الرياضيات المتقدمة

الثانى عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثاني 2018-2019

التقعر واختبار المشتقة الثانية مع تمارين عامة

واختيار متعدد للوحدة الرابعة

مدرس الرياضيات

صكبان صالح محمد

2019-2018

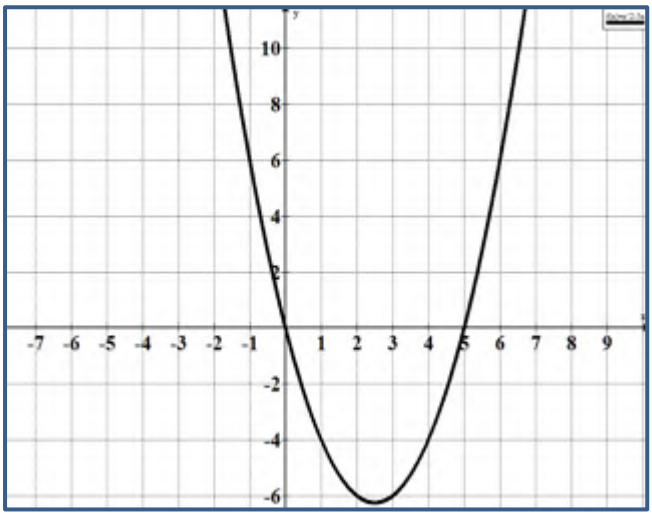
[4-5] التقعر واختبار المشتقة الثانية

تعريف :- لكل دالة f قابلة للاشتقاق على فترة I يكون التمثيل البياني للدالة f

1):- مقعراً إلى الأعلى في I إذا كانت f' متزايدة في الفترة I

2):- مقعراً إلى الأسفل في I إذا كانت f' متناقصة في الفترة I

مثال :- الشكل المجاور يمثل بيان f' حدد فترات التقعر لأعلى والتقعر لأسفل .



1):- الفترة التي تكون عليها الدالة f مقعرة للأعلى هي .....

2):- الفترة التي تكون عليها الدالة f مقعرة للأسفل .....

س1):- حدد فترات التقعر إلى الأعلى وإلى الأسفل للدالة $f(x)=2x^3+9x^2-24x-10$ مبيناً نقطة الانعطاف للدالة .

.....

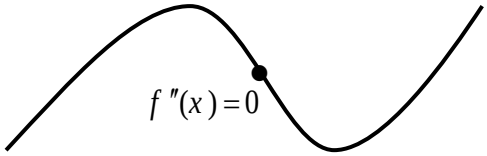
.....

.....

.....

.....

نقطة الانعطاف :- وهي النقطة التي عندها يتغير المنحنى من تقعر لأعلى إلى تقعر لأسفل أو العكس . والتي تكون عندها $f''(x)=0$



س2):- حدد أين يكون التمثيل البياني للدالة $f(x)=x^4-6x^2+1$ مقعراً إلى الأعلى وأين يكون مقعراً إلى الأسفل . ثم أوجد جميع نقاط الانعطاف .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

س3):- من الدالة التالية $f(x)=x+\frac{1}{x}$ حدد :- نقاط الانعطاف ، وفترات التقعر إلى الأعلى وفترات التقعر إلى الاسفل .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

س4):- حدد فترات التقعر إلى الاعلى وإلى الاسفل ونقاط الانعطاف $f(x)=\tan^{-1}(x^2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

استخدام اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى.

س5):- في كل من التمارين التالية أوجد :- الأعداد الحرجة ثم استخدم اختبار المشتقة الثانية في تحديد جميع القيم القصوى المحلية .

1) $f(x)=x^4+4x^3-1$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $f(x)=x\,e^{-x}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+4}{x}$

.....

.....

.....

.....

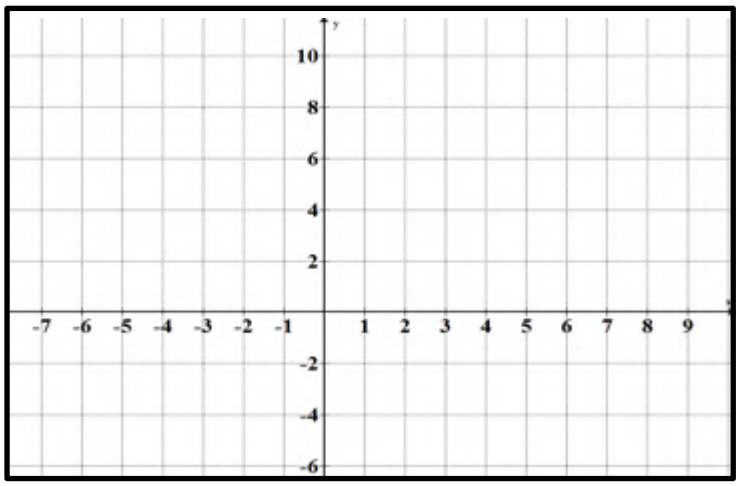
.....

س6):- مثل بيان الدالة حيث

$f(1)=0 \quad \rightarrow \quad f'(x)<0 \ , x<1$

$f'(x)>0 \ , x>1$

$f''(x)<0 \ , x<1, x>1$



س7):- أوجد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)=(x-1)^4$ إن وجدت ؟ ثم بين فترات التقعر ؟

.....

.....

.....

.....

.....

س8):- لكل فقرة أربع إجابات إختر الإجابة الصحيحة .

1):- للدالة $f(x)=\sqrt[5]{x}$ عدد حرج *critical number* عند :-

$a)\ x=0$ $b)\ x=\frac{1}{5}$ $c)\ x=1$ $d)\ x=\frac{-4}{5}$

2):- للدالة $f(x)=x^3$ مماس أفقي عند :-

$a)\ x=1$ $b)\ x=0$ $c)\ x=2$ $d)$ لايوجد لها مماس أفقي

3):- لتكن $f(x)=(3x+6)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f'(x)$ غير معرفة عند :-

$a)\ x=3$ $b)\ x=-6$ $c)\ x=-2$ $d)\ x=2$

4):- عدد النقاط الحرجة (الأعداد الحرجة) للدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ هي :-

$a)$ ثلاثة نقاط $b)$ لايوجد $c)$ نقطة واحدة $d)$ نقطتين فقط

5):- إذا كانت $f''(1)=3$, $f'(1)=0$, $f(1)=5$ فإن للدالة $f(x)$ عند $x=1$

$d)$ عظمى محلية $c)$ عظمى مطلقة $b)$ صغرى محلية $a)$ صغرى مطلقة

6):- إذا كانت $f''(x)>0$ في الفترة المفتوحة (a,b) فإن $f'(x)$ على نفس الفترة تكون :-

$d)$ متزايدة $c)$ متناقصة $b)$ تساوي صفر $a)$ غير ذلك

7):- للدالة $g(x)=(x-3)^6$ نقطة انعطاف عند :-

$a)\ x=3$ $b)\ x=-3$ $c)\ x=30$ $d)$ لاتوجد نقطة انعطاف

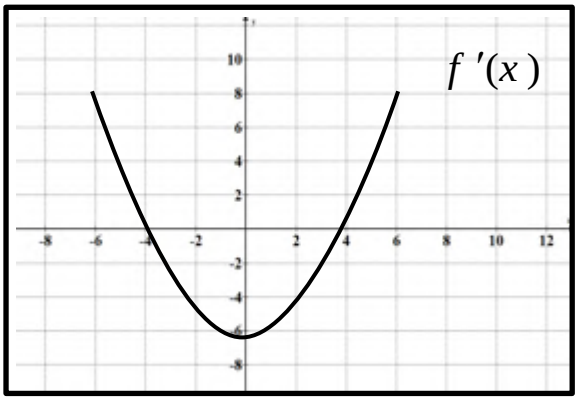
8):- إذا كانت الدالة $f(x)=x^2+\frac{b}{x}$, $b\in R$ تمتلك نقطة انعطاف عند $x=1$ فإن قيمة $b=$

$a)\ b=-2$ $b)\ x=1$ $c)\ b=-1$ $d)\ b=2$

9):- إذا كانت $f'(a)=0$ وأن التمثيل البياني للدالة f مقعراً إلى الأعلى في الفترة المفتوحة التي تتضمن النقطة a فإن $f(a)$ تكون :-

$a)$ مجرد نقطة عادية $b)$ نقطة انعطاف $c)$ قيمة صغرى $d)$ قيمة عظمى

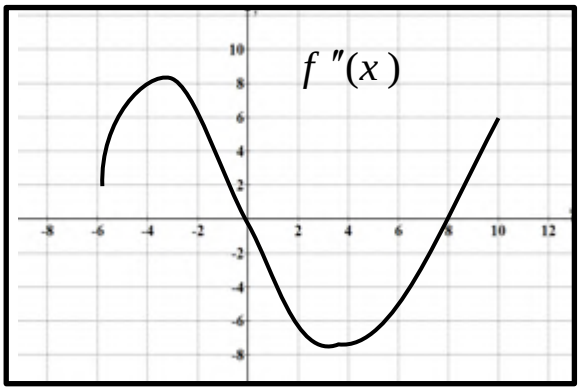
10):- الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الأولى $f'(x)$ فإن نقطة الانعطاف للدالة $f(x)$ هي :-



$a)\ (4,0)$ $b)\ (-4,0)$

$c)\ (0,f(0))$ $d)\ (0,6)$

11):- الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الثانية $f''(x)$ فإن الدالة $f(x)$ تكون مقعرة إلى الأسفل بالفترة :-



$a)\ (-6,0)$ $b)\ (0,8)$

$c)\ (8,10)$ $d)\ (-6,3)$

12):- لتكن $f'(x)=3(x-2)$ فإن الدالة $f(x)$ تكون متزايدة على الفترة :-

$a)\ (-2,\infty)$ $b)\ (-\infty,2)$ $c)\ (-2,2)$ $d)\ (2,\infty)$

---

13):- توجد قيمة عظمى محلية للدالة $f(x)=x^3-3x^2-9x$ عند :-

$a)\ x=3$ $b)\ x=-1$ $c)\ x=1$ $d)\ x=-3$

---

14):- إذا كان للدالة $f(x)=ax^3+3x^2+4$ نقطة انعطاف عند $x=1$ فإن قيمة $a=$

$a)\ 3$ $b)\ -1$ $c)\ 5$ $d)\ 0$

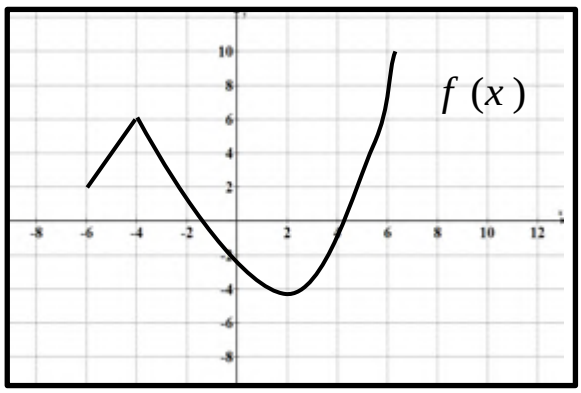
---

15):- الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ والمعرفة على $[-6,6]$ فإن الأعداد الحرجة عند :-

$x=$

$a)\ x=-6,6,-4,2$ $b)\ x=-4,2$

$c)\ x=-4,4$ $d)\ x=-4,4,0$



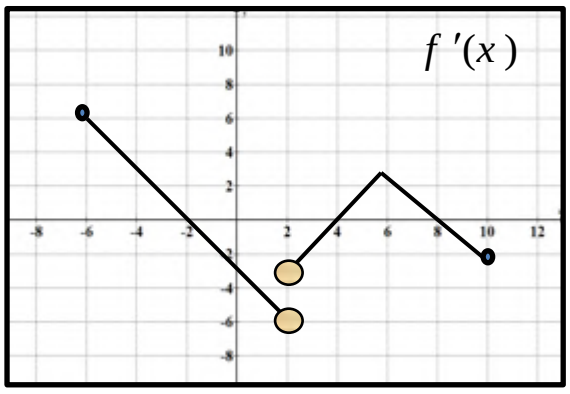
---

16):- الشكل المجاور يمثل بيان المشتقة الأولى $f'(x)$ حيث أن الدالة $f(x)$ معرفة على $[-6,10]$

فتكون الأعداد الحرجة للدالة $f(x)$ عند $x=$

$a)\ 2\ ,\ 6$ $b)\ -2\ ,\ 2,4,8$

$c)\ -2\ ,\ 2,4,8,-6,10$ $d)\ -2\ ,\ 2,4,8,6$



17):- بإستخدام قاعدة لوبيتال تكون قيمة النهاية :-

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x - \frac{1}{2}x^2}{x^4}$$

$a)\ \frac{1}{24}$ $b)\ \frac{1}{3}$ $c)\ \frac{-1}{24}$ $d)\ 0$

18):- قيمة النهاية التالية عند استخدام نظرية لوبيتال :-

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-e^x}$$

$a)\ -2$ $b)\ 2$ $c)\ \frac{-1}{2}$ $d)\ 0$

19):- النهاية التالية $\lim_{x \to 0^+} x^x$ لها الصيغة غير المعرفة 0^0 لكن قيمة النهاية تساوي :-

$a)\ 1$ $b)\ 0$ $c)\ \infty$ $d)$ لا توجد نهاية

20):- قيمة النهاية $\lim_{x \to \infty} x \sin(\frac{1}{x}) =$

$a)\ \infty$ $b)\ 1$ $c)\ 0$ $d)\ -1$

21):- قيمة $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x} =$

$a)\ 0$ $b)\ \frac{1}{2}$ $c)\ \infty$ $d)\ \frac{-1}{2}$

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح