w} = \frac{3(w(w^2-49))}{w(w+7)}$

$= \frac{3w(w-7)(w+7)}{w(w+7)}$

$= 3(w-7) = 3w-21$

اكتب واحل هائل

* اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة

① $\frac{64gr^2s}{16g^2rs}$

$\frac{64gr^2s}{16g^2rs} = \frac{4r}{g}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $\frac{24a^3b^4c^7}{6a^6c^2}$

$\frac{\overset{4}{\cancel{24}}\cdot\cancel{a^3}\,b^4\cdot\overset{c^5}{\cancel{c^7}}}{\underset{1}{\cancel{6}}\cdot\cancel{a^6}\cdot\cancel{c^2}} = \frac{4b^4c^5}{a^3}$

③ $\frac{y^2+yz-y-z}{y+z}$

التحليل بالتجميع للبسط

$\frac{(y^2-y)+(yz-z)}{y+z} = \frac{y(y-1)+z(y-1)}{y+z}$

$= \frac{(y-1)(y+z)}{y+z} = y-1$

④ $\frac{n^2-9}{n^2-5n+6}$

البسط: فرق مربعين
المقام: ثلاثي الحدود

$\frac{(n-3)(n+3)}{(n-3)(n-2)} = \frac{n+3}{n-2}$

⑤ $\frac{x^2-x-30}{x^2-36}$

البسط: ثلاثي الحدود
المقام: فرق مربعين

$\frac{(x-6)(x+5)}{(x-6)(x+6)} = \frac{x+5}{x+6}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑥ $\frac{w^4-1}{1-w^2}$

البسط: فرق مربعين

$\frac{(w^2-1)(w^2+1)}{1-w^2} = -(w^2+1)$

⑦ $\frac{4x^3-12x^2+8x}{6x^3+6x^2-36x}$

البسط: عامل مشترك وتحليل ثلاثي
المقام: عامل مشترك وتحليل ثلاثي

$\frac{4x(x^2-3x+2)}{6x(x^2+x-6)}$

$\frac{^{2}\cancel{4}x(x-2)(x-1)}{\cancel{6}_{3}x(x-2)(x+3)} = \frac{2(x-1)}{3(x+3)}$

⑧ $\frac{x^2-81}{2x-18}$

البسط :- فرق مربعين
المقام :- عامل مشترك

$\frac{(x-9)(x+9)}{2(x-9)} = \frac{x+9}{2}$

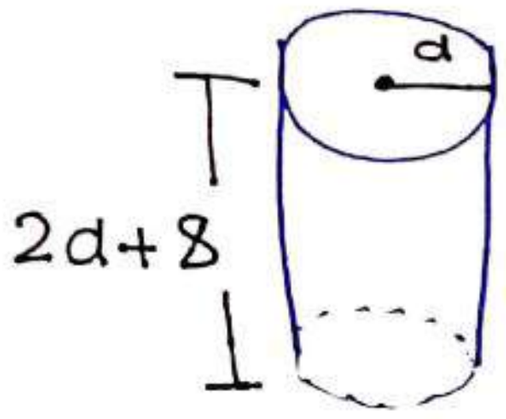
⑨ $\frac{x^2+2x-3}{x^2+8x+15}$

البسط :- ثلاثي الحدود
مقام :- ثلاثي الحدود

$\frac{(x+3)(x-1)}{(x+3)(x+5)} = \frac{x-1}{x+5}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

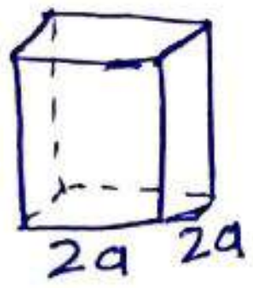
* يخبز في الشكل المجاور عبوتا معلبات غذائية لهما الحجم نفسه. جد ارتفاع العبوة (أ) على شكل متوازي مستطيلات بدلالة a



الحل: نعلم حجم الاسطوانه = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$V = \pi a^2 (2a + 8)$$

حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع



الارتفاع = $\frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}}$

$$h = \frac{\pi a^2 (2a+8)}{4a^2}$$

$$= \frac{\pi (2a+8)}{4}$$

---

* صندوق على هيئة متوازي مستطيلات حجمه $(x^3 - 8x^2 + 15x)$ ومساحة قاعدته $(x^2 - 3x)$ جد ارتفاع الصندوق

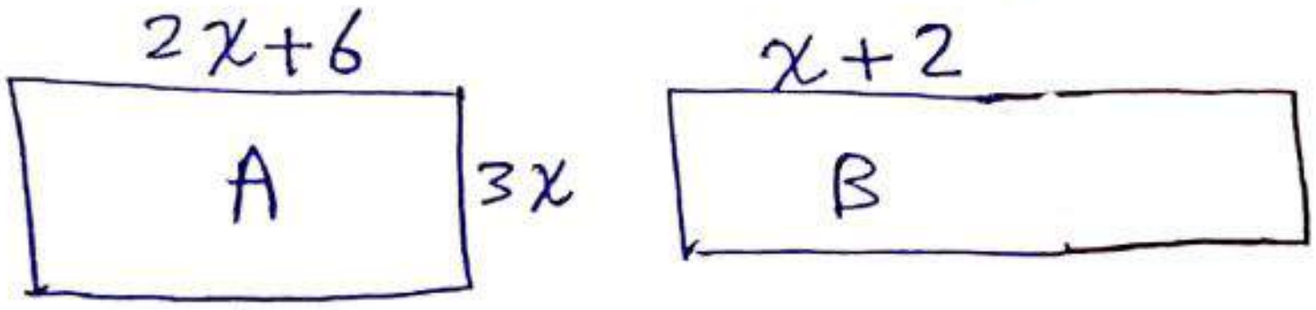
$$h = \frac{x^3 - 8x^2 + 15x}{x^2 - 3x}$$

$$= \frac{x(x^2 - 8x + 15)}{x(x-3)} = \frac{x(x-5)(x-3)}{x(x-3)}$$

$$= x - 5$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* المستطيل A طوله $2x+6$ وعرضه $3x$ والمستطيل B طوله $x+2$ ومساحته تزيد بمقدار 12 وحدة مربعة على مساحة المستطيل A. اكتب مقداراً جبرياً في أبسط صورة يمثل عرض المستطيل B



∴ مساحة المستطيل A

$3x(2x+6) = 6x^2+18x$

∴ مساحة المستطيل B

$6x^2+18x+12$

عرض المستطيل B = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الطول}}$

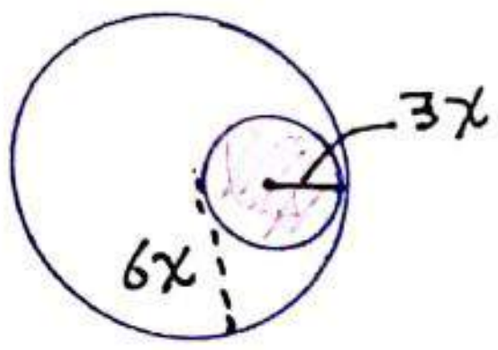
$$\frac{6x^2+18x+12}{x+2} = \frac{6(x^2+3x+2)}{x+2}$$

$$= \frac{6(x+1)(x+2)}{x+2}$$

$$= 6(x+1)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اكتب عن ايطا صورة نسبة مساحة المنطقة المظللة الى مساحة المنطقة الي تحيط بها في كل مما يأتي:



الدائرة الصغرى

$A = \pi (3x)^2$

$= 9x^2\pi$

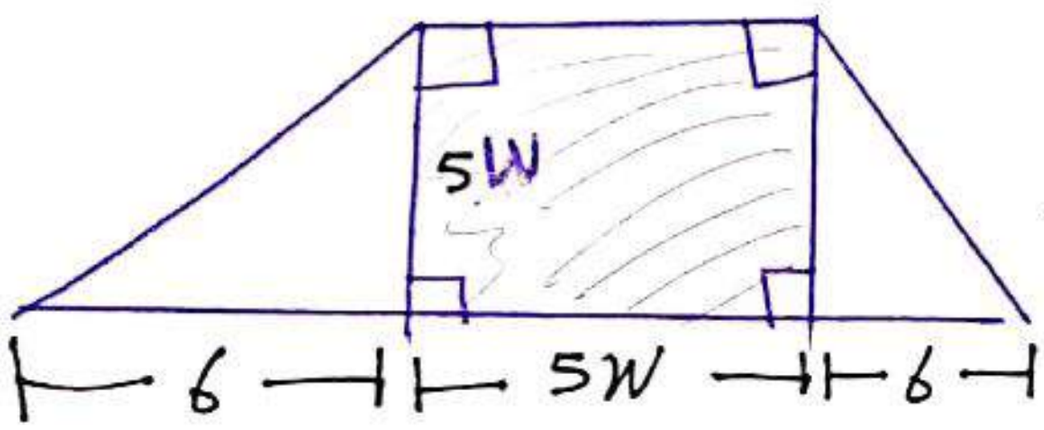
الدائرة الكبرى

$A = \pi (6x)^2$

$= 36x^2\pi$

∴ النسبة:

$$\frac{9x^2\pi}{36x^2\pi} = \frac{1}{4}$$



مساحة المظلل

$A = (5w)(5w)$

$= 25w^2$

مساحة شكل كامل

$A = \frac{1}{2}(12 + 10w) \times 5w$

$= (6 + 5w)(5w)$

$$\frac{25w^2}{(6+5w)(5w)} = \frac{5w}{6+5w}$$

---

* كتبت سوسن المقدار الجبري النسبي المجاور بابسط صورة ثم اكتب بعضا لقيمة على اجزاء من الكل هل يمكن تحديد المقدار الجبري الاصلي

$\frac{4x}{2}$ $= \frac{4x}{2(x+3)} = 2x$

الكل:

$$\frac{4x^2 + 12x}{2(x+3)} = \frac{4x(x+3)}{2(x+3)} = 2x$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* مقدار جبري نسبي على صورة $\frac{x^2+bx-c}{x^2+d}$ وعند كتابته في ابسط صورة يصبح $\frac{x-7}{x+2}$ هل يمكن ايجاد كل من b و c و d

$$\frac{x^2-9x-14}{x^2-4} = \frac{(x-7)(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

ومنه $b=-9$ ، $c=14$ ، $d=-4$

---

* اكتب المقدار الجبري الآتي في ابسط صورة

$$\frac{m^2-n^2}{m^2+11mn+10n^2}$$

$$\frac{(m-n)(m+n)}{(m+10n)(m+n)} = \frac{m-n}{m+10n}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس ( )

اختبار الوحدة

الوحدة (2)

* اختر رمز الاجابة في كل مما يأتي :-

① ناتج ضرب المقدار $(2x-4)(2x+4)$

a) $2x^2-16$ **b)** $4x^2-16$ c) $4x^2+16$ d) $4x-16$

② مربع طول ضلعه $x-6$ فتكون مساحته :

a) $x^2-12x+36$ c) $x^2+12x-36$

b) x^2-36 d) x^2+36

③ المقدار الجبري الذي يمثل مربعاً كاملاً هو :

a) $y^2+26y+25$ b) $y^2-8y-16$

c) $y^2-8y+16$ d) y^2-25

④ قيمة b التي تجعل المقدار $x^2+bx+144$ مربعاً كاملاً

a) 12 b) -12 **c)** 24 d) -24

⑤ أحد العوامل المقدار : $4x^2y-4y$

a) $4y(x-1)(x+1)$ c) $(2x-2)(2x+2)$

b) $4y(x^2-1)$ d) $(x-1)(x+1)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑥ قطعة ارض مستطيلة الشكل ، مساحتها $(x^2+3x-10)$ اذا كان احد ابعادها $(x+5)$ فان البعد الاخر

[a] $x-2$ c) $x-5$

b) $x+2$ d) $x+10$

---

⑦ $\frac{x^2-36}{6-x}$

[a] $-x-6$ b) $x-6$

c) $x+6$ d) $6-x$

---

⑧ تحليل المقدار w^4-1 :

a) $(w-1)(w+1)$ c) $(w-1)(w^3+1)$

[b] $(w-1)(w+1)(w^2+1)$ d) $(w-1)(w^2+2w+1)$

---

⑨ يقبل المقدار الجبري x^2-100 القسمة من دون باقي على :

[a] $x-10$ b) $x-5$

c) $x-100$ d) $x+100$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اكتب على صيغة مضاعفات بابط صورة :-

① $(2x-7)(2x+7)$

$(2x)^2-(7)^2$

$4x^2-49$

② $(6y-3x)(6y-3x)$

$(6y-3x)^2=(6y)^2-2(6y)(3x)+(3x)^2$

$=36y^2-36yx+9x^2$

③ $(x-4)^2$

$x^2-8x+16$

④ $(3d+6)^2$

$9d^2+36d+36$

---

* حلل إلى العوامل :-

① $3yw^2-12y+2w^2-8$

$(3yw^2-12y)+(2w^2-8)$

$3y(w^2-4)+2(w^2-4)$

$(w^2-4)(3y+2)=(w-2)(w+2)(3y+2)$

② $x^2-10x+25$

ثلاثية الحدود مربع كامل

$(x-5)(x-5)$

---

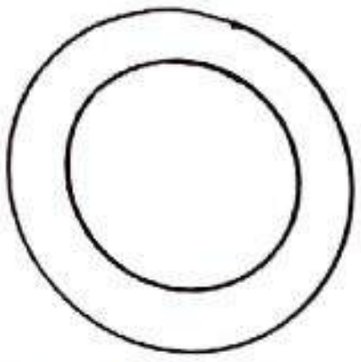
③ $9y^2-4$

مرق مربعين

$(3y-2)(3y+2)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يبين الشكل المجاور مهبطاً للطائرات العمودية في احد المستشفيات، فاذا كان طول نصف قطر الدائرة الصغرى يقل 8 أمتار عن طول نصف قطر الدائرة الكبرى فاكتب مقداراً جبرياً يمثل الفرق بين مساحتي الدائرتين ثم حلله.



نصف قطر الكبرى: y

نصف قطر الصغرى: $y-8$

الحل:- لدائرة الكبرى :-

$$A = \pi (y)^2$$

الدائرة الصغرى :-

$$A = \pi (y-8)^2$$

التحليل :-

$$\pi y^2 - \pi (y-8)^2$$

$$\pi (y^2 - (y-8)^2)$$

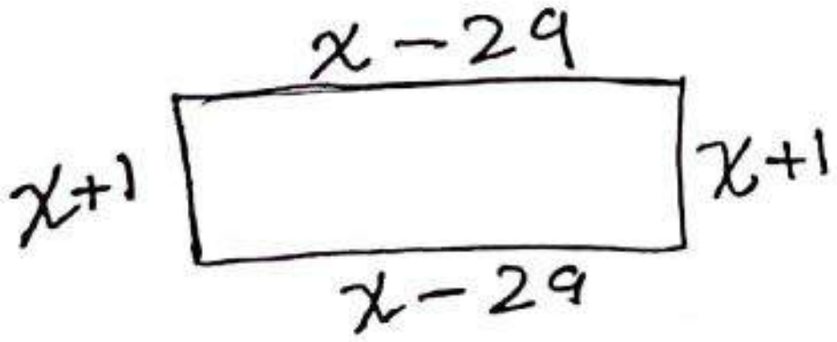
$$\pi (y - (y-8))(y + (y-8))$$

$$\pi (8)(2y-8)$$

$$16\pi (y-4)$$

---

* علب كرة قدم مساحته وعرضه $x^2-28x-29$ وطوله $x+1$ جد محيطه



$$x^2-28x-29 = (x-29)(x+1)$$

المحيط $2x$ (الطول + العرض)

$$2(x-29+x+1)$$

$$2(2x-28)$$

$$4x-56$$

(4)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حلل :-

① $4s^2 - s + 12st - 3t$

التجميع

$(4s^2 - s) + (12st - 3t)$

$s(4s-1) + 3t(4s-1)$

$(4s-1)(s+3t)$

---

② $6m^3 - 12mn + m^2n - 2n^2$

$(6m^3 - 12mn) + (m^2n - 2n^2)$

$6m(m^2-2n) + n(m^2-2n)$

$(m^2-2n)(6m+n)$

---

③ $x^2 - 18x + 72$

$(x-12)(x-6)$

---

④ $3x^2 - 48$

$3(x^2-16)$

$3(x-4)(x+4)$

---

⑤ $100 - (x+9y)^2$

$(10 - (x+9y))(10 + (x+9y))$

$(10 - x - 9y)(10 + x + 9y)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

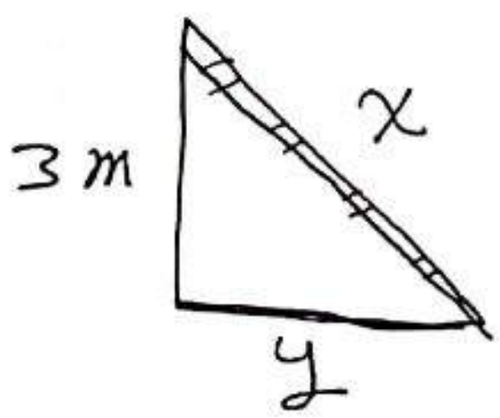
(6) $3x^2 - 15x + 18$

$3(x^2 - 5x + 6)$

$3(x - 6)(x + 1)$

---

(7) * يستند سلم الى حائط كما في الشكل المجاور اذا كان طول السلم x وارتفاع الحائط $3m$ جد المقدار الجبري الذي يمثل مربع المسافة الافقية بين الحائط والسلم ثم احلله



الحل :- فيثاغورس

$x^2 = 3^2 + y^2$

$y^2 = x^2 - 3^2$

تحليل :-

$x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$

---

* اكتب كلاً مما يأتي في ابسط صورة :-

① $\dfrac{5x + 15}{x^2 + 10x + 21}$

$\dfrac{5(x+3)}{(x+7)(x+3)} = \dfrac{5}{x+7}$

② $\dfrac{2x^2 + 6x + 4}{3x^2 + 9x + 6}$

$\dfrac{2(x^2 + 3x + 2)}{3(x^2 + 3x + 2)} = \dfrac{2}{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* آي ١٠ بيه عاملان للاي الحدود x^2+x-42

a) $(x-7)(x-6)$ b) $(x-7)(x+6)$

[c] $(x+7)(x-6)$ d) $(x+7)(x+6)$

---

* عند كتابة المقدار الجبري $(2x+5)(2x-5)$ في ابسط صوره بنتج :

a) $4x^2-20x-25$ b) $4x^2+20x+25$

[c] $4x^2-25$ d) $2x^2-5$

---

* اذا كان n عدداً صحيحاً موجباً فان حاصل ضرب عدد سابقه في عدد تاليه له يساوي بالعلاقة

[a] n^2-1 b) n^2+1 c) n^2-2 d) $(n+1)^2$

---

* اذا كان $a-b=3$, $a^2-b^2=33$ فاوجد قيمة $a+b$

a) 14 b) 30

[c] 11 d) 36

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner