دوسية الرياضيات الشاملة

الهلال في الرياضيات

للصف الأول ثانوي - أدبي

الأستاذ بلال أمجد أبو يحيى

بلال أبو يحيى

0787255088

بلال أمجد أبو يحيى

الوحدة الثانية :: مبدأ العد و التباديل و التوافيق.

⊛ الدرس الاول :: مبدأ العد الاساسي ::

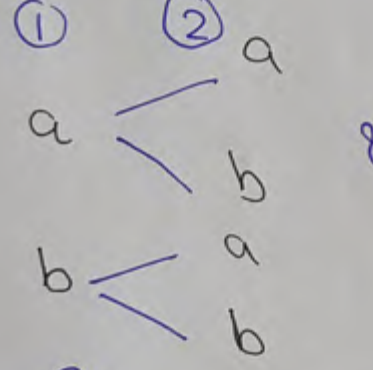
⊛ الفضاء العيني (Ω) :: هو جميع النتائج الممكنة لتجربة ما.

⊛ بعض طرق تحديد عناصر الفضاء العيني لتجربة عشوائية ::

لتوضيح الطرق افترض أن التجربة هي اختيار عنصرين من $\{a,b\}$ مع العلم أن التكرار مسموح.

1) المخطط الشجري ::

تكون بوضع عناصر المرحلة الاولى وتفريع عناصر المرحلة الثانية من كل عنصر منها.



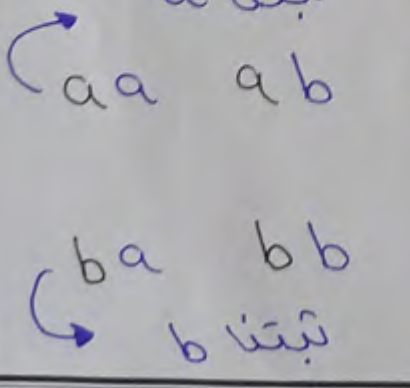
2) الجدول ::

يكون بوضع عناصر المرحلة الاولى في صف و المرحلة الثانية في عمود وتعبئة ما يلي الجدول حسب تقاطع الصف والعمود

① \ ②	a	b
a	aa	ab
b	ba	bb

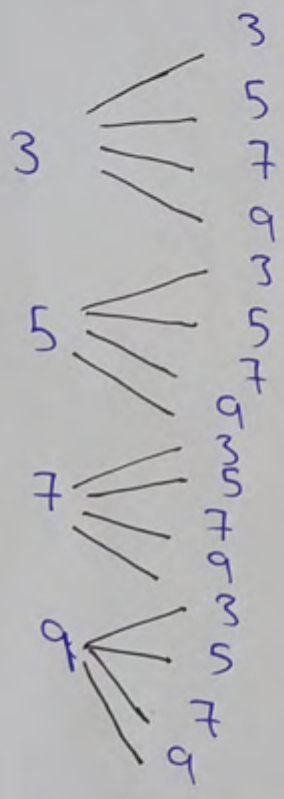
3) القائمة المنظمة ::

يتم فيها تثبيت أحد العناصر وتزيد باقي العناصر و ربطها معه ثم تثبيت عنصر آخر و هكذا.



م.م.ف من 39 ؛ جد عدد الطرائق الممكنة لتكوين رمز سري من مرتبتين باستعمال الأرقام 3, 5, 7, 9 علماً بأنه يجوز تكرار الرقم في مرتبتين باستعمال الطرق التالية ؛

1) المخطط الشجري ؛



عناصر الفضاء العيني (ل) ؛

33, 35, 37, 39

53, 55, 57, 59

73, 75, 77, 79

93, 95, 97, 99

2) الجدول ؛

	3	5	7	9
3	33	35	37	39
5	53	55	57	59
7	73	75	77	79
9	93	95	97	99

3) القائمة المنظمة ؛

33 35 37 39

53 55 57 59

73 75 77 79

93 95 97 99

* اذا لم يكن التكرار مسموحاً فأن عناصر المرحلة الثانية تفقد عنصر أي أن اختيارات المرتبة الاولى 4 و المرتبة الثانية 3

⊛ مبدأ العد الاساسي هو مبدأ يستخدم في معرفة عدد الطرائق التي يمكن بها إجراء تجربة عشوائية مكونة من عدة مراحل من دون الاهتمام بمعرفة النواتج نفسها وذلك بضرب عدد الطرائق الممكنة لكل مرحلة في بعضها.

⊛ بالرموز هو للتجربة العشوائية التي يمكن تنفيذها في n من المراحل ، اذا كان عدد الطرائق الممكنة في المرحلة الاولى هو k_1 و عدد طرائق المرحلة الاخيرة هو k_n فإن العدد الكلي للطرائق التي يمكن تنفيذ التجربة بها هو هو

$$k_1 \times k_2 \times k_3 \times \cdots\cdots \times k_n$$

⊛ ملاحظات مهمة هو

1. يطلق أيضاً على مبدأ العد الاساسي مصطلح قاعدة الضرب
2. يتأثر العدد الكلي للنواتج الممكنة بالشروط المحددة للتجربة مثل : أ السماح بالتكرار أو لا ب تثبيت بعض العناصر

م.م.ف من 40 بكم طريقة يمكن لشخص اختيار وجبة غدائه مكونة من طبق رئيسي و طبق مقبلات و طبق حساء إذا كان يوجد 3 أطباق مقبلات 4 حساء و 5 أطباق رئيسية ؟

عدد الأطباق = عدد اطباق المقبلات × عدد الحساء × عدد الاطباق الرئيسية

$= 5 \times 4 \times 3 = 60$ =>

* نلاحظ من المثال السابق انه يمكن اختيار 60 طبق غداء مختلف وانه عدد كبير يصعب كتابة كل الطرق الممكنة.

م.م.ف من 42 أجد في كل من الحالات التالية عدد الطرائق الممكنة لتكوين رقم مركبة مكون من 5 منازل مستعملة" الأرقام 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

a) إذا سمح بالتكرار ..

$$\underline{9} \times \underline{9} \times \underline{9} \times \underline{9} \times \underline{9} = 59049$$

b) إذا لم يسمح بالتكرار ..

$$\underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} = 15120$$

c) إذا سمح بالتكرار بشرط وضع الرقم 9 في أول منزلة لليسار

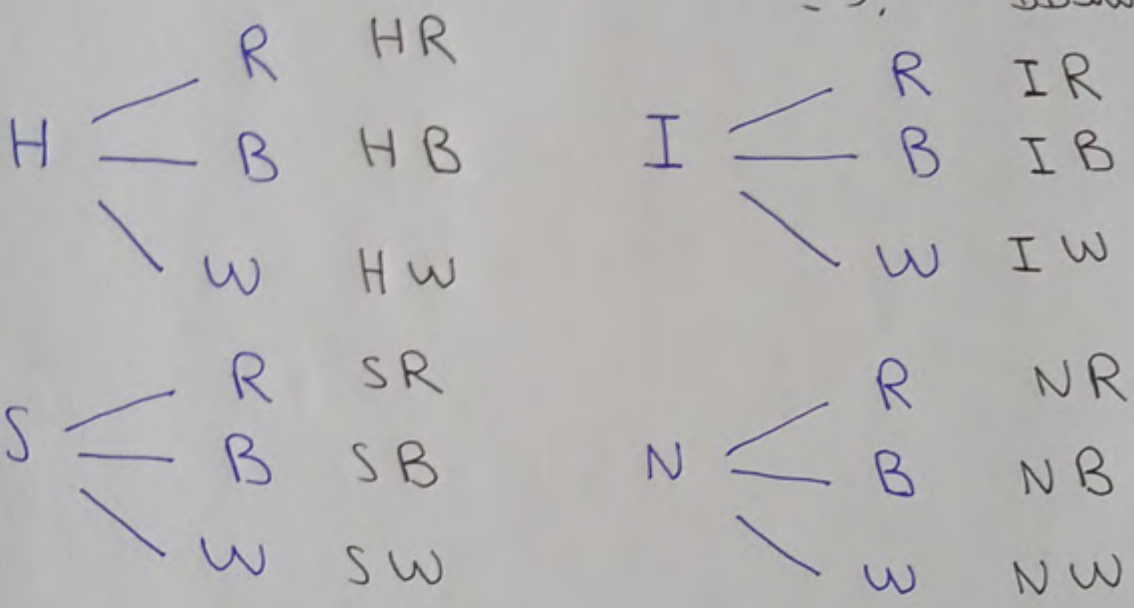
$$\underline{1} \times \underline{9} \times \underline{9} \times \underline{9} \times \underline{9} = 6561$$

← عدد احتمالات هذه المنزلة هو واحد لأنه يجب أن يوضع فيها العدد 9 فقط ولا غير ..

⊛ إجابات أسئلة الدرس ❊

⊛ ترغب حنين في شراء هاتف محمول ، فوجدت 4 أنواع مختلفة من الهواتف N , S , I , H وكل نوع 3 ألوان أحمر R و أسود B و أبيض W ، جد الطرق الممكنة باستعمال

1 المخطط الشجري ❊



2 الجدول

النوع \ اللون	R	B	W
H	HR	HB	HW
I	IR	IB	IW
S	SR	SB	SW
N	NR	NB	NW

3 القائمة المنظمة

HR HB HW

IR IB IW

SR SB SW

NR NB NW

4 يعد مطعم البيتزا باستعمال نوعين من العجينة و 8 خلطات مختلفة ، اذا كان للبيتزا 3 حجوم ، فما عدد الخيارات الممكنة ؟

الحل: يمكن صناعة 48 خيار. $2 \times 8 \times 3 = 48$

5 يشترط موقع تعليمي إنشاء المستخدم حسابا" مميزا" بكلمة مرور تحوي 4 أحرف إنجليزية دون الاهتمام لحجم الخط متبوعة بعدد مكون من رقم واحد ، ما هي الخيارات الممكنة.

الحل: عدد الخيارات الممكنة = $52 \times 52 \times 52 \times 52 \times 9$

عدد أحرف اللغة الانجليزية 26 ولكن يمكن أن تكون الاحرف كبيرة أو صغيرة لذلك يوجد للحرف الواحد 52 احتمال.

* يحتوي صندوق على كرة حمراء وكرة خضراء وكرة بيضاء ، جد عدد الطرائق الممكنة لسحب كرتين على التوالي في الحالتين هه

6 اذا سمح بإعادة الكرة المسحوبة هه طرق $3 \times 3 = 9$

7 اذا لم يسمح بإعادتها هه طرق $3 \times 2 = 6$

8 تريد شيماء إختيار زميلتين لتكوين مجموعة لأنية تنفذ تجربة علوم ، بكم طريقة يمكنها فعل ذلك علما" بأن عدد طالبات الصف 21 طالبة ؟

الحل: يمكنها اختيار زميلتين $21 \times 20 = 420$

بـ 420 طريقة مختلفة

الطالبة الطالبة
الثانية الاولى

9 لدى حاتم 3 قمصان بألوان مختلفة و بنطلونين بلونين جد عدد الطرق الممكنة لاختيار بنطلون و قميص ؟ طرق $2 \times 3 = 6$

11 يستطيع بشير استعمال 480 طريقة مختلفة لاختيار وجبة الغداء من بين 6 أطباق مقبلات و 10 أطباق رئيسية فما عدد أطباق الحلويات الممكنة ؟ افترض أن عدد الحلويات $= y$

$\Rightarrow 6 \times 10 \times y = 480 \Rightarrow 60y = 480 \Rightarrow y = 8$

12 كم عدد مكون من 4 منازل يقبل القسمة على 5 يمكن تكوينه باستعمال الأرقام 1, 2, 3, 4, 5 اذا سمح بالتكرار "جزء" اجابتك ؟ لكي يقبل العدد القسمة على 5 يجب أن يكون آحاده 0 أو 5 لذلك المنزلة الأولى ستكون لـ 5 فقط

عدد $= 5 \times 5 \times 5 \times 1 = 125$ (لها احتمال واحد وهو 5)

13 كم عدد فردي من 3 منازل يمكن تكوينه باستعمال الأرقام $(0-9)$ علما" بأن التكرار غير مسموح ؟ المنزلة الأولى يجب أن تكون عدد فردي

العدد الفردي آحاده عدد فردي $= 8 \times 9 \times 5 = 360$

14 كيف يستفاد من مبدأ العد لايجاد الطرق الممكنة لاجراء تجربة عشوائية متعددة المراحل ؟

الاستفادة عن طريق ضرب الطرق الممكنة لكل مرحلة من مراحل التجربة العشوائية ببعضها البعض.

⊛ الدرس الثاني : مضروب العدد

⊛ المضروب معرف للاعداد الصحيحة الموجبة فقط.

⊛ مضروب العدد (n) : هو حاصل ضرب الاعداد الصحيحة الموجبة من الواحد إلى العدد n ، بالرموز :

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

⊛ ملاحظات مهمة :

1 مضروب الصفر يساوي مضروب الواحد ويساوي واحد

$$\Rightarrow 0! = 1 \quad , \quad 1! = 1$$

2 المضروب لا يوزع على الجمع والطرح والضرب والقسمة.

$$(a \pm b)! \neq a! \pm b! \quad , \quad (a \times b)! \neq a! \times b!$$

3 في حالة قسمة مضروب على مضروب آخر نقل من المضروب الأكبر حتى نصل إلى المضروب الأصغر ونختصر.

4 إذا كان يوجد داخل المضروب عمليات حسابية نجد ناتجها ونحسب المضروب لا أي لا نوزع المضروب حسب قاعدة 3

5 يمكن استعمال مضروب العدد لحل مسائل بدءاً "من حلها باستعمال مبدأ العد الاساسي ، بمعنى آخر نعبر عن نتائج بعض التجارب باستعمال مبدأ العد باستثناء مضروب العدد

* م.ع.ف من 45 جد ناتج كل مما يأتي :-

1) $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

2) $(4+1)! = (5)! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

3) $4! + 1! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1 = 25$

4) $\frac{12!}{7!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 95040$

م.ع.ف من 45 شارك 7 طلبة في سباق و ارتدى كل منهم قميصا" مرقما" من 1 - 7 أجد عدد الطرائق الممكنة لترتيب وصول الطلبة إلى خط النهاية.

$\Rightarrow \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 7! = 5040$

* نستثني طرق ترتيب بعض الاشياء المتشابهة مثل الاحرف أي أنه اذا كان يوجد حرفان متشابهين لا داعي لحساب طريقتين لترتيبهما لأن الناتج سيكون نفسه.

* نستثني الطرق التي لها نفس الناتج عن طريق القسمة كـ مضروب عدد الاحرف المتشابهة.

ص 46 | P.P.P | أجد عدد الطرائق لترتيب حروف كل كلمة ::

[1] PETRA = 5! = 120

[2] AMMAN = $\frac{5!}{2! \times 2!} = \frac{120}{4} = 30$

للتوضيح نفرض أن A و M مختلفين :: A_1, A_2, M_1, M_2

يوجد احتمال ان يأتي A أو M متتابعين بأحد طريقتين ::

* نلاحظ انه في الطريقتين $A_1 A_2$ أو $A_2 A_1 = AA$ يعطيان نفس الناتج لذلك لا داعي لحساب طريقتين.

$M_1 M_2$ أو $M_2 M_1 = MM$

* إجابات أسئلة الدرس ::

* أجد ناتج كل مما يلي دون استعمال الآلة الحاسبة ::

[1] $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

[2] $(18-13)! = (5)! = 120$

[3] $(4+3)! = (7)! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

* جد ناتج كل مما يلي باستعمال الآلة الحاسبة :

④ $\frac{17!}{11!} = \frac{17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times \cancel{11!}}{\cancel{11!}} = 8910720$

⑤ $\frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6!}}{4! \times \cancel{6!}} = \frac{5040}{24} = 210$

⑥ $\frac{13!}{6!(13-6)!} = \frac{13!}{6!\,7!} = 1716$

⑦ يريد سائح زيارة 5 معالم سياحية في الأردن ، بكم طريقة يمكنه ترتيب زيارتها ؟

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

* جد عدد الطرق الممكنة لترتيب حروف كل كلمة مما يلي :

⑧ PALESTINE $= \frac{9!}{2!} = 181440$

⑨ AJLOUN : $= 6! = 720$

⑩ يريد مروان زراعة 4 أشجار لوزيات في صف واحد بحديقة منزله ، أجد عدد الطرق الممكنة لتنظيم الزراعة .

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$ (ممكن بـ 24 طريقة مختلفة)

11 تريد مثال حل واجبات مدرسية لـ 5 مواد مختلفة ، بكم طريقة يمكنها ترتيب حل الواجبات . طريقة $5! = 120$

12 تريد داليا قراءة 5 كتب لديها ، بكم طريقة يمكنها ذلك .

$\Rightarrow 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$

* يوجد في صف 8 طالبات ، يتعين عليهن الجلوس في مقعد كل صف فيه 4 مقاعد ، جد مايلي :

13 عدد الطرق الممكنة لجلوس الطالبات . $8! = 40320$

14 إذا تعين على نور و شمس الجلوس على مقعد إحدى الزوايا الاربع ، فبكم طريقة يمكن أن تجلس طالبات الصف .

$4 \times 3 \times 6! = 8640$

15 اذا قسمت المعلمة طالبات الصف إلى مجموعتين في كل منها 4 طالبات ، فبكم طريقة يمكن ان تجلس الطالبات بشرط أن تكون مقاعد الصف الاول للمجموعة والاولى و مقاعد الصف الثاني للمجموعة الثانية ؟

مقاعد الصف الاول × مقاعد الصف الثاني

$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! \times 4! = 576$

⊛ الدرس الثالث : التباديل :

⊛ التباديل : هي طريقة تستخدم لايجاد عدد الطرائق الممكنة لاختيار مجموعة من الاشياء بحيث يكون الترتيب مهما.

⊛ متى يكون الترتيب مهما؟
1. عند تحديد مهمة او وظيفة للعناصر التي سنختارها.
2. اذا لم يكن التكرار مسموح.

⊛ تباديل r من العناصر أخذ منها r في كل مرة هو :

$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ ، حيث n, r عددين صحيحان موجبان

و $n \geq r$.

⊛ يرمز للتباديل بالرمز nP_r أو $P(n,r)$

م.م.ف من 50 جد قيمة كل مما يلي :

a) $5P_5 = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{0!} = \frac{5!}{1} = 120$

b) $\frac{13P_3}{13P_1} = \frac{13!}{(13-3)!} \Big/ \frac{13!}{(13-1)!} = \frac{13 \times 12 \times 11}{13} = 132$

⊛ قاعدة :
1. $nP_n = n!$
2. $nP_1 = n$

1. $nP_n = \frac{n!}{0!} = n!$
2. $nP_1 = \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = n$

* قاعدة : لحساب التباديل نضرب أول r من n تنازليا.

م.م.ف 51 : بكم طريقة يمكن أن تختار سلمى وروان وران 3 عينات عشوائيا من بين 5 عينات مختلفة لفحصها في مختبر العلوم.

الحل : الترتيب مهم هنا لأنه سيحدد من سيفحص كل عينة

$$\Rightarrow 5P3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$$

م.م.ف 52 : جد عدد الكلمات الخماسية (ليس بالضرورة لها معنى) التي يمكن تكوينها من حروف اللغة الانجليزية علما بأنه x يسمح بالتكرار.

الحل : x يسمح بالتكرار ⇐ الترتيب مهم ⇐ تباديل

$$26P5 = \frac{26!}{(26-5)!} = \frac{26!}{(21)!} = 7893600$$

* حساب 26P5 بالآلة الحاسبة :

[26] [nPr] [5] [=]

* حساب مضروب العدد بالحاسبة :

[العدد] [!] [=]

✱ إجابات أسئلة الدرس 8.

✱ جد قيمة كل مما يلي دون استعمال الآلة الحاسبة.

1) $9P_5 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$

2) $7P_0 = \frac{7!}{(7-0)!} = \frac{7!}{7!} = 1$ ✱ $nP_0 = 1$

3) $99P_2 = 99 \times 98 = 9702$

✱ جد قيمة ما يلي باستعمال الآلة الحاسبة.

4) $\frac{10P_3}{8P_2} = (10\ nPr\ 3) \div (8\ nPr\ 2) = 12.85$

5) $(13P_9) - (7P_4) = 259458360$

6) $(7P_3) \times (4P_3) = 5040$

7) جد عدد الطرائق الممكنة لجلوس شخصين على 5 مقاعد موضوعة في صف واحد.

طريقة ⇐ $5P_2 = 20$

8) اعتمدت فيحاء جدولها في الجامعة بحيث اختارت 4 مواد من بين 12 مادة مختلفة، ما عدد الطرق الممكنة لترتيب الجدول.

طريقة ⇐ $12P_4 = 12 \times 11 \times 10 \times 9 = 11880$

(9) اعلنت شركة سياحية عن وجود رحلات إلى 8 مدن مختلفة جد عدد الطرق الممكنة لاختيار شخص رحلتين إلى مدينتين مختلفتين بحيث يسافر للاولى للتجارة و للثانية للاستجمام.

$\Rightarrow 8P2 = 8 \times 7 = 56$ طريقة

(10) جد عدد طرق اصطفاف 5 طلبة بجانب بعضهم قبل انطلاقهم.

$\Rightarrow 5P5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة

(11) جد عدد المنازل التي يمكن ترقيمها باستعمال رموز تحوي 3 أرقام من 0 إلى 9 شرط ان يحتوي رمز أي منزل على رقم مكرر.

$\Rightarrow 9P3 = 9 \times 8 \times 7 = 504$ (الترتيب مهم)

$\Rightarrow 6P6 = 720$

(12) جد عدد طرق جلوس 6 طلاب على 6 مقاعد.

(13) لدى طالل 4 كتب رياضيات (M) و 3 انجليزي (E) جد عدد طرق ترتيبها على الشكل هو (MEMEMEM)

ترتيب كل مادة لوحدها $\Leftarrow \Rightarrow 4P4 \times 3P3 = 144$

(14) تقف سبع سيارات في مركز صيانة من ضمنها سيارتي عيش و فؤاد، جد عدد طرق اصطفاف سيارتيهما. طريقة $\Rightarrow 7P2 = 42$

(15) جد قيمة r إذا كان $10Pr = 5040$.

$\Rightarrow 10 \times 9 = 90$ X $\Rightarrow 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040 \Rightarrow r = 4$

(16) أثبت أن $nPn = n!$

$nPn = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n! \Leftarrow nPn = n!$

⊛ الدرس الرابع :: التوافيق ::

التوافيق : هي طريقة تستخدم لايجاد عدد الطرق الممكنة لاختيار مجموعة من الاشياء بحيث يكون الترتيب غير مهم .

س) متى يكون الترتيب غير مهم ؟؟

1) اذا لم يحدد وظيفة او مهمة للمجموعة التي ستختارها.

2) اذا حدد وظائف او مهام للمجموعة الكلية التي ستختار منها.

⊛ عدد توافيق n من العناصر أخذ منها r في كل مرة ::

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

حيث r , n عددان صحيحان موجبان

و $n \geq r$

فمثلاً" عدد توافيق 5 عناصر أخذ منها 3 في كل مرة هو

$${}_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5\times4\times3!}{3!\times2} = 10$$

⊛ ملاحظة مهمة :

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

⊛ ملاحظة مهمة : توافيق n مأخوذ منها r من العناصر يساوي توافيق n مأخوذ منها متممة r إلى الـ n .

⊛ في التباديل ab تختلف عن ba أما في التوافيق فإن ab تكافئ ba (نفس الشيء).

* قاعدة مهمة :

$$nCr = nC(n-r)$$

مثال :

1) $5C_2 = 5C_3$ 2) $12C_4 = 12C_8$

* استعمال الآلة الحاسبة في ايجاد التوافيق :

$6C_2 \Rightarrow$ [6] [nCr] [2] [=]

* قواعد مهمة مع إثباتها :

1) $nC_0 = 1 \Rightarrow nC_0 = \frac{n!}{0!(n-0)!} = \frac{n!}{1 \times n!} = \frac{n!}{n!} = 1$

2) $nC_1 = n \Rightarrow nC_1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n \times (n-1)!}{(n-1)!} = n$

3) $nC_n = 1 \Rightarrow nC_n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{1}{0!} = \frac{1}{1} = 1$

أجد قيمة ما يلي : ص 55 [ف . م . ف]

9) $(13C_5) \times (8C_8) = \frac{13!}{5!(13-5)!} \times 1 = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{5!}$

$= \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 13 \times 11 \times 9 = 1287$

b) $(7C_0) \times (7C_7) = 1 \times 1 = 1$

* يستخدم التوافيق لمعرفة عدد الطرق في بعض التجارب العشوائية التي يكون الترتيب فيها غير مهم.

م.ع.ف 56 جد عدد طرق اختيار لجنة تنظم عملية دخول طالبات مدرسة تضم 3 طالبات من بين 10 متطوعات.

$\Rightarrow 10C3 = \frac{10!}{3! \times (10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3! \times 7!} = 120$ طريقة

م.ع.ف 57 اعتماداً على مثال (3) جد ما يلي:

(صندوق يحتوي على 5 كرات حمراء مرقمة من (5-1) و 4 كرات زرقاء مرقمة من (4-1) جميعها متماثلة)

1) جد عدد الطرق الممكنة لسحب كرتين زرقاوين عشوائياً من الصندوق اذا سحبتا معاً.

$\Rightarrow 4C2 = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$ طرق

2) عدد طرق سحب كرتين زرقاوين وكرة حمراء عشوائياً من الصندوق على التوالي دون إرجاع.

$\Rightarrow 5P1 \times 4P2 = 5 \times 12 = 60$ طريقة

* كلمة السحب معاً او دفعة واحدة تعني أن الترتيب غير مهم أما كلمة سحب على التوالي او سحب كرة بعد كرة تعني ان الترتيب مهم لانه من الممكن أن نسحب نفس الكرات ولكن بأكثر من طريقة و يجب أن نحسب جميع هذه الطرق.

(*) إجابات أسئلة الدرس 8.5

(*) جد ناتج مايلي دون استعمال الآلة الحاسبة :-

1) $10C7 = \frac{10!}{7! \times 3!} = 120$

2) $9C0 = 1$ (حسب القاعدة)

3) $7C1 + 6C3 = 7 + \frac{6!}{3! \times 3!} = 7 + 20 = 27$

(*) جد ناتج مايلي باستعمال الآلة الحاسبة :-

4) $(12C5) \times (5C3) = 7920$

5) $\frac{10C6}{8C5} = \frac{210}{56} = \frac{15}{4}$

6) $\frac{9C5}{(8C5) \times (3C2)} = \frac{126}{168} = \frac{3}{4}$

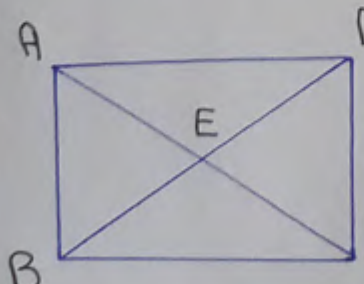
7) جد عدد الطرق لاختيار نوعي فاكهة من 7 أنواع مختلفة متوافرة في محل بيع الفواكه.

$\Rightarrow 7C2 = 21$

8) لدى قيس 8 كتب مختلفة ، أراد اهداء 3 منها إلى مكتبة المدرسة ، بكم طريقة يمكنه اختيارها.

$\Rightarrow 8C3 = 56$

9) جد عدد المثلثات التي يمكن تكوينها من أضلاع الشكل المجاور.



عدد أضلاع الشكل = 5

$\Rightarrow 10C3 = 120$ مثلث

⊛ أراد معلم التربية الرياضية اختيار طالبين من بين 15 طالبا" للمشاركة في المباريات المدرسية :

10 جد عدد الطرق الممكنة لاختيار هذين الطالبين ؟

طريقة ← توافيق ← $15C2 = 105$ ⇐

11 جد عدد الطرق الممكنة لاختيارهما علما" بان الاول سيشارك في مباراة كرة القدم و الثاني في مباراة كرة السلة .

طريقة ← تباديل ← $15P2 = 210$ ⇐

12 أرادت ايمان شراء باقة ورد لأمها ، بكم طريقة يمكن لايمان شراء باقة فيها 5 وردات من بين 9 وردات الوانها مختلفة.

طريقة ← توافيق ← $9C5 = 126$ ⇐

13 جد عدد الطرق التي يريد بها سمير شراء 4 اقلام من بين 10 .

طريقة ← توافيق ← $10C4 = 210$ ⇐

14 وجد كل من سعيد و همام عدد الطرائق لاختيار 3 طلبة في الصف من بين 11 طالب للمشاركة في مشروع تصميم مخطط هندسي ، أيهما اجابته صحيحة.

سعيد ← $11C3$

همام ← $11P3$

الحل : اجابة سعيد هي الصحيحة لان الترتيب غير مهم في السؤال وبالتالي يكون الحل على التوافيق وليس التباديل .

15 هل يمكن ان يكون $nP_r = nC_r$ ، حيث n, r عددين صحيحان موجبان و $r \leq n$ ؟ برر اجابتك.

$$\Rightarrow nP_r = nC_r \Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

بضرب الطرفين بـ $\frac{(n-r)!}{n!}$ $\Leftarrow$

$$1 = \frac{1}{r!}$$

$$\Rightarrow r! = 1 \curvearrowright r = 0, 1$$

16 اذا كان $10C_7 = 10C_3$ فجد صيغة عامة لهذه العلاقة.

$\Rightarrow nC_r = nC_{(n-r)}$. توافيق العدد يساوي توافيق متممه.

* إجابات أسئلة اختبار الوحدة هي الثانية.

* ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة في

1 ناتج $7C_6$ هو

a) 1 b) 6 c) 7 d) 42

2 ناتج $9P_1$ هو

a) 1 b) 9 c) 18 d) 27

3) ناتج 4! هو ؟؟

a) 1 b) 4 c) 4C4 (d) 4P4

4) ناتج nCn حيث n عدد صحيح موجب هو ؟؟

(a) 1 b) n c) 2n d) n^2

5) ناتج nP1 حيث n عدد صحيح موجب هو ؟؟

a) 1 (b) n c) 2n d) n2

6) في محل أشتار 6 ألوان مختلفة من الورد البوري و 4 ألوان مختلفة من ورد القرنفل ، جد عدد الطرق الممكنة لشراء شتلة واحدة من الورد البوري و شتلة واحدة من القرنفل.

مبدأ العد الاساسي ← طريقة. $\Rightarrow 6 \times 4 = 24$

7) في محل 25 نوعاً مختلفاً من بلاط الارضيات و 36 نوعاً من بلاط الجدران ، بكم طريقة يمكن لمصطفى اختيار بلاط الارضيات و الجدران لمطبخ منزله؟

مبدأ العد الاساسي ← طريقة $\Rightarrow 25 \times 36 = 900$

8 سنستعمل في جداول رحلات الطيران 3 احرف من اسم المدينة فمثلا يكتب اسم Amman في الجدول بالرمز Amm ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين رموز بهذه الطريقة باستعمال حروف اللغة الانجليزية.

الحل : بمعنى آخر كم كلمة مكونة من 3 أحرف يمكن تكوينها من أحرف اللغة الانجليزية والتكرار مسموح

طريقة $\Rightarrow 26 \times 26 \times 26 = 17576$

* سافر 9 أصدقاء منهم وليد وخالد وسفيان في حافلة صغيرة تحوي 9 مقاعد موزعة على 3 صفوف كما في الشكل المجاور (أماكن جلوس الاشخاص المتناوبون على القيادة)

9 بكم طريقة يمكن أن يجلس الاصدقاء اذا تعين على وليد أو خالد أو سفيان سياقتها؟

$\Rightarrow 3 \times 8! = 120960$

(عدد الاشخاص المحتمل قيادتهم لها) (باقي الاصدقاء)

10 بكم طريقة يمكن أن يجلس الاصدقاء اذا تعين على وليد سياقتها وجلس خالد في الصف الثاني وسفيان في الصف الثالث.

طريقة $\Rightarrow 1 \times 3 \times 3 \times 6! = 6480$

(مقعد وليد) (المقاعد المحتملة لخالد) (المقاعد المحتملة لسفيان) (المقاعد المحتملة للبقية)

11 يراد توزيع 15 بطاقة دخول لمتحف الأردن بشكل عشوائي لصف يحتوي 20 طالبا" بحيث لا يأخذ الطالب أكثر من تذكرة ، جد عدد الطرق الممكنة لذلك.

$\Rightarrow 20C15 = 15504$ توافق مأن الترتيب غير مهم.

12 يراد اختيار طالبين من المرحلة الاساسية من بين 5 طلاب للمشاركة بنشاط مدرسي ، جد عدد الطرق الممكنة لاختيارهم.

$\Rightarrow 5C2 \times 6C4 = 10 \times 15 = 150$

توافق

13 يريد ستة أصدقاء الذهاب في رحلة بقارب يحتوي ستة مقاعد في صف واحد ، جد عدد الطرق الممكنة للاصدقاء للجلوس في القارب.

$\Rightarrow 6! = 720$

14 يراد اختيار فريق تمريض يتكون من 3 ممرضين ذكور من بين 7 ممرضين و 5 ممرضات من بين 10 ممرضات جد عدد الطرق الممكنة لاختيار الممرضين النمائية.

$\Rightarrow 7C3 \times 10C5 = 35 \times 252 = 8820$

طرق اختيار الممرضات الاناث

طرق اختيار الممرضين الذكور

* توافق مأن الترتيب غير مهم لانه لم يذكر وظائف للاشخاص الذين سيختارهم.

15) رسمت 8 نقاط على دائرة ، عدد المثلثات التي يمكن تكوينها من النقاط بحيث تمثل كل 3 رؤوس مثلث هو هو $\Rightarrow 8C3 = 56$

a) 40320 b) 336 (c) 56 d) 8

16) يراد تكوين رمز من 3 منازل باستعمال الارقام (0 - 9) كم عدد الارقام التي يمكن تكوينها بدون تكرار هو هو $10P3 = 720$

(a) 720 b) 120 c) 3628800 d) 648

17) لقوس قزح 7 الوان ، عدد الطرق التي يمكن ان يظهر فيها ترتيب الالوان بفرض انه يمكن اعادة ترتيبها هو: $7P7 = 7!$

a) 1 b) 7 c) 49 (d) 5040

* رقمت جمانة 9 بطاقات متماثلة بالارقام من 1 إلى 9 بحيث حملت كل بطاقة رقما "واحدا" هو

18) بكم طريقة يمكن لجمانة تكوين عدد من 5 منازل باستعمال هذه البطاقات ؟ بدون تكرار $\Rightarrow 9P5 = 15120$

بتكرار $\Rightarrow 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 59049$

19) بكم طريقة يمكن لجمانة تكوين عدد من 3 منازل و يقبل القسمة على 5 باستعمال هذه البطاقات ؟

بالتكرار $\Rightarrow 9 \times 9 \times 1 = 81$ ، بدون تكرار $\Rightarrow 8 \times 7 \times 1 = 56$

* الأمل في هذه المسألة أنها بدون تكرار لأن البطاقة التي تختارها تكون قد جربت وهي يمكن استعمالها مرة أخرى