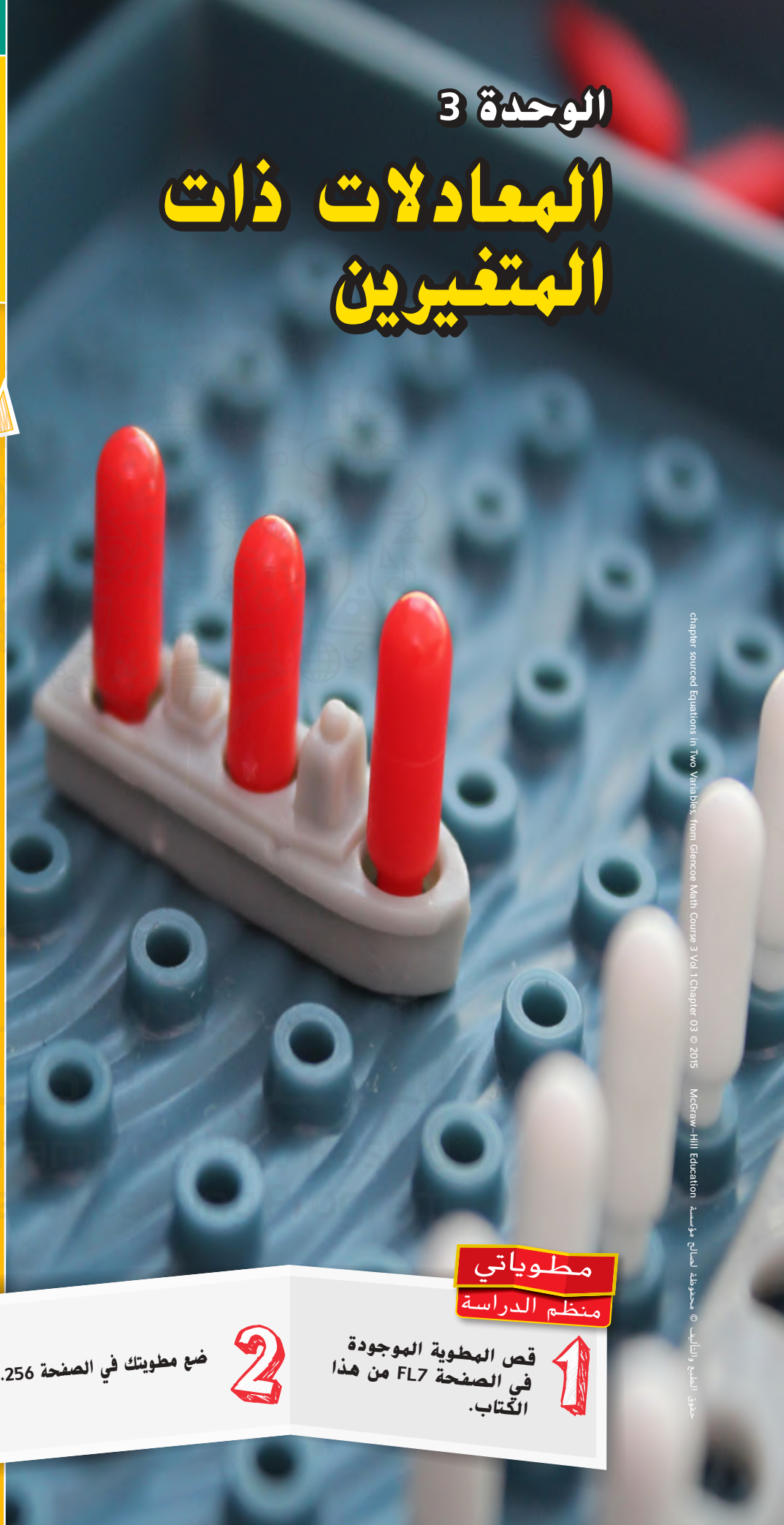
الوحدة 3
المعادلات ذات المتغيرين



السؤال الأساسي

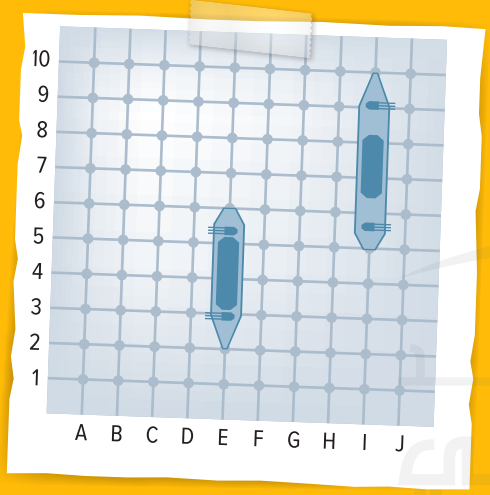
ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المعايير ٨.EE.٨
الممارسات الرياضية
1, 2, 3, 4, 5, 7

الرياضيات في الحياة اليومية

ألعاب يلعب زين لعبة "الهجوم في البحار" مع علياء. وضع زين سفينته بين النقطتين A5 وC5. لإحراز النقاط في هذه اللعبة، يجب أن تخمن علياء النقطة التي تقع عندها إحدى سفن زين.

رسمت سفينة زين على مستوى الإحداثي. إذا خمنت علياء أن إحدى سفن زين تقع عند النقطة C8، فهل سيكون تخمينها صائبًا؟



مطوياتي منظم الدراسة

1. قص المطوية الموجودة في الصفحة FL7 من هذا الكتاب.
2. ضع مطويتك في الصفحة 256.
3. استخدم المطوية طوال هذه الوحدة لتساعدك على التعرف على حساب الأعداد متعددة الأرقام.

chapter sourced Equations in Two Variables, from Glencoe Math Course 3 Vol 1 Chapter 03 © 2015 McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟

المفردات

مفردات

ثابت التناسب (constant of proportionality)
ثابت التغير (constant of variation)
معدل تغير ثابت (constant rate of change)
متغير طردي (direct variation)
علاقات خطية (linear relationships)

صيغة الميل ونقطة (point-slope form)
الارتفاع (rise)
الامتداد (run)
الميل (slope)
صيغة الميل والمقطع (slope-interceptform)

الصيغة القياسية (standard form)
التعويض (substitution)
أنظمة المعادلات (systems of equations)
التقاطع مع المحورالأفقي x *((x-intercept))*
التقاطع مع المحورالرأسي y *((y-intercept))*

مراجعة المفردات

المعدل: نسبة تقارن بين كميتين في أنواع مختلفة من الوحدات.

بعض المعدلات الشائعة هي $\frac{\text{عدد الأميال}}{\text{الساعة}}$، و $\frac{\text{السعر}}{\text{الجرام}}$، و $\frac{\text{عدد الأمتار}}{\text{الثانية}}$.

معدل الوحدة: معدل الوحدة عندما يكون المقام وحدة واحدة. يمكنك إيجاد معدل الوحدة عن طريق كتابة النسبة، ثم قسمة البسط على المقام.

حوط الإجابة الصحيحة لكل معدل وحدة.

605 ميلاً في 10 ساعات

- 55 ميلاً في الساعة
- 60.5 ميلاً في الساعة

768 سعرًا حراريًا في 3 فطائر

- 256 سعرًا حراريًا في الفطيرة
- 384 سعرًا حراريًا في الفطيرة

192 طالبًا في 6 حافلات

- 64 طالبًا في الحافلة
- 32 طالبًا في الحافلة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

ما الذي تعرفه حتى الآن؟

اذكر ثلاثة أشياء تعرفها بالفعل عن المعادلات ذات المتغيرين في القسم الأول. اذكر بعدئذٍ ثلاثة أشياء تريد أن تعرفها عن المعادلات ذات المتغيرين في القسم الثاني.

المعادلات ذات المتغيرين	
ما أعرفه	ما أريد أن أعرفه

متى ستستخدم ذلك؟

فيما يلي مثال على كيفية استخدام أنظمة المعادلات في الحياة اليومية.

"نشاط" استخدم شبكة الإنترنت في إيجاد تكلفة تذاكر ركوب الألعاب أو سوار معصم يُخوّل من يرتديه ركوب جميع الألعاب في متنزّه ألعاب محلي. ما الصفقة التي تعتقد أنها الأفضل؟

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هل أنت مستعد؟

تحقق

حاول الإجابة عن أسئلة التدريب السريع التالي.

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد ناتج $8 - 15-$

لطرح العدد 8، أضف 8−. (-8)

$$-15 - 8 = -15 + (-8)$$

بسّط.

$$= -23$$

مثال 2

أوجد قيمة $\frac{11 + 4}{9 - 4}$

بسّط كلاً من البسط والمقام.

$$\frac{11 + 4}{9 - 4} = \frac{15}{5}$$

بسّط.

$$= 3$$

تدريب سريع

اطرح الأعداد الصحيحة أوجد ناتج طرح كل مما يلي.

1. $5 - (-4) =$ _____

2. $10 - 8 =$ _____

اكتب الحل هنا

3. $-4 - 3 =$ _____

4. $-6 - (-2) =$ _____

5. $12 - 6 =$ _____

6. $-5 - (-3) =$ _____

التعابير العددية أوجد قيمة كل تعبير.

7. $\frac{6 - 2}{5 + 5} =$ _____

8. $\frac{7 - 4}{8 - 4} =$ _____

9. $\frac{3 - 1}{1 + 9} =$ _____

10. $\frac{5 + 7}{8 - 6} =$ _____

11. $\frac{2 - 4}{3 + 2} =$ _____

12. $\frac{1 - 5}{8 - 2} =$ _____

كيف أبليت؟

ما المسائل التي أجبتَ عنها إجابات صحيحة في التدريب السريع؟ ظلل أرقام هذه التمارين فيما يلي.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الدرس 1

معدل التغير الثابت

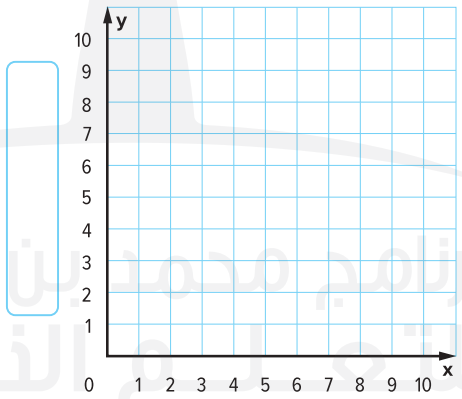
الربط بالحياة اليومية

القرآن الكريم يستطيع مالك تنزيل سورتين قرآنيتين من الإنترنت كل دقيقة. يتضح ذلك من الجدول أدناه.

الزمن (بالدقائق)، x	0	1	2	3	4
عدد السور القرآنية، y	0	2	4	6	8

1. قارن التغير في عدد السور القرآنية y التي تم تنزيلها من الإنترنت بالنسبة إلى التغير في الوقت x. ما معدل التغير؟

2. مثل الأزواج المرتبة في الجدول بيانيًا على التمثيل البياني الموضح أدناه. قم بتسمية المحاور. ثم صِف النمط الموضح على التمثيل البياني.



السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

علاقة خطية (linear relationship)

معدل التغير الثابت (constant rate of)

م·د الممارسات الرياضية

1, 3, 4, 5

م·د ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

1. المثابرة في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء فرضية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

العلاقات الخطية

تُسمى العلاقات التي يتم تمثيلها بيانيًا على شكل خط مستقيم، مثل التمثيل البياني الذي رأيناه في الصفحة السابقة، باسم **العلاقات الخطية**. لاحظ أنه كلما زاد عدد السور القرآنية التي تم تنزيلها من الإنترنت بمعدل سورتين، زاد الزمن بالدقائق بمعدل دقيقة واحدة.

معدل التغير

$\frac{2}{1}$ = سورتان قرآنيتان في الدقيقة

عدد السور القرآنية، y	0	2	4	6	8
الزمن (بالدقائق)، x	0	1	2	3	4

+2 +2 +2 +2

+1 +1 +1 +1

معدل التغير بين أي نقطتين في علاقة خطية يكون ثابتًا أو هو نفسه. تتضمن العلاقة الخطية **معدل تغير ثابتًا**.

مثال

1. يوضح الجدول الرصيد في حساب ما بعد إجراء العديد من المعاملات عليه. هل تُعد العلاقة خطية بين الرصيد وعدد المعاملات؟ إذا كانت كذلك، فأوجد معدل التغير الثابت. أما إذا لم تكن كذلك، فاشرح استدلالك.

عدد المعاملات	الرصيد (AED)
3	170
6	140
9	110
12	80

+3 +3 +3

−30 −30 −30

بينما يزداد عدد المعاملات بمعدل 3، ينخفض الرصيد في الحساب بمعدل AED 30.

اكتب الحل هنا.

بما أن معدل التغير ثابت، فهذه تُعد علاقة خطية. معدل التغير الثابت هو $\frac{-30}{3}$ = −10 AED لكل معاملة. مما يعني أن كل معاملة تتضمن سحب AED 10.

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

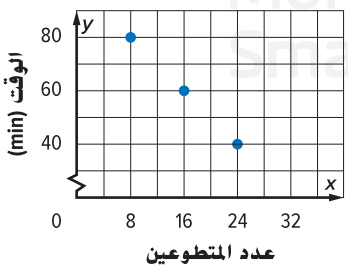
a. _____

b. _____

a.

تبريد المياه	
الزمن (min)	درجة الحرارة (F°)
5	95
10	90
15	86
20	82

b.



Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي

العلاقة الخطية التناسبية

الشرح يكون بين الكمية A والكمية B علاقة تناسب خطية إذا كانت النسبة بينهما ثابتة، وكان معدل التغير بينهما ثابتًا.

الرموز نسبة $\frac{B}{A}$ ثابتة، $\frac{\text{التغير في الكمية B}}{\text{التغير في الكمية A}}$ ثابت.

لتحديد ما إذا كان يوجد تناسب بين كميتين، قارن نسبة $\frac{B}{A}$ في عدة أزواج من النقاط لتحديد ما إذا كانت النسبة ثابتة أم لا.

علاقات التناسب

يكون بين أي كميتين تناسب إذا كانت النسبة بينهما ثابتة.

مثال

2. استخدم الجدول أدناه لتحديد ما إذا كانت توجد علاقة تناسب خطية بين درجة الحرارة بالفهرنهايت ودرجة الحرارة المئوية. اشرح استدلالك.

درجات الحرارة المئوية	0	5	10	15	20
درجات الحرارة بالفهرنهايت	32	41	50	59	68

+5 +5 +5 +5

+9 +9 +9 +9

معدل التغير الثابت

$$\frac{9}{5} = \frac{\text{التغير في °F}}{\text{التغير في °C}}$$

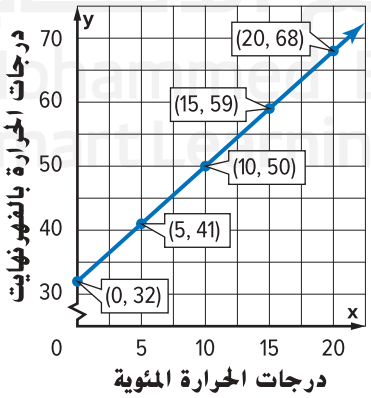
بما أن معدل التغير ثابت، فهذه تُعد علاقة خطية.

لتحديد ما إذا كان يوجد تناسب بين المقياسين، عبر في شكل نسبة عن العلاقة بين درجات الحرارة لعدة أعمدة.

$$\frac{\text{درجات الحرارة بالفرنهايت}}{\text{درجات الحرارة المئوية}} \rightarrow \frac{41}{5} = 8.2 \quad \frac{50}{10} = 5 \quad \frac{59}{15} \approx 3.9$$

بما أن النسب ليست متساوية، فإن العلاقة بين درجات الحرارة بالفهرنهايت ودرجات الحرارة المئوية *ليست* تناسبية.

تحقق من التالي: مثّل النقاط بيانيًا على المستوى الإحداثي. وبعدئذٍ صل بينهم بخط.



تظهر النقاط متصلة معًا في شكل خط مستقيم، مما يعني أن العلاقة خطية. ✓

الخط الواصل بين النقاط لا يمر عبر نقطة الأصل مما يعني أن العلاقة ليست تناسبية. ✓

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. استخدم الجدول لتحديد ما إذا كانت توجد علاقة تناسب خطية بين كتلة جسم ما بالكيلو جرام ووزنه بالرطل. اشرح استنتاجك.

الوزن (lb)	20	40	60	80
الكتلة (kg)	9	18	27	36

اكتب الحل هنا.

c. _____

تمرين موجّه

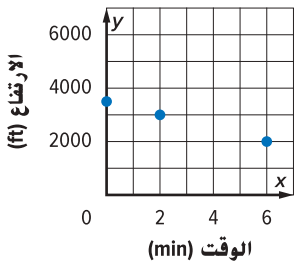
تحقق

كمية الطلاء اللازمة للمقاعد	
عدد المقاعد، x	علب الطلاء، y
5	6
10	12
15	18

1. كمية الطلاء y اللازمة لطلاء عدد معين من المقاعد x موضحة في الجدول. هل تُعد العلاقة بين الكميتين خطية؟ إذا كانت كذلك، فأوجد معدل التغير الثابت. أما إذا لم تكن كذلك، فاشرح استدلالك. (مثال 1)

اكتب الحل هنا.

2. الارتفاع y لطائرة معينة بعد عدد معين من الدقائق x موضح في التمثيل البياني. هل تُعد العلاقة خطية؟ إذا كانت كذلك، فأوجد معدل التغير الثابت. أما إذا لم تكن كذلك، فاشرح استدلالك. (مثال 1)

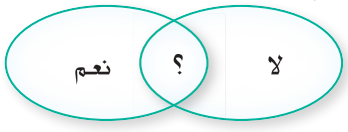


3. حدد ما إذا كانت توجد علاقة تناسب بين الكميتين الموضحتين في تمرين 1 أم لا. اشرح استنتاجك. (مثال 2)

4. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكنك استخدام جدول لتحديد ما إذا كانت توجد علاقة تناسب بين كميتين؟

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم المناسب.



برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

حدد ما إذا كانت العلاقة بين الكميتين الموضحتين في كل جدول أو تمثيل بياني خطية أم لا. إذا كانت كذلك، فأوجد معدل التغير الثابت. أما إذا لم تكن كذلك، فاشرح استدلالك. (مثال 1)

1.

تكلفة الكهرباء اللازمة لتشغيل الحاسوب الشخصي	
التكلفة (AED)	الزمن (h)
15	5
24	8
36	12
72	24

2.

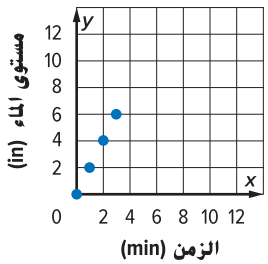
المسافة التي يقطعها الجسم أثناء سقوطه				
الزمن (s)	1	2	3	4
المسافة (m)	4.9	19.6	44.1	78.4

3.

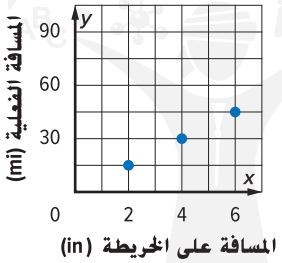
وصفة التتبيل الإيطالية				
زيت (c)	2	4	6	8
خل (c)	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	3

اكتب الحل هنا.

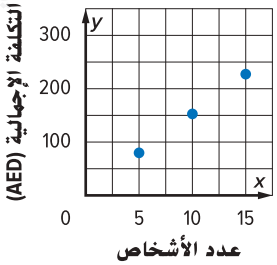
4.



5.



6.



حدد ما إذا كانت توجد علاقة تناسب بين الكميتين الموضحتين في التمارين التالية. اشرح استنتاجك. (مثال 2)

7. تمرين 1

8. تمرين 3

9. تمرين 5

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

10. م.د **استخدام أدوات الرياضيات** صل كل جدول بمعدل التغير الخاص به.

الوقت (بالدقائق)	20	30	40
الارتفاع (بالمتر)	170	162	154

الوقت (بالدقائق)	1	2	3
المسافة (بالمتر)	20	30	40

الوقت (بالدقائق)	4	6	8
الارتفاع (بالمتر)	1	1.5	2

الوقت (بالدقائق)	5	10	15
العمق (بالمتر)	12	24	36

2.4 m/min

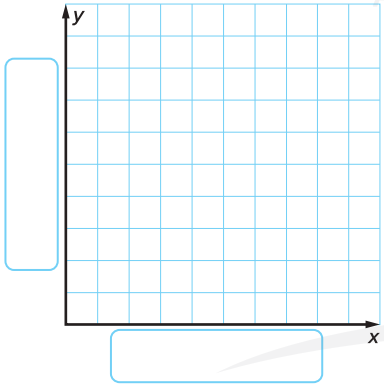
10 m/min

−0.8 m/min

0.25 m/min

مسائل مهارات التفكير العليا

11. م.د **المثابرة في حل المسائل** يبدأ كلب بالمشي، فيبطئ ومن ثم يجلس ليستريح. مثّل الموقف بيانيًا لتمثيل معدلات التغير المختلفة. سمّ المحور الأفقي x "الزمن" ، والمحور الرأسي y "المسافة".



12. م.د **استخدام نماذج الرياضيات** صف موقفًا يتكون من كميتين بينهما علاقة تناسب خطية.

13. م.د **تبرير الاستنتاجات** يوضح كل جدول علاقة ذات معدل تغير ثابت. هل كل علاقة تُعد تناسبية؟ علل استنتاجك.

a.

تكلفة تذاكر اللعب (AED)				
التذكرة	1	2	3	4
c	3.50	4.00	4.50	5.00

b.

تكلفة تذاكر اللعب (AED)				
التذكرة	1	2	3	4
c	2.50	5.00	7.50	10.00

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين إضافي

حدد ما إذا كانت العلاقة خطية أم لا بين الكميتين الموضحتين في كل جدول. إذا كانت كذلك، فأوجد معدل التغير الثابت. أما إذا لم تكن كذلك، فاشرح استدلالك.

14.

مقارنة أسعار البيع	
سعر البيع (AED)	سعر البيع بالتجزئة (AED)
0	0
5	10
10	20
15	30
20	40
25	50
30	60

+5 +5 +5 +5 +5 +5 +10 +10 +10 +10 +10 +10

مساعد الواجب المنزلي

نعم؛ معدل التغير بين سعر البيع وسعر البيع بالتجزئة ثابت بمقدار $\frac{1}{2}$.

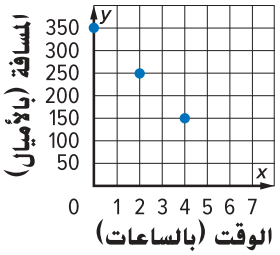
15.

عدد العملاء الذين تلقوا المساعدة في متجر مجوهرات	
الزمن (h)	إجمالي العملاء الذين تلقوا المساعدة
1	12
2	24
3	36
4	60

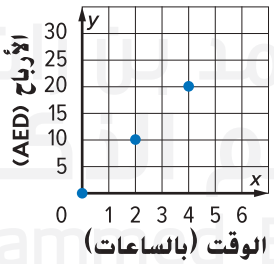
16. حدد ما إذا كانت توجد علاقة تناسب بين الكميتين في تمرين 14. اشرح استنتاجك.

م.ر التفكير بطريقة تجريدية أوجد معدل التغير الثابت لكل تمثيل بياني، وفسر معناه.

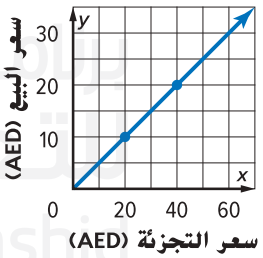
17.



18.



19.

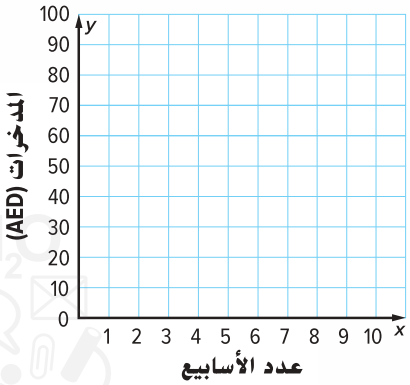


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار

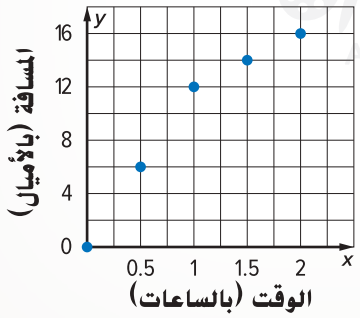
20. يوضح الجدول المبلغ الموجود في جافظة نقود صهيب. مثّل النقاط بيانيًا على المستوى الإحداثي، ثم صل بينها بخط مستقيم.

الأسبوع	المدخرات (AED)
1	40
2	55
3	70
4	85
5	100



ما معدل التغير الثابت؟ _____

21. يوضح التمثيل البياني المسافة التي قطعتها مشاعل في الرحلة التي استغرقت منها ساعتين بدراجتها. حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة أم خاطئة.



a. سافرت مشاعل بسرعة ثابتة قدرها 12 ميلاً في الساعة طوال الرحلة بأكملها. ☐ صواب ☐ خطأ

b. سافرت مشاعل بسرعة ثابتة قدرها 12 ميلاً في الساعة بالنسبة للساعة الأولى. ☐ صواب ☐ خطأ

c. سافرت مشاعل بسرعة ثابتة قدرها 4 أميال في الساعة بالنسبة للساعة الأخيرة. ☐ صواب ☐ خطأ

مراجعة شاملة

أوجد معدل الوحدة. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

22. 60 ميلاً لكل 42.5 جالون _____

23. 4500 كيلو بايت في 6 دقائق _____

24. 10 حبات فلفل حمراء مقابل AED 5.50 _____

25. 72.6 مترًا في 11 ثانية _____

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 1

تقنية التمثيل البياني: معدل التغير

م.ر **الممارسات الرياضية**
1, 3

كيف يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحديد معدل التغير؟

في متجر المدرسة، تُباع تذاكر مباراة كرة القدم مقابل AED 5 للتذكرة. يمكن استخدام المعادلة $y = 5x$ لإيجاد التكلفة الإجمالية y لأي عدد من التذاكر x. أوجد معدل التغير.

ما المعطيات التي تعرفها؟ _____

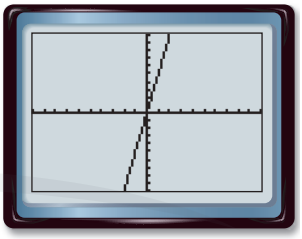
ما الذي تحتاج إليه لإيجاد الحل؟ _____

نشاط عملي

تذكر أن معدل التغير هو معدل يصف كيف تتغير كمية بالنسبة لكمية أخرى.

الخطوة 1 أدخل المعادلة. اضغط Y= 5 X,T,θ,n.

الخطوة 2 مثّل المعادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية.
اضغط على 6 Zoom.



الخطوة 3 اضغط ENTER ▼ ENTER ▼ ▼ TblSet 2nd لإنشاء الجدول تلقائيًا. اضغط على Table 2nd لتصل إلى الجدول. اختر أي نقطتين واقعتين على الخط، ومن ثم أوجد معدل التغير.

$$\frac{\text{التغير في التكلفة الإجمالية}}{\text{التغير في عدد تذاكر الدخول}} = \frac{\text{AED}(\square - \square)}{(\square - \square)\ \text{تذكرة}}$$

$$= \frac{\square}{\square\ \text{تذكرة}}$$

إذًا، معدل التغير، أو معدل الوحدة، هو _____

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

استكشاف

نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك لحل المسألة. تُباع قمصان المدرسة مقابل AED 10 للقميص، وتباع علب أقلام التحديد مقابل AED 2.5 للعلبة.

1. بالنسبة لكل غرض، اكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد التكلفة الإجمالية y لعدد x من الأغراض.

2. مثّل المعادلات بيانيًا في النافذة نفسها مثل المعادلة التي رأيناها في النشاط السابق. انسخ شاشة الآلة الحاسبة على الشاشة الفارغة الموضحة.

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

3. راجع التمرين 1 و2. أوجد كل معدل تغير. هل توجد علاقة بين شدة انحدار الخطوط على التمثيل البياني ومعدلات التغير؟

اشرح.

الابتكار

نشاط فردي

4. م.ر **الاستدلال الاستقرائي** بدون التمثيل بيانيًا، اكتب معادلة الخط المستقيم الذي شدة انحداره أكبر من $y = \frac{1}{3}x$. اشرح استدلالك.

5. الاستكشاف كيف يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحديد معدل التغير؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 2

الميل

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

الميل (slope)
الإرتفاع (rise)
الإمتداد (run)

م.ر الممارسات الرياضية
1, 3, 4

المفردات الأساسية

يُستخدم مصطلح *الميل* لوصف مدى انحدار خط مستقيم.
الميل: نسبة **الارتفاع**، أو التغير الرأسي، إلى **الامتداد** أو التغير الأفقي.

أكمل خريطة المفاهيم.

أعتقد أن هذه الكلمة تعني...	كيف يرتبط هذا المفهوم بغيره من مفاهيم الرياضيات؟
الميل	
أين سمعت هذه الكلمة في حياتي من قبل؟	لماذا يُعد من المهم بالنسبة إليّ تعلم هذه الكلمة؟

الربط بالحياة اليومية

في حالة وجود لعبة في مدينة الملاهي ترتفع بمقدار 8 أقدام عن الأرض لكل تغير أفقي بمقدار قدمين. فكيف يمكنك تحديد ميل تلك اللعبة؟

م.ر ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

إيجاد الميل باستخدام تمثيل بياني أو جدول

الميل: معدل التغير. يمكن أن يكون موجبًا (ينحرف لأعلى) أو سالبًا (ينحرف لأسفل).

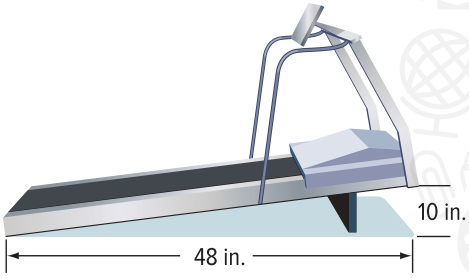
$$\text{الميل} = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإمتداد}}$$

الارتفاع ← هو تغير رأسي بين أي نقطتين

الإمتداد ← هو تغير أفقي بين النقطتين نفسيهما.

مثال

1. أوجد ميل جهاز المشي الكهربائي.



$$\text{الميل} = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإمتداد}}$$ تعريف الميل

$$= \frac{10 \text{ بوصات}}{48 \text{ بوصة}}$$ التغير الرأسي = 10 بوصات، التغير الأفقي = 48 بوصة.

$$= \frac{5}{24}$$ التبسيط.

ميل جهاز المشي الكهربائي. يساوي $\frac{5}{24}$

اكتب الحل هنا.

a. _____

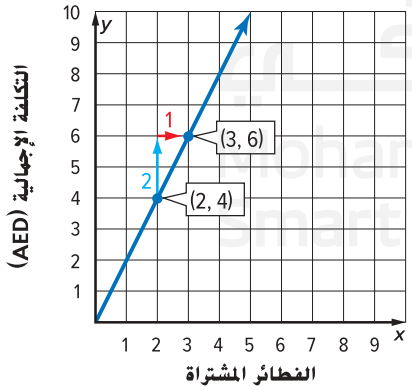
تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. إذا كان هناك طريق للمشي يرتفع عن الأرض بمقدار 6 أقدام لكل تغير أفقي قدره 100 قدم. فما هو ميل هذا الطريق؟

أمثلة

2. يوضح التمثيل البياني تكلفة الفطائر التي يقدمها مخبز.
أوجد ميل المستقيم.



اختر نقطتين على الخط المستقيم.
يحدث التغير الرأسي بمقدار وحدتين،
والتغير الأفقي بمقدار وحدة واحدة.

$$\text{الميل} = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإمتداد}}$$ تعريف الميل

$$= \frac{2}{1}$$ التغير الرأسي = 2، التغير الأفقي = 1

ميل المستقيم يساوي $\frac{2}{1} = 2$.

تفسير التغير الرأسي والتغير الأفقي

لأعلى ← موجب
لأسفل ← سالب
يمين ← موجب
يسار ← سالب

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3. يوضح الجدول عدد الصفحات التي تركها أنس كي يقوم بقراءتها بعد عدد محدّد من الدقائق. تقع النقاط على خط. أوجد ميل الخط المستقيم.

الزمن (min)، x	عدد الصفحات المتبقية، y
1	12
3	9
5	6
7	3

اختر أي نقطتين من الجدول لإيجاد التغيرات في قيم المحور x والمحور y.

تعريف الميل: الميل $= \dfrac{\text{التغير في نقاط المحور } y}{\text{التغير في نقاط المحور } x}$

استخدام النقطتين $(1, 12)$، و$(3, 9)$: $= \dfrac{9-12}{3-1}$

بسّط: $= -\dfrac{3}{2} = \dfrac{-3}{2}$

للتحقق، اختر نقطتين مختلفتين من الجدول، وأوجد الميل.

تحقق الميل $= \dfrac{\text{التغير في نقاط المحور } y}{\text{التغير في نقاط المحور } x}$

$= \dfrac{3-6}{7-5}$

$= -\dfrac{3}{2} = \dfrac{-3}{2}$ ✓

الميل

في العلاقات الخطية، بغض النظر عن النقطتين اللتين ستختارهما، الميل أو معدل التغير الخاص بالخط المستقيم يكون دائمًا ثابتًا.

اكتب الحل هنا.

تأكد من فهمك

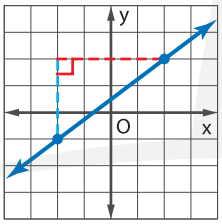
أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

أوجد الميل لكل خط مستقيم مما يلي.

b. _____

c. _____

b.



c.

x	−6	−2	2	6
y	−2	−1	0	1

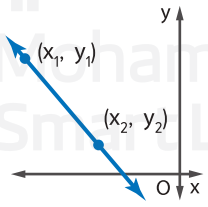
المفهوم الأساسي

صيغة الميل

الشرح الميل m لمستقيم ما يمر عبر النقاط (x_1, y_1)، و(x_2, y_2) هي نسبة الفرق في إحداثيات y إلى الفرق المقابل له في إحداثيات x.

الرموز $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$، حيث $x_1 \neq x_2$

النموذج



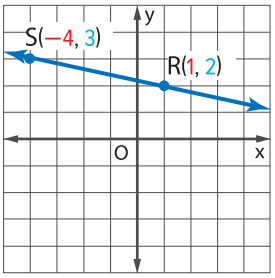
لا يهم أي من النقاط ستختار لتمثل (x_1, y_1)، و(x_2, y_2). إلا أنه يجب أن تكون إحداثيات النقطتين بالترتيب نفسه.

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

4. أوجد ميل الخط المستقيم المار عبر $R(1, 2)$, $S(-4, 3)$.



صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$(x_1, y_1) = (1, 2)$

$(x_2, y_2) = (-4, 3)$

$$m = \frac{3 - 2}{-4 - 1}$$

بسّط.

$$m = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

استخدام صيغة الميل

للتحقق من المثال 4، اجعل $(x_1, y_1) = (-4, 3)$ و $(x_2, y_2) = (1, 2)$. ثم أوجد الميل.

اكتب الحل هنا

d. _____

e. _____

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

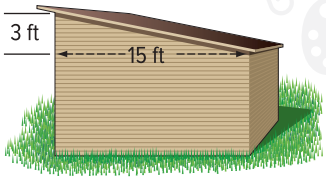
d. $A(2, 2)$, $B(5, 3)$

e. $J(-7, -4)$, $K(-3, -2)$

تمرين موجّه

تحقق

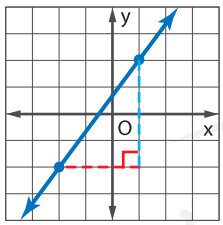
1. أوجد ميل سطح سقيفة التخزين. (مثال 1)



_____

أوجد الميل لكل خط مستقيم مما يلي. (المثالان 2 و3)

2.



_____

3.

x	0	1	2	3
y	1	3	5	7

_____

أوجد ميل الخط المستقيم المار عبر كل زوج من النقاط. (مثال 4)

4. $A(-3, -2)$, $B(5, 4)$ _____

5. $E(-6, 5)$, $F(3, -3)$ _____

6. **الاستفادة من السؤال الأساسي** في أي علاقة خطية، اشرح لم يكن الميل هو نفسه دائمًا.

_____

_____

_____

قيّم نفسك!

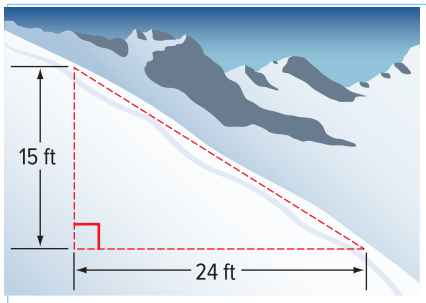
إلى أي مدى تفهم الميل؟ حوط الصورة التي تنطبق.

ليس واضحًا | واضح إلى حد ما | واضح

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمارين ذاتية

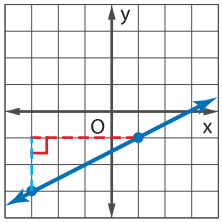


1. أوجد ميل مضمار جبلي للتزلج ينحدر بمعدل 15 قدمًا لكل تغير أفقي مقداره 24 قدمًا. (مثال 1)

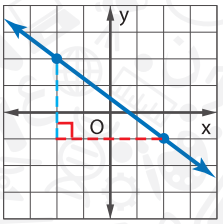
_____

أوجد الميل لكل خط مستقيم مما يلي. (مثال 2)

2.



3.



_____ _____

النقاط الموجودة في الجدول تقع على خط مستقيم . أوجد الميل لكل خط مستقيم مما يلي.
(مثال 3)

4.

x	0	2	4	6
y	9	4	−1	−6

_____

5.

x	0	1	2	3
y	3	5	7	9

_____

أوجد ميل الخط المستقيم المار عبر كل زوج من النقاط. (مثال 4)

6. $A(0, 1), B(2, 7)$ _____

7. $C(2, 5), D(3, 1)$ _____

8. $E(1, 2), F(4, 7)$ _____

9. م٠٫ **تبرير الاستنتاجات** يُسمح للمنحدرات المخصصة للكراسي المتحركة من أجل الدخول إلى البنايات العامة بأن ترتفع عموديًا عن الأرض بمقدار بوصة واحدة كحد أقصى لكل قدم من المسافة الأفقية. هل يفي منحدر على امتداد 10 أقدام، وارتفاع 8 بوصات بهذا المبدأ التوجيهي؟ اشرح استنتاجك لأحد زملائك.

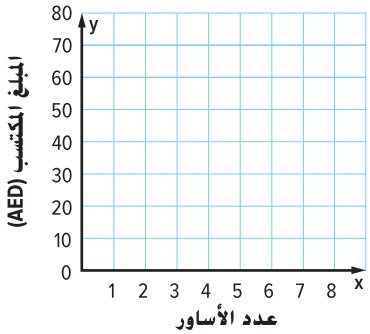
_____

_____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10. م.ر **التمثيلات المتعددة** تكسب دانة AED 30.6 مقابل ثلاث أساور صنعتها، وAED 51 مقابل خمس أساور صنعتها، وAED 61.20 مقابل ست أساور صنعتها.



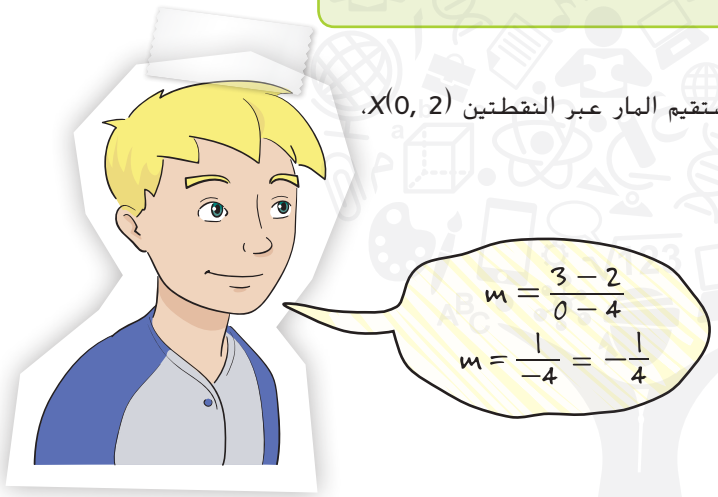
a. **التمثيلات البيانية** مثّل تلك المعلومات بيانيًا بتمثيل عدد الأساور على المحور الأفقي، والمال الذي كسبته على المحور الرأسي. ارسم مستقيمًا يمر عبر النقاط.

b. **الأرقام** ما هو ميل الخط المستقيم؟

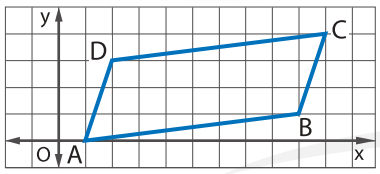
c. **الشرح** ماذا يمثل ميل الخط المستقيم؟ كيف يرتبط الميل بمعدل الوحدة؟

مسائل مهارات التفكير العليا

11. م.ر **البحث عن الخطأ** يبحث عمّار عن ميل الخط المستقيم المار عبر النقطتين $X(0, 2)$ و$Y(4, 3)$. حوط الخطأ وصححه.



12. م.ر **المثابرة في حل المسائل** للمستقيمين المتوازيين الميل نفسه. حدد ما إذا كان الشكل رباعي الأضلاع ABCD يمثل متوازي أضلاع أم لا. علل استنتاجك.



13. م.ر **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب ثلاث نقاط تقع على خط مستقيم بحيث يكون لكل منها الميل التالي.

a. 5

b. $\frac{1}{5}$

c. -5

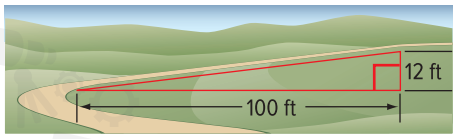
برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

14. أوجد ميل طريق يرتفع عن الأرض بمقدار 12 قدمًا لكل تغير أفقي قدره 100 قدم.

$\frac{3}{25}$



الميل = $\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإمتداد}}$ تعريف الميل

التغير الرأسي = 12 قدم، $m = \frac{12 \text{ قدم}}{100 \text{ قدم}}$

التغير الأفقي = 100 قدم

بسّط. $= \frac{3}{25}$

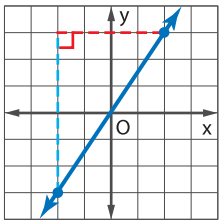
مساعد الواجب المنزلي

15. يطيّر حمّاد طائرة ورقية في الحديقة. تقع الطائرة الورقية على مسافة 24 قدم من حيث يقف حمّاد، وعلى ارتفاع رأسي قدره 72 قدمًا. أوجد ميل خيط الطائرة الورقية.

_____

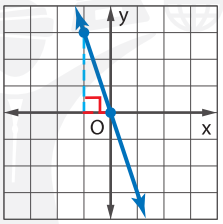
أوجد الميل لكل خط مستقيم.

16.



_____

17.



_____

م.ر **استخدام أدوات الرياضيات** النقاط الموجودة في الجدول تقع على خط مستقيم. أوجد الميل لكل خط مستقيم.

18.

x	−3	3	9	15
y	−3	1	5	9

_____

19.

x	−2	−1	1	2
y	−4	−2	2	4

_____

أوجد الميل للخط المستقيم المار عبر كل زوج من النقاط.

20. $M(-2,3)$, $N(7,-4)$ _____

21. $G(-6,-1)$, $H(4, 1)$ _____

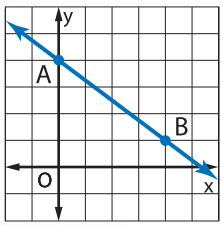
22. $J(-9, 3)$, $K(2, 1)$ _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

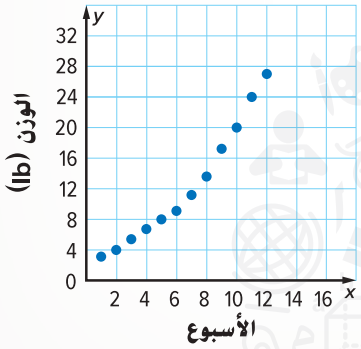
انطلق! تمرين على الاختبار

23. يمثل الخط المستقيم AB تلاً شديد الانحدار.



إحداثيات النقطة A هي ____، وإحداثيات النقطة B هي ____. ميل التل يساوي ____.

24. سجل فهد معدلات نمو قطته لعدة أسابيع في جدول، ثم مثل القيَم بيانيًا. ارسم مستقيمًا يمر عبر النقطتين (2, 4)، و(10, 20).



ما هو ميل المستقيم؟ ما الذي يمثله الميل؟

مراجعة شاملة

25. وقت الانتظار لركوب لعبة قوارب الرعد هو 30 دقيقة إذا كان هناك 180 فردًا بالصف. اكتب نسبة لإيجاد وقت الانتظار بالصف في حال كان هناك 240 شخصًا به، ثم أوجد حل النسبة.

أوجد حل كل من النسب التالية.

26. $\frac{5}{7} = \frac{a}{35}$

27. $\frac{12}{p} = \frac{36}{45}$

28. $\frac{3}{9} = \frac{21}{k}$

29. $\frac{n}{15} = \frac{17}{34}$

30. $\frac{-7}{10} = \frac{3.5}{j}$

31. $\frac{12}{18} = \frac{-40}{x}$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الدرس 3

المعادلات بصيغة $y = mx$

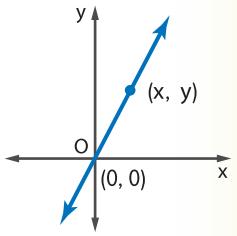
الربط بالحياة اليومية

التبرع مبلغ من المال يمكن أن يجمعه عصام من خلال تنظيم سباق الدراجات الهوائية الموضح في الجدول التالي.

وقت ركوب الدراجة (h), x	الأموال المدفوعة (AED), y
2	20
4	40
6	60

تذكر أنه عندما تكون نسبة كميتين متغيرتين ثابتة، توجد علاقة تناسبية. وتُسمى هذه العلاقة **تغييرًا طرديًا**. وتُسمى النسبة الثابتة **ثابت التغير** أو **ثابت التناسب**.

أكمل الخطوات التالية لإيجاد المعادلة الخاصة بالتغيير الطردي.



$\frac{\square}{\square} = \square$ صيغة الميل

$(x_1, y_1) = (0, 0)$
$(x_2, y_2) = (x, y)$

$\frac{y - 0}{x - 0} = m$

$\frac{\square}{\square} = m$ بسّط

$y = \square\square$ خاصية الضرب في المعادلة

1. استخدم الجدول لإيجاد معدل التغير. ثم اكتب المعادلة بالصيغة $y = mx$ لتمثيل الحالة.

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

تغير طردي (direct variation)
ثابت التغير (constant of variation)
ثابت التناسب (constant of proportionality)

م.ر الممارسات الرياضية
1, 3, 4

م.ر ما **الممارسات الرياضية** التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي

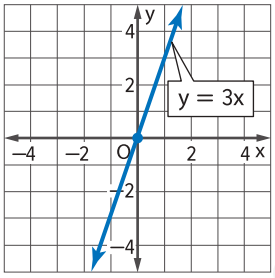
التغير الطردي

الشرح العلاقة الخطية: تغير طردي عندما تكون نسبة y إلى x نسبة ثابتة m. نقول إن y تتناسب طرديًا مع x.

الرموز $m = \frac{y}{x}$ أو $y = mx$، حيث m يكون ثابت التغير و $m \neq 0$

مثال $y = 3x$

التمثيل البياني



ميل التمثيل البياني لـ $y = mx$ هو m. بما أن $(0, 0)$ يُعد أحد الحلول لـ $y = mx$، دائمًا ما يمر التمثيل البياني للتغير الطردي عبر نقطة الأصل.

منطقة العمل

$y = mx$

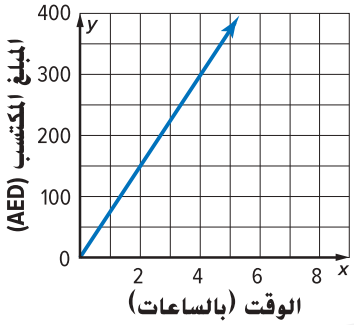
في معادلة التغير الطردي $y = mx$

m تمثل ثابت التغير. وثابت التناسب، والميل، ومعدل الوحدة.

مثال

من الحياة اليومية

1. يتغير مبلغ المال الذي تجنيه رضوى من عملها الإضافي في المكتبة العامة طرديًا مع الوقت كما هو موضح في التمثيل البياني. حدد المبلغ الذي تجنيه رضوى في الساعة الواحدة.



لتحديد المبلغ الذي تجنيه رضوى في كل ساعة، أو معدل الوحدة، اكتشف ثابت التغير.

استخدم النقاط $(2, 150)$، و$(3, 225)$، و$(4, 300)$.

$$\frac{\text{المبلغ المكتسب}}{\text{الوقت}} \rightarrow \frac{150}{2} = \frac{75}{1} \quad \frac{225}{3} = \frac{75}{1} \quad \frac{300}{4} = \frac{75}{1}$$

إذًا، تكسب رضوى AED 75 في كل ساعة.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. بعد دقيقتين من فتح لاعب القفز الحر مظلته، هبط 1900 متر. وبعد 5 دقائق، هبط 4750 مترًا. إذا كانت المسافة تتغير طرديًا مع الوقت، فما هو معدل هبوط لاعب القفز الحر؟

اكتب الحل هنا.

a. _____

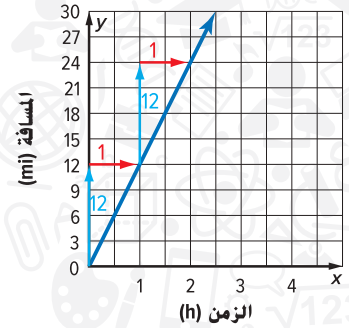
برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

2. يمكن لراكب الدراجة قطع 3 أميال في 0.25 من الساعة. افترض أن مسافة ركوب الدراجة بالميل y تتغير طرديًا مع الوقت بالساعة x. يمكن تمثيل هذه الحالة من خلال $y = 12x$. مثِّل المعادلة بيانيًا. ما المسافة التي يمكن أن يقطعها راكب الدراجة في الساعة؟

أنشئ جدولاً من القيم. ثم مثِّل المعادلة بيانيًا $y = 12x$. في معادلة التغير الطردي، m تمثل الميل. إذًا يكون ميل المستقيم هو $\frac{12}{1}$.

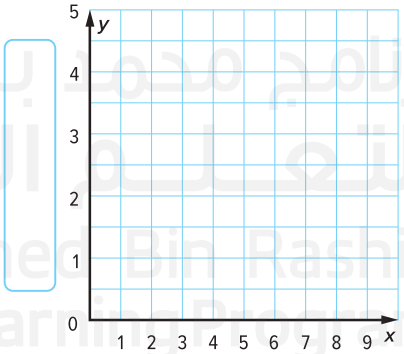


الساعات، x	$y = 12x$	الأميال، y
0	$y = 12(0)$	0
1	$y = 12(1)$	12
2	$y = 12(2)$	24

معدل الوحدة هو ميل الخط المستقيم. إذًا، يمكن لراكب الدراجة قطع 12 ميلاً في الساعة.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. يبيع متجر بقالة 6 برتقالات بدرهمين. نفترض أن تكلفة البرتقال تتغير طرديًا مع عدد البرتقالات. يمكن تمثيل هذه الحالة من خلال $y = \frac{1}{3}x$. مثِّل المعادلة بيانيًا. ما تكلفة كل برتقالة؟



اكتب الحل هنا.

b. _____

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

المفهوم الأساسي

مقارنة التغيرات الطردية

منطقة العمل

توقف وفكر

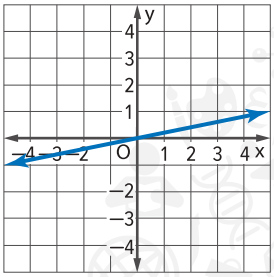
في علاقة التناسب، كيف يتم تمثيل معدل الوحدة على التمثيل البياني؟ وضح ذلك أدناه.

يمكنك استخدام الجداول، أو التمثيلات البيانية، أو الكلمات، أو المعادلات لتمثيل علاقات التناسب ومقارنتها.

الجدول

x	15	20	25	30
y	3	4	5	6

التمثيل البياني



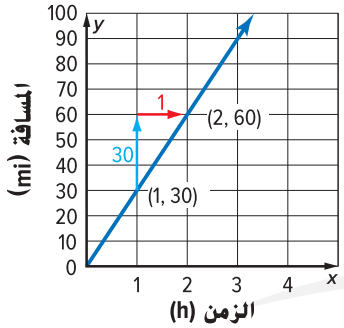
الشرح y تتغير طرديًا مع x

المعادلة $y = \frac{1}{5}x$

عندما تتغير القيمة x بمقدار A، ستتغير القيمة y بمقدار القيمة المتوافقة mA.

مثال

3. يمكن تمثيل المسافة y المقاسة بالأميال التي قطعها أرنب في غضون x ساعة بالمعادلة $y = 35x$. يتم توضيح المسافة التي قطعها الدب الأشهب على التمثيل البياني. أي الحيوانين أسرع؟ اشرح.



الأرنب $y = 35x$

الميل أو معدل الوحدة هو 35 mi/h.

الدب الأشهب أوجد الميل في التمثيل البياني.

$$\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الإمتداد}} = \frac{30}{1} = 30$$

بما أن $30 < 35$، فإن الأرنب هو الحيوان الأسرع.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. **المعرفة المالية** تظهر أرباح زاهر لمدة أربعة أسابيع من وظيفة بدوام جزئي في الجدول. افترض أن هذه الأرباح تتغير طرديًا مع عدد ساعات العمل.

وقت العمل (h)	15	12	22	9
إجمالي الدفع (AED)	1125.0	900.0	1650.0	675

يمكنه العمل بوظيفة ستدفع له AED 73 في الساعة.
أي الوظيفتين راتبها أفضل له؟ اشرح.

اكتب الحل هنا.

c. _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال

4. غالبًا ما يعادل عمر الكلب الذي يبلغ 3 أعوام عمر الإنسان البالغ 21 عاماً. نفترض أن العمر المكافئ بعمر الإنسان y يتناسب طرديًا مع عمر الكلب x. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد عمر الإنسان المكافئ لكلب يبلغ عمره 6 أعوام.

لنفترض أن x تمثل العمر الفعلي للكلب وأن y تمثل العمر المكافئ للإنسان.

$y = mx$ التغير الطردي

$21 = m(3)$ $y = 21, x = 3$

$7 = m$ بسّط

$y = 7x$ استبدل m

تريد التعرف على عمر الانسان المكافئ لعمر الكلب أو قيمة y عندما يصبح عمر الكلب 6 أعوام.

$y = 7$ اكتب المعادلة

$y = 7(6)$ $x = 6$

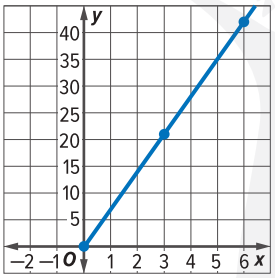
$y = 42$ بسّط

إذًا، عندما يكون عمر الكلب 6 أعوام، يكون العمر المكافئ للإنسان 42 عامًا.

تحقق

مثّل المعادلة بيانيًا $y = 7x$

تكون القيمة y عند $x = 6$ هي 42. ✓



تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. تسافر حافلة أجرة لمسافة 210 كيلومتر في $3\frac{1}{2}$ ساعة. افترض أن المسافة التي يتم قطعها تتناسب طرديًا مع الوقت المستغرق. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لمعرفة ما تقطعه الحافلة في 6 ساعات.

e. يمكن أن تطير فراشة الملك 93 ميلاً في 15 ساعة. نفترض أن المسافة التي تقطعها تتناسب طرديًا مع الوقت المستغرق في الطيران. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها للتعرف على ما تقطعه فراشة الملك في 24 ساعة.

اكتب الحل هنا.

d. _____

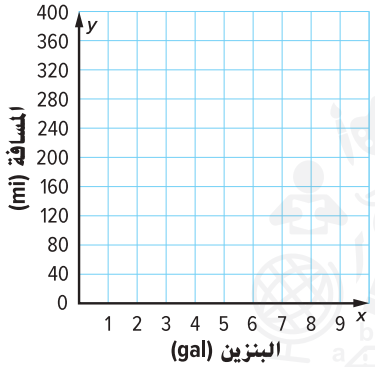
e. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين موجّه

1. يمكن أن تطبع طابعة ألوان 36 صفحة في 3 دقائق و108 صفحة في 9 دقائق. إذا كان عدد الصفحات يتغير طرديًا مع الوقت، فما معدل الطباعة لطابعة الألوان؟ (مثال 1)

2. يمكن أن تسير سيارة صغيرة جديدة مسافة قدرها 288 ميلاً باستخدام تسعة جالونات من البنزين. تتغير المسافة التي يتم قيادتها y طرديًا مع عدد جالونات البنزين x. يمكن تمثيل الحالة من خلال المعادلة $y = 32x$. (المثالان 2 و3)



a. مثّل المعادلة على المستوى الإحداثي الموضح.

b. ما عدد الأميال التي تقطعها السيارة لكل جالون؟

c. يمكن تمثيل المسافة y التي تقطعها سيارة هجينة باستخدام x من جالونات البنزين باستخدام $y = 42x$. أي السيارتين توفر في البنزين مقارنة بعدد الأميال؟ اشرح.

3. **المعرفة المالية** يظهر الدخل الحالي لمي في الجدول. عُرض عليها وظيفة جديدة وستدفع لها AED 72 في الساعة. افترض أن دخلها يتغير طرديًا مع عدد ساعات العمل. أي الوظيفتين راتبها أكبر في الساعة؟ (مثال 3)

الساعات، x	المبلغ المكتسب y (AED).
2	130.0
3	195.0
4	260.0
5	325.0

4. يختلف ارتفاع شاشة التلفاز ذي الشاشة العريضة طرديًا مع عرضها. شاشة تلفاز بعرض 60 سنتيمترًا وارتفاع 33.75 سنتيمترًا. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد ارتفاع شاشة التلفاز بعرض 90 سنتيمترًا. (مثال 4)

قيّم نفسك!

إلى أي مدى تفهم التغير الطردي؟ حوط الصورة المناسبة.

ليس واضحًا | واضح إلى حد ما | واضح

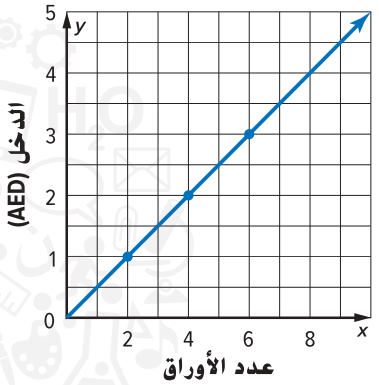
5. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما العلاقة بين معدل الوحدة والميل ومعدل التغير الثابت لعلاقة التناسب الخطية؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

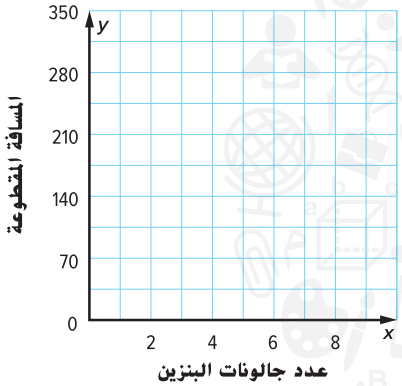
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

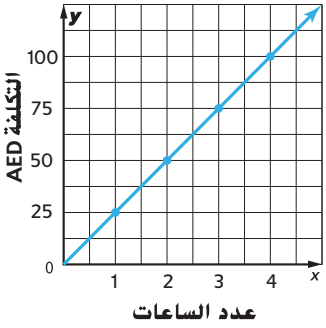
1. يتغير دخل المندوب تامر طرديًا مع عدد الأوراق التي يُسلمها. تظهر العلاقة في الجدول التالي. حدد المبلغ الذي يحصل عليه تامر لكل ورقة يُسلمها. (مثال 1)



2. يشتري حسين سيارة يمكنها قطع 70 ميلاً باستخدام جالونين من البنزين. افترض أن المسافة المقطوعة بالأميال y تتغير طرديًا مع مقدار البنزين المستخدم x. يمكن تمثيل ذلك من خلال $y = 35x$. مثّل المعادلة بيانيًا على مستوى الإحداثي. كم عدد الأميال التي تقطعها السيارة لكل جالون من البنزين (مثال 2)



3. يقارن أنس بين أسعار شركات إصلاح الحواسيب. تظهر التكلفة y لشركة المستقبل x من الساعات على التمثيل البياني. يمكن تمثيل التكلفة لشركة الأمانة باستخدام المعادلة $y = 23.5x$. **أي سعر شركة حواسيب هو الأقل؟ اشرح.** (مثال 3)



4. وزن جسم ما على كوكب المريخ يتغير طرديًا مع وزنه على كوكب الأرض. الجسم الذي يزن 50 رطلاً على كوكب المريخ يزن 150 رطلاً على كوكب الأرض. إذا كان أحد الأجسام يزن 120 رطلاً على كوكب الأرض، اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد ما يزنه الجسم على سطح كوكب المريخ. (مثال 4)

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية هي علاقة تغير طردي. إذا كانت كذلك، فحدد ثابت التغير. وإن لم تكن كذلك، فاشرح السبب.

5.

الصور، x	5	6	7	8
الربح، y	20	24	28	32

6.

العمر، x	10	11	12	13
الصف، y	5	6	7	8

برنامج محمد بن راشد للذكاء
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7. يتغير عدد السنتيمترات طرديًا مع عدد البوصات. حدد قياس الجسم بالسنتيمتر إذا كان بطول 50 بوصة. _____

بوصات، x	6	9	12	15
سنتيمترات، y	15.24	22.86	30.48	38.10

م٨-د **المثابرة في حل المسائل** إذا كان y يتغير طرديًا مع x، اكتب معادلة لحساب التغير الطردي. ثم أوجد كل قيمة.

8. إذا كان $y = -12$ عندما يكون $x = 9$، أوجد y عندما يكون $x = -4$ _____

9. أوجد y عندما يكون $x = 10$ إذا كان $y = 8$ عندما يكون $x = 20$ _____

10. إذا كان $y = -6$ عندما يكون $x = -14$، أوجد x عندما يكون $y = -4$ _____

مسائل مهارات التفكير العليا

11. **م٨-د** **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب ثلاثة أزواج مرتبة لعلاقة التغير الطردي حيث $y = 12$ عندما يكون $x = 16$.

12. **م٨-د** **المثابرة في حل المسائل** مقدار الطلاء اللازم لتغطية سطح الخشب يتناسب طرديًا مع مساحة السطح. إذا كنت تحتاج إلى 3 باينت لتغطية طاولة مربعة مع ضلع بطول 7 أقدام، كم باينت لازمة لطلاء طاولة مربعة مع ضلع بطول 10 أقدام؟

13. **م٨-د** **الاستدلال الاستقرائي** صف كميتين من الحياة اليومية بينهما علاقة تناسب طردي. وضح كيف يمكنك تغيير الحالة لجعل العلاقة غير تناسبية.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

اكتب معادلة التغير الطردي التي تمثل كل حالة ومثلها بيانيًا.

14. استخدم سامح 3 جالونات من الدهان لتغطية 1050 قدمًا مربعًا و5 جالونات من الدهان لطلاء 1750 قدمًا مربعًا إضافيًا. تتغير المنطقة المغطاة طرديًا مع مقدار الدهان المستخدم. ما عدد الأقدام المربعة التي يمكن للفرد أن يغطيها بجالون واحد من الدهان؟

مساعد الواجب المنزلي

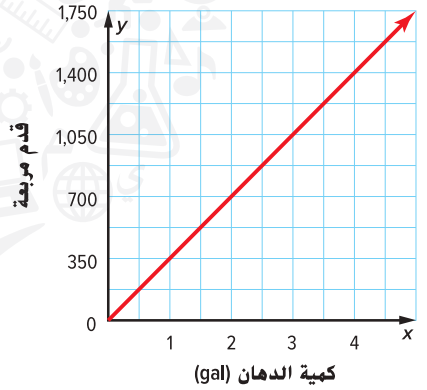
$y = 350x$ ؛ 350 قدمًا مربعًا لكل جالون

$y = mx$

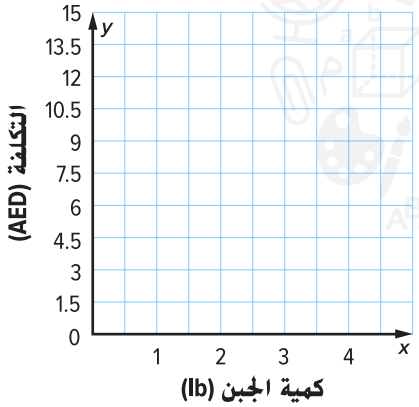
$1{,}050 = m(3)$

$350 = m$

$y = 350x$



15. اشترت نهلة 2.5 رطل من الجبن بمبلغ AED 10.50. واشترت أمها 3 أرطال من الجبن نفسه بمبلغ AED 12.60. تتغير تكلفة الجبن طرديًا مع عدد الأرطال التي تم شراؤها. كم ستبلغ تكلفة رطل واحد من الجبن؟



16. STEM عند ربط وزن يبلغ 49 رطلاً بزنبرك، يتمدد الزنبرك بطول 7 بوصات. افترض أن طول الزنبرك y يتغير طرديًا مع الوزن المربوط x. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد طول الزنبرك عندما يتم ربطه بوزن يبلغ 63 رطلاً.

17. م.ر **تبرير الاستنتاجات** يظهر المال الذي جُمع من بيع تذاكر سحب نادي الدراما في الجدول. يمكنهم أيضًا جمع المال من خلال بيع التذاكر للمباراة مقابل AED 6.25 للتذكرة الواحدة. افترض أن هذه الأموال تتغير طرديًا مع عدد التذاكر المبيعة. أي حملة لجمع الأموال يحتمل أن تجمع أموالاً أكثر؟ اشرح استنتاجك لأحد الزملاء.

تذاكر السحب المبيعة	25	50	75	100
الأموال المجمعة (AED)	125	250	375	500

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار

18. يوضح الجدول مقدار الوقت الذي استغرقته شاحنة تسليم والمسافة المقطوعة. يُعد إجمالي المسافة المقطوعة تغيرًا طرديًا مع عدد الساعات. استخدم النموذج التالي لإيجاد الميل.

الساعات، x	2	5	7
المسافة (km)، y	110	275	385

الميل: $\frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square}$

اكتب معادلة بالصيغة $y = mx$ لتمثل الحالة. ☐

19. سجل الطلاب في صف العلوم أطوال الزنبرك الممتد، كما هو موضح في الجدول. حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة أم خاطئة.

طول الزنبرك الممتد	
الكتلة، y (بالجرام)	المسافة الممتدة، x (بالسنتيمتر)
0	0
12	2
30	5
54	9
72	12

a. تمثل العلاقة معدل تغير ثابت. ☐ صواب ☐ خطأ

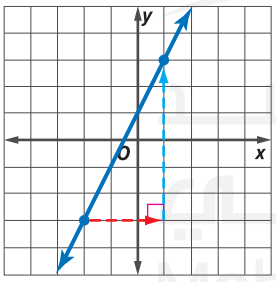
b. ميل العلاقة هو 6 جرامات لكل سنتيمتر. ☐ صواب ☐ خطأ

c. المعادلة التي تمثل العلاقة هي $y = x + 10$ ☐ صواب ☐ خطأ

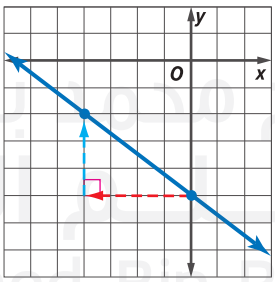
مراجعة شاملة

أوجد الميل لكل خط مستقيم.

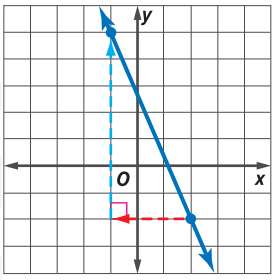
20. _____



21. _____



22. _____



أوجد الميل للخط المستقيم المار عبر كل زوج من النقاط.

23. $(-1, 7)$ و $(5, 7)$ _____

24. $(1, 0)$ و $(1, 3)$ _____

25. $(5, 0)$ و $(1, 2)$ _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 4

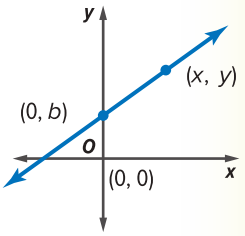
صيغة الميل والمقطع

الربط بالحياة اليومية

كرة القدم يحدث مفهوم التقاطع في لعبة كرة القدم عندما يقوم لاعب الدفاع باعتراض التمريرة التي قام بها لاعب الهجوم.

في علاقة خطية غير تناسبية، يمر التمثيل البياني عبر النقطة (0, b) أو التقاطع مع *المحور الرأسي y*. التقاطع **مع المحور الرأسي y** بالنسبة لمستقيم ما هو *الإحداثي y* للنقطة حيث يقطع الخط المستقيم *المحور y*.

أكمل الخطوات لكي تشتق المعادلة الخاصة بالعلاقة الخطية غير التناسبية باستخدام صيغة الميل.



صيغة الميل $\square = \frac{\square}{\square}$

$(x_1, y_1) = (0, b)$

$(x_2, y_2) = (x, y)$

$m = \frac{y - b}{x - 0}$

بسّط $m = \frac{\square}{\square}$

خاصية الضرب في المعادلة $y - b = \square \times \square$

خاصية الجمع في المعادلة $y = \square + \square$

التقاطع مع المحور الرأسي y — **الميل**

$$y = mx + b$$

كيف يمكن لمعرفتك بمفهوم التقاطع في كرة القدم أن يساعدك في تذكر تعريف *التقاطع مع المحور الرأسي y*؟

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

التقاطع مع المحور الرأسي *y* (*y*-intercept)

صيغة الميل والمقطع (slope-intercept form)

الممارسات الرياضية م.ر
1, 3, 4

م.ر ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

صيغة الميل والمقطع لخط مستقيم

يمكن أن تُكتَب العلاقات الخطية غير التناسبية بهذه الصيغة $y = mx + b$ تسمى هذه **صيغة الميل والمقطع**. عندما تُكتَب معادلة بهذه الصيغة، يمثّل m الميل، ويمثّل b التقاطع مع *المحور الرأسي* y.

أمثلة

1. حدّد الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي *y* للتمثيل البياني من المعادلة $y = \frac{2}{3}x - 4$

$y = \frac{2}{3}x + (-4)$ كتابة المعادلة بالصيغة $y = mx + b$

$y = mx + b$ $m = \frac{2}{3}$, $b = -4$

ميل المستقيم يساوي $\frac{2}{3}$، *والتقاطع مع المحور الرأسي* y هو -4

اكتب الحل هنا.

a. _____

b. _____

c. _____

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $y = -5x + 3$ **b.** $y = \frac{1}{4}x - 6$ **c.** $y = -x + 5$

أمثلة

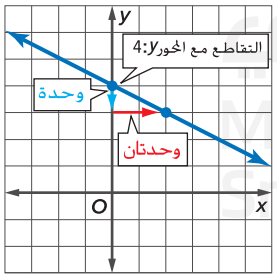
2. اكتب معادلة الخط المستقيم بصيغة الميل والمقطع بحيث يساوي الميل فيها -3، والتقاطع مع المحور الرأسي *y* يساوي -4.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = -3x + (-4)$ استبدل m بـ -3، وb بـ -4

$y = -3x - 4$ بسّط

3. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بالنسبة للتمثيل البياني الموضح.



التقاطع مع المحور *y* يساوي 4. من النقطة (0, 4) تحرك للأسفل بمقدار وحدة واحدة، ويمينًا بمقدار وحدتين للانتقال إلى نقطة أخرى على الخط.

إذًا، فإن الميل يساوي $-\frac{1}{2}$

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = -\frac{1}{2}x + 4$ استبدل m بـ $-\frac{1}{2}$، وb بـ 4.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

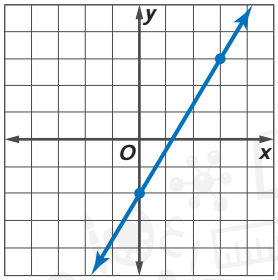
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بالنسبة للتمثيل البياني الموضح.

e. اكتب معادلة للخط مستقيم بصيغة الميل والمقطع بحيث الميل يساوي $\frac{3}{4}$ والتقاطع مع *المحور الرأسي* y يساوي -3



اكتب الحل هنا.

d. _____

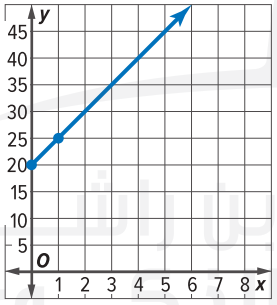
e. _____

تفسير التقاطع مع المحور الرأسي y

عند تطبيق معادلة بصيغة الميل والمقطع في موقف من الحياة اليومية، يمثّل الميل معدل التغير، ويمثل التقاطع مع المحور الرأسي y القيمة الأولية.

أمثلة

4. يبيع متجر قمصان خاصة باليوم الوطني لدولة الإمارات العربية المتحدة. يتكلف التصميم 20 درهمًا يدفع مرة واحدة، و5 AED مقابل الطباعة لكل قميص. تتحدد التكلفة y مقابل طباعة x من القمصان من خلال المعادلة $y = 5x + 20$. مثّل بيانيًا المعادلة $y = 5x + 20$ مستخدمًا الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y.



الخطوة 1 أوجد الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y.

الميل $= 5$

التقاطع مع المحور الرأسي $y = 20$

$y = 5x + 20$

الخطوة 2 مثّل بيانيًا نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y $(0, 20)$

الخطوة 3 اكتب الميل 5 بالصيغة $\frac{5}{1}$ ثم استخدمه لتحديد موقع نقطة ثانية على الخط. تحرك لأعلى بمقدار 5 وحدات، ويمينًا بمقدار وحدة واحدة. ومن ثم ارسم خطًا يصل بين النقاط.

5. فسر الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y.

يمثل الميل الذي يساوي 5 تكلفة القميص بالدرهم. ويمثّل التقاطع مع المحور الرأسي y الذي يساوي 20 المبلغ الذي يُدفع مرة واحدة مقابل التصميم.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

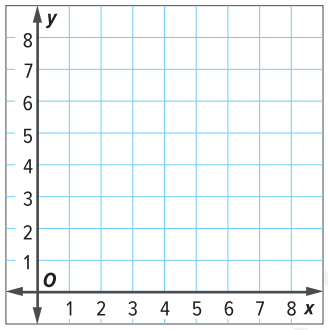
تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

يمكن أن تتحدد تكلفة سيارة الأجرة y من خلال المعادلة $y = 0.50x + 3.50$، حيث يمثّل x عدد الكيلومترات المقطوعة.

f. مثّل المعادلة بيانيًا.

g. فسر الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y.



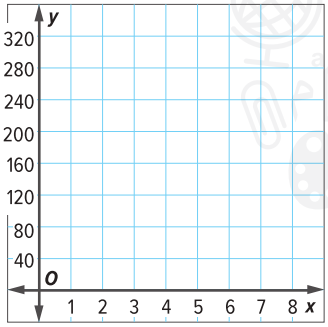
اكتب الحل هنا.

g. _____

تمرين موجّه

تحقق

1. يقرأ أحمد كتابًا يحوي 254 صفحة. حيث يستطيع قراءة 40 صفحة في الساعة الواحدة. المعادلة التي توضح عدد الصفحات المتبقية له لكي يقرأها هي $y = 254 - 40x$. حيث يمثّل x عدد الساعات التي يقرأ فيها. (الأمثلة 1، و4، و5)



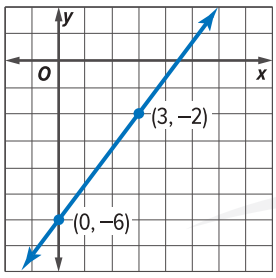
a. حدّد الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني الخاص بالمعادلة.

اكتب الحل هنا.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. فسر ما الذي يمثله كل من الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.

2. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بالنسبة للتمثيل البياني الموضح. (المثالان 2، و3)



3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يظهر التقاطع مع المحور الرأسي y في وسائل العرض الثلاث هذه: الجدول، والمعادلة، والتمثيل البياني؟

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك للمعادلات بصيغة الميل والمقطع؟ ضع علامة في المربع المناسب.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

حدّد الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني الخاص بكل معادلة. (مثال 1)

1. $y = 3x + 4$ _____

2. $y = -\frac{3}{7}x - \frac{1}{7}$ _____

3. $3x + y = -4$ _____

اكتب الحل هنا.

اكتب معادلة لخط مستقيم ما بصيغة الميل والمقطع بمعرفة الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. (مثال 2)

4. الميل: $-\frac{3}{4}$ ، التقاطع مع المحور الرأسي y: -2

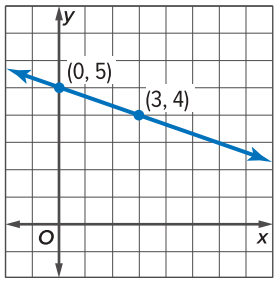
5. الميل: $\frac{5}{6}$ ، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8

_____

_____

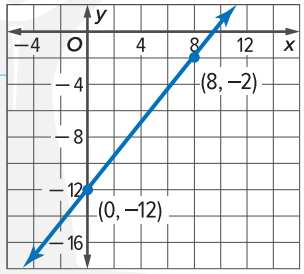
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بالنسبة لكل تمثيل بياني موضح. (مثال 3)

6.



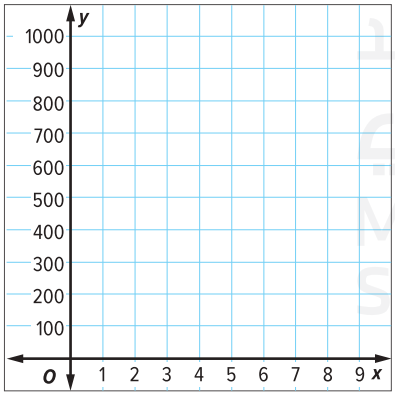
_____

7.



_____

8. سافرت عائلة في العطلة الصيفية إلى إحدى الدول الخليجية. تمثّل المعادلة $y = 1000 - 65x$ المسافة المتبقية في رحلتهم بالأميال بعد عدد x من الساعات. (المثالان 4 و5)



a. مثّل المعادلة بيانيًا.

b. فسر الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y.

_____

_____

النسخ والحل. مثّل كل معادلة بيانيًا على ورقة رسم بياني منفصلة.

9. $y = \frac{1}{3}x - 5$

10. $y = -x + \frac{3}{2}$

11. $y = -\frac{4}{3}x + 1$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

12. م.د **استخدام نماذج الرياضيات** إذا أردت ركوب الألعاب في كرنفال فإما أن تختار شراء سوار المعصم الذي يخوّلك ركوب جميع الألعاب مقابل AED 25 أو أن تشتري 7 تذاكر مقابل AED 5.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لحساب التكلفة الإجمالية لأي عدد من التذاكر عندما يكون سعر التذاكر السبع AED 5 _____

b. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لحساب التكلفة الإجمالية لركوب الألعاب باستخدام سوار المعصم . _____

مسائل مهارات التفكير العليا

13. م.د **المثابرة في حل المسائل** التقاطع مع المحور الأفقي x هو الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. ما هو الميل لخط مستقيم له تقاطع مع المحور الرأسي y، بينما ليس له تقاطع مع المحور الأفقي x؟ اشرح.

_____

_____

14. م.د **التفكير بطريقة تجريدية** اكتب معادلة لخط مستقيم ليس له تقاطع مع المحور الرأسي y

_____

15. م.د **تبرير الاستنتاجات** افترض أن التمثيل البياني لخط مستقيم له ميل سالب، وتقاطع موجب مع المحور الرأسي y. فما هي الإحداثيات التي سيمر الخط المستقيم عبرها؟

علل استنتاجك. _____

_____

_____

_____

16. م.د **تقديم فرضية** صف ما الذي سيحدث للتمثيل البياني الخاص بالمعادلة $y = 3x + 4$ عندما يتغير الميل ويصبح $\frac{1}{3}$.

_____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

حدّد الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني الخاص بكل معادلة.

17. $y = -5x + 2$ $-5;\ 2$

في المعادلة، $m = -5$، و$b = 2$، لذا فإن الميل يساوي -5، والتقاطع مع المحور الرأسي y يساوي 2.

مساعد الواجب المنزلي

18. $y = \frac{1}{2}x - 6$ _____

19. $y - 2x = 8$ _____

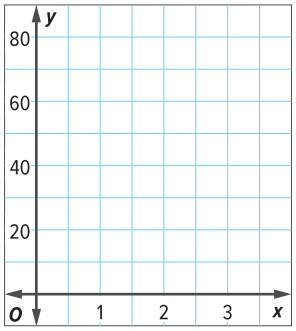
اكتب معادلة لخط مستقيم ما بصيغة الميل والمقطع بمعرفة الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين.

20. الميل: $\frac{1}{2}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 6

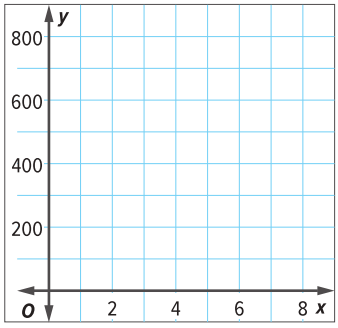
21. الميل: -2، التقاطع مع المحور الرأسي y: 3

22. الميل: $-\frac{3}{5}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: $-\frac{1}{5}$

23. م.ر **المثابرة في حل المسائل** يمكن أن تُستخدَم المعادلة $y = 15x + 37$ لتقريب درجة الحرارة y بالفهرنهايت بناءً على عدد أصوات الصرير x التي يصدرها صرصور الليل في 15 ثانية. مثّل المعادلة بيانيًا لتقدير عدد أصوات الصرير التي سيصدرها صرصور الليل في 15 ثانية إذا كانت درجة الحرارة 80°F.



24. يؤجر شاطئ القصر الأسود القارب مقابل رسوم إيجار قدرها AED 350، كما يتقاضى AED 150 مقابل استخدامه لمدة ساعة. التكلفة الإجمالية y لتأجير القارب لعدد x من الساعات يمكن تمثيلها بالمعادلة $y = 150x + 350$.



a. مثّل المعادلة بيانيًا.

b. فسر الميل، والتقاطع مع المحور الرأسي y.

25. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بالنسبة للجدول الموضح.

عدد فطائر البيتزا	0	1	2	3	4
التكلفة (AED)	5	13	21	29	37

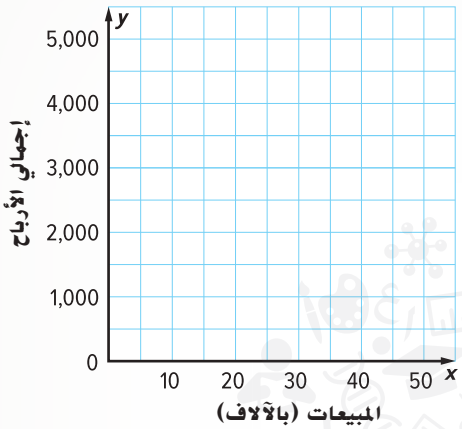
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

انطلق! تمرين على الاختبار

26. يوضح الجدول إجمالي أرباح السيد مبارك كبائع سيارات مستعملة من مبالغ البيع المختلفة.

المبيعات (بالآلاف)، x	AED 10	AED 20	AED 30
إجمالي الأرباح، y	AED 1750	AED 3000	AED 4250

مثّل النقاط بيانيًا على المستوى الإحداثي، ثم صل بينها بخط مستقيم.



اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لتمثّل العلاقة.

27. لدى مها 20 بطاقة بريدية في مجموعتها. وفي كل مرة تذهب فيها في عطلة تشتري 8 بطاقات بريدية لكي تضيفها إلى مجموعتها. إجمالي عدد البطاقات البريدية y التي يمكن تمثيلها عن طريق المعادلة $y = 8x + 20$ أكمل الجمل التالية وفقًا للمستقيم.

ميل المستقيم يساوي _____، والتقاطع مع المحور الرأسي y يساوي _____.

يمثل _____ عدد البطاقات البريدية التي كانت لديها عندما بدأت بجمع البطاقات، ويمثل _____ عدد البطاقات البريدية المضافة في كل عطلة.

مراجعة شاملة

حل كل معادلة لإيجاد d عندما $c = 0$

28. $10c + 4d = 40$

29. $-5d = 2c + 10$

30. $-4c - 6d = 24$

حدد ما إذا كانت كل علاقة خطية تناسبية أم لا. إذا كانت كذلك، فحدد ثابت التناسب.

31.

الصور، x	5	6	7	8
الربح، y	20	24	28	32

32.

الصور، x	10	15	20	25
الضرائب، y	0.70	1.05	1.40	1.75

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

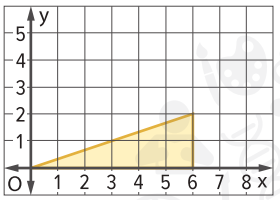
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 2
مثلثات الميل

الاستكشاف **كيف يساعدك تمثيل مثلثات الميل بيانيًا على المستوى الإحداثي على تحليلها؟**

م:ر الممارسات الرياضية
1, 3, 5

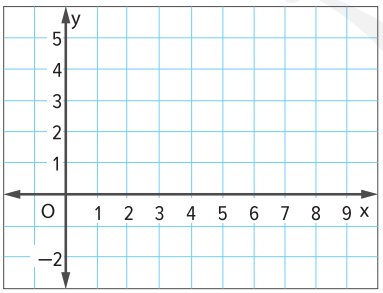
طلب أكرم الأغراض الموضحة لبناء منحدر لوح تزلج. حيث تمثل كل وحدة قدمًا واحدًا. يريد أكرم الحفاظ على الميل نفسه للمنحدر، وزيادة طول قاعدة المثلث بمقدار ثلاثة أقدام. ماذا سيكون ارتفاع المنحدر؟



نشاط عملي

راجع التمثيل البياني الموضح أعلاه. يتكون المثلث ABC من الارتفاع، والامتداد، وجزء من الخط المستقيم $y = \frac{1}{3}x$ الواقع بين النقطتين A وB

الخطوة 1 مثّل بيانيًا $y = \frac{1}{3}x$ على ورقة التمثيل البياني.



ارسم مثلثًا قائم الزاوية باستخدام النقاط $A(0, 0)$ و$B(6, 2)$.

سمّ النقطة الثالثة C.

ما ميل $\overline{AB}$؟ $\frac{\square}{\square}$

الخطوة 2 اختر أي نقطتين أخريين على المستقيم. سمّهما D وE.
ارسم مثلثًا آخر من هاتين النقطتين.

هل ميل الضلع $\overline{DE}$ هو نفسه ميل الضلع $\overline{AB}$؟ اشرح.

_____

_____

الخطوة 3 يريد أكرم أن يزيد طول قاعدة المنحدر بمقدار 3 أقدام. مثّل ذلك بيانيًا، واكتب الإحداثيات التي ستمثّل الامتداد الجديد لقاعدة المنحدر. _____

أنشئ مثلث قائم الزاوية باستخدام المستقيم وتلك النقطة. ماذا سيكون ارتفاع المنحدر الجديد؟ _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

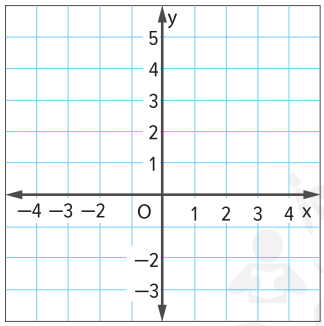
استكشاف

نشاط تعاوني

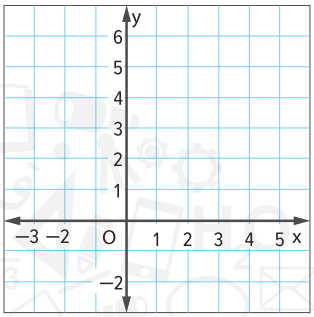
تعاون مع زميلك لرسم مثلثين قائمي الزاوية لكل تمرين باستخدام الارتفاع والامتداد وأجزاء من الخط المستقيم.

1. $y = -x + 2$

اكتب الحل هنا.



2. $y = x + 1$



التحليل والتفكير

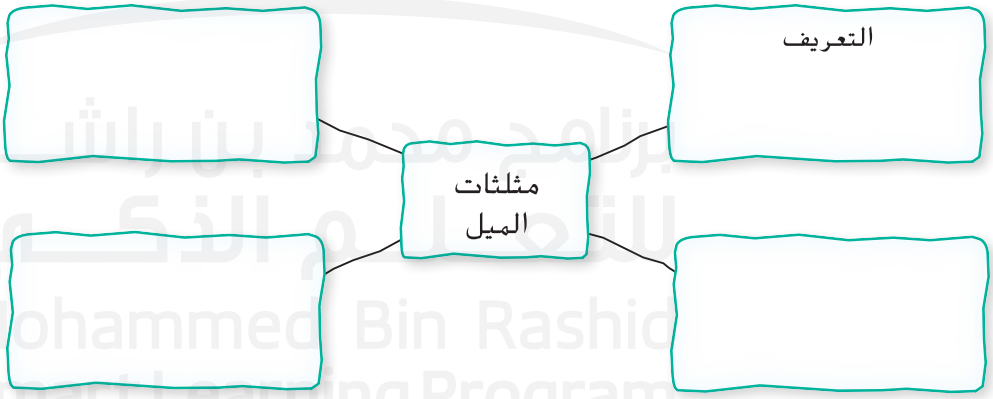
نشاط تعاوني

3. م.ر **تقديم فرضية** ما الذي تلاحظه بشأن شكل وقياسات زوج المثلثين في التمرينين 1. و2؟

الابتكار

نشاط فردي

4. م.ر **استخدام أدوات الرياضيات** يُسمى المثلثان في النشاط *مثلثي الميل*. أكمل خريطة المفهوم عبر كتابة ثلاث ملاحظات عن مثلثي الميل.



5. الاستكشاف كيف يساعدك مثلثي الميل بيانيًا في المستوى الإحداثي على تحليلهما؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 5

تمثيل خط مستقيم بيانيًا باستخدام التقاطعات

الربط بالحياة اليومية

مباريات أنفق السيد زهير AED 80 مقابل تذاكر المباراة والعصائر من أجل ابنه وأصحابه. التكلفة الإجمالية لعدد x من تذاكر المباراة، وعدد y من العصائر تمثلها المعادلة $8x + 4y = 80$.

العنصر	التكلفة
التذكرة	AED 8
العصير	AED 4

1. أكمل الخطوات أدناه لكتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

$8x + 4y = 80$

$\square = \square$

$4y = 80 - 8x$

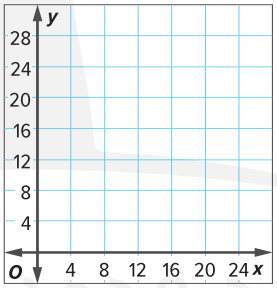
$\square \quad \square$

$y = 20 - 2x$

$y = \square x + \square$

الميل ← $\square$ ، $\square$ → التقاطع مع المحور الرأسي y

2. مثّل المعادلة بيانيًا.



3. ما الذي تمثله النقطة (0, 20)؟

_____

_____

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

التقاطع مع المحور الأفقي x (x-intercept)

صيغة قياسية (standard form)

الممارسات الرياضية م.ر

1, 3, 4

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ م.ر
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

صيغة الميل والمقطع

التقاطع مع المحور الأفقي x لمستقيم ما: الإحداثي x للنقطة حيث يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. بما أنه يمكن تمثيل أي معادلة خطية باستخدام نقطتين، فبإمكانك استخدام التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا.

مثال

1. حدد التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y للمعادلة $y = 1.5x - 9$. ثم استخدم تلك التقاطعات لتمثيل المعادلة بيانيًا.

الخطوة 1 أولاً أوجد التقاطع مع المحور y.

$y = 1.5x + (-9)$ اكتب المعادلة بصيغة $y = mx + b$

$b = -9$

الخطوة 2 لإيجاد التقاطع مع المحور الأفقي x اجعل $y = 0$

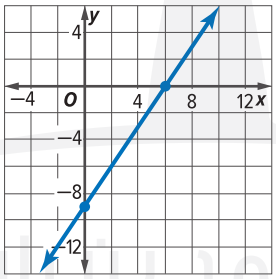
$0 = 1.5x - 9$ اكتب المعادلة. جعل $y = 0$

$9 = 1.5x$ خاصية الجمع في المعادلة

$\frac{9}{1.5} = \frac{1.5x}{1.5}$ خاصية القسمة في المعادلة

$6 = x$ بسّط

الخطوة 3 مثّل بيانيًا النقاط $(6, 0)$ و$(0, -9)$ على المستوى الإحداثي. ثم صل بين النقاط.

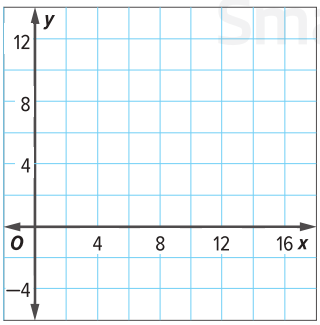


اكتب الحل هنا.

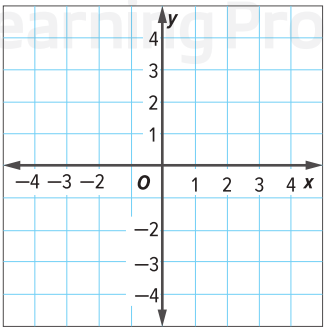
تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $y = -\frac{1}{3}x + 5$



b. $y = -\frac{3}{2}x + 3$



a. _____

b. _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الصيغة القياسية

عندما تُكتب معادلة بالصيغة $Ax + By = C$، حيث $A \geq 0$، وA، وB، وC هي أعداد صحيحة، فهي تكتب **بالصيغة القياسية**.

أمثلة

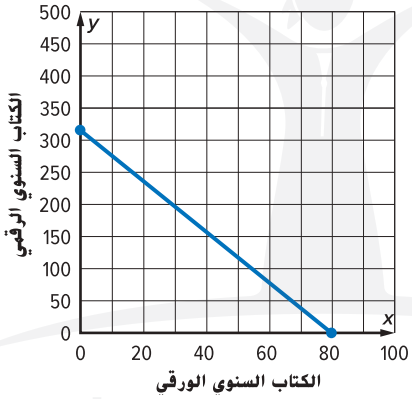
تريد مدرسة الشروق للحلقة الثانية أن تجني AED 4740 من الكتاب السنوي. النُسخ الورقية من الكتاب السنوي x تتكلف AED 60، والنسخ الرقمية منه y تتكلف AED 15. يمكن تمثيل هذا بالمعادلة $60x + 15y = 4740$

2. استخدم التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا.

لإيجاد التقاطع مع المحور الأفقي x اجعل $y = 0$. لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y اجعل $x = 0$.

$60x + 15y = 4740$	$60x + 15y = 4740$
$60(0) + 15y = 4740$	$60x + 15(0) = 4740$
$15y = 4740$	$60x = 4740$
$y = 316$	$x = 79$

3. فسر التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y.



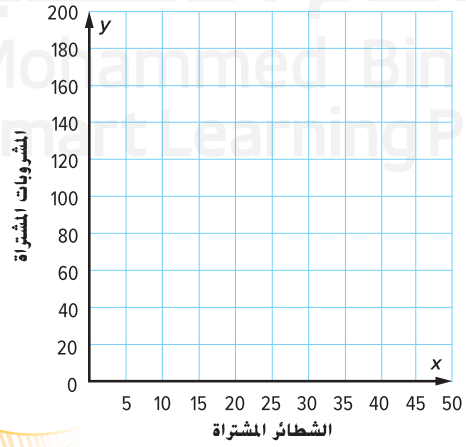
يقع التقاطع مع المحور الأفقي x عند النقطة $(79, 0)$. الأمر الذي يعني أن بإمكانهم إعداد 79 نسخة ورقية من الكتاب السنوي، وعدم إعداد أي نسخة رقمية منه بتكلفة AED 4740.

يقع التقاطع مع المحور الرأسي y عند النقطة $(0, 316)$. الأمر الذي يعني أن بإمكانهم إعداد 316 نسخة رقمية من الكتاب السنوي، وعدم إعداد أي نسخة ورقية منه بتكلفة AED 4740.

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. أنفق السيد محسن AED 230 مقابل طعام الغداء لطلاب فصله. الشطيرة x تتكلف AED 6، والعصير y يتكلف AED 2. يمكن تمثيل هذا بيانيًا بالمعادلة $6x + 2y = 230$ استخدم التقاطعات مع المحورين الأفقي والرأسي x وy لتمثيل المعادلة بيانيًا. ومن ثم فسر تلك التقاطعات.



اكتب الحل هنا.

c. _____

منطقة العمل

توقف

وفكر

صف أدناه طريقتين مختلفتين لرسم خط مستقيم ما بيانيًا.

التقاطع مع المحور الرأسي y

عند كتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع $y = mx + b$. فإن التقاطع مع المحور الرأسي y يساوي b.

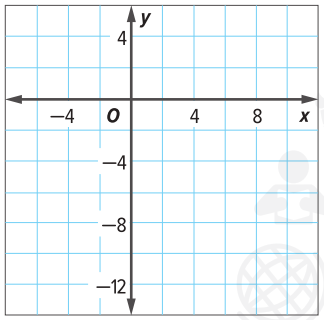
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين موجّه

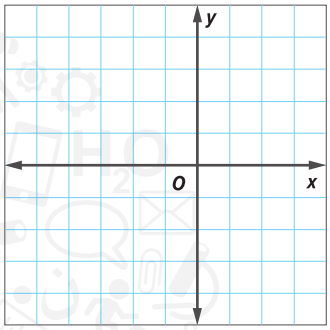
حدد التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لكل معادلة. ثم استخدم تلك التقاطعات لتمثيل المعادلة بيانيًا. (مثال 1)

1. $y = 3x - 9$

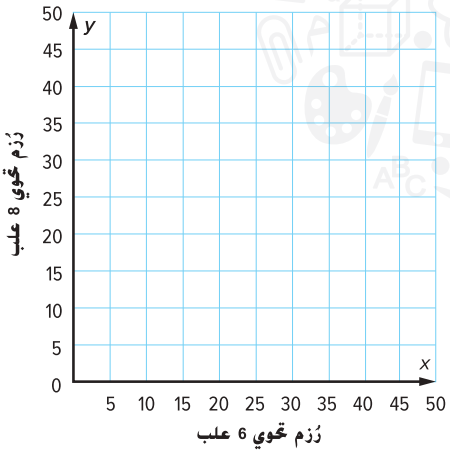
اكتب الحل هنا.



2. $y = \frac{1}{2}x + 2$



3. يبيع متجر ما علب عصير في رُزم مختلفة؛ تحتوي على 6 علب عصير، والأخرى تحتوي على8 علب عصير. يمتلك المتجر إجمالي 288 علبة عصير. يمكن تمثيل هذا بالمعادلة $6x + 8y = 288$ استخدم التقاطعات مع المحورين الأفقي والرأسي x وy لتمثيل المعادلة بيانيًا. ثم فسر التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y. (المثالان 2 و3)



4. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكن استخدام التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل معادلة خطية بيانيًا؟

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم المناسب.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

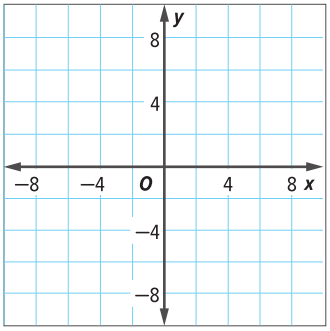
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

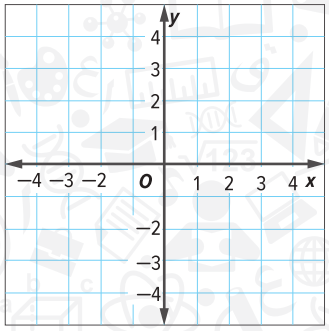
حدد التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لكل معادلة. ثم استخدم تلك التقاطعات لتمثيل المعادلة بيانيًا. (مثال 1)

1. $y = -2x + 7$

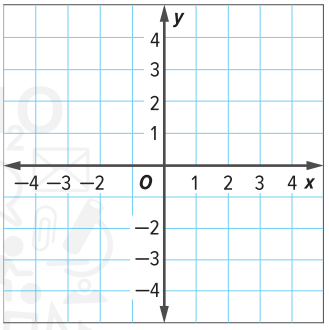
اكتب الحل هنا.



2. $y = \frac{3}{4}x + 3$

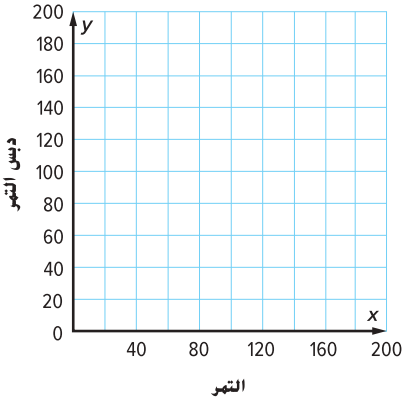


3. $12x + 9y = 15$



4. يوضح الجدول التكلفة التي يتكبدها متجر تمور لشراء أكياس التمر وعلب دبس التمر. يمكن تمثيل التكلفة الإجمالية لشحنة يوم السبت، 1800 AED، عبر المعادلة $15x + 20y = 1800$.

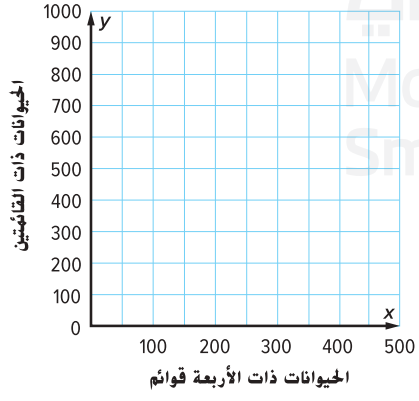
استخدم التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا. ثم فسر التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y. (المثالان 2 و3)



	التمر	دبس التمر
التكلفة لكل نوع (AED)	15	20
الكمية المشحونة	x	y

5. في حديقة حيوان إجمالي عدد قوائم (أرجل)الحيوانات 1500 قائمة من ذوات القائمتين وحيوانات من ذوات الأربع يمكن تمثيل ذلك بالمعادلة $4x + 2y = 1500$. استخدم التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا.

ثم فسر التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y. (المثالان 2 و3)



برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

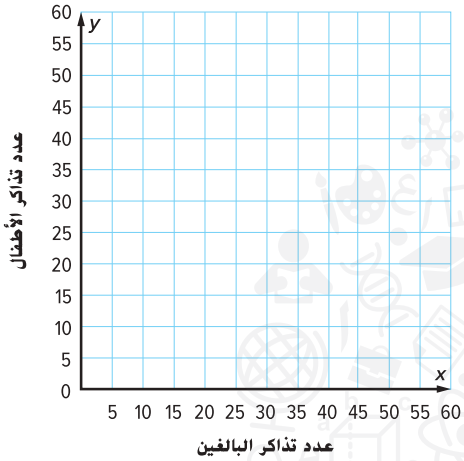
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6. **م.د تمثيلات متعددة** يوضح الجدول سعر تذكرة الدخول الخاصة الأفراد البالغين والأطفال إلى متنزه ما.

	الفرد البالغ	الأطفال
سعر التذكرة (AED)	45	30
التذاكر المشتراة	x	y

a. الرموز التكلفة الإجمالية لتذاكر مجموعة هي AED 1350. اكتب معادلة تمثّل عدد التذاكر المشتراة للأفراد البالغين والأطفال.

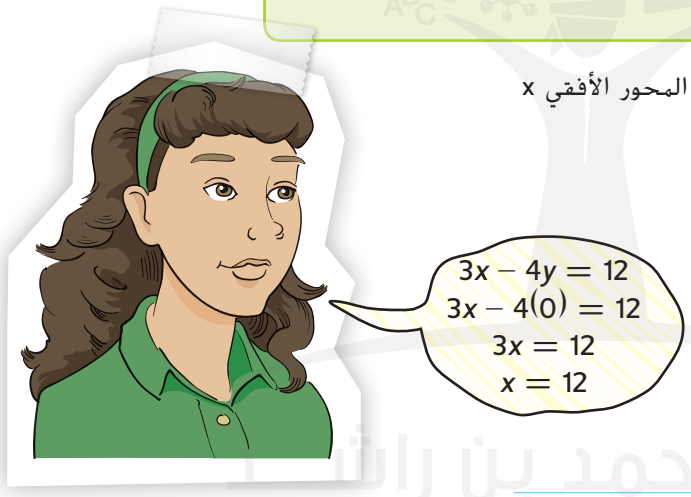
b. الشرح ماهي التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y، وما الذي تمثله؟



c. التمثيلات البيانية استخدم التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا. استخدم التمثيل البياني لإيجاد عدد تذاكر الأطفال المشتراة إذا تم شراء 20 تذكرة للأفراد البالغين.

مسائل مهارات التفكير العليا

7. **م.د البحث عن الخطأ** تبحث ابتهال عن التقاطع مع المحور الأفقي x للمعادلة $3x - 4y = 12$. اكتشف خطأها وصححه.



8. **م.د المثابرة في حل المسائل** محيط المستطيل الذي هو مجموع عدد الوحدات التي تمثل عرضه x والوحدات التي تمثل طوله y يساوي 24 سنتيمترًا.

a. اكتب معادلة للمحيط بالصيغة القياسية.

b. أوجد التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y. هل يُعد أي من التقاطعات مع المحورين الأفقي والرأسي حلاً منطقيًا في هذه الحالة؟ اشرح.

9. **م.د استخدام نماذج الرياضيات** اكتب معادلتين، بحيث تتضمن واحدة تقاطعًا مع المحور الأفقي x ولا تتضمن تقاطعًا مع المحور الرأسي y، والأخرى تتضمن تقاطعًا مع المحور الرأسي y ولا تتضمن تقاطعًا مع المحور الأفقي x.

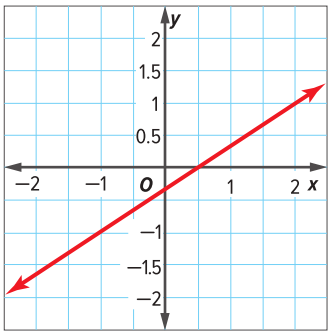
معادلة التقاطع مع المحور الأفقي x:

معادلة التقاطع مع المحور الرأسي y:

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

10. حدد التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y للمعادلة $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$. ثم استخدم تلك التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا.



أوجد التقاطع مع المحور الأفقي x. أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = \frac{2}{3}x + (-\frac{1}{3})$

$0 = \frac{2}{3}x + (-\frac{1}{3})$

$\frac{1}{3} = \frac{2}{3}x$

$(\frac{3}{2})\frac{1}{3} = (\frac{3}{2})\frac{2}{3}x$

$\frac{1}{2} = x$

$y = \frac{2}{3}x + (-\frac{1}{3})$

$b = -\frac{1}{3}$

مساعد الواجب المنزلي

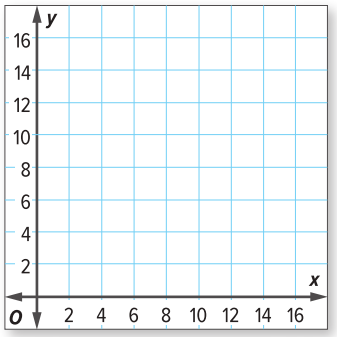
النسخ والحل **حدد التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لكل معادلة. ثم استخدم تلك التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y لتمثيل كل معادلة بيانيًا في ورقة رسم بياني منفصلة.**

11. $2x + 3y = 24$

12. $y = -\frac{8}{9}x - 16$

13. $5x + 3y = 30$

14. لدى هناء 15 ملعقة صغيرة من رقائق الشوكولاتة. حيث تستخدم $1\frac{1}{2}$ ملعقة صغيرة لكل كعكة. ما تبقى لديها من إجمالي عدد الملاعق الصغيرة من رقائق الشوكولاتة y بعد صنع عدد x من الكعك يمكن تحديده بالمعادلة $y = -\frac{3}{2}x + 15$. مثّل المعادلة بيانيًا. ثم فسر التقاطعات مع المحورين الأفقي والرأسي x وy.

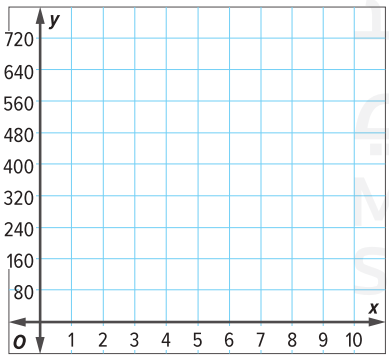


_____

_____

_____

15. **م.ر استخدام أدوات الرياضيات** لدى أسماء 440 AED لكي تدفع أجر الدهَّان ليدهن لها الدور الأرضي. يتقاضى الدهَّان 55 AED في الساعة. تمثل المعادلة $y = 440 - 55x$ المبلغ المالي y المتبقي لديها بعد عدد x من الساعات التي عمل فيها الدهَّان. مثّل المعادلة بيانيًا. ثم فسر التقاطعات مع المحورين الأفقي x والرأسي y.



_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار

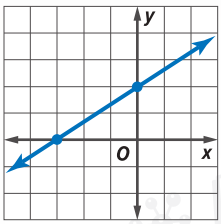
16. اربط كل معادلة بالتمثيل البياني المناسب لها أدناه.

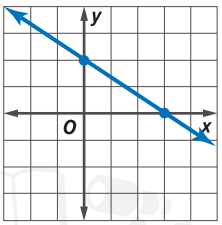
$2x - 3y = -6$

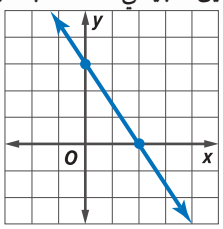
$3x - 2y = -6$

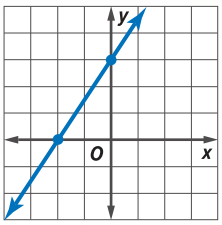
$3x + 2y = 6$

$2x + 3y = 6$









17. تمثل المعادلة $12x - 10y = 600$ إجمالي المبلغ المالي الذي أنفقه مجلس الطلاب مقابل اللوازم الخاصة بجمع التبرعات المدرسية. أكمل الفراغات لتكوين عبارة صحيحة.

التقاطع مع المحور الأفقي x يساوي ____. والتقاطع مع المحور الرأسي y يساوي ____.

مراجعة شاملة

بسّط كل تعبير

18. $-3(x + 6) =$ _____

19. $\frac{2}{3}(3x + 6) - 3 =$ _____

20. $4t + 10 - 5 - 3t =$ _____

21. $5x + 6 - x =$ _____

22. $-\frac{1}{4}(4x - 8) + 18 =$ _____

23. $2a + 4 - 8a - 10 =$ _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

م.د استقصاء حل المسائل

التخمين، والتحقق، والمراجعة

م.د **الممارسات الرياضية**
1, 3, 4

المسألة رقم 1 التوغل في القارة القطبية

ذهب صف مهدي في رحلة إلى حديقة الحيوان لمشاهدة الدب القطبي. حيث كان دخول الطلاب مقابل 10 AED، ودخول الأفراد البالغين مقابل 25 AED. وقد تم إنفاق 345 AED على 30 تذكرة.

ما هو عدد الطلاب والأفراد البالغين الذاهبين إلى حديقة الحيوان؟

1 الفهم *ما المعطيات؟*

يكلّف دخول الطالب 10 AED، بينما يكلّف دخول الفرد البالغ 25 AED. يوجد 30 شخص في الرحلة.

2 التخطيط *ما الإستراتيجية التي ستستخدمها لحل هذه المسألة؟*

خمن الإجابة، وتحقق مما إذا كان تخمينك صحيحًا.

3 الحل *كيف يمكنك تطبيق الإستراتيجية؟*

ارسم جدولاً.

الطلبة	البالغون		
s	a	10s + 25a	تحقق
26	4	10(26)+25(4) = 360	مرتفع جدًا
29	1	10(29) + 25(1) = 315	منخفض جدًا
28	2	10(28)+25(2) = ☐	
27	3	10(27)+25(3) = ☐	

إذًا، سيذهب إلى حديقة الحيوان 27 طالبًا و3 أفراد بالغين.

4 التحقق *هل إجابتك منطقية؟*

30 = 3 + 27 و345 = 25(3) + 10(27)؛ التخمين صحيح. ✓

تحليل الإستراتيجية

م.د **تبرير الاستنتاجات** كما أنه قد ينفق على 23 طالبًا و5 أفراد بالغين 345 AED للدخول إلى حديقة الحيوان. اشرح لم لا يمكن أن يكون هذا هو الحل الصحيح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مسألة رقم 2 العملات المعدنية

لدى ظافر AED 2.50 على هيئة عملات معدنية من فئات 25 فلسًا و 10 فلوس و 5 فلوس.

فإذا كان لديه 18 عملة معدنية، فكم سيكون لديه من كل نوع عملة معدنية؟

1 الفهم

اقرأ المسألة. ما المطلوب منك إيجاده؟

يلزمني إيجاد _____ .

ضع خطًا أسفل **الكلمات الأساسية والقيم الموجودة في المسألة. ما المعلومات التي تعرفها؟**

يوجد ☐ عملة معدنية قيمتها جميعًا ☐ .

تتنوع العملات المعدنية في مجموعة من فئات _____ .

هل توجد أي معلومات أنت *لست* بحاجة إلى معرفتها؟ _____ .

2 التخطيط

اختر إستراتيجية حل المسألة.

سأستخدم إستراتيجية _____ .

3 الحل

استخدم الإستراتيجية التي تراها مناسبة لحل المسألة.

تحقق	عدد العملات المعدنية	حاصل الجمع	5 فلوس	10 فلوس	25 فلسًا

لذلك، _____ .

_____

4 التحقق

استخدم المعلومات الموجودة في المسألة للتحقق من إجابتك.

AED 2.50 = (____ × 0.05) + (____ × 0.10) + (____ × 0.25)؛ الإجابة صحيحة.

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

نشاط تعاوني

شارك مع مجموعة صغيرة لحل المسائل التالية.
اكتب الحل على ورقة منفصلة.

المسـألة رقم 3 التغليف النهائي

يعمل أحمد بدوام جزئي في متجر لتغليف الهدايا. يبيع المتجر ورق التغليف في هيئة لفائف وعلب مربعة الشكل. إجمالي ورق التغليف الموجود 125 من اللفائف والعلب. تتكلف كل لفة AED 3.50، بينما تتكلف علبة التغليف AED 2.25. إجمالي تكلفة كل من لفائف التغليف وعلب التغليف AED 347.50.

ما هو عدد لفائف ورق التغليف الموجودة؟

مسألة رقم 4 العائلة

يوجد خمسة أشقاء مجموع أعمارهم 195 عامًا. الشقيق الأكبر أحمد يكبر عن الشقيق الأصغر بـ 13 عامًا. الشقيقة الوسطى، جميلة، تصغر عن أحمد بخمسة أعوام. أما الشقيقتان الآخران ففارق العمر بينهما هو 6 أعوام.

إذا كان ثاني أكبر الأشقاء يبلغ من العمر 42 عامًا، فما هي أعمار الأشقاء؟

مسألة رقم 5 تداول بطاقات الألعاب الرياضية

تأتي بطاقات رياضة البيسبول في مجموعتين إحداهما مجموعة من 8 بطاقات والأخرى مجموعة من 12 بطاقة. اشترى قاسم بعضًا من كل مجموعة لكي يكون إجمالي ما معه 72 بطاقة بيسبول.

فكم اشترى قاسم من كل مجموعة؟

مسألة رقم 6 المهن المستقبلية

يمكن أن يسجل مئة وخمسة عشر طالبًا أسماءهم لسماع ثلاثة متحدثين مختلفين في يوم المهن. سمع سبعون طالبًا الممرضة تتحدث، وسمع 52 طالبًا رجل الإطفاء، وسمع 78 طالبًا مهندسًا مسؤولاً عن شبكة الإنترنت. سمع بعض الطلاب أكثر من متحدث واحد.
تظهر النتائج في الجدول أعلاه.

عدد الطلاب	المتحدث
15	المتحدثون الثلاثة
20	الممرضة ورجل الإطفاء
30	المهندس المسؤول عن شبكة الإنترنت والممرضة
12	رجل الإطفاء فقط

ما هو عدد الطلاب الذين سجلوا أسماءهم لسماع المهندس المسؤول عن شبكة الإنترنت فقط؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اختبار منتصف الوحدة

مراجعة المفردات

مفردات

1. **مراعاة الدقة** عرّف *العلاقة الخطية*. اضرب مثالاً للعلاقة الخطية. (الدرس 1) ع.د ٢.٠

مراجعة المهارات وحل المسائل

أوجد الميل للخط المستقيم المار عبر كل زوج من النقاط. (الدرس 2)

2. A(2, 5), B(3, 1)

3. C(−1, 2), D(−5, 2)

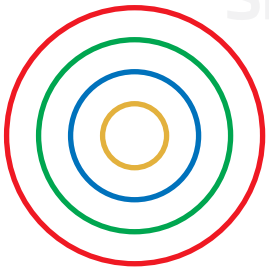
4. E(5, 2), F(2, −3)

5. G(4, 3), H(−2, −6)

6. خبز حمدان 3 كعكات في $2\frac{1}{2}$ ساعة. افترض أن عدد الكعكات المخبوزة يتغير طرديًا مع عدد الساعات. اكتب معادلة التغير الطردي وحلها لإيجاد عدد الكعكات التي يمكنه خبزها في $7\frac{1}{2}$ ساعات. (الدرس 3)

7. توضح المعادلة إجمالي المبلغ المالي y الذي حققه محمد من صبغ x من الكراسي $y = 15x + 25$ ما الذي يمثله الميل؟ (الدرس 4)

8. **المثابرة في حل المسائل** يحتوي شعار شركة على أربع دوائر متحدة المركز. افترض أنك تمثل النقاط (محيط الدائرة، قطر الدائرة) تمثيلاً بيانياً وتصلهم بخط مستقيم من حيث (π). ما ميل الخط المستقيم الناتج؟ (الدرس 4) ع.د ٢.٠



برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6

كتابة المعادلات الخطية

الربط بالحياة اليومية

حديقة الحيوان تظهر تكلفة ذهاب 1، و2، و3، و4 أشخاص إلى حديقة حيوان في الجدول.

عدد الأشخاص، x	1	2	3	4
إجمالي التكلفة، y	AED 52	AED 88	AED 124	AED 160

1. هل تُعد العلاقة خطية؟ اشرح.

2. ما هو ميل التمثيل البياني ذو الصلة؟ ☐

3. اختر زوجًا مرتبًا بيانيًا. (☐ , ☐) ثم عوّض عن القيم في المعادلة أدناه.

$$y = m x + b$$

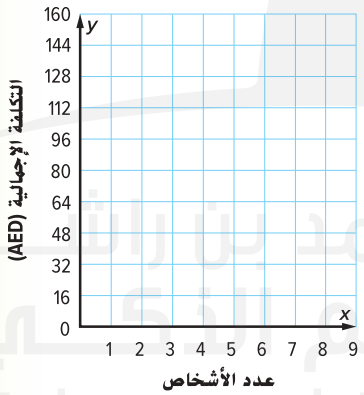
$$\square = \square \times \square + b$$

4. حل لـ b لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$b =$ ☐

5. اكتب معادلة عن الخط المستقيم بصيغة الميل والتقاطع مع المحور الرأسي.

6. مثّل البيانات بيانيًا من الجدول على مستوى الإحداثي.



السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

صيغة الميل ونقطة (point-slope form)

م.ر الممارسات الرياضية

1, 2, 3, 4, 5, 7

م.ر ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

المفهوم الأساسي

صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية

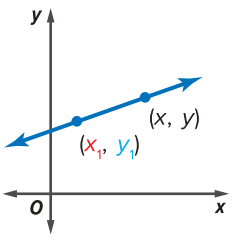
الكلمات

المعادلة الخطية $y - y_1 = m(x - x_1)$ تُكتَب بصيغة الميل ونقطة، حيث (x_1, y_1) نقطة معطاة على مستقيم غير عمودي وm هو ميل المستقيم.

الرموز

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

التمثيل البياني



منطقة العمل

الميل

ترتبط صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية بشكل مباشر بتعريف الميل.

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

يمكنك كتابة معادلة لخط مستقيم ما بصيغة الميل والمقطع عند معرفة الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y. يمكنك كتابة معادلة لخط مستقيم ما **بصيغة الميل ونقطة** عند معرفة الميل وإحداثيات نقطة ما على الخط عندما لا تشكّل النقطة تقاطعًا مع المحور الرأسي y.

أمثلة

1. اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة للخط المستقيم الذي يمر عبر $(-2, 3)$ بميل 4

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة الميل ونقطة
$y - 3 = 4[x - (-2)]$	$(x_1, y_1) = (-2, 3), m = 4$
$y - 3 = 4(x + 2)$	بسّط.

2. اكتب صيغة الميل والمقطع للمعادلة من المثال 1.

$y - 3 = 4(x + 2)$	اكتب المعادلة.
$y - 3 = 4x + 8$	خاصية التوزيع
$+3 \quad = \quad +3$	خاصية الجمع في المعادلة
$y = 4x + 11$	بسّط.

تحقق من التالي: عوض عن إحداثيات النقطة المحددة في المعادلة.

$$y = 4x + 11$$
$$3 \stackrel{?}{=} 4(-2) + 11$$
$$3 = 3 \checkmark$$

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

اكتب الحل هنا.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع للخط المستقيم الذي يمر عبر $(2, -1)$ وله الميل $-\frac{1}{2}$

a. _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

المفهوم الأساسي

كتابة معادلة خطية

من الميل ونقطة
- عوّض عن الميل m وإحداثيات النقطة في $y - y_1 = m(x - x_1)$

من الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y
- عوض عن الميل m والتقاطع b مع المحور الرأسي y في $y = mx + b$

من التمثيل البياني
- أوجد التقاطع b مع المحور الرأسي y والميل m من التمثيل البياني، ثم عوض عن الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y في $y = mx + b$

من نقطتين
- استخدم إحداثيات النقاط لإيجاد الميل. عوض عن الميل وإحداثيات إحدى النقاط في $y - y_1 = m(x - x_1)$

من الجدول
- استخدم إحداثيات النقطتين لإيجاد الميل، ثم عوض عن الميل وإحداثيات إحدى النقاط في $y - y_1 = m(x - x_1)$

تعتمد الصيغة التي تستخدمها في كتابة معادلة خطية ما على المعلومات المقدمة لك.

مثال

3. اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع للخط المستقيم الذي يمر عبر $(8, 1)$ و $(-2, 9)$.

الخطوة 1 أوجد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قاعدة الميل

$$m = \frac{9 - 1}{-2 - 8}$$ $(x_1, y_1) = (8, 1), (x_2, y_2) = (-2, 9)$

$$m = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$$ بسّط.

الخطوة 2 استخدم الميل وإحداثيات أي نقطة لكتابة المعادلة بصيغة الميل ونقطة.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ صيغة الميل ونقطة

$$y - 1 = -\frac{4}{5}(x - 8)$$ $(x_1, y_1) = (8, 1), m = -\frac{4}{5}$

إذًا، صيغة الميل ونقطة للمعادلة تكون $y - 1 = -\frac{4}{5}(x - 8)$

في صيغة الميل والمقطع، يكون هذا $y = -\frac{4}{5}x + \frac{37}{5}$

اكتب الحل هنا.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. $(3, 0)$ و $(6, -3)$

c. $(-1, 2)$ و $(5, -10)$

b. _____

c. _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

4. **تظهر تكلفة جلسات التدريب على الحاسوب في الجدول. اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لتمثل تكلفة y لحضور x جلسات التدريب على الحاسوب. أوجد ميل الخط المستقيم. ثم استخدم الميل وإحدى النقاط لكتابة معادلة الخط المستقيم.**

التكلفة (AED)	عدد الجلسات
165	5
290	10

$(x_2, y_2) = (10, 290), (x_1, y_1) = (5, 165)$

$m = \frac{290 - 165}{10 - 5}$

$m = \frac{125}{5} = 25$

بسّط.

$y - 165 = 25(x - 5)$

استبدل (x_1, y_1) بـ $(5, 165)$ و m بـ 25 في المعادلة بصيغة الميل ونقطة.

إذًا، معادلة الخط المستقيم هي $y - 165 = 25(x - 5)$

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

e. تظهر تكلفة صناعة أزرار تزيينية في الجدول. اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لتمثل التكلفة y لصناعة العدد x من الأزرار

التكلفة (AED)	عدد الأزرار
25	100
35	150

اكتب الحل هنا.

e. _____

تمرين موجّه

تحقق

اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع لكل خط مستقيم. (الأمثلة 1–3)

1. يمر عبر $(2, 5)$، الميل $= 4$

2. يمر عبر $(-3, 1)$ و$(-2, -1)$

اكتب الحل هنا.

3. تخطط رقية لإقامة حفلة. تبلغ تكلفة 20 شخصًا AED 290. تبلغ تكلفة 45 شخصًا AED 590. اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لتمثل تكلفة y لإقامة حفلة للعدد x من الأشخاص. (مثال 4)

4. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يسهل استخدام صيغة الميل ونقطة لمعادلة خطية كتابة معادلة لمستقيم ما؟

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لكتابة المعادلات الخطية؟ ضع علامة في المربع المناسب.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمارين ذاتية

اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع لكل خط مستقيم.

(الأمثلة 1–3)

1. يمر عبر (1, 9)، ميل = 2

2. يمر عبر (−1, 4)، ميل = −3

اكتب الحل هنا.

3. يمر عبر (−5, −4)، ميل = $\frac{3}{4}$

4. يمر عبر (−6, 3) و(2, −1)

5. يمر عبر (−4, 4) و(−10, 8)

6. يمر عبر (4, 3) و(−4, 5)

7. STEM من أجل إجراء تجربة علمية، قاست زينب ارتفاع نبات كل أسبوع. ودونت المعلومات في الجدول. على افتراض أن النمو خطي، اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لتمثل ارتفاع النبات y بعد x أسابيع. (مثال 4)

أسابيع	ارتفاع (cm)
5	13
10	14

8. بعد ثانيتين من ركل ضربة جزاء في كرة القدم، تقطع الكرة مسافة 160 قدمًا. بعد 2.75 ثانية من الركلة نفسها، تقطع الكرة مسافة 220 قدمًا. اكتب معادلة بصيغة والميل ونقطة لتمثل المسافة y للكرة بعد x ثانية.

(مثال 4)

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

9. $y - 4 = -3(x - 3)$

10. $y + 9 = 2(x + 5)$

11. **م.ر تحديد البنية** ارسم خطًا يربط صيغة المعادلة بالمعادلات الصحيحة.

صيغة الميل والمقطع	$5x + 3y = 12$
الصيغة القياسية	$y = 2x - 8$
صيغة الميل ونقطة	$7x = y$
	$y - 8 = \frac{1}{2}(x - 9)$
	$4x - 6y = 24$
	$y = 10 - 3x$

مسائل مهارات التفكير العليا

12. **م.ر التفكير بطريقة تجريدية** اكتب معادلة خطية بصيغة الميل ونقطة. حدّد الميل وعيّن نقطة على الخط المستقيم.

13. **م.ر المثابرة في حل المسائل** إذا كانت معادلة المستقيم هي $y = -\frac{1}{2}x + 6$ فاكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة للخط المستقيم نفسه. اشرح الخطوات التي استخدمتها.

14. **م.ر المثابرة في حل المسائل** رتّب الخطوات لكتابة معادلة خطية بصيغة الميل والمقطع إذا علمت ميل المستقيم ونقطة على المستقيم.

_____ حوّل المعادلة لأبسط صورة.

_____ استخدم خاصية التوزيع لضرب الميل في x و x_1.

_____ عوض عن الميل m وإحداثيات النقطة (x_1, y_1) في صيغة الميل ونقطة.

_____ استخدم خاصية الجمع في المعادلة.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين إضافي

اكتب معادلة خطية بصيغة الميل ونقطة وصيغة الميل والمقطع لكل خط مستقيم.

15. يمر عبر (-7,10)، ميل = -4

$y - 10 = -4(x + 7)$; $y = -4x - 18$

$y - y_1 = m(x - x_1)$
$y - 10 = -4(x + 7)$
$y - 10 = -4x - 28$
$+ 10 = \quad + 10$
$y = -4x - 18$

مساعد الواجب المنزلي

16. يمر عبر (1, 2) و(3, 4)

$y - 4 = 1(x - 3)$; $y = x + 1$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{3 - 1} = \frac{2}{2}$ or 1

$y - y_1 = m(x - x_1)$
$y - 4 = 1(x - 3)$
$y - 4 = x - 3$
$+ 4 = \quad + 4$
$y = x + 1$

17. يمر عبر (6, 2)، ميل = $\frac{2}{3}$

18. يمر عبر (2, -2) و(-1, 4)

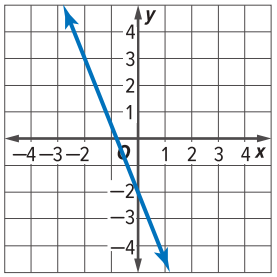
اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

19. $y + 1 = \frac{4}{5}(x - 3)$

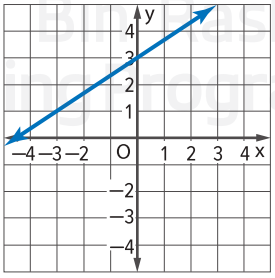
20. $y - 8 = -\frac{1}{2}(x + 4)$

م.ر استخدام أدوات الرياضيات اكتب معادلة بصيغة الميل ونقطة لكل خط مستقيم ممثّل بيانيًا.

21.



22.



برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

انطلق! تمرين على الاختبار

23. يُظهر الجدول بعض الأزواج المرتبة التي تقع على خط مستقيم. أي المعادلات يمكنها أن تمثل الخط المستقيم؟ حدد كل ما ينطبق.

x	−1	0	1	2
y	−6	−2	2	6

☐ $y - 2 = 4(x - 6)$ ☐ $y - 2 = 4(x - 1)$ ☐ $y = -4x + 1$ ☐ $y = 4x - 2$

24. بعد 4 ساعات من القيادة، بعدت زهرة عن المنزل بـ 248 كيلومتراً. بعد 6 ساعات من القيادة، بعدت زهرة عن المنزل بـ 372 كيلومتراً. حدد القيمة الصحيحة المطلوبة لإكمال النموذج أدناه.

1	62
4	248
6	372

الميل: $\frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square}$

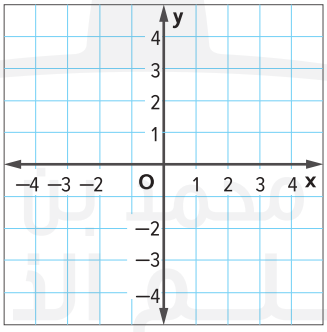
ما صيغة الميل ونقطة للخط المستقيم الذي يمثل هذه الحالة؟

مراجعة شاملة

25. استخدم المعلومات في الجدول لإيجاد معدل التغيير الثابت بالدرهم في الساعة. _____

الزمن (بالساعة)	0	1	2	3
الأجرة (AED)	0	9	18	27

26. ارسم التمثيل البياني لـ $y = 4x$



27. قطعت سيارة مسافة 150 كيلومتراً في $1\frac{1}{4}$ ساعة. بهذا المعدل، ما المسافة التي ستقطعها السيارة بعد 5 ساعات؟ افترض أن المسافة المقطوعة تختلف مباشرة مع الوقت المقطوع في السفر. اكتب معادلة لتمثل الحالة.

_____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 3
تقنية الحاسبة البيانية: تمثيل السلوك الخطي

الاستكشاف

كيف يساعدك استخدام التقنية على تحديد ما إذا كانت الحالات تعرض السلوك الخطي أم لا؟

م.ر **المهارسات الرياضية**
1, 3, 5

تمشي سارة و أخيها سالم إلى المدرسة بسرعة نحو 3 كيلومتر في الساعة. استخدم الاستكشاف لمعرفة ما إذا كانت العلاقة بين المسافة والزمن هي علاقة خطية أم لا.

نشاط عملي

الخطوة 1 اربط كاشف الحركة بالآلة الحاسبة لديك. شغل برنامج جمع البيانات بالضغط على APPS (CBL/CBR)، ENTER. ثم حدد Meters, Applications, Ranger, Dist Match.

الخطوة 2 ضع الكاشف على مكتب أو طاولة بحيث يمكنه قراءة حركة شخص أثناء سيره.

الخطوة 3 حدد الأرضية على مسافة 1 و6 أمتار من الكاشف. اطلب من زميل الوقوف على علامة التحديد 1 متر.

الخطوة 4 عندما تضغط على الزر لبدء جمع البيانات، اطلب من زميلك البدء في السير بعيدًا عن الكاشف بخطوة بطيئة ولكن ثابتة.

الخطوة 5 توقف عن جمع البيانات عند اجتياز زميلك علامة التحديد 6 أمتار.

الخطوة 6 اضغط على ENTER لعرض التمثيل البياني للبيانات. تمثل القيم x فترات زمنية متساوية بالثواني. تمثل القيم y المسافات التي تبعد عن الكاشف بالأمتار.

صِف التمثيل البياني للبيانات الخاص بالمسافة. هل العلاقة بين الوقت والمسافة تبدو خطية؟ اشرح.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

نشاط تعاوني

م.ر **استخدام أدوات الرياضيات** راجع النشاط. تعاون مع زميل.

1. استخدم الخاصية TRACE الموجودة في الآلة الحاسبة لديك لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y على التمثيل البياني. وضح دلالتها.

2. اضغط على STAT 1. توجد بيانات الوقت في L1 وتوجد بيانات المسافة في L2. استخدم هذه البيانات لحساب معدل التغير $\frac{\text{المسافة}}{\text{الوقت}}$ لثلاثة أزواج من النقاط.

معدل التغير	$\frac{\text{المسافة}_1 - \text{المسافة}_2}{\text{الوقت}_1 - \text{الوقت}_2}$	نقطة 2 (المسافة، الوقت)	نقطة 1 (المسافة، الوقت)

3. م.ر **تبرير الاستنتاجات** هل الجدول في التمرين 2 يدعم استنتاجك بشأن التمثيل البياني في النشاط؟ اشرح.

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

4. خمّن كيف سيختلف التمثيل البياني والإجابات عن تمرين 2 إذا كان من المفترض على الشخص الموجود في النشاط ما يلي:

a. التحرك بخطوة ثابتة *ولكن* أسرع بعيدًا عن الكاشف.

b. التحرك بخطوة ثابتة *تجاه* الكاشف.

الابتكار

بنفسك

5. م.ر **الاستدلال الاستقرائي** كيف يمكنك تغيير الحالة لتكون حالة لا تعرض السلوك الخطي؟

6. الاستكشاف كيف يساعدك استخدام التقنية في تحديد ما إذا كانت الحالة تظهر السلوك الخطي أم لا؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 4
تقنية الحاسبة البيانية: أنظمة المعادلات

الاستكشاف **كيف يمكنني استخدام حاسبة التمثيل البياني لإيجاد حل واحد لمجموعة مكونة من معادلتين؟**

الممارسات الرياضية ٥،٤
1, 3, 5, 7

يفرض موقع الويب *A* رسومًا تبلغ AED 30 بالإضافة إلى AED 10 لكل كيلوجرام لشحن سلعة ما. بينما يفرض موقع الويب *B* رسومًا تبلغ AED 10 بالإضافة إلى AED 20 لكل كيلوجرام لشحن السلعة نفسها. بالنسبة إلى شيء يزن *x* من الكيلوجرامات، فإن رسوم موقع الويب *A* تُمثَّل بـ $y = 10x + 30$. وتُمثَّل رسوم موقع الويب *B* بـ $y=20x+10$. عند أي نقطة تكون الرسوم هي نفسها؟

ما المعطيات التي تعرفها؟ _____

ما الذي تحتاج إلى معرفته؟ _____

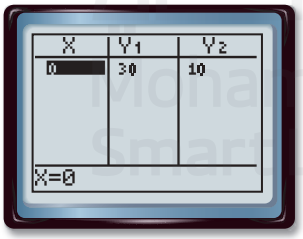
نشاط عملي

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء جدول قيم يمثّل $y = 10x + 30$ و $y = 20x + 10$. ثم استخدم الجدول لإيجاد إجمالي تكلفة شحن الأشياء التي تزن 1 أو 2 أو 3 كيلوجرامات.

الخطوة 1 اضغط على الزر Y=. ثم أدخل كل معادلة.

الخطوة 2 قم بإعداد الجدول. اضغط على 2nd TblSet لعرض شاشة إعداد الجدول. اضغط على ▶ ▼ ▼ لتحديد Indpnt: اسأل. ثم اضغط على ENTER لتحديد Depend: Auto.

الخطوة 3 ادخل إلى الجدول بالضغط على 2nd Table الآن تنقّل بين قيم مدخلاتك. اضغط على ENTER بعد كل قيمة. املأ الجدول. تم حل المثال الأول كنموذج لك.



إذًا، النقطة عندما تكون الرسوم متماثلة هي _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

نشاط تعاوني

م.ر استخدام أدوات الرياضيات تعاون مع زميلك لمراجعة النشاط.

1. لأي عدد من الكيلوجرامات تكون رسوم موقع ويب A أصغر من رسوم موقع ويب B؟ _____

2. لأي عدد من الكيلوجرامات تكون رسوم موقع ويب A أكبر من رسوم موقع ويب B؟ _____

3. اضغط على الزر GRAPH. انسخ شاشة الآلة الحاسبة على الشاشة الفارغة الموضحة.

4. عند أي نقطة يتقاطع الخطان؟ ما الذي يمثله هذا الزوج المرتب؟

5. كيف تقارن نقطة تقاطع الخطين بالإجابة عن النشاط؟

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

6. **م.ر استخدام أدوات الرياضيات** استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل كل مجموعة من المعادلات بيانيًا في الجدول. أوجد نقطة التقاطع للخطين.

مجموعة من المعادلات	نقطة التقاطع
$y = 2x + 2$ $y = x + 2$	
$y = 3x + 5$ $y = -x - 3$	

7. **م.ر تحديد البنية** اشرح ما تمثله نقطة التقاطع.

الابتكار

بنفسك

8. **م.ر استخدام نماذج الرياضيات** صِف موقفًا من الحياة اليومية يتضمن إيجاد نقطة تقاطع لخطين.

9. الاستكشاف كيف يمكنني استخدام حاسبة التمثيل البياني لإيجاد حل واحد لمجموعة مكونة من معادلتين؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 7

حل أنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

أنظمة المعادلات (systems of equations)

الممارسات الرياضية م.ر
1, 3, 4, 7

الربط بالحياة اليومية

الأنشطة يوفر مخيم خدمات تأجير رحلات بالقوارب المطاطية وزوارق التجديف والدراجات المائية كما هو موضح.

	مبلغ الضمان (AED)	التكلفة لكل ساعة (AED)
القارب المطاطي	50	20
زورق التجديف	400	250
الدراجة المائية	500	350

1. اكتب معادلة تمثل إجمالي التكلفة y لتأجير القارب المطاطي لأي عدد من الساعات x. _____
2. اكتب معادلة تمثل إجمالي التكلفة y لتأجير زورق التجديف لأي عدد من الساعات x. _____
3. اكتب معادلة تمثل إجمالي التكلفة y لتأجير الدراجة المائية لأي عدد من الساعات x. _____
4. أوجد تكلفة تأجير كل وسيلة ترفيه لعدد 1 و2 و3 و4 و5 من الساعات.

عدد الساعات	تكلفة تأجير القارب المطاطي (AED)	تكلفة تأجير زورق التجديف (AED)	تكلفة تأجير الدراجة المائية (AED)
1			
2			
3			
4			
5			

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ م.ر
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

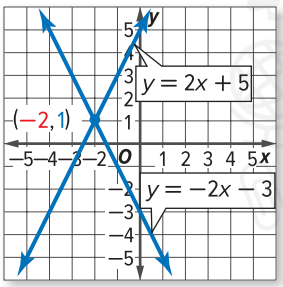
أنظمة المعادلات

تُسمى معادلتان أو أكثر من المعادلات التي تحتوي على نفس المجموعة من المتغيرات **نظامَ معادلات**. على سبيل المثال، المعادلتان $y = 4x$ و $y = 4x + 2$ كلاهما نظام معادلات.

يمكنك تقدير حل نظام المعادلات من خلال تمثيل المعادلات بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. ويكون الزوج المرتب لنقطة تقاطع التمثيلين البيانيين هو حل نظام المعادلات لأن نقطة التقاطع تحقق كلتا المعادلتين معًا.

مثال

1. حُل نظام المعادلات $y = -2x - 3$ و $y = 2x + 5$ باستخدام التمثيل البياني.



مثّل كل معادلة بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي.

يظهر الرسمان متقاطعين عند النقطة $(-2, 1)$.

تحقق من هذا التقدير عن طريق استبدال x بالقيمة -2 و y بالقيمة 1.

تحقق

$y = 2x + 5$

$1 \stackrel{?}{=} 2(-2) + 5$

$1 = 1$ ✓

$y = -2x - 3$

$1 \stackrel{?}{=} -2(-2) - 3$

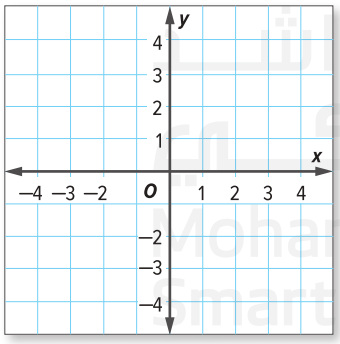
$1 = 1$ ✓

حل نظام المعادلات هو $(-2, 1)$.

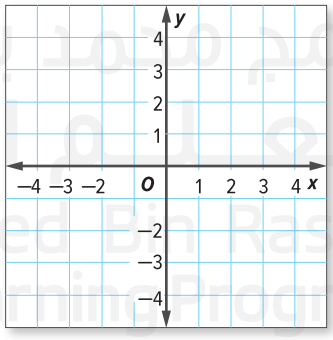
تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $y = x - 1$
$y = 2x - 2$



b. $y = 4x$
$y = x + 3$



اكتب الحل هنا.

a. _____

b. _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

أمثلة

متجر جمال للمركبات الرياضية به مخزون من الدراجات البخارية (ثنائية العجلات) والدراجات النارية (رباعية الدفع) للبيع. ويوجد في المتجر إجمالي 45 مركبة تحتوي جميعها على 130 عجلة.

2. اكتب نظام معادلات يمثل هذه المسألة.

لنفرض أن y يمثل الدراجات البخارية و x يمثل الدراجات النارية رباعية الدفع.

$y + x = 45$ عدد الدراجات البخارية والدراجات النارية رباعية الدفع هو 45.

$2y + 4x = 130$ عدد العجلات يساوي 130.

3. حُل نظام المعادلات. فسر الحل.

اكتب كل معادلة في صيغة الميل والمقطع.

$x + y = 45$

$y = -x + 45$

$2y + 4x = 130$

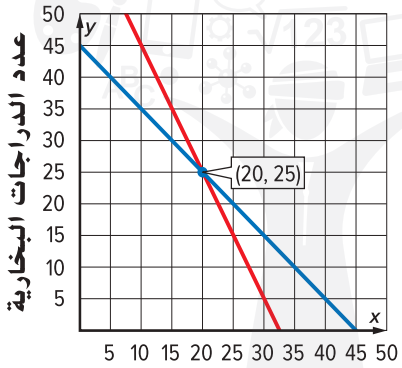
$2y = -4x + 130$

$y = -2x + 65$

مثّل المعادلتين بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. تتقاطع المعادلتان عند النقطة (20, 25).

الحل هو (20، 25).

وهذا يعني أن المتجر به 20 دراجة نارية رباعية الدفع و25 دراجة بخارية.



تحقق

$x + y = 45$

$20 + 25 \stackrel{?}{=} 45$

$45 = 45$ ✓

$2y + 4x = 130$

$25(2) + 20(4) \stackrel{?}{=} 130$

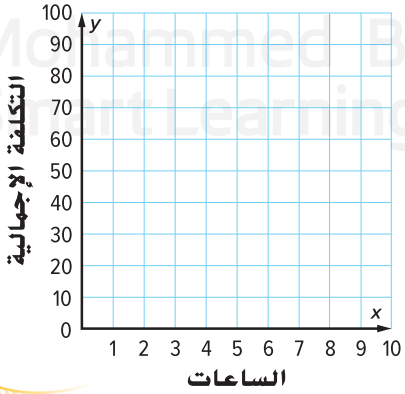
$130 = 130$ ✓

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

اكتب الحل هنا.

c. يعطي مركز حِرَف إبداعية دروسًا في عمل سجلات القصاصات التذكارية بـ AED 15 في الساعة بالإضافة إلى AED 10 تكلفة المستلزمات. ويعطي مركز السجلات التذكارية دروسًا بـ AED 20 في الساعة وبدون أي رسوم إضافية. اكتب نظام معادلات يمثل هذه المسألة وحُل هذا النظام. فسر الحل.



C. _____

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

عدد الحلول

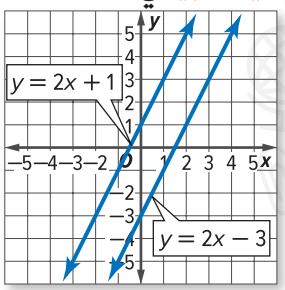
يوضح التمثيل البياني لنظام المعادلات عددَ الحلول.

- إذا تقاطع الخطان المستقيمان، يكون هناك حل واحد.
- إذا كان الخطان المستقيمان متوازيين، فلن يكون هناك حل.
- إذا كان الخطان المستقيمان منطبقان، فسيكون هناك عدد لا نهائي من الحلول.

أمثلة

حُل كلًا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام التمثيل البياني.

4. $y = 2x + 1$
$y = 2x - 3$



ارسم كل معادلة بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. يظهر التمثيلان البيانيان في صورة خطين مستقيمين متوازيين.
بما أنه لا توجد نقطة إحداثية تمثل حل المعادلتين، إذًا، لا يوجد حل لنظام المعادلات هذا.

تحقق حلل المعادلات. اكتبها في الصيغة القياسية.

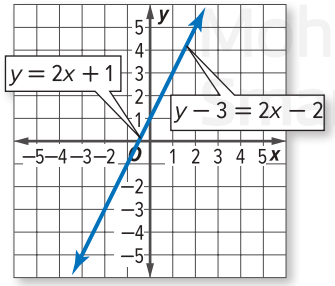
$y = 2x + 1$ | $y = 2x - 3$
$y - 2x = 2x - 2x + 1$ | $y - 2x = 2x - 2x - 3$
$y - 2x = 1$ | $y - 2x = -3$

بما أن $y - 2x$ لا يمكن أن تكون 1 و3− معًا، إذًا لا يوجد حل. ✓

5. $y = 2x + 1$
$y - 3 = 2x - 2$

اكتب $y - 3 = 2x - 2$ في صيغة الميل والمقطع.

$y - 3 = 2x - 2$	اكتب المعادلة.
$y - 3 + 3 = 2x - 2 + 3$	أضف 3 إلى كل طرف.
$y = 2x + 1$	بسّط.



المعادلتان متماثلتان.
مثّل الخط المستقيم بيانيًا.

أي زوج مرتب على التمثيل البياني سيحقق كلتا المعادلتين. لذا، يوجد عدد لا نهائي من الحلول لنظام المعادلات.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

حُل كلًّا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام التمثيل البياني.

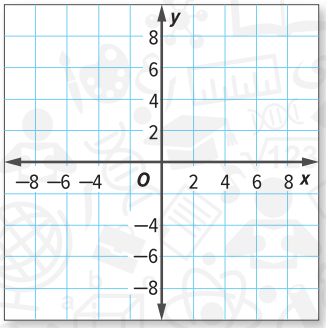
d. $y = \frac{2}{3}x + 3$
$3y = 2x + 15$

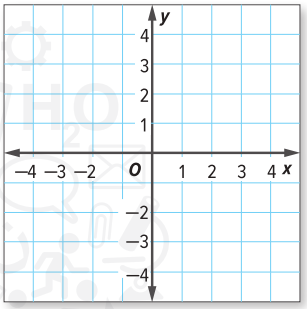
e. $y - x = 1$
$y = x - 2 + 3$

اكتب الحل هنا.

d. _____

e. _____





مثال

6. يتكون نظام المعادلات من خطين مستقيمين. يمر الخط المستقيم الأول عبر النقطتين (2, 3) و(0, 5). يمر الخط المستقيم الآخر عبر النقطتين (1, 1) و (0, −1). *حدد هل هذا النظام ليس له حل أم له حل واحد أم له عدد لا نهائي من الحلول.*

للمقارنة بين الخطين المستقيمين، اكتب معادلة كل خط مستقيم في صيغة الميل والمقطع.

أوجد ميل كل خط مستقيم.

(0, 5) و (2, 3)　　(0, −1) و (1, 1)

$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{0 - 2}$ أو -1　　$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{0 - 1}$ أو 2

أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y لكل خط مستقيم. ثم اكتب المعادلة.

استخدم النقطة (0, 5).　　استخدم النقطة (0, −1).

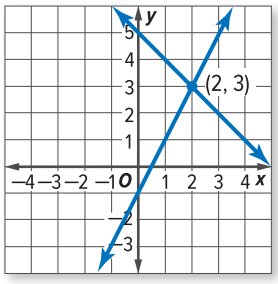
التقاطع مع المحور الرأسي y عند 5.　التقاطع مع المحور الرأسي y عند -1.

$y = mx + b$　　$y = mx + b$

$y = -1x + 5$　　$y = 2x - 1$

بما أن هناك ميولاً مختلفة وتقاطعات مختلفة مع المحور الرأسي y للخطين المستقيمين، إذًا فهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

تحقق مثّل كل خط مستقيم بيانيًا على المستوى الإحداثي.



يتقاطع الخطان المستقيمان عند النقطة (2, 3)، لذا يوجد حل حل واحد فقط. ✓

الميول والتقاطعات

إذا كان يوجد في نظام المعادلات الخطية:

- ميول مختلفة وتقاطعات مختلفة مع المحور الرأسي y، يكون هناك حل واحد فقط.
- نفس الميل وتقاطعات مختلفة مع المحور الرأسي y، فلا يكون هناك حل.
- نفس الميل ونفس التقاطع مع المحور الرأسي y، يكون هناك عدد لا نهائي من الحلول.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

f. $(0, 2), (1, 4)$ و $(0, -1), (1, 1)$

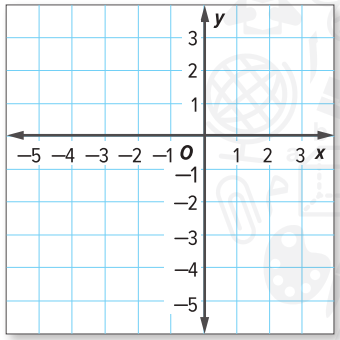
f. _____

تمرين موجّه

تحقق

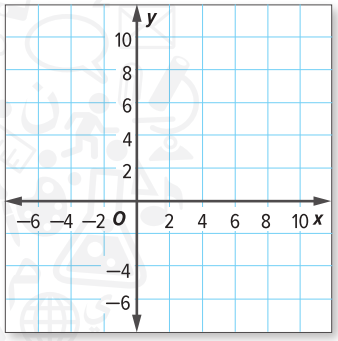
حُل كلًّا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام التمثيل البياني. (الأمثلة 1 و4 و5)

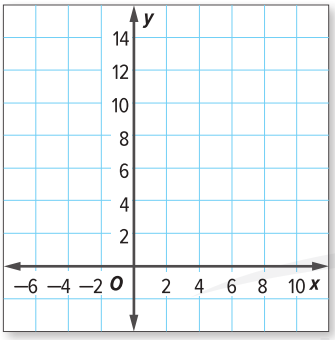
1. $y = x + 3$
$y = -2x - 3$



اكتب الحل هنا.

2. $y - 6 = 2x$
$y = 2(x + 1) + 4$





3. مجموع عمر سلوى زائد ضعف عمر حاتم هو 12 عامًا. والفرق بين عمر سلوى وعمر حاتم هو 3 أعوام. اكتب نظام معادلات وقم بحله لإيجاد عمر كل منهما. فسر الحل. المثالان (2 و3)

_____

_____

_____

4. يتكون نظام المعادلات من خطين مستقيمين. يمر الخط المستقيم الأول عبر النقطتين $(-1, 3)$ و $(0, 1)$. ويمر الخط الثاني عبر النقطتين $(0, 2)$ و $(1, 4)$ *ليس له حل أم له حل واحد أم له عدد لا نهائي من الحلول.* (مثال 6) _____

5. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكنك استخدام تمثيل بياني لحل نظام المعادلات؟

_____

_____

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم المناسب.

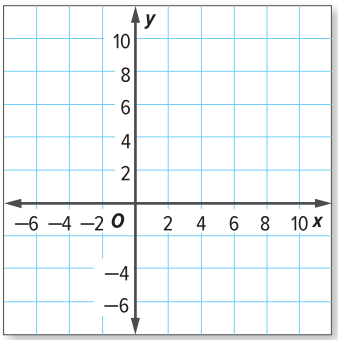
المحطويات حان وقت تحديث مطويتك!

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

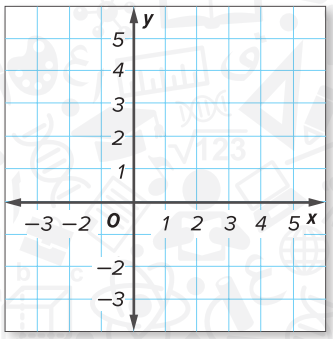
تمارين ذاتية

حُل كلًّا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام التمثيل البياني. (الأمثلة 1 و4 و5)

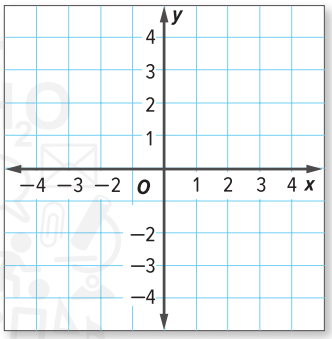
1. $y = x$
$y = 2x - 4$ _____



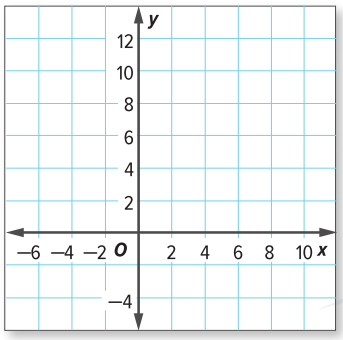
2. $y = -\frac{1}{2}x + 5$
$y = 3x - 2$ _____



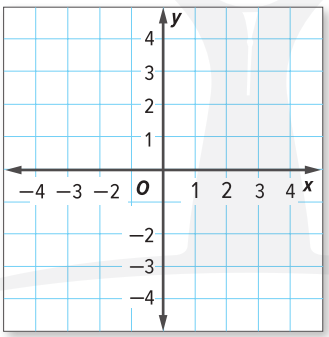
3. $y - 2x = 4$
$y = 2x$ _____



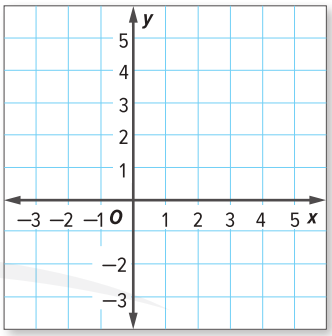
4. $y - 4x = 8$
$y = 2(2x + 4)$ _____



5. $x + y = 3$
$y = -3(2x - 1)$ _____



6. $-x + y = -2$
$y = 2$ _____



7. النسخ والحل إجمالي عدد الكلاب والقطط في محل لبيع الحيوانات الأليفة هو 45. ويزيد عدد القطط عن عدد الكلاب بمقدار 7. أوجد عدد القطط والكلاب الموجودة في المحل. على ورقة منفصلة، اكتب نظام معادلات يمثل المسألة وحُل هذا النظام. فسر الحل. المثالان (2 و3)

النسخ والحل ***يمر خط مستقيم عبر كل زوج من النقاط. حدد هل هذا النظام ليس له حل أم له حل واحد أم له عدد لا نهائي من الحلول. اكتب الحل على ورقة منفصلة.*** (مثال 6)

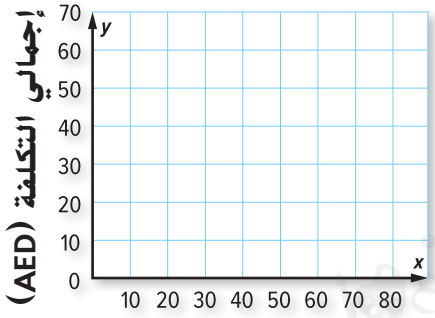
8. $(0, 3)$ و$(-2, 5)$;
$(5, -2)$ و$(0, 3)$

9. $(4, 1)$ و$(0, 1)$;
$(0, -4)$ و$(4, 4)$

10. $(-2, -2)$ و$(0, 2)$;
$(1, 1)$ و$(0, -1)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11. م.د **استخدام نماذج الرياضيات** قرر أحمد شراء سوار معصم لركوب جميع الألعاب بـــ 25 AED. أراد محمد استخدام التذاكر بدلاً من ذلك.قال أحمد لصديقه محمد : "تذكر أن كل لعبة تحتاج إلى تذكرتين."



a. تمثل المعادلة $y = 0.71x$ إجمالي التكلفة y لعدد x من التذاكر بمعدل 7 تذاكر بـــ 5 AED. وتمثل المعادلة $y = 25$ تكلفة سوار المعصم. مثّل كل معادلة بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي.

b. كم عدد الألعاب التي يجب أن يركبها كل شخص بحيث تكون التكاليف متماثلة تقريبًا؟

مسائل مهارات التفكير العليا

12. م.د **المثابرة في حل المسائل** المعادلة الأولى في نظام المعادلات هي $y = 2x + 1$

a. اكتب معادلة أخرى بحيث يكون لنظام المعادلات حل واحد وهو $(1, 3)$.

b. اكتب معادلة بحيث لا يكون لنظام المعادلات أي حل.

c. اكتب معادلة بحيث يكون لنظام المعادلات عدد لا نهائي من الحلول.

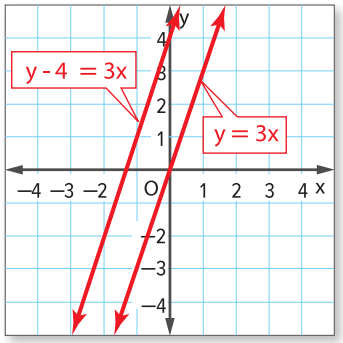
13. م.د **المثابرة في حل المسائل** حدد هل العبارة التالية تكون *صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم يستحيل أن تكون صحيحة*. اشرح استدلالك.إذا كان لنظام المعادلات $y = ax + b$ و $y = cx + d$ حل واحد فقط، فإن $b = d$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين إضافي

حُل كلًّا من أنظمة المعادلات التالية باستخدام التمثيل البياني.

14. $y = 3x$
$y - 4 = 3x$ ليس له حل



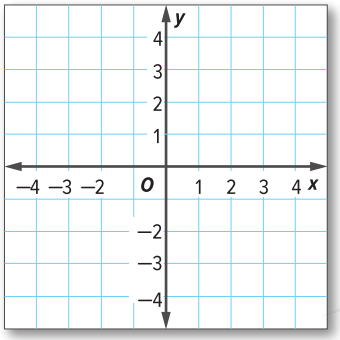
مساعد الواجب المنزلي

اكتب $y - 4 = 3x$ في صيغة الميل والمقطع.
$y - 4 = 3x$
$y - 4 + 4 = 3x + 4$
$y = 3x + 4$

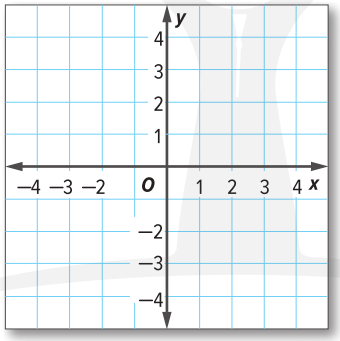
ارسم المعادلتين $y = 3x$ و$y = 3x + 4$ بيانيًا على نفس المستوى لإحداثي.

يظهر الخطان المستقيمان متوازيين، لذا لا يوجد حل لنظام المعادلات هذا.

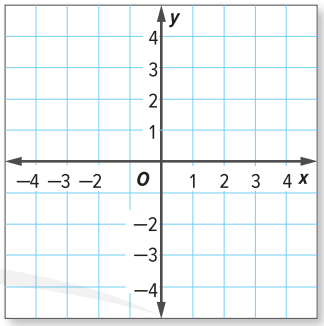
15. $y = 2x$
$y = x + 1$ _____



16. $y = \frac{3}{4}x$
$3x - 4y = 0$ _____



17. $y = \frac{1}{2}x + 1$
$y = \frac{1}{2}x - 2$ _____



م.ر. **تحديد البنية** حدد هل كل من أنظمة المعادلات التالية *ليس لها حل* أم *لها حل واحد* أم *لها عدد لا نهائي من الحلول*. فإذا كان هناك حل، فأوجده. وإذا لم يكن هناك حل، فاشرح السبب.

18. $2x + 3y = 6$
$2x + 3y = 7$ _____

19. $x + y = -2$
$y = x + 2$ _____

20. $x + y = -3$
$2x + y = 1$ _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

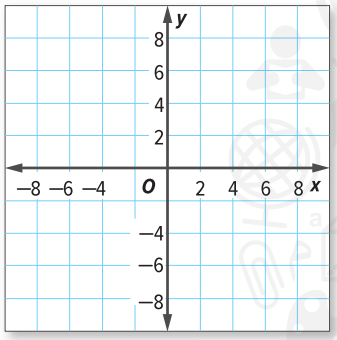
انطلق! تمرين على الاختبار

21. حدد هل كل من أنظمة المعادلات التالية ليس له أي حل أم له حل واحد أم له عدد لا نهائي من الحلول. اختر الإجابة الصحيحة.

a. $y = 3x - 1$
$y = -2x + 4$
☐ ليس له أي حل ☐ له حل واحد ☐ له عدد لا نهائي من الحلول

b. $y = 4x - 2$
$y = 4x + 5$
☐ ليس له أي حل ☐ له حل واحد ☐ له عدد لا نهائي من الحلول

c. $y = -x - 3$
$y = x$
☐ ليس له أي حل ☐ له حل واحد ☐ له عدد لا نهائي من الحلول



22. أحرز هيثم 3 أضعاف الأهداف التي أحرزها سليمان. ويقل عدد الأهداف التي أحرزها سليمان عن عدد الأهداف التي أحرزها هيثم بأربعة أهداف. يمكن تمثيل عدد الأهداف التي أحرزها كل لاعب باستخدام نظام المعادلات التالي.

$y = 3x$

$y = x + 4$

مثّل هذه المعادلات بيانيًا على المستوى الإحداثي.

ما حل نظام المعادلات؟ ما الذي تمثله هذه المسألة؟

مراجعة شاملة

أوجد الحل.

23. $5x + 3y = 15$ بالنسبة إلى y عندما $x = 0$

24. $6x - 2y = 10$ بالنسبة إلى y عندما $x = 2$

25. $\frac{1}{2}x + 3y = 4$ بالنسبة إلى x عندما $y = 6$

26. $\frac{3}{4}x + 3y = 12$ بالنسبة إلى x عندما $y = 5$

27. $7x - 4y = 20$ بالنسبة إلى y عندما $x = 3$

28. $7x - 4y = 20$ بالنسبة إلى y عندما $x = 5$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الدرس 8

حل أنظمة المعادلات جبريًا

الربط بالحياة اليومية

المجوهرات باعت مروة 20 قلادة وأسورة في معرض المشغولات اليدوية. ويزيد عدد القلائد التي باعتها عن عدد الأساور ثلاثة أضعاف.

الخطوة 1 يمثل الرسم البياني الشريطي التالي هذه المسألة

المعادلة التي تمثل الرسم البياني الشريطي هي $x + y = 20$

الخطوة 2 يزيد عدد القلائد التي باعتها مروة عن عدد الأساور ثلاثة أضعاف. قسّم شريط القلائد إلى أقسام لتمثيل ذلك.

اكتب معادلة مستخدمًا x فقط لتمثيل إجمالي عدد القلائد والأساور.

_____

الخطوة 3 حُل المعادلة من الخطوة 2. ما الذي يمثله الحل؟

_____

1. ما عدد القلائد والأساور التي باعتها مروة؟

_____ أساور و _____ قلادة

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

المفردات

التعويض (substitution)

الممارسات الرياضية م.ر

1, 3, 4, 7

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

منطقة العمل

حل نظام المعادلات جبريًا

في الدرس السابق، قدرت حل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

التعويض نموذج جبري يمكن استخدامه لإيجاد الحل الدقيق لنظام المعادلات.

مثال

1. أوجد حل نظام المعادلات جبريًا.

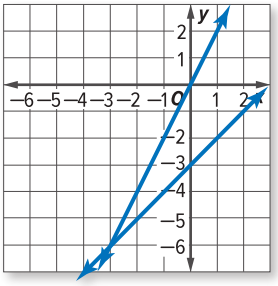
$$y = x - 3$$
$$y = 2x$$

بما أن y يساوي $2x$، يمكنك استبدال y بـ $2x$ في المعادلة الأولى.

$y =$	$x - 3$	اكتب المعادلة.
$2x =$	$x - 3$	استبدل y بـ $2x$.
$-x = -x$		خاصية الطرح في المعادلة
$x = -3$		بسّط.

بما أن $x = -3$ و $y = 2x$، فإن $y = -6$ عندما $x = -3$. حل نظام المعادلة هذا هو $(-3, -6)$.

تحقق مثّل نظام المعادلات بيانيًا.



تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

حُل أنظمة المعادلات التالية جبريًا.

a. $y = x + 4$
$y = 2$

b. $y = x - 6$
$y = 3x$

اكتب الحل هنا.

a. _____

b. _____

صيغة الميل والمقطع والصيغة القياسية

أحيانًا، تكتب معادلة واحدة أو معادلتان بالصيغة القياسية. وعند حل نظام معادلة بالتعويض، يجب حل إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة x أو y.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

2. أوجد حل نظام المعادلات جبريًا.

$y = 3x + 8$
$8x + 4y = 12$

$8x + 4y = 12$	اكتب المعادلة.
$8x + 4(3x + 8) = 12$	استبدل y بـ $3x + 8$.
$8x + 4 \cdot 3x + 4 \cdot 8 = 12$	خاصية التوزيع
$8x + 12x + 32 = 12$	بسّط.
$20x + 32 = 12$	جمّع الحدود المشابهة.
$20x + 32 = 12$	خاصية الطرح في المعادلة
$-32 = -32$	بسّط.
$20x = -20$	خاصية القسمة في المعادلة
$\frac{20x}{20} = \frac{-20}{20}$	بسّط.
$x = -1$	

بما أن $x = -1$، استبدل x بـ -1 في المعادلة $y = 3x + 8$ لإيجاد قيمة y.

$y = 3x + 8$
$y = 3(-1) + 8 = 5$

حل نظام هذه المعادلة هو $(-1, 5)$.

التعويض

عندما تستبدل متغيرًا بتعبير ما، اكتب التعبير داخل أقواس. فسوف يساعدك هذا في تطبيق خاصية التوزيع بطريقة صحيحة.

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

اكتب الحل هنا.

c. $y = 2x + 1$
$3x + 4y = 26$

d. $2x + 5y = 44$
$y = 6x - 4$

c. _____

d. _____

أمثلة

تم التبرع بإجمالي 75 علبة من الكعك والحلوى لبيعها بالتخفيض وجمع المال لفريق كرة القدم. وكان عدد علب الكعك المتبرع بها يزيد عن قطع الحلوى بأربعة أضعاف.

3. اكتب نظام معادلات يمثل هذه المسألة.

ارسم رسمًا بيانيًا شريطيًا. ثم أكتب نظام المعادلة.

x	حلوى				75
y	كعك	كعك	كعك	كعك	

كان عدد علب الكعك المتبرع بها يزيد عن قطع الحلوى بأربعة أضعاف. $y = 4x$

إجمالي عدد علب الكعك والحلوى هو 75. $x + y = 75$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4. حُل نظام المعادلة في المثال 3 جبريًا. اشرح الحل.

بما أن y يساوي $4x$، يمكنك استبدال y بـ $4x$.

$x + y = 75$	اكتب المعادلة.
$x + 4x = 75$	استبدل y بـ $4x$.
$5x = 75$	بسّط.
$\frac{5x}{5} = \frac{75}{5}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = 15$	بسّط.

بما أن $x = 15$ و$y = 4x$، فإن $y = 60$ عندما $x = 15$. إذًا يكون الحل هو $(15, 60)$. هذا يعني أنه تم التبرع بـ 15 علبة من الكيك و60 علبة من الكعك.

توقف وفكّر

اكتب نظام معادلات يكون حله هو $(7, 1)$.

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

أعدّ سامي 45 شطيرة من الدجاج والجبنة في حفلة طهي في الخلاء. وكان عدد شطائر الجبنة التي أعدّها سامي ضعف عدد شطائر الدجاج.

e. اكتب نظام معادلات يمثل هذه المسألة.

f. حُل نظام المعادلات جبريًا. اشرح الحل.

اكتب الحل هنا.

e. _____

f. _____

تمرين موجّه

تحقق

حُل أنظمة المعادلات التالية جبريًا. (المثالان 1 و2)

اكتب الحل هنا.

1. $y = x + 7$

$y = 4$ _____

2. $y = x + 5$

$y = 3x$ _____

3. $y = x - 9$

$y = -4x$ _____

4. $x + 3y = 1$

$y = 2x + 5$ _____

5. ذهب سبعة أشخاص إلى السينما. وكان عدد البالغين يزيد عن عدد الأطفال بفرد واحد. اكتب نظام المعادلات الذي يمثل عدد الأشخاص البالغين والأطفال. حُل نظام المعادلات جبريًا. اشرح الحل. (المثالان 3 و4)

_____

6. الاستفادة من السؤال الأساسي كيف يمكنك حل نظام المعادلات؟

_____

_____

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لحل أنظمة المعادلات جبريًا؟ ضع علامة في المربع المناسب.

المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمارين ذاتية

حُل أنظمة المعادلات التالية جبريًا. (المثالان 1 و2)

1. $y = x + 5$
$y = 6$

اكتب الحل هنا.

2. $y = x + 12$
$y = -18$

3. $y = x - 10$
$y = -12$

4. $y = x + 15$
$y = 2x$

5. $y = 2x - 3$
$x + y = 18$

6. $y = \frac{1}{4}x$
$x + 4y = 8$

7. $y = x + 12$
$4x + 2y = 27$

8. $10x + 3y = 19$
$y = 2x + 5$

اكتب نظام معادلات يمثل كل مسألة وحُل هذا النظام. استخدم رسمًا بيانيًا شريطيًا إذا لزم الأمر. اشرح الحل. (المثالان 3 و4)

9. اشترت يمنى إجمالي 15 كتابًا وقلمًا. وكان عدد الكتب التي اشترتها تزيد عن عدد الأقلام بمقدار 7. فكم عدد كل من الكتب والأقلام التي اشترتها؟

10. يمتلك كل من بلال وهلال 49 لعبة فيديو. ويزيد عدد الألعاب التي يمتلكها هلال 11 لعبةً عن عدد الألعاب التي يمتلكها بلال. فكم عدد الألعاب التي يمتلكها كل منهما؟

11. تبلغ تكلفة 8 فطائر ولترين من الحليب 18 AED. وتبلغ تكلفة 3 فطائر ولتر واحد من الحليب 7.50 AED. فكم تبلغ تكلفة الفطيرة الواحدة واللتر الواحد من الحليب؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

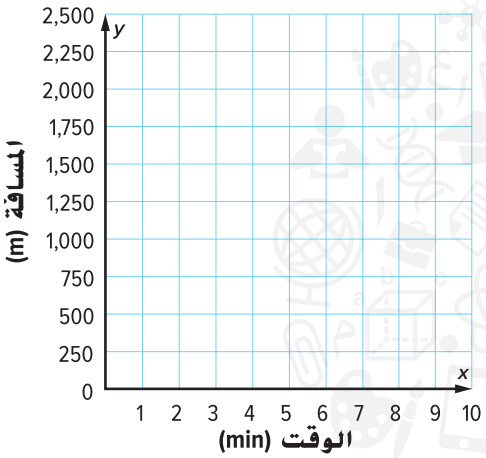
12. **التمثيلات المتعددة** يوضح الجدول معدلات قيادة إيهاب وتوفيق للدراجات على نفس المسار.

الشخص	المعدل (m/min)
إيهاب	200
توفيق	250

a. **الصيغة الجبرية** لنفرض أن النقطة التي انطلق منها إيهاب كانت على بُعد 325 مترًا أمام توفيق. اكتب نظام معادلات لتمثيل المسافة y التي سيقطعها كل شخص بعد أي عدد من الدقائق x.

b. **الشرح** من هو الشخص الذي قطع مسافة أبعد بعد 5 دقائق؟

c. **التمثيلات البيانية** ارسم نظام المعادلات بيانيًا. استخدم التمثيل البياني لتحدد متى سيلحق توفيق بإيهاب.



d. **الصيغة الجبرية** حُل نظام المعادلات جبريًا. فسر الحل. ما وجه المقارنة بين حلك والتقدير الذي توصلت إليه في الجزء c؟

مسائل مهارات التفكير العليا

13. **المثابرة في حل المسائل** ما حل نظام المعادلات $y = -5x + 8$ و $5x + y = 2$؟ **اشرح.**

14. **تحديد البنية** وضح متى يكون من الأفضل استخدام التعويض لحل نظام المعادلات بدلاً من التمثيل البياني.

15. **أي مما يلي غير مناسب؟** حوط نظام المعادلات غير المناسب للأنظمة الثلاثة الأخرى. اشرح استدلالك.

$y = -2x$
$y = -2(3x - 2)$

$y = x + 3$
$y = -2x - 3$

$y = 5x - 7$
$y = 2(2x - 3)$

$y = 3x - 5$
$y = -2x$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين إضافي

حُل أنظمة المعادلات التالية جبريًا.

16. $y = 2x$ (1, 2)

$y = x + 1$ _____

مساعد الواجب المنزلي

$y = x + 1$

$2x = x + 1$

$-x = -x$

$x = 1$

عندما $x=1$ فإن $y= 2$، $y=2x$

17. $y = 4x + 45$

$x = 4y$ _____

18. $y = -2x$

$x = 0$ _____

19. $x + y = -3$

$y = x + 3$ _____

20. $y = x + 4$

$y = 0$ _____

21. $x - y = 6$

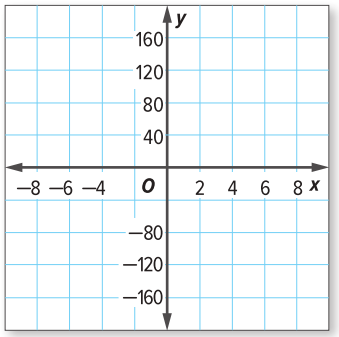
$y = -1$ _____

22. مستطيل يزيد طوله عن عرضه 3 أمتار. ويبلغ محيطه 26 مترًا. اكتب نظام معادلات يمثل المسألة وحُل هذا النظام. ما أبعاد المستطيل؟

_____

_____

23. م.د **استخدم نماذج الرياضيات** أرادت المعلمة كوثر اصطحاب طلاب الصف الذي تقوم بتدريسه في رحلة إلى الملاهي أو حديقة الحيوان. فكانت تكلفة تذكرة الدخول المخفضة لطلبة المدارس إلى الملاهي AED 4 للطالب الواحد بالإضافة إلى AED 95 تكلفة البرنامج الترفيهي لمدة ساعة. أما تكلفة تذكرة الدخول المخفضة لطلبة المدارس إلى حديقة الحيوان فكانت AED 9 للطالب الواحد بالإضافة إلى AED 75 تكلفة الجولة الإرشادية لمدة ساعة.



a. اكتب نظام معادلات يمثل هذه المسألة.

_____

b. حُل نظام المعادلات جبريًا وباستخدام التمثيل البياني. اشرح الحل.

_____

c. عدد الطلاب في صف المعلمة كوثر 22 طالبًا. حدد هل الرحلة إلى الملاهي أم إلى حديقة الحيوان هي الأقل تكلفة.

_____

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

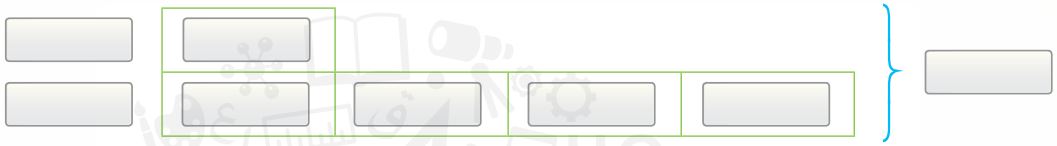
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

انطلق! تمرين على الاختبار

24. فحص طبيب بيطري اليوم عددًا من الكلاب والقطط بنسبة 4 إلى 1 على التوالي. وكان إجمالي ما فحصه هو 15 كلبًا وقطة. لنفرض أن d يمثل عدد الكلاب و c يمثل عدد القطط التي فحصها الطبيب البيطري.

c
d
قطط
كلاب
15

استخدم التسميات لإكمال الرسم البياني الشريطي الذي يمثل نموذجًا للمسألة.



استخدم الرسم البياني الشريطي لوضع نظام معادلات وحله. كم عدد الكلاب والقطط التي فحصها الطبيب البيطري اليوم؟

25. في مباراة واحدة للكرة الطائرة، أحرز عصام ثلاثة أضعاف ما أحرزه إسماعيل من النقاط. وكان إجمالي ما أحرزاه هو 20 نقطة. فكم عدد النقاط التي أحرزها كل منهما؟ اكتب نظام معادلات ثم حله.

مراجعة شاملة

أوجد الحل.

26. $p - 12 = 20$ _____

27. $31 = r - 36$ _____

28. $m + 1\frac{3}{8} = 5$ _____

29. $56.9 = 34 + p$ _____

30. $0.97 + a = 2.6$ _____

31. $x - 24 = 73$ _____

32. $t + 5 = 30$ _____

33. $r - 15 = 63$ _____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر الاستكشاف 5

تحليل أنظمة المعادلات

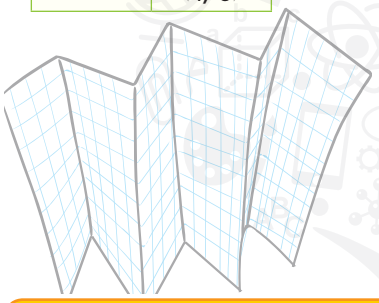
الممارسات الرياضية م.ر
1, 3, 5

الاستكشاف

كيف يمكنك حل مسائل حسابية من الحياة اليومية باستخدام معادلتين خطيتين ذات متغيرين؟

تستخدم الخريطة شبكة إحداثي لعرض مواقع المدن والبلدات. تظهر مواقع الخريطة لأربع بلدات في الجدول. لنفترض أن سامي يسافر من المدينة *A* إلى المدينة *B* ومريم تسافر من المدينة *C* إلى المدينة *D*. هل تمر طرق سامي ومريم عبر موقع مشترك؟

المدينة	الموقع
A	(0, 6)
B	(5, 1)
C	(0, 4)
D	(4, 8)



ما المعطيات التي تعرفها؟ _____

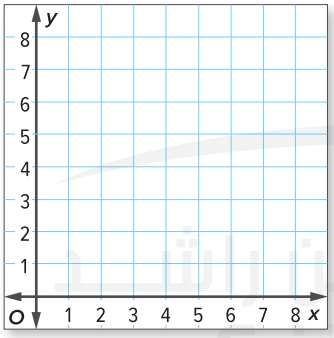
_____

ما الذي تحتاج إلى معرفته؟ _____

_____

نشاط عملي

الخطوة 1 ارسم نقاط كل مدينة واذكر تسميتها على المستوى الإحداثي الموضَّح.



الخطوة 2 ارسم خطًا مستقيمًا أحمر لبمثّل طريق سامي وارسم خطًا مستقيمًا أزرق لبمثّل طريق مريم.

الخطوة 3 أوجد ميل الخطوط المستقيمة التي تمثل طريق سامي وطريق مريم.

_____

ما الذي تخبرك به الميول بشأن الخطوط المستقيمة؟ اشرح.

_____

_____

_____

الخطوة 4 أين يتقاطع الخطان المستقيمان؟

إذًا، تمر طرق سامي ومريم عبر الموقع المشترك (☐ , ☐).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

نشاط تعاوني

راجع النشاط. تعاون مع زميل.

1. اكتب معادلة للخطوط المستقيمة التي تمثل طرق سامي وطرق مريم.

طريق سامي: _____ طريق مريم: _____

2. حل نظام المعادلات من التمرين 1 جبريًا. _____

م٠٫٢ **استخدام أدوات الرياضيات** اكتب معادلة للخط المستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط. استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل النظام. ثم صِف ميل كل زوج من الخطوط المستقيمة.

3. $(0, -1)$ و$(4, 3)$؛ $(2, 1)$ و$(0, 3)$

المعادلات: _____

الحل: _____

4. $(0, 3)$ و$(3, 9)$؛ $(0, 2)$ و$(3, 8)$

المعادلات: _____

الحل: _____

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

5. م٠٫٢ **الاستدلال الاستقرائي** كيف يمكنك تحديد ما إذا كان سيتقاطع الخطان المستقيمان باستخدام الميل أم لا؟

_____

_____

الابتكار

بنفسك

6. م٠٫٢ **استخدام نماذج الرياضيات** عندما يتقاطع خطان مستقيمان لتكوين زاوية قائمة، فإن ميل أحد الخطين المستقيمين يكون معكوسًا ضربيًا مقابلاً لميل الخط المستقيم الآخر. اكتب نظام المعادلات الذي يكوّن زاوية قائمة.

_____

7. الاستكشاف كيف يمكنك حل مسائل حسابية من الحياة اليومية باستخدام معادلتين خطيتين ذات متغيرين؟

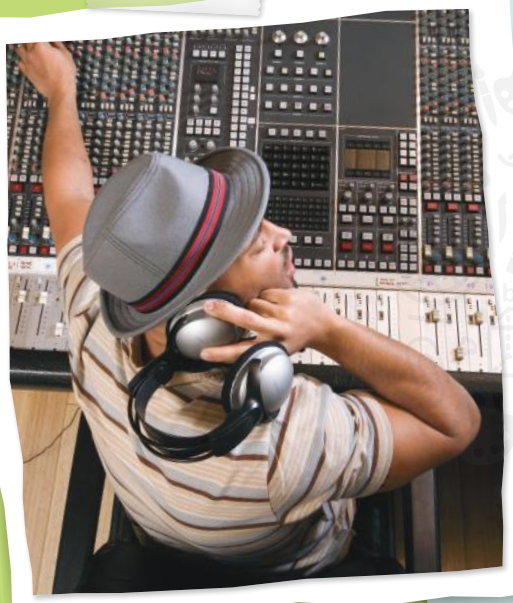
_____

_____

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

21 مهنة القرن الحادى والعشرين في مجال الموسيقى



مهندس التوزيع الموسيقي

هل تحب سماع الموسيقى؟ هل أنت مهتم بالجوانب الفنية في صناعة الموسيقى؟ إذا كان الأمر كذلك، فربما عليك التفكير في مهنة إعداد النسخ الرقمية . ينتج مهندس التوزيع الموسيقي النسخ الرقمية النهائية ويكون مسئولاً عن تحسين جودة الأغاني ووجود فواصل زمنية مناسبة بين الأغاني وإزالة أي أصوات مشوشة والتأكد من أن كل الأغاني على مستويات متناغمة من اللحن والتوازن. وإن وجود مهندس صوت خبير يساعد في زيادة بث الألحان الموسيقية عبر الراديو وزيادة مبيعات تسجيلات الفنانين.

هل هذه هي المهنة التي تناسبك؟

هل أنت مهتم بمهنة مهندس التوزيع الموسيقي؟ يمكنك إذًا دراسة الدورات التدريبية التالية في المدرسة الثانوية.

- الجبر
- التذوق الموسيقي
- تقنيات التسجيل
- هندسة الصوت

اقلب الصفحة لكي تعرف مدى ارتباط الرياضيات بالعمل في مجال الموسيقى.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

إتقان الموسيقى م.د

استخدم المعطيات الموجودة في الجداول لحل كل مسألة.

1. في مرحلة هندسة الصوت، هل العلاقة بين عدد الأغاني والتكلفة علاقة خطية؟ اشرح استدلالك.

2. هل توجد علاقة تناسب خطية بين عدد الأغاني والتكلفة في مرحلة التوزيع الديناميكي؟ اشرح استدلالك.

3. أوجد ميل المستقيم الممثل في جدول توزيع التوليفات. ما الذي يمثله الميل؟

4. هل تعتبر العلاقة الخطية الممثلة في جدول توزيع التوليفات تغيرًا طرديًا؟ اشرح.

5. اكتب معادلة تغير طردي تمثل عدد الأغاني x والتكلفة y في مرحلة التوزيع الديناميكي. كم تصل تكلفة إتقان 11 أغنية؟

6. بالنسبة إلى 4 أغانٍ أو أكثر في مرحلة هندسة الصوت، تتغير التكلفة طرديًا كلما تغير عدد الأغاني. كم تبلغ تكلفة إتقان 6 أغانٍ؟

هندسة الصوت

عدد الأغاني	التكلفة (AED)
1	100
2	160
3	210
4	250

التوزيع الديناميكي

عدد الأغاني	التكلفة (AED)
2	120
4	240
6	360
8	480

توزيع التوليفات

عدد الأغاني	التكلفة (AED)
1	125
3	275
5	425
7	575

مشروع مهنة م.د

لقد حان الوقت لتحديث ملفك المهني! اذكر اسم مهندس التوزيع الموسيقي المكتوب على واحدة من أسطواناتك. استخدم الإنترنت أو مصدرًا آخر لكتابة فقرة عن هذا المهندس. اذكر قائمة بالفنانين الآخرين الذين قام بتوزيع موسيقى أغنياتهم.

هل تعتقد أنك ستتمتع بمهنة مهندس التوزيع الموسيقي؟ علل إجابتك بالسلب أو الإيجاب.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

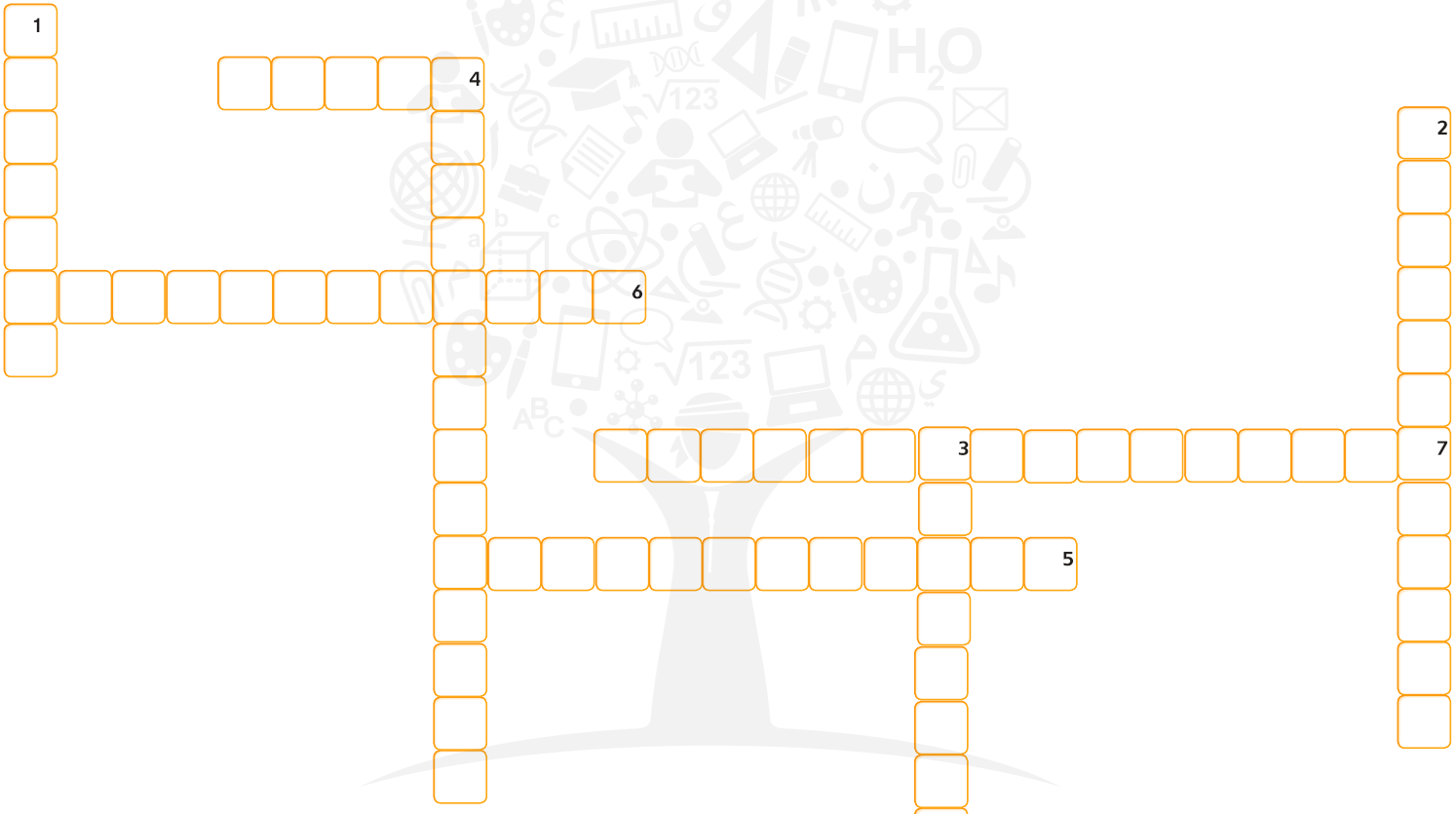
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحقق مراجعة على الوحدة

مراجعة المفردات

مفردات

أكمل الكلمات المتقاطعة باستخدام قائمة المفردات المذكورة في بداية الوحدة.



أفقي

4. قيمة لوصف مدى انحدار خط مستقيم
5. علاقة تكون فيها نسبة كميتين متغيرتين ثابتة
6. تغير أفقي بين النقطتين نفسيهما.
7. الإحداثي x للنقطة حيث يقطع التمثيل البياني المحور الأفقي x.

رأسي

1. نموذج جبري يُستخدَم لإيجاد حل دقيق لنظام من المعادلات.
2. تغير رأسي بين أي نقطتين
3. الإحداثي y للنقطة حيث يقطع الخط المحور الرأسي y
4. عندما تُكتب معادلة بصيغة $Ax + By = C$

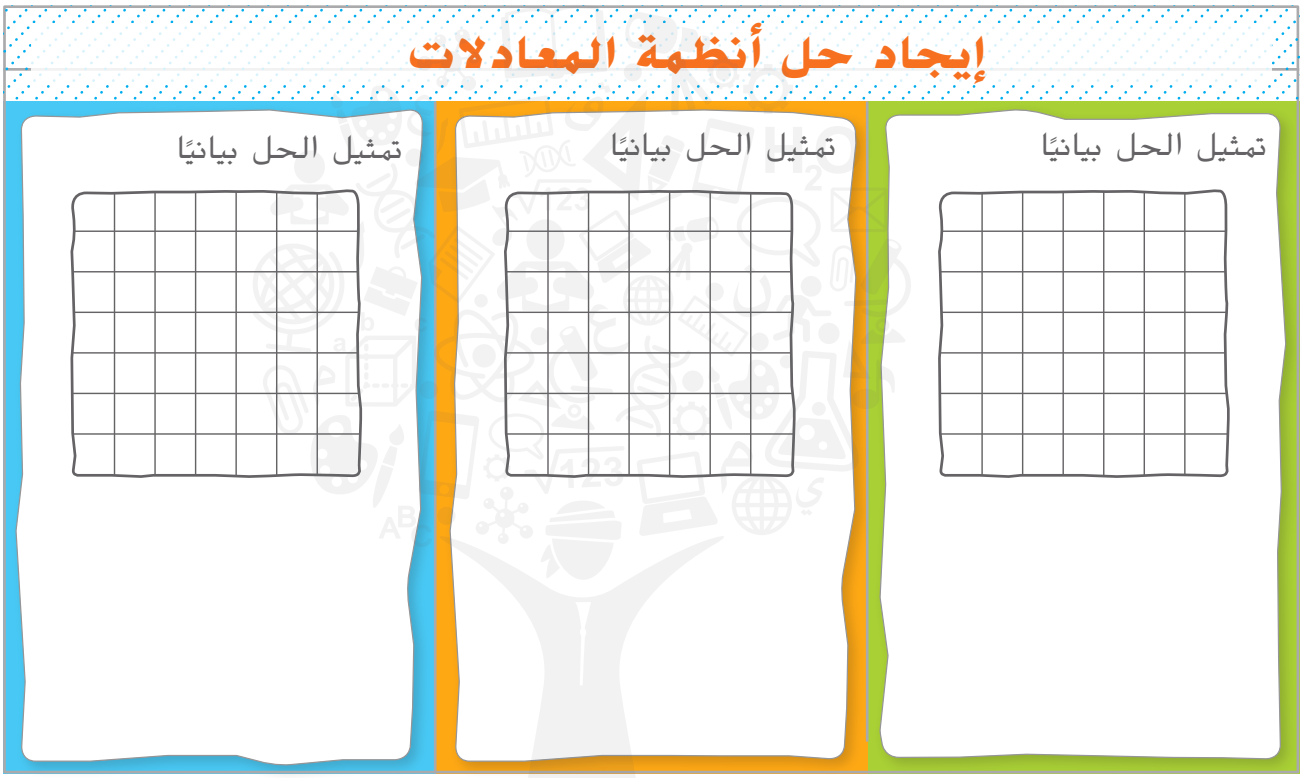
برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استخدم المطويات

استخدِم المطوية في مراجعة الوحدة.

الصق هنا



تأكد من فهمك

صل كل مجموعة من المعلومات بالمعادلة الخطية الصحيحة.

1. مستقيم يمر عبر (2, 0) و(0, 1)
2. مستقيم بميل 0.5 ويتقاطع مع المحور الرأسي y عند 1
3. مستقيم يمر عبر (4, 2) ونقطة الأصل
4. مستقيم بميل 0 ويمر عبر (5, 4)
5. مستقيم بميل غير محدد ويمر عبر (5, 4)

a. $y = 0.5x$

b. $x = 5$

c. $y = 0.5x + 1$

d. $y = -0.5x + 1$

e. $y = 4$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! مهمة تقييم الأداء

اللعب من أجل الفوز بجائزة

يحب أحمد الذهاب إلى الملاهي. تُمنح التذاكر بطرق مختلفة لألعابه المفضلة.

اللعبة رقم 1	اللعبة رقم 2
تذكرتين للعبة بالإضافة إلى تذكرة واحدة لكل ستين نقطة مسجلة	تذكرة واحدة لكل أربعين نقطة مسجلة

- يمنح موزع التذاكر تذاكر العملاء استنادًا إلى إجمالي النقاط.
- لكل لعبة، يمثل x عدد النقاط المسجلة و يمثل y عدد التذاكر الممنوحة.

اكتب إجاباتك في جزء آخر من الورقة. اعرض جميع أعمالك لتحصل على الدرجة كاملة.

الجزء A

اكتب معادلة لتمثيل عدد التذاكر الممنوحة لكل لعبة.
وضح الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكل موقف.

الجزء B

أي منهما تعد علاقة تناسبية؟ اشرح استدلالك.

الجزء C

أوجد حل نظام المعادلات جبريًا. فسّر الحل.

الجزء D

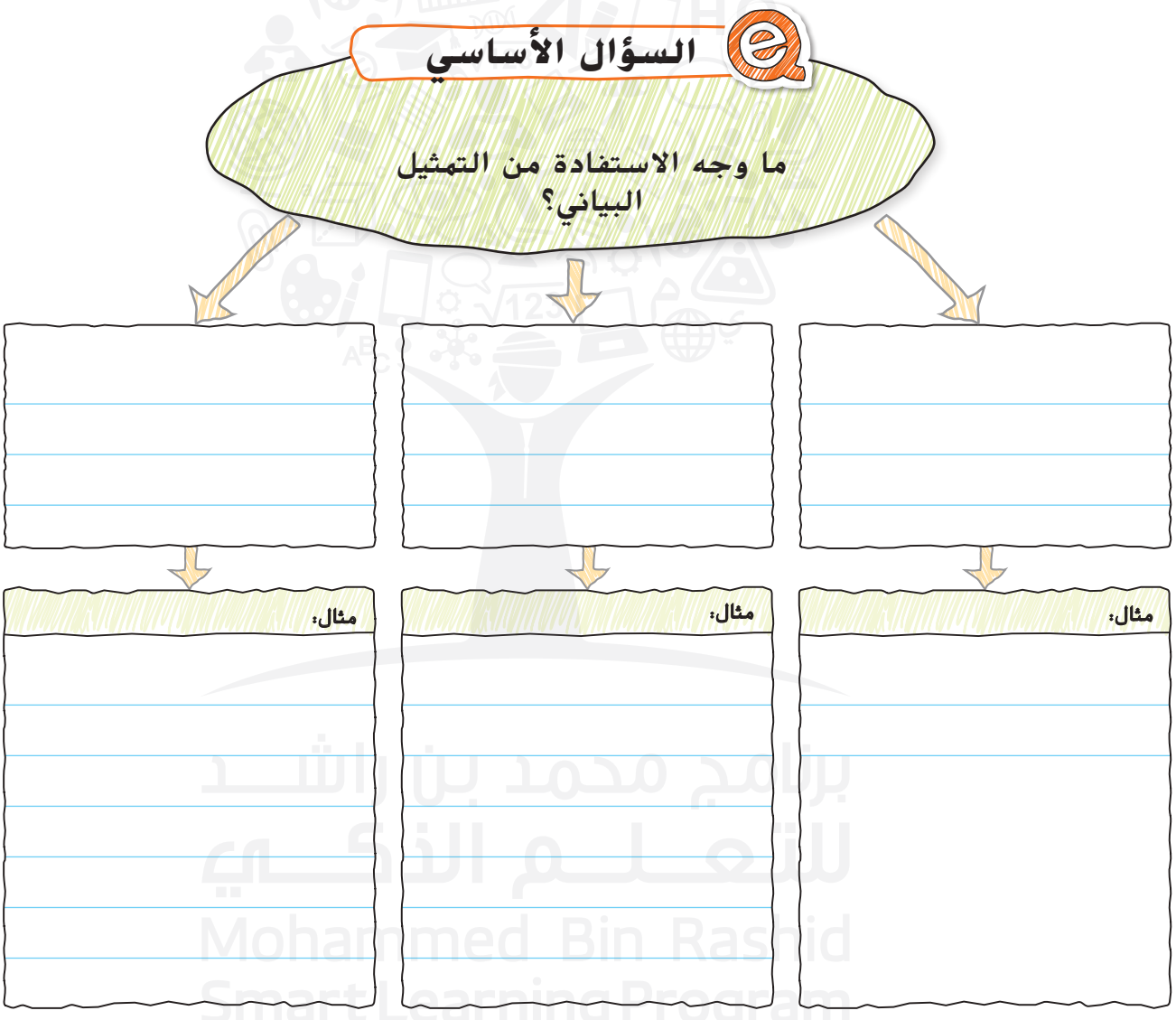
لنفترض أن أحمد يحتاج إلى 10 تذاكر إضافية ليفوز بجائزة. ما اللعبة التي يجب عليه لعبها؟ اشرح استدلالك.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإجابة عن السؤال الأساسي

استخدم القواعد التي تعلمتها عن التمثيلات البيانية لإكمال خريطة المفاهيم. اذكر ثلاث طرق تكون فيها التمثيلات البيانية مفيدة. ثم أعط مثالاً لكل طريقة.



الإجابة عن السؤال الأساسي. ما وجه الاستفادة من التمثيل البياني؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مشروع 2

مقدمة لتصميم المواقع الإلكترونية عند تصميم موقع إلكتروني جيد، هناك الكثير من التفاصيل التي يجب أخذها بالنظر كي تجعل موقعك الإلكتروني متميزًا. في هذا المشروع سوف:

- **تتعاون** مع زملائك في الفصل أثناء عمل بحث عن حيوان معين وتصميم موقع إلكتروني.
- **تشارك** النتائج التي تحصل عليها من بحثك بطريقة إبداعية.
- **التفكير** في كيفية توصيل الأفكار الرياضية إلى الآخرين بطريقة فعالة.

ومع نهاية هذا المشروع، ستكون لديك القدرة على تصميم موقع إلكتروني يظهر على شبكة الإنترنت عن الحيوان المفضل لديك.

نشاط تعاوني

نشاط تعاوني

استخدم الإنترنت ابحث مع مجموعتك لإنجاز كل نشاط. وسوف تستخدمون النتائج التي توصلتم إليها في قسم المشاركة بالصفحة التالية.

1. اختر الحيوان المفضل لديك. ابحث عن معلومات بشأن ذلك الحيوان، مثل أعداده على مدار السنوات العشر الماضية وأنواع الطعام الذي يتغذى عليه وعادات النوم لديه ومتوسط مدة حياته ومتوسط حجمه ومتوسط سرعته. واعرض هذه المعلومات في جداول وتمثيلات بيانية.

2. استخدم معادلة المسافة: المسافة = السرعة × الزمن، كي تكتب معادلة تمثل المسافة التي يستطيع حيوانك المفضل أن يقطعها عند متوسط سرعته. توصل إلى متوسط سرعة نوعين آخرين من الحيوانات واكتب المعادلات باستخدام معادلة المسافة. ارسم المعادلات الثلاث على نفس المستوى الإحداثي، ثم صِف التمثيلات البيانية.

3. ابحث عن العناصر المطلوبة لتصميم موقع إلكتروني جيد. ثم ضع المخطط العام لموقعك الإلكتروني عن حيوانك المفضل الذي اخترته في التمرين 1. تأكد من إضافة جداول ومعادلات وتمثيلات بيانية وصور.

4. ابحث عن حيوان آخر من المملكة الحيوانية ذاتها التي ينتمي إليها حيوانك المفضل. في المخطط العام لموقعك الإلكتروني، أضف رابطًا لهذا الحيوان الآخر ومعادلة تصف إحدى سماته.

5. ابحث عن تكلفة حضور دورة تصميم مواقع إلكترونية. اكتب معادلة تمثل الوقت الذي تحتاجه لتوفير النقود اللازمة لحضور تلك الدورة. شارك هذه المعادلة مع كتابة بضع فقرات تشرح فيها خطتك بشأن توفير النقود اللازمة.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المشاركة

نشاط تعاوني

بالتعاون مع مجموعتك، اختر طريقة تشارك بها ما تعلمته عن حيوانك المفضل والمواقع الإلكترونية. فيما يلي بعض الاقتراحات، لكن يمكنك أن تفكر أيضًا في غيرها من الطرق الإبداعية لعرض معلوماتك. وتذكر أن توضح الكيفية التي استخدمت بها الرياضيات لإنجاز كل نشاط من الأنشطة في هذا المشروع!

- إن أمكن ذلك، فاستخدم أحد برامج إنشاء المواقع الإلكترونية لتحويل التصميم الذي أنشأته إلى موقع إلكتروني ظاهر على شبكة الإنترنت.
- تخيل أن أحد الصحفيين سوف يجري معك مقابلة شخصية بشأن عملك على المشروع. اكتب عما سيجري مناقشته في المقابلة. وربما تفكر في تسجيل مقابلة فعلية.

طالع الملاحظات الموجودة في الجانب الأيسر لربط هذا المشروع بالمواد الأخرى.

الربط بالاقتصاد

المعرفة بالأعمال ابحث عن وظائف تصميم المواقع الإلكترونية في منطقتك. ابحث عما يلي:

- ما نوع التعليم المطلوب؟
- ما المهارات التي ينبغي لمصمم المواقع الإلكترونية أن يتقنها؟

التفكير

بنفسك

6. **الإجابة عن السؤال الأساسي** كيف يمكنك توصيل أفكار الرياضيات إلى الآخرين بطريقة فعالة؟

a. كيف استخدمت ما تعلمته في وحدة المعادلات ذات المتغير الواحد لتوصيل أفكار الرياضيات إلى الآخرين بطريقة فعالة في هذا المشروع؟

b. كيف استخدمت ما تعلمته في وحدة المعادلات ذات المتغيرين لتوصيل أفكار الرياضيات إلى الآخرين بطريقة فعالة في هذا المشروع؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدوال

السؤال الأساسي

كيف يمكنك إيجاد أنماط واستخدامها في تمثيل مسائل من الحياة اليومية.

الوحدة 4
الدوال

يُمكن تمثيل الدوال باستخدام المعادلات، والتمثيلات البيانية، والوصف اللفظي. في هذه الوحدة، سوف تستخدم الدوال لتمثيل العلاقات الخطية. وكذلك تستكشف الدوال غير الخطية.

sourced from Glencoe Math Course 3 Vol 1 Chapter 04 ... McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف النشر حق

نظرة عامة على مشروع 3

نشاط تعاوني

مهارة العناية بالحدائق هل لديك مهارة طبيعية في العناية بالحدائق؟ تُعد الحديقة الاجتماعية طريقة رائعة لمقابلة الجيران، وتزيين الحي، وتعزيز الشعور بالمجتمع.

هناك أنواع مختلفة من الحدائق الاجتماعية. وتتبرع حدائق مخزن المواد الغذائية بما تنتجه من مواد غذائية إلى مخازن الطعام. وتساعد الحدائق المدرسية الطلاب على تعلم مادتي العلوم والرياضيات، بينما تدر الحدائق الاستثمارية ربحًا من خلال بيع ما تنتجه.

بنهاية الوحدة 4، سوف تقوم بإتمام مشروع لاستكشاف تكاليف إنشاء حديقة اجتماعية. ولكن عليك الآن القيام بنشاط في كتابك. أكمل الجدول الموضح من خلال تقدير تكلفة بيع أنواع مختلفة من الخضروات والفاكهة.

حديقتي	
العنصر	تكلفة كل كيلو جرام من العنصر
جزر	
خيار	
بازلاء	
فراولة	
طماطم	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education