Grade12files

الدرس الأول(1-4) التقريبات الخطية وطريقة نيوتن

مثال(1) أوجد التقريب الخطي للدالة f(x) عند $x=x_0$ استخدم التقريب الخطى لتقدير

العدد المعطى حيث $x_0 = \pi$ f(x)=sin(3x) ثم أوجد sin(3.0)

نشاط كتابي(1) تمرين رقم (3) الكتاب المدرسي صفحة(236)

آداء مهمة(1) تمرين رقم (4) الكتاب المدرسي صفحة(236)

اعداد : صابر الموافي

مثال(2) استخدم التقريب الخطي لتقدير الكمية $\sqrt[4]{16.04}$

نشاط كتابي(2) تمرين رقم (7) فرع c الكتاب المدرسي صفحة(236)

آداء مهمة(2) تمرين رقم (8) فرع a الكتاب المدرسي صفحة (236)

اعداد : صابر الموافي

مثال(3) استخدم الأستكمال الداخلي الخطي لتقدير الكمية المطلوبة :حيث قدرت شركة ما انه يمكن بيع f(x) الف لعبة برمجية بالسعر x دولار كما هو معطى في الجدول

X	20	30	40
F(x)	18	14	12

قدر عدد اللعبات التي يمكن بيعها بسعر 24 دولار

نشاط كتابي(3) تمرين رقم (10) الكتاب المدرسي صفحة(236)

آداء مهمة(3) تمرين رقم (11) الكتاب المدرسي صفحة(236)

اعداد : صابر الموافي

طريقة نيوتن لايجاد اصفار الدالة (جذور الدالة) (مجموعة حل المعادلة)

القانون العام هو: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ حيث n= 0, 1, 2, 3, 4, 5.....

وكلما زادت قيمة n كلما تقترب قيمة x اكثر واكثر من الصفر

مثال(4) استخدم طريقة نيوتن مع قيم x_0 المعطاة لحساب قيم x_1 , x_2 حيث

$x_0 = -1$ حيث F(x)= $x^4 - 3x^2 + 1$

نشاط كتابي(4) تمرين رقم (15) الكتاب المدرسي صفحة (236)

آداء مهمة(4) تمرين رقم (14) الكتاب المدرسي صفحة (236)

اعداد : صابر الموافي

مثال(5) استخدم طريقة نيوتن لايجاد الجذر لست منازل عشرية (ارسم الدالة)

واشرح كيفية الوصول لتخمينك الأولي حيث sinx= x^2 -1

نشاط كتابي(5) تمرين رقم (22) الكتاب المدرسي صفحة (236)

آداء مهمة(5) تمرين رقم (23) الكتاب المدرسي صفحة (236)

اعداد : صابر الموافي

مثال(6) استخدم طريقة نيوتن لتقدير العدد المعطى $\sqrt[44]{24}$

نشاط كتابي(6) تمرين رقم (28) الكتاب المدرسي صفحة (236)

آداء مهمة(6) تمرين رقم (30) الكتاب المدرسي صفحة(236)

اعداد : صابر الموافي

مثال(7) اشرح لماذا تفشل طريقة نيوتن حيث $x_0 = 0$, F(x)=4 $x^3 - 7x^2 + 1 = 0$

نشاط كتابي(7) تمرين رقم (32) الكتاب المدرسي صفحة (236)

آداء مهمة(7) تمرين رقم (33) الكتاب المدرسي صفحة(237)

اعداد : صابر الموافي

مثال(8) اوجد التقريب الخطي عند X=0 حيث $\tan x \approx x$

نشاط كتابي(8) تمرين رقم (43) الكتاب المدرسي صفحة (237)

آداء مهمة(8) تمرين رقم (44) الكتاب المدرسي صفحة(237)

اعداد : صابر الموافي

مسائل تطبيقية

مثال(9) في نظرية انيشتاين يعتمد طول الشئ على سرعته المتجهة فاذا كان L_0 طول الشئ عند السكون وكانت V السرعة المتجهه و C سرعة الضوء

فاذا كانت معادلة طول الشئ هي $L = L_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}$

حيث L دالة في السرعة V فأوجد التقريب الخطي عند V= 0

نشاط كتابي(9) تمرين رقم (57) الكتاب المدرسي صفحة (238)

آداء مهمة(9) تمرين رقم (58) الكتاب المدرسي صفحة(238)

اعداد : صابر الموافي

الدرس الثاني (2-4) الصيغ غير المعروفة وقاعدة لوبيتال

الصيغ الغير معرفة :

1^{∞}	0^0	∞^0	$\frac{0}{0}$	$\infty \ x \ 0$	$\infty - \infty$	$\frac{\infty}{\infty}$

ملاحظة هامة جدا (1): عند ظهور أي صيغة غير معرفة يجب تحويلها على صورة

($\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$) حتى نستطيع استخدام قاعدة لوبيتال

ثم نقوم باشتقاق البسط لحاله واشتقاق المقام لحاله

الشروط : البسط قابل للاشتقاق والمقام قابل للاشتقاق عند x=c

حيث مشتقة المقام $\neq 0$ عند x=c

ملاحظة هامة جدا (2): ممكن استخدام قاعدة لوبيتال

في المسألة عدة خطوات حتى نحصل على الحل

والأن نتناول الامثلة التي توضح كل الصيغ الغير معروفة

ملاحظة هامة جدا : على الصورة ($\frac{0}{0}$) ولكن تطبق القاعدة مرة واحدة فقط

مثـــــــال (1) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{e^{3x}-1}$

نشاط كتابي (1) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$

آداء مهمة (1) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{\tan^{-1} x}{sinx}$

تقويـــــم (1) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to \pi} \frac{sin2x}{sinx}$

اعداد : صابر الموافي

تمارين الواجب (الكتاب المدرسي صفحة 247)

1): تمرين رقم (1)

2): تمرين رقم (2)

3): تمرين رقم (8)

4): تمرين رقم (13)

5): تمرين رقم (14)

اعداد : صابر الموافي

6): تمرين رقم (25) الكتاب المدرسي صفحة (248)

7): تمرين رقم (26) الكتاب المدرسي صفحة (248)

8):تمرين رقم (27) الكتاب المدرسي صفحة (248)

9): تمرين رقم (36) الكتاب المدرسي صفحة (248)

تمارين الأبداع والأبتكار

1) هل يمكن استخدام قاعدة لوبيتال لايجاد النهاية: $\lim_{x\to 0}\frac{cosx}{x^2}$ اشرح

2) هل يمكن استخدام قاعدة لوبيتال لايجاد النهاية: $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x^2}$ اشرح

3) هل يمكن استخدام قاعدة لوبيتال لايجاد النهاية: $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\ln x^2}$ اشرح

4) هل يمكن استخدام قاعدة لوبيتال لايجاد النهاية: $\lim_{x\to 0^+}\frac{cscx}{\sqrt{x}}$ اشرح

5) تمرين رقم (59) الكتاب المدرسي صفحة (248)

6) تمرين رقم (60) الكتاب المدرسي صفحة (248)

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : على الصورة ($\frac{0}{0}$) ولكن تطبق القاعدة عدة مرات

مثال (2) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{xcosx-sinx}{xsin^2x}$

نشاط كتابي (2) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{tanx-x}{x^3}$

آداء مهمة (2) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{sinx-x}{x^3}$

تقويم(2) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x-\sinh x}{cosx-coshx}$

اعداد : صابر الموافي

تمارين الواجب (الكتاب المدرسي صفحة 248)

1):تمرين رقم (50) الفقرة (a) , (b) , (c)

تمارين الأبداع والأبتكار

1) تمرين رقم (63) الكتاب المدرسي صفحة (249)

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : على الصورة ($\frac{\infty}{\infty}$) ولكن تطبق القاعدة مرة واحدة فقط

مثـــــــــال (3) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{cscx}$

نشاط كتابي (3) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to \infty} \frac{x+1}{x^2+4x-3}$

آداء مهمة (3) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{cotx}$

تقويـــــم (3) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to \infty} \frac{lnx}{x^2}$

اعداد : صابر الموافي

تمارين الواجب (الكتاب المدرسي صفحة 247)

1): تمرين رقم (3)

2): تمرين رقم (20) الكتاب المدرسي صفحة (248)

3): تمرين رقم (22) الكتاب المدرسي صفحة (248)

4): تمرين رقم (23) الكتاب المدرسي صفحة (248)

5): تمرين رقم (24) الكتاب المدرسي صفحة (248)

اعداد : صابر الموافي

تمارين الأبداع والأبتكار

1)أوجد النهاية : $\lim_{x\to\infty} (\ln x - x)$

2) هل يمكن استخدام قاعدة لوبيتال لايجاد النهاية: $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x+1}{\tan^{-1} x}$ اشرح

3) هل يمكن استخدام قاعدة لوبيتال لايجاد النهاية: $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x^2}{e^x}$ اشرح

4) تمرين رقم (51) الكتاب المدرسي صفحة (248)

اعداد : صابر الموافي

5) تمرين رقم (52) الكتاب المدرسي صفحة (248)

6) أوجد النهاية : $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}-\ln x}{\sqrt{x}}$

7) أوجد النهاية : $\lim_{c\to\infty} S$ حيث $S = \frac{8\pi C^2}{3}\left[\left(\frac{d^2}{16c^2}+1\right)^{\frac{3}{2}}-1\right]$ حيث d عدد

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : على الصورة ($\frac{\infty}{\infty}$) ولكن تطبق القاعدة عدة مرات

مثـــــــال (4) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{e^x}$

نشاط كتابي (4) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(x^3+2x+1)}{\ln(x^2+x+2)}$

آداء مهمـة (4) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(e^{3x}+x)}{\ln(e^{2x}+4)}$

تقويـــــــم(4) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{lnx^3}{x^4}$

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : على الصورة (∞ – ∞) ولكن يجب تحويلها الى ($\frac{0}{0}$) أ ن أمكن

مثـــــــال (5) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x}\right)$

نشاط كتابي (5) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}(\cot x - \frac{1}{x})$

آداء مهمـة (5) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x+1}{x} - \frac{2}{sin2x}\right)$

تقويـــــــم(5) أوجد قيمة النهاية : $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+1}$- x (يحل بدون لوبيتال)

الـــــــــواجب تمرين رقم (35) الكتاب المدرسي صفحة (248)

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : على الصورة($\infty \times 0$) ولكن يجب تحويلها الى الصورة ($\frac{0}{0}$)أو ($\frac{\infty}{\infty}$)

مثـــــــــال (6) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} \ln x$

نشاط كتابي (6) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$

آداء مهمـة (6) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^{\frac{-2}{3}}}{\ln x}$

تقويـــــــم(6) أوجد قيمة النهاية أوجد قيمة النهاية : $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\ln x}$

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : صور لوبيتال الأسية (1^{∞} و 0^0 و ∞^0)
نقوم اولاً بفرض الدالة ب y ثم تحويلها الى الصورة اللوغاريتمية) ثم نوجد النهاية

مثـــــــــال (7) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0^+}(\sin x)^x$ (لوبيتال عدة خطوات)

للطالب المبدع فقط (8) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}\left|\frac{x+1}{x-2}\right|^{\sqrt{x^2-4}}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي (7) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 1^+} x^{\frac{1}{x-1}}$

آداء مهمة (7) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}(x+1)^{\frac{2}{x}}$

تقويـــــم(7) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}(\frac{1}{x}+1)^{x}$

اعداد : صابر الموافي

تمارين الواجب (الكتاب المدرسي صفحة (248))

1): تمرين رقم (37)

2): تمرين رقم (38)

3): تمرين رقم (39)

4): تمرين رقم (40)

اعداد : صابر الموافي

الدرس الثالث (3 – 4) القيم العظمى والصغرى

+ الدرس الرابع (4-4) فترات التزايد والتناقص

+ الدرس الخامس (4-5) فترات التقعر لأعلى ولأسفل ونقاط الأنعطاف

ملاحظة هامة جدا (1) : نعني بالقيم القصوى المطلقة (القيمة العظمى والصغرى المطلقة)

ملاحظة هامة جدا (2) : أي دالة f(x) متصلة ومعرفة على الفترة $[a\ ,\ b]$ فلابد من وجود قيمة عظمى وصغرى مطلقة في تلك الفترة (وتسمى بنظرية القيم القصوى)

ملاحظة هامة جدا (3) : أي دالة f(x) غيرمتصلة وغيرمعرفة على أي فترة سواء مغلقة أو مفتوحة ممكن وجود قيمة عظمى وصغرى مطلقة في تلك الفترة

على حسب ولكن نظرية القيم القصوى تضمن وجود قيم قصوى مطلقة

ملاحظة هامة جدا (4) : القيم القصوى المحلية (القيم القصوى النسبية)

تكون متواجدة عند 1) $\bar{f}(x) = 0$ 2) $\bar{f}(x)$ غير موجودة

ملاحظة هامة جدا (5) : تسمى x = c نقطة حرجة للدالة f(x)

وتأتي من 1) $\bar{f}(x) = 0$ 2) $\bar{f}(x)$ غير موجودة

الشروط : 1) إذا كانت في مجال الدالة 2) وليس شرطا تغير الأشارة حولها

3) وأطراف الفترة ليست حرجة

ملاحظة هامة جدا (6) : نظرية فيرمات

كل قيمة عظمى أو صغرى محلية لابد عندها نقطة حرجة

ولكن العكس غير صحيح

ملاحظة هامة جدا (7) : إذا كانت $\bar{f}(x) > 0$ فان f(x) تكون دالة متزايدة

إذا كانت $\bar{f}(x) < 0$ فان f(x) تكون دالة متناقصة

ملاحظة هامة جدا (8) : إذا كانت $\bar{\bar{f}}(x) > 0$ فان f(x) تكون دالة مقعرة لأعلى

إذا كانت $\bar{\bar{f}}(x) < 0$ فان f(x) تكون دالة مقعرة لأسفل

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا (9) : تسمى x = c نقطة انعطاف للدالة f(x)

وتأتي من 1) $\bar{f}(x) = 0$ 2) $\bar{f}(x)$ غير موجودة

الشروط : 1) إذا كانت في مجال الدالة 2) بشرط تغير الأشارة حولها

3) وأطراف الفترة ليست انعطاف

والأن نطرح الأمثلة التي توضح ذلك (باستخدام اختبار المشتقة الأولى) أوجد ما يلي

1) النقاط الحرجة للدالة f(x)
2) القيم القصوى للدالة f(x)
3) القيم القصوى المحلية للدالة f(x)
4) فترات التزايد والتناقص للدالة f(x)
5) فترات التقعر لأعلى ولأسفل للدالة f(x)
6) نقاط الأنعطاف للدالة f(x)

أنواع الدوال التي نقوم بدراستها هي :

1) الدوال الحدودية
2) الدوال النسبية
3) الدوال ذات الأسس الكسرية
4) الدوال المثلثية
5) دالة المطلق
6) الدوال الأسية
7) الدوال الجذرية ذات الدليل الزوجي أو الفردي
8) الدوال المتفرعة
9) الدوال التي يصعب إيجاد اصفارها الا بالرسم أو طريقة نيوتن
10) الدوال المثلثية العكسية
11) الدوال اللوغاريتمية

اعداد : صابر الموافي

مثال(1) مستخدما اختبار المشتقة الأولى أوجد كلا مما يلي

1) النقاط الحرجة للدالة f(x)

2) القيم القصوى للدالة f(x)

3) القيم القصوى المحلية للدالة f(x)

4) فترات التزايد والتناقص للدالة f(x)

5) فترات التقعر لأعلى ولأسفل للدالة f(x)

6) نقاط الأنعطاف للدالة f(x)

حيث : $f(x)= x^3 - 3x^2 - 4x - 1$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي (1) الدالة : $f(x)= x^3 - 3x + 2$

اعداد : صابر الموافي

آداء مهمـــــــــــــة (1)الدالة : $f(x)= x^3 + 2x^2 + 1$

اعداد : صابر الموافي

تمرين الابداع والأبتكار (1) أثبت أن الدالة : $f(x)= x^3 + bx^2 + cx + d$

a) لها نقطتان حرجيتان ومجموعهما يساوي $\frac{-2b}{3}$ عندما $c < 0$

b) ولها قيمة عظمى محلية وصغرى محلية

اعداد : صابر الموافي

مثال(2) مستخدما اختبار المشتقة الأولى أوجد كلا مما يلي

1) النقاط الحرجة للدالة f(x)

2) القيم القصوى للدالة f(x)

3) القيم القصوى المحلية للدالة f(x)

4) فترات التزايد والتناقص للدالة f(x)

5) فترات التقعر لأعلى ولأسفل للدالة f(x)

6) نقاط الأنعطاف للدالة f(x)

حيث : $f(x)= x^4 - 6x^2 + 2x + 3$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــي (2) $f(x)= x^4 - 8x^2 + 1$

اعداد : صابر الموافي

آداء مهـــــــــــــــة (2) $f(x)= x^4 - 15x^3 - 2x^2 + 40x - 2$

اعداد : صابر الموافي

تمرين الأبداع والأبتكار (2) لكل عائلة الدوال : $f(x)= x^4 + cx^2 + 1$

أوجد جميع القيم القصوى المحلية بدلالة الثابت c

اعداد : صابر الموافي

مثال(3) مستخدما اختبار المشتقة الأولى أوجد كلا مما يلي

1) النقاط الحرجة للدالة f(x)

2) القيم القصوى للدالة f(x)

3) القيم القصوى المحلية للدالة f(x)

4) فترات التزايد والتناقص للدالة f(x)

5) فترات التقعر لأعلى ولأسفل للدالة f(x)

6) نقاط الأنعطاف للدالة f(x)

حيث : $f(x)=\frac{x^2}{x^2-9}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــي (3) $f(x)=\frac{x^2-2}{x+2}$

اعداد : صابر الموافي

آداء مهمـــــــــــة (3) $f(x)=\frac{3x}{x^2+16}$

اعداد : صابر الموافي

تمرين المبدع المبتكر (3) إذا كانت : $f(x)=\frac{x+c}{x^2-1}$

أوجد قيمة الثابت c التي تجعل للدالة f(x) لها

a) نقطتان حرجيتان b) نقطة حرجة واحدة c) لا توجد نقاط حرجة

d) وحدد القيم القصوى

e) أثبت أن نقاط الأنعطاف وجودها أو عدم وجودها تعتمد على قيمة c

اعداد : صابر الموافي

مستخدما اختبار المشتقة الأولى أوجد كلا مما يلي

مثـــــــــــــــــــال(4) الدالة : $f(x)= x^{\frac{4}{3}} + 4\ x^{\frac{1}{3}}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي (4) الدالة : $f(x)= x^{\frac{3}{4}} - 4\ x^{\frac{1}{4}}$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــــة (4) الدالة : $f(x)= x + 3(1-x)^{\frac{1}{3}}$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر (4) الدالة $f(x) = (x^{\frac{2}{5}} - 3x^{\frac{1}{5}})^2$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(5) الدالة : $f(x)= sinx + cosx$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(5) الدالة : $f(x)= sinx\ cosx$ في $[0\ ,\ 2\pi]$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــــة (5) الدالة : $f(x)=\sqrt{3}\,sinx + cosx$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(5) الدالة : $f(x)= sinx - 2\ sin(2x)$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(6) الدالة: $f(x)= x\left|x^2-1\right|$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(6) الدالة : $|x^2 - 1|$ =f(x)

اعداد : صابر الموافي

أداء مهـــــــــــــــة (6) الدالة : $f(x)=x^2|x|$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(6) الدالة : $f(x)= x^4\ bx^3 + c\ x^2 + dx + 2$

وضح انه توجد نقطتان انعطاف بشرط $c < \frac{3b^2}{8}$

وأن مجموعهما احداثيهما السيني يساوي $\frac{-b}{2}$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــال(7) الدالة: $f(x)= e^{-x} sinx$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(7) الدالة : $f(x)= x\, e^{-2x}$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــــة (7) الدالة : $f(x)= e^{-x^2}$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(7) الدالة : اوجد جميع القيم القصوى ونقاط الأنعطاف للدالة

$$f(x) = \sinh x$$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــال(8) الدالة : $f(x)= x\sqrt{x^2-4}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(8) الدالة : $f(x)=\sqrt{x^3+3x^2}$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (8) الدالة : $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(8) الدالة : على فرض ان $s(t) = \sqrt{t+4}$ هي اجمالي مبيعات منتج ما بعد مرور t شهر وضح أن $\bar{s}(t) > 0$ ووضح أنه باستخدام المصطلحات التجارية لا يكون $\bar{s}(t) < 0$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(9) الدالة : $f(x)=\sqrt[3]{2x^2-1}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(9) الدالة : $f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x^2}$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (9) الدالة : $f(x)=\sqrt[3]{2x^2-2x}$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(9) الدالة : $f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x^2+2x}$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــال(10) الدالة : $f(x)=\begin{cases}x^2+2x-1 \ , \ x<0\\ x^2-4x+3 \ , \ x\geq 0\end{cases}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(10) الدالة : $f(x)=\begin{cases}2x^2+2x-5 \ , \ x<0\\ 2x^2-4x+2 \ , \ x\geq 0\end{cases}$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (10) الدالة : $f(x)=\begin{cases}2x^2+4x-4 \ , \ x<0\\ 2x^2-4x+6 \ , \ x\geq 0\end{cases}$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(10) الدالة : $f(x)=\begin{cases} sinx & , \ -\pi < x < \pi \\ -tanx & , \ |x| < \pi \end{cases}$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(11) الدالة : $f(x)= \tan^{-1}(x^2)$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(11) الدالة : $f(x) = \sin^{-1}(x)$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــــة (11) الدالة : $f(x)= \tan^{-1}(\frac{1}{x^2-1})$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(11) الدالة : زاوية هدف خارجي تم تسديده من علامة الجزاء

على بعد قدم x وهى $A = \tan^{-1}(\frac{29.25}{x}) - \tan^{-1}(\frac{10.75}{x})$

أوجد x التي تجعل الزاوية A اكبر ما يمكن

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــال(12) الدالة : $f(x)= x \ln x$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(12) الدالة : $f(x) = x \ln x^2$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهـــــــــــــــة (12) الدالة : $f(x)= \ln(x^2-1)$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(12) الدالة : اذا كانت $f(x)= x^2 - 1$, $g(x)= \ln x$

أوجد قيمة x التي تحقق القيمة الصغرى للدالة f(x) - g(x)

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــال(13) الدالة : $f(x)= (3x+1)^{\frac{2}{3}}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(13) الدالة $f(x) = (x+1)^{\frac{2}{3}}$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (13) الدالة : $f(x)= (x^2+1)^{\frac{2}{3}}$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(13) الدالة : f(x)= $(x^3 - 3x^2 + 2x)^{\frac{2}{3}}$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(14) الدالة : $x^3 - 5x + 3sinx^2$ في f(x)= $[-2\ ,\ 2.5]$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(14) الدالة : $f(x) = x + \sin x$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (14) الدالة : $f(x)= x + e^x$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(14) الدالة : $f(x)= x + \ln x$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــال(15) أوجد القيم القصوى المطلقة: $f(x)=\frac{3x^2}{x-3}$ في $[-2\ ,\ 2]$

نشاط كتابـــــــــــــي(15) الدالة : f(x) = sinx + cosx في $\left[\frac{\pi}{2}\ ,\ \pi\right]$

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (15) الدالة : f(x)= xsinx +3 في $[0\ ,\ 2\pi]$

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر(15) الدالة : ارسم الدالة المتصلة f(x)

بحيث تكون القيمة العظمى المطلقة في $(2\ ,\ 2-)$ تساوي 4

وتكون القيمة الصغرى المطلقة تساوي 2

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(16) ارسم الدالة : $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$ حيث $x > 0$ وحدد اين الرسم البياني أشد انحدارا (أي ابحث عن القيمة العظمى)

نشاط كتابـــــــــــــــي(16) ارسم الدالة : $f(x)=e^{-x^2}$ حيث $x > 0$ وحدد اين الرسم أشد انحدارا (أي ابحث عن القيمة العظمى)

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــــة (16) الدالة : ارسم الدالة : $f(x)= e^{-\frac{1}{x}}$ حيث $x > 0$ وحدد

اين الرسم أشد انحدارا (أي ابحث عن القيمة العظمى)

للطالب المبدع والمبتكر(16) الدالة : تمرين (59) الكتاب المدرسي صفحة (259)

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(17) اذا كانت : $f(x)=x^3$ وضح أن f(x) متزايدة على أي فترة حول الصفرغير أن $\bar{f}(0)=0$ ووضح أن ذلك لا يتناقض مع نظرية (1-4)

نشاط كتابـــــــــــــــي(17) اذا كانت : $f(x)=-x^3$ وضح أن f(x) متناقصة على أي فترة حول الصفرغير أن $\bar{f}(0)=0$ ووضح أن ذلك لا يتناقض مع نظرية (1-4)

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــــة (17) اذا كانت $f(x) = \sin^{-1} x$ وضح أن f(x) متزايدة أم متناقصة

للطالب المبدع والمبتكر(17) وضح أن $f(x)= x^3 + bx^2 + cx + d$ هي دالة متزايدة

اذا كان $b^2 \leq 3c$

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــــال(18) اذا كانت : f(x) , g(x) دالتان متزايدتان فهل f(g(x)) تعد أيضا متزايدة

إما تثبت صحة العبارة أو تعطي مثالا من عندك يبرهن الخطأ

نشاط كتابـــــــــــــــي(18) تمرين (46) الكتاب المدرسي صفحة (276)

أداء مهمـــــــــــــة (18) تمرين (48) الكتاب المدرسي صفحة (258)

للطالب المبدع والمبتكر(18) تمرين (49) الكتاب المدرسي صفحة (267)

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(19) استخدم اختبار المشتقة الثانية في إيجاد القيم القصوى للدالة

$$f(x)= x^4 - 8x^2 + 10$$

نشاط كتابـــــــــــــــي(19) تمرين (9) الكتاب المدرسي صفحة (276)

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (19) تمرين (10) الكتاب المدرسي صفحة (276)

للطالب المبدع والمبتكر(19) تمرين (11) الكتاب المدرسي صفحة (276)

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــــــــــال(20) ارسم بيان الدالة f(x) التي لها الخواص التالية :

$x > 2$, $x < 0$ لكل $\bar{f}(x) < 0$, f(2)=5 , f(0)=1

$0 < x < 2$ لكل $\bar{f}(x) > 0$.

مثـــــــــــــــــــال (21) ارسم بيان الدالة f(x) التي لها الخواص التالية :

$x > 3$, $x < 0$ لكل $\bar{f}(x) < 0$, f(3)=0

$\bar{f}(3) = 0$, $0 < x < 3$ لكل $\bar{f}(x) > 0$

f(0) , $\bar{f}(0)$ غير موجودتان

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(21) تمرين (28) الكتاب المدرسي صفحة (267)

أداء مهمـــــــــــــة (21) تمرين (31) الكتاب المدرسي صفحة (267)

للطالب المبدع والمبتكر(21) تمرين (32) الكتاب المدرسي صفحة (32)

مثال (22) ارسم بيان الدالة f(x) التي لها الخواص التالية :

f(0)=0 , $\bar{f}(x) > 0$ لكل $x < -1$, $-1 < x < 1$

$\bar{f}(x) < 0$ لكل $x > 1$

$\bar{\bar{f}}(x) > 0$ لكل $x < -1$, $0 < x < 1$, $x > 1$

$\bar{\bar{f}}(x) < 0$ لكل $-1 < x < 0$,

اعداد : صابر الموافي

مثال (23) ارسم بيان الدالة f(x) التي لها الخواص التالية :

f(0)=0 , f(-1)=-1 , f(1)= 1

$\bar{f}(x) > 0$ لكل $x < -1$, $0 < x < 1$

$\bar{f}(x) < 0$ لكل $x > 1$, $-1 < x < 0$

$\bar{\bar{f}}(x) < 0$ لكل $x < 1$, $x > 1$

نشاط كتابـــــــــــــي(23) تمرين (38) الكتاب المدرسي صفحة (276)

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــــــــة (23) تمرين (40) الكتاب المدرسي صفحة (276)

للطالب المبدع والمبتكر(23) تمرين (41) الكتاب المدرسي صفحة (41)

اعداد : صابر الموافي

مثال (24) على فرض أن T(x) تمثل درجة حرارة شخص مريض في الزمن t

حدد الأفضل له عند الزمن t = 0 حيث $\overline{\overline{T}}(0) = 2$ أم $\overline{\overline{T}}(0) = -2$

أم تحتاج الى معرفة قيمة $\overline{T}(0)$ و T(0) لتحديد ايهما افضل

مثال (25) يرتبط عدد الوحدات Q التي انتجها عامل في يوم بعدد ساعات العمل منذ بداية يوم العمل حيث $Q(t) = -t^3 + 6t^2 + 12t$

أوجد الزمن الذي تكون فيه كفاءة العامل عند القيمة العظمى

اشرح لماذا يعد منطقيا ان تسمى نقطة الأنعطاف نقطة تناقص المرتجعات

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــي(25) تمرين (51) الكتاب المدرسي صفحة (277)

أداء مهمـــــــــــــة (25) تمرين (53) الكتاب المدرسي صفحة (277)

للطالب المبدع والمبتكر(25) تمرين (55) الكتاب المدرسي صفحة (277)

اعداد : صابر الموافي

الدرس السادس (6 – 6) رسم المنحنيات

الخطوات التفصيلية لرسم منحنى الدالة

أولا : تحديد مجال الدالة

ثانيا : تحديد خطوط التقارب الرأسي : a) اذا لم توجد (مثال على ذلك الدالة الحدودية)

b)إذا وجدت نوجد النهاية من يمين العدد ويساره

لمعرفة الدالة تقترب من ∞ أو ∞ - أو عدد

ثالثا : خطوط التقارب الأفقي وذلك بأخذ النهاية $\lim_{x\to\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

وذلك لمعرفة سلوك طرفي المنحنى

رابعا : التقاطع مع محور x (نضع y = 0) والتقاطع مع محور y (نضع x = 0)

خامسا : نقاط عدم قابلية الأشتقاق

سادسا : دراسة المشتقة الأولى لمعرفة النقاط الحرجة – فترات التزايد والتناقص

القيم القصوى المحلية والمطلقة

سابعا : دراسة المشتقة الثانية لمعرفة فترات التقعر لأعلى أم لأسفل - نقاط الأنعطاف

اعداد : صابر الموافي

والأن نتناول بعض التمارين التي توضح تلك الخطوات

مثال(1) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)= x^4 - 3x^2 + 2$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي(1) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)= x^3 - 3x^2 + 3x$

اعداد : صابر الموافي

مثال(2) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي(2) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)=\frac{2x}{x^2-1}$

اعداد : صابر الموافي

مثال(3) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)= x + \frac{4}{x}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي(3) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)=\sin x+\cos x$

اعداد : صابر الموافي

مثال(4) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)=\sqrt{x^2+1}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي(4) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $\sqrt{2x+1}$ =f(x)

اعداد : صابر الموافي

مثال(5) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)=\frac{5x}{x^3-x+1}$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي(5) ارسم بيان الدالة موضحا كل مميزات المنحنى $f(x)= \tan^{-1}(\frac{1}{x^2-1})$

اعداد : صابر الموافي

الدرس السابع (7 – 6) القيم المثلى

خطوات حل أي مسألة القيم المثلى :

a)قراءة المسألة جيدا واذا لزم التوضيح بالرسم الهندسي

b)تحديد وفرض المتغيرات للعناصر الموجودة في المسألة (ويؤخذ دائما من المطلوب)

c)الأستفادة من المعطيات جيدا وإيجاد علاقة بين المتغيرين في المسألة

d) تنفيذ المطلوب بدقة والذي يعتمد على بعض القوانين الهندسية السابق دراستها

e)جعل معادلة المطلوب تحتوي على متغير واحد فقط ثم اشتقاق المعادلة ثم = 0

f)نوجد قيمة المتغير من المعادلة الصفرية وتكون هي النقطة الحرجة

g)نوجد مجال المتغير ثم نوجد قيمة الدالة عند بداية ونهاية الفترة والنقاط الحرجة

داخل الفترة والقيمة العظمى هي أكبر ما يمكن والقيمة الصغرى هي اصغر ما يمكن

ملاحظة هامة جدا : يجب التحقق من صحة الحل بالتعويض في المسألة ويجب

ان تكون الأجابات واقعية مع المسألة الحياتية

والأن نبدأ بطرح الأمثلة التي توضح ذلك

اعداد : صابر الموافي

مثــال(1) يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار القسم المستقيم من النهر الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة المساحة المحاطة تساوي 1800 قدم مربع

اوجد القيمة الصغرى للمحيط وابعاد السياج المناظر لهذه المساحة

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــي(1) تمرين رقم (2) الكتاب المدرسي صفحة ( )

أداء مهمـــــــة(1) تمرين رقم (3) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الطالب المبدع (1) تمرين رقم (4) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثال(2) بين أن المستطيل ذي المساحة العظمى محيطه قيمة ثابتة p هو مربع دائما

نشاط كتابـــــي(2) تمرين رقم (6) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــال(3) يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ لوح من الورق مساحته 10 x 6

وقص الى مربعات طول ضلعه x من كل زاوية وطي الجوانب أوجد قيمة x

التي تحقق القيمة العظمى لحجم الصندوق

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــي(3) تمرين رقم (8) الكتاب المدرسي صفحة ( )

أداء مهمـــــــة(3) تمرين رقم (9) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الطالب المبدع (3) تمرين رقم (10) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــال (4) أوجد النقطة على المنحنى $y = \cos x$ الأقرب للنقطة $(1 , 1)$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــي(4) تمرين رقم (11) الكتاب المدرسي صفحة ( )

أداء مهمـــــــة(4) تمرين رقم (13) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الطالب المبدع (4) تمرين رقم (15) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــال (5) تتسع علبة الصودا 12 أوقيه من السائل على فرض أن سمك القمة والقاع ضعف سمك الجوانب أوجد ابعاد العلبة التي تحقق القيمة الصغرى للمادة المستخدمة (ارشاد : بدلا من إيجاد القيمة الصغرى لمساحة السطح) أوجد القيمة الصغرى لتكلفة مساحة السطح

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي (5) تمرين رقم (18) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــال (6) يمتد خط الماء بين الشرق والغرب وتريد مدينة توصيل مشروعى تطوير سكني بالخط من خلال مد خط من نقطة واحدة على الخط الموجود الى مشروعي التطوير يقع أحد مشاريع التطوير على بعد 3 أميال جنوب الخط الموجود ويقع الأخر على بعد 4 اميال جنوب الخط الموجود و5 أميال شرق مشروع التطوير الأول أوجد المكان على الخط الموجود لعمل الوصلة وإيجاد القيمة الصغرى لطول الخط الجديد

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي (6) تمرين (20) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــال (7) يقف حامد على الخط الساحلي بينما ألقيت كرة على بعد $x = 4$ متر في الماء و $z = 8$ متر من الشاطي اذا ركض بسرعة $6.4\ m/s$ وسبح بسرعة $0.9\ m/s$ فأوجد المكان الذي يدخل عنده (y) الماء ليحقق القيمة الصغرى من الزمن لكي يصل الى الكرة بين أنك تحصل على نفس قيمة (y) لأي $z > 1$

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابي (7) تمرين (25) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــال (8) في جهاز الكتروني قد تخدم الدوائر الأفرادية عدة أغراض في بعض الحالات يجب التحكم في تدفق الكهرباء عن طريق القيمة الصغرى للطاقة

بدلا من تضخيمها فتكن الطاقة الممتصة من الدائرة $p(x) = \frac{v^2 x}{(R+x)^2}$

حيث الجهد v والمقاومة R أوجد قيمة x التي تحقق القيمة العظمى للطاقة

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــي(8) تمرين رقم (27) الكتاب المدرسي صفحة ( )

أداء مهمـــــــة(8) تمرين رقم (28) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الطالب المبدع (8) تمرين رقم (30) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــال(9) نافذة على شكل نصف دائرة فوق مستطيل على فرض انه يتوفر $8+\pi$ قدم من الزخارف الخشبية أوجد ابعاد النافذة التي تحقق القيمة العظمى لمساحة النافذة

مثال(10) سلك طوله 30 cm يراد تقسيمه الى جزأين الأول مستطيل طوله ضعف عرضه والثاني مربع أوجد أكبر مساحة لمجموع مساحتي الشكلين

نشاط كتابـــــي(10) تمرين رقم (32) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــال(11) إعلان يتكون من منطقة مستطيلة مطبوعة حيث يوجد هوامش 1 cm من الجانبين وهوامش 2 cm من الأعلى والأسفل فاذا كانت مساحة المنطقة المطبوعة 92 cm^2 أوجد ابعاد المنطقة المطبوعة التي تحقق القيمة الصغرى للمساحة الكلية للإعلان

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــي(11) تمرين رقم (34) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــال(12) اذا كانت أرباح شركة ما تعطى بالعلاقة : $R(x)=\frac{35x-x^2}{x^2+35}$

حيث x عدد السلع

a) أوجد قيمة x التي تجعل الارباح قيمة عظمى وأوجدها

b) لأي ثابت موجب c أوجد قيمة x التي تجعل الدالة $R(x)=\frac{cx-x^2}{x^2+c}$ لها قيمة عظمى

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر فقط (12) تمرين رقم(39) الكتاب المدرسي صفحة ( )

للطالب المبدع والمبتكر فقط (12) تمرين رقم(40) الكتاب المدرسي صفحة ( )

للطالب المبدع والمبتكر فقط (12) :

بين أن القيمة العظمى لحجم أسطوانة دائرية محاطة بكرة تساوي $\frac{1}{\sqrt{3}}$ مرة

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر فقط (13) تمرين رقم(42) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الدرس الثامن (8 – 4) المعدلات الزمنية المرتبطة

خطوات حل أي مسألة معدلات زمنية

الخطوة الأولى : قراءة المسألة جيدا وبدقة ثم تحويلها لرسم هندسي يوضحها

الخطوة الثانية : تحديد من هو المتغير فنقوم بفرضه x , y , h

والثابت لا يفرض يظل كما هو

مثلا تبتعد سيارة عن جدار حائط بمعدل (معدل بعد السيارة عن الجدار= $\frac{dx}{dt}$

بينما ارتفاع جدار الحائط يظل ثابت فلا يفرض وطوله يكون معلوم

مثلا : يزداد طول نصف قطر كرة بمعدل (الفرض= $\frac{dx}{dt}$

فتزداد مساحتها بمعدل (الفرض= $\frac{dA}{dt}$) ويزداد حجمها بمعدل(الفرض= $\frac{dV}{dt}$)

(هنا ثلاث متغيرات نصف القطر – المساحة – حجم الكرة فتفرض)وهكذا..

مثلا : عند وضع الماء داخل كوب اسطواني الشكل يكون نصف قطر الأسطوانة

ثابت فلا يفرض بينما ارتفاع الماء متغير بمعدل (يفرض هنا ب $\frac{dh}{dt}$

مثلا : عند وضع الماء داخل كوب مخروطي الشكل يكون نصف قطر المخروط

متغير بمعدل (يفرض هنا ب $\frac{dr}{dt}$)

وأيضا ارتفاع الماء متغير بمعدل (يفرض هنا ب $\frac{dh}{dt}$)

فالخلاصة : يجب أولا تحديد من المتغير ومن الثابت على حسب صيغة السؤال

الخطوة الثالثة : إيجاد معادلة ضمنية تشمل كل المتغيرات والثوابت في المسألة وهذه المعادل

تكون علاقة فيثاغورث– محيط - مساحة – حجم – قانون في الأقتصاد

أو أي علاقة بين المتغيرات والثوابت

الخطوة الرابعة :اشتقاق هذه العلاقة ضمنيا بالنسبة للزمن

مع استخدام جميع قواعد الأشتقاق من الخبرات السابقة في الفصل الأول

الخطوة الخامسة : التعويض بالمعطيات الموجودة في المسألة لايجاد المجهول المطلوب

اعداد : صابر الموافي

ملاحظة هامة جدا : بعض التحويلات التي تستخدم في حل المسائل

a) الأوقية(fl oz)= 1.80469 بوصة (in)

مثلا : حول 20 اوقية الى بوصة = 20 x 1.80469 = 36.0938

b) 1 بوصة (in) = $\frac{1}{12}$ قدم (ft)

مثلا : حول 50 بوصة الى قدم = 50 x $\frac{1}{12}$ = 4.1666

c) (من ساعة / ميل = $\frac{mi}{h}$=mph) الى (ثانية / قدم = $\frac{ft}{s}$)

نضرب في 1. 46666666

مثلا : حول 540 mph الى $\frac{ft}{s}$ = 540 x 1.4666666 ≅ 792

والأن نقوم بطرح التمارين المتنوعة على المعدلات الزمنية المرتبطة

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــال(1) يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل 120 غالونا في الدقيقة فينتشر النفط على شكل دائرة بسمك $\frac{1}{4}$ بوصة ونظرا لان (1ft = 7.5غالونات) حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر الى

a) 100 ft b) 200 ft

واشرح سبب تناقص المعدل بتزايد نصف القطر

نشاط كتابـــــي(1) تمرين رقم (2) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

أداء مهمـــــــة(1) تمرين رقم (4) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الطالب المبدع (1) تمرين رقم (3) الكتاب المدرسي صفحة ( )

مثال(2) اذا كان شيء ما يدور حول دائرة مركزها نقطة الأصل

a) اثبت ان : $\bar{y}(t) = 0$ عندما $x(t) = 0$

b) اثبت ان : $\bar{x}(t) = 0$ عندما $y(t) = 0$

نشاط كتابي (2) تمرين (27) الفرع (b) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــال(3) يرتكز سلم طوله 10 قدم بطرفه العلوي على جدار

وبطرفه السفلي على ارض فاذا تم سحب الطرف السفلي من السلم بعيدا

عن الجدار بمعدل 3 ft/s وبقى السلم ملامسا للجدار

a) أوجد المعدل الذي يسقط به الجزء العلوي عندما يكون الطرف السفلي على بعد 6 قدم
b) أوجد معدل تغير الزاوية بين السلم والأرض عندما يكون الطرف السفلي على بعد 6 قدم

للطالب المبدع والمبتكر فقط(3) :تمرين (8) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــال(4) تقع طائرة على بعد 40 ميل =x عن المطار وارتفاع h

يوجد رادار في المطار يكشف المسافة بين الطائرة والمطار وتتغير

هذه المسافة بمعدل 240 والطائرة تحلق نحو المطار

a) فاذا كانت الطائرة على ارتفاع ثابت 4 ميل اوجد سرعة الطائرة
b) ما أهمية معرفة الأرتفاع الفعلي للطائرة

مثال(5) يرتفع حوض مائي 6 أقدام عن منسوب المياه على فرض انك تقف على

حافة الحوض وتسحب حبلا متصلا بمركب بمعدل 2 ft/s وأن المركب

لا تزال على مستوى المياه أوجد سرعة اقتراب المركب من الحوض عندما

يبعد 20 قدم عن الحوض

اعداد : صابر الموافي

مثال(6) يقف الكلب عند النقطة (0 , 0) وبدأ في مطاردة كرة في الماء عند النقطة (4 , 8)

انه يركض على امتداد الأحداثي الموجب x بسرعة 6.4 ft/s

على فرض ان d(t) هي المسافة بين الكلب والكرة في وقت t

a) أوجد الزمن والموقع الذي يكون فيه $\overline{d}(t)$ = 0.9 ft/s
والمعدل الذي يسبح به الكلب

مثـــــــــال(7) تسير سيارة بسرعة(50 mph) تجاه الجنوب من نقطة تبعد $\frac{1}{2}$ ميل شمال التقاطع وتسير سيارة شرطة بسرعة (40 mph) من نقطة تبعد $\frac{1}{4}$ ميل شرق التقاطع نفسه في هذه اللحظة يقيس الرادار في سيارة الشرطة المعدل الذي تتغير به المسافة بين السيارتين فما الذي يسجله جهاز الرادار

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــــي (7) تمرين (10) الكتاب المدرسي صفحة ( )

آداء مهمـــــــــــــــة (7) تمرين (11) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر فقط(7) :تمرين (12) الكتاب المدرسي صفحة ( )

مثال(8) تنفق شركة صغيرة الألاف على الاعلانات على فرض ان مبيعاتها السنوية x دولار

بالألاف تتعين من العلاقة $S(x) = 60 - 40\ e^{-0.05x}$ تتضح اعداد اعلاناتها

السنوية في الثلاث سنوات الأخيرة في الجدول

السنة	2	1	0
الاعلان	20000	18000	16000

قدر قيمة $\bar{x}(2)$ ومعدل تغير المبيعات في العام الحالي (عامين)

نشاط كتابـــــــــــــــي (8) تمرين (14) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

آداء مهمـــــــــــــــــة (8) تمرين (15) الكتاب المدرسي صفحة ( )

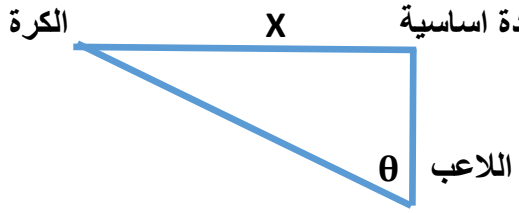
للطالب المبدع والمبتكر فقط(8) :تمرين (16) الكتاب المدرسي صفحة ( )

مثال(9) يبعد لاعب البيسبول حوالي قدمين من القاعدة الاساسية وشاهد الكرة تمر سريعا

في الشكل x هي المسافة بين الكرة والقاعدة الأساسية و (θ) هي الزاوية التي تحدد اتجاه نظر اللاعب

a) أوجد معدل تغير الزاوية ($\bar{\theta}$) الذي تتحرك به عين اللاعب لمشاهدة الكرة بنحو $\bar{x}(t) = -130\ ft/s$ عندما تمر بالقاعدة الأساسية (x=0)

b) يمكن ان يحافظ الأنسان على تركيزه فقط عندما $\bar{\theta} \leq 3$) أوجد اسرع رمية كرة يمكنك مشاهدتها فعليا الى القاعدة الأساسية أوجد $(\bar{x}(t))$



نشاط كتابـــــــــــــــي (9) تمرين (18) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثال(10) شخص طوله 6 قدم يقف امام عمود ارتفاعه 18 قدم

a) **اذا كان الشخص يبتعد عن عمود الأنارة بمعدل 2 ft/s ويبعد 12 قدم عن عمود الأنارة أوجد المعدل الذي يتغير به طول ظل الشخص**
b) **اذا كان الشخص يمشي نحو العمود بمعدل 3 ft/s ويبعد 6 أقدام عن عمود الأنارة أوجد المعدل الذي يتغير به طول ظل الشخص**

نشاط كتابـــــــــــــــي (10) تمرين (20) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثـــــــــــال(11) بفرض ان قطرة مطر تتبخر بطريقة تحافظ على شكلها الكروي فاذا تغير نصف القطر مع الزمن برهن ان نصف القطر يتغير بمعدل ثابت

علما بأن معدل التبخر ($\overline{v} = \frac{dv}{dt}$) يتناسب مع مساحة السطح

نشاط كتابي (11) على فرض أنك تملأ بالون بالهواء بمعدل(ft^3/s 1) بقى البالون في شكل كروي أوجد معدل تغير نصف قطر البالون

عندما r = 0.01 ft وعندما r = 0. 1 ft وقارن بينهما

اعداد : صابر الموافي

للطالب المبدع والمبتكر فقط(11) :

ضخت مياه الى خزان كروي نصف قطره 60 قدم بمعدل ثابت(ft^3/s) 10

a) أوجد معدل تغير نصف قطر أعلى مستوى للمياه في الخزان عندما يمتلئ الخزان الى النصف
b) أوجد الارتفاع الذي تتغير فيه المياه في الخزان بنفس معدل نصف قطره

اعداد : صابر الموافي

مثال(12) افرغ الرمل وشكل كومة مخروطية بارتفاع يساوي ضعف نصف قطره

a) اذا افرغ الرمل بمعدل ثابت(20 ft^3/s) أوجد المعدل الذي يتزايد به نصف القطر عندما يصل الأرتفاع الى 6 قدم

b) اذا افرغ الرمل بمعدل ثابت(20 ft^3/s) أوجد المعدل الذي يتزايد به نصف القطر عندما تشكل كومة الرمل زاوية 45° مع الخط الأفقي

اعداد : صابر الموافي

نشاط كتابـــــــــــــــي (12) تمرين (22) الكتاب المدرسي صفحة ( )

للطالب المبدع والمبتكر فقط(12) :تمرين (23) الكتاب المدرسي صفحة ( )

الدرس التاسع (9- 4) معدلات التغير في الأقتصاد والعلوم

مقدمة هامة عن التكلفة الحدية ومتوسط التكلفة : (تطبيقات اقتصادية)

a) التكلفة لأي منتج x = c(x)

b) التكلفة الحدية = $\dot{c}x$ (مشتقة التكلفة)

c) متوسط التكلفة = $\frac{c(x)}{x}$ = $\bar{c}(x)$ (ليست مشتقة)

مثال(1) اذا كانت تكلفة تصنيع x منتج هي $c(x) = x^3 + 20x^2 + 90x + 15$

أوجد دالة التكلفة الحدية عند x=50 وقارن بينها وبين التكلفة الفعلية عند x=50

نشاط كتابي (1) تمرين (2) الكتاب المدرسي صفحة ( )

آداء مهمـــة(1) تمرين (4) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

ملاحظه هامة جدا : لأيجاد مستوى الأنتاج x الذي يحقق أقل تكلفة متوسطة

الخطوة (1) نوجد التكلفة المتوسطة = $\bar{c}(x) = \frac{c(x)}{x}$

الخطوة(2) نوجد المشتقة للتكلفة المتوسطة ثم = 0 لأيجاد النقاط الحرجة

في المجال $x > 0$ ونوجد القيمة الصغرى المطلقة

فيكون مستوى الأنتاج ليحقق أقل تكلفة متوسطة عند x

مثال(2) أوجد مستوى الإنتاج (x) الذي يحقق القيمة الصغرى لمتوسط التكلفة

$C(x) = 0.2x^3 + 4x + 4000$

نشاط كتابي (2) تمرين (7) الكتاب المدرسي صفحة ( )

اعداد : صابر الموافي

مثال(3) لتكن c(x) هي دالة التكلفة و $\bar{c}(x) = \frac{c(x)}{x}$ هي التكلفة المتوسطة حيث

$C(x)= 0.01x^2 + 40x + 3600$

a) أثبت أن $\bar{c}(100) < \dot{c}(100)$ وأن التزايد في الأنتاج بنسبة 1 سيتناقص متوسط التكلفة
b) أثبت أن $\bar{c}(1000) > \dot{c}(1000)$ وأن التزايد في الأنتاج بنسبة 1 سيتزايد متوسط التكلفة
c) أثبت أن متوسط التكلفة يحقق قيمة صغرى عند القيمة x حيث $\bar{c}(x) = \dot{c}(x)$

اعداد : صابر الموافي

مثال(4) لتكن R(x) هي الأيرادات و C(x) هي التكلفة لأنتاج x منتج

وتعرف الأرباح بالمعادلة : P(x)= C(x) - R(x)

a) بين انه عند قيمة x العظمى للارباح فان التكلفة الحدية = الإيرادات الحدية

b) أوجد القيمة العظمى للأرباح إذا كانت $R(x)= 10x - 0.001x^2$, C(x)= 2x + 5000

اعداد : صابر الموافي

مقدمة هامة عن السعر ومرونة الطلب والأيرادات : (تطبيقات اقتصادية)

إذا كانت x = f(p) منتج بسعر p(السعر موجب) فإن

a) الأيرادات R(p) = p f(p)

b) مرونة الطلب (E) حيث $E = \frac{p}{f(p)}\ \grave{f}(p)$

c) مرونة الطلب إذا كان ($E < -1$)

d) في بعض الحالات نحدد مرونة الطلب بأنها (– E) ليكون الطلب مرنا اذا ($E > 1$)

مثال(5) اذا كانت : x = f(p) = 100p(20-p)

a) أوجد مرونة الطلب (E)

b) مدى الأسعار الذي يكون فيه الطلب مرنا ($E < -1$)

c) أثبت انه اذا كان الطلب مرنا فإن الأيرادات تكون متناقصة

حيث معادلة الأيرادات = p f(p)

نشاط كتابي (5) حل تمرين (16) الكتاب المدرسي صفحة ( )

للطالب المبدع والمبتكر فقط (5) حل تمرين (17) الكتاب المدرسي صفحة ( )

59

مقدمة هامة عن:(تطبيقات كيميائية)

تركيز مادة التفاعل C(t) ومتوسط سرعة التفاعل وسرعة التفاعل اللحظي :

a) متوسط سرعة التفاعل في الفترة $[t_1 \ , \ t_2]$ هي $\frac{C(t_2)- C(t_1)}{t_2 - t_1}$

b) سرعة التفاعل اللحظي = $\frac{d}{dt}$ C(t)

c) التركيز الأولي للمادة الكيميائية (0) ومستوى التشبع (1) أي بنسبة 100 %
وذلك عندما تكون المعادلة $\dot{x}(t)$ =f(x) = r x(1 – x) حيث $r > 0$ ثابت
فيما عدا ذلك مستوى التشبع على حسب المعادلة (وتسمى حدود التركيز)

مثلا : اذا كانت المعادلة $\dot{x}(t)$ =f(x) = r x(3 – x) حيث $r > 0$ ثابت
فإن مستوى التشبع هي 3 وحدود التركيز هو $0 < x < 3$

مثال(6) اذا كان تركيز التغير الكيميائي وفقا للمعادلة : $\dot{x}(t)$ =f(x) = 2x(4 – x)

a) أوجد التركيز x(t) الذي تصل فيه سرعة التفاعل الى القيمة العظمى
b) أوجد حدود التركيز

نشاط كتابي (6) حل تمرين (20) الكتاب المدرسي صفحة ( )

للطالب المبدع والمبتكر فقط (6) حل تمرين (22) الكتاب المدرسي صفحة ( )

على فرض أن التفاعل الكيميائي يتبع المعادلة : $\dot{x}(t) = cx(t)\,[k - x(t)]$

حيث التركيز $x(4)=2$ وسرعة التفاعل اللحظي $\dot{x}(4) = 3$

والتركيز $x(6)=4$ وسرعة التفاعل اللحظي $\dot{x}(6) = 4$

61

مقدمة هامة جدا : عن معايرة القاعدة القوية والحمض الضعيف (تطبيقات كيميائية)

ونقطة التكافؤ ومؤشر الرقم الهيروجيني :

a) تستخدم ونقطة التكافؤ لحساب تركيز القاعدة

b) الرقم الهيدروجيني هو $c + \ln \frac{x}{1-x}$ حيث c ثابت وعند x =1 تمثل نقطة التكافؤ

حيث $0 < x < 1$

مثال(7) يعطى الرقم الهيروجيني بالدالة : $P(x)= c + \ln \frac{x}{1-x}$

a) أوجد قيمة x التي يكون فيها معدل تغير الرقم الهيروجيني صغير جدا

b) حدد نقطة التكافؤ (x=1) ونقطة القيمة الصغرى هي نقطة انعطاف للدالة P(x)

للطالب المبدع والمبتكر فقط (7) حل تمرين (27) الكتاب المدرسي صفحة ( )

63

مقدمة هامة جدا : عن كثافة الكتلة والحجم : (تطبيقات فيزيائية)

a) كثافة الكتلة = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$

b) متوسط كثافة الطول بين كل من x_1 , x هو = $\frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}$

c) الكثافة الخطية عند $x=x_1$ هي $\rho(x_1) = \grave{f}(x_1)$

ملاحظه هامه : اذا اختلفت الكثافة الخطية عند نقطتين x_1 x_2 هذا معناه

1)القضيب غير متجانس 2) كثافة الكتلة للقضيب غير ثابته

مثال(8) تحدد كتلة الأول x متر من القضيب الرقيق بالمعادلة m(x) في الفترة المحددة

a) أوجد الكثافة الخطية للقضيب حيث $m(x) = 4x - \sin x$ في $0 \le x \le 6$

نشاط كتابي (8) حل تمرين (30) الكتاب المدرسي صفحة ( )

64

مقدمة هامة جدا : (تطبيقات فيزيائية)

الشحنة الكهربائية(Q(t)) والتيار المتدفق ($\dot{Q}(t)$)ومتوسط التيار المتدفق

a) متوسط التيار المتدفق بين كل من t_1 , t_2 هو = $\frac{Q(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}$

b) التيار اللحظي عند ف t =t_1 هي I (t) =$\dot{Q}(t_1)$

ملاحظه هامة جدا : في معادلة الشحنة الكهربائية(Q(t)) والتيار اللحظي ($\dot{Q}(t)$)
عندما t $\to \infty$ ويتلاشي أحد الأجزاء في المعادلة يسمى بالحالة العابرة
ويسمى الجزء الذي لا يتلاشى بالحالة الثابتة

مثال(9) على فرض أن الشحنة في مكان محدد في الدائرة الكهربائية

حدد الحالة العابرة والحالة الثابتة عندما t $\to \infty$ Q(t) = $e^{-3t}\,cos2t + 4sin3t$

في كلا من معادلة الشحنة الكهربائية أو معادلة التيار اللحظي

نشاط كتابي (9) حل تمرين (33) الكتاب المدرسي صفحة ( )

آداء مهمــة (9) حل تمرين (36) الكتاب المدرسي صفحة ( )

66

مقدمة هامة جدا عن: (تطبيقات بيولوجيه)

التعداد السكاني P(t) والمعادلة اللوجستية ومعدل تغير التعداد السكاني

c) معدل تغير التعداد السكاني يحقق المعادلة : هي $\dot{P}(t) = r\,P(t)[1 - P(t)]$

حيث r ثابت وهذه المعادلة تشبه نفس معادلة سرعة التفاعل الكيميائي

مثال(10) على فرض أن النمو السكاني وفقا للمعادلة اللوجستية هو

$$\dot{P}(t) = 4\,P(t)[5 - P(t)]$$

أوجد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو الى القيمة العظمى

نشاط كتابي (10) حل تمرين (38) الكتاب المدرسي صفحة ( )

آداء مهمــة (10) حل تمرين (42) الكتاب المدرسي صفحة ( )

مثال(11) مستخدما المعادلة اللوجستية : $P(t)=\frac{B}{1+Ae^{-kt}}$ حيث A , B , k ثوابت

a) أوجد معدل تغير التعداد السكاني و $\lim_{t\to\infty} P(t)$

نشاط كتابي (11) حل تمرين (41) الكتاب المدرسي صفحة ( )

آداء مهمة (11) حل تمرين (42) الكتاب المدرسي صفحة ( )

للطالب المبدع والمبتكر (11) حل تمرين (44) الكتاب المدرسي صفحة ( )

مثال(12) تسبح سمكة بالسرعة المتجهة v ضد التيار من النقطة A الى النقطة B

ضد تيار سرعته c

a) اشرح لماذا يكون لدينا $v > c$

b) تحدد الطاقة التي تستهلكها السمكة من خلال $E(v) = \frac{k\,v^2}{v - c}$ حيث $k > 1$ ثابت

بين أن E(v) له عدد حرج واحد وهل يمثل القيمة العظمى أم الضغرى

71

للطالب المبدع والمبتكر فقط (12) حل تمرين (48) الكتاب المدرسي صفحة ( )

تم بحمد الله وتوفيقه الإنتهاء من اعداد وترتيب مسائل الوحدة الرابعة (تطبيقات المشتقات)

اعداد : صابر الموافي