الوحدة 8

# الأسس والتعابير الجذرية

## السابق

- لقد وجـــدت قيم التعابير التي تتضمن أسسًا.

## الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - تبسيط التعابير التي تتضمن أسسًا وتنفيذ العمليات عليها.
  - تطبيق خواص أسس العدد الصحيح على الأسس النسبية.
  - استخدام الترميز العلمي.
  - تبسيط التعابير الجذرية وإجراء العمليات عليها.

## لماذا؟ ▲

- **الفضاء** يُعتبر مصفوف المراصد العظيم VLA ترتيبًا من 27 هوائيًا لاسلكيًا على شكل Y. يستخدم الفلكيون حول العالم البيانات التي تجمعها الهوائيات لدراسة الكواكب والنجوم. يستخدم علماء الفيزياء الفلكية خواص الأسس ويطبقونها لتمثيل بُعد الأجرام السماوية ومدارها.

Chapter sourced from 8. Exponents and Exponential Functions, from Integrated Math I Chapter 7 © 2012 & Radical Functions, Rational Functions, and Geometry, from Integrated Math I Chapter 8 © 2012

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

# الاستعداد للوحدة

## 1 خيار الكتاب المدرسي

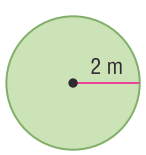
أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يُرجى الرجوع إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

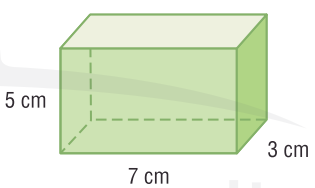
### تدريب سريع

**اكتب كل تعبير باستخدام الأسس.**

1. $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ $4^5$
2. $y \times y \times y$
3. $6 \times 6$ $6^2$
4. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
5. $b \times b \times b \times b \times b \times b$
6. $m \times m \times m \times p \times p \times p \times p \times p \times p$ $m^3p^6$
7. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
8. $\frac{x}{y} \times \frac{x}{y} \times \frac{x}{y} \times \frac{x}{y} \times \frac{w}{z} \times \frac{w}{z}$ $\frac{x^4w^3}{y^4z^2}$

**جد مساحة كل شكل أو حجمه.**

9. 


10. 


11. **التصوير الفوتوغرافي** يبلغ مقاس الصورة 10 cm في 15 cm. فما مساحة الصورة؟

**جد قيمة كل تعبير.**

12. $2^3$
13. $(-5)^2$
14. $3^3$
15. $(-4)^3$
16. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$
17. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

18. **المدرسة** احتمال تخمين الإجابة الصحيحة على 5 أسئلة من نوع صحيح/خطأ هي $\left(\frac{1}{2}\right)^5$. عبّر عن هذا الاحتمال في صورة كسر بدون أسس.

### مراجعة سريعة

**مثال 1**

**اكتب $5 \times 5 \times 5 \times 5 + x \times x \times x$ باستخدام الأسس.**

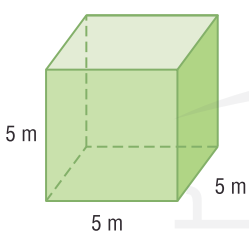
4 عوامل للرقم 5 هي $5^4$.

3 عوامل للرقم x هي $x^3$.

إذًا، $5 \times 5 \times 5 \times 5 + x \times x \times x = 5^4 + x^3$

**مثال 2**

**جد حجم الشكل.**




حجم منشور مستطيل

$V = \ell wh$

$\ell = 5, w = 5,$ و $h = 5$

$= 5 \quad 5 \quad 5 \quad 125$

الحجم هو 125 مترًا مكعبًا. أو x x

**مثال 3**

**جد قيمة $\left(\frac{5}{7}\right)^2$.**

$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5^2}{7^2}$ الأسس لناتج قسمة

$= \frac{25}{49}$ بسّط.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

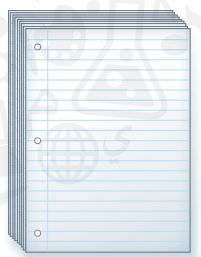
# البدء في هذه الوحدة

**سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك. قد ترغب بالرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.**

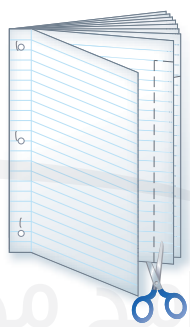
## مطويات® منظّم الدراسة

**الأسس والدوال الأسية** اصنع هذه المطوية لتساعدك في تنظيم ملاحظاتك في هذه الوحدة عن الأسس والدوال الأسيّة. ابدأ باستخدام تسع ورقات من الدفتر.

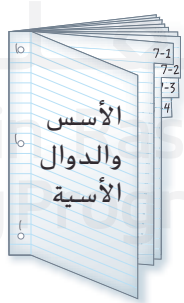
1 **قم** بترتيب الورق في حزمة.



2 **قم** بالتدبيس بطول الجانب الأيسر. بدءًا من الورقة الثانية، اقطع بطول الجانب الأيمن لتشكيل ألسنة.



3 **اكتب** على ورقة الغطاء "الأسس والدوال الأسية" واكتب على كل لسان رقم درس.




## المفردات الجديدة

| | |
|---|---|
| أحادي الحدّ | monomial |
| ثابت | constant |
| الأس الصفري | zero exponent |
| الأس السالب | negative exponent |
| رتبة المقدار | order of magnitude |
| الأس النسبي | rational exponent |
| الجذر التكعيبي | cube root |
| الجذر النوني n | nth root |
| المعادلة الأسية | exponential equation |
| الترميز العلمي | scientific notation |
| الدالة الأسية | exponential function |
| النمو الأسي | exponential growth |
| التضاؤل الأسي | exponential decay |
| المرابحة المركبة | compound interest |
| متتالية هندسية | geometric sequence |
| نسبة مشتركة | common ratio |
| صيغة تكرارية | recursive formula |

## مراجعة المفردات

**الأساس** في تعبير بالصيغة $x^n$، الأساس هو x.

**خاصية التوزيع** لأي أعداد a , b و c

$a(b+c) = ab + ac$ و $a(b-c) = ab - ac$

**الأس** في تعبير بالصيغة $x^n$، الأس هو n. يشير إلى عدد مرات استخدام x كعامل.

أس

$$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times x \times x \times \ldots \times x}_{n \text{ مرات}}$$

أساس

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

# 8-1 خواص ضرب الأسس

**السابق**
- أوجدت قيمة التعابير ذات الأسس.

**الحالي**
1. ضرب أحاديات الحدود باستخدام خواص الأسس.
2. تبسيط التعابير باستخدام خواص الضرب في الأسس.

**لماذا؟**
- تحتوي الكثير من الصيغ على *أحاديات الحدود*. مثال، صيغة القدرة الحصانية لسيارة هي $H = w\left(\frac{v}{234}\right)^3$ تمثل $H$ القدرة الحصانية التي ينتجها المحرك. $W$ تساوي وزن السيارة مع الركاب، و $V$ هي سرعة السيارة في نهاية أربعة أعشار الكيلومتر. كلما زادت السرعة، زادت القدرة الحصانية.

**المفردات الجديدة**
- **أحادي الحدّ** monomial
- **ثابت** constant

**ممارسات في الرياضيات**
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

## 1 ضرب أحاديات الحد

**أحادية الحد** هي عدد أو متغير أو ناتج ضرب عدد في واحد أو أكثر من المتغيرات ذات الأسس الصحيحة غير السالبة. تحتوي على حد واحد فقط. في قانون حساب القدرة الحصانية لسيارة، الحد $w\left(\frac{v}{234}\right)^3$ أحادي.

التعبير الذي يتضمن القسمة على متغير مثل $\frac{ab}{c}$ ليس أحادي الحد.

**الدالة الثابتة** هي دالة أحادية الحد عبارة عن عدد حقيقي. الدالة أحادية الحد $3x$ مثال على تعبير خطي بما أن أس $x$ هو 1. الدالة أحادية الحد $2x^2$ تُعتبر تعبيرًا غير خطي بما أن الأس عدد موجب بخلاف العدد 1.

### مثال 1 تحديد الدوال أحادية الحد

**حدد ما إذا كان كل تعبير يمثل دالة أحادية حد. اكتب نعم أو لا. اشرح استنتاجك.**

**a.** $10$ — نعم؛ فهذه دالة ثابتة، ولذلك فهي أحادية الحد.

**b.** $f + 24$ — لا؛ فهذا التعبير يحتوي على جمع، ولذلك فإنه يحتوي على أكثر من حد.

**c.** $h^2$ — نعم؛ فهذا التعبير هو ناتج ضرب المتغيرات.

**d.** $j$ — نعم؛ فالتغيرات المنفردة أحادية الحدود.

**تمرين موجّه**

**1A.** $-x + 5$

**1B.** $23abcd^2$

**1C.** $\frac{xyz^2}{2}$

**1D.** $\frac{mp}{n}$

تذكّر أن التعبير بالصيغة $x^n$ يُسمى القوة النونية ويمثل نتيجة ضرب $x$ في نفسها $n$ من المرات. و $x$ هي الأساس. تُستخدم كلمة القوة أحيانًا أيضًا للإشارة إلى الأس.

$$3^4 = \overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}^{\text{4 عوامل}} = 81$$

أس: 4 — أساس: 3

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

بتطبيق تعريف الأسس، يمكنك الوصول إلى ناتج ضرب الأسس.
البحث عن نمط في الأسس.

$4^3 \times 4^2 = \underbrace{\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 عوامل}} \times \underbrace{4 \times 4}_{\text{عاملان}}}_{\text{عوامل 5 = 3 + 2}}$

$2^2 \times 2^4 = \underbrace{\underbrace{2 \times 2}_{\text{عاملان}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{4 عوامل}}}_{\text{عوامل 6 = 2 + 4}}$

توضح هذه الأمثلة خاصية ناتج ضرب الأسس.

**المفهوم الأساسي ناتج ضرب الأسس**

**الشرح** لضرب قوتين لهما أساس واحد، اجمع أسسيهما. (عند ضرب المقادير الأسيّة الأسس تُجمع)

**الرموز** لأي عدد حقيقي $a$ وأي أعداد صحيحة $m$ و p. $a^m \times a^p = a^{m+p}$.

**أمثلة** $g^4 \times g^6 = g^{4+6}$ أو $g^{10}$ $\quad b^3 \times b^5 = b^{3+5}$ أو $b^8$

## مثال 2 ناتج ضرب الأسس

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**a.** $(6n^3)(2n^7)$

$(6n^3)(2n^7) = (6 \times 2)(n^3 \times n^7)$ — قم بتجميع المعاملات المشتركة والمتغيرات.

$= (6 \times 2)(n^{3+7})$ — ناتج ضرب الأسس

$= 12n^{10}$ — بسّط.

**b.** $(3pt^3)(p^3t^4)$

$(3pt^3)(p^3t^4) = (3 \times 1)(p \times p^3)(t^3 \times t^4)$ — قم بتجميع المعاملات المشتركة والمتغيرات.

$= (3 \times 1)(p^{1+3})(t^{3+4})$ — ناتج ضرب الأسس

$= 3p^4t^7$ — بسّط.

**تمرين موجّه**

**2A.** $(3y^4)(7y^5)$

**2B.** $(-4rx^2t^3)(-6r^5x^2t)$

**نصيحة دراسية**
**المعاملات المشتركة والقوى**
**العدد 1** يمكن افتراض أن المتغير بدون أس أو معامل مشترك ظاهر له أس ومعامل مشترك يبلغ 1. على سبيل المثال، $x = 1x^1$.

يمكننا استخدام خاصية ناتج ضرب الأسس للتوصل إلى الرفع لأس أخر.
في الأمثلة التالية، ابحث عن نمط في الأسس.

$(r^4)^3 = \underbrace{(r^4)(r^4)(r^4)}_{\text{3 عوامل}}$
$= r^{4+4+4}$
$= r^{12}$

$(3^2)^4 = \underbrace{(3^2)(3^2)(3^2)(3^2)}_{\text{4 عوامل}}$
$= 3^{2+2+2+2}$
$= 3^8$

توضح هذه الأمثلة خاصية الرفع لقوة.

**المفهوم الأساسي ناتج رفع الأس لأس آخر/ رفع القوى**

**الشرح** لإيجاد ناتج رفع الأس لأس آخر، اضرب الأسس. (عند رفع المقادير الأسيّة لآس تُضرب الأسس)

**الرموز** لأي عدد حقيقي $a$ وأي عددين صحيحين $m$ و p. $(a^m)^p = a^{m \times p}$.

**أمثلة** $(g^6)^7 = g^{6 \times 7}$ or $g^{42}$ $\quad (b^3)^5 = b^{3 \times 5}$ or $b^{15}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 3 على الاختبار المعياري رفع القوى

**بسّط** $[(2^3)^2]^4$.

A $2^{24}$ B $2^{12}$ C $2^{10}$ D $2^9$

**قراءة فقرة الاختبار**

تحتاج إلى تطبيق قاعدة رفع القوى.

**حَل فقرة الاختبار**

$$[(2^3)^2]^4 = (2^{3\times2})^4 \quad \text{رفع القوى}$$
$$= (2^6)^4 \quad \text{بسّط.}$$
$$= 2^{6\times4} \text{ or } 2^{24} \quad \text{رفع القوى}$$

الاختيار الصحيح هو A.

**تمرين موجّه**

**3.** بسّط $[(2^2)^2]^4$

F $2^8$ G $2^{10}$ H $2^{16}$ J $2^{24}$

**نصيحة دراسية**

**الانتظام** تُعتبر قواعد الأسس أساليب عامة. إذا لم تكن متأكدًا متى تضرب الأسس ومتى تجمع الأسس، فاكتب التعبير بالصيغة الموسعة.

يمكننا استخدام خاصية ناتج ضرب الأسس وخاصية رفع القوى لإيجاد الأس لناتج ضرب. ابحث عن نمط في الأسس أدناه.

$$(2yz^2)^3 = \overbrace{(2yz^2)(2yz^2)(2yz^2)}^{\text{3 عوامل}}$$
$$= (2 \times 2 \times 2)(y \times y \times y)(z^2 x z^2 x z^2)$$
$$= 2^3 y^3 z^6 = 8y^3 z^6$$

$$(tw)^3 = \overbrace{(tw)(tw)(tw)}^{\text{3 عوامل}}$$
$$= (t \times t \times t)(w \times w \times w)$$
$$= t^3 w^3$$

توضح هذه الأمثلة خاصية ناتج ضرب الأسس.

### المفهوم الأساسي الأس لناتج ضرب

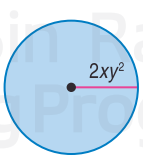
**الشرح** للتوصل إلى الأس لناتج ضرب، جد الأس لكل عامل واضرب.

**الرموز** لأي عددين حقيقيين $a$ وأي عدد صحيح $m$، $(ab)^m = a^m b^m$.

**مثال** $(-2xy^3)^5 = (-2)^5 x^5 y^{15}$ أو $-32x^5y^{15}$

## مثال 4 الأس لناتج ضرب

**الهندسة** عبّر عن مساحة الدائرة بدالة أحادية حد.



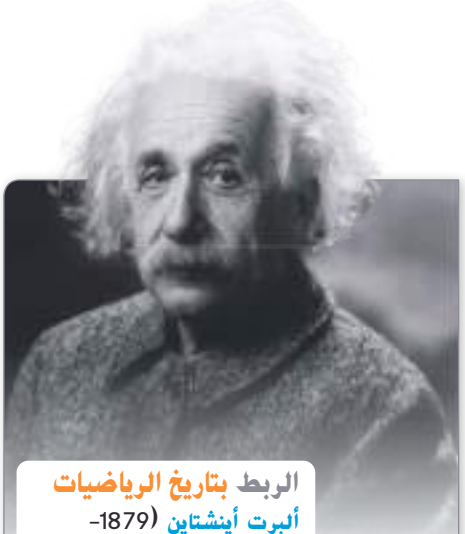

$$\text{المساحة} = \pi r^2 \quad \text{قانون مساحة الدائرة}$$
$$= \pi(2xy^2)^2 \quad \text{عوض عن } r \text{ بـ } 2xy^2.$$
$$= \pi\, 2^2 x^2 y^4 \quad \text{أس ناتج الضرب}$$
$$= 4x^2y^4\pi \quad \text{بسّط.}$$

مساحة الدائرة $4x^2y^4\pi$ وحدة مربعة.

**تمرين موجّه**

**4A.** عبّر عن مساحة مربع يبلغ طول أضلاعه $3xy^2$ على شكل دالة أحادية حد.

**3a.** عبّر عن مساحة مثلث بالارتفاع $4a$ والقاعدة $5ab^2$ على شكل دالة أحادية حد.



**الربط بتاريخ الرياضيات**

**ألبرت أينشتاين** (1879–1955) ربما يكون ألبرت أينشتاين العالم الأشهر في القرن العشرين. قانونه $E = mc^2$، حيث $E$ تمثل الطاقة $m$ هي كتلة المادة $c$ هي سرعة الضوء، يوضح أنه إذا تسارعت الكتلة بالقدر الكافي، يمكن تحويلها إلى طاقة قابلة للاستخدام.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

## 2 تحويل التعابير لأبسط صورة

يمكننا الجمع بين هذه الخصائص واستخدامها لتحويل التعابير التي تتضمن أحاديات الحد لأبسط صورة.

**المفهوم الأساسي** حوّل التعابير لأبسط صورة

لتحويل تعبير أحادي الحد لأبسط صورة، اكتب تعبيرًا مكافئًا حيث:

- يظهر أساس كل متغير مرة واحدة فقط.
- لا يوجد أسس مرفوعة لأسس أخرى.
- جميع الكسور في أبسط صورة.

**مثال 5** تحويل التعابير لأبسط صورة

**بسّط** $(3xy^4)^2[(-2y)^2]^3$.

$$(3xy^4)^2[(-2y)^2]^3 = (3xy^4)^2(-2y)^6 \quad \text{رفع القوى}$$
$$= (3)^2x^2(y^4)^2(-2)^6y^6 \quad \text{أس ناتج الضرب}$$
$$= 9x^2y^8(64)y^6 \quad \text{رفع القوى}$$
$$= 9(64)x^2 \cdot x \cdot y^8 \cdot y^6 \quad \text{تبديل}$$
$$= 576x^2y^{14} \quad \text{ناتج ضرب الأسس}$$

**تمرين موجّه**

**5.** بسّط $\left(\frac{1}{2}a^2b^2\right)^3[(-4b)^2]^2$

**نصيحة دراسية**

**التحويل لأبسط صورة** عند تبسيط تعابير بوجود أقواس مختلفة، ابدأ بالتعبير الداخلي أولاً واتجه للخارج.

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **حدد ما إذا كان كل تعبير يمثل دالة أحادية حد. اكتب *نعم* أو *لا*. اشرح استنتاجك.**

**1.** 15 **2.** $2 - 3a$ **3.** $\frac{5c}{d}$

**4.** $-15g^2$ **5.** $\frac{r}{2}$ **6.** $7b + 9$

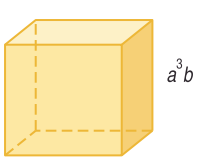
**الأمثلة 2-3** **حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**7.** $k(k^3)$ **8.** $m^4(m^2)$ **9.** $2q^2(9q^4)$

**10.** $(5u^4v)(7u^4v^3)$ **11.** $[(3^2)^2]^2$ **12.** $(xy^4)^6$

**13.** $(4a^4b^9c)^2$ **14.** $(-2f^2g^3h^2)^3$ **15.** $(-3p^5t^6)^4$

**مثال 4**




**16. الهندسة** قانون مساحة سطح المكعب هو $SA = 6s^2$، حيث SA هي المساحة السطحية s هي طول أي ضلع.

**a.** عبّر عن مساحة سطح المكعب بدالة أحادية حد.

**b.** ما مساحة سطح المكعب إذا كانت $b = 4$ و $a = 3$؟

**مثال 5** **حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**17.** $(5x^2y)^2(2xy^3z)^3(4xyz)$ **18.** $(-3d^2f^3g)^2[(-3d^2f)^3]^2$

**19.** $(-2g^3h)(-3gj^4)^2(-ghj)^2$ **20.** $(-7ab^4c)^3[(2a^2c)^2]^3$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

**مثال 1** **حدد ما إذا كان كل تعبير يمثل دالة أحادية حد. اكتب نعم أو لا. اشرح استنتاجك.**

**21.** 122 **22.** $3a^4$ **23.** $2c + 2$

**24.** $\frac{-2g}{4h}$ **25.** $\frac{5k}{10}$ **26.** $6m + 3n$

**الأمثلة 2–3** **حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**27** $(q^2)(2q^4)$ **28.** $(-2u^2)(6u^6)$ **29.** $(9w^2x^8)(w^6x^4)$

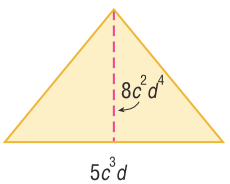
**30.** $(y^6z^9)(6y^4z^2)$ **31.** $(b^8c^6d^5)(7b^6c^2d)$ **32.** $(14fg^2h^2)(-3f^4g^2h^2)$

**33.** $(j^5k^7)^4$ **34.** $(n^3p)^4$ **35.** $[(2^2)^2]^2$

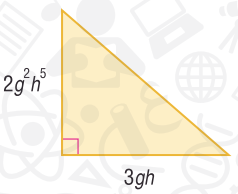
**36.** $[(3^2)^2]^4$ **37.** $[(4r^2t)^3]^2$ **38.** $[(-2xy^2)^3]^2$

**مثال 4** **الهندسة** عبّر عن مساحة كل مثلث بدالة أحادية حد.

**39.**




**40.**




**مثال 5** **حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**41.** $(2a^3)^4(a^3)^3$ **42.** $(c^3)^2(-3c^5)^2$

**43.** $(2gh^4)^3[(-2g^4h)^3]^2$ **44.** $(5k^2m)^3[(4km^4)^2]^2$

**45.** $(p^5r^2)^4(-7p^3r^4)^2(6pr^3)$ **46.** $(5x^2y)^2(2xy^3z)^3(4xyz)$

**47.** $(5a^2b^3c^4)(6a^3b^4c^2)$ **48.** $(10xy^5z^3)(3x^4y^6z^3)$

**49.** $(0.5x^3)^2$ **50.** $(0.4h^5)^3$

**51.** $\left(-\frac{3}{4}c\right)^3$ **52.** $\left(\frac{4}{5}a^2\right)^2$

**53.** $(8y^3)(-3x^2y^2)\left(\frac{3}{8}xy^4\right)$ **54.** $\left(\frac{4}{7}m\right)^2(49m)(17p)\left(\frac{1}{34}p^5\right)$

**55.** $(-3r^3w^4)^3(2rw)^2(-3r^2)^3(4rw^2)^3(2r^2w^3)^4$

**56.** $(3ab^2c)^2(-2a^2b^4)^2(a^4c^2)^3(a^2b^4c^5)^2(2a^3b^2c^4)^3$

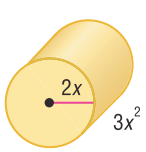
**57. المعرفة المالية** يملك عمر مالاً في حساب يكسب مرابحة بسيطة بنسبة 3%. صيغة حساب المرابحة البسيطة هي $I = Prt$. حيث هي المرابحة المكتسبة، P تمثل المبلغ الأساسي الذي وضعه في الحساب، r هي معدل المرابحة (بصيغة عشرية)، t تمثل الزمن بالسنوات.

**a.** أودع عمر مبلغ $2c$ AED وتركه لمدة سنتين. اكتب دالة أحادية الحد تمثل المرابحة المكتسبة.

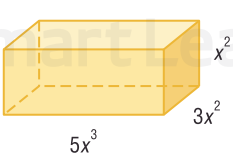
**b.** إذا كانت c تمثل هدية تخرج بقيمة 250 AED، فكم المبلغ الذي سيكون لدى عمر في هذا الحساب بعد سنتين؟

**الأدوات** عبّر عن حجم كل مجسم بدالة أحادية الحد.

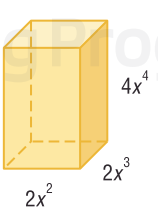
**58.**




**59.**




**60.**




McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

61. **التغليف** في فصل للفنون التجارية، يجب على رانا أن تصمم حاوية جديدة لقطع الحلويات المغلفة بشكل منفرد. كان الشكل الذي اختارته هو الأسطوانة.
قانون حجم الأسطوانة هو $V = \pi r^2 h$.

**a.** يبلغ نصف القطر الذي ترغب رانا في استخدامه $2p^3$، والارتفاع $4p^3$.
اكتب دالة أحادية الحد تمثل حجم عبوتها.

**b.** اصنع جدولاً بخمسة قياسات محتملة لنصف قطر أسطوانة وارتفاعها لها القياس نفسه.

**c.** ما حجم حاوية رانا إذا كان الارتفاع الضعف؟

62. **الطاقة** يوضح قانون ألبرت أينشتاين $E = mc^2$ أنه إذا تسارعت الكتلة بالقدر الكافي، يمكن تحويلها إلى طاقة قابلة للاستخدام. يتم قياس الطاقة E بالجول والكتلة $m$ kg وسرعة الضوء c تبلغ 300,000,000 m/sec تقريبًا.

**a.** استكمل حسابات تحويل 3 kg من الغازولين بالكامل إلى طاقة.

**b.** ماذا يحدث للطاقة إذا تضاعف مقدار الغازولين؟

63. **تمثيلات متعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف الأسس.

**a. جدوليًا** استخدم حاسبة لاستكمال الجدول.

| القوة الأسية | $3^{-4}$ | $3^{-3}$ | $3^{-2}$ | $3^{-1}$ | $3^0$ | $3^1$ | $3^2$ | $3^3$ | $3^4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| القيمة | $\frac{1}{81}$ | $\frac{1}{27}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{3}$ | | | | | |

**b. تحليليًا** كم تبلغ في رأيك قيمتا $5^0$ و$5^{-1}$؟ تحقق من فرضيتك باستخدام حاسبة.

**c. تحليليًا** اكمل: لأي عدد غير الصفر a وأي عدد صحيح n.
$a^{-n} =$ _____.

**d. لفظيًا** صف قيمة عدد غير الصفر مرفوعًا إلى القوة صفر.

## مسائل مهارات التفكير العليا

64. **المثابرة** لأي عددين حقيقيين غير الصفر a, b وأي عددين صحيحين m, t، حوّل لأبسط صورة التعبير $\left(-\frac{a^m}{b^t}\right)^{2t}$ وصف كل خطوة.

65. **التبرير** انسخ الجدول أدناه.

| المعادلة | التعبير المرتبط | القوة لـ x | خطي أم غير خطي |
|---|---|---|---|
| $y = x$ | | | |
| $y = x^2$ | | | |
| $y = x^3$ | | | |

**a.** لكل معادلة، اكتب التعبير المرتبط بها وسجّل القوة لـ x.

**b.** مثّل كل معادلة بيانيًا باستخدام حاسبة بيانية.

**c.** ضع تصنيفًا لكل تمثيل بياني باعتباره خطيًا أو غير خطي.

**d.** اشرح كيفية تحديد ما إذا كانت المعادلة أو التعبير المرتبط بها خطيًا أو غير خطي بدون تمثيل بياني.

66. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب ثلاثة تعابير مختلفة يمكن تحويلها لأبسط صورة إلى $x^6$.

67. **الكتابة في الرياضيات** اكتب قانونين يحتويان على تعابير أحادية الحد. اشرح كيف يُستخدم كل قانون في موقف من الحياة اليومية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## تدريب على الاختبار المعياري

**68.** أي مما يلي لا يمثل دالة أحادية حد؟

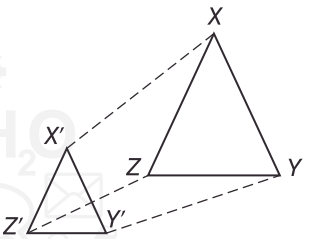
**A** $-6xy$

**B** $\frac{1}{2}a^2$

**C** $-\frac{1}{2b^3}$

**D** $5gh^4$

**69. الهندسة** يوضح الرسم التخطيطي المصاحب تحويل $\triangle XYZ$ إلى $\triangle X'Y'Z'$.




هذا التحويل مثال على

**F** تغيير أبعاد (تمدد)

**G** انعكاس حول مستقيم

**H** دوران

**J** إزاحة

**70. السيارات** في عام 2002، كان متوسط سعر السيارة المحلية الجديدة AED 19,126. في عام 2008، كان متوسط السعر AED 28,715. بناء على نموذج خطي، ما متوسط السعر المتوقع لعام 2014؟

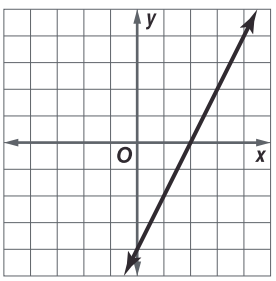
**A** AED 45,495

**B** AED 38,304

**C** AED 35,906

**D** AED 26,317

**71. الإجابة القصيرة** إذا كان للمستقيم ميل موجب ونقطة تقاطع مع المحور الرأسي y سالبة، ماذا يحدث لنقطة التقاطع الأفقي x إذا تضاعف كل من الميل ونقطة التقاطع y؟




## مراجعة شاملة

**حُـل أنظمة المتباينات في كل مما يلي باستخدام التمثيل البياني.**

**72.** $y < 4x$
$2x + 3y \geq -2$

**73.** $y \geq 2$
$21y + 2x \leq 2$

**74.** $y > -2x - 1$
$4y \leq 3x + 2$

**75.** $3x + 2y < 10$
$2x + 12y < -6$

**76. الرياضات** في دورة الألعاب الأولمبية الشتوية لعام 2006، كان العدد الإجمالي لميداليات الذهب والفضة التي فازت بها الولايات المتحدة 18. كان إجمالي النقاط التي تحققت للميداليات الذهبية والفضية 45. اكتب نظام معادلات وجد حله للتوصل إلى عدد الميداليات الذهبية والفضية التي فازت بها الولايات المتحدة

**77. القيادة** يجب أن يظل ضغط الإطارات في حدود رطلين للبوصة المربعة (psi) من القيمة الموصى بها من جهة التصنيع. إذا كان الموصى به للإطار هو 30 psi، فما مجال قيم الضغط المقبولة؟

**78. مجالسة الأطفال** تحصل سهيلة على AED 10 بالإضافة إلى AED 4 في الساعة لمجالسة الأطفال. تحتاج سهيلة إلى AED 40 إضافية على الأقل لشراء تلفاز تدخر المال لشرائه. اكتب متباينة لهذا الموقف. هل ستتمكن من الحصول على التلفاز إذا جالست أطفال لمدة 5 ساعات؟

## مراجعة المهارات

**جـد ناتج قسمة كل مما يلي.**

**79.** $-64 \div (-8)$

**80.** $-78 \div 1.3$

**81.** $42.3 \div (-6)$

**82.** $-23.94 \div 10.5$

**83.** $-32.5 \div (-2.5)$

**84.** $-98.44 \div 4.6$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-2 خواص قسمة الأسس

**السابق:**
- ضربت أحاديات الحدود باستخدام خواص الأسس.

**الحالي:**
1. قسمة أحاديات الحدود باستخدام خواص الأسس.
2. تبسيط التعابير التي تتضمن أسسا سالبة وصفرية.

**لماذا؟**
- يبلغ طول أطول شجرة خشب أحمر 112 m أو حوالي $10^2$ m. متوسط ارتفاع شجرة الخشب الأحمر 15 m. أقرب قوة للعشرة للوصول إلى 15 هي $10^1$. ولهذا فإن متوسط طول الخشب الأحمر يبلغ $10^1$ m تقريبًا. تبلغ نسبة ارتفاع أطول شجرة إلى متوسط ارتفاع الشجرة $\frac{10^2}{10^1}$ أو $10^1$. وهذا يعني أن أطول شجرة خشب أحمر يبلغ تقريبًا 10 أمثال متوسط طول شجرة الخشب الأحمر.

**المفردات الجديدة**

الأس الصفري zero exponent
الأس السالب negative exponent
رتبة المقدار order of magnitude

**ممارسات في الرياضيات**

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

**1 قسمة أحاديات الحدود** يمكننا استخدام مبادئ اختزال الكسور للتوصل إلى نواتج قسمة أحاديات الحدود مثل $\frac{10^2}{10^1}$. في الأمثلة التالية، ابحث عن نمط في الأسس.

$$\frac{2^7}{2^4} = \frac{\overbrace{\cancel{2}^{1} \times \cancel{2}^{1} \times \cancel{2}^{1} \times \cancel{2}^{1} \times 2 \times 2 \times 2}^{\text{7 عوامل}}}{\underbrace{\cancel{2}_{1} \times \cancel{2}_{1} \times \cancel{2}_{1} \times \cancel{2}_{1}}_{\text{4 عوامل}}} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \qquad \frac{t^4}{t^3} = \frac{\overbrace{\cancel{t}^{1} \times \cancel{t}^{1} \times \cancel{t}^{1} \times t}^{\text{4 عوامل}}}{\underbrace{\cancel{t}_{1} \times \cancel{t}_{1} \times \cancel{t}_{1}}_{\text{3 عوامل}}} = t$$

توضح هذه الأمثلة قاعدة ناتج قسمة الأسس.

**المفهوم الأساسي ناتج قسمة الأسس**

**الشرح** لقسمة أسين لهما الأساس نفسه، اطرح الأسين. (عند قسمة المقادير الأسيّة الأسس تُطرح)

**الرموز** بالنسبة لأي عدد غير الصفر $a$، وأي عددين صحيحين $m$ و $p$، $\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$.

**أمثلة** $\frac{r^5}{r^2} = r^{5-2} = r^3$ $\qquad \frac{c^{11}}{c^8} = c^{11-8} = c^3$

**مثال 1 ناتج قسمة الأسس**

**حوّل لأبسط صورة $\frac{g^3h^5}{gh^2}$. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

$$\frac{g^3h^5}{gh^2} = \left(\frac{g^3}{g}\right)\left(\frac{h^5}{h^2}\right)$$
قم بتجميع المقادير ذات الأساس نفسه.
$$= \left(g^{3-1}\right)\left(h^{5-2}\right)$$
ناتج قسمة الأسس
$$= g^2h^3$$
بسّط.

**تمرين موجّه**

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

**1A.** $\frac{x^3y^4}{x^2y}$ **1B.** $\frac{k^7m^{10}p}{k^5m^3p}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكننا استخدام قاعدة ناتج ضرب الأسس للتوصل إلى أسس نواتج قسمة أحاديات الحدود.
في المثال التالي، ابحث عن نمط في الأسس.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \overbrace{\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)}^{\text{3 عوامل}} = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times 3}^{\text{3 عوامل}}}{\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 عوامل}}} = \frac{3^3}{4^3}$$

$$\left(\frac{c}{d}\right)^2 = \overbrace{\left(\frac{c}{d}\right)\left(\frac{c}{d}\right)}^{\text{عاملان}} = \frac{\overbrace{c \times c}^{\text{عاملان}}}{\underbrace{d \times d}_{\text{عاملان}}} = \frac{c^2}{d^2}$$

**نصيحة دراسية**

**قواعد الأسس ذات المتغيرات**

تسري قواعد الأسس على المتغيرات كما تسري على الأعداد. على سبيل المثال:

$$\left(\frac{3a}{4b}\right)^3 = \frac{(3a)^3}{(4b)^3} = \frac{27a^3}{64b^3}$$

**المفهوم الأساسي أس ناتج قسمة**

**الشرح** للتوصل إلى أس ناتج قسمة، جد الأس للبسط والأس للمقام.

**الرموز** لأي أعداد حقيقية $a$ و $b$، $b \neq 0$، وأي عدد صحيح $m$. فإنّ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

**أمثلة** $\left(\frac{r}{t}\right)^5 = \frac{r^5}{t^5}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4}$

**مثال 2 إيجاد الأس لناتج قسمة**

**بسّط** $\left(\frac{3p^3}{7}\right)^2$.

$$\left(\frac{3p^3}{7}\right)^2 = \frac{(3p^3)^2}{7^2}$$ الأس لناتج قسمة

$$= \frac{3^2(p^3)^2}{7^2}$$ الأس لناتج ضرب

$$= \frac{9p^6}{49}$$ رفع القوى

**تمرين موجّه**

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**2A.** $\left(\frac{3x^4}{4}\right)^3$ **2B.** $\left(\frac{5x^5y}{6}\right)^2$ **2C.** $\left(\frac{2y^2}{3z^3}\right)^2$ **2D.** $\left(\frac{4x^3}{5y^4}\right)^3$

**مهنة من الحياة اليومية**

**الفلكي** يدرس الفلكي الكون ويحلل السفر عبر الفضاء واتصالات القمر الصناعي. مطلوب أن يحصل على درجة البكالوريوس لكي يكون فنيًا أو مساعد أبحاث.

يمكن استخدام حاسبة لاستكشاف التعابير التي أسها صفر. هناك طريقتان لشرح السبب في أن الحاسبة تعطي القيمة 1 لـ $3^0$.

**الطريقة 1**

ناتج قسمة الأسس $\frac{3^5}{3^5} = 3^{5-5}$

بسّط. $= 3^0$

**الطريقة 2**

تعريف الأسس $\frac{3^5}{3^5} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}$

بسّط. $= 1$

بما أن $\frac{3^5}{3^5}$ لا يمكن أن يكون لها إلا قيمة واحدة، يمكننا استنتاج أن $3^0 = 1$. **الأس الصفري** هو أي عدد غير الصفر مرفوع إلى القوة صفر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

### مفهوم رئيسي خاصية الأس الصفري

**الشرح** أي عدد غير الصفر مرفوع إلى القوة صفر يساوي 1.

**الرموز** بالنسبة لأي عدد غير الصفر $a$، فإنّ $a^0 = 1$.

**أمثلة** $\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$ $\left(\frac{b}{c}\right)^0 = 1$ $15^0 = 1$

### مثال 3 الأس الصفري

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

**a.** $\left(-\frac{4n^2q^5r^2}{9n^3q^2r}\right)^0$

$\left(-\frac{4n^2q^5r^2}{9n^3q^2r}\right)^0 = 1$ $a^0 = 1$

**b.** $\frac{x^5y^0}{x^3}$

$\frac{x^5y^0}{x^3} = \frac{x^5(1)}{x^3}$ $a^0 = 1$

$= x^2$ ناتج قسمة الأسس

**تمرين موجّه**

**3A.** $\frac{b^4c^2d^0}{b^2c}$

**3B.** $\left(\frac{2f^4g^7h^3}{15f^3g^9h^6}\right)^0$

**نصيحة دراسية**

**الأس الصفري** انتبه إلى الأقواس. التعبير $(5x)^0$ يساوي 1 لكن $5x^0 = 5$.

## 2 الأسس السالبة

أي عدد حقيقي غير الصفر مرفوع إلى قوة سالبة هو **أس سالب**. للتحقيق في معنى الأس السالب، يمكننا تبسيط تعابير مثل $\frac{c^2}{c^5}$ باستخدام طريقتين.

**الطريقة 1**

ناتج قسمة الأسس $\frac{c^2}{c^5} = c^{2-5}$

بسّط. $= c^{-3}$

**الطريقة 2**

تعريف الأسس $\frac{c^2}{c^5} = \frac{\cancel{c} \times \cancel{c}}{\cancel{c} \times \cancel{c} \times c \times c \times c}$

بسّط. $= \frac{1}{c^3}$

بما أن $\frac{c^2}{c^5}$ لا يمكن أن يكون لها إلا قيمة واحدة، يمكننا استنتاج أن $c^{-3} = \frac{1}{c^3}$.

### مفهوم رئيسي خاصية الأس السالب

**الشرح** لأي عدد غير الصفر $a$ وأي عدد صحيح $n$، فإنّ $a^{-n}$ هو المعكوس الضربي لـ $a^n$. وأيضًا المعكوس الضربي لـ $a^{-n}$ هو $a^n$.

**الرموز** لأي عدد غير الصفر $a$ وأي عدد صحيح $n$، فإنّ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

**أمثلة** $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ $\frac{1}{j^{-4}} = j^4$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

يتم التعبير في أبسط صورة عندما يحتوي على أسس موجبة فقط ويظهر كل أساس مرة واحدة بالضبط ولا يوجد أس مرفوعًا لأس وكل الكسور في أبسط صورة.

## مثال 4 الأسس السالبة

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

**a.** $\dfrac{n^{-5}p^4}{r^{-2}}$

$$\frac{n^{-5}p^4}{r^{-2}} = \left(\frac{n^{-5}}{1}\right)\left(\frac{p^4}{1}\right)\left(\frac{1}{r^{-2}}\right)$$ اكتب ناتج ضرب الكسور.

$$= \left(\frac{1}{n^5}\right)\left(\frac{p^4}{1}\right)\left(\frac{r^2}{1}\right)$$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ و $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

$$= \frac{p^4r^2}{n^5}$$ اضرب.

**b.** $\dfrac{5r^{-3}t^4}{-20r^2t^7u^{-5}}$

$$\frac{5r^{-3}t^4}{-20r^2t^7u^{-5}} = \left(\frac{5}{-20}\right)\left(\frac{r^{-3}}{r^2}\right)\left(\frac{t^4}{t^7}\right)\left(\frac{1}{u^{-5}}\right)$$ قم بتجميع المقادير الأسية ذات الأساس نفسه.

$$= \left(-\frac{1}{4}\right)(r^{-3-2})(t^{4-7})(u^5)$$ ناتج قسمة الأسس وخاصية الأسس السالبة

$$= -\frac{1}{4}r^{-5}t^{-3}u^5$$ بسّط.

$$= -\frac{1}{4}\left(\frac{1}{r^5}\right)\left(\frac{1}{t^3}\right)(u^5)$$ خاصية الأس السالب

$$= -\frac{u^5}{4r^5t^3}$$ اضرب.

**c.** $\dfrac{2a^2b^3c^{-5}}{10a^{-3}b^{-1}c^{-4}}$

$$\frac{2a^2b^3c^{-5}}{10a^{-3}b^{-1}c^{-4}} = \left(\frac{2}{10}\right)\left(\frac{a^2}{a^{-3}}\right)\left(\frac{b^3}{b^{-1}}\right)\left(\frac{c^{-5}}{c^{-4}}\right)$$ قم بتجميع المقادير الأسية ذات الأساس نفسه.

$$= \left(\frac{1}{5}\right)(a^{2-(-3)})(b^{3-(-1)})(c^{-5-(-4)})$$ ناتج قسمة الأسس وخاصية الأسس السالبة

$$= \frac{1}{5}a^5b^4c^{-1}$$ بسّط.

$$= \frac{1}{5}(a^5)(b^4)\left(\frac{1}{c}\right)$$ خاصية الأس السالب

$$= \frac{a^5b^4}{5c}$$ اضرب.

### تمرين موجّه

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

**4A.** $\dfrac{v^{-3}wx^2}{wy^{-6}}$ **4B.** $\dfrac{32a^{-8}b^3c^{-4}}{4a^3b^5c^{-2}}$ **4C.** $\dfrac{5j^{-3}k^2m^{-6}}{25k^{-4}m^{-2}}$

**نصيحة دراسية**

**الإشارات السالبة** انتبه إلى مكان وضع الإشارة السالبة. $5^{-1} = \frac{1}{5}$ بينما $-5^1 \neq \frac{1}{5}$.

**الربط بالحياة اليومية**

يبلغ وزن الإنسان البالغ 70 kg تقريبًا ويبلغ وزن البقرة الحلوب البالغة 700kg تقريبًا. يختلف وزنهما برتبة مقدار واحدة.

تستخدم رتبة المقدار لمقارنة المقاييس ولتقدير حسابات تقريبية وإجرائها. **رتبة المقدار** لكمية هي العدد مقربًا إلى أقرب قوة للعدد 10. على سبيل المثال القوة للعدد 10 الأقرب إلى 95,000,000,000 هي $10^{11}$ أو 100,000,000,000. إذًا فرتبة المقدار للعدد 95,000,000,000 هي $10^{11}$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة محمد بن راشد للتعليم الذكي. جميع الحقوق والتأليف
برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

## مثال 5 من الحياة اليومية تطبيق خواص الأسس

**الطول** افترض أن متوسط طول رجل يبلغ 1.7 m تقريبًا ومتوسط طول نملة يبلغ 0.0008 m. كم عدد رتب مقدار الرجل بالنسبة إلى النملة؟

**الفهم** يجب أن نصل إلى رتبة مقدار طولي الرجل والنملة. ثم جد نسبة رتبة مقدار طول الرجل إلى رتبة مقدار طول النملة.

**التخطيط** قم بتقريب كلا الطولين إلى أقرب قوة للعدد عشرة. ثم جد نسبة طول الرجل إلى طول النملة.

**جد حل** متوسط طول الرجل يقترب من متر. إذًا فرتبة المقدار هي $10^0$ m . يبلغ متوسط طول النملة 0.001 m تقريبًا. إذًا رتبة المقدار هي $10^{-3}$ m.

تبلغ نسبة طول الرجل إلى طول النملة حوالي $\frac{10^0}{10^{-3}}$.

$$\frac{10^0}{10^{-3}} = 10^{0-(-3)} \quad \text{ناتج قسمة الأسس}$$
$$= 10^3 \quad 0-(-3) = 0+3 = 3$$
$$= 1000 \quad \text{بسّط.}$$

إذًا فطول الرجل يبلغ 1000 مرة مثل طول النملة تقريبًا، أو طول الرجل يبلغ 3 رتب مقدار طول النملة.

**التحقق** تبلغ نسبة طول الرجل إلى طول النملة $\frac{1.7}{0.0008} = 2125$. رتبة مقدار 2125 هي $10^3$. ✓

### تمرين موجّه

**5. علم الفلك** رتبة مقدار كتلة الكرة الأرضية حوالي $10^{27}$. رتبة مقدار مجرة درب التبانة حوالي $10^{44}$. كم عدد رتب مقدار حجم مجرة درب التبانة بالنسبة إلى الكرة الأرضية؟

**الربط بالحياة اليومية**

هناك أكثر من 14,000 نوع من النمل يعيش في جميع أنحاء العالم. يستطيع بعض النمل أن يحمل أشياء يبلغ وزنها 50 ضعف وزن النملة.

**المصدر:** رابطة ولاية ماين لحماية الحيوانات

## التحقق من فهمك

**الأمثلة 1–4** **حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

**1.** $\frac{t^5u^4}{t^2u}$ **2.** $\frac{a^6b^4c^{10}}{a^3b^2c}$ **3** $\frac{m^6r^5p^3}{m^5r^2p^3}$ **4.** $\frac{b^4c^6f^8}{b^4c^3f^5}$

**5.** $\frac{g^8h^2m}{hg^7}$ **6.** $\frac{r^4t^7v^2}{t^7v^2}$ **7.** $\frac{x^3y^2z^6}{z^5x^2y}$ **8.** $\frac{n^4q^4w^6}{q^2n^3w}$

**9.** $\left(\frac{2a^3b^5}{3}\right)^2$ **10.** $\frac{r^3v^{-2}}{t^{-7}}$ **11.** $\left(\frac{2c^3d^5}{5g^2}\right)^5$

**12.** $\left(-\frac{3xy^4z^2}{x^3yz^4}\right)^0$ **13.** $\left(\frac{3f^4gh^4}{32f^3g^4h}\right)^0$ **14.** $\frac{4r^2v^0t^5}{2rt^3}$

**15.** $\frac{f^{-3}g^2}{h^{-4}}$ **16.** $\frac{-8x^2y^8z^{-5}}{12x^4y^{-7}z^7}$ **17.** $\frac{2a^2b^{-7}c^{10}}{6a^{-3}b^2c^{-3}}$

**مثال 5** **18. المعرفة المالية** الناتج المحلي الإجمالي (GDP) للولايات المتحدة في عام 2008 كان 52.199 تريليون دولار، وكان نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي 174,850 $. استخدم رتبة المقدار لتقدير العدد التقريبي لسكان الولايات المتحدة في عام 2008.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**الأمثلة 1-4** **حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

19. $\frac{m^4p^2}{m^2p}$

20. $\frac{p^{12}t^3r}{p^2tr}$

21. $\frac{3m^{-3}r^4p^2}{12t^4}$

22. $\frac{c^4d^4f^3}{c^2d^4f^3}$

23. $\left(\frac{3xy^4}{5z^2}\right)^2$

24. $\left(\frac{3t^6u^2v^5}{9tuv^{21}}\right)^0$

25. $\left(\frac{p^2t^7}{10}\right)^3$

26. $\frac{x^{-4}y^9}{z^{-2}}$

27. $\frac{a^7b^8c^8}{a^5bc^7}$

28. $\left(\frac{3np^3}{7q^2}\right)^2$

29. $\left(\frac{2r^3t^6}{5u^9}\right)^4$

30. $\left(\frac{3m^5r^3}{4p^8}\right)^4$

31. $\left(-\frac{5f^9g^4h^2}{fg^2h^3}\right)^0$

32. $\frac{p^{12}t^7r^2}{p^2t^7r}$

33. $\frac{p^4t^{-3}}{r^{-2}}$

34. $-\frac{5c^2d^5}{8cd^5f^0}$

35. $\frac{-2f^3g^2h^0}{8f^2g^2}$

36. $\frac{12m^{-4}p^2}{-15m^3p^{-9}}$

37. $\frac{k^4m^3p^2}{k^2m^2}$

38. $\frac{14f^{-3}g^2h^{-7}}{21k^3}$

39. $\frac{39t^4uv^{-2}}{13t^{-3}u^7}$

40. $\left(\frac{a^{-2}b^4c^5}{a^{-4}b^{-4}c^3}\right)^2$

41. $\frac{r^3t^{-1}x^{-5}}{tx^5}$

42. $\frac{g^0h^7j^{-2}}{g^{-5}h^0j^{-2}}$

**مثال 5**

43. **الإنترنت** في أحد الأعوام مؤخرًا، كان هناك تقريبًا 3.95 مليون مستضيف إنترنت. افترض أن هناك 208 مليون مستخدم للإنترنت. حدد رتبة مقدار مستضيفي الإنترنت ومستخدمي الإنترنت. باستخدام رتب المقدار، كم عدد مستخدمي الإنترنت المتواجدين بالمقارنة بمستضيفي الإنترنت؟

44. **الاحتمالات** عند القاء حجر نرد احتمال الحصول على عدد زوجي يساوي $\frac{1}{2}$. إذا تم القاء حجر النرد مرتين، فاحتمال الحصول على عدد زوجي في كلتا المرتين هو $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$ أو $\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

a. ما الذي تمثله $\left(\frac{1}{2}\right)^4$؟

b. اكتب تعبيرًا لتمثيل احتمال القاء حجر النرد $d$ من المرات والحصول على عدد زوجي في كل مرة. اكتب التعبير في صورة قوة لعدد $2$.

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.**

45. $\frac{-4w^{12}}{12w^3}$

46. $\frac{13r^7}{39r^4}$

47. $\frac{(4k^3m^2)^3}{(5k^2m^{-3})^{-2}}$

48. $\frac{3wy^{-2}}{(w^{-1}y)^3}$

49. $\frac{20qr^{-2}t^{-5}}{4q^0r^4t^{-2}}$

50. $\frac{-12c^3d^0f^{-2}}{6c^5d^{-3}f^4}$

51. $\frac{(2g^3h^{-2})^2}{(g^2h^0)^{-3}}$

52. $\frac{(5pr^{-2})^{-2}}{(3p^{-1}r)^3}$

53. $\left(\frac{-3x^{-6}y^{-1}z^{-2}}{6x^{-2}yz^{-5}}\right)^{-2}$

54. $\left(\frac{2a^{-2}b^4c^2}{-4a^{-2}b^{-5}c^{-7}}\right)^{-1}$

55. $\frac{(16x^2y^{-1})^0}{(4x^0y^{-4}z)^{-2}}$

56. $\left(\frac{4^0c^2d^3f}{2c^{-4}d^{-5}}\right)^{-3}$

57. **التبرير المنطقي** تبلغ سرعة المعالج في حاسوب مكتبي قديم $10^8$ من الأوامر في الثانية تقريبًا. يستطيع الحاسوب الجديد معالجة $10^{10}$ من الأوامر في الثانية. كم ضعفًا تبلغ سرعة الحاسوب الجديد بالنسبة إلى الحاسوب القديم؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**58. الفلك** يُقاس سطوع النجمة بالمقادير. كلما قل المقدار، زاد سطوع النجم. يصل سطوع نجم بالمقدار 9 إلى 2.51 ضعف سطوع نجم بالمقدار 10. يصل سطوع نجم بالمقدار 8 إلى 2.51 x 2.51 أو $2.51^2$ ضعف سطوع نجم بالمقدار 10.

**a.** كم ضعفًا يبلغ سطوع نجم بالمقدار 3 بالمقارنة بنجم بالمقدار 10؟

**b.** اكتب تعبيرًا لمقارنة نجم بالمقدار $m$ مع نجم بالمقدار 10.

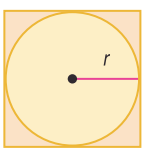
**c.** يُعتبر القمر المكتمل بالمقدار 13− تقريبًا. هل يُعتبر تعبيرك منطقيًا مع هذا المقدار؟ اشرح.

**59. الاحتمالات** في تجربة القاء حجر نرد يكون احتمال الحصول على العدد 3 هو $\frac{1}{6}$. إذا تم القاء حجر النرد مرتين، فاحتمال الحصول على العدد 3 في كلتا المرتين هو $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$ أو $\left(\frac{1}{6}\right)^2$.

**a.** اكتب تعبيرًا لتمثيل احتمال إلقاء حجر النرد $d$ من المرات والحصول على العدد 3 في كل مرة.

**b.** اكتب التعبير في صورة أس للعدد $\frac{1}{6}$..

**60. التمثيلات المتعددة** للتوصل إلى مساحة دائرة، استخدم $A = \pi r^2$. قانون مساحة المربع هو $A = s^2$.




**a. جبريًا** جـد نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع.

**b. جبريًا** إذا تضاعف نصف قطر الدائرة وطول كل ضلع في المربع. فجـد نسبة مساحة الدائرة إلى المربع.

**c. بالتمثيل الجدولي** انسخ الجدول وأكمله.

| النسبة | مساحة المربع | مساحة الدائرة | نصف القطر |
|---|---|---|---|
| | | | $r$ |
| | | | $2r$ |
| | | | $3r$ |
| | | | $4r$ |
| | | | $5r$ |
| | | | $6r$ |

**d. تحليليًا** ما النتيجة التي يمكن استخلاصها من هذا؟

## مسائل مهارات التفكير العليا

**61. التبرير** هل $x^y \times x^z = x^{yz}$ صحيحة أحيانًا، أم دائمًا، أم لا تصح أبدًا؟ اشرح.

**62. المسألة غير محددة الإجابة** اذكر اسم أحاديتي الحد بناتج قسمة يبلغ $24a^2b^3$.

**63. التحدي** استخدم خاصية ناتج قسمة الأسس لشرح السبب في أن $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$.

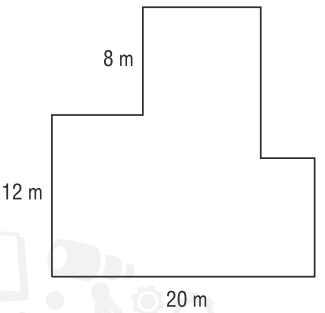
**64. الانتظام** اكتب فرضية مقنعة لإظهار السبب في أن $3^0 = 1$.

**65. الكتابة في الرياضيات** اشرح كيفية استخدام خاصية ناتج قسمة الأسس وخاصية رفع القوى لناتج قسمة.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## تدريب على الاختبار المعياري

**66.** ما محيط الشكل بالأمتار؟

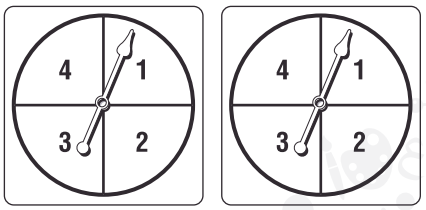



**A** 40m
**B** 80m
**C** 160m
**D** 400m

**67.** أثناء أبحاث وفاء في مشروعها العلمي، علمت أن الضوء يتحرك بسرعة ثابتة وأنه يستغرق 500 ثانية لكي يقطع 150 مليون كيلومتر من الشمس إلى كوكب الأرض. ويبعد كوكب المريخ بنحو 228 مليون كيلومتر عن الشمس. كم ثانية تقريبًا سيستغرقها الضوء لكي يقطع المسافة من الشمس إلى المريخ؟

**F** 235 ثانية
**G** 327 ثانية
**H** 642 ثانية
**J** 763 ثانية

**68. الإجابة الموسعة** تلعب هيام وهناء لعبة باستخدام المؤشرين الموجودين بالأسفل. يتساوى احتمال توقف كل مؤشر عند أي من الأعداد الأربعة. في اللعبة، يدير اللاعب كلا المؤشرين ويحسب ناتج ضرب العددين اللذين توقف عندهما المؤشرين.




**a.** ما ناتج الضرب الذي يحقق أعلى احتمال حدوث؟

**b.** ما احتمال حدوث ناتج الضرب ذلك؟

**69.** بسّط $(4^{-2} \times 5^{0} \times 64)^{3}$.

**A** $\frac{1}{64}$
**B** 64
**C** 320
**D** 1024

## مراجعة شاملة

**70. الهندسة** يبلغ عرض منشور مستطيل $7x^3$ وحدة، ويبلغ الطول $4x^2$ وحدة، ويبلغ الارتفاع $3x$ وحدة. فما حجم المنشور؟ (الدرس 1-8)

**حُـلّ كل من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.**

**71.** $y \geq 1$
$x < -1$

**72.** $y \geq -3$
$y - x < 1$

**73.** $y < 3x + 2$
$y \geq -2x + 4$

**74.** $y - 2x < 2$
$y - 2x > 4$

**حُـلّ المتباينة في كل مما يلي. وتحقق من صحة الحل.**

**75.** $5(2h - 6) > 4h$

**76.** $22 \geq 4(b - 8) + 10$

**77.** $5(u - 8) \leq 3(u + 10)$

**78.** $8 + t \leq 3(t + 4) + 2$

**79.** $9n + 3(1 - 6n) \leq 21$

**80.** $-6(b + 5) > 3(b - 5)$

**81. الدرجات** في مادة العلوم في مدرسة ثانوية، تبلغ درجة الاختبار ثلاثة أمثال درجة الاختبار السريع. ما متوسط درجة الطالب؟

**درجات العلوم**

| الاختبارات | الأسئلة السريعة |
|---|---|
| 85 | 82 |
| 92 | 75 |
| | 95 |

## مراجعة المهارات

**جـد قيمة كل تعبير.**

**82.** $9^2$

**83.** $11^2$

**84.** $10^6$

**85.** $10^4$

**86.** $3^5$

**87.** $5^3$

**88.** $12^3$

**89.** $4^6$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-3 الأسس النسبية

**السابق**
- استخدمت قوانين الأسس للتوصل إلى نواتج ضرب وقسمة الدوال أحادية الحد.

**الحالي**
1. إيجاد قيمة التعابير التي تتضمن أسسًا نسبية وإعادة كتابتها.
2. حل المعادلات التي تتضمن تعابير بأسس نسبية.

**لماذا؟**
- من المهم أن تحمي بشرتك بكريم واقٍ من الشمس لمنع تضررها. يوضح عامل الحماية من الشمس (SPF) في الكريم الواقي مدى جودة حمايته لك. يمتص الكريم الواقي بعامل الحماية $f$ حوالي $p$ في المائة من الأشعة فوق البنفسجية UV-B، حيث $p = 50f^{0.2}$.

**المفردات الجديدة**
- **الأس النسبي** rational exponent
- **الجذر التكعيبي** cube root
- **الجذر النوني** $n^{th}$ root
- **المعادلة الأسيّة** exponential equation

**ممارسات في الرياضيات**
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

## 1 الأسس النسبية

أنت تعلم أن الأس يمثل عدد مرات استخدام الأساس كعامل. لكن كيف تتوصل إلى قيمة تعبير بأس ليس عددًا صحيحًا مثل الموجود بالأعلى؟ هيا نستكشف **الأسس النسبية** بافتراض أنها تُعامل معاملة أسس الأعداد الصحيحة.

$\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = b^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}}$ اكتب على شكل تعبير ضربي.

$= b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$ ناتج ضرب الأسس

$= b^1 = b$ بسّط.

ولهذا، $b^{\frac{1}{2}}$ تربيع يساوي $b$. إذًا $b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$.

**المفهوم الأساسي** $b^{\frac{1}{2}}$

**الشرح** لأي عدد حقيقي غير سالب، $b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$. يساوي $b$.

**أمثلة** $38^{\frac{1}{2}} = \sqrt{38}$ $\quad$ $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16}$ أو 4

**مثال 1** الصيغ الجذرية والأسيّة

**اكتب كل تعبير في صيغة جذرية، أو اكتب كل جذر في صيغة أسيّة.**

**a.** $25^{\frac{1}{2}}$

$25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25}$ تعريف $b^{\frac{1}{2}}$

$= 5$ بسّط.

**b.** $\sqrt{18}$

$\sqrt{18} = 18^{\frac{1}{2}}$ تعريف $b^{\frac{1}{2}}$

**c.** $5x^{\frac{1}{2}}$

$5x^{\frac{1}{2}} = 5\sqrt{x}$ تعريف $b^{\frac{1}{2}}$

**d.** $\sqrt{8p}$

$\sqrt{8p} = (8p)^{\frac{1}{2}}$ تعريف $b^{\frac{1}{2}}$

**تمرين موجّه**

**1A.** $a^{\frac{1}{2}}$ **1B.** $\sqrt{22}$ **1C.** $(7w)^{\frac{1}{2}}$ **1D.** $2\sqrt{x}$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program
McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

تَعلّم أنه للتوصل إلى الجذر التربيعي للعدد $a$ عليك إيجاد عدد مربعه يساوي $a$. وبنفس الطريقة، يمكنك التوصل إلى الجذور الأخرى للأعداد. إذا كان $a^3 = b$، فإن $a$ هي **الجذر التكعيبي** للعدد $b$. وإذا كانت $a^n = b$ للعدد الصحيح الموجب $n$، فإن $a$ تمثل **الجذر النوني $n$** للعدد $b$.

### المفهوم الأساسي الجذر النوني $n$

**الشرح** لأي عددين حقيقيين $a$ و $b$ وأي عدد صحيح موجب $n$، إذا كانت $a^n = b$، فإن $a$ هو الجذر النوني $n$ لـ $b$.

**الرموز** إذا كان $a^n = b$، فإن $\sqrt[n]{b} = a$.

**مثال** بما أن $2^4 = 16$، فإن 2 الجذر الرابع للعدد 16؛ $\sqrt[4]{16} = 2$.

**نصيحة دراسية**

**الأدوات** يمكنك استخدام حاسبة بيانية لإيجاد الجذور النونية $n$. أدخل $n$، ثم اضغط على MATH واختر $\sqrt[n]{16}$.

بما أن $3^2 = 9$ و $(-3)^2 = 9$، فإن كلاً من 3 و $-3$ جذران مربعان للعدد 9. وبالمثل، بما أن $2^4 = 16$ و $(-2)^4 = 16$، فإن كلاً من 2 و $-2$ هما الجذران الرابعان للعدد 16. يُسمى الجذران الموجبان جذرين *أساسيين*. وضح رمز الجذر الجذور الأساسية، ولذلك $\sqrt[4]{16} = 2$.

### مثال 2 الجذور النونية $n$

**بسّط.**

**a.** $\sqrt[3]{27}$

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$

$= 3$

**b.** $\sqrt[5]{32}$

$\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$= 2$

**تمرين موجّه**

**2A.** $\sqrt[3]{64}$

**2B.** $\sqrt[4]{10{,}000}$

مثل الجذور التربيعية، يمكن تمثيل الجذور النونية $n$ بالأسس النسبية.

$\left(b^{\frac{1}{n}}\right)^n = \underbrace{b^{\frac{1}{n}} \times b^{\frac{1}{n}} \times \ldots \times b^{\frac{1}{n}}}$ اكتب في صورة تعبير ضربي.

$= b^{\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \ldots + \frac{1}{n}}$ ناتج ضرب الأسس

$= b^1 = b$ بسّط.

ولهذا، $b^{\frac{1}{n}}$ حيث القوة النونية $n$ تساوي $b$. ولذلك فإن $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$.

### المفهوم الأساسي $b^{\frac{1}{n}}$

**الشرح** لأي عدد حقيقي موجب $b$ وأي عدد صحيح $n > 1$، $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$.

**مثال** $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2}$ أو 2

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## مثال 3 إيجاد قيمة التعابير $b^{\frac{1}{n}}$

**بسّط.**

**a.** $125^{\frac{1}{3}}$

$125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125}$ $\quad b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

$= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}$ $\quad 125 = 5^3$

$= 5$ $\quad$ بسّط.

**b.** $1296^{\frac{1}{4}}$

$1296^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{1296}$ $\quad b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

$= \sqrt[4]{6 \times 6 \times 6 \times 6}$ $\quad 1296 = 6^4$

$= 6$ $\quad$ بسّط.

**تمرين موجّه**

**3A.** $27^{\frac{1}{3}}$

**3B.** $256^{\frac{1}{4}}$

**نصيحة دراسية**

**الأسس النسبية على حاسبة**

استخدم أقواسًا لايجاد قيم التعابير التي تتضمن أسسًا نسبية على حاسبة تمثيل بياني. بالنسبة إلى مثال لإيجاد قيمة $125^{\frac{1}{3}}$، اضغط على

125 ^ ( 1 ÷ 3 ) ENTER.

تسمح لنا خاصية رفع القوى بتوسيع تعريف $b^{\frac{1}{n}}$ إلى $b^{\frac{m}{n}}$.

$b^{\frac{m}{n}} = \left(b^{\frac{1}{n}}\right)^m$ $\quad$ رفع القوى

$= \left(\sqrt[n]{b}\right)^m = \sqrt[n]{b^m}$ $\quad b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

### المفهوم الأساسي $b^{\frac{m}{n}}$

**الشرح** لأي عدد حقيقي موجب $b$ وأي عددين صحيحين $m$ و $n > 1$.

$b^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^m = \sqrt[n]{b^m}$

**مثال** $8^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = 2^2$ أو 4

## مثال 4 إيجاد قيمة التعابير $b^{\frac{m}{n}}$

**بسّط.**

**a.** $64^{\frac{2}{3}}$

$64^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{64}\right)^2$ $\quad b^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^m$

$= \left(\sqrt[3]{4 \times 4 \times 4}\right)^2$ $\quad 64 = 4^3$

$= 4^2 = 16$ $\quad$ بسّط.

**b.** $36^{\frac{3}{2}}$

$36^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt[2]{36}\right)^3$ $\quad b^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^m$

$= 6^3$ $\quad \sqrt{36} = 6$

$= 216$ $\quad$ بسّط.

**تمرين موجّه**

**4A.** $27^{\frac{2}{3}}$

**4B.** $256^{\frac{5}{4}}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 2 إيجاد حل المعادلات الأسيّة

في **المعادلة الأسيّة**، تأتي المتغيرات على شكل أسس. يمكن استخدام خاصية المساواة في الأسس وخواص الأسس الأخرى في حل المعادلات الأسيّة.

### المفهوم الأساسي خاصية المساواة في الأسس

**الشرح** لأي عدد حقيقي $b > 0$ و $b \neq 1$، $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

**أمثلة** إذا كانت $5^x = 5^3$، فإن $x = 3$. إذا كانت $n = \frac{1}{2}$، فإن $4^n = 4^{\frac{1}{2}}$.

### مثال 5 حل المعادلات الأسيّة

**حُـلّ كل من المعادلات الأسيّة الآتية.**

**a.** $6^x = 216$

| | |
|---|---|
| $6^x = 216$ | المعادلة الأصلية |
| $6^x = 6^3$ | أعد كتابة 216 في شكل $6^3$. |
| $x = 3$ | خاصية المساواة |

**تحقق**

$6^x = 216$

$6^3 \stackrel{?}{=} 216$

$216 = 216$ ✓

**b.** $25^{x-1} = 5$

| | |
|---|---|
| $25^{x-1} = 5$ | المعادلة الأصلية |
| $(5^2)^{x-1} = 5$ | أعد كتابة 25 في شكل $5^2$. |
| $5^{2x-2} = 5^1$ | رفع القوى، خاصية التوزيع |
| $2x - 2 = 1$ | خاصية المساواة |
| $2x = 3$ | اجمع 2 على كل طرف. |
| $x = \frac{3}{2}$ | اقسم كل طرف على 2. |

**تحقق**

$25^{x-1} = 5$

$25^{\frac{3}{2}-1} \stackrel{?}{=} 5$

$25^{\frac{1}{2}} = 5$ ✓

**تمرين موجّه**

**5A.** $5^x = 125$

**5B.** $12^{2x+3} = 144$

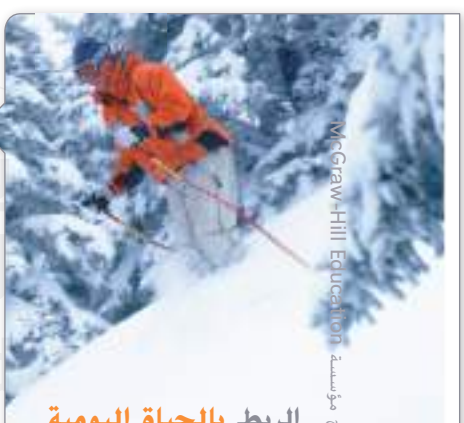
### مثال 6 من الحياة اليومية حل المعادلات الأسيّة

**كريم الوقاية من الشمس** راجع بداية الدرس. جـد معامل الحماية من الشمس الذي يمتص 100% من الأشعة فوق البنفسجية UV-B.

| | |
|---|---|
| $p = 50f^{0.2}$ | المعادلة الأصلية |
| $100 = 50f^{0.2}$ | $p = 100$ |
| $2 = f^{0.2}$ | اقسم كل طرف على 50. |
| $2 = f^{\frac{1}{5}}$ | $0.2 = \frac{1}{5}$ |
| $(2^5)^{\frac{1}{5}} = f^{\frac{1}{5}}$ | $2 = 2^1 = (2^5)^{\frac{1}{5}}$ |
| $2^5 = f$ | خاصية المساواة في الأسس |
| $32 = f$ | بسّط. |

**تمرين موجّه**

**6. الكيمياء** نصف القطر $r$ لنواة ذرة بالعدد الكتلي $A$ هو $r = 1.2A^{\frac{1}{3}}$ فمتومتر. جـد قيمة $A$ إذا كانت $r = 3.6$ فمتومتر.



**الربط بالحياة اليومية**

كن شديد الحرص عند وجودك بالقرب من الثلج والماء والرمل لأنها تعكس أشعة الشمس الضارة مما يمكن أن يرفع احتمال إصابتك بحرق شمسي.

**المصدر:** الأكاديمية الأمريكية لأمراض الجلد

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **اكتب كل تعبير في صيغة جذرية، أو اكتب كل جذر في صيغة أسيّة.**

1. $12^{\frac{1}{2}}$
2. $3x^{\frac{1}{2}}$
3. $\sqrt{33}$
4. $\sqrt{8n}$

**الأمثلة 4-2** **بسّط.**

5. $\sqrt[3]{512}$
6. $\sqrt[5]{243}$
7. $343^{\frac{1}{3}}$
8. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$
9. $343^{\frac{2}{3}}$
10. $81^{\frac{3}{4}}$
11. $216^{\frac{4}{3}}$
12. $\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{3}{2}}$

**مثال 5** **حُلّ كلًّا من المعادلات الأسيّة الآتية.**

13. $8^x = 4096$
14. $3^{3x+1} = 81$
15. $4^{x-3} = 32$

**مثال 6**

16. **الأدوات** يُستخدم السياج لقياس تدفق الماء في قناة. بالنسبة لسياج عريض مستطيل له غطاء علوي، يرتبط التدفق $Q$ بالمتر المكعب في الثانية بطول السياج $L$ بالأمتار والارتفاع $H$ للماء بـ $Q = 1.6LH^{\frac{3}{2}}$. جد ارتفاع الماء على سياج يبلغ طوله 3 m وتدفقه 38.4 $m^3/sec$

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **اكتب كل تعبير في صيغة جذرية، أو اكتب كل جذر في صيغة أسيّة.**

17. $15^{\frac{1}{2}}$
18. $24^{\frac{1}{2}}$
19. $4k^{\frac{1}{2}}$
20. $(12y)^{\frac{1}{2}}$
21. $\sqrt{26}$
22. $\sqrt{44}$
23. $2\sqrt{ab}$
24. $\sqrt{3xyz}$

**الأمثلة 4-2** **بسّط.**

25. $\sqrt[3]{8}$
26. $\sqrt[5]{1024}$
27. $\sqrt[3]{216}$
28. $\sqrt[4]{10{,}000}$
29. $\sqrt[3]{0.001}$
30. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$
31. $1331^{\frac{1}{3}}$
32. $64^{\frac{1}{6}}$
33. $3375^{\frac{1}{3}}$
34. $512^{\frac{1}{9}}$
35. $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$
36. $\left(\frac{3125}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$
37. $8^{\frac{2}{3}}$
38. $625^{\frac{3}{4}}$
39. $729^{\frac{5}{6}}$
40. $256^{\frac{3}{8}}$
41. $125^{\frac{4}{3}}$
42. $49^{\frac{5}{2}}$
43. $\left(\frac{9}{100}\right)^{\frac{3}{2}}$
44. $\left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{4}{3}}$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## حُـلّ كل من المعادلات الأسيّة الآتية.

**45.** $3^x = 243$

**46.** $12^x = 144$

**47.** $16^x = 4$

**48.** $27^x = 3$

**49.** $9^x = 27$

**50.** $32^x = 4$

**51.** $2^{x-1} = 128$

**52.** $4^{2x+1} = 1024$

**53.** $6^{x-4} = 1296$

**54.** $9^{2x+3} = 2187$

**55** $4^{3x} = 512$

**56.** $128^{3x} = 8$

مثال 6

**57. ترشيد الاستهلاك** يمكن استخدام الماء المتجمع في مجرى مطر لري النباتات والحد من استخدام ماء المدينة. الماء المتدفق من مجرى مطر مفتوح سرعته $v = 8h^{\frac{1}{2}}$، حيث $v$ هي عدد الأمتار في الثانية و $h$ هي ارتفاع الماء بالأمتار. جـد ارتفاع الماء إذا كان يتدفق بسرعة 8 m/sec

**58. الكهرباء** نصف القطر $r$ بالمليمتر لسلك بلاتيني طوله $L$ cm بمقاومة تبلغ 0.1 أوم هو $r = 0.059L^{\frac{1}{2}}$. كم يبلغ طول السلك بنصف القطر 0.236 mm ؟

## اكتب كل تعبير في صيغة جذرية، أو اكتب كل جذر في صيغة أسيّة.

**59.** $17^{\frac{1}{3}}$

**60.** $q^{\frac{1}{4}}$

**61.** $7b^{\frac{1}{3}}$

**62.** $m^{\frac{2}{3}}$

**63.** $\sqrt[3]{29}$

**64.** $\sqrt[5]{h}$

**65.** $2\sqrt[3]{a}$

**66.** $\sqrt[3]{xy^2}$

## بسّط.

**67.** $\sqrt[3]{0.027}$

**68.** $\sqrt[4]{\frac{n^4}{16}}$

**69.** $a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}}$

**70.** $c^{\frac{1}{2}} \times c^{\frac{3}{2}}$

**71.** $(8^2)^{\frac{2}{3}}$

**72.** $\left(y^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$

**73.** $9^{-\frac{1}{2}}$

**74.** $16^{-\frac{3}{2}}$

**75.** $(3^2)^{-\frac{3}{2}}$

**76.** $\left(81^{\frac{1}{4}}\right)^{-2}$

**77.** $k^{-\frac{1}{2}}$

**78.** $\left(d^{\frac{4}{3}}\right)^0$

## حُـلّ كل من المعادلات الأسيّة الآتية.

**79.** $2^{5x} = 8^{2x-4}$

**80.** $81^{2x-3} = 9^{x+3}$

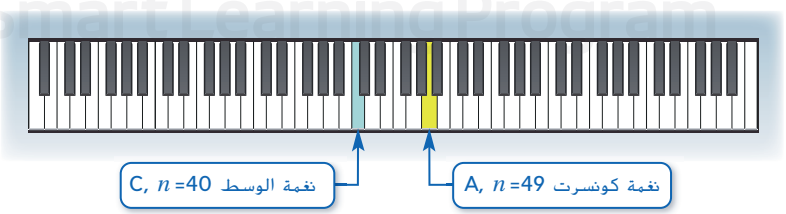
**81.** $2^{4x} = 32^{x+1}$

**82.** $16^x = \frac{1}{2}$

**83.** $25^x = \frac{1}{125}$

**84.** $6^{8-x} = \frac{1}{216}$

**85. استخدام النماذج** التردد $f$ بالهرتز للمفتاح رقم $n$ في بيانو هو $f = 440\left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{n-49}$.




a. ما تردد النغمة كونسرت A؟

b. ما النغمة التي يبلغ ترددها 220 Hz؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**86. مسارات عشوائية** افترض أنك ذهبت للتنزه حيث اخترت اتجاه كل خطوة بشكل عشوائي. مسار الجزيء في سائل أو غاز ومسار الحيوان المتجول وسعر السهم المتقلب كلهم يتم تمثيلهم كمسارات عشوائية. العدد المحتمل للمسارات العشوائية $w$ المكونة من $n$ خطوات حيث تختار واحدًا من $d$ اتجاهات في كل خطوة هو $w = d^n$.

**a.** كم عدد الخطوات التي اتخذتها في مسار عشوائي من اتجاهين إذا كان هناك 4096 مسارًا محتملاً؟

**b.** كم عدد الخطوات التي اتخذتها في مسار عشوائي من 4 اتجاهات إذا كان هناك 65,536 مسارًا محتملاً؟

**c.** إذا كان هناك مسار من 7 خطوات له 2187 مسارًا محتملاً، فكم عدد الاتجاهات التي يمكن اتخاذها في كل خطوة؟

**87 كرة القدم** نصف القطر $r$ لكرة تحمل $V$ وحدة مكعبة من الهواء يمثلها $r = 0.62V^{\frac{1}{3}}$. ما الأحجام المحتملة لكل مقاس من كرة القدم؟

| أبعاد كرة القدم | |
|---|---|
| المقاس | القطر (cm) |
| 3 | 18.5–19.5 |
| 4 | 20.5–21 |
| 5 | 22–23 |

**88. التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف تمثيل الدالة الأسيّة بيانيًا.

**a. جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

| $x$ | $-2$ | $-\frac{3}{2}$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $\frac{3}{2}$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = 4^x$ | | | | | | | | | |

**b. بيانيًا** الرسم البياني $f(x)$ بوضع النقاط وتوصيلها بمنحنى أملس.

**c. لفظيًا** صف شكل الرسم البياني لـ $f(x)$. ما سماته الرئيسية؟ هل هو خطي؟

## مسائل مهارات التفكير العليا

**89. مسألة غير محددة الإجابة** اكتب تعبيرين مختلفين بأسس نسبية يساويان $\sqrt{2}$.

**90. الفرضيات** حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة *دائمًا أو أحيانًا* أو لا تصح *أبدًا*. افترض أن $x$ عدد حقيقي غير سالب. اشرح استنتاجك.

**a.** $x^2 = x^{\frac{1}{2}}$ **b.** $x^{-2} = x^{\frac{1}{2}}$ **c.** $x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}}$

**d.** $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ **e.** $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = x$ **f.** $x^{\frac{1}{2}} \times x^2 = x$

**91. التحدي** لأي قيم $x$ تكون $x = x^{\frac{1}{3}}$؟

**92. تحليل الخطأ** يحل جاسم وجمال المسألة $4 = 128^x$. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

**جاسم**

$128^x = 4$

$(2^7)^x = 2^2$

$2^{7x} = 2^2$

$7x = 2$

$x = \frac{2}{7}$

**جمال**

$128^x = 4$

$(2^7)^x = 4$

$2^{7x} = 4^1$

$7x = 1$

$x = \frac{1}{7}$

**93. الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن 2 هي الجذر الأساسي الرابع للعدد 16.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تدريب على الاختبار المعياري

**94.** ما قيمة $16^{\frac{3}{4}} + 9^{\frac{3}{2}}$؟

A 5
B 11
C 25
D 35

**95.** في دار عرض أفلام، تظهر تكاليف عدة أنواع من الفشار والشطائر.

| الشطائر | أكياس الفشار | التكلفة الإجمالية |
|---|---|---|
| 1 | 1 | AED 8.50 |
| 2 | 4 | AED 21.60 |

فأي زوجين من المعادلات يمكن استخدامهما في إيجاد $p$ وهو تكلفة علبة الفشار، وإيجاد $h$ وهو تكلفة الشطيرة؟

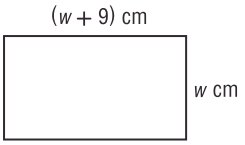
F $p + h = 8.5$
$p + 2h = 10.8$

G $p + h = 8.5$
$2h + 4p = 21.6$

H $p + h = 8.5$
$2p + 4h = 21.6$

J $p + h = 8.5$
$2p + 2h = 21.6$

**96. إجابة قصيرة** جد أبعاد المستطيل إذا كان محيطه يبلغ 52 cm.




**97.** إذا كانت $3^4 = 9^x$. فإن $x =$

A 1
B 2
C 4
D 5

## مراجعة شاملة

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.** (الدرس 8-2)

**98.** $\frac{a^3b^5}{ab^3}$

**99.** $\frac{c^8d^{11}}{c^4d^5}$

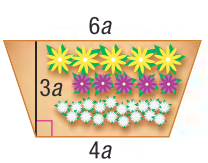
**100.** $\frac{4x^3y^3z^6}{xyz^5}$

**101.** $\frac{a^5b^3c}{a^5bc}$

**102.** $\left(\frac{3m^4}{4p^2}\right)^2$

**103.** $\left(\frac{3df^2}{9d^2f}\right)^0$

**104. البستنة** يزرع سالم حديقة زهور على شكل شبه منحرف كما يظهر على اليسار. استخدم الصيغة $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ لإيجاد مساحة الحديقة. (الدرس 1-8)




**اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع.**

**105.** $y - 2 = 3(x - 1)$

**106.** $y - 5 = 6(x + 1)$

**107.** $y + 2 = -2(x + 5)$

**108.** $y + 3 = \frac{1}{2}(x + 4)$

**109.** $y - 1 = \frac{2}{3}(x + 9)$

**110.** $y + 3 = -\frac{1}{4}(x + 2)$

## التحقق من المهارات

**جد قيمة كل مما يلي:**

**111.** $10^3$

**112.** $10^5$

**113.** $10^{-1}$

**114.** $10^{-4}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-4 الترميز العلمي

**السابق:**
- استخدمت قوانين الأسس للتوصل إلى نواتج ضرب وقسمة الدوال أحادية الحد.

**الحالي:**
1. التعبير عن الأعداد بالترميز العلمي.
2. إيجاد نواتج الضرب والقسمة للأعداد التي تم التعبير عنها بالترميز العلمي.

**لماذا؟**
- سياحة الفضاء صناعة تبلغ قيمتها عدة مليارات من الدولارات. مقابل 73 AED مليون، يستطيع الشخص المدني السفر على متن صاروخ أو مكوك وزيارة المحطة الفضائية الدولية (ISS) لمدة أسبوع.

**المفردات الجديدة**
**الترميز العلمي**
**scientific notation**

**ممارسات في الرياضيات**
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
مراعاة الدقة.

## 1 الترميز العلمي

يمكن أن تكون الأعداد الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا مثل 73 مليون درهم مرهقة عند استخدامها في الحسابات. ولهذا السبب، غالبًا ما يتم التعبير عن الأعداد بالترميز العلمي. العدد المكتوب **بالترميز العلمي** يكون بالصيغة $a \times 10^n$، حيث $1 \le a < 10$ و $n$ عدد صحيح.

### المفهوم الأساسي الصيغة القياسية للترميز العلمي

**الخطوة 1** انقل النقطة العشرية/ الفاصلة العشرية إلى أن تكون إلى يمين أول عدد صحيح غير الصفر. وليكن العدد الصحيح $a$.

**الخطوة 2** لاحظ عدد المنازل $n$ التي تحركتها واتجاه الحركة للنقطة/للفاصلة العشرية.

**الخطوة 3** إذا تحركت النقطة/الفاصلة العشرية لليسار، فاكتب العدد بالصيغة $a \times 10^n$.
إذا تحركت النقطة/الفاصلة العشرية لليمين، فاكتب العدد بالصيغة $a \times 10^{-n}$.

**الخطوة 4** أزل الأصفار غير الضرورية.

### مثال 1 الصيغة القياسية للترميز العلمي

**عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.**

**a.** 201,000,000

**الخطوة 1** 201,000,000 ← 2.01000000 $a = 2.01000000$

**الخطوة 2** تحركت النقطة/الفاصلة العشرية 8 منازل إلى اليسار. إذًا $n = 8$.

**الخطوة 3** $201{,}000{,}000 = 2.01000000 \times 10^8$

**الخطوة 4** $2.01 \times 10^8$

**b.** 0.000051

**الخطوة 1** 0.000051 ← 00005.1 $a = 00005.1$

**الخطوة 2** تحركت النقطة/الفاصلة العشرية 5 منازل إلى اليمين. إذًا $n = 5$.

**الخطوة 3** $0.000051 = 00005.1 \times 10^{-5}$

**الخطوة 4** $5.1 \times 10^{-5}$

**تمرين موجّه**

**1A.** 68,700,000,000

**1B.** 0.0000725

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك أيضًا إعادة كتابة الأعداد بالترميز العلمي بصيغة قياسية.

**المفهوم الرئيسي الترميز العلمي بالصيغة القياسية**

**الخطوة 1** في العدد $a \times 10^n$، لاحظ ما إذا كانت $n > 0$ أم $n < 0$.

**الخطوة 2** إذا كانت $n > 0$، فانقل النقطة/الفاصلة العشرية $n$ من المنازل إلى اليمين.
إذا كانت $n < 0$، فانقل النقطة/الفاصلة العشرية $n$ من المنازل إلى اليسار.

**الخطوة 3** أدخل الأصفار والنقطة/الفاصلة العشرية وفواصل التجميع حسب الحاجة للقيمة المكانية.

**انتبه!**

**الإشارات السالبة** انتبه إلى مكان الإشارات السالبة. تعني الإشارة السالبة في الأس أن العدد يتراوح بين 0 و 1. تعني الإشارة السالبة قبل العدد أنه أقل من الصفر.

**مثال 2 الترميز العلمي بالصيغة القياسية**

**عبّر عن كل عدد بالصيغة القياسية.**

**a.** $6.32 \times 10^9$

**الخطوة 1** الأس هو 9، إذًا $n = 9$.

**الخطوة 2** بما أن $n > 0$، فانقل النقطة/الفاصلة العشرية 9 منازل إلى اليمين.

$6.32 \times 10^9 \leftarrow 6320000000$

**الخطوة 3** $6.32 \times 10^9 = 6{,}320{,}000{,}000$ أعد الكتابة؛ أدخل الفواصل.

**b.** $4 \times 10^{-7}$

**الخطوة 1** الأس هو $-7$، ولذلك $n = -7$.

**الخطوة 2** بما أن $n < 0$، فانقل النقطة/الفاصلة العشرية 7 منازل إلى اليسار.

$4 \times 10^{-7} \rightarrow 0000004$

**الخطوة 3** $4 \times 10^{-7} = 0.0000004$ أعد الكتابة؛ أدخل 0 على يسار النقطة/الفاصلة العشرية.

**تمرين موجّه**

**2A.** $3.201 \times 10^6$ ، **2B.** $9.03 \times 10^{-5}$

## 2 ناتج الضرب والقسمة بالترميز العلمي

يمكنك استخدام الترميز العلمي لتبسيط ضرب وقسمة الأعداد الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا.

**مثال 3 ضرب الأعداد المكتوبة بالترميز العلمي**

**جد قيمة $(3.5 \times 10^{-3})(7 \times 10^5)$. عبّر عن النتيجة بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

$(3.5 \times 10^{-3})(7 \times 10^5)$ التعبير الأصلي

$= (3.5 \times 7)(10^{-3} \times 10^5)$ خاصيتا التبديل والتجميع

$= 24.5 \times 10^2$ ناتج ضرب الأسس

$= (2.45 \times 10^1) \times 10^2$ $24.5 = 2.45 \times 10$

$= 2.45 \times 10^3$ أو 2450 ناتج ضرب الأسس

**نصيحة في حل المسائل**

**الأدوات** يمكن أن يساعدك وضع تقدير للإجابة قبل حساب الحل في تحديد ما إذا كانت إجابتك منطقية.

**تمرين موجّه**

**جد قيمة كل ناتج ضرب. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

**3A.** $(6.5 \times 10^{12})(8.7 \times 10^{-15})$ **3B.** $(7.8 \times 10^{-4})^2$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

## مثال 4 قسمة الأعداد المكتوبة بالترميز العلمي

**جـد قيمة $\frac{3.066 \times 10^8}{7.3 \times 10^3}$. عبّر عن النتيجة بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

$$\frac{3.066 \times 10^8}{7.3 \times 10^3} = \left(\frac{3.066}{7.3}\right)\left(\frac{10^8}{10^3}\right) \quad \text{قاعدة ناتج الضرب للكسور}$$
$$= 0.42 \times 10^5 \quad \text{ناتج قسمة الأسس}$$
$$= 4.2 \times 10^{-1} \times 10^5 \quad 0.42 = 4.2 \times 10^{-1}$$
$$= 4.2 \times 10^4 \quad \text{ناتج ضرب الأسس}$$
$$= 42{,}000 \quad \text{الصيغة القياسية}$$

**نصيحة دراسية**

**ناتج قسمة القوى الأسية** تذكّر أن خاصية ناتج قسمة الأسس لا تنطبق إلا على الأسس التي لها الأساس نفسه. بما أن $10^8$ و$10^3$ لهما الأساس نفسه، يمكن تطبق الخاصية.

### تمرين موجّه

**جـد قيمة كل ناتج قسمة. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

**4A.** $\frac{2.3958 \times 10^3}{1.98 \times 10^8}$

**4B.** $\frac{1.305 \times 10^3}{1.45 \times 10^{-4}}$

## مثال 5 من الحياة اليومية استخدام الترميز العلمي

**الموسيقى** في الولايات المتحدة، **يحصل** القرص المضغوط **على التقييم** عند بيع **500** ألف نسخة. يصل القرص المضغوط إلى **التقييم البلاتيني** عند بيع مليون نسخة أو أكثر.

**a. عبّر عن عدد نسخ الأقراص المضغوطة المطلوب بيعها للحصول على كل تقييم بالترميز المعياري.**

التقييم الذهبي: 500 ألف = 500,000؛ التقييم البلاتيني: مليون = 1,000,000

**b. اكتب كل عدد بالترميز العلمي.**

التقييم الذهبي: $5 \times 10^5$ = 500,000؛ التقييم البلاتيني: $1 \times 10^6$ = 1,000,000

**c. كم عدد نسخ القرص المضغوط التي بيعت إذا كان قد حصل على التقييم البلاتيني 13 مرة؟ اكتب إجابتك بالترميز العلمي والصيغة القياسية.**

يحصل القرص المضغوط على التقييم البلاتيني بمجرد أن يبيع مليون نسخة. بما أن القرص المضغوط قد حصل على التقييم البلاتيني 13 مرة، فنحن بحاجة إلى الضرب في العدد 13.

$$(13)(1 \times 10^6) \quad \text{التعبير الأصلي}$$
$$= (13 \times 1)(10^6) \quad \text{خاصية التجميع}$$
$$= 13 \times 10^6 \quad 13 \times 1 = 13$$
$$= (1.3 \times 10^1) \times 10^6 \quad 13 = 1.3 \times 10$$
$$= 1.3 \times 10^7 \quad \text{ناتج ضرب الأسس}$$
$$= 13{,}000{,}000 \quad \text{الصيغة القياسية}$$

### تمرين موجّه

**5. لاسلكي القمر الصناعي** افترض أن شركة لأجهزة اللاسلكي التي تعمل عبر الأقمار الصناعية حققت ربحًا يبلغ AED 125.4 مليون في عام واحد.

**A.** اكتب هذا العدد بالصيغة القياسية.

**B.** اكتب هذا العدد بالترميز العلمي.

**C.** إذا حققت الشركة في العام التالي 2.5 ضعف مبلغ ربح العام السابق، فحدد مبلغ الربح. اكتب إجابتك بالترميز العلمي والصيغة القياسية.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**مثال 1**

**عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.**

1. 185,000,000
2. 1,902,500,000
3. 0.000564
4. 0.00000804

**المال** عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.

5. ينفق المراهقون AED 13 مليارًا سنويًا على الملابس.
6. يؤثر المراهقون على عادات الإنفاق في أسرهم. يتحكمون في AED 1.5 مليار تقريبًا من الدخل التقديري.

**مثال 2**

**عبّر عن كل عدد بالصيغة القياسية.**

7. $1.98 \times 10^{7}$
8. $4.052 \times 10^{6}$
9. $3.405 \times 10^{-8}$
10. $6.8 \times 10^{-5}$

**مثال 3**

**جد قيمة كل ناتج ضرب. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

11. $(1.2 \times 10^{3})(1.45 \times 10^{12})$
12. $(7.08 \times 10^{14})(5 \times 10^{-9})$
13. $(5.18 \times 10^{2})(9.1 \times 10^{-5})$
14. $(2.18 \times 10^{-2})^{2}$

**مثال 4**

**جد قيمة كل ناتج قسمة. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

15. $\frac{1.035 \times 10^{8}}{2.3 \times 10^{4}}$
16. $\frac{2.542 \times 10^{5}}{4.1 \times 10^{-10}}$
17. $\frac{1.445 \times 10^{-7}}{1.7 \times 10^{5}}$
18. $\frac{2.05 \times 10^{-8}}{4 \times 10^{-2}}$

**مثال 5**

19. **الضبط** اشترى زايد جهاز تنقية هواء ليساعده على التعامل مع الحساسية التي يعاني منها. سيعمل المرشح في جهاز التنقية على وقف الجسيمات الصغيرة حتى واحد على مئة من الميكرون. ويبلغ حجم الميكرون واحد على مليون من المليمتر.
   - **a.** اكتب الواحد على المائة وحجم الميكرون الواحد بالصيغة القياسية.
   - **b.** اكتب الواحد على المائة وحجم الميكرون الواحد بالترميز العلمي.
   - **c.** ما أصغر حجم لجسيم سيوقفه المرشح بالمتر؟ اكتب النتيجة بكل من الصيغة القياسية والترميز العلمي.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1**

**عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.**

20. 1,220,000
21. 58,600,000
22. 1,405,000,000,000
23. 0.0000013
24. 0.000056
25. 0.000000000709

**البريد الإلكتروني** عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.

26. توضع 100 مليون رسالة بريد إلكتروني تقريبًا يتم إرسالها إلى الرئيس في الأرشيفات الوطنية.
27. بحلول عام 2015 سيحقق سوق أمن البريد الإلكتروني AED 6.5 مليارات.

**مثال 2**

**عبّر عن كل عدد بالصيغة القياسية.**

28. $1 \times 10^{12}$
29. $9.4 \times 10^{7}$
30. $8.1 \times 10^{-3}$
31. $5 \times 10^{-4}$
32. $8.73 \times 10^{11}$
33. $6.22 \times 10^{-6}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**مثال 2** **الإنترنت** **عبّر عن كل عدد بالصيغة القياسية.**

**34.** حوالي $2.1 \times 10^7$ شخص تتراوح أعمارهم بين 12 و17 عامًا يستخدمون الإنترنت.

**35.** حوالي $1.1 \times 10^7$ مراهق يتصلون بالإنترنت يوميًا.

**المثالان 3 و 4** **جـد قيمة كل ناتج ضرب أو قسمة. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

**36.** $(3.807 \times 10^3)(5 \times 10^2)$

**37.** $\frac{9.6 \times 10^3}{1.2 \times 10^{-4}}$

**38.** $\frac{2.88 \times 10^3}{1.2 \times 10^{-5}}$

**39** $(6.5 \times 10^7)(7.2 \times 10^{-2})$

**40.** $(9.5 \times 10^{-18})(9 \times 10^9)$

**41.** $\frac{8.8 \times 10^3}{4 \times 10^{-4}}$

**42.** $\frac{9.15 \times 10^{-3}}{6.1 \times 10}$

**43.** $(1.4 \times 10^6)^2$

**44.** $(2.58 \times 10^2)(3.6 \times 10^6)$

**45.** $\frac{5.6498 \times 10^{10}}{8.2 \times 10^4}$

**46.** $\frac{1.363 \times 10^{16}}{2.9 \times 10^6}$

**47.** $(5 \times 10^3)(1.8 \times 10^{-7})$

**48.** $(2.3 \times 10^{-3})^2$

**49.** $\frac{6.25 \times 10^{-4}}{1.25 \times 10^2}$

**50.** $\frac{3.75 \times 10^{-9}}{1.5 \times 10^{-4}}$

**51.** $(7.2 \times 10^7)^2$

**52.** $\frac{8.6 \times 10^4}{2 \times 10^{-6}}$

**53.** $(6.3 \times 10^{-5})^2$

**مثال 5** **54. الفلك** تختلف المسافة بين الكرة الأرضية والشمس على مدار العام. تصل الكرة الأرضية إلى أقرب نقطة من الشمس في شهر يناير عندما تبلغ المسافة **146** مليون كيلومتر. في شهر يوليو، تصل المسافة إلى أبعد نقطة حيث تبلغ **152** مليون كيلومتر.

**a.** اكتب 146 مليون بكل من الصيغة القياسية والترميز العلمي.

**b.** اكتب 152 مليون بكل من الصيغة القياسية والترميز العلمي.

**c.** ما النسبة المئوية للزيادة في المسافة من شهر يناير إلى شهر يوليو؟ قرّب إلى أقرب عشرة من مائة.

**جـد قيمة كل ناتج ضرب أو قسمة. عبّر عن النتائج بكل من الترميز العلمي والصيغة القياسية.**

**55.** $(4.65 \times 10^{-2})(5.91 \times 10^6)$

**56.** $\frac{2.548 \times 10^5}{2.8 \times 10^{-2}}$

**57.** $\frac{2.135 \times 10^5}{3.5 \times 10^{12}}$

**58.** $(3.16 \times 10^{-2})^2$

**59.** $(2.01 \times 10^{-4})(8.9 \times 10^{-3})$

**60.** $\frac{5.184 \times 10^{-5}}{7.2 \times 10^3}$

**61.** $(9.04 \times 10^6)(5.2 \times 10^{-4})$

**62.** $\frac{1.032 \times 10^{-4}}{8.6 \times 10^{-5}}$

**الضوء** تبلغ سرعة الضوء $3 \times 10^8$ m/s تقريبًا.

**63.** اكتب تعبيرًا لتمثيل سرعة الضوء بالكيلومتر في الثانية.

**64.** اكتب تعبيرًا لتمثيل سرعة الضوء بالكيلومتر في الساعة.

**65.** اصنع جدولاً يوضح عدد الكيلومترات التي يقطعها الضوء في اليوم والأسبوع وفي شهر طوله 30 يومًا وسنة طولها 365 يومًا. عبّر عن نتائجك بالترميز العلمي.

**66. وضع النماذج** أظهرت دراسة حديثة على الهواتف الخلوية أن هاتف الشركة A يعالج حتى $7.95 \times 10^5$ بت من البيانات كل ثانية. ويعالج هاتف الشركة B حتى $1.41 \times 10^6$ بت من البيانات كل ثانية. جـد قيمة $\frac{1.41 \times 10^6}{7.95 \times 10^5}$ وتفسير

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

67 **كرة الأرضية** يبلغ سكان الكرة الأرضية حوالي $6.623 \times 10^9$. تبلغ مساحة سطح الكرة الأرضية $1.483 \times 10^8\ km^2$. ما الكثافة السكانية لمساحة سطح الكرة الأرضية؟

68. **الأنهار** يُعرف حوض التصريف المنفصل عن الأحواض المجاورة بحافة أو هضبة أو جبل باسم مستجمع المياه. تبلغ مساحة مستجمع مياه نهر الأمازون $5,900,000\ km^2$ . تبلغ مساحة مستجمع مياه نهر المسيسيبي $3,100,000\ km^2$.

**a.** اكتب كلاً من هذين العددين بالترميز العلمي.

**b.** كم ضعفًا تبلغ مساحة مستجمع مياه نهر الأمازون بالمقارنة بمستجمع مياه نهر المسيسيبي؟

69. **الزراعة** زرع الفلاحون في أحد الأعوام مؤخرًا حوالي 37.6 هكتار من الذرة. كما أنهم زرعوا 25.9 هكتار من فول الصويا و4.5 هكتار من القطن.

**a.** اكتب كلاً من هذه الأعداد بالترميز العلمي وبالصيغة القياسية.

**b.** كم ضعفًا تبلغ الكمية المزروعة من الذرة بالمقارنة بفول الصويا؟ اكتب نتائجك بكل من الصيغة القياسية والترميز العلمي. قرّب إجابتك إلى أربع منازل عشرية.

**c.** كم ضعفًا تبلغ الكمية المزروعة من الذرة بالمقارنة بالقطن؟ اكتب نتائجك بكل من الصيغة القياسية والترميز العلمي. قرّب إجابتك إلى أربع منازل عشرية.

## مسائل مهارات التفكير العليا

70. **التبرير** أيهما أكبر، $100^{10}$ أم $10^{100}$؟ اشرح استنتاجك.

71. **تحليل الخطأ** تعمل رنا وهدى على حل مسألة قسمة بالترميز العلمي. فهل أيٌّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

**رنا**

$$\frac{3.65 \times 10^{-12}}{5 \times 10^5} = 0.73 \times 10^{-17}$$
$$= 7.3 \times 10^{-16}$$

**هدى**

$$\frac{3.65 \times 10^{-12}}{5 \times 10^5} = 0.73 \times 10^{-17}$$
$$= 7.3 \times 10^{-18}$$

72. **التحدي** ضع ترتيب هذه الأعداد من الأقل إلى الأكبر بدون تحويلها إلى الصيغة القياسية.

$$5.46 \times 10^{-3},\ 6.54 \times 10^3,\ 4.56 \times 10^{-4},\ -5.64 \times 10^4,\ -4.65 \times 10^5$$

73. **الفرضيات** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو لا تصح أبدًا. اذكر أمثلة أو مثالاً عكسيًا للتحقق من استنتاجك.

عند ضرب عددين مكتوبين بالترميز العلمي، لا يمكن أن يحتوي العدد الناتج على أكثر من خانتين إلى يسار النقطة/الفاصلة العشرية.

74. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب عددين بالترميز العلمي بناتج ضرب يبلغ $1.3 \times 10^{-3}$. ثم حدد عددين بالترميز العلمي بحاصل قسمة يبلغ $1.3 \times 10^{-3}$.

75. **الكتابة في الرياضيات** اكتب الخطوات التي ستتبعها لقسمة عددين مكتوبين بالترميز العلمي. ثم صف كيفية كتابة النتائج بالصيغة القياسية. اشرح عن طريق إيجاد قيمة $\frac{a}{b}$ عندما يكون $a = 2 \times 10^3$ و $b = 4 \times 10^5$.

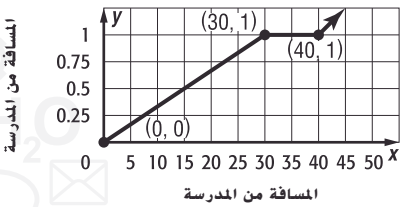
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تدريب على الاختبار المعياري

**76.** ما العدد الذي يمثل $0.05604 \times 10^8$ مكتوبًا بالصيغة القياسية؟

**A** 0.0000000005604
**B** 560,400
**C** 5,604,000
**D** 50,604,000

**77.** غادرت عائشة المدرسة وقادت دراجتها نحو المنزل. يوضح التمثيل البياني العلاقة بين بُعدها عن المدرسة والزمن.




ما التفسير الذي يمكن أن يشرح جزء التمثيل البياني من $x = 30$ إلى $x = 40$؟

**F** قادت عائشة دراجتها على منحدر.
**G** ركضت عائشة طوال الطريق نحو المنزل.
**H** توقفت عائشة عند منزل صديقة في طريقها نحو المنزل.
**J** عادت عائشة إلى المدرسة لإحضار كتاب الرياضيات الخاص بها.

**78. إجابة قصيرة** في أول أربع سنوات للمدرب طارق في مجال تدريب كرة القدم، فاز فريقه في 5 مباريات في العام الأول و 10 مباريات في العام الثاني و 8 مباريات في العام الثالث و 7 مباريات في العام الرابع. كم عدد المباريات التي يحتاج الفريق إلى الفوز بها في العام الخامس ليحقق متوسطًا يبلغ 8 مباريات في العام؟

**79.** يوضح الجدول العلاقة بين السعرات الحرارية وجرامات الدهون في وجبة من الدجاج المقلي من عدة مطاعم.

| السعرات الحرارية | 305 | 410 | 320 | 500 | 510 | 440 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الدهون (بالجرام) | 28 | 34 | 28 | 41 | 42 | 38 |

بافتراض أن الطريقة الأمثل لوصف البيانات هي النموذج الخطي، فكم عدد جرامات الدهون تقريبًا التي تتوقع أن تكون في وجبة تحتوي على 275 سعرًا حراريًا من الدجاج المقلي؟

**A** 22
**B** 25
**C** 28
**D** 30

## مراجعة شاملة

**80. الصحة** يمثل المؤشر الوزني $p$ مقياسًا لجسم الشخص بناء على الطول $h$ بالسنتيمتر والكتلة $m$ بالكيلوجرام. من بين هذه الصيغ $p = 100m^{\frac{1}{3}}h^{-1}$. إذا كان شخص يبلغ طوله 182 cm له مؤشر وزني يبلغ 2.2، فكم يبلغ وزن الشخص بالكيلوجرام؟ (الدرس 3-8)

**حوّل لأبسط صورة. افترض أنّ جميع المقامات لا تساوي الصفر.** (الدرس 2-8)

**81.** $\frac{8^9}{8^6}$
**82.** $\frac{6^5}{6^3}$
**83.** $\frac{r^8t^{12}}{r^2t^7}$
**84.** $\left(\frac{3a^4b^4}{8c^2}\right)^4$
**85.** $\left(\frac{5d^3g^2}{3h^4}\right)^2$
**86.** $\left(\frac{4n^2p^4}{8p^3}\right)^3$

**87. الكيمياء** تبلغ حموضة عصير الليمون $10^2$ أمثال حموضة عصير الطماطم. تبلغ حموضة عصير الطماطم $10^3$ أمثال حموضة بياض البيض. فكم مِثلاً تبلغ حموضة عصير الليمون بالنسبة إلى بياض البيض؟ (الدرس 2-8)

## مراجعة المهارات

**جـد قيمة $a(b^x)$ لكل من القيم المذكورة.**

**88.** $a = 1, b = 2, x = 4$
**89.** $a = 4, b = 1, x = 7$
**90.** $a = 5, b = 3, x = 0$
**91.** $a = 0, b = 6, x = 8$
**92.** $a = -2, b = 3, x = 1$
**93.** $a = -3, b = 5, x = 2$ −75

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

# الوحدة 8 اختبار منتصف الوحدة

## الدروس من 8-1 إلى 8-4

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة.** (الدرس 8-1)

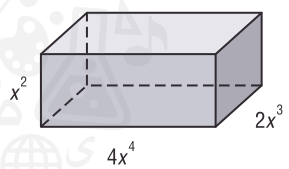
1. $(x^3)(4x^5)$

2. $(m^2p^5)^3$

3. $[(2xy^3)^2]^3$

4. $(6ab^3c^4)(-3a^2b^3c)$

5. **الاختيار من متعدد** عبّر عن حجم الجسم الصلب بدالة أحادية الحد. (الدرس 8-1)




A $6x^9$

B $8x^9$

C $8x^{24}$

D $7x^{24}$

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي 0.** (الدرس 8-2)

6. $\left(\frac{2a^4b^3}{c^6}\right)^3$

7. $\frac{2xy^0}{6x}$

8. $\frac{m^7n^4p}{m^3n^3p}$

9. $\frac{p^4t^{-2}}{r^{-5}}$

10. **الفلك** يقدّر الفلكيون أن عدد النجوم في الكون له رتبة مقدار تبلغ $10^{21}$. يبلغ عدد النجوم في مجرة درب التبانة 100 مليار تقريبًا. باستخدام رتب المقدار، كم ضعفًا يبلغ عدد النجوم الموجودة في الكون بالمقارنة بمجرة درب التبانة؟ (الدرس 8-2)

**اكتب كل تعبير في الصيغة الجذرية، أو في الصيغة الأسيّة.** (الدرس 8-3)

11. $42^{\frac{1}{2}}$

12. $11x^{\frac{1}{2}}$

13. $(11g)^{\frac{1}{2}}$

14. $\sqrt{55}$

15. $\sqrt{5k}$

16. $4\sqrt{p}$

**حوّل لأبسط صورة.** (الدرس 8-3)

17. $\sqrt[3]{729}$

18. $\sqrt[4]{625}$

19. $1331^{\frac{1}{3}}$

20. $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$

21. $8^{\frac{2}{3}}$

22. $625^{\frac{3}{4}}$

23. $216^{\frac{5}{3}}$

24. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$

**حُـلّ كلًا من المعادلات الآتية.** (الدرس 8-3)

25. $4^x = 4096$

26. $5^{2x+1} = 125$

27. $4^{x-3} = 128$

**عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.** (الدرس 8-4)

28. 0.00000054

29. 0.0042

30. 234,000

31. 418,000,000

**عبّر عن كل عدد بالصيغة القياسية.** (الدرس 8-4)

32. $4.1 \times 10^{-3}$

33. $2.74 \times 10^5$

34. $3 \times 10^9$

35. $9.1 \times 10^{-5}$

**جـد قيمة ناتج الضرب أو ناتج القسمة في كل مما يلي. وعبّر عن النتائج بالترميز العلمي.** (الدرس 8-4)

36. $(2.13 \times 10^2)(3 \times 10^5)$

37. $(7.5 \times 10^6)(2.5 \times 10^{-2})$

38. $\frac{7.5 \times 10^8}{2.5 \times 10^4}$

39. $\frac{6.6 \times 10^5}{2 \times 10^{-3}}$

40. **الثدييات** تم صيد حوت أزرق يبلغ وزنه $1.9 \times 10^5$ kg. أصغر الثدييات هو الخفاش الطنان الذي يبلغ وزنه 0.0019 kg تقريبًا. (الدرس 8-4)

**a.** اكتب وزن الحوت بالصيغة المعيارية.

**b.** اكتب وزن الخفاش بالترميز العلمي.

**c.** كم عدد رتب مقدار حجم الخفاش الطنان بالمقارنة بالحوت الأزرق؟

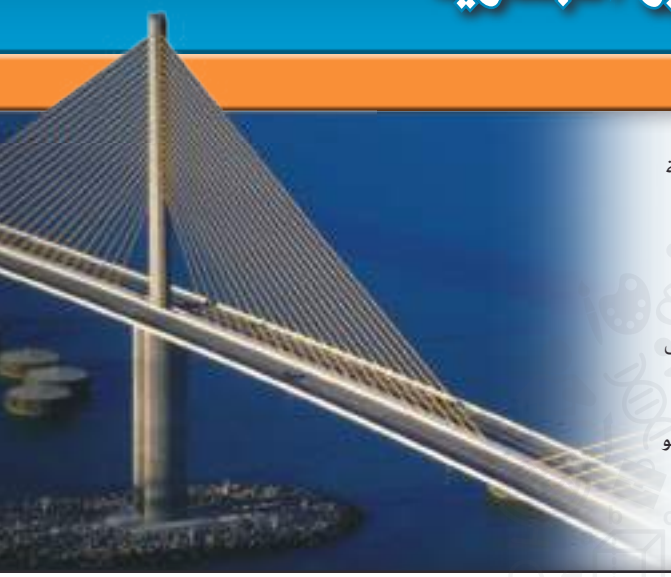
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة
برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

## ملاحظاتي

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

الدرس 5-8

# تبسيط التعابير الجذرية



**السابق**
- قمتَ بتبسيط الجذور.

**الحالي**
1. تبسيط التعابير الجذرية باستخدام خاصية الضرب للجذور التربيعية.
2. تبسيط التعابير الجذرية باستخدام خاصية ناتج قسمة الجذور التربيعية.

**لماذا؟**
- يمتد جسر "صن شاين سكاي واي" عبر خليج تامبا في ولاية فلوريدا، وهو مدعوم بكابلات من الصلب عددها 21 كابلاً، ويبلغ قطر الواحد منها 22.9 cm.

لتحديد ما إذا كان قطر الكابل الصلب ينبغي أن يدعم وزنًا محددًا، يمكنك استخدام المعادلة $d = \sqrt{\frac{w}{8}}$، حيث $d$ هو قطر الكابل بالبوصة و$w$ هو الوزن بالأطنان.

## 1 خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية

يشتمل **التعبير الجذري** على جذر، مثل الجذر التربيعي. تذكر أن التعبير الموجود تحت رمز الجذر يُطلق عليه المجذور. ويكون المجذور في أبسط صورة له إذا تم استيفاء الشروط الثلاثة التالية.

- عدم احتواء المجذور على عوامل مربع كامل غير 1.
- عدم احتواء المجذور على كسور.
- عدم ظهور المجذور في مقام الكسر.

يمكن استخدام الخاصية التالية لتبسيط الجذور التربيعية.

**المفهوم الأساسي خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية**

**الشرح** بالنسبة لأي عددين حقيقيين غير سالبين $a$ و$b$، فإن الجذر التربيعي لـ $ab$ يساوي الجذر التربيعي لـ $a$ مضروبًا في الجذر التربيعي لـ $b$.

**الرموز** $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$، إذا كان $a \geq 0$ و$b \geq 0$

**أمثلة** $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36}$ أو 6 $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3$ أو 6 $\sqrt{4 \cdot 9}$

**مثال 1 تبسيط الجذور التربيعية**

**بسِّط** $\sqrt{80}$.

$\sqrt{80} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}$ تحليل 80 إلى عوامل أولية

$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5}$ خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية

$= 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}$ أو $4\sqrt{5}$ بسِّط.

**تمرين موجّه**

**1A.** $\sqrt{54}$

**1B.** $\sqrt{180}$

**المفردات الجديدة**

**تعبير جذري** radical expression

**إنطاق المقام** rationalizing the denominator

**مرافق** conjugate

**ممارسات في الرياضيات**

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

### مثال 2 ضرب الجذور التربيعية

**بسّط $\sqrt{2} \cdot \sqrt{14}$.**

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{14} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$ خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية

$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{7}$ أو $2\sqrt{7}$ خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية

**تمرين موجّه**

**2A.** $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$ **2B.** $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8}$

فكّر في التعبير $\sqrt{x^2}$. قد يبدو أن $x = \sqrt{x^2}$، ولكن عند إيجاد الجذر التربيعي الأساسي لتعبير يشتمل على متغيرات، يجب عليك التأكد من ألا تكون الإجابة سالبة. فكّر في $x = -3$.

$\sqrt{x^2} \stackrel{?}{=} x$

$\sqrt{(-3)^2} \stackrel{?}{=} -3$ عوّض عن $x$ بـ $-3$.

$\sqrt{9} \stackrel{?}{=} -3$ $(-3)^2 = 9$

$3 \neq -3$ $\sqrt{9} = 3$

لاحظ أنه، في هذه الحالة، إذا كان الطرف الأيمن من المعادلة $|x|$، فستكون المعادلة صحيحة. وبالنسبة للتعابير التي يكون فيها أس المتغير داخل الجذر زوجيًا ويكون الأس المبسط فرديًا، فإنه يجب عليك استخدام القيمة المطلقة.

$\sqrt{x^2} = |x|$ $\sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$ $\sqrt{x^4} = x^2$ $\sqrt{x^6} = |x^3|$

### مثال 3 تبسيط الجذر التربيعي ذي المتغيرات

**بسّط $\sqrt{90x^3y^4z^5}$.**

$\sqrt{90x^3y^4z^5} = \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z^5}$ حلل إلى عوامل أولية

$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y^4} \cdot \sqrt{z^4} \cdot \sqrt{z}$ خاصية ناتج الضرب

$= \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot x \cdot \sqrt{x} \cdot y^2 \cdot z^2 \cdot \sqrt{z}$ بسّط.

$= 3y^2z^2x\sqrt{10xz}$ بسّط.

**تمرين موجّه**

**3A.** $\sqrt{32r^2k^4t^5}$ **3B.** $\sqrt{56xy^{10}z^5}$

## 2 خاصية ناتج قسمة الجذور التربيعية

يمكنك استخدام خاصية ناتج القسمة للجذور التربيعية لقسمة الجذور التربيعية وتبسيط التعابير الجذرية.

**المفهوم الأساسي خاصية ناتج قسمة الجذور التربيعية**

**الشرح** بالنسبة لأي عددين حقيقيين $a$ و$b$، حيث $a \geq 0$ و$b > 0$، فإن الجذر التربيعي لـ $\frac{a}{b}$ يساوي الجذر التربيعي لـ $a$ مقسومًا على الجذر التربيعي لـ $b$.

**الرموز** $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**قراءة في الرياضيات**

**الكسور في المجذور**

التعبير $\sqrt{\frac{a}{b}}$ يُقرأ الجذر التربيعي لـ $a$ على $b$، أو الجذر التربيعي للكمية $a$ على $b$.

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

يمكنك استخدام خواص الجذور التربيعية من أجل **إنطاق مقام** كسر به جذر. ويتضمن هذا ضرب البسط والمقام في عامل يعمل على إزالة الجذور الموجودة في المقام.

## مثال 4 على الاختبار المعياري إنطاق المقام

**أي من التعابير التالية مكافئ لـ $\sqrt{\frac{35}{15}}$؟**

A $\frac{5\sqrt{21}}{15}$ B $\frac{\sqrt{21}}{3}$ C $\frac{\sqrt{525}}{15}$ D $\frac{\sqrt{35}}{15}$

**قراءة فقرة الاختبار** يتعين تبسيط التعبير الجذري.

**حَل فقرة الاختبار**

$\sqrt{\frac{35}{15}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$ اختصر $\frac{35}{15}$ إلى $\frac{7}{3}$.

$= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ خاصية ناتج قسمة الجذور التربيعية

$= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ اضرب في $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

$= \frac{\sqrt{21}}{3}$ خاصية ناتج ضرب الجذور التربيعية

الاختيار الصحيح هو *B*.

**نصيحة عند حل الاختبار**

**البنية** انظر إلى المجذور لمعرفة ما إذا كان يمكن تبسيطه أولاً. فقد يُسهل هذا عليك حساباتك.

**تمرين موجّه**

**4.** بسّط $\frac{\sqrt{6y}}{\sqrt{12}}$.

F $\frac{\sqrt{y}}{2}$ G $\frac{\sqrt{y}}{4}$ H $\frac{\sqrt{2y}}{2}$ J $\frac{\sqrt{2y}}{4}$

يُطلق على ذوات الحدين التي تأخذ الشكل $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}$، حيث $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعداد نسبية، اسم **مترافقات**. على سبيل المثال، يُعد $2 + \sqrt{7}$ و $2 - \sqrt{7}$ مترافقين. ويكون ناتج ضرب المترافقين عبارة عن عدد نسبي، والذي يمكن إيجاده باستخدام النمط المتعلق بالفرق بين مربعين.

## مثال 5 استخدام المرافق لإنطاق المقام

**بسّط $\frac{3}{5 + \sqrt{2}}$.**

$\frac{3}{5 + \sqrt{2}} = \frac{3}{5 + \sqrt{2}} \cdot \frac{5 - \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}}$ مرافق $5 + \sqrt{2}$ هو $5 - \sqrt{2}$.

$= \frac{3(5 - \sqrt{2})}{5^2 - (\sqrt{2})^2}$ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$= \frac{15 - 3\sqrt{2}}{25 - 2}$ أو $\frac{15 - 3\sqrt{2}}{23}$ $(\sqrt{2})^2 = 2$

**تمرين موجّه** **بسّط كل تعبير مما يلي.**

**5A.** $\frac{3}{2 + \sqrt{2}}$ **5B.** $\frac{7}{3 - \sqrt{7}}$

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## التحقق من فهمك

**الأمثلة 1–3** **بسّط كلاً من التعابير الآتية.**

1. $\sqrt{24}$
2. $3\sqrt{16}$
3. $2\sqrt{25}$
4. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{14}$
5. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{18}$
6. $3\sqrt{10} \cdot 4\sqrt{10}$
7. $\sqrt{60x^4y^7}$
8. $\sqrt{88m^3p^2r^5}$
9. $\sqrt{99ab^5c^2}$

**مثال 4**

10. **الاختيار من متعدد** أي من التعابير الآتية يعد مكافئًا لـ $\sqrt{\frac{45}{10}}$؟

A $\frac{5\sqrt{2}}{10}$ B $\frac{\sqrt{45}}{10}$ C $\frac{\sqrt{50}}{10}$ D $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

**مثال 5** **بسّط كلاً من التعابير الآتية.**

11. $\frac{3}{3 + \sqrt{5}}$
12. $\frac{5}{2 - \sqrt{6}}$
13. $\frac{2}{1 - \sqrt{10}}$
14. $\frac{1}{4 + \sqrt{12}}$
15. $\frac{4}{6 - \sqrt{7}}$
16. $\frac{6}{5 + \sqrt{11}}$

## التمرين وحل المسائل

**الأمثلة 1–3** **بسّط كلاً من التعابير الآتية.**

17. $\sqrt{52}$
18. $\sqrt{56}$
19. $\sqrt{72}$
20. $3\sqrt{18}$
21. $\sqrt{243}$
22. $\sqrt{245}$
23. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}$
24. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}$
25. $3\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{7}$
26. $4\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{8}$
27. $3\sqrt{25t^2}$
28. $5\sqrt{81q^5}$
29. $\sqrt{28a^2b^3}$
30. $\sqrt{75qr^3}$
31. $7\sqrt{63m^3p}$
32. $4\sqrt{66g^2h^4}$
33. $\sqrt{2ab^2} \cdot \sqrt{10a^5b}$
34. $\sqrt{4c^3d^3} \cdot \sqrt{8c^3d}$

35. **قطار الملاهي** بدءًا من الوضع الثابت، يمكن تقريب السرعة v لقطار الملاهي بالأمتار في الثانية عند أسفل التل عن طريق المعادلة $v = \sqrt{64h}$ ، حيث $h$ هو ارتفاع التل بالأمتار.

   **a.** بسّط المعادلة.

   **b.** حدد السرعة لقطار الملاهي عند قاع تل يبلغ ارتفاعه 134 m.

36. **الدقة** عند إخماد حريق، تُمثَّل السرعة v للماء الذي يتم ضخه في الهواء بالدالة $v = \sqrt{2hg}$ ، حيث $h$ يمثل أقصى ارتفاع للماء و$g$ يمثل تسارع الجاذبية الأرضية ($32\ ft/s^2$).

   **a.** حل الدالة لإيجاد قيمة $h$.

   **b.** تحتاج إدارة مكافحة الحرائق بعجمان إلى مضخة تدفع الماء إلى مسافة 80 ft في الهواء. فهل الإعلان عن وجود مضخة تقذف الماء بسرعة تبلغ 70 ft/s سيلبي احتياجاتها؟ اشرح.

   **c.** يتعين على إدارة مكافحة الحرائق بالشارقة شراء مضخة تدفع الماء إلى مسافة 90 ft في الهواء. فهل الإعلان عن وجود مضخة تقذف الماء بسرعة تبلغ 77 ft/s سيلبي حاجة إدارة مكافحة الحرائق هذه؟ اشرح.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

**المثالان 5–4** بسّط كلاً من التعابير الآتية.

37. $\sqrt{\frac{32}{t^4}}$ 38. $\sqrt{\frac{27}{m^5}}$ 39. $\frac{\sqrt{68ac^3}}{\sqrt{27a^2}}$

40. $\frac{\sqrt{h^3}}{\sqrt{8}}$ 41. $\sqrt{\frac{3}{16}} \cdot \sqrt{\frac{9}{5}}$ 42. $\sqrt{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}}$

43. $\frac{7}{5+\sqrt{3}}$ 44. $\frac{9}{6-\sqrt{8}}$ 45. $\frac{3\sqrt{3}}{-2+\sqrt{6}}$

46. $\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ 47. $\frac{5}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ 48. $\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{7}+3\sqrt{3}}$

49. **الكهرباء** كمية التيار بالأمبير I التي يستخدمها جهاز ما يمكن حسابها باستخدام الصيغة $I=\sqrt{\frac{P}{R}}$، حيث $P$ هي القدرة بالوات و$R$ هي المقاومة بالأوم.

a. بسّط الصيغة.

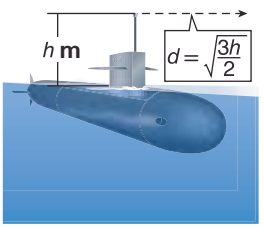
b. ما كمية التيار التي يستخدمها جهاز ما إذا كانت القدرة المستخدمة تساوي 75 وات والمقاومة 5 أوم؟

50. **الطاقة الحركية** يمكن تحديد سرعة v لكرة ما من خلال المعادلة $v=\sqrt{\frac{2k}{m}}$، حيث k هي الطاقة الحركية و$m$ هي كتلة الكرة.

a. بسّط المعادلة إذا كانت كتلة الكرة تساوي 3 kg.

b. إذا كانت الكرة تقطع 7 m/sec، فما الطاقة الحركية للكرة بالجول؟

51. **الغواصات** تُمثّل أكبر مسافة $d$ km يمكن لنقطة المراقبة رؤيتها في وضح النهار بالصيغة المبينة. حدد مقدار الارتفاع الذي يجب على الغواصة أن ترفع منظار الأفق الخاص بها إليه لرؤية سفينة ما، وذلك إذا كانت الغواصة تبعد عن السفينة بمقدار المسافات المذكورة.




| المسافة | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| الارتفاع | | | | | |

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **البنية** اشرح كيفية حل $\frac{\sqrt{3+2}}{x}=\frac{\sqrt{3-1}}{\sqrt{3}}$.

53. **تحدٍّ** بسّط كل تعبير مما يلي.

a. $\sqrt[3]{27}$ b. $\sqrt[3]{40}$ c. $\sqrt[3]{750}$

54. **الاستنتاج** أخذت موزة عددًا طرحت منه 4، وضربته في 4، ثم قامت بحساب الجذر التربيعي ومن ثم المعكوس الضربي للحصول على $\frac{1}{2}$. فما العدد الذي بدأت به؟ اكتب صيغة تصف هذه العملية.

55. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب زوجًا من ذوات الحدين بالصيغة $a\sqrt{b}+c\sqrt{f}$ و$a\sqrt{b}-c\sqrt{f}$. ثم جد ناتج ضربهما.

56. **التحدي** استخدم خاصية ناتج قسمة الجذور التربيعية لاشتقاق القانون العام عن طريق حل المعادلة التربيعية $ax^2+bx+c=0$. (*إرشاد*: ابدأ بإكمال المربع.)

57. **الكتابة في الرياضيات** لخّص طريقة كتابة التعبير الجذري في أبسط صورة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## تدريب على الاختبار المعياري

**58.** إذا كانت فاتورة الكهرباء الخاصة بخميس أقل بمقدار AED 23 من فاتورة المياه الخاصة به. وكان إجمالي الفاتورتين يساوي AED 109. فأي من المعادلات التالية يمكن استخدامها لإيجاد قيمة فاتورة المياه؟

**A** $g + g = 109$ **C** $g - 23 = 109$

**B** $23 + 2g = 109$ **D** $2g - 23 = 109$

**59.** حُلّ $a^2 - 2a + 1 = 25$.

**F** $-4, -6$ **H** $-4, 6$

**G** $4, -6$ **J** $4, 6$

**60.** أي مما يلي يكافئ التعبير $\sqrt{160x^2y^5}$ ؟

**A** $16|x|y^2\sqrt{10y}$ **C** $4|x|y^2\sqrt{10y}$

**B** $|x|y^2\sqrt{160y}$ **D** $10|x|y^2\sqrt{4y}$

**61. إجابة شبكية** تجني ميساء AED 10 في الساعة و10% عمولة على المبيعات التي تحققها. فإذا عملت ميساء 38 ساعة وحققت مبيعات بإجمالي AED 1275 الأسبوع الماضي، فما قيمة المبلغ الذي جنته؟

## مراجعة شاملة

**جـد المجموع أو الفرق في كل مما يلي.** (الدرس 7-1)

**62.** $(7g^3 + 2g^2 - 12) - (-2g^3 - 4g)$

**63.** $(-3h^2 + 3h - 6) + (5h^2 - 3h - 10)$

**حل كل معادلة باستخدام القانون العام.**

**64.** $2x^2 - 3x - 9 = 0$

**65.** $4x^2 + 2x - 1 = 0$

**66.** $3x^2 + 4x - 2 = 0$

**67.** $3x^2 - 5x - 10 = 0$

**حلّل كل كثيرة حدود فيما يلي إلى العوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى العوامل باستخدام الأعداد الصحيحة، فاكتب *أولية*.** (الدرس 7-1)

**68.** $6x^2 + 21x - 90$

**69.** $3x^2 - 11x - 42$

**70.** $6x^2 - 13x - 5$

**71.** $5y^2 - 3y + 11$

**ابحث عن نمط في كل جدول قيم لتحديد أي نوع من النماذج يصف البيانات بأفضل طريقة.** (الدرس 6-1)

**72.**

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{27}{8}$ | $\frac{81}{16}$ | $\frac{243}{32}$ | $\frac{729}{64}$ |

**73.**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-13$ | $-6.25$ | 0 | 5.75 | 11 |

**مثّل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال والمدى.**

**74.** $f(x) = |x + 5|$

**75.** $f(x) = 2[\![x]\!]$

**حُلّ كلًا من المعادلات الآتية.**

**76.** $\left(\frac{1}{7}\right)^{y-3} = 343$

**77.** $10^{x-1} = 100^{2x-3}$

**78.** $36^{2p} = 216^{p-1}$

## مراجعة المهارات

**اكتب تحليل كل عدد إلى العوامل الأولية.**

**79.** 24

**80.** 88

**81.** 180

**82.** 31

**83.** 60

**84.** 90

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# مختبر الجبر
# الأعداد النسبية وغير النسبية

**ممارسات في الرياضيات**
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

تكون المجموعة **مغلقة** ضمن عملية واحدة إذا كانت نتيجة هذه العملية لأي أعداد من هذه المجموعة موجودة أيضًا في المجموعة نفسها. وقد تكون المجموعة مغلقة ضمن عملية واحدة وغير مغلقة ضمن عملية أخرى.

## النشاط 1 إغلاق الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية

**هل مجموعات الأعداد النسبية وغير النسبية تكون مغلقة ضمن عملية الضرب؟ وهل ينطبق ذلك ضمن عملية الجمع؟**

**الخطوة 1**

لتحديد ما إذا كانت كل مجموعة مغلقة ضمن عملية الضرب، افحص عدة نواتج ضرب لاثنين من العوامل النسبية ثم اثنين من العوامل غير النسبية.

نسبية: $5 \times 2 = 10;\ -3 \times 4 = -12;\ 3.7 \times 0.5 = 1.85;\ \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

غير نسبية: $\pi \times \sqrt{2} = \sqrt{2}\pi;\ \sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{21};\ \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

يكون ناتج ضرب كل زوج من الأعداد النسبية نسبيًا. ومع ذلك، تكون نواتج ضرب أزواج الأعداد غير النسبية غير نسبية ونسبية على حد سواء. لذا، يبدو أن مجموعة الأعداد النسبية تكون مغلقة ضمن عملية الضرب، ولكن مجموعة الأعداد غير النسبية ليست كذلك.

**الخطوة 2**

كرر هذه العملية مع الجمع.

نسبي: $3 + 8 = 11;\ -4 + 7 = 3;\ 3.7 + 5.82 = 9.52;\ \frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{13}{20}$

غير نسبي: $\sqrt{3} + \pi = \sqrt{3} + \pi;\ 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 9\sqrt{5};\ \sqrt{12} + \sqrt{50} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

يكون مجموع كل زوج من الأعداد النسبية نسبيًا، ومجموع كل زوج من الأعداد غير النسبية يكون غير نسبي. والمجموعتان كلتاهما تكونان مغلقتين ضمن عملية الجمع.

## النشاط 2 الأعداد النسبية وغير النسبية

**ما نوع الأعداد التي تمثل ناتج ضرب ومجموع عدد نسبي وآخر غير نسبي؟**

**الخطوة 1**

افحص نواتج ضرب عدة أزواج من الأعداد النسبية وغير النسبية.

$3 \times \sqrt{8} = 6\sqrt{2};\ \frac{3}{4} \times \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4};\ 1 \times \sqrt{7} = \sqrt{7};\ 0 \times \sqrt{5} = 0$

لا يكون ناتج الضرب نسبيًا إلا عندما يكون العامل النسبي هو 0. وناتج ضرب كل عدد نسبي غير صفري وعدد غير نسبي يكون غير نسبي.

**الخطوة 2**

جد مجاميع عدة أزواج من الأعداد النسبية وغير النسبية.

$5 + \sqrt{3} = 5 + \sqrt{3};\ \frac{2}{3} + \sqrt{5} = \frac{2 + 3\sqrt{5}}{3};\ -4 + \sqrt{6} = -1(4 - \sqrt{6})$

مجموع كل عدد نسبي وعدد غير نسبي يكون غير نسبي.

### تحليل النتائج

1. ما أنواع الأعداد التي تمثل فرق عددين نسبيين فرديين وعددين غير نسبيين فرديين وعدد نسبي وعدد غير نسبي؟
2. هل ناتج قسمة كل عدد نسبي وآخر غير نسبي يكون دائمًا عددًا آخر نسبيًا أو غير نسبي؟ وإذا لم يكن كذلك، فقدّم مثالًا مضادًا.
3. **تحدٍّ** تذكر أن الأعداد النسبية هي أعداد يمكن كتابتها في الصيغة $\frac{a}{b}$، حيث $a$ و$b$ عددان صحيحان و$b \neq 0$. ويوضح استخدام $\frac{a}{b}$ و$\frac{c}{d}$ أن مجموع أي عددين نسبيين وناتج ضربهما يجب دائمًا أن يكونا عددًا نسبيًا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# 8-6 العمليات على التعابير الجذرية

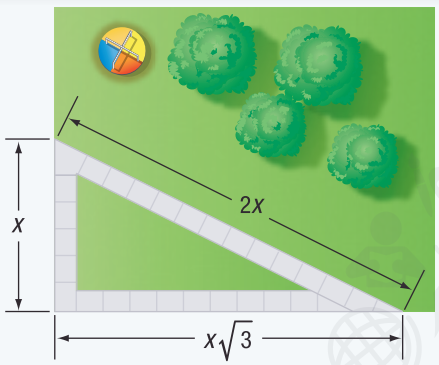
**السابق:**
- قمتَ بتبسيط التعابير الجذرية.

**الحالي:**
1. جمع التعابير الجذرية وطرحها.
2. ضرب التعابير الجذرية.

**لماذا؟**
- قرر سعيد الركض في الحي استعدادًا لموسم كرة القدم. وخطط لجري المسار الذي حدده ثلاث مرات يوميًا.

ما المسافة التي يجب على سعيد ركضها لإكمال المسار الذي حدده؟

ما المسافة التي يجب أن يركضها كل يوم؟




**ممارسات في الرياضيات**
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

## 1 جمع أو طرح التعابير الجذرية

لجمع التعابير الجذرية أو طرحها، يجب أن تكون المجذورات متشابهة كما هو الحال مع الحدود أحادية الحد التي يجب أن تكون متشابهة لإجراء عملية الجمع أو الطرح عليها.

| أحادية الحد | التعابير الجذرية |
|---|---|
| $4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (4 + 2)\sqrt{5}$<br>$= 6\sqrt{5}$ | $4a + 2a = (4 + 2)a$<br>$= 6a$ |
| $9\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (9 - 2)\sqrt{3}$<br>$= 7\sqrt{3}$ | $9b - 2b = (9 - 2)b$<br>$= 7b$ |

لاحظ أنه عند جمع التعابير الجذرية وطرحها، لا يتغير المجذور. وهو الأمر ذاته الذي يحدث عند جمع أحاديات الحد أو طرحها.

### مثال 1 جمع التعابير ذات المجذورات المتشابهة وطرحها

**بسّط كل تعبير.**

**a.** $5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

$5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (5 + 7 - 6)\sqrt{2}$ خاصية التوزيع
$= 6\sqrt{2}$ بسّط.

**b.** $10\sqrt{7} + 5\sqrt{11} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{11}$

$10\sqrt{7} + 5\sqrt{11} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{11} = (10 + 4)\sqrt{7} + (5 - 6)\sqrt{11}$ خاصية التوزيع
$= 14\sqrt{7} - \sqrt{11}$ بسّط.

**تمرين موجّه**

**1A.** $3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

**1B.** $6\sqrt{11} + 2\sqrt{11} - 9\sqrt{11}$

**1C.** $15\sqrt{3} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 11\sqrt{3}$

**1D.** $4\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3} + 3\sqrt{7}$

لا تشتمل كل التعابير الجذرية على مجذورات متشابهة. وعن طريق تبسيط التعابير، فإنه يمكن جعلها تشتمل على مجذورات متشابهة بحيث يمكن جمعها أو طرحها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**نصيحة دراسية**

**التبسيط أولاً** بسّط كل حد جذري أولاً، ثم أجرِ العمليات المطلوبة.

### مثال 2 جمع التعابير ذات المجذورات غير المتشابهة وطرحها

**بسّط $2\sqrt{18} + 2\sqrt{32} + \sqrt{72}$.**

خاصية الضرب $2\sqrt{18} + 2\sqrt{32} + \sqrt{72} = 2(\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2}) + 2(\sqrt{4^2} \cdot \sqrt{2}) + (\sqrt{6^2} \cdot \sqrt{2})$

بسّط. $= 2(3\sqrt{2}) + 2(4\sqrt{2}) + (6\sqrt{2})$

اضرب. $= 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

بسّط. $= 20\sqrt{2}$

**تمرين موجّه**

**2A.** $4\sqrt{54} + 2\sqrt{24}$

**2B.** $4\sqrt{12} - 6\sqrt{48}$

**2C.** $3\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{245}$

**2D.** $\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{96}$

## 2 ضرب التعابير الجذرية

ضرب التعابير الجذرية يشبه ضرب التعابير الجبرية أحادية الحد.

افترض أن $x \geq 0$.

| التعابير الجذرية | أحادية الحد |
|---|---|
| $(2\sqrt{x})(3\sqrt{x}) = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$ | $(2x)(3x) = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x$ |
| $= 6x$ | $= 6x^2$ |

يمكنك استخدام خاصية التوزيع أيضًا مع التعابير الجذرية.

**انتبه!**

**ضرب المجذورات** تأكد من ضرب المجذورات عند ضرب التعابير الجذرية. ويتمثل أحد الأخطاء الشائعة في جمع المجذورات بدلاً من ضربها.

### مثال 3 ضرب التعابير الجذرية

**بسّط كلاً من التعابير التالية.**

**a.** $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}$

خاصية التجميع $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = (3 \cdot 2)(\sqrt{2} \cdot \sqrt{6})$

اضرب. $= 6(\sqrt{12})$

بسّط. $= 6(2\sqrt{3})$

اضرب. $= 12\sqrt{3}$

**b.** $3\sqrt{5}(2\sqrt{5} + 5\sqrt{3})$

خاصية التوزيع $3\sqrt{5}(2\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) = (3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}) + (3\sqrt{5} \cdot 5\sqrt{3})$

خاصية التجميع $= [(3 \cdot 2)(\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})] + [(3 \cdot 5)(\sqrt{5} \cdot \sqrt{3})]$

اضرب. $= [6(\sqrt{25})] + [15(\sqrt{15})]$

بسّط. $= [6(5)] + [15(\sqrt{15})]$

اضرب. $= 30 + 15\sqrt{15}$

**تمرين موجّه**

**3A.** $2\sqrt{6} \cdot 7\sqrt{3}$

**3B.** $9\sqrt{5} \cdot 11\sqrt{15}$

**3C.** $3\sqrt{2}(4\sqrt{3} + 6\sqrt{2})$

**3D.** $5\sqrt{3}(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$

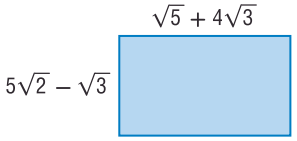
يمكنك أيضًا ضرب التعابير الجذرية التي بها أكثر من حد واحد في كل عامل. ويشبه ذلك ضرب زوج من ثنائيات الحد الجبرية ذات المتغيرات.

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 4 من الحياة اليومية ضرب التعابير الجذرية

**الهندسة** جـد مساحة المستطيل في أبسط صورة.




$A = \ell \cdot w$ $A = (5\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + 4\sqrt{3})$

الحدان الأولان — الحدان الخارجيان — الحدان الداخليان — الحدان الأخيران

$= (5\sqrt{2})(\sqrt{5}) + (5\sqrt{2})(4\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})(\sqrt{5}) + (\sqrt{3})(4\sqrt{3})$

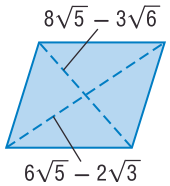
$= 5\sqrt{10} + 20\sqrt{6} - \sqrt{15} - 4\sqrt{9}$ اضرب.

$= 5\sqrt{10} + 20\sqrt{6} - \sqrt{15} - 12$ بسّط.

**مراجعة المفردات**

**طريقة فويل** اضرب اثنتين من ثنائيات الحدود عن طريق إيجاد مجموع نواتج ضرب الحدين الأولين والحدين الخارجيين والحدين الداخليين والحدين الأخيرين.

**تمرين موجّه**




**4. الهندسة** يمكن إيجاد المساحة $A$ لمعين باستخدام المعادلة $A = \frac{1}{2}d_1d_2$، حيث $d_1$ و $d_2$ هما طولا القطرين. فما مساحة المعين على اليسار؟

### ملخص المفهوم عمليات على التعابير الجذرية

| العملية | الرموز | مثال |
|---|---|---|
| جمع، $b \geq 0$ | $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$ مجذورات متشابهة | $4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = (4 + 6)\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ |
| طرح، $b \geq 0$ | $a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a - c)\sqrt{b}$ مجذورات متشابهة | $12\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = (12 - 8)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ |
| ضرب، $b \geq 0, g \geq 0$ | $a\sqrt{b}(f\sqrt{g}) = af\sqrt{bg}$ لا يجب أن تكون الجذور تحتوي على مجذورات متشابهة. | $3\sqrt{2}(5\sqrt{7}) = (3 \cdot 5)(\sqrt{2 \cdot 7}) = 15\sqrt{14}$ |

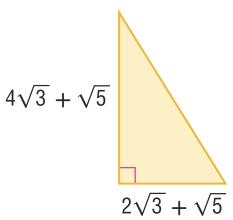
## التحقق من فهمك

**الأمثلة 1-3** بسّط كلاً من التعابير الآتية.

1. $3\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$
2. $8\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
3. $\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$
4. $10\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
5. $4\sqrt{5} + 2\sqrt{20}$
6. $\sqrt{12} - \sqrt{3}$
7. $\sqrt{8} + \sqrt{12} + \sqrt{18}$
8. $\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - \sqrt{12}$
9. $9\sqrt{2}(4\sqrt{6})$
10. $4\sqrt{3}(8\sqrt{3})$
11. $\sqrt{3}(\sqrt{7} + 3\sqrt{2})$
12. $\sqrt{5}(\sqrt{2} + 4\sqrt{2})$

**مثال 4**

13. **الهندسة** يمكن إيجاد المساحة $A$ لمثلث عن طريق استخدام الصيغة $A = \frac{1}{2}bh$، حيث يمثل $b$ القاعدة ويمثل $h$ الارتفاع. فما مساحة المثلث على اليسار؟




McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## تدريب وحل المسائل

**الأمثلة 3-1** **بسّط كلاً من التعابير الآتية.**

14. $7\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$
15. $2\sqrt{6} + 9\sqrt{6}$
16. $3\sqrt{5} - 2\sqrt{20}$
17. $3\sqrt{50} - 3\sqrt{32}$
18. $7\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$
19. $\sqrt{5}(\sqrt{2} + 4\sqrt{2})$
20. $\sqrt{6}(2\sqrt{10} + 3\sqrt{2})$
21. $4\sqrt{5}(3\sqrt{5} + 8\sqrt{2})$
22. $5\sqrt{3}(6\sqrt{10} - 6\sqrt{3})$
23. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{15} + \sqrt{12})$
24. $(3\sqrt{11} + 3\sqrt{15})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$
25. $(5\sqrt{2} + 3\sqrt{5})(2\sqrt{10} - 5)$

**مثال 4**

26. **الهندسة** جـد محيط مستطيل ومساحته إذا كان عرضه $2\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$ وطوله $3\sqrt{7} + 3\sqrt{5}$.

**بسّط كلاً من التعابير الآتية.**

27. $\sqrt{\frac{1}{5}} - \sqrt{5}$
28. $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{6}$
29. $2\sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8}$
30. $8\sqrt{\frac{5}{4}} + 3\sqrt{20} - 10\sqrt{\frac{1}{5}}$
31. $(3 - \sqrt{5})^2$
32. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

33. **قطارات الملاهي** ترتبط السرعة $v$ بالأقدام في الثانية لقطار ملاهٍ عند أسفل تل بالهبوط العمودي $h$ بالأقدام، ويتم الحصول على السرعة $v_0$ لقطار الملاهي عند أعلى التل من خلال الصيغة $v_0 = \sqrt{v^2 - 64h}$.

a. ما السرعة التي يجب أن يصل إليها قطار ملاهٍ عند قمة تل طوله 225 ft لتحقيق سرعة تبلغ 120 ft/s عند أسفل التل؟

b. اشرح لماذا $v_0 = v - 8\sqrt{h}$ لا تساوي الصيغة المعطاة.

34. **المعرفة المالية** يستثمر طارق مبلغًا قدره 225 AED في حساب ادخار. وفي عامين، بلغ حسابه الادخاري 232 AED. ويمكنك استخدام الصيغة $r = \sqrt{\frac{v_2}{v_0}} - 1$ لإيجاد نسبة المرابحة السنوية r التي حققها الحساب. ويتمثل الاستثمار الأولي في $v_0$، بينما يكون $v_2$ هو المبلغ في عامين. فما متوسط نسبة المرابحة السنوية التي حققها حساب طارق؟

35. **الكهرباء** يستطيع الكهربائيون حساب التيار الكهربائي بالأمبير $A$ باستخدام الصيغة $A = \frac{\sqrt{w}}{\sqrt{r}}$ ، حيث w هي القدرة بالوات و r هي المقاومة بالأوم. فما كمية التيار الكهربائي الذي يمر عبر فرن ميكروويف قدرته 850 وات ومقاومته 5 أوم؟ اكتب عدد الأمبيرات في أبسط صورة جذرية، ثم قدّر كمية التيار الكهربائي إلى أقرب جزء من عشرة.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. **تحدٍّ** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صوابًا أم خطأ. قدم إثباتًا أو مثالًا مضادًا لدعم إجابتك.
$x + y > \sqrt{x^2 + y^2}$ عندما يكون $x > 0$ و $y > 0$

37. **الفرضيات** ضع تخمينًا حول مجموع عدد نسبي وعدد غير نسبي. هل المجموع يكون عددًا نسبيًا أم غير نسبي؟ وهل ناتج ضرب عدد نسبي غير صفري وعدد غير نسبي يكون عددًا نسبيًا أم غير نسبي؟ اشرح استنتاجك.

38. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة تبين مجموع جذرين لهما مجذوران مختلفان. اشرح كيف يمكنك جمع هذه الجذور.

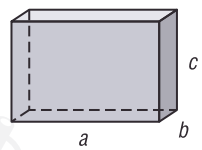
39. **الكتابة في الرياضيات** اشرح خطوة بخطوة طريقة ضرب تعبيرين جذريين يشتمل كل منهما على حدين. اكتب مثالًا لتوضيح شرحك.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## تمرين على الاختبار المعياري

**40. إجابة قصيرة** يبلغ التعداد السكاني في إحدى البلدات 13,000 نسمة ويزداد بحوالي 250 نسمة في العام. ويمكن تمثيل هذا من خلال المعادلة $p = 13{,}000 + 250y$، حيث y هو عدد الأعوام من الآن و p يمثل التعداد السكاني. فكم عدد الأعوام المستغرقة إلى أن يصل التعداد السكاني لهذه البلدة إلى 14,500 نسمة؟

**41. الهندسة** أي تعبير مما يلي يمثل مجموع أطوال الـ 12 حافة في هذا المجسم المستطيل؟




**A** $2(a + b + c)$
**B** $3(a + b + c)$
**C** $4(a + b + c)$
**D** $12(a + b + c)$

**42.** جد قيمة $\sqrt{n - 9}$ و $\sqrt{9} - \sqrt{n}$ حيث $n = 25$.

**F** 4; 4 **G** 4; 2
**H** 2; 4 **J** 2; 2

**43.** يتم الحصول على مقدار التيار الكهربائي I في دائرة كهربائية بسيطة من خلال الصيغة $I = \frac{V}{R}$، حيث $V$ هو الجهد الكهربائي و R هو مقاومة الدائرة الكهربائية. فإذا ظل الجهد ثابتًا، فما التأثير الذي ستحدثه مضاعفة مقاومة الدائرة على التيار الكهربائي؟

**A** سيظل التيار كما هو.
**B** سيصل التيار إلى مِثلي قيمته السابقة.
**C** سيصل التيار إلى نصف قيمته السابقة.
**D** سيزداد التيار بوحدتين عن قيمته السابقة.

## مراجعة شاملة

**بسّط.**

**44.** $\sqrt{18}$ **45.** $\sqrt{24}$ **46.** $\sqrt{60}$

**47.** $\sqrt{50a^3b^5}$ **48.** $\sqrt{169x^4y^7}$ **49.** $\sqrt{63c^3d^4f^5}$

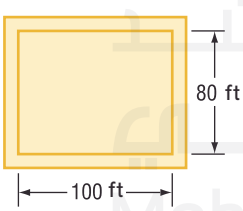
**50. كرة الركل** رُكلت كرة في الهواء. وفقا للعلاقة $h = -16t^2 + 60t$ حيث $h$ ارتفاع الكرة بالأقدام بعد عدد t من الثواني.

**a.** ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟

**b.** متى ستصل الكرة إلى أقصى ارتفاع لها؟

**c.** متى ستسقط الكرة على الأرض؟

**51. أرصفة المشاة** تقوم إحدى المدن بإصلاح أرصفة المشاة. فإذا كان الرصيف له نفس العرض حول المربع السكني، فاكتب تعبيرًا يمثل مساحة هذا المربع والرصيف.




## مراجعة المهارات

**حُلّ كل معادلة فيما يلي. وقرّب الحل إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.**

**52.** $-4c - 1.2 = 0.8$ **53.** $-2.6q - 33.7 = 84.1$ **54.** $0.3m + 4 = 9.6$

**55.** $-10 - \frac{n}{5} = 6$ **56.** $\frac{-4h - (-5)}{-7} = 13$ **57.** $3.6t + 6 - 2.5t = 8$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# مختبر الجبر
# تبسيط تعابير الجذور النونية

معكوس رفع عددٍ إلى القوة النونية هو إيجاد **الجذر النوني** لذلك العدد. ويشير **دليل** التعبير الجذري إلى نوع قيمة الجذر الذي يتم أخذه من أسفل المجذور. فيُشار إلى الجذر الرابع للعدد بالدليل 4. وعند تبسيط التعبير الجذري الذي به متغير له أس في المجذور، تتم قسمة الأس على الدليل.

$13 \div 5 = 2 \text{ R } 3$ ← دليل ← $\sqrt[5]{x^{13}} = x^{2} \cdot \sqrt[5]{x^{3}}$ ← الباقي ← ناتج القسمة

## مثال 1 تبسيط التعابير

**بسّط كل تعبير فيما يلي.**

**a.** $\sqrt[3]{x^7}$

$\sqrt[3]{x^7} = x^2\sqrt[3]{x}$ $\quad 7 \div 3 = 2 \text{ R } 1$

**b.** $\sqrt[5]{32x^9}$

$\sqrt[5]{32x^9} = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{x^9}$ خاصية الضرب

$= 2x\sqrt[5]{x^4}$ $\quad 9 \div 5 = 1 \text{ R } 4$

تُطبق خواص الجذور التربيعية (والجذور *النونية*) أيضًا عندما يشتمل المجذور على كسور. افصل البسط والمقام ثم بسّط كلاً منهما على حدة.

## مثال 2 تبسيط التعابير ذات الكسور

**بسّط** $\sqrt[3]{\frac{27x^5}{8y^3}}$.

$\sqrt[3]{\frac{27x^5}{8y^3}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^5}}{\sqrt[3]{y^3}}$ خاصية ضرب الجذور

$= \frac{3}{2} \cdot \frac{x\sqrt[3]{x^2}}{y}$ بسّط.

$= \frac{3x\sqrt[3]{x^2}}{2y}$ خاصية ضرب الجذور

يجب أن تكون أدلة التعابير الجذرية *والمجذورات* متماثلة حتى يمكن جمع التعابير الجذرية أو طرحها.

## مثال 3 جمع الحدود المتشابهة

**بسّط** $8\sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[4]{\frac{5}{4}} - 3\sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$.

اجمع التعابير ذات الأدلة والمجذورات المتطابقة. ثم بسّط ما يلي.

$8\sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[4]{\frac{5}{4}} - 3\sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[3]{\frac{4}{3}} = (8 - 3)\sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[4]{\frac{5}{4}} + \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$ خاصية التجميع

$= 5\sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[4]{\frac{5}{4}} + \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$ بسّط.

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي Mohammed Bin Rashid

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

عند ضرب التعابير الجذرية، تأكد أن الأدلة متماثلة. ثم اضرب المجذورات وبسّطها إن أمكن ذلك.
وبمجرد عدم إمكانية جمع أو تبسيط الحدود المتبقية، يُعتبر التعبير مبسّطًا.

## مثال 4 تبسيط التعابير ذات نواتج الضرب

**بسّط $5\sqrt[4]{6} \cdot 2\sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[3]{10}$.**

اضرب المجذورات ذات الأدلة المتطابقة.

$$5\sqrt[4]{6} \cdot 2\sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[3]{10} = (5 \cdot 2)(\sqrt[4]{6} \cdot \sqrt[4]{12}) \cdot \sqrt[3]{10}$$ خاصية التجميع

$$= 10 \cdot (\sqrt[4]{6} \cdot \sqrt[4]{12}) \cdot \sqrt[3]{10}$$ اضرب.

$$= 10\sqrt[4]{72}\sqrt[3]{10}$$ اضرب.

ستظل خواص التعابير الجذرية كما هي عندما تكون هناك متغيرات في المجذور.

## مثال 5 تبسيط التعابير باستخدام عمليات متعددة

**بسّط $6\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} + 3(\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x})$.**

اتبع ترتيب العمليات وخواص التعابير الجذرية.

$$6\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} + 3(\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x}) = 6\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} + 3(3\sqrt[3]{x})$$ بجمع الحدود المتشابهة.

$$= 6\sqrt[4]{x \cdot x^3} + 3(3\sqrt[3]{x})$$ خاصية التجميع

$$= 6\sqrt[4]{x^4} + 9\sqrt[3]{x}$$ اضرب.

$$= 6x + 9\sqrt[3]{x}$$ بسّط.

## تمارين

**بسّط كل تعبير فيما يلي.**

1. $\sqrt[3]{c^6}$
2. $\sqrt[4]{16d^9}$
3. $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{3}$
4. $\sqrt[3]{\frac{8a^4}{125b^7}}$
5. $\sqrt[5]{\frac{32x^4}{5y^6z^5}}$
6. $\sqrt[4]{\frac{3}{2}} + 5\sqrt[4]{\frac{3}{2}} - 2\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$
7. $3\sqrt[4]{6} \cdot 4\sqrt[3]{6} \cdot 5\sqrt[4]{8}$
8. $3\sqrt[4]{x^2} + 2\sqrt[4]{x} \cdot 4\sqrt[4]{x}$
9. $\sqrt[5]{a} \cdot 2\sqrt[5]{a^3} - 2(\sqrt[5]{a} + 4\sqrt[5]{a})$
10. $\sqrt[4]{\frac{x}{4}} + 5\sqrt[4]{\frac{x}{4}} - 2\sqrt[4]{\frac{2x}{3}}$
11. $\sqrt[4]{\frac{8a^2}{15b^3}} \cdot 3\sqrt[4]{\frac{2a^3}{27b}}$
12. $\sqrt[4]{\frac{16x^3}{81y^5}} + 3\sqrt[4]{\frac{x^3}{y}} + \sqrt[3]{\frac{16x}{y^8}}$

### فكّر فيما يلي

13. قدّم مثالاً على تعبيرين جذريين يحتويان على مجذورين غير متشابهين يمكن جمعهما بخاصية الجمع.

14. قدّم مثالاً على تعبيرين جذريين يحتويان على دليلين متطابقين ومتغيرات متماثلة في المجذور لا يمكن جمعهما بخاصية الجمع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# دليل الدراسة والمراجعة

## دليل الدراسة

### المفاهيم الأساسية

**خاصية ضرب الأسس وخاصية قسمة الأسس** (الدرسان 8-1 و 8-2)

لأي عددين حقيقيين غير الصفر $a$ و $b$ وأي أعداد حقيقية $m$ و $n$ و $p$، ينطبق ما يلي.

- ناتج ضرب الأسس: $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- رفع القوى: $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- القوة لناتج ضرب: $(ab)^m = a^m b^m$
- ناتج قسمة الأسس: $\frac{a^m}{a^p} = a^{m-p}$
- القوة لناتج قسمة: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
- الأس الصفري: $a^0 = 1$
- الأس السالب: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ و $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

**الأسس النسبية** (الدرس 8-3)

لأي عدد حقيقي موجب $b$ وأي عددين صحيحين $m$ و $n > 1$، ينطبق ما يلي.

$b^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^m$ or $\sqrt[n]{b^m}$ $\quad b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ $\quad b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$

**الترميز العلمي** (الدرس 8-4)

- يكون العدد مكتوبًا بالترميز العلمي إذا كان بالصيغة $a \times 10^n$، حيث $1 \le a < 10$.
- للكتابة بالصيغة المعيارية:
- إذا كانت $n > 0$، فانقل النقطة العشرية بمقدار $n$ منازل إلى اليمين.
- إذا كانت $n < 0$، فانقل النقطة العشرية بمقدار $n$ منازل إلى اليسار.

**تبسيط التعابير الجذرية** (الدرس 8-5)

- يكون التعبير الجذري في أبسط صورة عندما
  - لا يوجد مجذور به عوامل المربع الكامل غير 1.
  - لا يوجد مجذور مشتمل على كسور.
  - لا يظهر أي مجذور في مقام الكسر.

**العمليات على التعابير والمعادلات الجذرية** (الدرسان 8-6)

- التعابير الجذرية ذات المجذورات المتشابهة يمكن جمعها أو طرحها.
- استخدم طريقة فويل لضرب التعابير الجذرية.

### المفردات الأساسية

| | |
|---|---|
| أحادية الحد monomial | نسبة مشتركة common ratio |
| الأس السالب negative exponent | المرابحة المركبة compound interest |
| الجذر النوني nth root $n$ | ثابت constant |
| رتبة المقدار order of magnitude | الجذر التكعيبي cube root |
| الأس النسبي rational exponent | الاضمحلال الأسيّ exponential decay |
| صيغة تكرارية recursive formula | المعادلة الأسيّة exponential equation |
| الترميز العلمي scientific notation | الدالة الأسيّة exponential function |
| الأس الصفري zero exponent | النمو الأسيّ exponential growth |
| | متتالية هندسية geometric sequence |

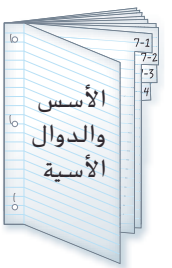
### مراجعة المفردات

**اختر أفضل كلمة أو مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.**

1. $7xy^4$ مثال على _____.
2. _____ من 95,234 هي $10^5$.
3. 2 هي _____ لـ 8.
4. يمكن تمديد قواعد العمليات باستخدام الأسس لتنطبق على التعابير التي بها _____ مثل $7^{\frac{2}{3}}$.
5. العدد المكتوب بـ _____ يكون بالصيغة $a \times 10^n$، حيث $1 \le a < 10$ و n عدد صحيح.
6. $f(x) = 3^x$ مثال على _____.
7. $a_1 = 4$ و $a_n = 3a_{n-1} - 12$، إذا كانت $n \ge 2$، هي _____ للمتتابعة ... 4, −8, −20, −32,.
8. $2^{3x-1} = 16$ مثال على _____.
9. معادلة _____ هي $y = C(1-r)^t$.
10. إذا كانت $a^n = b$ للعدد الصحيح الموجب $n$، فإن $a$ هي _____ في $b$.

### مطويات® منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

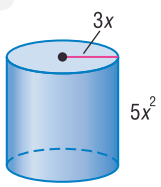
# مراجعة درس بدرس

## 8-1 خواص ضرب الأسس

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

11. $x \times x^3 \times x^5$
12. $(2xy)(-3x^2y^5)$
13. $(-4ab^4)(-5a^5b^2)$
14. $(6x^3y^2)^2$
15. $[(2r^3t)^3]^2$
16. $(-2u^3)(5u)$
17. $(2x^2)^3(x^3)^3$
18. $\frac{1}{2}(2x^3)^3$

19. **الهندسة** استخدم القانون $V = \pi r^2 h$ لإيجاد حجم الأسطوانة.




**مثال 1**

حوّل لأبسط صورة $(5x^2y^3)(2x^4y)$.

$(5x^2y^3)(2x^4y)$

$= (5 \times 2)(x^2 \times x^4)(y^3 \times y)$ خاصية التبديل

$= 10x^6y^4$ ناتج ضرب الأسس

**مثال 2**

بسّط $(3a^2b^4)^3$.

$(3a^2b^4)^3 = 3^3(a^2)^3(b^4)^3$ ناتج ضرب الأسس

$= 27a^6b^{12}$ بسّط.

## 8-2 خواص قسمة الأسس

حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي صفرًا.

20. $\frac{(3x)^0}{2a}$
21. $\left(\frac{3xy^3}{2z}\right)^3$
22. $\frac{12y^{-4}}{3y^{-5}}$
23. $a^{-3}b^0c^6$
24. $\frac{-15x^7y^8z^4}{-45x^3y^5z^3}$
25. $\frac{(3x^{-1})^{-2}}{(3x^2)^{-2}}$
26. $\left(\frac{6xy^{11}z^9}{48x^6yz^{-7}}\right)^0$
27. $\left(\frac{12}{2}\right)\left(\frac{x}{y^5}\right)\left(\frac{y^4}{x^4}\right)$

28. **الهندسة** تبلغ مساحة أحد المستطيلات $25x^2y^4$ متر مربع. ويبلغ عرض المستطيل $5xy$ متر. فما طول المستطيل؟

**مثال 3**

حوّل لأبسط صورة $\frac{2k^4m^3}{4k^2m}$. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي الصفر.

$\frac{2k^4m^3}{4k^2m} = \left(\frac{2}{4}\right)\left(\frac{k^4}{k^2}\right)\left(\frac{m^3}{m}\right)$ تجميع المقادير الأسيّة ذات الأساس الواحد.

$= \left(\frac{1}{2}\right)k^{4-2}m^{3-1}$ ناتج قسمة الأسس

$= \frac{k^2m^2}{2}$ بسّط.

**مثال 4**

حوّل لأبسط صورة $\frac{t^4uv^{-2}}{t^{-3}u^7}$. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي الصفر.

$\frac{t^4uv^{-2}}{t^{-3}u^7} = \left(\frac{t^4}{t^{-3}}\right)\left(\frac{u}{u^7}\right)(v^{-2})$ تجميع المقادير الأسيّة ذات الأساس الواحد.

$= (t^{4+3})(u^{1-7})(v^{-2})$ ناتج قسمة الأسس

$= t^7u^{-6}v^{-2}$ بسّط.

$= \frac{t^7}{u^6v^2}$ بسّط.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## 8-3 الأسس النسبية

بسّط.

29. $\sqrt[3]{343}$ — 7

30. $\sqrt[6]{729}$ — 3

31. $625^{\frac{1}{4}}$ — 5

32. $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ — $\frac{2}{3}$

33. $256^{\frac{3}{4}}$ — 64

34. $32^{\frac{2}{5}}$ — 4

35. $343^{\frac{4}{3}}$ — 2401

36. $\left(\frac{4}{49}\right)^{\frac{3}{2}}$ — $\frac{8}{343}$

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

37. $6^{x} = 7776$ — 5

38. $4^{4x-1} = 32$ — $\frac{3}{4}$

**مثال 5**

بسّط $125^{\frac{2}{3}}$.

$125^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{125}\right)^2$ — $b^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^m$

$= \left(\sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}\right)^2$ — $64 = 4^3$

$= 5^2$ or 25 — بسّط.

**مثال 6**

حُـلّ المعادلة $9^{x-1} = 729$.

$9^{x-1} = 729$ — المعادلة الأصلية

$9^{x-1} = 9^3$ — أعد كتابة 729 بالصيغة $9^3$.

$x - 1 = 3$ — خاصية المساواة في الأسس

$x = 4$ — أضف 1 إلى كل طرف.

## 8-4 الترميز العلمي

عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.

39. 2,300,000 — $2.3 \times 10^6$

40. 0.0000543 — $5.43 \times 10^{-5}$

41. **علم الفلك** يبلغ قطر الكرة الأرضية 12,700 km تقريبًا. يبلغ قطر كوكب المشتري 140,000 km تقريبًا. اكتب بالترميز العلمي نسبة قطر الكرة الأرضية إلى قطر كوكب المشتري. — $\frac{127}{1400}$

**مثال 7**

عبّر عن العدد 300,000,000 بالترميز العلمي.

**الخطوة 1** 300,000,000 ← 3.00000000

**الخطوة 2** تحركت النقطة العشرية 8 منازل إلى اليسار، إذًا $n = 8$.

**الخطوة 3** $300{,}000{,}000 = 3 \times 10^8$

## 8-5 تبسيط التعابير الجذرية

بسّط.

42. $\sqrt{36x^2y^7}$ — $6|x|y^3\sqrt{y}$

43. $\sqrt{20ab^3}$ — $2b\sqrt{5ab}$

44. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$ — $3\sqrt{2}$

45. $2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{12}$ — 36

46. $(4 - \sqrt{5})^2$ — $21 - 8\sqrt{5}$

47. $(1 + \sqrt{2})^2$ — $2\sqrt{2} + 3$

48. $\sqrt{\frac{50}{a^2}}$ — $\frac{5\sqrt{2}}{|a|}$

49. $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}}$ — $\frac{\sqrt{30}}{10}$

50. $\frac{3}{2 - \sqrt{5}}$ — $-6 - 3\sqrt{5}$

51. $\frac{5}{\sqrt{7} + 6}$ — $\frac{5\sqrt{7} - 30}{-29}$

52. **الطقس** لتقدير كم من الوقت ستستمر عاصفة رعدية، استخدم المعادلة $t = \sqrt{\frac{d^3}{216}}$ ، حيث t هو الزمن بالساعات و d هو قطر العاصفة بالكيلومترات. وحيث إن قطر العاصفة يبلغ 10 km، فكم من الوقت ستستمر؟ — حوالي 2.15 ساعة أو ساعتين و9 دقائق

**مثال 8**

بسّط $\frac{2}{4 + \sqrt{3}}$.

$\frac{2}{4 + \sqrt{3}}$ — التعبير الأصلي

$= \frac{2}{4 + \sqrt{3}} \cdot \frac{4 - \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}}$ — أنطق المقام.

$= \frac{2(4) - 2\sqrt{3}}{4^2 - (\sqrt{3})^2}$ — $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$= \frac{8 - 2\sqrt{3}}{16 - 3}$ — $(\sqrt{3})^2 = 3$

$= \frac{8 - 2\sqrt{3}}{13}$ — بسّط.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

## 8-6 العمليات على التعابير الجذرية

بسّط كل تعبير مما يلي.

53. $\sqrt{6} - \sqrt{54} + 3\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

54. $2\sqrt{6} - \sqrt{48}$

55. $4\sqrt{3x} - 3\sqrt{3x} + 3\sqrt{3x}$

56. $\sqrt{50} + \sqrt{75}$

57. $\sqrt{2}(5 + 3\sqrt{3})$

58. $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + 4\sqrt{6})$

59. $(6\sqrt{5} + 2)(4\sqrt{2} + \sqrt{3})$

60. **الحركة** يمكن إيجاد السرعة المتجهة لجسم ما يسقط عند اصطدامه بالأرض باستخدام $v = \sqrt{2gd}$ ، حيث v هي السرعة المتجهة بالأمتار في الثانية، و g هو التسارع بفعل الجاذبية، و d هي المسافة بالأمتار التي يسقطها الجسم. جد سرعة فلس عند اصطدامه بالأرض، بعد سقوطه من ارتفاع 984 m. استخدم $9.75\ m/sec^2$ لإيجاد قيمة g.

**مثال 9**

بسّط $2\sqrt{6} - \sqrt{24}$.

$2\sqrt{6} - \sqrt{24} = 2\sqrt{6} - \sqrt{4 \cdot 6}$ خاصية ناتج الضرب

$= 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$ بسّط.

$= 0$ بسّط.

**مثال 10**

بسّط $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$.

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$

$= (\sqrt{3})(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})(2\sqrt{2}) + (-\sqrt{2})(\sqrt{3}) + (\sqrt{2})(2\sqrt{2})$

$= 3 + 2\sqrt{6} - \sqrt{6} + 4$

$= 7 + \sqrt{6}$

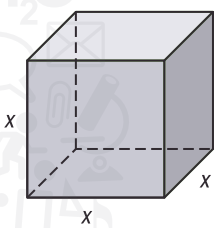
برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# تدريب على الاختبار

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

1. $(x^{2})(7x^{8})$
2. $(5a^{7}bc^{2})(-6a^{2}bc^{5})$
3. **الاختيار من متعدد** عبّر عن حجم الجسم الصلب بدالة أحادية الحد.




A $x^{3}$
B $6x$
C $6x^{3}$
D $x^{6}$

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة. افترض أنه لا يوجد مقام يساوي 0.**

4. $\frac{x^{6}y^{8}}{x^{2}}$
5. $\left(\frac{2a^{4}b^{3}}{c^{6}}\right)^{0}$
6. $\frac{2xy^{-7}}{8x}$

**بسّط.**

7. $\sqrt[3]{1000}$
8. $\sqrt[5]{3125}$
9. $1728^{\frac{1}{3}}$
10. $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{2}}$
11. $27^{\frac{2}{3}}$
12. $10{,}000^{\frac{3}{4}}$
13. $27^{\frac{5}{3}}$
14. $\left(\frac{1}{121}\right)^{\frac{3}{2}}$

**حُلّ كل من المعادلات التالية.**

15. $12^{x} = 1728$
16. $7^{x-1} = 2401$
17. $9^{x-3} = 729$

**عبّر عن كل عدد بالترميز العلمي.**

18. 0.00021
19. 58,000

**عبّر عن كل عدد بالصيغة المعيارية.**

20. $2.9 \times 10^{5-}$
21. $9.1 \times 10^{6}$

**جد قيمة كل ناتج ضرب أو ناتج قسمة. عبّر عن النتائج بالترميز العلمي.**

22. $(2.5 \times 10^{3})(3 \times 10^{4})$
23. $\frac{8.8 \times 10^{2}}{4 \times 10^{-4}}$
24. **علم الفلك** يبلغ متوسط المسافة من كوكب عطارد إلى الشمس 57,910,000 km. عبّر عن هذه المسافة بالترميز العلمي.

**حل كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك.**

25. $\sqrt{10x} = 20$
26. $\sqrt{4x-3} = 6 - x$
27. **التعبئة** حاوية إسطوانية بها مزيج من مشروب الشوكولاته يبلغ حجمها حوالي $162\ cm^{3}$. ويمكن إيجاد نصف قطر الحاوية باستخدام الصيغة $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ ، حيث r هو نصف القطر و h هو الارتفاع. فإذا كان الارتفاع 8.25 cm. فجد نصف قطر الحاوية.
28. **الاختيار من متعدد** أي من التعابير التالية يعد مكافئًا لـ $\sqrt{\frac{16}{32}}$؟

F $\frac{1}{2}$
G $\frac{\sqrt{2}}{2}$
H 2
J 4

برنامج محمد بن راشد للتعليم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

# التحضير للاختبارات المعيارية

## استخدام حاسبة علمية أو حاسبة تمثيل بياني

الحاسبات العلمية وحاسبات التمثيل البياني أدوات قوية لحل المسائل.
هناك أوقات يمكن استخدام حاسبة فيها لإجراء الحسابات بشكل أسرع وأسهل، مثل الحسابات التي تتضمن أرقامًا كبيرة للغاية. إلا أن هناك أوقات من اللازم فيها استخدام حاسبة، مثل تقدير الأعداد غير النسبية.

### إستراتيجيات استخدام حاسبة علمية أو حاسبة تمثيل بياني

**الخطوة 1**

تعرف على الوظائف المتعددة التي تقوم بها الحاسبة العلمية وحاسبة التمثيل البياني إلى جانب المواقف التي ينبغي استخدامها فيها:

- **الأسس** الترميز العلمي، الحسابات ذات الأعداد الكبيرة أو الصغيرة
- **π (Pi)** حل مسائل الدائرة، مثل المحيط والمساحة
- **الجذور التربيعية** المسافة على مستوى إحداثي، نظرية فيثاغورس
- **التمثيلات البيانية** تحليل ثنائيات البيانات في مخطط انتشار، تمثيل الدوال بيانيًا، إيجاد جذور المعادلات

**الخطوة 2**

استخدام الحاسبة العلمية أو حاسبة التمثيل البياني في حل المسألة.

- تذكر أن تعمل بكفاءة قدر الإمكان. قد يتم إجراء بعض الخطوات ذهنيًا أو باليد، بينما ينبغي استكمال خطوات أخرى باستخدام حاسبتك.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من إجابتك.

**مثال على الاختبار المعياري**

**اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.**

تبلغ المسافة من الشمس إلى كوكب المشتري $7.786 \times 10^{11}$ m تقريبًا. إذا كانت سرعة الضوء تبلغ $3 \times 10^{8}$ m/sec تقريبًا، فكم يستغرق الضوء للوصول من الشمس إلى كوكب المشتري؟ قرّب إلى أقرب دقيقة.

A حوالي 43 دقيقة
B حوالي 51 دقيقة
C حوالي 1876 دقيقة
D حوالي 2595 دقيقة

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اقرأ المسألة بعناية. حصلت على المسافة التقريبية بين الشمس وكوكب المشتري إلى جانب سرعة الضوء. كلا المقدارين مذكوران بترميز علمي. مطلوب منك أن تجد عدد الدقائق التي يستغرقها الضوء للوصول من الشمس إلى كوكب المشتري. استخدم مسافة العلاقة = السرعة × الزمن لإيجاد المقدار.

$$d = r \times t$$

$$\frac{d}{r} = t$$

لإيجاد مقدار الزمن، اقسم المسافة على السرعة. لاحظ أن وحدات الزمن ستكون الثواني.

$$\frac{7.786 \times 10^{11}\ \text{m}}{3 \times 10^{8}\ \text{m/s}} = t \text{ ثانية}$$

استخدم حاسبة علمية للتوصل بسرعة إلى ناتج القسمة. في معظم الحاسبات العلمية، يُستخدم مفتاح EE لإدخال الأرقام بالترميز العلمي.

**خطوات العملية على الحاسبة:** ( 7.786 2nd [EE] 11 ) ÷ ( 3 2nd [EE] 8 ) ENTER

النتيجة هي 2595.33333333 ثانية. لتحويل هذا العدد إلى دقائق، استخدم حاسبتك لقسمة النتيجة على 60. يعطي هذا إجابة تبلغ حوالي 43.2555 دقيقة. الإجابة هي A.

## تمارين

**اقرأ كل مسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.**

**1.** منذ إنشاء موقع إلكتروني شهير على الإنترنت قبل 5 سنوات، تم بيع حوالي $2.504 \times 10^{7}$ عنصر أو تداوله عليه. ما المتوسط اليومي لعدد العناصر التي يتم بيعها أو تداولها على مدار 5 سنوات؟ **B**

**A** حوالي 9640 عنصرًا في اليوم

**B** حوالي 13,720 عنصرًا في اليوم

**C** حوالي 1,025,000 عنصر في اليوم

**D** حوالي 5,008,000 عنصر في اليوم

**2.** جد قيمة $\sqrt{ab}$ إذا كانت $a = 121$ و $b = 23$. **J**

**F** حوالي 5.26

**G** حوالي 9.90

**H** حوالي 12

**J** حوالي 52.75

**3.** يبلغ تعداد سكان الولايات المتحدة $3.034 \times 10^{8}$ نسمة تقريبًا. تبلغ مساحة البلد $3.54\ \text{km}^2$ إلى $9.17\ \text{km}^2$ تقريبًا. ما متوسط *الكثافة السكانية* (عدد الأشخاص في الميل المربع) في الولايات المتحدة؟ **D**

**A** حوالي 136.3 شخص في الكيلومتر المربع

**B** حوالي 30.2 شخص في الكيلومتر المربع

**C** حوالي 94.3 شخص في الكيلومتر المربع

**D** حوالي 33.1 شخص في الكيلومتر المربع

**4.** تصنع غاية غطاء لطبلة الفرقة العسكرية. يبلغ قطر الطبلة 20 cm. ضع تقديرًا لمساحة سطح الطبلة الكبيرة. **J**

**F** $31.41\ \text{cm}^2$

**G** $62.83\ \text{cm}^2$

**H** $78.54\ \text{cm}^2$

**J** $314.16\ \text{cm}^2$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

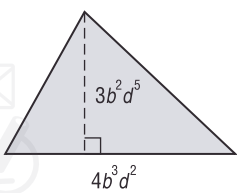
# تدريب على الاختبار المعياري

## تراكمي، الوحدات من 1 إلى 8

## اختيار من متعدد

**اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو ورقة أخرى.**

**1.** عبّر عن مساحة المثلث المرسوم بدالة أحادية حد.




A $12b^5d^7$

B $12b^6d^{10}$

C $6b^6d^{10}$

D $6b^5d^7$

**2.** حوّل التعبير التالي لأبسط صورة.

$$\left(\frac{2w^2z^5}{3y^4}\right)^3$$

F $\frac{2w^5z^8}{3y^7}$

G $\frac{8w^6z^{15}}{27y^{12}}$

H $\frac{8w^5z^8}{27y^7}$

J $\frac{2w^6z^{15}}{3y^{12}}$

**3.** ما معادلة المستقيم العمودي على

$y = \frac{3}{5}x - 3$?

A $y = -\frac{5}{3}x + 2$

B $y = -\frac{3}{5}x + 2$

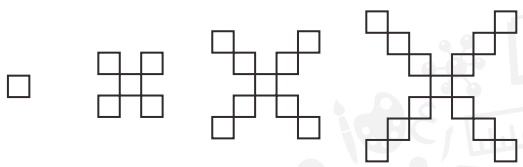
C $y = \frac{5}{3}x - 2$

D $y = \frac{3}{5}x - 2$

**نصيحة عند حل الاختبار**

**السؤال 2** استخدم قوانين الأسس لتحويل التعبير لأبسط صورة. تذكّر أنه لإيجاد الأس لقوة أسيّة، اضرب الأسس.

**4.** اكتب صيغة تكرارية للمتتالية التي تمثل عدد المربعات في كل شكل.



F $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1} - 3, n \geq 1$

G $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2$

H $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2$

J $a_1 = 1, a_n = 4a_{n-1} + 4, n \geq 2$

**5.** جد قيمة $(4.2 \times 10^6)(5.7 \times 10^8)$.

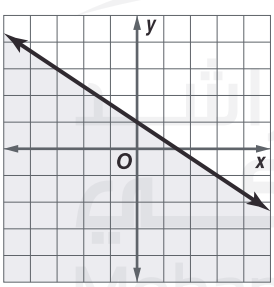
A $2.394 \times 10^{15}$

B $23.94 \times 10^{14}$

C $9.9 \times 10^{14}$

D $2.394 \times 10^{48}$

**6.** أي المتباينات تظهر في التمثيل البياني؟




F $y \leq -\frac{2}{3}x - 1$

G $y \leq -\frac{3}{4}x - 1$

H $y \leq -\frac{2}{3}x + 1$

J $y \leq -\frac{3}{4}x + 1$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

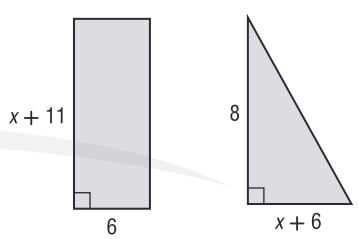
**7.** أنشأ سعيد موقع ويب لفريق الأولمبياد العلمي. يظهر العدد الإجمالي للزيارات التي تلقاها الموقع.

| إجمالي الزيارات | اليوم | إجمالي الزيارات | اليوم |
|---|---|---|---|
| 27 | 17 | 5 | 3 |
| 33 | 21 | 7 | 6 |
| 40 | 26 | 12 | 10 |
| 55 | 34 | 17 | 13 |

**a.** جـــد معادلة خط الانحدار.

**b.** توقع عدد الزيارات الإجمالي الذي سيكون الموقع الإلكتروني قد تلقاه بحلول اليوم 46.

**8.** جـــد قيمة $x$ بحيث يكون الشكلين لهما المساحة نفسها.




**9.** ما حل نظام المعادلات التالي؟ اكتب الحل هنا.

$$\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 6x + 4 \end{cases}$$

**10. إجابة شبكية** في مركز ألعاب عائلي، اشترت كل من عائلتي عامر وعبد الله رموز لعبة فيديو ورموز ملعب لضرب الكرة كما يظهر في الجدول.

| الأسرة | عامر | عبد الله |
|---|---|---|
| عدد رموز لعبة الفيديو | 25 | 30 |
| عدد رموز ملعب ضرب الكرة | 8 | 6 |
| التكلفة الإجمالية | AED 26.50 | AED 25.50 |

ما تكلفة رمز ملعب ضرب الكرة بالدرهم في مركز الألعاب العائلي؟

## الإجابة الموسعة

**اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.**

**11.** يعرض الجدول أدناه المسافات من الشمس إلى كوكب عطارد والأرض والمريخ وزحل. استخدم البيانات للإجابة عن كل سؤال.

| الكوكب | المسافة من الشمس (بالكيلومتر) |
|---|---|
| عطارد | $5.79 \times 10^7$ |
| الأرض | $1.50 \times 10^8$ |
| المريخ | $2.28 \times 10^8$ |
| زحل | $1.43 \times 10^9$ |

**a.** من بين الكواكب المدرجة، أيهم الأقرب إلى الشمس؟

**b.** كم ضعفًا يبلغ بُعد المريخ عن الشمس بالمقارنة بالأرض؟

برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

برنامج محمد بن راشد
للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid
Smart Learning Program