دوسية النيرد في شرح وحل اسئلة

مادة الرياضيات

الصف السابع

الوحدة الثالثة : المعادلات الخطية

الفصل الدراسي الأول

إعداد : أ. معاذ أمجد أبو يحيى

0795360003

المنهاج الجديد

2020

تلاخيص منهاج أردني
تلاخيص منهاج أردني - سؤال وجواب

من نحن

تلاخيص منهاج أردني - سؤال وجواب

- أول وأكبر منصة تلاخيص مطبوعة بشكل إلكترونيّ و مجانية.
- تعنى المنصة بتوفير مختلف المواد الدراسية بشكل مميز ومناسب للطالب وتهتم بتوفير كل ما يخص العملية التعليمية للمنهاج الأردني فقط.
- تأسست المنصة على يد مجموعة من المعلمين والمتطوعين في عام ٢٠١٨ م وهي للإنتفاع الشخصي من قبل الطلاب أو المعلمين.
- لمنصة تلاخيص فقط حق النشر على شبكة الإنترنت ومواقع التواصل سواء ملفاتها المصورة PDF أو صور تلك الملفات ويُسمح بمشاركتها أو نشرها من المواقع الأخرى بشرط حفظ حقوق الملكية للملخصات من اسم المعلم وشعار الفريق.

إدارة منصة فريق تلاخيص

يمكنكم التواصل معنا من خلال

تلاخيص منهاج أردني – سؤال وجواب

talakheesjo@gmail.com

المنسق الإعلامي أ. معاذ أمجد أبو يحيى 0795360003

يمكنكم متابعتنا والتواصل معنا من خلال :

0795360003 مدرسة الفيزياء الأستاذ معاذ أمجد أبو يحيى

تابعونا على قناة مدرسة الفيزياء على اليوتيوب :

تجدون فيها شرح جميع دروس المادة وحل أسئلة المادة

تابعونا على منصة تلاخيص منهاج أردني على الفيس بوك :

تجدون فيها تلاخيص وشروحات المواد الدراسية لمختلف الصفوف

المعادلة عبارة عن تعبيرين رياضيين يفصل بينهما إشارة مساواة

التعبير الرياضي : حد ثابت أو حد جبري أو مقدار جبري.

- أمثلة على صيغة المعادلة :

$X + 2 = 4 + y$, $x = 3 + k$, $m = 2m + 2$

المعادلة الخطية : تكون جميع متغيرات المعادلة بعد الترتيب تحمل الأس (1).

$z - 2 = 5$, $xy = 3 + k$, $m = 2m + m$

المعادلة غير الخطية : معادلة فيها متغير أو أكثر لا تحمل الأس (1).

$y^2 - 2 = 5$, $X^3 = 3 + k$, $m = 2m^{0.5} + m$

المتغيرات في المعادلات الخطية : الحروف (القيم المجهولة) في المعادلة بغض النظر عن تكرارها ..

- أمثلة على معادلات خطية بمتغير واحد ← $C = 2C + 9$, $m + 2 = 3m - 8$
- أمثلة على معادلات خطية بمتغيرين ← $y = x + 9$, $w + d = 3w - 5d$
- أمثلة على معادلات خطية بثلاثة متغيرات ← $x = y - d$, $xy - m = 5$

أنتبه إلى أنه يجب ترتيب المعادلة قبل تحديد نوعها خطية أم لا وبمتغير أم أكثر !..

? سؤال ماذا يعني حلّ المعادلات الخطية بمتغير واحد ؟

إيجاد قيمة المتغير في المعادلة أو وضع المتغير موضوعًا للقانون.. (موضوعًا للقانون بمعنى إزالة جميع الأعداد الموجودة في طرفه) .
أو البحث عن قيمة المتغير التي تجعل طرفي المعادلة متساوي !

سؤال كيف يمكننا حلّ المعادلات الخطية بمتغير واحد ؟

نقوم باتباع أسلوب التخلص من العمليات الحسابية والأعداد المصاحبة للمتغير كالآتي :

- نتخلص من الجمع الموجود في طرف المتغير ← بالطرح والعكس صحيح.
- نتخلص من العدد المضروب بالمتغير ← بالقسمة والعكس صحيح.
- نتخلص من الكسر المضروب بالمتغير ← بالضرب بمقلوب الكسر والعكس صحيح.

ملاحظات مهمة

- عند حلّ المعادلات العملية الحسابية التي نُجريها لأحد طرفي المعادلة يتم تطبيقه على الطرف الآخر ، فلو قمنا بإضافة عدد لطرف من أطراف المعادلة نضيفه للطرف الآخر.
- تتخلص بالبداية من الجمع والطرح ثم الضرب والقسمة.
- لا تنسى خاصية توزيع العدد على القوس $A(B+C) = AB + AC$

سؤال كيف يمكننا التحقق من صحة الحل ؟

من خلال تعويض قيمة المتغير في المعادلة فإذا كان الطرفين متساويان فالحل صحيح.

سؤال جد حلّ المعادلات الآتية :

[1] $x + 1 = 5 \rightarrow \underset{-1}{x + \cancel{1}} = \underset{-1}{5} \rightarrow x = 5 - 1 \rightarrow x = 4$

[2] $5x - 3 = 7 \rightarrow \underset{+3}{5x - \cancel{1}} = \underset{+3}{7} \rightarrow \underset{\div 5}{5x} = \underset{\div 5}{10} \rightarrow x = 2$

مثال (1) أحل المعادلة $3(3x + 2) = 42$ وأتحقق من صحة الحل.

$3(3x + 2) = 42 \rightarrow \underset{-6}{9x + \cancel{6}} = \underset{-6}{42} \rightarrow 9x = 36 \rightarrow \underset{\div 9}{9x} = \underset{\div 9}{36} \rightarrow x = 4$

التحقق : $3(3x + 2) = 42 \;,\; x = 4 \rightarrow 3(3(4) + 2) = 42 \rightarrow 3(14) = 42 \rightarrow 42 = 42$ ✓

اتحقق من فهمي :

1) $3(2x - 2\frac{2}{3}) = -42 \rightarrow 3(2x - \frac{8}{3}) = -42 \rightarrow 6x - \cancel{\frac{24}{3}} = -42 \rightarrow$

$\cancel{+\frac{24}{3}}$ $\quad +\frac{24}{3}$

$6x = -42 + \frac{24}{3} =$

$\rightarrow 6x = -42 + \frac{24}{3} \rightarrow 6x = \frac{-102}{3} \rightarrow x = \frac{-102}{(3)(6)} \rightarrow x = \frac{-102}{18} = \frac{-51}{9}$

$\div 6 \quad \div 6$

2) $2(\frac{x}{5} - 7) = -16 \rightarrow \frac{2}{5}x - \cancel{14} = -16 \rightarrow \frac{2}{5}x = -16 + 14 = -2$

$\cancel{+14} \quad +14$

$\rightarrow \cancel{\frac{2}{5}}x = -2 \rightarrow x = (-2)(\frac{5}{2}) = -5 \rightarrow x = -5$

$\cancel{\times\frac{5}{2}} \quad \times\frac{5}{2}$

ملاحظات مهمة

- إذا كان المتغير موجوداً في الطرفين نقوم بنقله إلى طرف واحد ومن ثم نستكمل عملية حلّ المعادلة بشكل طبيعي.

مثال (2) أحل المعادلة $\frac{2}{3}(x - 5) = -(5 + x)$ وأتحقق من صحة الحل.

$\frac{2}{3}(x - 5) = -(5 + x) \rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{10}{3} = -5 \cancel{-x} \rightarrow \frac{2}{3}x + x - \frac{10}{3} = -5$

$+x \quad \cancel{+x}$

$\rightarrow \frac{5}{3}x - \cancel{\frac{10}{3}} = -5 \rightarrow \frac{5}{3}x = -5 + \frac{10}{3} \rightarrow \frac{5}{3}x = \frac{-5}{3} \rightarrow x = -1$

$\cancel{+\frac{10}{3}} \quad +\frac{10}{3} \qquad \times\frac{3}{5} \quad \times\frac{3}{5}$

التحقق: $\frac{2}{3}(-1 - 5) = -(5 + -1) \rightarrow \frac{2}{3}(-6) = -4 \rightarrow \frac{-12}{3} = -4 \rightarrow -4 = -4$ ✓

اتحقق من فهمي :

1) $-2(-6 - k) = \frac{1}{4}(k + 13) \rightarrow 12 + 2k = \frac{1}{4}k + \frac{13}{4} \rightarrow \cancel{12} + 2k = \cancel{\frac{1}{4}k} + \frac{13}{4}$

$-12 \quad -\frac{1}{4}k \quad -\frac{1}{4}k \quad -12$

$\rightarrow 2k - \frac{1}{4}k = \frac{13}{4} - 12 \rightarrow \frac{7}{4}k = \frac{-35}{4} \rightarrow \frac{7}{4}k = \frac{-35}{4} \rightarrow k = \frac{-35}{4} \times \frac{4}{7}$

$\times\frac{4}{7} \quad \times\frac{4}{7}$

$k = \frac{-35}{7} = -5$

التحقق: $-2(-6 --5) = \frac{1}{4}(-5 + 13) \rightarrow -2(-1) = \frac{1}{4}(8) \rightarrow 2 = 2$ ✓

2) $5 - 7b = 4(b+1) - 3 \rightarrow 5 - 7b = 4b + 4 - 3 = 4b + 1 \rightarrow \cancel{5} - 7b = \cancel{4b} + 1$

$-5 \quad -4b \quad -4b \quad -5$

$\rightarrow -7b - 4b = +1 - 5 \rightarrow -11b = -4 \rightarrow b = \frac{4}{11}$

$\div -11 \quad \div -11$

التحقق: $5 - 7(\frac{4}{11}) = 4((\frac{4}{11}) + 1) - 3 \rightarrow 5 - \frac{28}{11} = 4(\frac{15}{11}) - 3 \rightarrow \frac{27}{11} = \frac{27}{11}$ ✓

تدريب جد حلّ المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل.

1) $5(2b+1) + 5 = 5(b+1) - 3$

2) $0.7c - 0.7 = 0.3 - 1.3c$

3) $y(1 - y) = 4 - y - y^2$

ملاحظات مهمة

- يمكننا كتابة المعادلات الخطية لتمثيل المواقف الحياتية وحلّ هذه المعادلات.

تعلمنا سابقًا في الوحدة الثانية كيفية إيجاد المقدار الجبري المناسب للموقف أو السؤال...

مثال (3) **لدى علي 4 علب مليئة بالأقلام وقلمان إضافيان ولدى خالد علبتان مليئتان بالأقلام و 10 أقلام إضافية ، فكم قلمًا في العلبة الواحدة إذا كان لدى كل منهما العدد نفسه من الأقلام ؟**

لو افترضنا أن عدد الأقلام في كل علبة هو (x) فإن علي يملك (4x + 2) قلمًا والخد يملك (2x + 10) قلمًا وبما أن لدى كل منهما العدد نفسه من الأقلام فإن (4x + 2) = (2x + 10)

$$4x + 2 = 2x + 10 \rightarrow \underset{-2x}{4x} + \cancel{\underset{-2}{2}} = \cancel{\underset{-2x}{2x}} + \underset{-2}{10} \rightarrow \underset{\div 2}{2x} = \underset{\div 2}{8} \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$

إذن تحتوي كل علبة على أربعة أقلام ...

اتحقق من فهمي : ناتج ضرب عدد ما في 3 ثم إضافة 5 يساوي ناتج جمعه إلى العدد 23 فما هو هذا العدد ؟

نفترض أن العدد المجهول (غير المعروف) هو (x)

$$3x + 5 = x + 23 \rightarrow \underset{-x}{3x} + \cancel{\underset{-5}{5}} = \cancel{\underset{-x}{x}} + \underset{-5}{23} \rightarrow \underset{\div 2}{2x} = \underset{\div 2}{18} \rightarrow 2x = 18 \rightarrow x = 9$$

العدد هو (**9**)

تدريب **ناتج ضرب عدد ما في 2 وجمعه مع 12 يساوي ناتج طرح هذا العدد من 9 فما هو هذا العدد ؟**

سؤال ؟ **هل توجد معادلة خطية ليس لها حل ؟**

نعم ،بعد ترتيب المعادلة إذا كانت الحدود الجبرية في طرفي المعادلة متشابهين فإن المعادلة لا يوجد لها حلّ ... !

- أمثلة على معادلات خطية ليس لها حلّ ← $5m + 7 = 5m - 11$, $2x = 4 + 2x$

تحويل (الكسر والعدد) العشري الدوري إلى كسر فعلي أو عدد كسري

الكسر العشري الدوري : فاصلة تفصل بين صفر وعدد صحيح يتم تكراره نفسه أو جزء منه..

- أمثلة كسر عشري دوري :

$$0.222222222222222...... \rightarrow 0.\overline{2} \quad , \quad 0.9333333333333......\rightarrow 0.9\overline{3}$$

$$0.12121212121212...... \rightarrow 0.\overline{12} \quad , \quad 0.157575757575757......\rightarrow 0.1\overline{57}$$

العدد العشري الدوري : فاصلة تفصل بين عدد صحيح وعدد صحيح آخر يتم تكراره نفسه أو جزء منه..

- أمثلة على عدد عشري دوري :

$$23.1111111111111...... \rightarrow 23.\overline{1} \quad , \quad 7.35555555555555...\rightarrow 0.3\overline{5}$$

خطوات كتابة الكسر العشري الدوري على صورة كسر فعلي :

- نعبر عن الكسر العشري الدوري بمتغير مثل (x) أو (y) أو أي متغير آخر .. ليصبح على شكل معادلة.
- نضرب طرفي المعادلة بـ (10 أو 100 أو 1000) حسب عدد المنازل التي يتم تكرارها.
- تكمل العمليات الحسابية بشكل طبيعي في طرف المعادلة الذي لا يوجد فيه المتغير سواءً كانت عملية جمع أو عملية طرح لتصبح في أبسط صورة (عدد معين) .
- نقوم بتجزئة هذا العدد إلى قسمين (قسم صحيح وقسم عشري) بحيث يكون القسم العشري مشابه للكسر العشري الدوري الذي عبرنا عنه بالمتغير.
- نقوم باستبدال القسم العشري بالمتغير نفسه (لأنهما نافس القيمة).
- يتكون معنا معادلة خطية بمتغير واحد نقوم بحلّ المعادلة كما تعلمنا في الدرس الأول .

مثال (1) أكتب الكسر العشري الدوري $0.\overline{4}$ على صورة كسر فعلي.

$$X = 0.444.... \rightarrow 10X = (10)(0.444....) \rightarrow 10X = 4.444....$$

$$10X = 4.444.... \rightarrow 10X = 4 + 0.444..... \rightarrow 10X = 4 + X$$

$$\underset{-x}{10X} = 4 + \underset{-\cancel{x}}{\cancel{X}} \rightarrow 9X = 4 \rightarrow X = \frac{4}{9} \rightarrow 0.\overline{4} = \frac{4}{9}$$

اتحقق من فهمي : أكتب الكسور العشرية الدورية الآتية على صورة كسر فعلي.

1) $0.\overline{1}$

$X = 0.111.... \rightarrow 10X = (10)(0.111....) \rightarrow 10X = 1.111....$

$10X = 1.111.... \rightarrow 10X = 1 + 0.111..... \rightarrow 10X = 1 + X$

$$\underset{-X}{10X} = 1 + \underset{-X}{\cancel{X}} \rightarrow 9X = 1 \rightarrow X = \frac{1}{9} \rightarrow 0.\overline{1} = \frac{1}{9}$$

2) $0.\overline{2}$

$X = 0.222.... \rightarrow 10X = (10)(0.222....) \rightarrow 10X = 2.222....$

$10X = 2.222.... \rightarrow 10X = 2 + 0.222..... \rightarrow 10X = 2 + X$

$$\underset{-X}{10X} = 2 + \underset{-X}{\cancel{X}} \rightarrow 9X = 2 \rightarrow X = \frac{2}{9} \rightarrow 0.\overline{2} = \frac{2}{9}$$

3) $0.\overline{5}$

$X = 0.555.... \rightarrow 10X = (10)(0.555....) \rightarrow 10X = 5.555....$

$10X = 5.555.... \rightarrow 10X = 5 + 0.555..... \rightarrow 10X = 5 + X$

$$\underset{-X}{10X} = 5 + \underset{-X}{\cancel{X}} \rightarrow 9X = 5 \rightarrow X = \frac{5}{9} \rightarrow 0.\overline{5} = \frac{5}{9}$$

4) $0.\overline{8}$

$X = 0.888.... \rightarrow 10X = (10)(0.888....) \rightarrow 10X = 8.888....$

$10X = 8.888.... \rightarrow 10X = 8 + 0.888..... \rightarrow 10X = 8 + X$

$$\underset{-X}{10X} = 8 + \underset{-X}{\cancel{X}} \rightarrow 9X = 8 \rightarrow X = \frac{8}{9} \rightarrow 0.\overline{8} = \frac{8}{9}$$

مثال (2) تقدم 66 طالبًا إلى امتحان في مادة العلوم، فكان الكسر العشري الدال على نسبة النجاح $0.\overline{81}$ ، جد عدد الناجحين.

$X = 0.818181.... \rightarrow 100X = (100)(0.818181....) \rightarrow 100X = 81.8181....$

$100X = 81.8181.... \rightarrow 100X = 81 + 0.8181..... \rightarrow 100X = 81 + X$

$$\begin{array}{l} 100X = 81 + \cancel{X} \\ -x \qquad\quad \cancel{-x} \end{array} \rightarrow 99X = 81 \rightarrow X = \frac{81}{99} \rightarrow 0.\overline{81} = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}$$

عدد الناجحين في الامتحان = عدد الطلبة المتقدمين للامتحان × الكسر الدال على نسبة النجاح.

عدد الطلبة الناجحين في الامتحان = $66 \times \frac{9}{11} = 54$ طالب.

اتحقق من فهمي : إذا كان عدد الحيوانات جميعها في الحديقة يساوي 88 والكسر الدال على الحيوانات المفترسة فيها هو $0.\overline{18}$ ، جد عدد الحيوانات المفترسة.

$X = 0.181818.... \rightarrow 100X = (100)(0.181818....) \rightarrow 100X = 18.1818....$

$100X = 18.1818.... \rightarrow 100X = 18 + 0.1818..... \rightarrow 100X = 18 + X$

$$\begin{array}{l} 100X = 18 + \cancel{X} \\ -x \qquad\quad \cancel{-x} \end{array} \rightarrow 99X = 18 \rightarrow X = \frac{18}{99} \rightarrow 0.\overline{18} = \frac{18}{99}$$

عدد الحيوانات المفترسة = عدد الحيوانات جميعها × الكسر الدال على الحيوانات المفترسة.

عدد الحيوانات المفترسة = $88 \times \frac{18}{99} = 16$ طالب.

ملاحظات مهمة

- هنالك بعض الكسور أو الأعداد العشرية الدورية يتكرر فيها رقمان أو أكثر في حين لا تتكرر أرقام أخرى، كمثال الكسر العشري $0.3\overline{2}$ يتكرر فيها الرقم **2** ولا يتكرر الرقم **3** .
هذا النوع من الكسور أو الأعداد العشرية الدورية يمكننا كتابته على صورة كسر فعلي بواسطة خطوات خاصة مشابهة للخطوات السابقة تقريبا لكن تختلف في طريقة التجزئة..

■ الفكرة أنه لو قمنا بالتعامل مع الكسر أو العدد العشري الدوري الذي يتكرر فيه رقم أو رقمان دون تكرار الأرقام الأخرى فعند تجزئة هذا العدد أو الكسر إلى قسمين (قسم صحيح وقسم عشري) لا يكون القسم العشري مشابه للكسر أو العدد العشري الدوري الذي عبرنا عنه بالمتغير. لذلك نحتاج لإيجاد طريقة أخرى للتجزئة.

مثال (2) أكتب العدد العشري الدوري $4.1\overline{3}$ ، على صورة عدد كسري.

$X = 4.13333.... \rightarrow 10X = (10)(4.13333....) \rightarrow 10X = 41.3333....$

$10X = 41.3333.... \rightarrow 10X = 41 + 0.3333....$ لاحظ أن الجزء الكسري بعد التجزئة لا يشبه المتغير

لذلك نطرح من طرفي المعادلة العدد المتغير ثم نضيفه لطرفي لمعادلة مرة ثانية...

$10X = 41.3333.... \rightarrow 10X - 4.133333... = 41.3333.... - 4.13333....$

$-4.13333... \quad -4.13333...$

$10X - 4.133333... = 41.3333.... - 4.13333.... = 37.2$

$10X - \cancel{4.133333...} = 37.2 \rightarrow 10X = 37.2 + 4.13333....$

$\cancel{+4.13333...} \quad +4.13333...$

$10X = 37.2 + 4.13333.... \rightarrow 10X = 37.2 + X$

$10X = 37.2 + \cancel{X} \rightarrow 9X = 37.2 \rightarrow X = \frac{37.2}{9} = \frac{372}{90} = 4\frac{2}{15}$

$-x \quad \cancel{-x}$

$\rightarrow 4.1\overline{3} = 4\frac{2}{15}$

أكتب العدد العشري الدوري على صورة عدد كسري.

1) $1.1\overline{6}$

$X = 1.16666.... \rightarrow 10X = (10)(1.16666 ...) \rightarrow 10X = 11.6666....$

$10X = 11.6666.... \rightarrow 10X = 11 + 0.6666....$ لاحظ أن الجزء الكسري بعد التجزئة لا يشبه المتغير

لذلك نطرح من طرفي المعادلة العدد المتغير ثم نضيفه لطرفي لمعادلة مرة ثانية...

$10X = 11.6666.... \rightarrow 10X - 1.16666.... = 11.6666.... - 1.16666....$

$-1.16666... \quad -1.16666...$

$10X - 1.16666.... = 11.6666.... - 1.16666.... = 10.5$

$$10X - 1.16666... = 10.5 \rightarrow 10X = 10.5 + 1.16666....$$
$$+1.16666... \quad +1.16666...$$

$$10X = 10.5 + 1.16666.... \rightarrow 10X = 10.5 + X$$

$$10X = 10.5 + \cancel{X} \rightarrow 9X = 10.5 \rightarrow X = \frac{10.5}{9} = \frac{105}{90} = \frac{21}{18} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$
$$-x \quad \cancel{-x}$$

$$\rightarrow 1.1\overline{6} = 1\frac{1}{6}$$

2) $3.2\overline{7}$

$$X = 3.27777.... \rightarrow 10X = (10)(3.27777 ...) \rightarrow 10X = 32.7777....$$

$$10X = 32.7777.... \rightarrow 10X - 3.27777... = 32.7777.... - 3.27777....$$
$$-3.27777... \quad -3.27777...$$

$$10X - 3.27777... = 32.7777.... - 3.27777.... = 29.5$$

$$10X - 3.27777... = 29.5 \rightarrow 10X = 29.5 + 3.27777....$$
$$-3.27777... \quad -3.27777...$$

$$10X = 29.5 + 3.27777.... \rightarrow 10X = 29.5 + X$$

$$10X = 29.5 + \cancel{X} \rightarrow 9X = 29.5 \rightarrow X = \frac{29.5}{9} = \frac{295}{90} = \frac{59}{18} = 3\frac{5}{18}$$
$$-x \quad \cancel{-x}$$

$$\rightarrow 3.2\overline{7} = 3\frac{5}{18}$$

تدريب أكتب الكسرين العشريين (0.18)و$(0.\overline{18})$ على صورة كسر عادي ثم قارن بينهما.

تدريب جد قيمة كل مما يأتي :

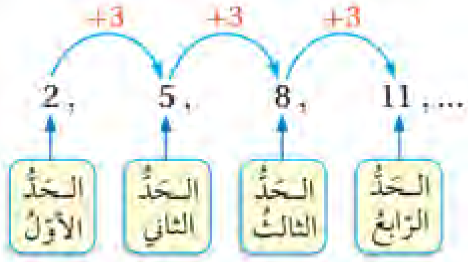
1) $5\times(0.\overline{2}) + 5 =$

1) $0.\overline{3}\times(0.\overline{2}) =$

1) $11\times(0.\overline{81}) - 9 =$

الدرس 3 المتتاليات

المتتالية : مجموعة من الأعداد تتبع ترتيبا معينا يسمى كل عدد فيها حداً ..



لاحظ معي أن المتتالية أعلاه تتبع نمطًا أو ترتيبًا معينًا بحيث كل حد يزيد عن الحد الذي قبله بمقدار ثلاثة أي أن القاعدة التي تربط الحد بالحد الذي يليه هي **+3** ، لذلك يمكننا توقع الحد الذي يليه عند فهم نمط أو قاعدة المتتالية..

؟ سؤال استنبط القاعدة التي تربط كل حد بالحد الذي يليه في المتتاليات الآتية :

1) 0 , 10 , 20 , 30 , 40 , ... → جمع 10

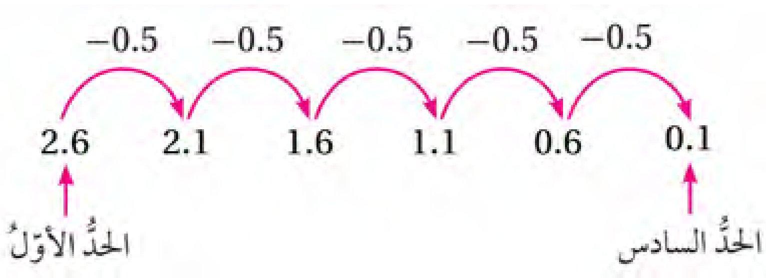
2) 3 , 6 , 9 , 12 , 15 , ... → جمع 3

3) 30 , 25 , 20 , 15 , ... → طرح 5

مثال (1) إذا كان الحد الأول في متتالية هو 4.7 والقاعدة التي تربط كل حد بالحد الذي يليه هو طرح 0.4 ، فجد الحد الخامس.

نبدأ بالحد الأول ونطرح منه **0.4** لإيجاد الحد الثاني وفي كل مره نطرح **0.4** حتى نصل إلى الحد الخامس.

إذا كان الحد الأول في متتالية هو 2.6 والقاعدة التي تربط كل حد بالحد الذي يليه هو طرح 0.5 ، فجد الحد السادس.



ملاحظات مهمة

- رتبة الحد هي نفسها المقصود الحد يعني لو قلنا جد رتبة الحد الخامس معناها جد الحد الخامس في المتتالية ولو حكينا جد الرتبة الخامسة للمتتالية نفس معنى جد الحد الخامس للمتتالية.

قاعدة الحد العام (T_n) : العلاقة التي تربط بين أي حد في المتتالية ورتبته، ونستطيع من خلال هذه القاعدة إيجاد الحد المطلوب دون الحاجة لإيجاد جميع الحدود التي تسبقه.

سؤال ؟ كيف يمكننا إيجاد أو استنباط قاعدة الحد العام للمتتالية ؟

- ندرس العلاقة التي تربط كل حد بالحد الذي يليه وعلى هذا الأساس نحدد العدد الذي سنضرب به رتبة الحد..

فلو كان الفرق بين كل حد والحد الذي يليه هو (+5) نضرب رتبة الحد (n) بالعدد (5)

- الآن بعد إيجادنا للقاعدة المقترحة نفحص مدى صحتها من خلال تعويض رتبة الحد الأول والثاني والثالث ونتأكد من مطابقتها لحدود المتتالية المكتوبة فإذا كانت مطابقة فإذن قاعدتنا هي قاعدة الحد العام للمتتالية.
- لو لم تكن أعدادي بعد تعويض رتب الحد الأول والثاني والثالث مطابقة لحدود المتتالية نبحث عن عملية حسابية مناسبة جمع أو طرح عدد معين بحيث لو تم إضافتها للقاعدة تصبح الأعداد متطابقة مع قيم رتب المتتالية..

سؤال ؟ ما هي قاعدة الحد العام للمتتاليات الآتية :

1) 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , ...

العلاقة التي تربط الحدود في المتتالية هي (+2) لذلك نضرب رتبة المتتالية بالعدد (+2) لنصل إلى قاعدة متتالية مقترحة وهي (2n) ، الآن نقوم بتجربتها من خلال تعويض الحدود الأولى للتأكد من صحتها..

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 2n

$n=1 \rightarrow 2(1) = 2$ ✓

$n=2 \rightarrow 2(2) = 4$ ✓

$n=3 \rightarrow 2(3) = 6$ ✓

2) 4 , 7 , 10 , 13 , ...

العلاقة التي تربط الحدود في المتتالية هي (+3) لذلك نضرب رتبة المتتالية بالعدد (+3) لنصل إلى قاعدة متتالية مقترحة وهي (3n) ، الآن نقوم بتجربتها من خلال تعويض الحدود الأولى للتأكد من صحتها..

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 2n

$n=1 \rightarrow 3(1) = 3 \neq 4$, $n=2 \rightarrow 3(2) = 6 \neq 7$, $n=3 \rightarrow 3(3) = 10 \neq 9$ القاعدة خاطئة

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 2n + 1

$n=1 \rightarrow 3(1) + 1 = 4$ ✓ , $n=2 \rightarrow 3(2) + 1 = 7$ ✓ , $n=3 \rightarrow 3(3) + 1 = 10$ ✓

3) 3 , 8 , 13 , 18 , ...

العلاقة التي تربط الحدود في المتتالية هي (+5) لذلك نضرب رتبة المتتالية بالعدد (+5) لنصل إلى قاعدة متتالية مقترحة وهي (5n) ، الآن نقوم بتجربتها من خلال تعويض الحدود الأولى للتأكد من صحتها..

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 5n

$n=1 \rightarrow 5(1) = 5 \neq 3$, $n=2 \rightarrow 5(2) = 10 \neq 8$, $n=3 \rightarrow 5(3) = 15 \neq 18$ القاعدة خاطئة

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 2n - 2

$n=1 \rightarrow 5(1) - 2 = 3$ ✓ , $n=2 \rightarrow 5(2) - 2 = 8$ ✓ , $n=3 \rightarrow 5(3) - 2 = 13$ ✓

مثال (2) **إذا كانت قاعدة الحد العام لمتتالية هي : أضرب رتبة الحد في 3 ثم أجمع 2 ، فجد كلاً من الحدود : السادس والسابع والثامن.**

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 3n + 2

$n = 6$ (الحد السادس) $= 3(6) + 2 = 20$

$n = 7$ (الحد السابع) $= 3(7) + 2 = 23$

$n = 8$ (الحد الثامن) $= 3(8) + 2 = 26$

إذا كانت قاعدة الحد العام لمتتالية هي : أضرب رتبة الحد في 5 ثم أطرح 7 ، فجد كلاً من الجدود : السابع والثامن والتاسع.

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 5n - 7

n = 6 (الحد السابع) = 5(7) - 7 = 28

n = 7 (الحد الثامن) = 5(8) - 7 = 33

n = 8 (الحد التاسع) = 5(9) - 7 = 38

مثال (3) **في ما يأتي نمط هندسي يشكل عدد الدوائر فيه متتالية :**

1) جد القاعدة التي تربط كل حد في المتتالية بالحد الذي يليه :

نكتب المتتالية التي تعبر عن النمط الهندسي ← **1 , 5 , 9 , 13 , ...**

القاعدة التي تربط حدود المتتالية هي أن كل حد اكبر من الحد الذي يسبقه بـ **4** .

2) أكتب قاعدة الحد العام.

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 4n

n=1→ 4(1) = 4 ≠ 1 , n=2→ 4(2) = 8 ≠ 5 , n=3→ 4(3) = 12 ≠ 9 القاعدة خاطئة

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 4n - 3

n=1→ 4(1) - 3 = 1 ✓ , n=2→ 4(2) - 3 = 5 ✓ , n=3→ 4(3) - 3 = 9 ✓

قاعدة الحد العام هي : أضرب رتبة الحد في **4** ثم اطرح **3** .

3) ما عدد الدوائر في الحد الذي رتبته 15 ؟

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 4n - 3

T_{15} (الرتبة 15) = 4(15) – 3 = 57

ملاحظات مهمة

- قاعدة الحد العام يمكن كتابتها باستخدام مقدار جبري أو على صورة نص عادي نستنبط عن طريقة القاعدة..

أتحقق من فهمي : في ما يأتي نمط هندسي يشكل عدد الدوائر فيه متتالية :

1) جد القاعدة التي تربط كل حد في المتتالية بالحد الذي يليه :

نكتب المتتالية التي تعبر عن النمط الهندسي ← **..... , 7 , 6 , 5 , 4**

القاعدة التي تربط حدود المتتالية هي أن كل حد اكبر من الحد الذي يسبقه بـ **1** .

2) أكتب قاعدة الحد العام.

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 1n = n

$n=1 \rightarrow 1 \neq 4$, $n=2 \rightarrow 2 \neq 5$, $n=3 \rightarrow 3 \neq 6$ القاعدة خاطئة

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = n + 3

$n=1 \rightarrow (1) + 3 = 4$ ✓ , $n=2 \rightarrow (2) + 3 = 5$ ✓ , $n=3 \rightarrow (3) + 3 = 6$ ✓

قاعدة الحد العام هي : أجمع **3** مع رتبة الحد .

3) ما عدد الدوائر في الحد الذي رتبته 12 ؟

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = n + 3

T_{12} (الرتبة 12) = (12) + 3 = 15

يمكنكم متابعتنا والتواصل معنا من خلال :

الأستاذ معاذ أمجد أبو يحيى   مدرسة الفيزياء   0795360003

مثال (4) الحد العام لمتتالية هو (أضرب رتبة الحد $\frac{1}{4}$ في ثم أجمع $\frac{27}{4}$) أكتب الحد العام باستخدام مقدار جبري تم استخدمه في إيجاد الحدود الثلاثة الأولى.

$$T_n \text{ (قاعدة الحد العام للمتتالية)} = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$

$$n = 1 \text{ (الحد الأول)} = \frac{1}{4}(1) + \frac{27}{4} = \frac{1}{4} + \frac{27}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

$$n = 2 \text{ (الحد الثاني)} = \frac{1}{4}(2) + \frac{27}{4} = \frac{2}{4} + \frac{27}{4} = \frac{29}{4}$$

$$n = 3 \text{ (الحد الثالث)} = \frac{1}{4}(3) + \frac{27}{4} = \frac{3}{4} + \frac{27}{4} = \frac{30}{4}$$

أتحقق من فهمي : الحد العام لمتتالية هو (أضرب رتبة الحد $\frac{1}{6}$ في ثم اطرح $\frac{5}{6}$) أكتب الحد العام باستخدام مقدار جبري تم استخدمه في إيجاد الحدود الثلاثة الأولى.

$$T_n \text{ (قاعدة الحد العام للمتتالية)} = \frac{1}{6}n + \frac{5}{6}$$

$$n = 1 \text{ (الحد الأول)} = \frac{1}{6}(1) + \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$n = 2 \text{ (الحد الثاني)} = \frac{1}{6}(2) + \frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$$

$$n = 3 \text{ (الحد الثالث)} = \frac{1}{6}(3) + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

الاقتران

علاقة تربط كل قيمة من المدخلات بقيمة واحدة من المخرجات.

سؤال كيف يمكننا التعبير عن الاقتران ؟ أو ما هي الطرق التي يمكنني فيها التعبير عن الاقتران ؟

- **وصف قاعدة الاقتران بالكلمات.**

يتم وصف قاعدة الاقتران من خلال العمليات الحسابية المختلفة مثل أجمع أو اطرح أو أضرب أو أقسم وهكذا ، بحيث يتم تطبيق هذه العمليات الحسابية على المدخلات.

◄ أجمع 3 ثم أقسم على 2

- **على صورة مدخلات ومخرجات.**

← نختار متغير يعبر عن المدخلات ومتغير يعبر عن المخرجات وبالعاده نحن نختار المدخلات (x) والمخرجات (y).

← في هذه الصورة يتم وضع كل عملية حسابية تم استخدامها في مربع ونضع العمليات الحسابية بالترتيب.

المدخلةُ x → $\boxed{+3}$ → $\boxed{\div 2}$ → المخرجةُ y

- **على صورة معادلة**

← إشارة مساواة تفصل بين طرفين بحيث نضع في الطرف الأول المتغير الذي يعبر عن المخرجات ونضع في الطرف الثاني المقدار الجبري الذي يعبر عن الاقتران (قاعدة الاقتران).

$$y = \frac{x+3}{2}$$

- **على صورة آلة اقتران**

← سهم يفصل بين طرفين بحيث نضع في الطرف الأول المتغير الذي يعبر عن المدخلات ونضع في الطرف الثاني المقدار الجبري الذي يعبر عن الاقتران (قاعدة الاقتران).

$$x \longmapsto \frac{x+3}{2}$$

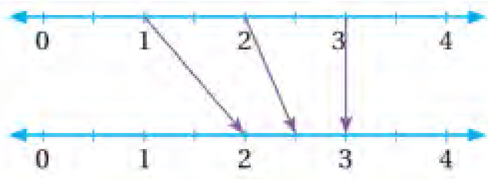
■ على صورة مدخلات ومخرجات (جدول القيم)

← جدول نضع فيه المدخلات والمخرجات بحيث نختار ثلاثة قيم مدخلات بشكل عشوائي أو بشكل منظم وبالعادة نختار الأعداد الثلاثة الأولى 1 و 2 و 3 .

المدخلة (x)	المخرجة (y)
1	2
2	2.5
3	3

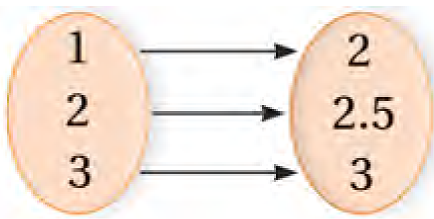
■ على صورة مخطط سهمي (خط الأعداد)

← نضع خطي أعداد فوق بعض الأول نمثل عليه المدخلات والثاني نمثل عليه المخرجات ونصل بين كل نقطة من المدخلات بنقطة أخرى من المخرجات.



■ على صورة مخطط سهمي (الأسهم)

← صورة أخرى للمخطط السهمي بحيث نضع في طرف المدخلات والطرف الآخر المخرجات ونصل بينها بالأسهم.



مثال (1) أكمل جدول القيم لكل اقتران مما يأتي :

1) $y = 2x - 5$

المدخلة (x)	المخرجة (y)
1	$2(1)-5=-3$
2	$2(2)-5=-1$
3	$2(3)-5=1$
4	$2(4)-5=3$

2) $y = 3(x + 1)$

المدخلة (x)	المخرجة (y)
1	$3(1+1)=6$
2	$3(2+1)=9$
3	$3(3+1)=12$
4	$3(4+1)=15$

أكمل جدول القيم لكل اقتران مما يأتي :

1) y = 9x – 1

المدخلة (x)	المخرجة (y)
1	$9(1)-1=8$
2	$9(2)-1=17$
3	$9(3)-1=26$
4	$9(4)-1=35$

2) y = 4 (x - 7)

المدخلة (x)	المخرجة (y)
1	$4(1-7)=-24$
2	$4(2-7)=-20$
3	$4(3-7)=-16$
4	$4(4-7)=-12$

مثال (2) أكتب قاعدة كل اقتران مما يأتي على صورة $x \longmapsto$ ثم على صورة معادلة.

1) $x \rightarrow \boxed{\times 6} \rightarrow \boxed{-2} \rightarrow$

على صورة معادلة → y = 6x - 2

2) $x \rightarrow \boxed{+9} \rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow$

قاعدة الاقتران → (x + 9)×5

على صورة معادلة → y = (x + 9)×5

أتحقق من فهمي : أكتب قاعدة كل اقتران مما يأتي على صورة $x \longmapsto$ ثم على صورة معادلة.

1) $x \rightarrow \boxed{+8} \rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow$

قاعدة الاقتران → (x + 8)×2

على صورة معادلة → y = (x + 8)×2

2) $x \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow \boxed{\times 6} \rightarrow$

قاعدة الاقتران → (x - 1)×6

على صورة معادلة → y = (x - 1)×6

ملاحظات مهمة

- يمكننا استخدام جدول القيم لإيجاد قاعدة الاقتران وبالتالي كتابة الاقتران بأكثر من طريقة وصورة مختلفة.

← في هذه الحالة لإيجاد قاعدة الاقتران نفرض أن قيم المخرجات عبارة عن متتالية ثم نقوم بإيجاد الحد العام لهذه المتتالية.

← تكون قاعدة الاقتران هي الحد العام لهذه المتتالية.

مثال (3) يبين الجدول المجاور قيم المدخلات والمخرجات لاقتران :

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	−1
2	2
3	5
4	8

1) صف بالكلمات قاعدة الاقتران.

متتالية → **-1 , 2 , 5 , 8**

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 3n

n=1→ 3(1) = 3 ≠ -1 , n=2→ 3(2) = 6 ≠ 2 , n=3→ 3(3) = 9 ≠ 5 القاعدة خاطئة

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 3n - 4

n=1→ 3(1) - 4 = -1 ✓ , n=2→ 3(2) - 4 = 2 ✓ , n=3→ 3(3) - 4 = 5 ✓

قاعدة الاقتران → **3x – 4**

← قاعدة الاقتران بالكلمات : أضرب بـ 3 ثم اطرح 4

2) أكتب قاعدة الاقتران بالصورة $x \longmapsto$ ، ثم كمعادلة.

معادلة → $y = 3x - 4$

$x \longmapsto 3x - 4$

يمكنكم متابعتنا والتواصل معنا من خلال :

0795360003 مدرسة الفيزياء الأستاذ معاذ أمجد أبو يحيى

يبين الجدول المجاور قيم المدخلات والمخرجات لاقتران :

المدخلة (x)	المخرجة (y)
2	7
3	9
4	11
5	13

1) صف بالكلمات قاعدة الاقتران.

متتالية $\rightarrow$ **7 , 9 , 11 , 13**

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 2n

n=2→ 2(2) = 4 ≠ 7 , n=3→ 2(3) = 6 ≠ 9 , n=4→ 2(4) = 8 ≠ 11 القاعدة خاطئة

T_n (قاعدة الحد العام للمتتالية) = 2n + 3

n=2→ 2(2) + 3 = 7 ✓ , n=3→ 2(2) + 3 = 9 ✓ , n=4→ 2(4) + 3 = 11 ✓

قاعدة الاقتران → **2x + 3**

← قاعدة الاقتران بالكلمات : أضرب بـ **2** ثم أجمع **3**

2) أكتب قاعدة الاقتران بالصورة $x \longmapsto$ ، ثم كمعادلة.

معادلة → $y = 3x + 3$

$x \longmapsto 3x + 3$

يمكنكم متابعتنا والتواصل معنا من خلال :

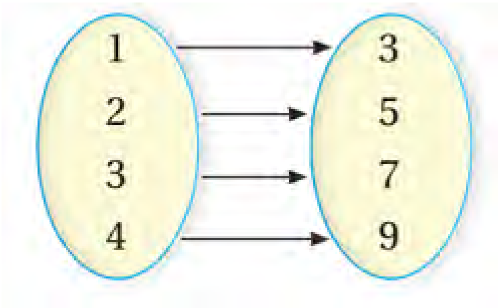
0795360003 مدرسة الفيزياء الأستاذ معاذ أمجد أبو يحيى

التمثيل البياني للاقتران :

التعبير عن الاقتران في المستوى الإحداثي باستخدام أزواج مرتبة (x,y) حيث (x) تمثل المدخلة و (y) تمثل المخرجة.

الزوج المرتب ← (المخرجة ، المدخلة)

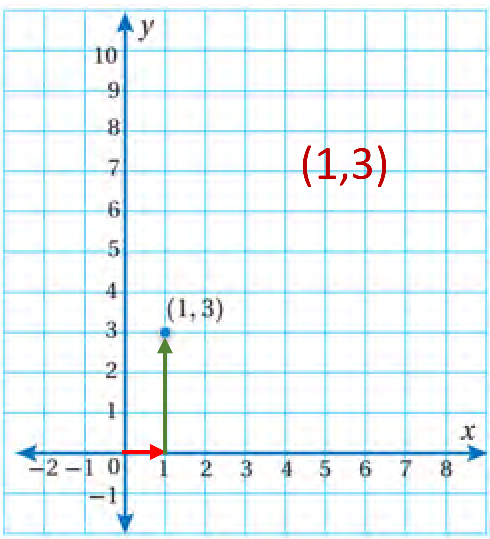
سؤال ؟ ما هي الأزواج المرتبة للمخطط السهمي الآتي :

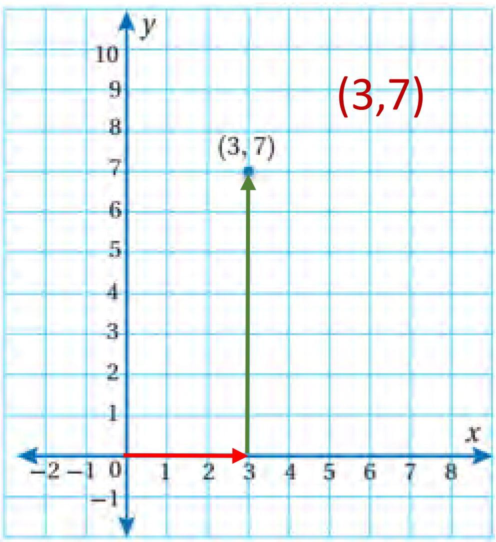


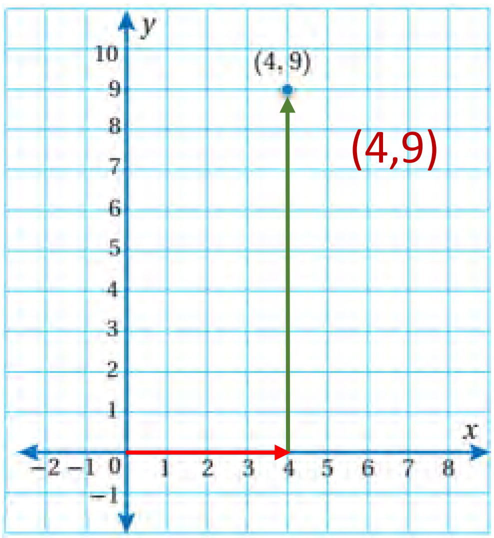
(1,3) , (2,5) , (3,7) , (4,9)

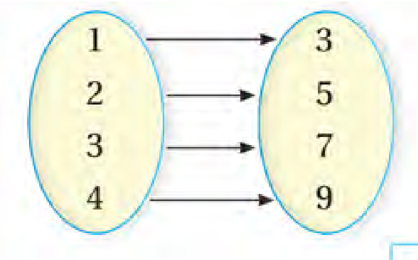
ملاحظات مهمة

- عند تمثيل الزوج المرتب نبدأ بالحركة من نقطة الأصل (**0,0**) نتحرك إما نحو اليمين أو الشمال حسب القيمة المدخلة (**x**) تم نتحرك إما نحو الأعلى أو الأسفل حسب القيمة المخرجة (**y**).





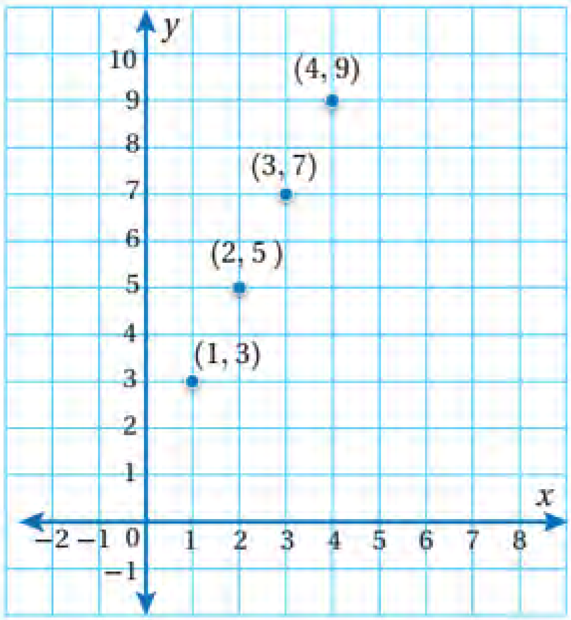




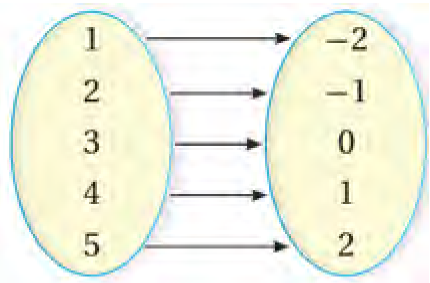
مثال (1) مثل بيانيًا الاقتران المعطى بالمخطط السهمي المجاور :

نجهز الأزواج المرتبة للاقتران ثم نقوم بتمثيلها بيانيًا....

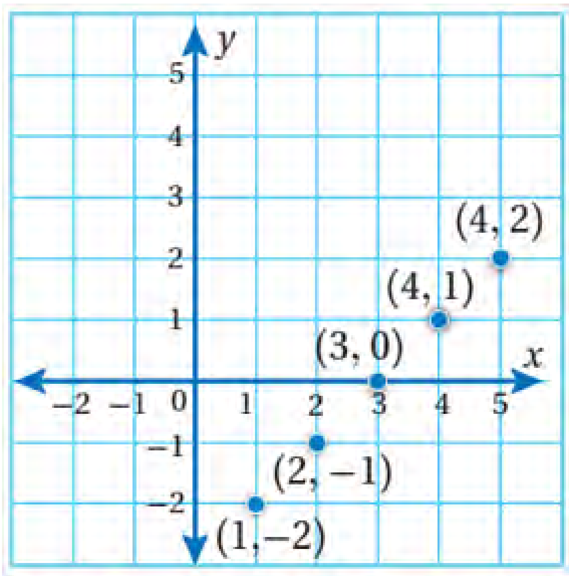
(1,3) , (2,5) , (3,7) , (4,9)



أتحقق من فهمي : مثل بيانيًا الاقتران المعطى بالمخطط السهمي المجاور :



(1,-2) , (2,-1) , (3,0) , (4,9) , (5,2)



ملاحظات مهمة

- الزوج المرتب يمثل حلًا للمعادلة

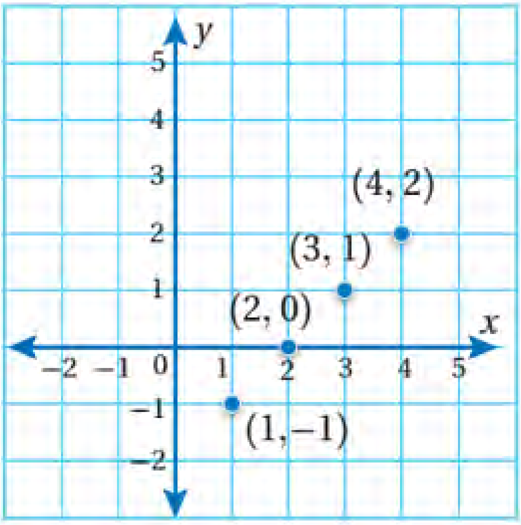
← يمكننا إيجاد أكثر من حل للمعادلة من خلال تعويض مدخلات وإيجاد مخرجات لهذه المدخلات للحصول على أزواج مرتبة..

← حل المعادلة المقصود به هو الزوج الذي يجعل طرفي المعادلة متساوي يعني يجعل حل المعادلة صحيح..

مثال (2) جد أربعة حلول للمعادلة ($y = x - 2$) ثم مثلها بيانيًا على المستوى الإحداثي.

نختار أربعة قيم كمدخلات ثم نجد قيم المخرجات المناظرة لها باستخدام المعادلة.

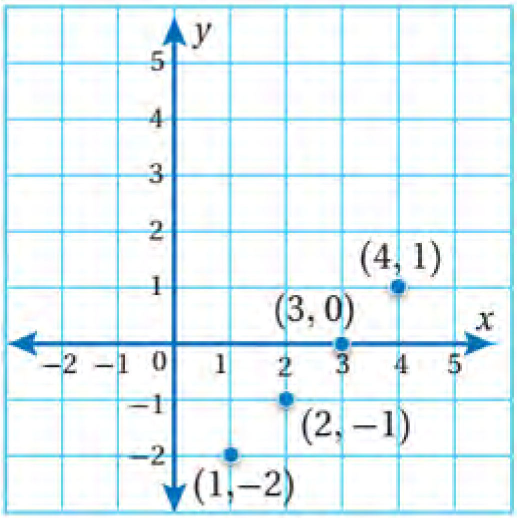
x	$x-2$	y	(x, y)
1	$1-2$	-1	$(1, -1)$
2	$2-2$	0	$(2, 0)$
3	$3-2$	1	$(3, 1)$
4	$4-2$	2	$(4, 2)$



جد أربعة حلول للمعادلة ($y = x - 3$) ثم مثلها بيانيًا على المستوى الإحداثي.

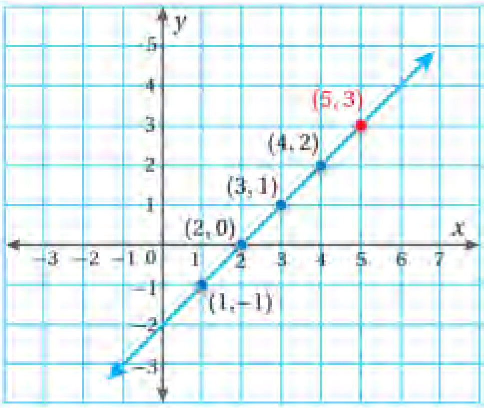
نختار أربعة قيم كمدخلات ثم نجد قيم المخرجات المناظرة لها باستخدام المعادلة.

x	$x-3$	y	(x, y)
1	$1-3$	-2	$(1, -2)$
2	$2-3$	-1	$(2, -1)$
3	$3-3$	0	$(3, 0)$
4	$4-3$	1	$(4, 1)$



ملاحظات مهمة

- الأزواج المرتبة التي تمثل حلول للمعادلة هي عبارة عن نقاط تقع على الخط المستقيم.
- لاحظ معي الأزواج المرتبة الممثلة في المستوى الإحداثي عبارة عن حلول لمعادلة الخط المستقيم وبالتالي تسمى معادلة خطية لان جميع الحلول تقع على الخط المستقيم.



سؤال هل النقطة (5,3) تقع على المستقيم (y = x - 2) ؟

(5,3)→(x = 5 , y = 3)

y = x – 2 → 3 = 5 – 2 → 3 = 3 ✓ بما أن طرفي المعادلة متساوي فالنقطة تقع على المستقيم

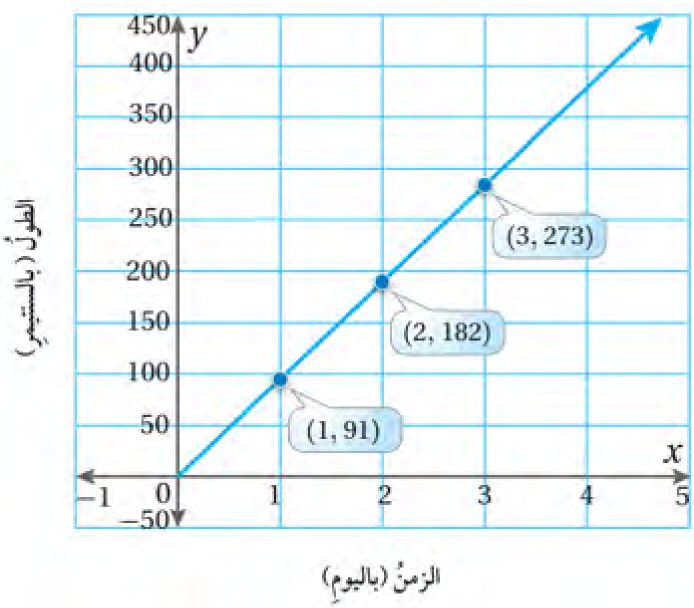
مثال (3) **نبات الخيزران أسرع النباتات نموًا فقد تصل سرعة نموه إلى في اليوم الواحد ، أكتب معادلة في متغيرين تمثل مقدار نمو الخيزران بعد مرور عدد من الأيام ، ثم مثل المعادلة بيانيًا.**

المتغير (**x**) يمثل عدد الأيام والمتغير (**y**) يمثل مقدار نمو الخيزران

Y = 91 x

x	$91x$	y	(x, y)
1	91 × 1	91	(1 , 91)
2	91 × 2	182	(2 , 182)
3	91 × 3	273	(3 , 273)

نباتُ الخيزرانِ

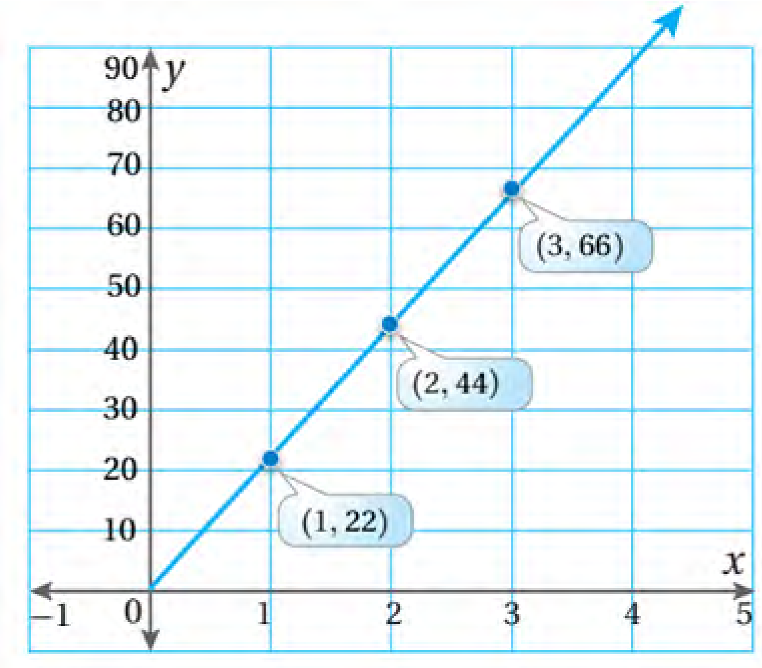


تنقل حافلة 22 راكبًا كل ساعة. أكتب معادلة في متغيرين تمثل عدد الركاب الذين تنقلهم الحافلة بعد مرور عدد من الساعات ثم مثل المعادلة بيانيًا.

المتغير (**x**) يمثل عدد الركاب والمتغير (**y**) يمثل عدد الركاب الذين تنقلهم الحافلة بعد مرور عدد من الساعات.

Y = 22 x

x	$22x$	y	(x, y)
1	22×1	22	(1 , 22)
2	22×2	44	(2 , 44)
3	22×3	66	(3 , 66)



يمكنكم متابعتنا والتواصل معنا من خلال :

الأستاذ معاذ أمجد أبو يحيى   مدرسة الفيزياء   0795360003