

الصف التاسع الفرق بين مربعين وتحليله

نعلم أن $25 - 9 = 16$ ، لكن هل نستطيع إيجاد الناتج بطريقة أخرى
أجب عن الأسئلة التالية :-

- الجذر التربيعي للعدد ٢٥ $(\sqrt{25}) = ٥$
- الجذر التربيعي للعدد ٩ $(\sqrt{9}) = ٣$
- $(\sqrt{25} - \sqrt{9}) = (٥ - ٣) = ٢$
- $(\sqrt{25} + \sqrt{9}) = (٥ + ٣) = ٨$
- $(\sqrt{25} - \sqrt{9})(\sqrt{25} + \sqrt{9}) = (٥ - ٣)(٥ + ٣) = ٢ \times ٨ = ١٦$
- ماذا تلاحظ

بنفس الخطوات السابقة أكمل الفراغ

- الجذر التربيعي للعدد ٨١ $\sqrt{81} = 9$
- الجذر التربيعي للعدد ٤٩ $\sqrt{49} = 7$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$
- $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$

$$\begin{aligned} (\overline{...} + \overline{...}) (\overline{...} - \overline{...}) &= (٤٩ - ٨١) \bullet \\ (... + ...) (... - ...) &= \\ ... &= (...)(...) = \end{aligned}$$

مثال :- جد ناتج ما يلي :

$$\begin{aligned} &= ٢٢٥ - ١٦٩ (٢) = ١٠٠ - ١٤٤ (١) \\ &= ٢ ص - ٢ س (٤) = ٤٠٠ - ٦٢٥ (٣) \end{aligned}$$

الحل :-

$$\begin{aligned} (\overline{١٠٠} + \overline{١٤٤}) (\overline{١٠٠} - \overline{١٤٤}) &= ١٠٠ - ١٤٤ (١) \\ (١٠ + ١٢) (١٠ - ١٢) &= \\ ٤٤ &= (٢٢)(٢) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{٢٢٥} + \overline{١٦٩}) (\overline{٢٢٥} - \overline{١٦٩}) &= ٢٢٥ - ١٦٩ (٢) \\ (١٥ + ١٣) (١٥ - ١٣) &= \\ ٥٦ - &= (٢٨)(٢ -) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{٤٠٠} + \overline{٦٢٥}) (\overline{٤٠٠} - \overline{٦٢٥}) &= ٤٠٠ - ٦٢٥ (٣) \\ (٢٠ + ٢٥) (٢٠ - ٢٥) &= \\ ٢٢٥ &= (٤٥)(٥) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\overline{٢ ص} + \overline{٢ س}) (\overline{٢ ص} - \overline{٢ س}) &= ٢ ص - ٢ س (٤) \\ (ص + س) (ص - س) &= \end{aligned}$$

• مما سبق لاحظ أن الأعداد ٩ ، ١٦ ، ٤٩ ، ٠٠٠ ، ٦٢٥

مربعات كاملة وكذلك $س^٢$ ، $ص^٢$

• المقدار ٦٢٥ - ٤٠٠ يسمى فرق بين مربعين ويمكن التعبير عن

الفرق بين مربعين كما يلي $س^٢ - ص^٢$

• طريقة إيجاد الناتج باستخدام هذه الطريقة تسمى تحليل فرق بين مربعين

• لتحليل فرق بين مربعين نتبع الخطوات التالية :

الحد الأول - الحد الثاني =

(الجذر التربيعي للأول - الجذر التربيعي للثاني) (الجذر التربيعي للأول + الجذر التربيعي للثاني)

ورمزاً

$$\left(\sqrt{س^٢} + \sqrt{ص^٢} \right) \left(\sqrt{س^٢} - \sqrt{ص^٢} \right) = س^٢ - ص^٢$$

$$= (س + ص)(س - ص)$$

ملاحظة : بالنسبة للإشارة السالبة ليس شرطاً أن توضع في القوس الأول

مثال : حلل المقادير التالية :-

$$١٨ - س^٢(٣)$$

$$٢١ - ب^٢(٢)$$

$$٢٥ - س^٢(١)$$

$$١ - ب^٢(٦)$$

$$٥ - ص^٣(٥)$$

$$١ - س^٢(٤)$$

$$٨ - (س - ٣)^٢$$

$$٧ - (س + ٢)^٢$$

الحل :

$$(1) \quad (\sqrt{25s} + \sqrt{2s}) (\sqrt{25s} - \sqrt{2s}) = 25s - 2s = (5 + s)(5 - s) =$$

في باقي الأمثلة سوف نحل بشكل مباشر مع ضرورة السؤال ما هو الجذر التربيعي

$$(2) \quad 21b^2 - b^2 = (b+1)(b-1)$$

(3) $2s^2 - 18s$ لاحظ هنا أن المقدار لا يمثل فرق بين مربعين لذلك نخرج (2) عامل مشترك

$$2s^2 - 18s = 2s(s - 9) = 2s(s+3)(s-3)$$

(4) $s^3 - 21s^2$ نخرج (s) عامل مشترك

$$s^3 - 21s^2 = s(s^2 - 21s) = s(s-1)(s+1)$$

(5) $s^3 - 21s^2$ نخرج (s) عامل مشترك

$$s^3 - 21s^2 = s(s^2 - 21s) = s(s-1)(s+1)$$

$$(6) \quad \left(\frac{1}{5}b - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{5}b + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{25}b^2 - \frac{1}{4}$$

$$(٧) (س + ٢) - (ص + ٣)$$

الطريقة الأولى نفرض م = س + ٢ ،، ن = ص + ٣

فيصبح المقدار على الصورة م^٢ - ن^٢

$$م^2 - ن^2 = (م + ن)(م - ن) \text{ وبتعويض قيم م ، ن}$$

$$\begin{aligned} ((س + ٢) + (ص + ٣))((س + ٢) - (ص + ٣)) &= \\ (س + ٢ + ص + ٣)(س + ٢ - ص - ٣) &= \\ (س + ص + ٥)(س - ص - ١) &= \end{aligned}$$

الطريقة الثانية نحل بشكل مباشر حسب القاعدة

$$\begin{aligned} ((س + ٢) - (ص + ٣))((س + ٢) + (ص + ٣)) &= (س + ٢)^2 - (ص + ٣)^2 \\ (س + ٢ + ص + ٣)(س + ٢ - ص - ٣) &= \\ (س + ص + ٥)(س - ص - ١) &= \end{aligned}$$

$$(٨) (س - ٣)^2 - (س + ٣)^2 \text{ التحليل بشكل مباشر}$$

$$\begin{aligned} ((س - ٣) - (س + ٣))((س - ٣) + (س + ٣)) &= (س - ٣)^2 - (س + ٣)^2 \\ (س - ٣ - س - ٣)(س - ٣ + س + ٣) &= \\ (-٦)(٢س) &= \\ -١٢س &= \end{aligned}$$

مثال :- جد قيمة المقدار العددية لكل مما يلي :-

$$(١) (٧, ٥)^2 - (٣, ٢)^2 \quad (٢) ٢, ٢٥ - ١, ٤٤$$

الحل :-

$$(3, 2 - 7, 5)(3, 2 + 7, 5) = {}^2(3, 2) - {}^2(7, 5) (1 \\ 46, 01 = (4, 3)(10, 7) =$$

$$(\sqrt{1,44} - \sqrt{2,25})(\sqrt{1,44} + \sqrt{2,25}) = 1,44 - 2,25 (2 \\ (1,2 - 1,5)(1,2 + 1,5) = \\ 0,81 = (0,3)(2,7) =$$

مثال :-

عبر عن المقدار (47×51) بصورة فرق بين مربعين ، ثم جد قيمته العددية .

الحل :- لاحظ أن $2 + 49 = 51$ ، $2 - 49 = 47$ إذاً

$$(2 - 49)(2 + 49) = 47 \times 51 \\ {}^2(2) - {}^2(49) =$$

$$2397 = 4 - 2401 = \text{القيمة العددية}$$

سؤال (١) :-

مستطيل مساحته $(س^2 - ص^2)$ حيث $س < ص$ ، جد محيطه .

سؤال (٢) :-

متوازي أضلاع أبعاده $(س - ص)$ ، $(س + ص)$ ، $هـ$ ، جد

(١) مساحته الكلية (٢) حجم المتوازي

ملاحظة : $س < ص$

مجموع مكعبين وتحليله

مراجعة :

- مكعب العدد (أ) : هو ناتج ضرب العدد (أ) في نفسه ٣ مرات .

فمثلاً : مكعب العدد ٢ هو ٨ لأن $8 = 2 \times 2 \times 2$

مكعب العدد ٣ = ٢٧ لأن $27 = 3 \times 3 \times 3$

مكعب العدد س هو S^3 لأن $S^3 = S \times S \times S$

سؤال :- أكمل الفراغ

• مكعب العدد ٥ =

• مكعب العدد ٧ =

• مكعب العدد ٤ =

• مكعب العدد ك =

• مكعب العدد س ص =

• $(٧)^3 = \dots\dots$

• $(٢ -)^3 = \dots\dots$

- الجذر التكعيبي للعدد S^3 : هو العدد الذي إذا ضرب في نفسه ٣ مرات كان الناتج S^3

فمثلاً : الجذر التكعيبي للعدد ٦٤ هو ٤ لأن $64 = 4 \times 4 \times 4$

الجذر التكعيبي للعدد ٢١٦ هو ٦ لأن $216 = 6 \times 6 \times 6$

الجزر التكعيبي للعدد s^3 هو s لأن $s \times s \times s = s^3$

الجزر التكعيبي للعدد $- 8$ a^3 هو $- 2$ لأن $a^3 = - 8$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \quad \text{لأن} \quad \dots\dots\dots$$

$$\sqrt[3]{- 729} = - 9 \quad \text{لأن} \quad \dots\dots\dots$$

مثال :-

ادرس المثال بشكل جيد ودون ملاحظاتك

$27 + 8 = 35$ ، لاحظ أن العددين ٢٧ ، ٨ مكعبات كاملة

سوف نجد الناتج بطريقة جديدة

الجزر التكعيبي للعدد $27 = 3$ ، الجزر التكعيبي للعدد $8 = 2$

$$\sqrt[3]{(2)} + \sqrt[3]{(3)} = 8 + 27 \quad \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots (\sqrt[2]{2} + 2 \times 3 - \sqrt[2]{3})(2 + 3) =$$

$$35 = 7 \times 5 = (4 + 6 - 9)(5) =$$

مثال : $125 + 64$

الجزر التكعيبي للعدد $64 = 4$ ، ، الجزر التكعيبي للعدد $125 = 5$

$$\sqrt[3]{(4)} + \sqrt[3]{(5)} = 64 + 125 \quad \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots (\sqrt[2]{4} + 4 \times 5 - \sqrt[2]{5})(4 + 5) =$$

$$189 = 21 \times 9 = (16 + 20 - 25)(9) =$$

مثال : أكمل الفراغ

$$٧٢٩ + ١٠٠٠$$

الجزر التكعيبي للعدد ٧٢٩ = ،، الجزر التكعيبي للعدد ١٠٠٠ =

$$٣(٠٠٠) + ٣(٠٠٠) = ١٠٠٠ + ٧٢٩$$

$$(٢(٠٠٠) + (٠٠٠) \times (٠٠٠) - ٢(٠٠٠))(١٠ + ٩) =$$

$$٠٠٠ = ٠٠٠ \times ٠٠٠ = (١٠٠ + ٩٠ - ٨١)(١٩) =$$

مثال : س ٣ + ٨

الجزر التكعيبي ل س ٣ = ،، الجزر التكعيبي ل ٨ = ٨

$$٣(٠٠٠) + ٣(٠٠٠) = ٨ + ٣$$

$$(٢(٢) + (٣) \times (س) - ٢(س))(٠٠٠ + ٠٠٠) =$$

$$(٠٠٠ + ٠٠٠ - ٠٠٠)(٠٠٠ + ٠٠٠) =$$

مثال : بناءً على ما سبق أكمل الفراغ

$$٣(٠٠٠) + ٣(٠٠٠) = ١٢٥ + ٢١٦(١$$

$$(٢(٠٠٠) + ٠٠٠ \times ٠٠٠ - ٢(٠٠٠))(٠٠٠ + ٠٠٠) =$$

$$(٠٠٠ + ٠٠٠ - ٠٠٠)(٠٠٠ + ٠٠٠) =$$

$$٣(٠٠٠) + ٣(٠٠٠) = ١٢٥ + \frac{١}{١٠٠٠}(٢$$

$$(٠٠٠ + ٠٠٠ - ٠٠٠)(٠٠٠ + ٠٠٠) = (٢(٠٠٠) + ٠٠٠ \times ٠٠٠ - ٢(٠٠٠))(٠٠٠ + ٠٠٠) =$$

$${}^3(3) + {}^3(1) = {}^3(4)$$

$$({}^2(1) + 1 \times 1 - {}^2(1))(1 + 1) =$$

$$({}^2(1) + 1 \times 1 - {}^2(1))(1 + 1) =$$

اعتماداً علماً سبق :

- المقدار ${}^3(1) + {}^3(1)$ يسمى مجموع مكعبين
- القوس الأصغر $(1+1)$: أ الجذر التكعيبي لـ ${}^3(1)$ وتسمى الحد الأول ب الجذر التكعيبي لـ ${}^3(1)$ وتسمى الحد الثاني
- فيصبح القوس على الصورة (الحد الأول + الحد الثاني)
- القوس الأكبر $({}^2(1) + 1 \times 1 - {}^2(1))$ حيث

${}^2(1) \leftarrow$ مربع الحد الأول

$1 \times 1 \leftarrow$ الحد الأول $\times$ الحد الثاني (وهنا فقط نضع أمامه إشارة مغايرة للإشارة بين الحدين)

${}^2(1) \leftarrow$ مربع الحد الثاني

- تسمى العملية السابقة تحليل مجموع مكعبين إلى عوامله الأولية ويعبر عنها باللفظ كما يلي :

$$({}^2(1) + 1 \times 1 - {}^2(1))(1 + 1) = {}^3(1) + {}^3(1)$$

حيث ح₁ الحد الأول ،،،، ح₂ الحد الثاني

مثال : حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

$$(1) \quad 64s^3 + 3s^3 = 64 + 3(s^3) \leftarrow \text{الحد الأول } s^3, \text{، الحد الثاني } 4$$

وبتطبيق قاعدة تحليل مجموع مكعبين

$$\left(\sqrt[3]{(64)} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{s^3} - \sqrt[3]{(64)} \right) \left(\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{s^3} \right) = \sqrt[3]{(64)} + \sqrt[3]{(s^3)}$$

$$\left(\sqrt[3]{(64)} + 4 \times s - \sqrt[3]{(s^3)} \right) (4 + s) = \sqrt[3]{(64)} + \sqrt[3]{(s^3)}$$

$$(16 + 4s - s^2) (4 + s) =$$

ملاحظة : العبارة التربيعية الناتجة من تحليل مجموع مكعبين لا يمكن تحليلها

$$(2) \quad 216s^3 + 3s^3 = 216 + 3(s^3) \leftarrow \text{الحد الأول } 2s^3, \text{، الحد الثاني } 6$$

وبتطبيق قاعدة تحليل مجموع مكعبين

$$\left(\sqrt[3]{(216)} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{s^3} - \sqrt[3]{(s^3)} \right) \left(\sqrt[3]{216} + \sqrt[3]{s^3} \right) = \sqrt[3]{(216)} + \sqrt[3]{(s^3)}$$

$$\left(\sqrt[3]{(216)} + 6 \times s - \sqrt[3]{(s^3)} \right) (6 + s) = \sqrt[3]{(216)} + \sqrt[3]{(s^3)}$$

$$(36 + 6s - s^2) (6 + s) =$$

$$\leftarrow \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)} + \sqrt[3]{\left(s\frac{1}{5}\right)} = \frac{1}{27} + s\frac{1}{125} \quad (3)$$

الحد الأول $\frac{1}{5} s$ ، ، ، ، الحد الثاني $\frac{1}{3}$

$$\left(\sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)} + \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \times s\frac{1}{5} - \sqrt[3]{\left(s\frac{1}{5}\right)} \right) \left(\sqrt[3]{\frac{1}{3}} + s\frac{1}{5} \right) = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)} + \sqrt[3]{\left(s\frac{1}{5}\right)}$$

$$\left(\frac{1}{9} + s\frac{1}{15} - s\frac{1}{25} \right) \left(\frac{1}{3} + s\frac{1}{5} \right) =$$

(٤) $٢٢٣ + ٦٣$ ← نخرج ٢ عامل مشترك لكي يصبح المقدار

على صورة مجموع مكعبين كما يلي : $٢(١٣ + ٨٣)$

$$\leftarrow ٢(١٣ + ٨٣) = ٢(١٣ + ٢٣) \leftarrow$$

الحد الأول أ ،،،،، الحد الثاني ٢ ب

$$٢(١٣ + ٢٣) = ٢(١٣ + ٢٣) + ٢ \times ١ - ٢(١) = ٢(١٣ + ٢٣) + ٢ \times ١ - ٢(١)$$

$$= ٢(١٣ + ٢٣) + ٢ \times ١ - ٢(١) = ٢(١٣ + ٢٣) + ٢ \times ١ - ٢(١)$$

$$(٥) ٢٢٣ + ٦٤٠$$

الحد الأول أ ،،، الحد الثاني ٤٠ لأن $٢٢٣ + ٦٤٠ = ٤٠ \times ٤٠ \times ٤٠$

$$\text{أو } \frac{٤}{١٠} \times \frac{٤}{١٠} \times \frac{٤}{١٠} = \frac{٦٤}{١٠٠٠} = ٠,٠٦٤$$

$$٢(٠,٤) + ٢(١) = ٢(٠,٤) + ٢(١) + ٠,٤ \times ١ - ٢(١)$$

$$= ٢(٠,٤) + ٢(١) + ٠,٤ \times ١ - ٢(١) = ٢(٠,٤) + ٢(١) + ٠,٤ \times ١ - ٢(١)$$

$$(٦) ١٣٣ + ٢٥١٣$$

الحد الأول أ س ،،، الحد الثاني ٥ ب ص

$$= ١٣٣ + ٢٥١٣ = ١٣٣ + ٢٥١٣ + ٥ \times ١٣ - ١٣(٥) = ١٣٣ + ٢٥١٣ + ٥ \times ١٣ - ١٣(٥)$$

$$= ١٣٣ + ٢٥١٣ + ٥ \times ١٣ - ١٣(٥) = ١٣٣ + ٢٥١٣ + ٥ \times ١٣ - ١٣(٥)$$

$$(٧) \text{ س}^٦ + ١٢٥$$

الحد الأول $\text{س}^٦$ لأن $\text{س}^٦ = \text{س}^٢ \times \text{س}^٢ \times \text{س}^٢$ ، الحد الثاني ٥

$$\text{س}^٦ + ١٢٥ = (\text{س}^٢)^٣ + (٥)^٣$$

$$= (\text{س}^٢ + ٥)(\text{س}^٤ - \text{س}^٢ \times ٥ + ٥^٢)$$

$$= (\text{س}^٢ + ٥)(\text{س}^٤ - ٥\text{س}^٢ + ٢٥)$$

$$(٨) \frac{\text{س}^٤}{١٨} + \frac{٦}{٣} \frac{١}{\text{ب}} \frac{٢}{\text{س}}$$

نخرج س عامل مشترك فيصبح المقدار على صورة مجموع مكعبين

$$\text{كما يلي : س} \left(\frac{\text{س}^٣}{١٨} + \frac{٦}{٣} \frac{١}{\text{ب}} \frac{٢}{\text{س}} \right)$$

$$\text{س} \left(\frac{\text{س}^٣}{١٨} + \frac{٦}{٣} \frac{١}{\text{ب}} \frac{٢}{\text{س}} \right) = \frac{\text{س}^٤}{١٨} + \frac{٦}{٣} \frac{١}{\text{ب}} \frac{٢}{\text{س}}$$

$$\left(\frac{\text{س}}{١٢} \right) \text{ الحد الأول ، ، ، ، ، الحد الثاني } \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right)$$

$$= \text{س} \left(\frac{\text{س}^٣}{١٨} + \frac{٦}{٣} \frac{١}{\text{ب}} \frac{٢}{\text{س}} \right) = \left(\left(\frac{\text{س}}{١٢} \right) + \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right) \right) \left(\left(\frac{\text{س}}{١٢} \right)^٢ + \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right) \left(\frac{\text{س}}{١٢} \right) - \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right)^٢ \right)$$

$$= \left(\left(\frac{\text{س}}{١٢} \right) + \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right) \right) \left(\left(\frac{\text{س}}{١٢} \right)^٢ + \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right) \left(\frac{\text{س}}{١٢} \right) - \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right)^٢ \right) = \left(\frac{\text{س}^٣}{١٤} - \frac{٣}{\text{ب}} \frac{\text{س}}{١} + \frac{٣}{٢} \frac{٦}{\text{ب}} \right) \left(\left(\frac{\text{س}}{١٢} \right) + \left(\frac{٦}{\text{ب}} \right) \right)$$

حل تدريب (١ - ٧) ص ٢٢

حل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

$$(١) ج^٣ + ١ = (ج + ١)(ج^٢ - ج + ١)$$

$$(ب) \frac{٢٧س^٣}{٢٧} + ٢ص^٣ \leftarrow \text{نخرج ٢ عامل مشترك} \left(\frac{٣س}{٢٧} + ٢ص^٣ \right)$$

$$\left(\frac{٣س}{٢٧} + ٢ص^٣ \right) = \left(\frac{٣س}{٣} + ٢(ص) \right)$$

$$\left(\frac{٣س}{٣} + ٢ص^٣ - \frac{٢س}{٩} \right) \left(\frac{٣س}{٣} + ٢ص^٣ \right) = \left(\frac{٣س}{٣} + ٢(ص) \right) =$$

$$(ج) ١٤٠ + \frac{٥٨س^٣}{٨} \leftarrow \text{نخرج ٥ عامل مشترك} \left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ \right)$$

$$\left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ \right) = \left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ \right)$$

$$\left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ - \frac{١٨س}{٨} \right) \left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ \right) =$$

$$\left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ - \frac{١٨س}{٨} \right) \left(\frac{١٨س}{٨} + ١٤٠ \right) =$$

$$(س) ٣٤٣س^٣ + ٠٠٨ = (٧س + ٢)(٩٤س^٢ - ٢س + ٤٠٠)$$

$$\text{أو } (س) ٣٤٣س^٣ + ٠٠٨ = \left(\frac{٢}{١٠٠} + ٧س - \frac{٩٤س^٢}{١٠٠} \right) \left(\frac{٢}{١٠٠} + ٧س \right) = \frac{٨}{١٠٠٠} + ٣٤٣س^٣$$

حل تدريب (١ - ٨) ص ٢٢

حل المسألة الواردة في بداية الدرس

• حجم خزان الماء متوازي المستطيلات

$$= \text{البعد الأول} \times \text{البعد الثاني} \times \text{البعد الثالث}$$

$$= (س + ص) (١) (\text{البعد الثالث})$$

لكن حجم المكعب الأول + حجم الثاني = حجم متوازي المستطيلات

$$\leftarrow (س^٣ + ص^٣) = (س + ص) (س^٢ - سص + ص^٢)$$

إذاً البعد الثالث هو $(س^٢ - سص + ص^٢)$

حل تمارين ومسائل الكتاب ص ٢٣

(١) اكتب كلاً مما يأتي على صورة مجموع مكعبين :

$$١ + ٨س^٣ = (١) + (٢س)^٣ \text{ لغاية هنا الجواب}$$

$$= (١) + (٢س)^٣ = (١ - س + س^٢ + س^٣)$$

$$(ب) \frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) = \frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣)$$

$$\left(\frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) - \frac{١}{٢٥س^٣} \right) \left(\frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) \right) = \frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) =$$

$$\left(\frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) - \frac{١}{٢٥س^٣} \right) \left(\frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) \right) = \frac{١}{٢٥س^٣} + (٣,٣) =$$

(٢) حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

$$١) ٤٣ + ١٦٢ = ٤(٣) + ٢٦(٣)$$

$$= (٤٣ + ١٦٢ - ٢٤)(٣) = ٤(٣) + ٢٦(٣) =$$

$$ب) \left(\frac{٢٣}{٣}\right) + \left(\frac{٣٥}{٥}\right) = \frac{٨٣}{٢٧} + \frac{٣٥}{١٢٥}$$

$$= \left(\frac{٢٤}{٩} + \frac{٣٣}{١٥} - \frac{٣٥}{٢٥}\right) \left(\frac{٢٣}{٣} + \frac{٣٥}{٥}\right) =$$

$$ج) ١٢٥٠ + ٤٥٤ = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) =$$

$$= ٢(١٢٥ + ٢٢٧) = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) =$$

$$= ٢(١٢٥ + ٢٢٧) = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) = ٢(١٢٥ + ٢٢٧) =$$

$$د) ١٦٣ + ٢٣٣ = ٢(١٦٣ + ٢٣٣) = ٢(١٦٣ + ٢٣٣) =$$

$$= ٢(١٦٣ + ٢٣٣) = ٢(١٦٣ + ٢٣٣) = ٢(١٦٣ + ٢٣٣) =$$

$$= ٢(١٦٣ + ٢٣٣) = ٢(١٦٣ + ٢٣٣) = ٢(١٦٣ + ٢٣٣) =$$

$$هـ) (١-س) + (١+ص) = ٢(١-س) + ٢(١+ص)$$

الطريقة الأولى : نفرض م = س - ١ ، ، ن = ص + ١

$$(١-س) + (١+ص) = ٢(١-س) + ٢(١+ص)$$

$$(\nu^2 + \nu\mu - \mu^2)(\nu + \mu) = \nu^3 + \mu^3 =$$

نعوض بدل م ،،، ن

$$(\nu^2(1+s) + (1+s)(1-s) - \mu^2(1-s))(1+s+1-s) =$$

$$(\nu^2(1+s) + (1+s)(1-s) - \mu^2(1-s))(s+\nu) =$$

ملاحظة : يمكن فك الأقواس داخل القوس الكبير

الطريقة الثانية : التحليل بشكل مباشر

$$= \nu^3(1+s) + \mu^3(1-s)$$

$$(\nu^2(1+s) + (1+s)(1-s) - \mu^2(1-s))(1+s+1-s) =$$

$$(\nu^2(1+s) + (1+s)(1-s) - \mu^2(1-s))(s+\nu) =$$

$$(و) \frac{1}{4} = \frac{\nu^3 + \mu^3}{500} + \frac{\nu^2\mu + \mu^2\nu}{125} \text{ إخراج } \frac{1}{4} \text{ عامل مشترك}$$

$$\text{لاحظ أن } s^6 = s^2 \times s^2 \times s^2$$

$$\left(\frac{\nu^3}{5} + \frac{\nu^2\mu + \mu^2\nu}{25} - s^4 \right) \left(\frac{\nu^3}{5} + s^2 \right) \frac{1}{4} = \left(\nu^3 \left(\frac{\nu^3}{5} \right) + \nu^3 (s^2) \right) \frac{1}{4} =$$

$$٣(١) + ٣(٣) = ١ + ٩$$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = ٣(١) + ٣(٣) =$$

لاحظ هنا في القوس الأصغر المقدار عبارة مجموع مكعبين

والقوس الأكبر يمكن التعامل معه بأكثر من طريقة لكن نكتفي بالتعامل مع الحدين $١ + ٦$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣)$$

القوس الأكبر فقط

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣)(١ + ٣) = (١ + ٦)$$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = ١ + ٩$$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) =$$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) =$$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) =$$

$$(١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) = (١ + ٣ - ٦)(١ + ٣) =$$

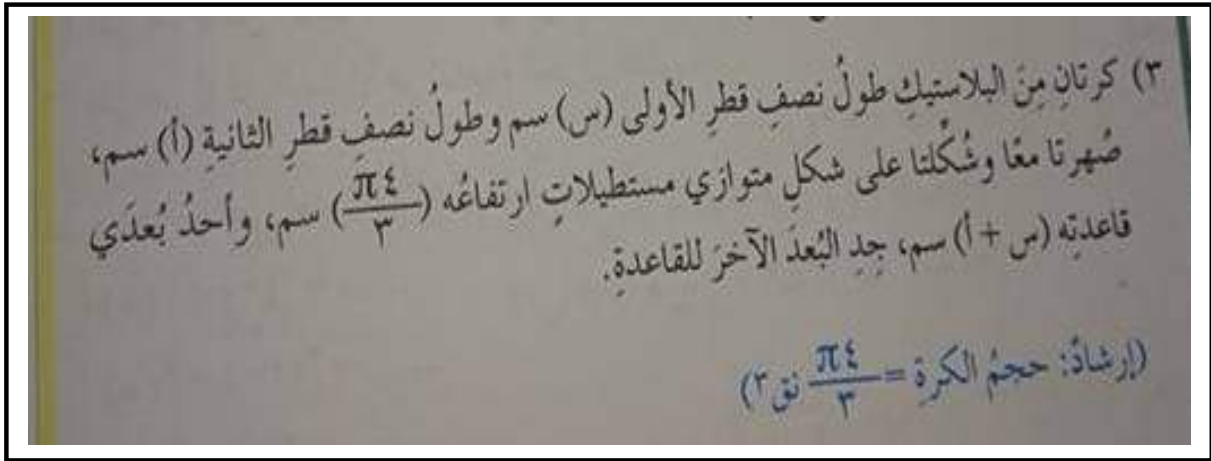
$$(ط) (١-٥س) (١-٥س) = (١-٥س) + (١-٥س)^٣ (١-٥س) (١+)$$

إخراج (١-٥س) عامل مشترك

$$\begin{aligned} (١-٥س) (١-٥س) &= (١-٥س) (١+ (١-٥س)^٣) \\ (١-٥س) (١+ (١-٥س)^٣) &= (١-٥س) (١+ (١-٥س)^٣) \\ (١-٥س) (١-٥س) &= (١-٥س) (١+ (١-٥س)^٣) \end{aligned}$$

ملاحظة : يمكن الاستمرار في فك الأقواس

(٣)



الحل : نفرض البعد الآخر (الثاني) للقاعدة = ص

$$\text{حجم الكرة الأولى} = \frac{\pi}{3} س^3, \text{، حجم الكرة الثانية} = \frac{\pi}{3} أ^3$$

حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$= \text{البعد الأول} \times \text{البعد الثاني} \times \text{الارتفاع}$$

لكن من السؤال هذا فقط

$$\text{حجم المتوازي} = \text{حجم الكرة الأولى} + \text{حجم الكرة الثانية}$$

$$(س + ١)(ص) \left(\frac{\pi \text{ ع}}{٣} \right) = \frac{\pi \text{ ع}}{٣} س + \frac{\pi \text{ ع}}{٣} ١$$

$$(س + ١)(ص) \left(\frac{\pi \text{ ع}}{٣} \right) = \left(\frac{\pi \text{ ع}}{٣} \right) (س + ١)$$

$$(س + ١)(ص) \left(\frac{\pi \text{ ع}}{٣} \right) = \left(\frac{\pi \text{ ع}}{٣} \right) (س + ١ - س + ١)$$

وبالاختصار بين الطرفين نجد أن

$$ص = (س + ١ - س + ١) \text{ البعد الآخر لقاعدة المتوازي } ٠$$

الفرق بين مكعبين وتحليله

في الدرس السابق تعرفنا على المقدار الجبري الذي يمثل مجموع مكعبين وطريقة تحليله .

في هذا الدرس سوف نتعرف على المقدار الجبري الذي يمثل الفرق بين مكعبين وطريقة تحليله .

مثال : حل المقدار $s^3 + 1^3$ إلى عوامله الأولية :

$$\text{الحل : } s^3 + 1^3 = (s + 1)(s^2 - s + 1)$$

الحد الأول ح ١ = س ، ، ، ، الحد الثاني ح ٢ = ١

وبتطبيق قاعدة تحليل مجموع مكعبين

$$(s^3 + 1^3) = (s + 1)(s^2 - s + 1)$$

$$(s^3 + 1^3) = (s + 1)(s^2 - s + 1)$$

مثال : حل المقدار $s^3 - 125$ إلى عوامله الأولية :

الحل : نعلم أن $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ لذلك نكتب المقدار الجبري

$$s^3 - 125 = (s - 5)(s^2 + 5s + 25)$$

$$s^3 - 125 = (s - 5)(s^2 + 5s + 25)$$

الحد الأول ح ١ = س

الحد الثاني ح ٢ = ٥ -

$$s^2 + 5s + 25 = (s - 5)(s^2 + 5s + 25)$$

وبتطبيق قاعدة تحليل مجموع مكعبين

$$(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x}^2 + \sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y}^2) = \sqrt[3]{x}^3 + \sqrt[3]{y}^3$$

$$((5-s) + s)((5-s)^2 + (5-s)s + s^2) = (5-s)^3 + s^3 =$$

وبتبسيط ما داخل الأقواس نحصل على

$$(25 + 5s + s^2)(5-s) = (5-s)^3 + s^3 =$$

ومنها

$$(25 + 5s + s^2)(5-s) = (5-s)^3 + s^3 = 125 - s^3$$

أكتب ملاحظتك

مثال : حل المقدار $125 - s^3$ إلى عوامله الأولية :

الحل : بنفس خطوات المثال السابق

$$(125 - s^3) + s^3 = (125 - s^3) + s^3 =$$

$$((5-s)^3) + s^3 = (5-s)^3 + s^3 =$$

الحد الأول ح ١ = أ ، ، ، ، الحد الثاني ح ٢ = ب - ٥

وبتطبيق قاعدة تحليل مجموع مكعبين

$$(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x}^2 + \sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y}^2) = \sqrt[3]{x}^3 + \sqrt[3]{y}^3$$

نحصل على

$$\begin{aligned} (1^3 - (-1)^3) + (-1)^3 - 1^3 &= ((-1)^3 + 1) - 1^3 = (-1)^3 + 1 - 1^3 = \\ &= (-1)^3 + 1 - 1^3 = (-1)^3 + 1 - 1^3 = (-1)^3 + 1 - 1^3 = \end{aligned}$$

أكتب ملاحظتك

من المثالين السابقين نلاحظ أنه يمكن كتابة الفرق بين مكعبين على صورة مجموع مكعبين ثم تحليله باستخدام قاعدة تحليل مجموع مكعبين ، وبصورة أسرع نستخدم القاعدة التالية في تحليل الفرق بين مكعبين (تم استنتاجها من تحليل مجموع مكعبين) .

قاعدة تحليل الفرق بين مكعبين

$$(1^3 - (-1)^3) + (-1)^3 - 1^3 = ((-1)^3 + 1) - 1^3 = (-1)^3 + 1 - 1^3 =$$

ضع القاعدتين أمامك ثم استنتج كيف تميز بينهما

مثال : حل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها الأولية :

$$18^3 - 3^3$$

الحل :

$$18^3 - 3^3 = (18 - 3)(18^2 + 18 \cdot 3 + 3^2) =$$

$$(18 - 3)(18^2 + 18 \cdot 3 + 3^2) =$$

تذكر :

العبارة التربيعية الناتجة من تحليل مجموع (الفرق بين) مكعبين لا تحلل .

$$(2) \frac{3}{512} \text{س}^4 - 2 \text{س}^3 \text{ص}^2$$

الحل : نخرج 3 س عامل مشترك فيصبح المقدار كما يلي

$$\begin{aligned} & \left(3 \text{س}^3 \left(\frac{1}{8} \text{ص}^2 \right) - 2 \text{س}^3 \left(\frac{1}{8} \text{ص}^2 \right) \right) \text{س}^3 = \left(\frac{3}{8} \text{س}^3 \text{ص}^2 - \frac{2}{8} \text{س}^3 \text{ص}^2 \right) \text{س}^3 \\ & = \left(\frac{3}{8} \text{س}^3 \text{ص}^2 + \frac{1}{4} \text{س}^3 \text{ص}^2 - \frac{1}{4} \text{س}^3 \text{ص}^2 \right) \left(\frac{1}{8} \text{ص}^2 - \text{س}^3 \right) \text{س}^3 = \end{aligned}$$

$$(3) \text{س}^6 - 1$$

الحل :

$$\begin{aligned} & \text{س}^6 - 1 = (\text{س}^3 - 1)(\text{س}^3 + 1) \\ & = (\text{س}^3 - 1)(\text{س}^3 + 1) = \end{aligned}$$

((حل المقدار السابق باستخدام طريقة الفرق بين مربعين))

$$(4) (\text{س}^3 - 1)(\text{س}^3 + 1) = (\text{س}^3 - 1)(\text{س}^3 + 1)$$

الحل : الطريقة الأولى الفرض

$$\text{نفرض } \text{س}^3 = \text{م}, \text{س}^3 = \text{ن}$$

$$(\text{س}^3 - 1)(\text{س}^3 + 1) = (\text{م} - 1)(\text{م} + 1)$$

$$(\text{م}^2 - 1) = (\text{م} - 1)(\text{م} + 1)$$

$$\text{وبالتعويض } \text{س}^3 = \text{م}, \text{س}^3 = \text{ن} \leftarrow \leftarrow$$

$$\begin{aligned}
 &= (2-s)^3 - (2+s)^3 \\
 &= ((2-s)^3 - (2+s)^3) \cdot ((2-s) - (2+s)) \\
 &= ((2-s)^3 - (2+s)^3) \cdot (-2-2s) = \\
 &= ((2-s)^3 - (2+s)^3) \cdot (-2(1+s)) = \\
 &= -2(1+s)((2-s)^3 - (2+s)^3) =
 \end{aligned}$$

$$\text{تذكر } (s \pm v)^2 = s^2 \pm 2sv + v^2$$

الطريقة الثانية التحليل المباشر

$$\begin{aligned}
 &= (2-s)^3 - (2+s)^3 \\
 &= ((2-s)^3 - (2+s)^3) \cdot ((2-s) - (2+s)) \\
 &= ((2-s)^3 - (2+s)^3) \cdot (-2-2s) = \\
 &= ((2-s)^3 - (2+s)^3) \cdot (-2(1+s)) = \\
 &= -2(1+s)((2-s)^3 - (2+s)^3) =
 \end{aligned}$$

$$(5) \quad s^6 - v^6$$

$$\text{الحل : } s^6 - v^6 = (s^3)^2 - (v^3)^2$$

$$= (s^3 - v^3)(s^3 + v^3)$$

ملاحظة : حل المقدار السابق بطريقة تحليل فرق بين مربعين

مثال : حلل المقدار الجبري التالي تحليلاً كاملاً :

$$س^3 + س^2 - س - 1$$

الحل :

$$\dots\dots\dots (س^3 - س^2) + (س - 1)$$

$$\dots\dots\dots (س - 1)س + (س^2 + س + 1)(س - 1)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots (س - 1)(س^2 + س + 1)$$

$$\dots\dots\dots (س - 1)(س^2 + س + 1)$$

$$\dots\dots\dots (س - 1)(س + 1)(س + 1) =$$

حل تدريب ١ - ٩

حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها .

$$١) ٤س^3 - 1 = (س^3 - ١) - (س^3 - ١)$$

$$= (س^3 - ١) - (س^3 - ١) = (س^3 - ١)(١ - ١) =$$

$$ب) ٣٢ - ٤س^3 = (٨ - س^3)٤ = (٨ - س^3)٤$$

$$= (٨ - س^3)٤ = (٢ - س)(٤ + ٢س + س^2)٤ =$$

$$(ج) \left(\frac{216}{27} س - ص^3 \right) \frac{1}{2} = \frac{ص^6}{2} - \frac{216}{54} س$$

$$\left(\frac{216}{27} س - ص^3 \right) \frac{1}{2} = \left(\frac{216}{27} س - ص^3 \right) \frac{1}{2} = \left(\frac{216}{27} س - ص^3 \right) \frac{1}{2} =$$

ملاحظة : $216 \div 27 = 8$ ،، الجذر التكعيبي لـ $8 = 2$

$$(د) (س + 1) - (س + 1) = (س + 1) - (س + 1)$$

إخراج $(س + 1)$ عامل مشترك

$$= (س + 1) - (س + 1) =$$

$$= (س + 1) - (س + 1) = (س + 1) - (س + 1)$$

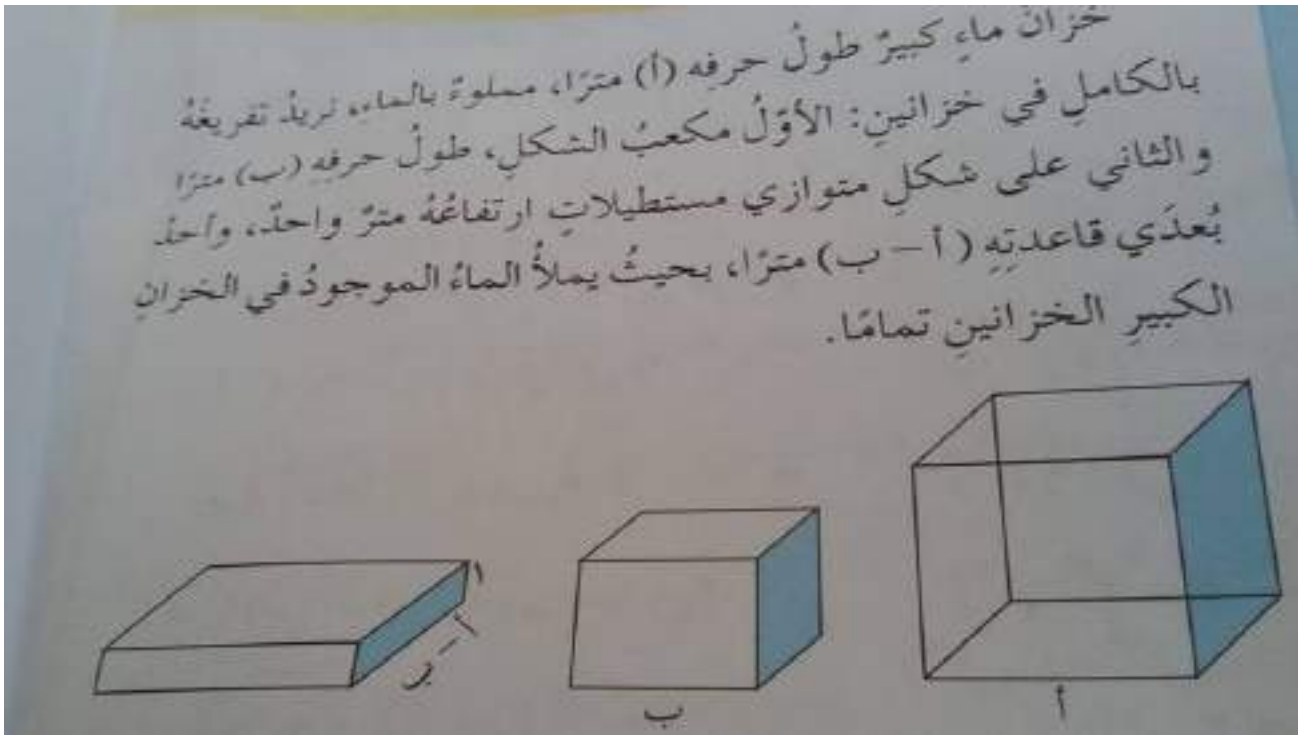
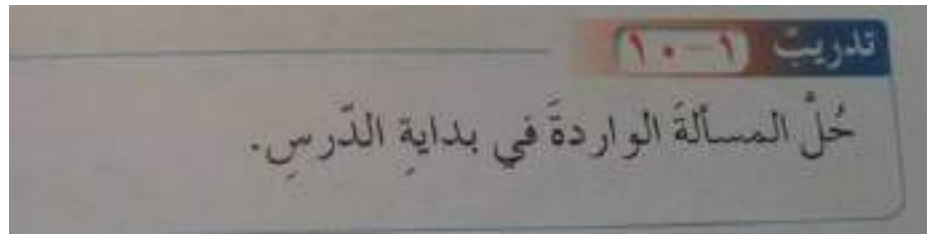
وبفك الأقواس

$$= (س + 1) - (س + 1) = (س + 1) - (س + 1)$$

$$= (س + 1) - (س + 1) = (س + 1) - (س + 1)$$

ملاحظة :

يمكن الاستمرار في فك الأقواس



الحل : نفرض البعد الثاني لقاعدة الخزان متوازي المستطيلات ص

$$\text{حجم الخزان الكبير} = أ \times أ \times أ = أ^3$$

$$\text{حجم الخزان الأول (المكعب)} = ب \times ب \times ب = ب^3$$

$$\text{حجم الخزان (متوازي المستطيلات)} =$$

$$(أ - ب) (١) (ص)$$

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = \text{حجم الخزان الكبير} - \text{حجم الخزان المكعب}$$

$$(أ - ب) (ص) (١) = أ^3 - ب^3$$

$$(أ - ب) (ص) = (أ^3 - ب^3) (١) = (أ^2 + أب + ب^2) (أ - ب)$$

$$\text{بالاختصار} (ص) = (أ^2 + أب + ب^2) \text{ البعد الثاني}$$

حل تمارين ومسائل

١ (حلل المقادير الآتية إلى العوامل .

$$١(١) - ١(٥) = ١٢٥ - ١٢٥$$

$$(١٢٥ + ١٢٥ + ١٢٥)(١ - ٥) = ١(١) - ١(٥) =$$

$$(ب) \frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥} = \frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥}$$

$$\left(\frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥} \right) = \left(\frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥} \right)$$

$$\left(\frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥} \right) =$$

$$\left(\frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥} \right) = \left(\frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١٢٥}{١٢٥} \right)$$

$$(ج) ٨٠٠٠ - ٨٠٠٠ = ٨٠٠٠ - ٨٠٠٠$$

$$٨٠٠٠ - ٨٠٠٠ =$$

$$\left(٨٠٠٠ - ٨٠٠٠ \right) = \left(٨٠٠٠ - ٨٠٠٠ \right)$$

ملاحظة : يمكن إخراج ٨ عامل مشترك من البداية

$$٨(٨٠٠٠ - ٨٠٠٠) = ٨(٨٠٠٠ - ٨٠٠٠)$$

$$٨(٨٠٠٠ - ٨٠٠٠) = ٨(٨٠٠٠ - ٨٠٠٠)$$

ونستمر في فك الأقواس

سليمان دلدوم أبو هبة

$$(ه) \quad ٢ ص - \frac{٢٥٠ ص^٤}{ب^٣}, ب \neq ٠$$

$$\text{نخرج } ٢ ص \text{ عمل مشترك } ٢ ص \left(\frac{١٢٥ ص^٣}{ب^٣} - ١ \right)$$

$$\left(\frac{٢٥ ص^٢}{ب^٢} + \frac{٥ ص}{ب} + ١ \right) \left(\frac{٥ ص}{ب} - ١ \right) ٢ ص = \left(\frac{١٢٥ ص^٣}{ب^٣} - ١ \right) ٢ ص$$

=====

$$\begin{aligned} (و) \quad ٥(٢-٣س) - ٤(٢-٣س)٥ &= ١٠ + ٥س - ٤(٢-٣س)٥ - ٤(٢-٣س)٥ \\ (١-٣(٢-٣س))(٢-٣س)٥ &= (٢-٣س)٥ - ٤(٢-٣س)٥ = \\ &= (١-٣(٢-٣س))(٢-٣س)٥ = \\ &= (١+(٢-٣س)+٢(٢-٣س))(١-٢-٣س)(٢-٣س)٥ = \\ &= (١+(٢-٣س)+٢(٢-٣س))(٣-٣س)(٢-٣س)٥ \end{aligned}$$

ونسمر في فك الأقواس

$$\begin{aligned} (ز) \quad ١٢٥ ص - ٣(١٢٥ ص - ١٠) &= \\ (١٠, ٢٥ + ٤ ص + ٢(١٠, ٥ - ٨ ص)) &= \end{aligned}$$

(٢) عُيِّنَتْ ٢٧ عبوة صغيرة مكعبة الشكل طول حرف كل منها (ن) متراً من خزان مكعب الشكل مملوء بالزيت طول حرفه (ل) متراً، وبقي في الخزان كمية من الزيت، ما حجم تلك الكمية؟

الحل : حجم العبوة الصغيرة = $ن \times ن \times ن = ن^3$

مجموع حجوم العبوات الصغيرة = $٢٧ ن^3$

حجم خزان الزيت (مكعب) = $ل \times ل \times ل = ل^3$

حجم الكمية المتبقية = حجم الخزان - مجموع حجوم العبوات الصغيرة

$$= ل^3 - ٢٧ ن^3$$

العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ)

مراجعة :

الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ تسمى عوامل (قواسم) العدد ٦ ، لأن العدد ٦ يقبل القسمة على كل منها دون باق

سؤال : أكتب عوامل كلاً من الأعداد الآتية :

١٥ ، ٢٤ ، ٤٠ ، ٦٠ ، ٨١ ، ١٢٠

مثال (١) :

عوامل العدد ١٢ هي

عوامل العدد ٣٠ هي

العوامل المشتركة بين العددين ١٢ ، ٣٠ هي

.....

أكبر عامل مشترك بين العددين ١٢ ، ٣٠ هو

يسمى العدد العامل المشترك الأكبر بين العددين ١٢ ، ٣٠

سؤال (١) :

جد العامل المشترك الأكبر بين

(٣) ٣٢ ، ٤٨

(١) ٨ ، ٢٠

(٤) ١٢ ، ١٨ ، ٣٠

(٢) ٩ ، ١٦

ومن الطرق الأخرى التي تعلمتها سابقا في إيجاد العامل المشترك الأكبر بين عددين أو أكثر

(١) كتابة كل عدد على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية ثم نأخذ العوامل المشتركة فقط ثم نجد حاصل ضربها ليكون الناتج هو العامل المشترك الأكبر

مثال (٢) : جد العامل المشترك الأكبر بين العددين ١٢ ، ٣٠

$$\text{الحل : } \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{2} = 12$$

$$\underline{5} \times \underline{3} \times \underline{2} = 30$$

العوامل المشتركة : ٢ ، ٣ إذا ع . م . أ = ٢ × ٣ = ٦

سؤال (٢) :

جد العامل المشترك الأكبر بين

(٣) ٦٠ ، ٣٠

(١) ٣٠ ، ٨

(٤) ٣٠ ، ١٨ ، ١٢

(٢) ٢٧ ، ٩

(٢) كتابة كل عدد على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية بالصورة الآسية ثم نأخذ العوامل المشتركة ذات الأس الأصغر فقط ثم نجد حاصل ضربها ليكون الناتج هو العامل المشترك الأكبر

مثال (٣) : جد العامل المشترك الأكبر بين العددين ١٢ ، ٣٠

$$\text{الحل : } \underline{1}^1 \underline{3} \times \underline{2}^2 = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$\underline{1}^1 \underline{5} \times \underline{1}^1 \underline{3} \times \underline{1}^1 \underline{2} = 5 \times 3 \times 2 = 30$$

العوامل المشتركة :

$$٦ = ٣ \times ٢ = (١٠٢٠٤) \leftarrow \leftarrow ١٣ ، ١٢$$

سؤال (٣) :

جد العامل المشترك الأكبر بين

$$(١) \quad ٣٠ ، ٨ \quad (٣) \quad ٦٠ ، ٣٠$$

$$(٢) \quad ٢٧ ، ٩ \quad (٤) \quad ٣٠ ، ١٨ ، ١٢$$

لإيجاد العامل المشترك الأكبر بين مقدارين جبريين أو أكثر نتبع الطرق السابقة ، حيث نقوم بتحليل المقدار الجبري بإحدى طرق التحليل التي درسناها سابقا (فرق بين مربعين ، عبارة تربيعية ، مجموع مكعبين ، الفرق بين مكعبين ، إخراج عامل مشترك) والأمثلة التالية توضح طريقة إيجاد العامل المشترك الأكبر بين مقدارين جبريين أو أكثر

مثال (٤) :

جد العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) للمقادير التالية

$$(١) \quad س^٢ + س ، س^٢ - س - ٢$$

الحل : نحل كل مقدار حسب طريقة تحليله

$$س^٢ + س = \underline{\underline{س(س+١)}} \quad \text{إخراج س عامل مشترك}$$

$$س^٢ - س - ٢ = \underline{\underline{س(س-٢)(س+١)}} \quad \text{عبارة تربيعية}$$

العوامل المشتركة بين المقدارين فقط (س + ١)

$$\text{إذاً ع.م.أ} = (س + ١)$$

=====

$$(٢) \quad س^٤ - ٢٥س \quad ، \quad س^٣ - ١٠س^٢ + ٢٥س$$

الحل :

$$\bullet \quad س^٤ - ٢٥س = س(س^٣ - ٢٥)$$

$$س(س^٣ - ٢٥) = س(س - ٥)(س^٢ + ٥س + ٢٥)$$

$$\bullet \quad س^٣ - ١٠س^٢ + ٢٥س = س(س^٢ - ١٠س + ٢٥)$$

$$س(س^٢ - ١٠س + ٢٥) = س(س - ٥)(س - ٥)$$

العوامل المشتركة بين المقدارين هي س ، (س - ٥)

$$\text{إذاً ع.م.أ} = س(س - ٥) = س^٢ - ٥س$$

=====

$$(٣) \quad ٨س^٣(س + ١) \quad ، \quad ٢س^٢(س + ١)$$

$$\bullet \quad ٨س^٣(س + ١) = ٢س^٢(س + ١) \times ٤س$$

$$\bullet \quad ٢س^٢(س + ١) = ٢س^٢(س + ١) \times ١$$

العوامل المشتركة هي ٢س^٢ ، س ، (س + ١)

$$\text{إذاً ع.م.أ} = ٢س^٢(س + ١) \times ٤س = ٨س^٣(س + ١)$$

$$(٤) \quad (١+س٢)(١-س) = ١-س-س٢ \quad ، \quad (١-س٢)(١-س) = ١-س-س٢$$

الحل :

$$\bullet \quad (١+س٢)(١-س) = ١-س-س٢$$

$$\bullet \quad (١-س٢)(١-س) = ١-س-س٢$$

$$\bullet \quad (١+س٢-س٢)(١+س٢)(١-س)(١+س) = (١+س٢)(١-س٢)(١-س)$$

العوامل المشتركة بين المقادير هي (١-س) ، (١+س٢)

$$١-س-س٢ = (١+س٢)(١-س) = ١-س-س٢$$

=====

$$(٥) \quad (١-س٢) ، (١-س٣) ، (١-س٢)$$

الحل :

$$\bullet \quad (١-س٢)(١-س) = (١-س٢)(١-س)$$

$$\bullet \quad (١-س٢)(١-س) = (١-س٢)(١-س)$$

$$= (١-س٢)(١-س)$$

$$\bullet \quad (١-س٢)(١-س) = (١-س٢)(١-س)$$

العوامل المشتركة بين المقادير فقط (١-س)

$$١-س = (١-س)$$

سليمان دلدوم أبو هبه

حل تدريب (١ - ١١) ص ٣٠

جد ع . م . أ للمقادير التالية :

$$(١) \quad (س^٢ + س^٢ - ١٥) , (س^٢ - ٥س + ٦) , (س^٢ - ٦س)$$

الحل :

$$\bullet (س^٢ + س^٢ - ١٥) = (س + ٥) (س - ٣)$$

$$\bullet (س^٢ - ٥س + ٦) = (س - ٢) (س - ٣)$$

$$\bullet (س^٢ - ٦س) = س^٢ (س - ٦)$$

العوامل المشتركة فقط (س - ٣)

إذاً ع . م . أ = (س - ٣)

=====

$$(٢) \quad (٢ص + ٢) , (ص^٣ + ١) , (٦ص - ٦)$$

$$\bullet (٢ص + ٢) = (٢) (١ + ص)$$

$$\bullet (١ + ص) = (١ + ص) (١ - ص)$$

$$\bullet (٦ص - ٦) = (٦) (ص - ١)$$

$$= (١ + ص) (١ - ص)$$

العوامل المشتركة فقط (١ + ص)

إذاً ع . م . أ = (١ + ص)

(١) جد العامل المشترك الأكبر لكل من المقادير التالية :

$$(١) \quad ٦س^٢ , ٥س^٣$$

الحل :-

$$٦س^٢ = \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٣}} \times \underline{\underline{س}} \times \underline{\underline{س}}$$

$$٥س^٣ = \underline{\underline{٣}} \times \underline{\underline{٥}} \times \underline{\underline{س}} \times \underline{\underline{س}} \times \underline{\underline{س}}$$

العوامل المشتركة هي ٣ ، س ، س

$$\text{إذاً ع . م . أ} = ٣ \times س \times س = ٣س^٢$$

=====

$$(ب) \quad ٢١ - ٩ , ٢١ + ١٥ + ٦ , ٢١ + ٢٧$$

الحل :-

$$٢١ - ٩ = (٣ - ١) \underline{\underline{(٣ + ١)}}$$

$$٢١ + ١٥ + ٦ = (٢ + ١) \underline{\underline{(٣ + ١)}}$$

$$٢١ + ٢٧ = \underline{\underline{(٣ + ١)}} (٩ + ١٣ - ٢١)$$

العوامل المشتركة فقط هي (٣ + ١)

$$\text{إذاً ع . م . أ} = (٣ + ١)$$

=====

$$(ج) \quad ٢(٣+س)٢ ، ٢س٢ - ١٨$$

الحل :-

$$\bullet \quad ٢(٣+س)٢ = \underline{\underline{٢(٣+س)(٣+س)}}$$

$$\bullet \quad ٢س٢ - ١٨ = (٩-٢س)٢$$

$$= \underline{\underline{٢(٣-س)(٣+س)}}$$

العوامل المشتركة فقط ٢ ، (٣+س)

$$إِذَا \text{ ع . م . أ } = ٢(٣+س) \bullet$$

=====

$$(د) \quad ٥ج٢ + ٥ ، ١-ج٤$$

الحل :-

$$\bullet \quad ٥ج٢ + ٥ = \underline{\underline{٥(١+ج٢)}}$$

$$\bullet \quad ١-ج٤ = \underline{\underline{(١+ج٢)(١-ج٢)}}$$

$$\bullet \quad ٥(١+ج٢) = ٥ج٢ + ٥$$

العوامل المشتركة فقط (١+ج٢)

$$إِذَا \text{ ع . م . أ } = (١+ج٢) \bullet$$

=====

$$(هـ) \quad ٢س^٢ - س - ١ ، ٥س^٢ - ٥س ، س^٢ - ٣س + ٢$$

الحل :-

$$\bullet \quad ٢س^٢ - س - ١ = (١ - س)(١ + ٢س)$$

$$\bullet \quad ٥س^٢ - ٥س = س(٥ - س)$$

$$\bullet \quad س^٢ - ٣س + ٢ = (٢ - س)(١ - س)$$

العوامل المشتركة فقط (١ - س)

$$\bullet \quad \text{إذاً ع . م . أ} = (١ - س)$$

=====

(٢) ينتج مصنع صنفين من الزيت ، بحيث ينتج من الصنف الممتاز (س^٢ + ٢س - ٣٥) لتراً ، وينتج (س^٢ - ٩) لتراً من الصنف العادي ، فإذا قررت إدارة المصنع تعبئة صنفَي الزيت في عبوات متساوية السعة ،

فما سعة أكبر عبوة يمكن استخدامها بدلالة (س) ؟

الحل :- نجد العامل المشترك الأكبر بين الصنفين ،

$$\bullet \quad \text{الصنف الممتاز} \quad س^٢ + ٢س - ٣٥ = (٥ - س)(٧ + س)$$

$$\bullet \quad \text{الصنف العادي} \quad س^٢ - ٩ = (٧ - س)(٧ + س)$$

العوامل المشتركة فقط (٧ + س)

$$\bullet \quad \text{إذاً ع . م . أ} = (٧ + س) \text{ سعة أكبر عبوة .}$$

(٣) بلغ عدد طلاب الصف التاسع في إحدى المدارس (٢ ص + ٩ ص - ٥) طالباً ، وعدد طلاب الصف العاشر (٣ ص + ١٢٥) طالباً ، قرر معلم الرياضة أن يكون أفرقة رياضية يضم كل فريق منها العدد نفسه من اللاعبين .

ما أكبر عدد من الطلاب يمكن أن يكون في الفريق الواحد بدلالة (ص)

الحل :-

أكبر عدد من الطلاب هو العامل المشترك الأكبر

• طلاب الصف التاسع

$$٢ص + ٩ص - ٥ = \underline{(٥ + ص)(٢ - ص)}$$

• طلاب الصف العاشر

$$٣ص + ١٢٥ = \underline{(٥ + ص)(٢٥ - ص)}$$

العوامل المشتركة فقط (٥ + ص)

إذا أكبر عدد من الطلاب (ع . م . أ) = (٥ + ص) .

قُم للمعلم أعطه منديلا :: يبكي المعلم بكراً وأصيلا
ما عادت الدنيا تُقر بفضلته :: وتبدلت أحواله تبديلا
لم يرفعوه كما يليق بشأنه :: لم يحفظوه وأهملوه ذليلا
وأخو الجهالة أكرموا له :: ويرون قبحاً إن أتاه جميلا
ما عاد أهل العلم سادة قومهم :: بل سادنا من أتقنوا التجهيلا
أتى تكون لنا الصدارة أمتي :: والعلم يكتُم صرخة وعويلا !؟

المضاعف المشترك الأصغر (م . م . أ)

مراجعة :

المضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر : هو أصغر عدد يقبل القسمة على جميع الأعداد دون باق .

فمثلاً العدد ٢٤ هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ٦ ، ٨ ، ١٢ لأن العدد ٢٤ يقبل القسمة عليها دون باق ولا يوجد عدد أصغر منه يحقق هذا الشرط .

كيف نجد المضاعف المشترك الأصغر لمجموعة من الأعداد :

(١) نكتب كل عدد على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية .

(٢) نأخذ العوامل المشتركة بين جميع الأعداد أولاً ، ثم العوامل غير المشتركة (إذا كان المطلوب مثلاً إيجاد م . م . أ لـ ٣ أعداد نجد العوامل المشتركة الثلاثية ثم الثنائية وأخيراً العوامل غير المشتركة وبعد ذلك حاصل ضربهما يعطي م . م . أ)

ملاحظة : يوجد طرق أخرى لإيجاد م . م . أ (نكتفي بهذه الطريقة)

مثال (١) :-

جد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد :-

(أ) ١٢ ، ١٨

$$\text{الحل : } ١٢ = ٢ \times ٢ \times ٣$$

$$١٨ = ٢ \times ٣ \times ٣$$

العوامل المشتركة ٢ ، ٣ ، ، ، العوامل غير المشتركة ٢ ، ٣

$$\text{إذاً } ٣٦ = ٣ \times ٢ \times ٣ \times ٢ = ٢ \cdot ٢ \cdot ٣$$

=====

ب) ٣٠ ، ٢٤ ، ١٦

$$\text{الحل : } ١٦ = \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٢}}$$

$$\underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٣}} = ٢٤$$

$$\underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٣}} \times \underline{\underline{٥}} = ٣٠$$

العوامل المشتركة الثلاثية ٢ بين الأعداد الثلاثة

العوامل المشتركة الثنائية ٢ ، ٢ ، ٣ بين كل عددين

العوامل غير المشتركة ٢ ، ٥

$$\text{إذاً } ٢٤٠ = ٥ \times ٢ \times ٣ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢ \cdot ٢ \cdot ٣ \cdot ٥$$

ملاحظة : يمكن إيجاد م . م . أ باستخدام الطريقة الآسية .

=====

وبنفس الطريقة نجد المضاعف المشترك الأصغر للمقادير الجبرية .

مثال (٢) : جد (م . م . أ) للمقادير الآتية :

$$(١) \quad ٥١س^٣ ، ٦س^٢$$

$$\text{الحل : } ٦س^٢ = \underline{\underline{٢}} \times \underline{\underline{٣}} \times \underline{\underline{س}} \times \underline{\underline{س}}$$

$$٥١س^٣ = \underline{\underline{٣}} \times \underline{\underline{٥}} \times \underline{\underline{س}} \times \underline{\underline{س}} \times \underline{\underline{س}}$$

- العوامل المشتركة الثنائية $\underline{3}$ ، $\underline{5}$ ، $\underline{2}$
- العوامل غير المشتركة 2 ، 5 ، 3
- $1000 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 3^3 \times 5 \times 2^3$

=====

$$\text{ب) } 3^2 + 3 + 2 \text{ ، } 3^2 - 1$$

$$\text{الحل :-} \bullet 3^2 + 3 + 2 = \underline{(3+1)(3+2)} (3+2)$$

$$\bullet 3^2 - 1 = \underline{(3+1)(3-1)} (3-1)$$

العوامل المشتركة الثنائية $\underline{(3+1)}$

العوامل غير المشتركة $(3+2)$ ، $(3-1)$

$$\text{إذاً} \bullet 1000 = \underline{(3+1)(3+2)(3-1)} (3+2)(3-1)$$

=====

$$\text{ج) } 3^2 - 3 - 4 \text{ ، } 3^2 - 16 \text{ ، } 3^3 - 64$$

الحل :-

$$\bullet 3^2 - 3 - 4 = \underline{(3-4)(3+4)} (3+4)$$

$$\bullet 3^2 - 16 = \underline{(3-4)(3+4)} (3+4)$$

$$\bullet 3^3 - 64 = \underline{(3-4)(3+4)(3+16)} (3+4)(3+16)$$

العوامل المشتركة الثلاثية (س - ٤)

العوامل المشتركة الثنائية ١

العوامل غير المشتركة

$$(س - ٣) ، (س + ٤) ، (س^٢ + ٤س + ٦)$$

$$إِذَا \underline{(س - ٤)} (س - ٣) (س + ٤) (س^٢ + ٤س + ٦) = ١٠٢٠٢$$

=====

حل تدريب (١ - ١٢) ص ٣٤

=====

جد (م . م . أ) للمقادير الآتية :

$$١) س^٢ - ص^٢ ، س^٣ + ص^٣$$

الحل :-

$$\bullet س^٢ - ص^٢ = \underline{(س + ص) (س - ص)}$$

$$\bullet س^٣ + ص^٣ = \underline{(س + ص) (س^٢ - سص + ص^٢)}$$

العوامل المشتركة الثنائية (س + ص)

العوامل غير المشتركة (س - ص) ، (س^٢ - سص + ص^٢)

$$إِذَا \bullet \underline{(س + ص)} (س - ص) (س^٢ - سص + ص^٢) = ١٠٢٠٢$$

=====

$$(ب) ب^2 + ٤ب ، ب^2 + ٥ب + ٤$$

الحل :-

$$\bullet ب^2 + ٤ب = (ب) (ب + ٤)$$

$$\bullet ب^2 + ٥ب + ٤ = (ب + ٤) (ب + ١)$$

العوامل المشتركة الثنائية (ب + ٤)

العوامل غير المشتركة (ب) ، (ب + ٤)

$$إذاً \bullet ١٠٢٠٢ = (ب) (ب + ٤) (ب + ١)$$

=====

$$(ج) ٢س^2 + س - ١ ، ٧س + ٧ ، ٤س١$$

$$\bullet ٢س^2 + س - ١ = (٢س - ١) (س + ١)$$

$$\bullet ٧س + ٧ = (٧) (س + ١)$$

$$\bullet ٤س١ = ٢ \times ٧ \times س$$

العوامل المشتركة الثلاثية ١

العوامل المشتركة الثنائية (س + ١) ، (٧)

العوامل غير المشتركة (٢) ، (س) ، (٢س - ١)

$$إذا ع.م.أ = (س + ١) (٧) (٢) (س) (٢س - ١)$$

$$s(s-2)(s+2) = (s^2-4)(s+2) = s^3+2s^2-4s-8$$

الحل :-

$$\bullet (s-2)(s+2) = s^2-4$$

$$\bullet (s-2)(s+2) = s^2-4$$

$$\bullet s^3+2s^2-4s-8 = (s^2-4)(s+2)$$

$$= (s^2-4)(s+2)$$

العوامل المشتركة الثلاثية
 $(s-2)(s+2)$

العوامل المشتركة الثنائية ١

العوامل غير المشتركة ٢، $(s-2)$ ، $(s+2)$ ، (s^2-4)

إذاً (م.م، أ) $(s-2)(s+2)(s^2-4)$

=====

معلومة مهمة جداً :

لإيجاد العامل المشترك الأكبر و المضاعف المشترك الأصغر لمقادير جبرية ، نحلل المقادير الجبرية كما تعلمنا ، العوامل المشتركة بين كل المقادير الجبرية تمثل العامل المشترك الأكبر بينما العوامل المشتركة وغير المشتركة تمثل المضاعف المشترك الأصغر .

سليمان دلدوم أبو هبه

حل تمارين ومسائل ص ٣٥

(١) جد (م . م . أ) لكل من المقادير الآتية :

$$(١) ٥س^٢ + ٨س ، ٢س$$

$$\text{الحل :-} \bullet ٥س^٢ + ٨س = ٣ \times \underline{\underline{س}} (٥س + ٦)$$

$$\bullet ٢س = ٢ \times ٢ \times \underline{\underline{س}}$$

العوامل المشتركة $\underline{\underline{س}}$ ، $\underline{\underline{س}}$

العوامل غير المشتركة ٢ ، ٢ ، (٥س + ٦)

$$١٠٢٠٢ = ٣ \times س \times ٢ \times ٢ \times (٥س + ٦) = ٢س (٥س + ٦)$$

=====

$$(ب) ٣س^٢ - ١٢ ، س^٣ - ٨ ، س^٢ - ٢س$$

$$\text{الحل :-} \bullet ٣س^٢ - ١٢ = (س^٢ - ٤) \times ٣ = ٣ (س - ٢) (س + ٢)$$

$$\bullet س^٣ - ٨ = (س - ٢) \times \underline{\underline{(س^٢ + ٢س + ٤)}}$$

$$\bullet س^٢ - ٢س = س (س - ٢) ،$$

العوامل المشتركة الثلاثية $\underline{\underline{(س - ٢)}}$

العوامل المشتركة الثنائية ١

العوامل غير المشتركة ٣ ، (س + ٢) ، (س^٢ + ٢س + ٤) ، س

$$١٠٢٠٢ = ٣ (س - ٢) (س + ٢) (س^٢ + ٢س + ٤)$$

$$(ج) \quad x^2 + 4, \quad x^2 - 4, \quad x - 4$$

الحل :- $x^2 + 4 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$ لا تحلل (مجموع مربعين)

$$\bullet \quad x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$\bullet \quad x - 4 \leftarrow \leftarrow (x-4)$$

العوامل المشتركة الثلاثية ١

العوامل المشتركة الثنائية ١

العوامل غير المشتركة $x^2 + 4, (x+2)(x-2), x-4$

$$(x-4) \times (x+2)(x-2) \times (x^2+4) = 1.2.2$$

=====

$$(د) \quad 1-27x^3, \quad 5-21x+23x^2, \quad 10+22x$$

$$\bullet \quad 1-27x^3 = (1-3x)(1+3x+9x^2)$$

$$\bullet \quad 5-21x+23x^2 = (5+x)(1-3x)$$

$$\bullet \quad 10+22x = (2)(5+x)$$

العوامل المشتركة الثلاثية ١

العوامل المشتركة الثنائية $(5+x), (1-3x)$

العوامل غير المشتركة $(2), (1+3x+9x^2)$

$$(2)(5+x)(1-3x)(1+3x+9x^2) = 1.2.2$$

سليمان دلدوم أبو هبة

$$هـ) \text{س}ص - \text{س}^2 ، \text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} ، \text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س}$$

$$\text{الحل :-} \bullet \text{س}ص - \text{س}^2 = \underline{\underline{\text{س}(\text{ص} - \text{س})}}$$

$$\bullet \text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} = \text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} = \underline{\underline{\text{س}(\text{س}^2 - \text{س} - 1)}}$$

$$\bullet \text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} = \underline{\underline{\text{س}(\text{س}^2 - \text{س} - 1)}}$$

العوامل المشتركة الثلاثية ١

العوامل المشتركة الثنائية س ، (س - ١)

العوامل غير المشتركة (٣) ، (ص - س) ، (س + ١)

$$١.٢.٢ \text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} = \underline{\underline{\text{س}(\text{س}^2 - \text{س} - 1)(\text{س} + 1)}}$$

=====

٢) حافلتان تسيران بالسرعة نفسها على الخط نفسه ، الأولى تتوقف

كل (٢س - ٥س) كم ، والثانية تتوقف كل (٢س - ٣س - ٥)

كم ، إذا إنطلقتا من المكان نفسه وفي الوقت نفسه ، على أي بعد من نقطة إنطلاقهما تلتقيان أول لقاء ؟

الحل :- أول نقطة لقاء هو المضاعف المشترك الأصغر بين نقطتي توقفهما

$$\bullet (٢س - ٥س)٥ = \underline{\underline{(٢س - ٣س - ٥)٥}}$$

$$\bullet (٢س - ٣س - ٥)٥ = \underline{\underline{(٢س - ٣س - ٥)٥}}$$

$$١.٢.٢ \text{س} = \underline{\underline{(٢س - ٣س - ٥)٥}} \text{ كم مقدار البعد الذي تلتقيان فيه أول لقاء}$$

(٣) قامت إحدى البلديات ب زراعة أشجار على أحد جانبي الطرق ووضع إشارات تحذيرية على الجانب الآخر ابتداءً من بداية الطريق بحيث تزرع على الجانب الأيمن من الطريق شجرة كل

(ك + ٨) متر وعلى الجانب الأيسر منه توضع إشارة تحذيرية كل (١٠ + ٥ك) متر :

(أ) على أي بعد من الطريق تزرع شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة الأولى ؟

(ب) على أي بعد من الطريق تزرع شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة الرابعة ؟

الحل :- أ) البعد لأول مرة هو المضاعف المشترك الأصغر

$$\bullet (ك + ٨)(٢ + ك) = (٢ - ك + ٢ك + ٤)$$

$$\bullet (١٠ + ٥ك) = (٢ + ك)٥$$

$$\bullet ١٠٢٠٢ = (٢ + ك)٥(٢ - ك + ٢ك + ٤) \text{ متر أول مرة}$$

ب) للمرة الرابعة = ٤ (م . م . أ)

$$= ٢٠(٢ + ك)(٢ - ك + ٢ك + ٤) \text{ متر}$$

الحمد لله ، الحمد لله ، الحمد لله ، الحمد لله ، الحمد لله ، الحمد لله

المقادير الكسرية

الدرس السابع :

$$\bullet \text{ تسمى المقادير } \frac{1-s}{s-1} \bullet \frac{s+1}{s-1} \bullet \frac{s+1}{s-1}$$

بالمقادير الكسرية

• يبسط المقدار الكسري باتباع الخطوات التالية :

- نحلل البسط والمقام إلى العوامل الأولية (إن أمكن)
- نختصر العوامل المشتركة الناتجة في البسط والمقام (إن وجدت)

ملاحظة : كتابة المقدار الكسري أبسط صورة تعني أن يكون العامل المشترك الأكبر بين البسط والمقام

يساوي ١

مثال : اكتب المقادير الكسرية الآتية أبسط صورة :

$$(1) \frac{s-1}{s-1} : s \neq 1$$

$$(2) \frac{s+1}{s-1} : s \neq 1$$

$$(3) \frac{s+1}{s-1} : s \neq 1, s \neq -1$$

الحل :

$$(1) \frac{(s-1)(s+1)}{s-1} = \frac{s+1}{1} : s \neq 1$$

$$\text{اختصار العوامل المشتركة بين البسط والمقام} \frac{(s-1)(s+1)}{(s-1)} =$$

$$\text{المقدار الكسري في أبسط صورة} \bullet \frac{(s+1)}{1} =$$

$$(2) \frac{(s+1)(s+1)}{(s+1)(s+1)} = \frac{s+1}{s+1}$$

$$\text{المقدار الكسري في أبسط صورة} \bullet \frac{(s+1)(s+1)}{(s+1)(s+1)} =$$

$$(3) \frac{s^2 + 4s + 3}{s^2 - 3s - 10} = \frac{(s+1)(s+3)}{(s+5)(s-2)} \text{ المقدار الكسري في أبسط صورة .}$$

ملاحظات على المثال السابق :

- لاحظ المكتوب على اليسار ، في الفرع الأول كان الشرط $s \neq 1$ والسبب :
حين تعويض 1 في المقام يكون الناتج صفر وهذا لا يجوز (لا يجوز القسمة على صفر)
وكذلك في الفرعين 2 ، 3 .
- في الفرع الثالث لاحظ أننا لم نختصر لأن العامل المشترك الأكبر بين البسط والمقام = 1
(لا يوجد عوامل مشتركة بين البسط والمقام)

حل تدريب 1 - 13 ص 38

$$(1) \frac{ج^2 - 12ج + 20}{ج^2 - 25} \quad ج \neq 5, ج \neq 0, 5 -$$

$$(2) \frac{s^2 - 10s + 25}{s^2 - 5s + 20} \quad s \neq 5, s \neq \frac{5}{2}$$

$$(3) \frac{ب^3 + 8ب^2}{ب^3 - 13ب^2 + 40ب} \quad ب \neq 0, ب \neq 5, ب \neq 2$$

الحل :

$$(1) \frac{(ج^2 - 12ج + 20)(ج - 5)}{(ج^2 - 25)(ج - 5)} = \frac{ج^2 - 12ج + 20}{ج^2 - 25}$$

$$\text{أبسط صورة} \cdot \frac{(ج^2 - 12ج + 20)}{(ج + 5)} = \frac{(ج^2 - 12ج + 20) \cancel{(ج - 5)}}{(ج + 5) \cancel{(ج - 5)}} =$$

$$(2) \frac{(s^2 - 10s + 25)(s - 5)}{(s^2 - 5s + 20)(s - 5)} = \frac{s^2 - 10s + 25}{s^2 - 5s + 20}$$

$$\text{أبسط صورة} \cdot \frac{(s - 5)}{(s - 5)} = \frac{\cancel{(s - 5)} (s - 5)}{\cancel{(s - 5)} (s - 5)} =$$

$$\frac{(b^2 + 1)(b^2 - 2b + 4)}{(b - 5)(b^2 + 1)} = \frac{b^3 + 8b^2 - 2b^3 - 10b^2 + 4b - 4}{(b - 5)(b^2 + 1)}$$

$$\text{أبسط صورة} \cdot \frac{(b^2 + 1)(b^2 - 2b + 4)}{(b - 5)(b^2 + 1)} = \frac{(b^2 - 2b + 4)}{(b - 5)}$$

حل تدريب ٢ - ١٣ ص ٣٨

ملعب كرة قدم مستطيل الشكل مساحته $(6ص^2 + 5ص - 6)$ متراً مربعاً ، طوله $(3ص + 2)$ متراً ، ما عرض الملعب ؟

الحل :

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض} \leftarrow \text{العرض} = \text{مساحة المستطيل} \div \text{الطول}$$

$$\text{العرض} = (6ص^2 + 5ص - 6) \div (3ص + 2)$$

$$\text{متراً} (3ص - 2) = \frac{(3ص + 2)(3ص - 2)}{(3ص + 2)} = \frac{(9ص^2 - 4)}{(3ص + 2)}$$

حل تمارين ومسائل ص ٣٩

(١) اكتب المقادير الكسرية التالية بأبسط صورة :

$$(أ) \frac{9 - 2}{2 - 15} \neq 2, 15$$

$$\text{الحل :} \frac{(3 - 2)(3 + 2)}{2 - 15} = \frac{9 - 2}{2 - 15}$$

أبسط صورة (لا يوجد اختصار)

$$(ب) \frac{4 + 5س + 2}{4 + س} \neq 5, 4 -$$

$$\text{الحل :} \frac{(4 + س)(1 + س)}{(4 + س)} = \frac{4 + 5س + 2}{4 + س}$$

$$(ج) \frac{٣س^٣ + ٢س - ١٥}{س^٣ - ١} ، س \neq ١$$

$$\text{الحل : } \frac{(٥ + س)(٣ - س^٣)}{(١ + س + س^٢)(١ - س)} = \frac{٣س^٣ + ٢س - ١٥}{س^٣ - ١}$$

$$\frac{(٥ + س)٣}{(١ + س + س^٢)} = \frac{(٥ + س) \cancel{(١ - س)} ٣}{(١ + س + س^٢) \cancel{(١ - س)}} =$$

$$(د) \frac{٢٧ + س^٣}{٩ + س^٢}$$

$$\text{الحل : } \frac{(٣ + س)(٣ - س^٢ + ٩)}{٩ + س^٢} = \frac{٢٧ + س^٣}{٩ + س^٢} \text{ المقام لا يحلل (مجموع مربعين)}$$

$$(هـ) \frac{٨١ - س^٤}{٢٧ - س^٣} ، س \neq ٣$$

$$\text{الحل : } \frac{(٩ + س^٢)(٩ - س^٢)}{(٩ + س^٣ + س^٢)(٣ - س)} = \frac{٨١ - س^٤}{٢٧ - س^٣}$$

$$\frac{(٩ + س^٢)(٣ + س)}{(٩ + س^٣ + س^٢)} = \frac{(٩ + س^٢)(٣ + س) \cancel{(٣ - س)}}{(٩ + س^٣ + س^٢) \cancel{(٣ - س)}} =$$

$$(و) \frac{١٦ - س^٢ (١ + س^٢)}{١٥ - س - س^٢} ، س \neq ٣ ، س \neq \frac{٥}{٢}$$

$$\text{الحل : } \frac{(٤ + (١ + س^٢))(٤ + (١ + س^٢))}{(٣ - س)(٥ + س^٢)} = \frac{١٦ - س^٢ (١ + س^٢)}{١٥ - س - س^٢}$$

$$\frac{(٥ + \cancel{س^٢}) (٣ - س^٢)}{(٣ - س) (٥ + \cancel{س^٢})} = \frac{(٤ + ١ + س^٢)(٤ - ١ + س^٢)}{(٣ - س)(٥ + س^٢)} =$$

$$\frac{(٣ - س^٢)}{(٣ - س)} =$$

$$ز) \frac{(ص-٢)(٢+ص) - (٢-ص)(٢+ص)}{ص٨}, ص \neq ٠$$

$$\text{الحل :} \frac{((٢+ص) + (٢-ص))((٢+ص) - (٢-ص))}{ص٨} = \frac{٢(٢+ص) - ٢(٢-ص)}{ص٨}$$

$$\frac{(٢+ص+٢-ص)(٢-ص-٢+ص)}{ص٨} =$$

$$\frac{(\cancel{٢}+ص+\cancel{٢}-ص)(٢-\cancel{ص}-٢+\cancel{ص})}{ص٨} =$$

$$١- = \frac{\cancel{٨}-\cancel{٨}}{\cancel{ص٨}} = \frac{ص٢ \times ٤ -}{ص٨} =$$

$$ع) \frac{٨-٣}{١٠-٥} س, س \neq ٢$$

$$\text{الحل :} \frac{(٤+س٢+٢)}{٥} = \frac{(٤+س٢+٢)(\cancel{٢-س})}{(\cancel{٢-س})٥} = \frac{٨-٣}{١٠-٥} س$$

٢) ناتج ضرب مقدارين جبريين $(س٢ - ٥س - ٤)$ ، إذا كان أحدهما $(س - ٧)$ ، فما المقدار الآخر ؟ (حيث $س \neq ٧$)

الحل : المقدار الثاني = حاصل الضرب ÷ المقدار الأول

$$(س٢ - ٥س - ٤) \div (س - ٧) =$$

$$(س٢ - ٥س - ٤) = \frac{(\cancel{٧-س})(٢+س)}{(\cancel{٧-س})} = \frac{(س٢ - ٥س - ٤)}{(س - ٧)} =$$

٣) أراد عبد الرحمن أن يوزع مبلغ (٠ ص ٣ - ٢ ص ٣ - ٣) ديناراً بين أبنائه بالتساوي ، فإذا كان نصيب كل واحد منهم (٣ - ٢ ص) ديناراً (حيث ص $\neq \frac{3}{2}$) فما عدد أبنائه ؟

الحل : عدد الأبناء = المبلغ الكلي ÷ نصيب كل ابن

$$= (٠ ص ٣ - ٢ ص ٣ - ٣) \div (٣ - ٢ ص)$$

$$(٠ ص ٣ - ٢ ص ٣ - ٣) \div (٣ - ٢ ص) = \frac{(٣ - ٢ ص)(١ + ٥ ص)}{(٣ - ٢ ص)} = \frac{(٣ - ٢ ص ٣ - ٢ ص ٣ - ٣)}{(٣ - ٢ ص)} =$$

الدرس الثامن : المعادلة الكسرية

مراجعة :

- المعادلة : جملة مفتوحة تظهر فيها إشارة المساواة .
- خصائص المساواة :
- إذا كان $s = t$ فإن :
 - (١) $s + a = t + a$ ، $s \div a = t \div a$ ، إضافة عدد حقيقي لطرفي المعادلة .
 - (٢) $s \times a = t \times a$ ، $s \div a = t \div a$ ، ضرب طرفي المعادلة في عدد حقيقي $\neq 0$.
- حل المعادلة : إيجاد قيم المتغير التي تجعلها عبارة صحيحة .

مثال (١) :

حل كل معادلة من المعادلات الآتية :

$$(١) \quad s + 2 = 5 \quad (٢) \quad 2s - 4 = 3 \quad (٣) \quad \frac{1}{3}s + 6 = 12$$

الحل :

$$(١) \quad s + 2 = 5$$

$$s + 2 - 2 = 5 - 2 \quad \text{طرح ٢ من طرفي المعادلة}$$

$$\boxed{s = 3}$$

مجموعة الحل = $\{3\}$

$$(٢) \quad 2s - 4 = 3$$

$$2s - 4 + 4 = 3 + 4 \quad \text{إضافة ٤ لطرفي المعادلة (النظير الجمعي)}$$

$$2s = 7$$

$$\frac{1}{2} \times 2s = \frac{1}{2} \times 7 \quad \text{ضرب طرفي المعادلة في } \frac{1}{2} \quad \text{(النظير الضربي)}$$

$$s = \frac{7}{2} \quad \text{مجموعة الحل} = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$$

$$12 = 6 + 6$$

$$6 - 12 = 6 - 6 + 6$$

$$6 = 6$$

$$3 \times 6 = 3 \times 6$$

$$\boxed{6 = 6}$$

$$\{6\} = \text{مجموعة الحل}$$

خطوات حل المعادلة الكسرية :

- (١) تحليل البسط والمقام إلى العوامل الأولية .
- (٢) نختصر العوامل المشتركة بين البسط والمقام .
- (٣) استخدام خصائص المساواة في حل المعادلة الناتجة .

مثال (٢) :

$$\text{حل المعادلة الكسرية الآتية : } 2 = \frac{12 + x}{3 + x}, \quad x \neq -3$$

الحل :

$$(3 + x) \times 2 = \frac{12 + x}{(3 + x)} \times (3 + x) \quad \text{ضرب الطرفين في } (3 + x), \quad x \neq -3$$

$$(3 + x) \times 2 = 12 + x$$

$$6 + 2x = 12 + x \quad \text{قانون توزيع الضرب على الجمع}$$

$$6 - 6 + 2x - x = 12 - 6 + x - x \quad \text{طرح 6 من الطرفين (النظير الجمعي)}$$

$$\boxed{x = 6}$$

$$\{6\} = \text{مجموعة الحل}$$

التحقق من صحة الحل : نعوض في الطرف الأيمن :

$$2 = \frac{12 + 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} \quad \leftarrow \text{الطرف الأيسر} \quad \checkmark$$

مثال (٣) : حل المعادلة الكسرية الآتية : $1 - \frac{2 + 3s + 2}{4 - 3s - 2} = 1 - \frac{2 + 3s + 2}{4 - 3s - 2}$ ، $s \neq 4$ ، $s \neq 1$

الحل :

$$1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} \leftarrow 1 - \frac{(2 + s) \cancel{(1 + s)}}{(4 - s) \cancel{(1 + s)}} \leftarrow 1 - \frac{2 + 3s + 2}{4 - 3s - 2}$$

$$1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} \leftarrow 1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} \times \frac{\cancel{(4 - s)}}{\cancel{(4 - s)}} \leftarrow 1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} \times \frac{(4 - s)}{(4 - s)}$$

نستخدم قانون توزيع الضرب على الجمع للطرف الأيسر $1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} = 1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)}$

$$1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} = 1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)}$$

$$1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} = 1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} \quad \text{نضيف } s \text{ ، نطرح } 2 \text{ من الطرفين ،}$$

$$1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} = 1 - \frac{(2 + s)}{(4 - s)} \quad \text{ضرب الطرفين في } \frac{1}{4} \text{ (النظير الضربي)}$$

$$\boxed{s = 1} \text{ ، مجموعة الحل } = \{1\}$$

التحقق من صحة الحل : نعوض في الطرف الأيمن :

$$1 - \frac{2 + 3 + 2}{4 - 3 - 1} = 1 - \frac{2 + (1)3 + 2}{4 - (1)3 - 1} \quad \checkmark \text{ الطرف الأيسر}$$

حل تدريب ١ - ١٥ ص ٤٢

حل المعادلة الكسرية الآتية : $1 - \frac{2 - 5v + 2}{2 + v} = 1 - \frac{2 - 5v + 2}{2 + v}$ ، $v \neq 2$

التبرير

الحل : $1 - \frac{2 - 5v + 2}{2 + v} = 1 - \frac{2 - 5v + 2}{2 + v}$

$$1 - \frac{(2 + v)(1 - 3v)}{2 + v}$$

$$1 - \frac{\cancel{(2 + v)}(1 - 3v)}{\cancel{(2 + v)}}$$

$$3ص - 14 = 1 - 3ص$$

$$3ص - 14 = 1 - 3ص$$

$$3ص = 15 \leftarrow 3ص \times \frac{1}{3} = 15 \times \frac{1}{3}$$

$$\boxed{ص = 5} \quad \text{مجموعة الحل} = \{ _ \}$$

التحقق من صحة الحل : نعوض في الطرف الأيمن :

=====

=====

حل تمارين ومسائل ص ٣٤

سوف نترك التبرير للطالب وكذلك التحقق من صحة الحل .

(١) حل كل من المعادلات الكسرية الآتية :

$$(٢) \quad 3 = \frac{6 - س^2}{1 - س} \quad , \quad س \neq 1$$

الحل : التبرير

$$(1 - س) \times 3 = \frac{6 - س^2}{1 - س} \times (1 - س)$$

$$(1 - س) \times 3 = 6 - س^2$$

$$3 - س^3 = 6 - س^2$$

$$3 + 3 - س^2 - س^3 = 3 + 6 - س^2 - س^3$$

$$\boxed{3 - س} \quad \text{مجموعة الحل} = \{ 3 - \}$$

التحقق من صحة الحل :

$$(ب) \quad ٦ = \frac{١٠ - س + س^٢}{٤ - س^٢} \quad س \neq ٢$$

التبرير

الحل :

$$٦ = \frac{(٥ + س)(٢ - س)}{(٢ - س)^٢} \leftarrow ٦ = \frac{١٠ - س + س^٢}{٤ - س^٢}$$

$$٦ = \frac{٥ + س}{٢} \leftarrow ٦ = \frac{(٥ + س) \cancel{(٢ - س)}}{\cancel{(٢ - س)}^٢}$$

$$١٢ = ٥ + س \leftarrow ٢ \times ٦ = \frac{٥ + س}{٢} \times ٢$$

$$٥ - ١٢ = ٥ - ٥ + س$$

مجموعة الحل مجموعة الحل = {٧}

$$\boxed{٧ = س}$$

التحقق من صحة الحل :

$$(ج) \quad ٥ = \frac{١ - س^٣}{٣ + س^٣ + س^٢}$$

التبرير

الحل :

$$٥ = \frac{(١ + س + س^٢)(١ - س)}{(١ + س + س^٢)^٣} \leftarrow ٥ = \frac{١ - س^٣}{٣ + س^٣ + س^٢}$$

$$٥ = \frac{١ - س}{٣} \leftarrow ٥ = \frac{\cancel{(١ + س + س^٢)}(١ - س)}{\cancel{(١ + س + س^٢)}^٣}$$

$$١٥ = ١ - س \leftarrow ٣ \times ٥ = \frac{١ - س}{٣} \times ٣$$

$$س - ١ = ١ + ١٥$$

مجموعة الحل مجموعة الحل = {١ ٦}

$$\boxed{س = ١٦}$$

التحقق من صحة الحل :

$$١٠ ص - ١ + ص ٧ = ١ - ص ٢ \quad \text{ص} \neq \frac{١}{٢} \quad \text{ع} - ٤ =$$

التبرير

الحل :

$$١٠ ص - ١ + ص ٧ = ١ - ص ٢ \quad \text{ع} - ٤ = \frac{(١ - ص ٥)(١ - ص ٢)}{(١ - ص ٢)} \leftarrow \text{ع} - ٤ = \frac{١ + ص ٧ - ٢}{١ - ص ٢}$$

$$\text{ع} - ٤ = ١ - ص ٥ \leftarrow \text{ع} - ٤ = \frac{(١ - ص ٥) \cancel{(١ - ص ٢)}}{\cancel{(١ - ص ٢)}}$$

$$٣ - = ص ٥ \leftarrow ١ + \text{ع} - = ١ + ١ - ص ٥$$

$$\frac{١}{٥} \times ٣ - = ص ٥ \times \frac{١}{٥}$$

مجموعة الحل مجموعة الحل = $\left\{ \frac{٣ -}{٥} \right\}$

$$\boxed{\frac{٣ -}{٥} = ص}$$

التحقق من صحة الحل :

$$\frac{١}{٢} \neq ص \quad ١ \neq ص \quad ١ = \frac{٣ - س ٢ + ٢}{١ + س ٣ - ٢} \quad \text{هـ}$$

التبرير

الحل :

$$١ = \frac{(٣ + س)(١ - س)}{(١ - س ٢)(١ - س)} \leftarrow ١ = \frac{٣ - س ٢ + ٢}{١ + س ٣ - ٢}$$

$$١ = \frac{٣ + س}{١ - س ٢} \leftarrow ١ = \frac{(٣ + س) \cancel{(١ - س)}}{(١ - س ٢) \cancel{(١ - س)}}$$

$$1 - s^2 = 3 + s \leftarrow (1 - s^2) \times 1 = \frac{3 + s}{1 - s^2} \times (1 - s^2)$$

$$1 + 1 - s - s^2 = 1 + 3 + s - s^2$$

مجموعة الحل مجموعة الحل = {4}

$$\boxed{s = 4}$$

التحقق من صحة الحل :

$$1 \neq \pm 2, \quad 2 = \frac{4 - b^2 - b^3}{1 - b^2} \quad (و)$$

التبرير

الحل :

$$2 = \frac{(1 + b)(4 - b^3)}{(1 + b)(1 - b)} \leftarrow 2 = \frac{4 - b^2 - b^3}{1 - b^2}$$

$$2 = \frac{(4 - b^3)}{(1 - b)} \leftarrow 2 = \frac{\cancel{(1 + b)}(4 - b^3)}{\cancel{(1 + b)}(1 - b)}$$

$$(1 - b) \times 2 = 4 - b^3 \leftarrow (1 - b) \times 2 = \frac{(4 - b^3)}{(1 - b)} \times (1 - b)$$

$$2 - b^2 = 4 - b^3$$

$$4 + 2 - b^2 - b^2 = 4 + 4 - b^2 - b^3$$

مجموعة الحل مجموعة الحل = {2}

$$\boxed{b = 2}$$

التحقق من صحة الحل :

٢) لدي تاجر $(٦ج + ٧ج + ٢)$ ليترًا من الزيت ، وضعها في $(٣ج + ٢)$ وعاءً لها نفس السعة نفسها ، إذا كانت سعة الوعاء الواحد (١١) لتراً :

أ) ما قيمة (ج) ؟

ب) ما عدد الأوعية ؟

د) ما كمية الزيت الموجودة لدى التاجر ؟

الحل :

سعة الوعاء	عدد الأوعية	كمية الزيت بالرموز
(١١)	$(٢ + ٣ج)$	$(٦ج + ٧ج + ٢)$

أ) قيمة ج

كمية الزيت ÷ عدد الأوعية = سعة الوعاء

$$١١ = (٢ + ٣ج) \div (٦ج + ٧ج + ٢)$$

$$١١ = \frac{(٢ + ٣ج)(١ + ٢ج)}{٢ + ٣ج} \leftarrow ١١ = \frac{(٦ج + ٧ج + ٢)}{٢ + ٣ج}$$

$$١٠ = ٢ج \leftarrow ١ - ١١ = ١ - ١ + ٢ج$$

$$١٠ = ٢ج \times \frac{١}{٢} \leftarrow \leftarrow \frac{١}{٢} \times ١٠ = ٢ج \leftarrow \boxed{٥ = ج} \text{ قيمة ج}$$

ب) نعوض قيمة ج في $(٢ + ٣ج)$

$$١٧ = ٢ + ١٥ = (٢ + (٥)٣) \text{ وعاء}$$

ج) نعوض قيمة ج في $(٦ج + ٧ج + ٢)$

$$٢ + ٣٥ + ٢٥ \times ٦ = (٢ + (٥)٧ + (٥)٦)$$

$$١٨٧ = ٣٧ + ١٥٠ =$$

كمية الزيت لدى التاجر ١٨٧ ليترًا

(٣) تصدق حامد بمبلغ (٥س^٢ - ٤س - ٣) ديناراً ، حيث قسم المبلغ على (س - ٣) من الفقراء بالتساوي ، فكان نصيب الواحد منهم (٥١) ديناراً .

أ (ما قيمة (س) ؟

ب (ما المبلغ الذي تصدق به حامد ؟

الحل :

المبلغ : (٥س^٢ - ٤س - ٣) ، عدد الفقراء (س - ٣) ، نصيب الواحد (٥١)

أ (المبلغ ÷ عدد الفقراء = نصيب الواحد

$$٥١ = \frac{(٥س^٢ - ٤س - ٣)}{(س - ٣)} \leftarrow ٥١ = \frac{(٥س^٢ - ٤س - ٣)}{(س - ٣)}$$

$$٥١ = ١ + ٥س \leftarrow ٥١ - ١ = ٥٠ = ٥س$$

$$٥٠ = ٥س \leftarrow \frac{٥٠}{٥} = س \leftarrow ١٠ = س \quad \text{قيمة س}$$

ب (نعوض قيمة س في (٥س^٢ - ٤س - ٣)

$$(٥(١٠)^٢ - ٤(١٠) - ٣) = ٥٠٠ - ٤٠ - ٣ = ٣٥٧ \text{ ديناراً (المبلغ مع حامد)}$$

حل أسئلة المراجعة ص ٤٤ + ٤٥

(١) حل المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل الأولية :

$$(٢) ٣س + ١٢ = ٣(س + ٤)$$

$$(ب) س^٢ - ١٠ = (س + ١٠)(س - ١٠)$$

$$(ج) ١٢س^٢ - ٧٥ = ٣(٤س^٢ - ٢٥) = ٣(٥ + ٤س)(٥ - ٤س)$$

$$(د) ٢٧س - ١ = (١ - ٣س)(١ + ٩س + ٣س^٢)$$

$$(هـ) ١٨١س^٣ + ٢٤ = ٣(٦٣س^٢ + ٨) = ٣(٢ + ١٣س)(٤ + ١٩س + ١٦س^٢)$$

$$(و) ص - ٢٧ + ٦ = (ص - ١)(ص - ٦)$$

$$(ز) ٢٥ - ٤١٠ - ٢٣$$

الحل بعدة طرق

الطريقة الأولى	الطريقة الثانية	الطريقة الثالثة
الطريقة الجبرية	التحويل بحيث المعامل = ١	التجريب للوصول للحل
$٧٥ - = ٢٥ - \times ٣$ ما هما العددين اللذان حاصل ضربهما = ٧٥ - ومجموعهما = ١٠ - ← ١٥ ، ٥ $٤١٠ - = ٤٥ + ٤١٥ -$ $٢٥ - ٤٥ + ٤١٥ - ٢٣$ $(٢٥ - ٤٥) + (٤١٥ - ٢٣)$ $(٥ - ٤)٥ + (٥ - ٤)٤٣$ $(٥ + ٤٣) (٥ - ٤)$	نضرب في ٣ ونقسم على ٣ $\frac{٢٥ - (٤٣)١٠ - ٢٣}{٣}$ نفرض ص = ٤٣ $\frac{٧٥ - (ص)١٠ - ٢٣}{٣}$ $\frac{(٥ + ص)(١٥ - ص)}{٣}$ $\frac{(٥ + ٤٣)(١٥ - ٤٣)}{٣}$ $\frac{(٥ + ٤٣)(٥ - ٤)}{٣}$ $(٥ + ٤٣)(٥ - ٤)$	$(٥ + ٤٣)(٥ - ٤)$

$$(٤) ٣س - \frac{٣٣}{٢٧} = ٣س \left(\frac{١}{٢٧} - ٣س \right) = ٣س \left(\frac{١}{٣} - ٣س \right) = ٣س \left(\frac{١}{٩} + ٣س \right)$$

(٢) اكتب المقادير الكسرية التالية بأبسط صورة :

$$(١) \frac{٣س + ٤}{٤ + س} ، س \neq ٤$$

$$\text{الحل : } \frac{٣س + ٤}{٤ + س} = \frac{٣س + ٤}{٤ + س}$$

$$(ب) \frac{٢٥-٢}{١٠-٢} س، س \neq ٥$$

$$\text{الحل:} \frac{٥+س}{٢} = \frac{(٥+س) \cancel{(٥-س)}}{\cancel{(٥-س)} ٢} = \frac{٢٥-٢}{١٠-٢} س$$

$$(ج) \frac{٣-٢+٢}{٩-٢} ص، ص \neq \pm ٣$$

$$\text{الحل:} \frac{(١-ص)}{(٣-ص)} = \frac{\cancel{(٣+ص)} (١-ص)}{\cancel{(٣+ص)} (٣-ص)} = \frac{٣-٢+٢}{٩-٢} ص$$

$$(د) \frac{١٦+٤٨-٢}{٦٤-٣} ع، ع \neq ٤$$

$$\text{الحل:} \frac{(٤-ع)}{(١٦+٤٤+٢)} = \frac{(٤-ع) \cancel{(٤-ع)}}{\cancel{(٤-ع)} (١٦+٤٤+٢)} = \frac{١٦+٤٨-٢}{٦٤-٣} ع$$

$$(هـ) \frac{٣٣-٥+٢}{٣٣-٢-٢} س، س \neq \left\{ \frac{٤-}{٣}, ٣, ٠ \right\}$$

الحل:

$$\frac{(١١+س٢)}{(٤+س٣)س} = \frac{\cancel{(٣-س)} (١١+س٢)}{\cancel{(٣-س)} (٤+س٣)س} = \frac{(٣-س)(١١+س٢)}{(١٢-س٥-٢)س} = \frac{٣٣-٥+٢}{٣٣-٢-٢} س$$

$$(و) \frac{١٢٥+٣}{٢-١٠} س، س \neq ٥$$

$$\text{الحل:} \frac{(٢٥+س٥-٢)(٥+س)}{(٥-س)٢-} = \frac{١٢٥+٣}{٢-١٠} س$$

لا يوجد عامل مشترك

(٣) حل المعادلات الكسرية الآتية :

$$(١) \frac{٤-٢}{٤-س} س = ٥، س \neq ٤$$

$$\text{الحل:} \frac{٤-٢}{٤-س} س = ٥ \leftarrow ٥ = \frac{\cancel{(٤-س)} س}{\cancel{(٤-س)}} \leftarrow ٥ = \frac{٤-٢}{٤-س} س \leftarrow \boxed{٥ = س}$$

$$\text{ب) } 3 - = \frac{36 - 2}{12 + 2} \text{ س، } 6 - \neq$$

$$3 - = \frac{(6 + \cancel{\text{س}})(6 - \text{س})}{(\cancel{6 + \text{س}})^2} \leftarrow 3 - = \frac{36 - 2}{12 + 2} \text{ س}$$

مجموعة الحل = {0}

$$\begin{aligned} \text{الحل : } 6 - &= 6 - \text{س} \leftarrow 3 - = \frac{(6 - \text{س})}{2} \\ &\leftarrow \leftarrow \leftarrow 6 + 6 - = 6 + 6 - \text{س} \\ &\boxed{\text{س} = 0} \end{aligned}$$

$$\text{ج) } 1 = \frac{3 + 2}{9 - \text{ص}} \text{ ص، } 9 \neq$$

الحل :

$$\begin{aligned} (9 - \text{ص}) \times 1 &= \frac{3 + 2}{9 - \text{ص}} \times (9 - \text{ص}) \\ 9 - \text{ص} &= 3 + 2 \\ 3 - 9 - \text{ص} - \text{ص} &= 3 - 3 + \text{ص} - 2 \\ &\boxed{\text{ص} = 12} \end{aligned}$$

مجموعة الحل = {12}

$$\text{د) } 3 = \frac{7 - 2}{2 - \text{س} - 2} \text{ س، } \{2, 1-\}$$

الحل :

$$\begin{aligned} 3 &= \frac{(7 - 5)(\cancel{1 + \text{س}})}{(2 - \text{س})(\cancel{1 + \text{س}})} \leftarrow 3 = \frac{7 - 2}{2 - \text{س} - 2} \text{ س} \\ (2 - \text{س}) 3 &= (7 - 5) \leftarrow 3 = \frac{(7 - 5)}{(2 - \text{س})} \\ 7 + 6 - \text{س} 3 - \text{س} 3 &= 7 + 7 - \text{س} 3 - 5 \leftarrow 6 - \text{س} 3 = 7 - 5 \\ &\boxed{\frac{1}{2} = \text{س}} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \frac{1}{2} \times 1 = \text{س} 2 \times \frac{1}{2} \leftarrow 1 = \text{س} 2 \end{aligned}$$

مجموعة الحل = {1/2}

٤) جد العامل المشترك الأكبر ، والمضاعف المشترك الأصغر للمقادير الجبرية فيما يأتي :

$$١) ٢س - ٥٠ ، ٢س + ٢س - ١٥$$

الحل : نحلل المقادير :

$$٢س - ٥٠ = (٢س - ٥٠)٢ = (٢س - ٥٠)(٢س - ٥٠)$$

$$٢س + ٢س - ١٥ = (٢س + ٢س - ١٥)(٢س + ٢س - ١٥)$$

العوامل المشتركة : $(٢س - ٥٠)$

العوامل غير المشتركة : ٢ ، $(٢س - ٥٠)$ ، $(٢س - ٥٠)$

ع . م . أ = العوامل المشتركة فقط = $(٢س - ٥٠)$

م . م . أ = العوامل المشتركة وغير المشتركة = $(٢س - ٥٠)(٢س - ٥٠)(٢س - ٥٠)$

$$ب) ١ - ٣ ، ٣ - ٢ ، ٢ + ٤ - ٥$$

الحل :

$$١ - ٣ = (١ - ٣)(١ - ٣)$$

$$٣ - ٢ = (٣ - ٢)(٣ - ٢)$$

$$٢ + ٤ - ٥ = (٢ + ٤ - ٥)(٢ + ٤ - ٥)$$

العوامل المشتركة الثلاثية : $(١ - ٣)$

العوامل المشتركة الثنائية : لا يوجد

العوامل غير المشتركة : ٣ ، $(٢ + ٤ - ٥)$ ، $(٢ + ٤ - ٥)$

ع . م . أ = العوامل المشتركة فقط = $(١ - ٣)$

م . م . أ = العوامل المشتركة وغير المشتركة =

$$٣(١ - ٣)(٢ + ٤ - ٥)(٢ + ٤ - ٥)$$

$$(ج) \quad ٤٢ - ٤٥ - ٢ \quad ، \quad ١٢ - ٤٣$$

الحل :

$$٤٢ - ٤٥ - ٢ = (٤ - ٤)(٣ + ٤٢)$$

$$(٤ - ٤)٣ = ١٢ - ٤٣$$

العوامل المشتركة : $(٤ - ٤)$

العوامل غير المشتركة : ٣ ، $(٣ + ٤٢)$

ع . م . أ = العوامل المشتركة فقط = $(٤ - ٤)$

م . م . أ = العوامل المشتركة وغير المشتركة = $٣ (٣ + ٤٢) (٤ - ٤)$

$$(د) \quad ٣ + ب \quad ، \quad ب - ٢ \quad ، \quad ٣ + ب - ٢$$

الحل :

$$(٣ + ب) = (٣ + ب)$$

$$ب - ٢ - ٢ = (٣ - ب)(١ - ب)$$

$$ب \times ٢ = ٢$$

العوامل المشتركة الثلاثية : ١

العوامل المشتركة الثنائية : لا يوجد

العوامل غير المشتركة : $ب \times ٢$ ، $(٣ - ب)(١ - ب)$ ، $(٣ + ب)$

ع . م . أ = العوامل المشتركة فقط = ١

م . م . أ = العوامل المشتركة وغير المشتركة = $ب \times ٢ (٣ - ب)(١ - ب) (٣ + ب)$

حل الاختبار الذاتي ص ٤٦ + ٤٧

(١) حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

$$(أ) ٥س^٣ + ٥س^٢ = ٥س^٢(س + ١)$$

$$(ب) ٥ - \frac{٤}{٩ب} = \left(\frac{٢}{ب} + ٥\right)\left(\frac{٢}{ب} - ٥\right), ب \neq ٠$$

$$(ج) ٤س^٢ + ٤س + ٩ = (س + ٧)(س + ٧) = (س + ٧)^٢$$

$$(د) ٤س^٣ - ٨س^٢ = ٤س^٢(س - ٢)$$

$$(هـ) ٢٧س^٢ + ١٠س + ١ = (٣س + ١)(٩س + ١)$$

$$(و) \frac{٨٤ - (٥س + ٦س^٢)}{٦} = ١٤ - س + \frac{١}{٢}س^٢$$

$$\frac{(٧ - ٦س)(١٢ + ٦س)}{٦} = \frac{(٧ - ٦س)(٢ + س)}{١}$$

$$(ز) \frac{١٢٠ - (٤٣س - ٧س^٢)}{٣} = ٤٠ - س + \frac{١}{٣}س^٢$$

$$\frac{(٨ + ٤٣س)(١٥ - ٤٣س)}{٣} = \frac{(٨ + ٤٣س)(٥ - ٤س)}{١}$$

$$(ح) ٣س^٢ + \frac{١}{٦}س = \left(\frac{١}{٦} + س\right)\left(\frac{١}{٦} + ٣س\right)$$

(٢) اكتب المقادير التالية بأبسط صورة :

$$(أ) \frac{٧س - ٢س^٢}{س}, س \neq ٠$$

الحل :

$$٧ - س = \frac{(٧ - س)س}{س} = \frac{٧س - ٢س^٢}{س}$$

$$(ب) \frac{ص^2 - ١٤٤}{ص^2 + ٢٤} ، ص \neq -١٢$$

$$\text{الحل: } \frac{(ص-١٢)}{٢} = \frac{(ص-١٢) \cancel{(ص+١٢)}}{\cancel{(ص+١٢)} ٢} = \frac{ص^2 - ١٤٤}{ص^2 + ٢٤}$$

$$(ج) \frac{ع^2 - ٣٥ - ٤٢}{٤٩ - ع^2} ، ع \neq \pm ٧$$

$$\text{الحل: } \frac{(٥+ع)}{(٧+ع)} = \frac{\cancel{(٧-ع)} (٥+ع)}{\cancel{(٧-ع)} (٧+ع)} = \frac{ع^2 - ٣٥ - ٤٢}{٤٩ - ع^2}$$

$$(د) \frac{٣٦ + ٢١٢ - ع^2}{٢١٦ - ع^2} ، ع \neq ٦$$

$$\text{الحل: } \frac{(٦-ع)}{(٣٦ + ٢١٦ + ع^2)} = \frac{(٦-ع) \cancel{(٦-ع)}}{\cancel{(٦-ع)} (٣٦ + ٢١٦ + ع^2)} = \frac{٣٦ + ٢١٢ - ع^2}{٢١٦ - ع^2}$$

$$(هـ) \frac{٩ - س + س^2}{س^3 - ٦س^2 + س} ، س \in \left\{ \frac{1}{٥}, ١, ٠ \right\}$$

$$\text{الحل: } \frac{(٩+س)}{(١-س)} = \frac{(٩+س) \cancel{(١-س)}}{(١-س) \cancel{(١-س)}} = \frac{(٩+س)(١-س)}{(١+س^2-٦س)} = \frac{٩-س+س^2}{س^3-٦س^2+س}$$

٣) حل المعادلات الكسرية الآتية :

$$(١) \frac{س^2 + ٥س}{س + ٥} = ٨ - ، س \neq -٥$$

الحل :

$$٨ - = \frac{\cancel{(س+٥)} س}{\cancel{س+٥}} \leftarrow ٨ - = \frac{س^2 + ٥س}{س + ٥}$$

$$\boxed{٨ - = س}$$

مجموعة الحل = $\{ ٨ - \}$

$$(ب) \quad 3 - \frac{7+s}{49-s^2} = 3 \pm 7$$

الحل :

$$\begin{aligned} 3 - \frac{7+s}{(7+s)(7-s)} &\leftarrow 3 - \frac{7+s}{49-s^2} \\ 1 &= (7-s)3 - \leftarrow \leftarrow 3 - \frac{1}{(7-s)} \\ 7 + \frac{1}{3} &= 7 + 7 - s \leftarrow \frac{1}{3} = 7 - s \\ \left\{ \frac{20}{3} \right\} &= 20.2 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \boxed{\frac{20}{3} = s} \end{aligned}$$

$$(ج) \quad 3 = \frac{3+5e}{1-e}, \quad e \neq 1$$

الحل :

$$\begin{aligned} (1-e) \times 3 &= \frac{3+5e}{(1-e)} \times (1-e) \leftarrow 3 = \frac{3+5e}{1-e} \\ 3 - e3 &= 3 + 5e \leftarrow (1-e) \times 3 = 3 + 5e \\ 3 - 3 - 5 - e3 - e3 &= 3 - 3 + e3 - 5e \\ \frac{1}{4} \times 6 - &= e2 \times \frac{1}{4} \leftarrow \leftarrow \leftarrow 6 - = e2 \\ \{ 3 - \} &= 20.2 \leftarrow \leftarrow \boxed{3 - = e} \end{aligned}$$

$$(د) \quad 3 = \frac{s^2 - 1}{7 - s^2 + s^2}, \quad s \neq 1, \frac{7}{5}$$

الحل :

$$\begin{aligned} 3 &= \frac{(s-1)(s+1)}{(1-s)(7+s^2)} \leftarrow 3 = \frac{s^2 - 1}{7 - s^2 + s^2} \\ (7+s^2)3 &= (s+1) \times 1 - \leftarrow 3 = \frac{(s+1) \times 1 -}{(7+s^2)} \\ 1 + 21 + s^2 &= 5 - s^2 = 5 - s - 1 + 1 - \leftarrow 21 + s^2 = s - 1 - \\ \left\{ \frac{11}{8} \right\} &= 20.2 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \boxed{\frac{11}{8} = s} \leftarrow \frac{22}{16} = s \leftarrow 22 = s^2 - 6 \end{aligned}$$

٤) جد العامل المشترك الأكبر ، والمضاعف المشترك الأصغر للمقادير الآتية :

$$١) \quad ٣س - ٢ ، \quad ٣س + ٢ - ١٠$$

الحل :

$$٣س - ٢ = (٣س - ٢) \quad ٣س + ٢ - ١٠ = (٣س + ٢) - ٨$$

$$٣س + ٢ - ١٠ = (٣س + ٢) - ٨$$

العوامل المشتركة : $(٣س - ٢)$

العوامل غير المشتركة : $(٣س + ٢)$ ، ٨

العامل المشترك الأكبر : العوامل المشتركة فقط : $(٣س - ٢)$

العامل المشترك الأصغر : العوامل المشتركة وغير المشتركة : $(٣س + ٢)(٣س - ٢) - ٨$

$$ب) \quad ٨ص - ٣ ، \quad ٢ص - ٣ ، \quad ٤ص - ٢ + ١$$

الحل :

$$٨ص - ٣ = (٨ص - ٣) \quad ٢ص - ٣ = (٢ص - ٣) \quad ٤ص - ٢ + ١ = (٤ص - ٢) + ١$$

$$٢ص - ٣ = (٢ص - ٣) \quad ٨ص - ٣ = (٨ص - ٣) \quad ٤ص - ٢ + ١ = (٤ص - ٢) + ١$$

$$٤ص - ٢ + ١ = (٤ص - ٢) + ١$$

العوامل المشتركة الثلاثية : $(٢ص - ٣)$

العوامل المشتركة الثنائية : لا يوجد

العوامل غير المشتركة : $٨ص - ٣$ ، $(٢ص - ٣)$ ، $(٤ص - ٢) + ١$

$$ع . م . أ = (٢ص - ٣)$$

$$م . م . أ = (٨ص - ٣)(٢ص - ٣)(٤ص - ٢) + (٢ص - ٣)$$

$$(ج) \quad ٢٣ + ٢ - ٨ = ٣ + ٢٣$$

الحل :

$$\bullet \quad ٢٣ + ٢ - ٨ = (١ - ٢)(٨ + ٢٣)$$

$$\bullet \quad ٣ + ٢٣ = (١ + ٢)٣$$

العوامل المشتركة : لا يوجد

العوامل غير المشتركة : ٣ ، (١ + ٢) ، (٨ + ٢٣) ، (١ - ٢)

$$ع . م . أ = ١$$

$$م . م . أ = ٣ (١ + ٢) (٨ + ٢٣) (١ - ٢)$$

٥) قطع همام مسافة (٦ ف + ٧ ف + ٥) متراً في (٣ ف + ١) ثانية ، إذا كانت سرعته ثابتة وتساوي (٧) أمتار في الثانية الواحدة فجد :

أ (قيمة ف

ب (المسافة التي قطعها همام بالأمتار .

الحل :

$$- \text{ المسافة } = (٦ ف + ٧ ف + ٥) \quad \text{الزمن} = (٣ ف + ١) \quad \text{السرعة} = (٧)$$

أ (

$$- \text{ المسافة } \div \text{ الزمن } = \text{ السرعة}$$

$$٧ = \frac{(٥ + ٢ ف)(١ + ٣ ف)}{(١ + ٣ ف)} \leftarrow ٧ = \frac{(٥ + ٢ ف + ٧ ف + ٦)}{(١ + ٣ ف)}$$

$$٥ - ٧ = ٥ - ٥ + ٢ ف \leftarrow \leftarrow \leftarrow ٧ = ٥ + ٢ ف$$

$$\boxed{١ = ف} \leftarrow \frac{١}{٢} \times ٢ = ٢ ف \times \frac{١}{٢} \leftarrow \leftarrow ٢ = ٢ ف$$

ب (نعوض قيمة ف في (٦ ف + ٧ ف + ٥)

$$٢٨ \text{ متراً } = ٥ + ١٧ + ٦ = (٥ + (١)١٧ + (١)٦)$$