4a

الأوائل

AL-AWA2EL

Probability
الاحتمالات

الفصل الدراسي الثاني

الصف الثاني عشر الأدبي

MATH with Mr. Mahmoud Baghdady

MATH

Grade 12r

2020-2021

2020-2021

الدرس الاول : مقدمة في الاحتمال

مفاهيم أساسية :

*** التجربة العشوائية *** هي كل عملية (تجربة) يمكن توقع نواتجها مسبقًا ولكن لا يمكن التنبؤ بحدوث أيا من هذه النتائج .

*** فضاء العينة *** هي مجموعة النواتج الممكنة للتجربة العشوائية .

*** الحدث *** هو أي مجموعة جزئية من فضاء العينة .

*** احتمال الحدث *** هو نسبة عدد مرات حدوث الحدث الي العدد الكلي لفضاء العينة .

اوجد الفضاء العيني لكل تجربة فيما يلي .

- القاء قطعة نقود مرة واحدة . ----------
- القاء حجر نرد مرة واحدة . ----------
- رمي مكعب منتظم مرقم من 1 الى 6 مرة واحدة. ----------
- تدوير قرص دوار مقسم الى اربعة أجزاء مرقمة من 1 الى 4 مرة واحدة . ----------

يريد أحمد إجراء تجربة رمي قطعة نقدية عدة مرات وتسجيل نتائج هذه التجربة.

A. هل يمكن توقع نتائج التجربة قبل أن يجريها أحمد؟

الإجابة : ----------

B. يرمي أحمد القطعة النقدية 100 مرة فيحصل على "صورة" 40 مرة و"كتابة" 60 مرة.
احسب نسبة عدد مرات الحصول على "صورة" إلى العدد الكلي للرميات في التجربة.

الإجابة : ----------

C. كرر أحمد تجربة رمي القطعة النقدية 200 مرة وحصل على "صورة" 96 مرة و"كتابة" 104 مرات.
احسب نسبة عدد مرات الحصول على "صورة" إلى العدد الكلي للرميات في التجربة.

الإجابة : ----------

قارن هذه النسبة مع النسبة التي حصلت عليها في الجزء (B). ماذا تلاحظ؟

الإجابة : ----------

تم رمي مكعب منتظم مرقما من 1 إلي 6 ، 100 مرة ، وحصلت على النواتج التالية :

الرقم	1	2	3	4	5	6
عدد النواتج	19	14	20	13	20	14

ثم رمي المكعب مرة اخرى 200 مرة ، وحصلت على النواتج التالية :

الرقم	1	2	3	4	5	6
عدد النواتج	33	33	34	33	33	34

a . هل يمكن توقع نتائج التجربة قبل أجرائها؟

الإجابة : ----------

b. احسب نسبة عدد مرات الحصول على الرقم 3 إلى عدد مرات رمي المكعب في التجربة الأولى .

الإجابة : ----------

c. احسب نسبة عدد مرات الحصول على الرقم 3 إلى عدد مرات رمي المكعب في التجربة الثانية .

الإجابة : ----------

قارن هذه النسبة بالنسبة التي حصلت عليها في الفرع b ، ماذا تلاحظ؟ .

الإجابة : ----------

رمى أحمد سهمًا 100 مرة على لوح تهديف مقسم إلى أربعة أقسام متساوية وملونة بالألوان التالية:
الأحمر والأخضر والأصفر والأزرق، وحصل على النواتج التالية:

القسم	الأحمر	الأصفر	الأخضر	الأزرق
عدد النواتج	29	25	26	20

ثم كرر أحمد التجربة ورمى السهم 200 مرة وحصل على النواتج التالية:

القسم	الأحمر	الأصفر	الأخضر	الأزرق
عدد النواتج	50	51	50	49

a. احسب نسبة عدد مرات إصابة السهم القسم الأحمر إلى عدد الرميات فى التجربة الأولى.

الإجابة : ----------

b. احسب نسبة عدد مرات إصابة السهم القسم الأحمر إلى عدد الرميات فى التجربة الثانية.

الإجابة : ----------

قارن هذه النسبة بالنسبة التي حصلت عليها في الفرع a. ماذا تلاحظ؟

الإجابة : ----------

عند تكرار التجربة عددًا كبيرًا من المرات يقترب التكرار النسبي من قيمة تُسمى **احتمال الحدث**.

احتمال الحدث (النواتج التي احتمالات حدوثها متساوية)

إذا كان E حدثًا في فضاء عيّنة S منتهٍ وغير خالٍ، ويشتمل على نواتج احتمالات حدوثها متساوية، يمكننا نمذجة احتمال الحدث E باستعمال القاعدة التالية:

$$P(E) = \frac{\text{عدد النواتج في } E}{\text{عدد النواتج في } S}$$

اوجد احتمال كل حدث فيما يلي .

- **الحصول على صورة عند القاء قطعة نقود معدنية واحدة .** ----------
- **الحصول على كتابة عند القاء قطعة نقود معدنية واحدة .** ----------

- **الحصول على العدد 5 عند القاء حجر نرد مرة واحدة .** ----------
- **الحصول على العدد 3 عند رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة.** ----------
- **الحصول على عدد زوجي عند رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة.** ----------
- **الحصول على عدد فردي عند القاء حجر نرد مرة واحدة .** ----------
- **الحصول على عدد اولي عند رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة.** ----------
- **الحصول على عدد اقل من 7 عند القاء حجر نرد مرة واحدة .** ----------
- **الحصول على عدد اكبر من 6 عند القاء حجر نرد مرة واحدة .** ----------
- **الحصول على عدد اقل من 4 عند تدوير قرص دوار مقسم الى اربعة أجزاء مرقمة من 1 إلى 4 مرة واحدة** -----
- **الحصول على عدد اولى عند تدوير قرص دوار مقسم الى ثمانية أجزاء مرقمة من 1 إلى 8 مرة واحدة** -----

إذا أدير المؤشر على القرص

a) ما احتمال وقوف المؤشر على العدد 6 ؟

b) ما احتمال عدم وقوف المؤشر على العدد 3 ؟

يراد سحب بطاقة عشوائياً من سلة تحتوي على 3 بطاقات خضراء (G) ، 4 صفراء (Y) و 5 زرقاء (B) .

احسب احتمال الحصول على :

a) بطاقة خضراء.

b) بطاقة خضراء أو صفراء.

c) بطاقة برتقالية.

الجدول التالي يبين نتائج تدوير قرص مقسم إلي أربعة الوان أبيض و أحمر و أزرق و أخضر

اللون	أبيض	أحمر	أزرق	أخضر
اللون المختار	10	5	7	8

(1) احسب الاحتمال لظهور اللون الأحمر ؟

(2) احسب الاحتمال لظهور أحد اللونين الأبيض أو الأزرق ؟

عدد طلاب السنة الأولى في إحدى الجامعات هو 350 طالبًا، وعدد طلاب السنة الثانية 250 طالبًا، وعدد طلاب السنة الثالثة 275 طالبًا.

إذا اختير أحد الطلاب بشكل عشوائي لعضوية المجلس الطلابي،

أوجد كلًّا مما يلي:

a. احتمال أن يكون هذا الطالب من طلاب السنة الأولى

b. احتمال أن يكون الطالب من طلاب السنة الثانية

أوجد احتمال سحب بطاقة تحمل الرقم 8 من مجموعة بطاقات مكونة من 52 بطاقة مرقمة من 1 إلى 13 كل 4 بطاقات منها تحمل نفس الرقم.

سحب بطاقة من 13 بطاقة منتظمة مقسمة إلى مجموعتين: مجموعة خضراء مكوّنة من 5 بطاقات مرقمة من 1 إلى 5، ومجموعة حمراء مكوّنة من 8 بطاقات مرقمة من 1 إلى 8

أوجد احتمال

a. الحصول على البطاقة التي تحمل العدد 5

b. الحصول على بطاقة لونها أخضر.

يحتوي صندوق على 5 كرات حمراء و 3 كرات برتقالية وكرتين بيضاء.

سحب أحمد كرة من الصندوق. ما احتمال أن تكون الكرة بيضاء؟

أُجريت دراسة على 35 000 شخص أصيبوا بفيروس كوفيد 19 (Covid-19) وتبيّن أن 34 300 شخص منهم قد تماثلوا للشفاء.

أوجد احتمال أن يشفى شخص مصاب بفيروس كوفيد 19.

حلّل الخطأ قالت دانة إن احتمال استقرار مؤشر القرص الدوار بعد تدويره على القسم الأبيض هو $\frac{1}{6}$، أوجد خطأ دانة وصحّحه.

تقوم تجربة عشوائية على اختيار الرقم الأول من أرقام الهواتف. افترض أن إمكانية حدوث كل من الأرقام من 0 إلى 9 هي نفسها. أوجد ما يلي:

a. فضاء العيّنة

b. احتمال الحصول على رقم زوجي

c. احتمال الحصول على رقم أصغر من 6

من المعلوم أن لكل هاتف محمول رمز عددي مكوّن من أربعة أرقام،

وأن الأرقام الأولى في هذه الرموز العددية تتبع توزيعات مشابهة جدًّا لما يلي:

الرقم الأول	الاحتمال
0	0.009
1	0.300
2	0.174
3	0.122
4	0.096
5	0.078
6	0.067
7	0.058
8	0.051
9	0.045

أوجد احتمالات الحوادث الآتية:

A: "الرقم الأول هو 1"

B: "الرقم الأول أكبر من 5"

C: "الرقم الأول عدد فردي"

D: "الرقم الأول عدد أولي"

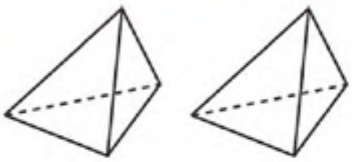
- اوجد احتمال الحصول على كتابة مرة واحدة عند القاء قطعة نقود مرتين .
- اوجد احتمال الحصول على صورة عند القاء قطعة نقود مرتين .
- اوجد احتمال الحصول على صورتين عند القاء قطعتي نقود منتظمتين ومتماثلتين.

عند القاء مكعبين منتظمين كلا منهما مرقم من 1 الى 6

- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما 4 .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما يساوي 9 .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما أصغر من 10 .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما عدد فردي .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما عدد زوجي .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما يقبل القسمة على 3 .

المجموع						
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

في تجربة القاء هرمين منتظمين كلا منهما مرقم من 1 الى 4



- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما يساوي 6 .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما أكبر من 8 .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما عدد فردي .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما عدد زوجي .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما يقبل القسمة على 5 .
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما عدد اولي .

المجموع				
	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

تم تدوير القرص الدوار المجاور المرقم من 1 إلى 6 مرتين ،

لنفترض أن فرص توقف المؤشر على الأعداد الستة لها نفس إمكانية الحدوث .

- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما يساوي 7
- أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما اكبر من 9

في تجربة القاء قطعة نقود وتدوير قرص دوار مقسم الى ثلاث أجزاء مرقمة من 1 الى 3 .

- أوجد فضاء العينة .

- حدد الحدث A : (الحصول على عدد زوجي و على الكتابة)

- أوجد احتمال الحدث A

في تجربة القاء قطعة نقود وحجر نرد .

- أوجد فضاء العينة .

- حدد الحدث B : (الحصول على عدد اكبر من 2 و على الصورة)

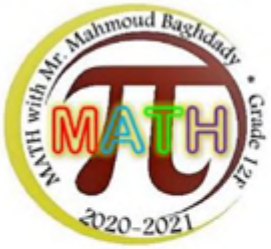
- أوجد احتمال الحدث B

في تجربة تدوير قرص دوار مقسم الى ثلاث أجزاء مرقمة من 1 الى 3 مرتين .

- أوجد فضاء العينة .

- حدد الحدث E : (الحصول على عددين مجموعهما 5)

- أوجد احتمال الحدث E



عند القاء مكعبين منتظمين كلا منهما مرقم من 1 الى 6

- أوجد فضاء العينة .

- حدد الحدث A : (الحصول على عددين مجموعهما 8)

- أوجد احتمال الحدث A

عند القاء قطعتي نقود منتظمتين ومتماثلتين

- أوجد فضاء العينة .

- حدد الحدث B : (الحصول على صورة مرة واحدة فقط)

- أوجد احتمال الحدث B

حلّل الخطأ يقول أحمد إن عدد النواتج الممكنة عند رمي هرمين منتظمين كل منهما مرقم من 1 إلى 4 يساوي 8 نواتج. بيّن خطأ أحمد وصححه.

دالة الاحتمال هي الدالة P التي تعيّن لكل حدث E في فضاء عيّنة S قيمة عددية تحقق الشروط التالية:

1. $0 \leq P(E) \leq 1$ لكل حدث E.
2. مجموع احتمالات كل النواتج في فضاء العيّنة S يساوي 1
3. $P(\varnothing) = 0$

أي من الأعداد التالية لا يمكن أن يكون احتمال حدث ما؟

Ⓐ 0 Ⓑ 0.95 Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ Ⓓ $\frac{3}{\pi}$ Ⓔ $\frac{\pi}{2}$

يربّي جاسم أرنبًا في قفص مكون من 4 حجرات. سجّل جاسم نسبة المدة التقريبية التي يمضيها هذا الأرنب في كل حجرة، وأنشأ الجدول التالي:

الحجرة	1	2	3	4
نسبة المدة	0.25	0.20	0.35	0.30

هل تمثّل هذه النسب دالة احتمال؟ وضّح إجابتك.

سجّل راشد ذات يوم نسب الفترات الزمنية التي يقضيها في إنجاز واجباته المنزلية، ثم انشأ الجدول التالي:

المادة	الرياضيات	علم الأحياء	الفيزياء	الكيمياء
النسبة	0.37	0.18	0.28	0.23

هل تمثل معطيات هذا الجدول دالة احتمال؟ وضّح إجابتك.

لتحديد الفريق الذي يرجّح فوزه ببطولة دوري كرة السلة، درس محلل رياضي نقاط القوة والضعف لدى كل فريق من الفرق الأربعة المتأهلة إلى النهائيات، ثم اقترح التوزيع الاحتمالي التالي ليبيّن احتمالات فوز كل فريق من هذه الفرق ببطولة الدوري.

الفريق	الاحتمال
A	$\frac{2}{5}$
B	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{1}{6}$
D	$\frac{1}{8}$

هل تمثّل المعطيات في الجدول أدناه دالة احتمال؟ وضّح إجابتك.

الجدول التالي يمثل التوزيع الاحتمالي لدالة احتمال ، أوجد قيمة K

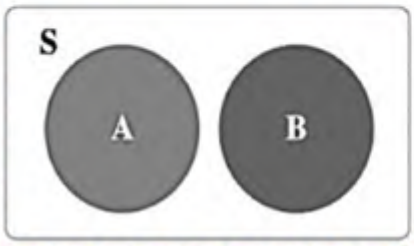
X	0	1	2
الاحتمال	0.35	0.25	K

الجدول التالي يمثل التوزيع الاحتمالي لدالة احتمال ، أوجد قيمة M

X	0	1	2	3
الاحتمال	0.3	M	0.1	$2M$

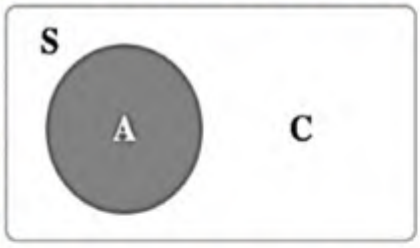
الدرس الثاني : احتمال الحوادث .

احتمالات الحوادث المتنافية



إذا كان A و B حدثين متنافيين، فإن

- $P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B)$
- $P(A \text{ و } B) = 0$



متممة الحدث A هي المجموعة 'A التي تتكوّن من جميع النواتج الموجودة في فضاء العيّنة وغير الموجودة في المجموعة A.

إذا كان الحدث 'A يمثّل عدم حدوث الحدث A فإن

$$P(A') = 1 - P(A)$$

ليكن الحدث A "عدد زوجي" أو $A = \{2, 4, 6, 8\}$.

والحدث C "يقبل القسمة على 3"، أو $C = \{3, 6\}$.

والحدث B "عدد فردي"، أو $B = \{1, 3, 5, 7\}$.

هل الحدثان A و B متنافيان؟ وضّح إجابتك.

تجربة تدوير القرص الدوار أدناه ، اذا كان الحدث A : " عدد أصغر من 3 " و الحدث B : " عدد أكبر من 5 "

- **أوجد احتمال الحدث A :**
- **أوجد احتمال الحدث B :**
- **أوجد احتمال $P(A \text{ أو } B)$:**
- **أوجد احتمال $P(A \text{ ليس})$:**

تجربة تدوير القرص الدوار أدناه ، اذا كان الحدث A : " عدد أصغر من 5 " و الحدث B : " عدد أكبر من 7 "

- أوجد احتمال الحدث A :
- أوجد احتمال الحدث B :
- أوجد احتمال P(A أو B) :
- أوجد احتمال(ليس P(B :

رميت مكعبًا منتظمًا مرقمًا من 1 إلى 6 مرة واحدة.

ليكن E يمثّل الحدث "ظهور عدد زوجي"، و T يمثّل الحدث "ظهور 3 أو 5"

- ما احتمال ظهور عدد زوجي
- ما احتمال ظهور 3 أو 5؟
- ما احتمال عدم ظهور عدد زوجي؟
- ما احتمال عدم ظهور 3 أو 5؟
- ما احتمال ظهور عدد زوجي أو ظهور 3 أو 5؟
- ما احتمال حصولك على عدد زوجي وعلى 3 أو 5؟
- ما احتمال حصولك على العدد 3 و العدد 5 ؟

يحتوي كيس على 40 كرة زجاجية: 8 منها خضراء و 2 زرقاوان. إذا سحبت كرة عشوائيًا، ما احتمال كل من الحدثين التاليين؟

a. الكرة خضراء أو زرقاء.

b. الكرة ليست خضراء ولا زرقاء.

يحتوي صندوق على 100 كرة متماثلة، 30 كرة منها أرجوانية اللون و 10 كرات برتقالية اللون.
إذا سحبتَ إحدى الكرات عشوائيًا من الصندوق، ما احتمال كل من الحدثين التاليين؟

a. أن تكون الكرة أرجوانية أو برتقالية.

b. أن لا تكون الكرة أرجوانية ولا برتقالية.

يتكون فريق مدرسي من 18 رياضيا موزعين كما في الجدول أدناه ، ويرغب معلم الرياضة في اختيار قائد للفريق:

الصف	السادس	الخامس	الرابع
عدد الطلاب	4	6	8

ما احتمال أن يكون قائد الفريق من الصف الرابع أو السادس ؟

ما احتمال أن يكون قائد الفريق من الصف الخامس أو الرابع ؟

ما احتمال أن يكون قائد الفريق ليس من الصف الرابع ؟

اذا كان الحدثان A و B متنافيين وكان : $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.4$

- **أوجد احتمال** $P(A \text{ أو } B)$
- **أوجد احتمال** $P(\text{ليس } B)$

اذا كان الحدثان A و B متنافيين وكان : $P(A) = 0.2$ ، $P(A \text{ أو } B) = 0.8$

- **أوجد احتمال** $P(B)$
- **أوجد احتمال** $P(B')$

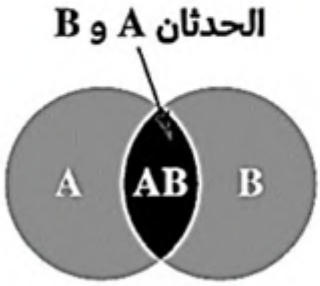
اذا كان الحدثان A و B متنافيين وكان : $P(B) = 0.1$ ، $P(A \text{ أو } B) = 0.5$

- **أوجد احتمال** $P(A)$
- **أوجد احتمال** $P(A')$

احتمالات الحوادث غير المتنافية

إذا كان A و B حدثين غير متنافيين، فإن

$$P(A \text{ أو } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ و } B)$$



اذا كان A و B حدثان غير متنافيان وكان : $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.5$ ، $P(A \text{ و } B) = 0.3$

- أوجد احتمال $P(A \text{ أو } B)$

اذا كان E و D حدثان غير متنافيان وكان : $P(E) = 0.6$ ، $P(D) = 0.2$ ، $P(E \text{ و } D) = 0.1$

- أوجد احتمال $P(E \text{ أو } D)$
- أوجد احتمال $P(E')$

اذا كان A و B حدثان غير متنافيان وكان : $P(A) = 0.3$ ، $P(B) = 0.8$ ، $P(A \text{ أو } B) = 0.9$

- أوجد احتمال $P(A \text{ و } B)$

اذا كان A و B حدثان بحيث كان : $P(B) = \frac{3}{4}$ ، $P(A) = \frac{3}{8}$ ، $P(A \text{ و } B) = \frac{1}{4}$

- أوجد احتمال $P(A \text{ أو } B)$
- أوجد احتمال $P(B')$

اذا كان A و B حدثان بحيث كان : $P(B) = 0.3$ ، $P(A \text{ و } B) = 0.5$ ، $P(A \text{ أو } B) = 0.6$

- أوجد احتمال $P(A)$

اذا كان A و B حدثان بحيث كان : $P(A) = 45\%$ ، $P(A \text{ و } B) = 15\%$ ، $P(A \text{ أو } B) = 80\%$

- أوجد احتمال $P(B)$
- أوجد احتمال $P(B')$

احتمال وقوع كلا الحدثين A و B يساوي 15%، واحتمال وقوع الحدث A أو B يساوي 60%، واحتمال وقوع الحدث B يساوي 50%، ما احتمال وقوع الحدث A؟

صف به 35 طالب ، منهم 25 طالب يفضلون مادة الرياضيات ، و 18 طالب يفضلون مادة العلوم ، و 8 طلاب يفضلون المادتين معاً ، تم اختيار طالباً عشوائياً . أوجد احتمال أن يفضل الطالب مادة الرياضيات أو مادة العلوم .

نادي رياضي به 50 لاعب ، منهم 30 لاعب يمارسون رياضة كرة القدم ، و 22 طالب يمارسون رياضة كرة السلة ، و 12 لاعب يمارسون الرياضتين معاً ، تم اختيار لاعبًا عشوائياً .

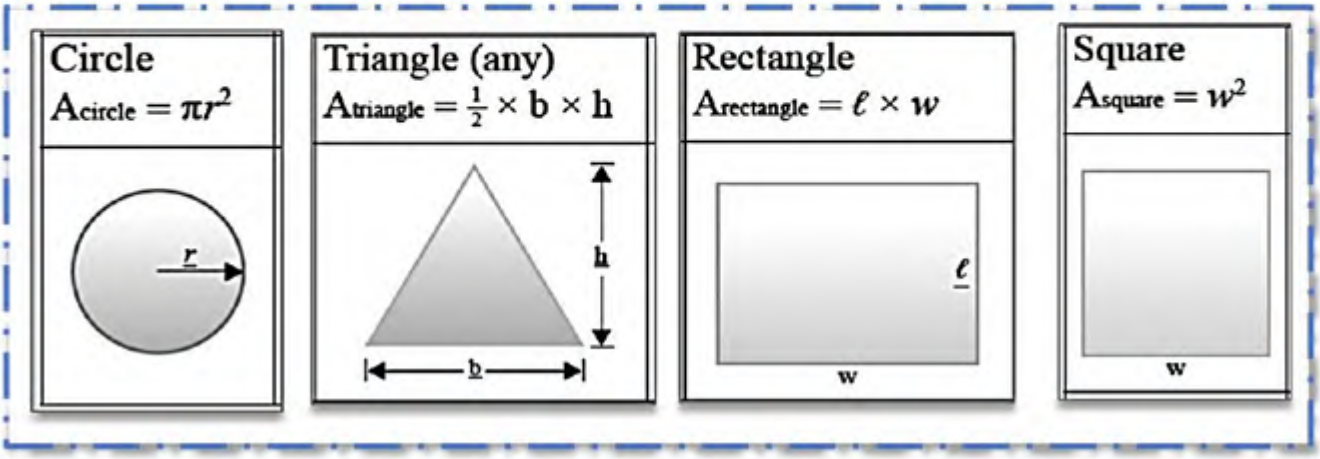
أوجد احتمال أن يمارس اللاعب رياضة كرة القدم أو رياضة كرة السلة

حلّل الخطأ يبلغ عدد الطلاب في إحدى المدارس الثانوية 400 طالب، 6 طلاب منهم أعضاء في كل من نادي الشطرنج ونادي الرياضيات. عدد أعضاء نادي الرياضيات 20 طالبًا، وعدد أعضاء نادي الشطرنج 12 طالبًا. حسبت موزة احتمال أن يكون طالب اختير عشوائيًا عضوًا في نادي الشطرنج أو في نادي الرياضيات، كما هو مبيّن أدناه. وضّح خطأ موزة وصحّحه.

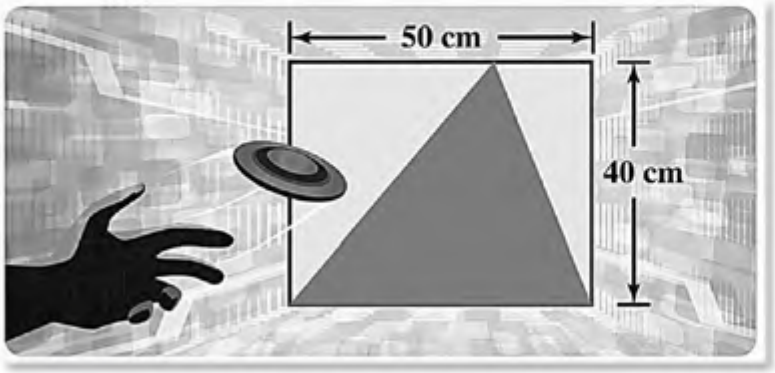
الحدث C: الطالب عضو في نادي الشطرنج
الحدث M: الطالب عضو في نادي الرياضيات

$$P(C \text{ أو } M) = P(C) + P(M)$$
$$= \frac{12}{400} + \frac{20}{400}$$
$$= \frac{32}{400} = 0.08$$

* إيجاد احتمالات الاحداث (المتنافية – غير المتنافية) باستخدام مساحات الاشكال الهندسية *

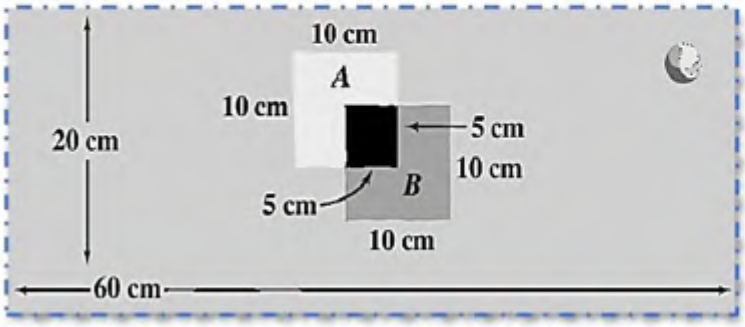


تلعب هَيا لعبة فيديو تتمثّل في رمي قرص على لوح بحيث يصيب القرص القسم المثلث الشكل.
إذا كانت فرص إصابة القرص أي مكان في اللوحة لها نفس إمكانية الحدوث،
ما احتمال أن تتمكن هَيا من إصابة المثلث؟ وضّح إجابتك.



يرمي رجل آلي في مهرجان كرة عشوائيًا على هدف مربع الشكل طول ضلعه 8 in وفي وسطه حفرة نصف قطرها 3 in
أوجد احتمال مرور الكرة عبر الحفرة. قرّب الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية.

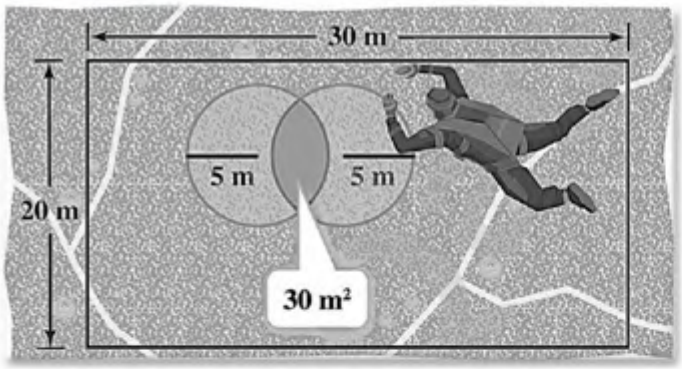
يحتوي هدف صنعه طالب على مربعين متداخلين. افترض أن فرص استقرار كرة لاصقة على أي مكان في الهدف لها نفس إمكانية الحدوث. ما احتمال استقرار الكرة داخل أحد المربعين أو داخل كليهما؟



فرص هبوط لاعب القفز المظلي الحر في أي نقطة من ميدان مستطيل الشكل لها نفس إمكانية الحدوث.

تم تحديد هدفين دائريين متداخلين في الميدان طول نصف قطر كل منهما 5 m

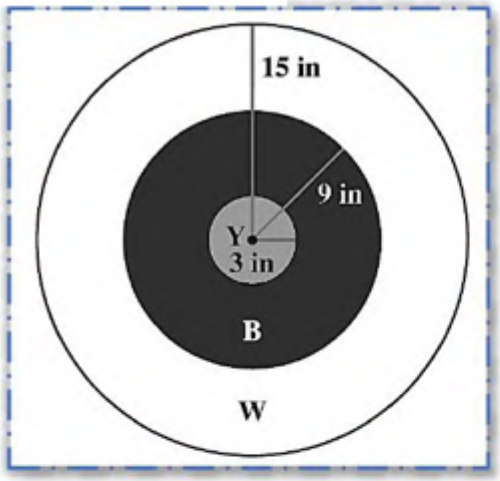
ما احتمال أن يهبط لاعب القفز المظلي الحر في إحدى الدائرتين أو فى كلتيهما؟



قرّب الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية.

تُلعَب لعبة فيديو على شاشة كمبيوتر مستطيلة أبعادها 34 cm في 20 cm وتمثّل سفينة فضائية بدائرتين متداخلتين طول نصف قطر كل منهما 6 cm ومساحة منطقة تداخلهما $20\ cm^2$،
وفرص ظهور ثقب أسود في أي نقطة على الشاشة لها نفس إمكانية الحدوث.
ما احتمال ظهور ثقب أسود داخل السفينة الفضائية؟ قرّب الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة.

تُجري سارة بحثاً علمياً ، وتريد معرفة ما اذا كان النمل يفضل لونا معين ، لذا اطلقت مجموعة من النمل على السطح المبين أدناه . اذا وزعت سارة النمل عشوائياً على السطح بأكمله .
ما احتمال وجود نملة معينة داخل الدائرة السوداء ، لكن خارج الدائرة الرمادية ؟



احتمال الحوادث المستقلة

إذا كان A و B حدثين مستقلين،
فإن $P(A \text{ و } B) = P(A) \times P(B)$.

إذا كان $P(A \text{ و } B) = P(A) \times P(B)$،
فإن A و B حدثان مستقلان.

ألقيت قطعة نقد وأدير قرص دوار مكون من 3 مناطق متطابقة مرقمة من 1 إلى 3 .
أوجد احتمال ظهور الكتابة T على قطعة النقد واستقرار المؤشر على العدد 2 .

إذا ألقيت قطعة نقد ومكعب مرقم من 1 إلى 6 ، ما احتمال ظهور الصورة على قطعة النقد والعدد 5 على وجه المكعب ؟

أديـر قرص مقسـم إلى 6 مناطق متطابقة ومرقمة مـن 1 إلى 6 ، وألقيت قطعة نقد مرة واحدة،
ما احتمال وقوف المؤشر على عدد أولي وظهور الكتابة على قطعة النقد.

افترض أنك ترمي مكعبًا منتظمًا مرقمًا من 1 إلى 6 مرتين.

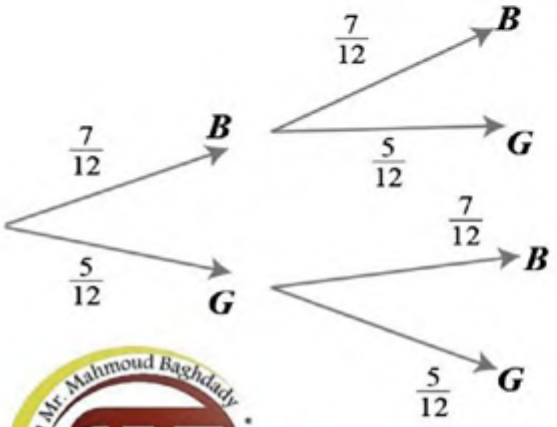
- ما احتمال الحصول على عدد زوجي في المرة الأولى وعلى عدد أصغر من 3 في المرة الثانية؟

- ما احتمال الحصول على عدد فردي في المرة الأولى وعلى عدد أكبر من 3 في المرة الثانية؟

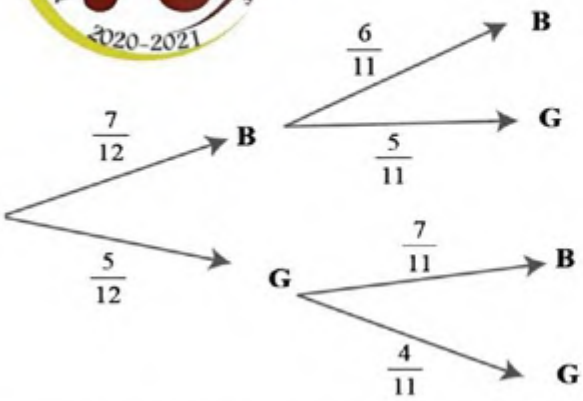
ايجاد الاحتمالات باستعمال الشجرة الاحتمالية

صندوق به 7 كرات زرقاء و 5 كرات خضراء، سحبت كرتان عشوائيا باستخدام الشجرة الاحتمالية.

a) أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوان إذا كان السحب مع الإرجاع.



b) أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوان إذا كان السحب بدون إرجاع .



يحتوي صندوق على 10 بطاقات، 5 سوداء و 5 حمراء. تم سحب بطاقتين من الصندوق، بطاقة واحدة كل مرة

a. سحبت بطاقة عشوائيًا مع الإرجاع ثم سحبت بطاقة أخرى على التوالي.

هل يؤثر لون البطاقة المسحوبة الأولى في احتمالات البطاقة المسحوبة الثانية؟ وضّح إجابتك.

b. تم سحب بطاقة عشوائيًا بدون إرجاعها إلى الصندوق، ثم سُحبت بطاقة أخرى

هل يؤثر لون البطاقة المسحوبة الأولى في احتمالات البطاقة المسحوبة الثانية؟ وضّح إجابتك.

تم سحب كرتين عشوائيًا، واحدة في كل مرة، من صندوق يحتوي على 7 كرات: 5 منها حمراء و 2 خضراوان.

a. أوجد احتمال سحب كرتين حمراوين عند إرجاع الكرة الأولى إلى الصندوق قبل سحب الكرة الثانية.

b. حدّد ما إذا كان الموقف الموصوف يمثّل حدثين مستقلين أم لا.

صندوق يحتوي على 7 كره حمراء و 5 كرات خضراء. تم اختيار عشوائيا كرتان من الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة إلي الصندوق قبل إجراء عملية السحب مرة أخري . اوجد الاحتمالات الاتية

1 . ان تكون الكرتان حمراء

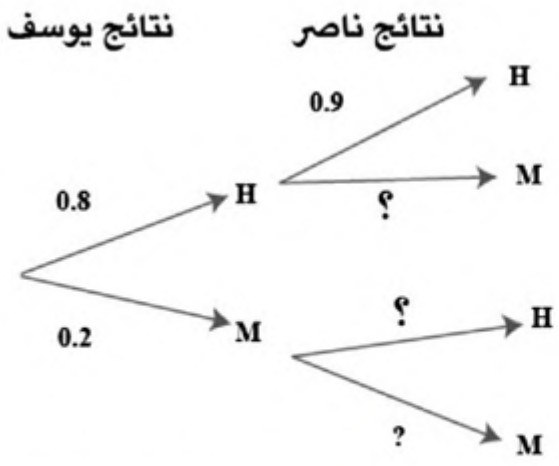
2 . ان تكون الكرة الأولى خضراء والثانية حمراء

صندوق يحتوي على 4 بطاقات حمراء و بطاقتين صفراوين. سحبت من الصندوق بطاقتان عشوائياً على التوالي بدون ارجاع . احسب احتمال أن تكون البطاقتان المسحوبتان لونهما أحمر .

حقيبة تحتوي على 6 كرات بيضاء ، و 4 كرات سوداء ، سحبت كرتان على التتابع دون ارجاع .
احسب احتمال أن تكون الكرتان من نفس اللون .

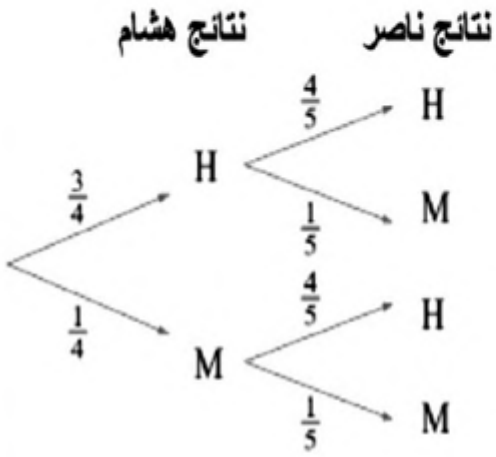
في القرص الدوّار المبيّن في الشكل المجاور، احتمال استقرار المؤشر على اللون الأزرق في كل دورة يساوي $\frac{1}{3}$ ، واحتمال استقراره على اللون البرتقالي في كل دورة يساوي $\frac{2}{3}$. إذا دوّرت هذا القرص مرتين ما احتمال استقرار المؤشر على نفس اللون في المرتين؟ وضّح إجابتك.

إذا كان احتمال اصابة ناصر للهدف يساوي 0.9 واحتمال إصابته من قبل يوسف 0.8.
اكتب الفضاء العيني وأوجد احتمال كل ناتج من النواتج



في مسابقة للرماية كان : احتمال إصابة هشام للهدف $\frac{3}{4}$ ، واحتمال إصابة ناصر للهدف $\frac{4}{5}$

حيث : H تمثل إصابة الهدف ، M تمثل عدم إصابة الهدف . فما احتمال(probability)



1) أن يصيب كلاهما الهدف ؟

2) أن يصيب أحدهما الهدف ؟

في مباراة لكرة القدم، استحق أحد الفريقين ركلتَي جزاء تصدّى لهما أحد اللاعبين.

افترض أن احتمال تسجيل هذا اللاعب هدفًا من كل ركلة جزاء يساوي 0.8

a. ما احتمال أن يسجّل اللاعب هدفين من ركلتَي الجزاء؟

b. ما احتمال أن لا يسجّل اللاعب أي هدف من ركلتَي الجزاء؟

الدرس الثالث : الاحتمال المشروط .

صيغة الاحتمال المشروط.

بالنسبة لأي حدثين A و B، فإن $P(B/A) = \frac{P(B \text{ و } A)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

لتكن $P(A) = \frac{3}{4}$ و $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A \text{ و } B) = \frac{1}{6}$ أوجد الاحتمال في كل من الحالتين أدناه.

a. $P(B/A)$

b. $P(A/B)$

اذا كان $P(G) = 0.59$ و $P(W) = 0.73$ و $P(W \text{ و } G) = 0.18$ ، أوجد الاحتمالات في كلاً مما يلي :-

a. $P(W/G)$

b. $P(G/W)$

هل $P(W/G) = P(G/W)$ ؟ ----------

اذا كان $P(C) = 64\%$ و $P(A) = 51\%$ و $P(A \text{ و } C) = 22\%$ ، أوجد الاحتمالات في كلاً مما يلي :-

a. $P(C/A)$

b. $P(A/C)$

هل $P(A/C)$ يساوي $P(C/A)$ ؟ ----------

حلّل الخطأ يعلم منصور أن $P(\text{حمراء}) = 0.8$، و $P(\text{زرقاء}) = 0.2$، و $P(\text{حمراء و زرقاء}) = 0.05$
بيّن خطأ منصور في إيجاد الاحتمال أدناه، وصحّحه.

$$P(\text{حمراء / زرقاء}) = \frac{0.05}{0.2} = 0.25$$ ✗

شكّل طلاب إحدى المدارس لجنة للأنشطة اللاصفية في المدرسة ، وذلك باختيار أعضائها عشوائيًا من بين الطلاب المنتسبين إلى الأندية الفاعلة في المدرسة وفق التوزيع المبيّن في الجدول التكراري المجاور . اذا تم اختيار طالبًا عشوائيا . أجب عن الأسئلة الاتية .

الطلاب المنتسبون إلى الأندية الفاعلة

	مسرح	علوم	فنون	المجموع
العاشر	3	9	24	36
الحادي عشر	6	18	16	40
الثاني عشر	8	13	18	39
المجموع	17	40	58	115

1- أوجد احتمال أن يكون الطالب الذي تم اختياره من الطلاب المنتسبين إلى نادي الفنون ، هو أحد طلاب الصف الحادي عشر (نادي الفنون / الحادي عشر) P

2- أوجد احتمال أن يكون عضواً من لجنة المسرح من طلاب الصف العاشر ، (المسرح / العاشر) P ؟

3- أوجد احتمال أن يكون طالب في الصف العاشر عضواً في لجنة المسرح ، (العاشر /المسرح) P ؟

4- هل (المسرح / العاشر) P هو نفس (العاشر /المسرح) P ؟ ----------

استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد احتمال الحدث المعطى.

	سنة أولى	سنة ثانية
برمجة الكمبيوتر	16	24
تصميم الألعاب	18	22

P(تصميم الألعاب / سنة أولى)

P(برمجة الكمبيوتر / سنة ثانية)

P(سنة أولى / تصميم الألعاب)

P(سنة ثانية / برمجة الكمبيوتر)

يبيّن الجدول أدناه مشاركة الطلاب في صحيفة المدرسة والكتاب السنوي بحسب السنة الدراسية.

أعضاء نادي الصحافة

	الحادي عشر	الثاني عشر
الصحيفة	16	9
الكتاب السنوي	8	17

ما احتمال أن يكون عضو مشارك في صحيفة المدرسة طالبًا في الصف الثاني عشر؟

تجرّب شركة أدوية دواءً جديدًا، وقد اختارت بعض المرضى عشوائيًا إما لتناول دواء تجريبي وإما لتناول دواء وهمي.

تأثير الدواء التجريبي بالمقارنة مع الدواء الوهمي

	الدواء التجريبي	الدواء الوهمي
المرضى الذين تحسنت حالتهم	53	47
المرضى الذين لم تتحسن حالتهم	65	35

أوجد احتمال أن يكون أحد المرضى الذين يتناولون الدواء التجريبي قد أبدى تحسنًا.
قرّب الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة.

يبلغ عدد أعضاء نادٍ رياضي 1 500 عضو، 200 منهم طلاب في إحدى المدارس الثانوية. 300 عضو من أعضاء النادي يمارسون السباحة. عدد أعضاء فريق السباحة المدرسي 45، وجميعهم من أعضاء النادي.

- أوجد احتمال أن يكون عضو في النادي الرياضي، تم اختياره عشوائيًا من طلاب المدرسة الثانوية، عضوًا في فريق السباحة المدرسي.

الاحتمال المشروط والحوادث المستقلة

بالنسبة لأي حدثين A و B، حيث $P(A) \neq 0$ و $P(B) \neq 0$ يكون الحدثان A و B مستقلين

إذا وفقط إذا كان $\boxed{P(B / A) = P(B)}$ و $\boxed{P(A / B) = P(A)}$

اذا كان B و A حدثان مستقلين وكان $P(B) = 0.8$ و $P(A) = 0.2$ ، أوجد الاحتمالات في كلاً مما يلي :-

i. $P(B / A)$

ii. $P(A / B)$

اذا كان B و A حدثان مستقلين وكان $P(E) = 45\%$ و $P(C) = 15\%$ ، أوجد الاحتمالات في كلاً مما يلي :-

i. $P(C / E)$

ii. $P(E / C)$

أي من أزواج الحوادث التالية حوادث مستقلة؟

Ⓑ الحدثان A و B، حيث $P(B / A) = \frac{1}{3}$ و $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(B) = \frac{5}{9}$

Ⓓ الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.30$ و $P(B) = 0.25$ و $P(A \text{ و } B) = 0.075$

Ⓔ الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.40$ و $P(B) = 0.3$ و $P(A \text{ و } B) = 0.012$

كيف يمكن تبسيط الصيغة $P(A \text{ و } B) = P(A) \times P(B / A)$ لإيجاد الاحتمال B و A عندما يكون الحدثان مستقلين؟

يبيّن الجدول أدناه عدد الطلاب في فريقين مختلفين بحسب الصف الدراسي.

أعضاء الفرق بحسب الصف الدراسي

	الصف العاشر	الصف الحادي عشر
فريق الجري	9	6
فريق كرة القدم	12	23

اذا تم اختيار أحد هؤلاء الطلاب عشوائيا لإجراء مقابلة . أجب عن الأسئلة الاتية .

- أوجد احتمال كلا من :

P (فريق الجري)	P (طالب في الصف الحادي عشر)
P (طالب في الصف الحادي عشر / فريق الجري)	P (فريق الجري / طالب في الصف الحادي عشر)

- هل اختيار طالب في الصف الحادي عشر واختيار عضو في فريق الجري حدثان مستقلان أم غير مستقلين؟

- **هل يعدّ اختيار طالب في الصف العاشر واختيار عضو في فريق كرة القدم حدثين مستقلين؟**

يبيّن الجدول أدناه معلومات عن المركبات المتوقفة في مرآب للسيارات في فترة بعد الظهر من أحد الأيام.

	سيارة	حافلة صغيرة	شاحنة صغيرة	المجموع
حمراء	5	0	2	7
بيضاء	0	0	2	2
سوداء	6	3	4	13
المجموع	11	3	8	22

إذا اخترنا إحدى المركبات عشوائيًا وكان B هو الحدث "أن تكون المركبة سوداء"

و V هو الحدث "أن تكون المركبة حافلة صغيرة"، فهل الحدثان B و V مستقلان أم غير مستقلين؟

اذا كان W الحدث " اختيار مركبة بيضاء " و S الحدث " اختيار شاحنة صغيرة " هل الحدثان W و S مستقلان ؟

ليكن R الحدث "اختيار مركبة حمراء" و C الحدث "اختيار سيارة". هل الحدثان R و C مستقلان

تجرّب شركة أدوية دواءً جديدًا، وقد اختارت بعض المرضى عشوائيًا إما لتناول دواء تجريبي وإما لتناول دواء وهمي.

تأثير الدواء التجريبي بالمقارنة مع الدواء الوهمي

	الدواء التجريبي	الدواء الوهمي
المرضى الذين تحسنت حالتهم	53	47
المرضى الذين لم تتحسن حالتهم	65	35

هل تناول "الدواء التجريبي" و "إبداء التحسن" حدثان مستقلان أم غير مستقلين؟

لنفترض أنك تختار بطاقة عشوائيًا من مجموعة البطاقات أدناه .

W2	B3	W4	B3	B2	W3

يمثل B الحدث " سحب بطاقة رمادية " ويمثل T الحدث " سحب بطاقة تحمل الرقم 3 "
هل B و T حدثان مستقلان ؟ وضح إجابتك .

حلّل الخطأ اختيرت بطاقة واحدة عشوائيًا من خمس بطاقات مرقمة من 1 إلى 5،
بيّن خطأ خالد وصحّحه.

يقول خالد

إن سحب عدد زوجي وسحب عدد أولي حدثان غير مستقلين

لأن P (زوجي) = 0.4 و P (زوجي / أولي) = 0.5،

في دراسة مسحية شملت 50 طالبًا من طلاب الصف الحادي عشر و 50 طالبًا من طلاب الصف الثاني عشر، قال 60 منهم إنهم يمارسون التمارين الرياضية يوميًا. 32 طالبًا من هؤلاء الطلاب هم من طلاب الصف الثاني عشر.

A استعمل البيانات أعلاه لرسم جدول تكراري.

B أوجد احتمال أن يكون طالب يمارس التمارين الرياضية يوميًا في الصف الثاني عشر.

C أوجد احتمال أن يكون طالب يمارس التمارين الرياضية يوميًا في الصف الحادي عشر.

ماذا يمكنك أن تستنتج من نتائج الدراسة المسحية بخصوص العلاقة بين ممارسة التمارين الرياضية والصف الذي ينتمي إليه الطالب؟

يحتوي صندوق على 3 كرات حمراء و 7 كرات زرقاء. تم سحب كرتين من الصندوق بدون إرجاع حسب خالد احتمال أن تكون هاتان الكرتان المسحوبتان حمراوين.

أوجد خطأ خالد وصحّحه.

$$P(\text{حمراء}) = 0.3$$
$$P(\text{حمراء و حمراء}) = P(\text{حمراء}) \times P(\text{حمراء})$$
$$= 0.3 \times 0.3$$
$$= 0.09$$ ✗

يحتوي صندوق على 50 بطارية، 10 منها فارغة و 5 ضعيفة. افترض أنك تختار من الصندوق عشوائيًا بطاريات فارغة أو ضعيفة بهدف إعادة التدوير. إذا كانت أول بطارية اخترتها فارغة والثانية ضعيفة، أوجد احتمال أن تكون البطارية الثالثة ضعيفة.

تصنع هند طاولة باستعمال قطع خزفية تختارها وتركّبها عشوائيًا. تختار هند القطع بدون النظر إليها

حيث ألوان قطع الخزف كالتالي : " 3 قطع صفراء" و " 4 قطع خضراء" و " 6 قطع زرقاء" و " 2 قطعة حمراء"

قارن بين (الأولى زرقاء / الثانية صفراء)P و (الأولى صفراء / الثانية صفراء)P إذا كانت هند تختار القطع بدون إرجاعها.

ثم قارن بين القيمتين إذا كانت هند تعيد القطع التي تختارها إلى مجموعة القطع لأنها تريد لونًا آخر.

استعمل صيغة الاحتمال المشروط لإيجاد الاحتمال المركب.

اكتب $P(B / A) = \frac{P(A \text{ و } B)}{P(A)}$ في الصورة $P(A \text{ و } B) = P(A) \times P(B / A)$

أجرى المدير الفني لفريق كرة قدم دراسة مسحية لمعرفة نسبة مشجعي الفريق في عدد من المدارس الثانوية نتيجة الدراسة المسحية مبيّنة في الشكل المجاور.

نتائج استبيان مشجعي كرة القدم

الطلاب الذين يرغبون حضور المباراة

- 70% من الطلاب يرغبون في الحضور.
- 80% من الطلاب الذين يرغبون في الحضور هم من مشجعي الفريق.

الطلاب الذين لا يرغبون في حضور المباراة

- 30% من الطلاب لا يرغبون في الحضور.
- 25% من الطلاب الذين لا يرغبون في الحضور هم من مشجعي الفريق.

- **أوجد احتمال أن يكون طالب شملته الدراسة من الراغبين في حضور المباراة ومن مشجّعي الفريق.**
- أوجد احتمال أن يرغب طالب حضور مباراة الفريق وهو ليس من مشجعيه

في إحدى المدارس الثانوية، الرياضة المفضلة لدى 40% من الطلاب هي كرة القدم.

20% من هؤلاء الطلاب هم من طلاب الصف العاشر فيما 30% من الطلاب الذين يفضّلون رياضة أخرى هم من الصف العاشر.

أوجد احتمال أن يكون طالب اختير عشوائيًا من طلاب الصف العاشر ورياضته المفضلة كرة القدم.

في مهرجان مدرسي، 5% من الطلاب سيربحون جائزة. فرص حصول الفائز على جائزة من الجوائز الخمس المبيّنة أدناه لها نفس إمكانية الحدوث.

أوجد احتمال أن يربح طالب في المهرجان قصة مصوّرة. وضّح إجابتك.

يشارك جاسم في مسابقة واحتمال فوزه بجائزة يساوي 3% ، ومن يفوز بجائزة في هذه المسابقة لديه فرصة نسبتها 25% للفوز بتذكرتي مسرح. أوجد احتمال فوز جاسم بتذكرتي المسرح.

وجد مراقب الإنتاج في إحدى الشركات أن 1% من وحدات الذاكرة المحمولة التي تنتجها الشركة معيبة.

إذا كان خط التركيب A ينتج 20% من وحدات الذاكرة المحمولة عمومًا،

أوجد احتمال أن تكون وحدة ذاكرة محمولة معيبة ومختارة عشوائيًا، هي من الحزام الناقل A.

استعمال الاحتمال المشروط لاتخاذ قرار

يريد خبير في التسويق استعمال البيانات الإحصائية لمبيعات الهواتف الجوالة الواردة في الجدول أدناه لوضع خطة لحملة تسويق إلكترونية.

يريد الخبير معرفة المنتج الأكثر مبيعًا بعد أن أجرى المشترون بحثًا إلكترونيًا عنه، أي عبر الإنترنت.

البحث الإلكتروني عن الهواتف الجوالة وسلوك المشترين

المنتج	البحث (S)	البحث (S) والشراء (B) (S و B)
W	46%	16%
X	32%	14%
Y	35%	12%
Z	40%	15%

جمع خبير التسويق بيانات عن مبيعات الحواسيب أيضًا.

أي منتج يرجّح أن يكون الأكثر مبيعًا بعد إجراء بحث إلكتروني عنه؟

البحث الإلكتروني عن الحواسيب وسلوك المشترين (نسبة الباحثين عن حاسوب من زوار الموقع الإلكتروني)

المنتج	البحث	البحث والشراء
J	35%	10%
K	28%	9%
L	26%	8%
M	24%	5%

الدرس الرابع : التباديل و التوافيق .

استعمال مبدأ العد

إذا كانت هناك m طريقة لاختيار الخيار الأول و n طريقة لاختيار الخيار الثاني،

فهذا يعني أن هناك $\boxed{m \times n}$ طريقة لاختيار الخيارين معًا.

إذا أضيف خيار ثالث، p، إلى هذين الخيارين

يصبح لدينا $\boxed{m \times n \times p}$ طريقة لاختيار الخيارات الثلاثة معًا، وهكذا.

يملك نواف مطعمًا للبيتزا، ويريد الإعلان عن أصناف البيتزا التي يقدّمها مطعمه.

ما عدد أصناف البيتزا المختلفة المتوافرة في مطعم نواف؟

بيتزا نواف

الحجم:
كبير L، وسط M
العجينة:
سميكة D، رقيقة T
المكون الأساسي:
سجق S، خضار V، جبن C

يريد جاسم شراء سيارة، وتتوفّر له إمكانية اختيار نوع واحد من 3 أنواع (عادية أو رياضية أو فاخرة)، ونوع واحد من نوعين من ناقل الحركة (آلي أو يدوي)، ولون واحد من 8 ألوان.

ما عدد خيارات السيارات المختلفة التي يمكن لجاسم أن يختار منها؟ وضّح إجابتك.

هناك ثلاثة طرق من المدينة "A" إلى المدينة "B"، وأربعة طرق من المدينة "B" إلى المدينة "C". كم عدد خيارات الطرق التي يمكن استعمالها للانتقال من المدينة "A" إلى المدينة "C" مرورًا بالمدينة "B"؟

يقدم مطعماً عرضًا خاصًا للشطائر حيث يمكنك الاختيار بين ثلاث أنواع من الخبز ، و ثلاث أنواع من المكونات الأساسية ، و خمسة أنواع من الإضافات الجانبية

ما عدد الخيارات التي يمكن بها اختيار شطيرة ؟

قائمة الطعام	
الخبز:	عادي، بالسمسم، بالشوفان
المكونات الأساسية:	لحم، دجاج، جبن
الإضافات الجانبية:	أرز، طماطم، مايونيز، خردل ، خس

يتألف أحد اختبارات الرياضيات من قسمين.

في القسم الأول يتم الاختيار من بين موضوعين: الهندسة أو العمليات الحسابية.

في القسم الثاني يمكن الاختيار من بين ثلاثة موضوعات: الإحصاء أو الهندسة التحليلية أو الاحتمال

أوجد عدد التشكيلات المختلفة من مواضيع هذا الاختبار.

يرغب خالد في اختيار بنطال وقميص من خزانته التي تحتوي أربعة بناطيل مختلفة وخمسة قمصان. ما عدد الخيارات الممكنة لدى خالد؟

اختيار من متعدد

في أحد المطاعم يمكن الاختيار من بين 3 أنواع من المقبّلات وأربعة أطباق رئيسية، ، ونوعين من أطباق التحلية. العدد الإجمالي للتشكيلات الممكنة من الوجبات المختلفة عند تناول الطعام في هذا المطعم هي:

A. 9

B. 14

C. 24

D. 48

إذا كانت لوحات السيارات في بلد ما تتشكل من رقمين يسارًا متبوعين بحرفين من الحروف الإنجليزية، متبوعين بثلاثة أرقام، شرط ألّا تتكرر الأرقام والحروف في اللوحات

ما عدد لوحات السيارات الممكنة في هذا البلد؟

تتكون لوحة السيارة في بعض البلدان من ثلاثة أحرف إنجليزية يسارًا، متبوعة بثلاثة أرقام (من 0 إلى 9)

أوجد عدد اللوحات المختلفة التى يمكن إنتاجها:

A. إذا لم تكن هناك شروط على الأحرف ولا على الأرقام المستخدمة.

B. إذا كان هناك شرط أن لا يتكرر حرف أو رقم في اللوحة.

تختار شركة للهواتف الخلوية رمز أمان مكونًا من 5 أرقام مختارة بشكل عشوائي من الأرقام 0 إلى 9

a. إذا كان تكرار الأرقام ممنوعًا، ما عدد الخيارات الممكنة

b. إذا كان تكرار الأرقام مسموحًا، ما عدد الخيارات الممكنة

بكم طريقة يمكن إعداد رمز مكوّن من 3 أرقام لقفل باستعمال الأعداد من 0 إلى 9 شرط عدم تكرار أى رقم؟

إيجاد عدد التباديل

مضروب العدد الصحيح الموجب n هو ناتج ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة الأصغر من أو تساوي n، ويُكتب $n!$ ويُقرأ مضروب n. وفق هذا التعريف، $0!$ يساوي 1

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1$$

التباديل هي ترتيبات معيّنة لبعض أو جميع عناصر مجموعة ما.

عدد التباديل لمجموعة مكوّنة من n عنصرًا مأخوذة r عنصرًا كل مرة هو

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

تريد منى إعداد قائمة بالمقطوعات الموسيقية الثلاث المفضلة لديها في ترتيب معيّن.
ما عدد القوائم الممكنة لترتيب المقطوعات الموسيقية؟

تريد منى إنشاء قائمة أخرى تتضمّن 5 من 8 أفلام مفضّلة لديها. ما عدد القوائم الممكنة؟

اختيار أفضل 5 أفلام من بين الأفلام العشرة الأكثر شعبية ما عدد القوائم الممكنة

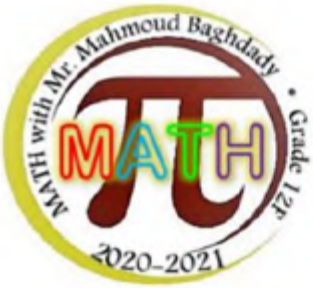
بكم طريقة يمكن ترتيب المركز الأول والثاني والثالث في سباق للجري يشارك فيه 12 عدّاء؟

عدد التباديل لمجموعة مكوّنة من 6 عناصر مأخوذة 3 عناصر كل مرة هو

ترتيب 8 عناصر مأخوذة 3 عناصر كل مرة ما عدد القوائم الممكنة

عند نهاية الموسم الكروي، يصدر اتحاد كرة القدم قائمة ترتيب الفرق العشرة المشاركة في الدوري.

ما عدد القوائم الممكنة



إيجاد عدد التوافيق

التوافيق هي مجموعات من عناصر ليس لها ترتيب معيّن.

عدد التوافيق لمجموعة مكوّنة من n عنصرًا مأخوذة r عنصرًا كل مرة هو

$$ {}_n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

عدد التوافيق لمجموعة مكوّنة من 6 عناصر مأخوذة 3 عناصر كل مرة هو

بكم طريقة مختلفة يمكن تشكيل فريق من 4 أشخاص من مجموعة مكونة من 8 أشخاص؟

ما عدد طرق اختيار 5 أنشطة من 10 أنشطة متاحة في المخيم الصيفي؟

يخطط نايف للمشاركة في مخيم صيفي، ويمكنه اختيار 3 أنشطة فقط من الأنشطة المبيّنة في الشكل المجاور. ما عدد التوافيق المختلفة المكوّنة من 3 أنشطة يمكن لنايف اختيارها؟

التمييز بين التباديل والتوافيق

هل الترتيبات الممكنة التالية توافيق أم تباديل؟

- سيدعو راشد 3 من أصدقائه العشرة إلى المسرح.
- على راشد أن يحدد ترتيب مواقع جلوسه وجلوس أصدقائه الثلاثة على المقاعد التي اختارها في المسرح.

حدّد ما إذا كانت الترتيبات الممكنة تباديل أم توافيق، ثم أوجد عددها.

- يختار طالب 4 كتب عشوائيًا من قائمة تضمّ 11 كتابًا.
- عند نهاية الموسم الكروي، يصدر اتحاد كرة القدم قائمة ترتيب الفرق العشرة المشاركة في الدوري.

حدّد ما إذا كانت الترتيبات الممكنة تباديل أم توافيق، ثم أوجد عددها.

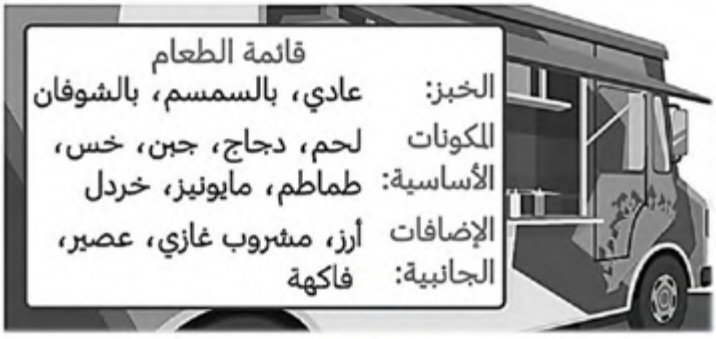
- تختار إدارة إحدى الشركات لجنة من 5 موظفين من مجموعة مكوّنة من 9 موظفين لاختيار قائمة الطعام لمأدبة العشاء السنوى لموظفى الشركة.

- يعرض عبدالرحمن نماذج طائراته الثمانية في صف واحد.

- يختار أعضاء جمعية رئيسًا للجمعية ونائبًا للرئيس وأمينًا للصندوق من بين 12 عضوًا

- بكم طريقة يمكن تقليص عدد المتسابقين من 11 إلى 3 متأهلين للمرحلة النهائية من السباق؟

- تقدّم شاحنة طعام عرضًا خاصًا للشطائر، حيث يمكن للزبون اختيار نوع الخبز وثلاثة أنواع من المكونات الأساسية ونوعين من الإضافات الجانبية بنفس السعر.



اشترى منصور قفلًا رقميًا جديدًا لدراجته. تشير التعليمات المرفقة بالقفل إلى ضرورة اختيار 3 أعداد من أصل 30 عددًا مرتبًا على قرص دائري لضمان حماية الدراجة، وأن الأعداد يجب أن لا تتكرّر.

- هل هذه الترتيبات الممكنة تباديل أم توافيق؟ وضّح إجابتك.

- أوجد عدد الترتيبات التي يمكن لمنصور اختيارها للقفل.

تقوم مجموعة من المتطوعين بالترفيه عن الأطفال المرضى في إحدى المستشفيات بجعلهم يختارون دمًى ذات أشكال مختلفة من كيس يحتوي على 8 دمًى على شكل فراشة و 10 دمًى على شكل زرافة.

a. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 6 دمًى من الدمى الموجودة فى الكيس؟ وضّح إجابتك.

b. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 دمًى على شكل فراشة؟ وضّح إجابتك.

c. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار 3 دمًى على شكل فراشة و 3 دمًى على شكل زرافة؟

يتنافس 15 سائقًا في بطولة الفورملا 1 للسيارات السريعة. بكم طريقة يمكن ترتيب المتسابقين في المراكز الست الأولى؟

كم فريقًا مؤلفًا من أربعة أشخاص من أصل 8 أشخاص يمكننا أن نكوّن؟

اختيار من متعدد

بكم طريقة يستطيع الحكام اختيار المراكز الخمسة الأولى الرابحة من أصل عشرة مرشحين في مسابقة لاختيار أفضل زي تقليدي تقيمها إحدى الجمعيات؟

A. 50

B. 120

C. 252

D. 30 240

اختيار من متعدد

يشارك 15 طالبًا في مسابقة لإنشاء ملصقات للسلامة المرورية، حيث ستُمنح جوائز للفائزين الأربعة الأوائل. بكم طريقة مختلفة يمكن منح الجوائز؟

Ⓐ 4

Ⓑ 60

Ⓒ 1 365

Ⓓ 32 760

استعمال التباديل والتوافيق لإيجاد الاحتمالات

تختار شركة للهواتف الخلوية رمز أمان مكونًا من 5 أرقام مختارة بشكل عشوائي من الأرقام 0 إلى 9

a. إذا كان تكرار الأرقام ممنوعًا، ما احتمال أن يكون رمز الأمان 30429؟ وضّح إجابتك.

b. إذا كان تكرار الأرقام مسموحًا، ما احتمال أن يكون رمز الأمان 30429؟ وضّح إجابتك.

تحتوي محفظة هاشم على 3 أوراق نقدية من فئة QR 1، وورقتين من فئة QR 5، و 3 أوراق من فئة QR 10. إذا سحب هاشم ورقتين من محفظته بدون النظر إليهما، ما احتمال أن يسحب الورقة التي من فئة QR 1 وإحدى الأوراق من فئة QR 10؟

في لعبة جوائز، هناك 5 نسخ من كل بطاقة من البطاقات المبيّنة أدناه، وعلى المشترك أن يسحب 3 بطاقات للجائزة نفسها لكي يفوز بها.

ما احتمال أن يربح أحد المشتركين القبعة بعد سحبه لأول ثلاث بطاقات؟

يقدّم 4 ممثلين و 5 موسيقيين عروضًا مختلفة في أحد المسارح. يتم اختيار ترتيب تقديم العروض بشكل عشوائي.

a. أوجد احتمال أن يكون أول 3 مشاركين ممثلين.

b. أوجد احتمال أن يكون أول مشاركتين من الممثلين والمشارك الثالث موسيقي.

تقوم مجموعة من المتطوعين بالترفيه عن الأطفال المرضى في إحدى المستشفيات بجعلهم يختارون دمًى ذات أشكال مختلفة من كيس يحتوي على 8 دمًى على شكل فراشة و 10 دمًى على شكل زرافة.

- ما احتمال أن يتم اختيار 3 دمًى على شكل فراشة و 3 دمًى على شكل زرافة؟

يريد المعلم اختيار خمسة طلاب عشوائيًا من بين الطلاب المعلّقة أسماؤهم على الحائط للعمل في مشروع جماعي.

- **أوجد احتمال أن تبدأ أسماء الطلاب الخمسة بحرف ساكن**

- ما احتمال ان يختار المعلم 5 طلاب ينتهي اسم كل منهم بحرف علة؟

إرشاد

في اللغة الإنكليزية، حروف العلة هي: *a, e, i, o, u*. أما باقي الأحرف فتسمّى حروفًا ساكنة.

يقوم مصمم مجوهرات بصنع خاتم، ويختار لأجل ذلك ثلاثة أحجار كريمة عشوائيًا من كيس يحتوي على 10 أحجار كريمة مميزة الأحرف: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J.

a. كيف يمكن استعمال التباديل أو التوافيق

لإيجاد احتمال أن تكوّن الأحرف التي على الأحجار المختارة "DEB"؟

b. كيف يمكن استعمال التباديل أو التوافيق

لإيجاد احتمال أن تكوّن الأحرف التي على الأحجار المختارة من أحرف العلّة؟

تريد إدارة إحدى الشركات تشكيل لجنة من 4 أشخاص من بين 12 موظفًا لديها.
كيف يمكن استعمال التوافيق لإيجاد احتمال أن يكون الأشخاص الأربعة المختارين هم الأحدث عهدًا في الشركة؟

حلّل الخطأ

يحتوي صندوق على 6 كرات مرقمة من 1 إلى 6، يتم اختيار كرتين من الصندوق عشوائيًّا بدون إرجاعهما لتكوين عدد من رقمين. وجد فارس احتمال أن يكون العدد المختار 16، كما هو مبيّن أدناه. وضّح خطأ فارس وصحّحه.

عدد طرق اختيار العددين 1 و 6 هو ${}_6C_2 = 15$

$$P(16) = \frac{1}{{}_6C_2} = \frac{1}{15}$$

X

يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء و 4 كرات صفراء. سُحبت 3 كرات عشوائيًّا من الكيس بدون إرجاعها.
ما احتمال أن تكون الكرات الثلاث جميعها زرقاء؟