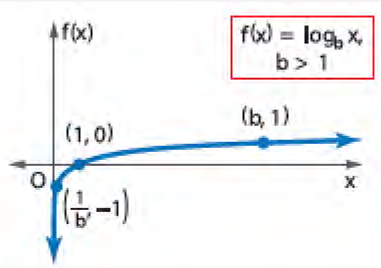
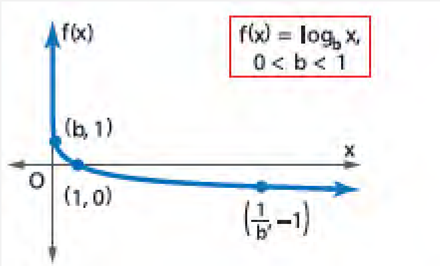
6-1 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية الاسم:______________

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا.

$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

$\log_9 1 = 0$ ______________

$\log_3 \frac{1}{27} = -3$ ______________

$\log_5 625 = 4$ ______________

$\log_8 512 = 3$ ______________

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

$27^{\frac{2}{3}} = 9$ ______________

$6^{-3} = \frac{1}{216}$ ______________

$16^{\frac{3}{4}} = 8$ ______________

$11^3 = 1331$ ______________

أوجد قيمة كل تعبير.

$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$ ______________

$\log_6 1$ ______________

$\log_2 \frac{1}{128}$ ______________

$\log_{13} 169$ ______________

العلوم استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$، حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة

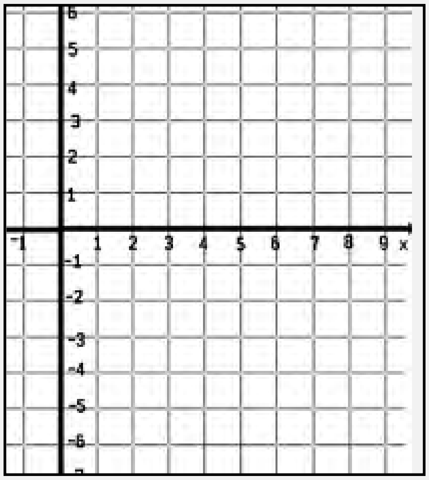
____

____

مثّل كل دالة بيانيًا.

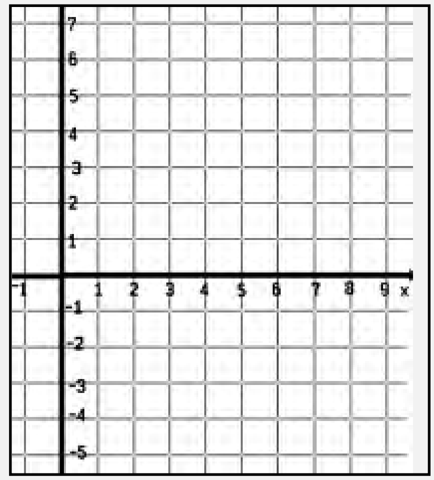
$f(x) = \log_3 x$

x	$f(x)$



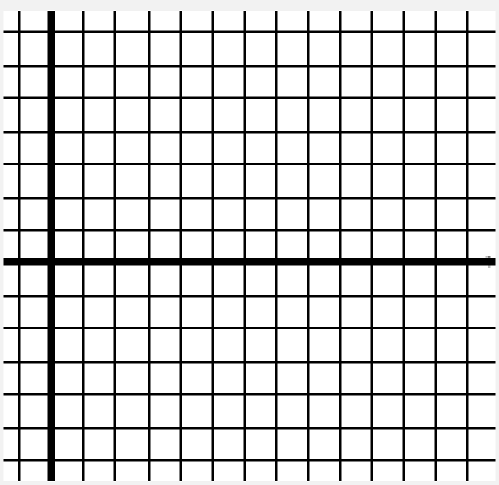
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$

x	$f(x)$



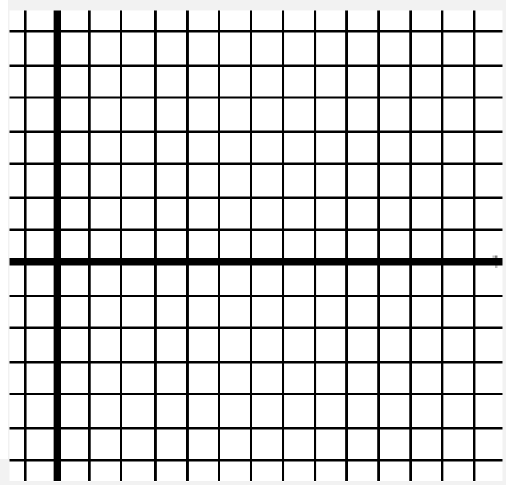
$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$

x	$f(x)$



$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$

x	$f(x)$



6-2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم:______________

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 – حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$ فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$ فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

$\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$\log_8 x = \frac{4}{3}$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

حل كل من المتباينات التالية.

$\log_4 x \geq 4$

$\log_6 x < -3$

$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

$\log_2 x \leq -2$

$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

6-3 خواص اللوغاريتمات

الاسم:______________

نواتج التعلّم

1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$.	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$.	$\log_b m^p = p \log_b m$.

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$ ، $\log_4 2 = 0.5$ ، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_4 \frac{2}{3}$

____

____

____

____

$\log_4 20$

____

____

____

____

$\log_4 30$

____

____

____

____

$\log_4 8$

____

____

____

____

$\log_4 9$

____

____

____

____

$\log_4 \frac{4}{3}$

____

____

____

____

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$ ، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_7 567$

____

____

____

____

$\log_6 512$

____

____

____

____

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15,500\ (5 - \log_{10} P)$، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال $1\ \text{psi} \approx 6900$). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

4-6 اللوغاريتمات العادية

الاسم:_______________

نواتج التعلّم

1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \dfrac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log 0.4$ | $\log 21$ | $\log 5$

علوم كمية الطاقة E، مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$11^{b-3} = 5^{b}$ | $7^{x^2} = 20.42$ | $2.1^{a+2} = 8.25$ | $6^{x} = 40$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$6^{p-1} \leq 4^{p}$

$5^{4n} > 33$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log_9 13$

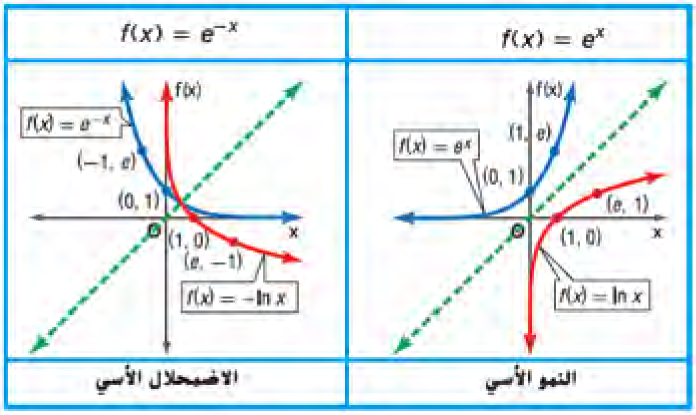
$\log_3 7$

الاسم:________________ **6-5 الأساس e واللوغايتمات الطبيعية**

نواتج التعلّم

1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.



المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.	
P هو المبلغ الأصلي المُستثمر	
r هو معدل المرابحة السنوي.	

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

$\ln 18 = x$ ______

$e^3 = x$ ______

$\ln x = 42$ ______

$e^x = 30$ ______

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

$3 \ln 5 + 4 \ln x$ ______

$3 \ln 6 + 2 \ln 9$ ______

$5 \ln 3 - 2 \ln 9$ ______

$3 \ln 2 + 2 \ln 4$ ______

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$3e^{-3x} + 4 = 6$ ______

$5e^x - 24 = 16$ ______

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$5 + e^{-x} > 14$

$\ln (x+5)^2 < 6$

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln 3x = 8$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

الاسم:______________

6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية

نواتج التعلّم

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.

2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر.**	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر.**

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \dfrac{c}{1 + ae^{-bt}}$ حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

____

____

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

____

____

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

____

____

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

____

____

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

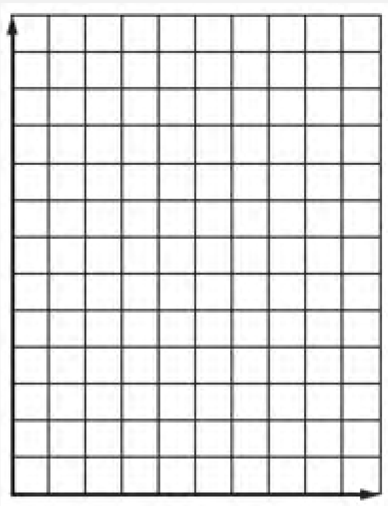
---

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

---

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \dfrac{16{,}500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.



a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \leq t \leq 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ ____________________

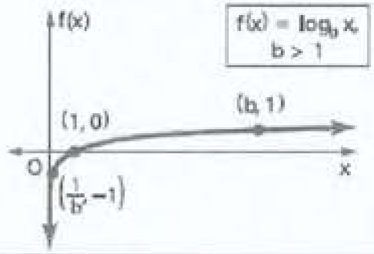
c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ ____________________

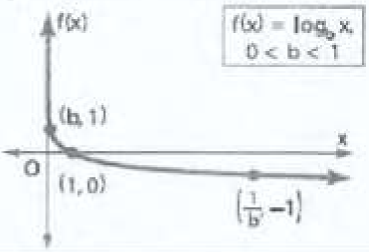
d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية الاسم:____________

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا.

$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

1 $\log_8 512 = 3$	2 $\log_5 625 = 4$	16 $\log_3 \frac{1}{27} = -3$	18 $\log_9 1 = 0$
$512 = 8^3$	$625 = 5^4$	$\frac{1}{27} = 3^{-3}$	$1 = 9^0$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

3 $11^3 = 1331$	4 $16^{\frac{3}{4}} = 8$	20 $6^{-3} = \frac{1}{216}$	23 $27^{\frac{2}{3}} = 9$
$3 = \log_{11} 1331$	$\frac{3}{4} = \log_{16} 8$	$-3 = \log_6 \frac{1}{216}$	$\frac{2}{3} = \log_{27} 9$

أوجد قيمة كل تعبير.

5 $\log_{13} 169$	6 $\log_2 \frac{1}{128}$	7 $\log_6 1$	35 $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
$y = \log_{13} 169$	$y = \log_2 \frac{1}{128}$	$y = \log_6 1$	$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
$13^y = 169$	$2^y = \frac{1}{128}$	$6^y = 1$	$(\frac{1}{3})^y = \frac{1}{81}$
$13^y = 13^2$	$2^y = 2^{-7}$	$6^y = 6^0$	$(\frac{1}{3})^y = (\frac{1}{3})^4$
$y = 2$	$y = -7$	$y = 0$	$y = 4$

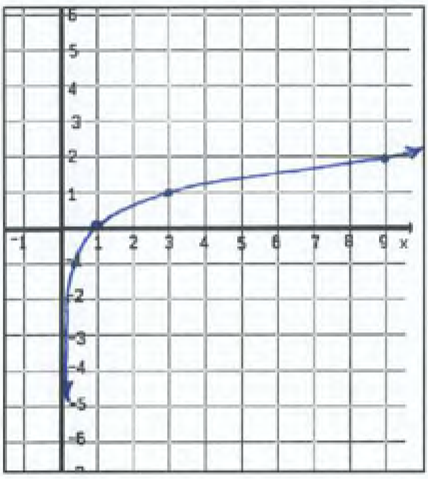
12 **العلوم** استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$، حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

$10^{PS} = R$

مثّل كل دالة بيانيًا.

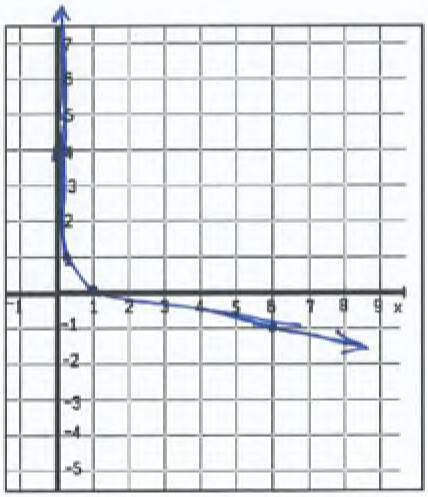
$f(x) = \log_3 x$ (8)

x	$f(x)$
1	0
3	1
9	2
$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{9}$	-2



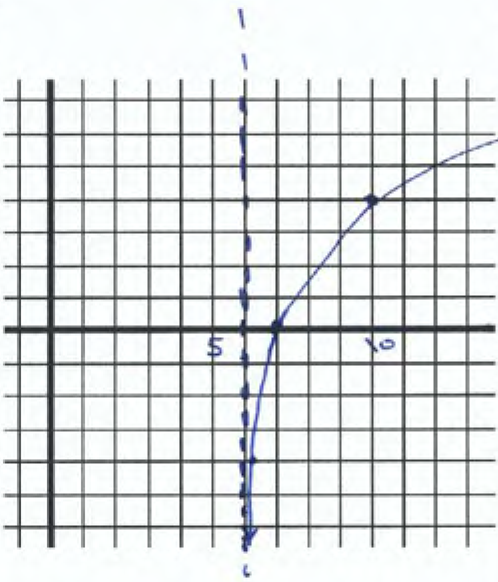
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$ (9)

x	$f(x)$
1	0
$\frac{1}{6}$	1
6	-1
36	-2



$f(x) = 4\log_4 (x - 6)$ (10)

x	$f(x)$
7	0
10	4
$6\frac{1}{4}$	-4

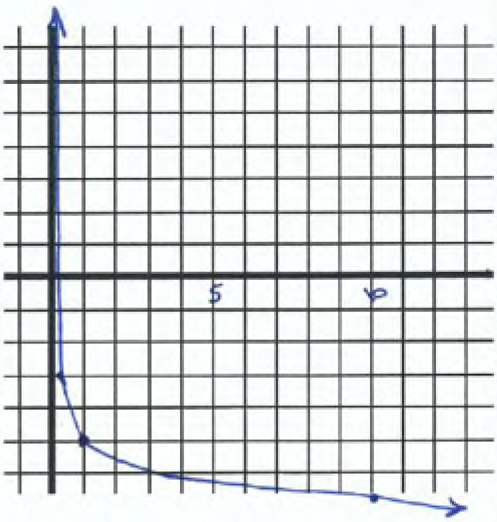


إزاحة 6 وحدات يمين

تمدد رأسي معامله 4

$f(x) = 2\log_{\frac{1}{10}} x - 5$ (11)

x	$f(x)$
1	-5
$\frac{1}{10}$	-3
10	-7



تمدد رأسي معامله 2

إزاحة لأسفل 5 وحدات

حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم: ____________

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 - حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.	إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.	ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

① $\log_8 x = \frac{4}{3}$

$x = (8)^{\frac{4}{3}}$

$x = 16$

ح $= \{\cancel{1}6\}$

② $\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$x = (16)^{\frac{3}{4}}$

$x = 8$

ح $= \{8\}$

١٥ $\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\frac{1}{2} = 8^x$

$2^{-1} = 2^{3x}$

$-1 = 3x$

$\frac{-1}{3} = x$

ح $= \{\frac{-1}{3}\}$

١١ $\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\frac{1}{36} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$-2 = x$

ح $= \{-2\}$

١٢ $\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$32 = x^{\frac{5}{2}}$

$(32)^{\frac{2}{5}} = x$

$4 = x$

ح $= \{4\}$

١٣ $\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$27 = x^{\frac{3}{2}}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = x$

$9 = x$

ح $= \{9\}$

١٤ $\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -2$ ✓

$x = 4$ ✓

ح $= \{-2, 4\}$

١٦ $\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$\cancel{x^2 - 6x = -8}$

مرفوض

لا يوجد حل

١٧ $\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 4x - 3x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = +2$ مرفوض

$x = 5$ ✓

ح $= \{5\}$

حل كل من المتباينات التالية.

22

$\log_6 x < -3$

$0 < x < 6^{-3}$

$0 < x < \frac{1}{216}$

$ح = \{x \mid 0 < x < \frac{1}{216}\}$

23

$\log_4 x \ge 4$

$x \geq 4^4$

$x \geq 256$

$ح = \{x \mid x \geq 256\}$

25

$\log_2 x \le -2$

$0 < x \leq 2^{-2}$

$0 < x \leq \frac{1}{4}$

$ح = \{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{4}\}$

28

$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

$4x - 6 > 2x + 8 > 0$

$4x - 6 > 2x + 8$ و $2x + 8 > 0$

$2x > 14$ $\quad$ $x > \frac{-8}{2}$

$x > 7$ $\quad$ $x > -4$

الحل المشترك فقط $\rightarrow$ -4 $\quad 7$ $\Rightarrow$ 7

$ح = \{x \mid x > 7\}$

29

$\log_7 (x + 2) \ge \log_7 (6x - 3)$

$x + 2 \geq 6x - 3 > 0$

$x + 2 \geq 6x - 3$ و $6x - 3 > 0$

$5 \geq 5x$ $\quad$ $x > \frac{3}{6}$

$1 \geq x$ $\quad$ $x > \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\quad 1$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}$ $\quad 1$

$ح = \{x \mid \frac{1}{2} < x \leq 1\}$

31

$\log_5 (12x + 5) \le \log_5 (8x + 9)$

$0 < 12x + 5 \leq 8x + 9$

$0 < 12x + 5$ و $12x + 5 \leq 8x + 9$

$\frac{-5}{12} < x$ $\quad$ $4x \leq 4$

$x \leq 1$

$\frac{-5}{12}$ $\quad 1$ $\Rightarrow$ $\frac{-5}{12}$ $\quad 1$

$ح = \{x \mid \frac{-5}{12} < x \leq 1\}$

خواص اللوغاريتمات

الاسم: ____________

نواتج التعلّم

1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$.	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$.	$\log_b m^p = p \log_b m$.

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$,$\log_4 2 = 0.5$، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

(12) $\log_4 30$

$= \log_4 (5 \times 3 \times 2)$

$= \log_4 5 + \log_4 3 + \log_4 2$

$= 1.1610 + 0.7925 + 0.5$

$= 2.4535$

(13) $\log_4 20$

$= \log_4 (5 \times 4)$

$= \log_4 5 + \log_4 4$

$= 1.1610 + 1$

$= 2.1610$

(14) $\log_4 \frac{2}{3}$

$= \log_4 2 - \log_4 3$

$= 0.5 - 0.7925$

$= -0.2925$

(15) $\log_4 \frac{4}{3}$

$= \log_4 4 - \log_4 3$

$= 1 - 0.7925$

$= 0.2075$

(16) $\log_4 9$

$= \log_4 (3 \times 3)$

$= \log_4 3 + \log_4 3$

$= 2 \log_4 3$

$= 2(0.7925) = 1.525$

(17) $\log_4 8$

$= \log_4 (4 \times 2)$

$= \log_4 4 + \log_4 2$

$= 1 + 0.5$

$= 1.5$

(21) **إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.**

$\log_6 512$ ملحوظة $512 = 8^3$

$= \log_6 8^3$

$= 3 \log_6 8$

$= 3(1.1606)$

$= 3.4818$

$\log_7 567$ مسألة خارجية

7	567
9	81
9	9
	1

$= \log_7 (7 \times 9^2)$

$= \log_7 7 + \log_7 9^2$

$= 1 + 2 \log_7 9$

$= 1 + 2(1.1292) = 3.2584$

5

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال ($1\text{ psi} \approx 6900$ باسكال). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

جبل إيفرست

$$8850 = 15500\,(5 - \log_{10} P)$$

$$\frac{8850}{15500} = 5 - \log_{10} P$$

$$\log_{10} P = 5 - \frac{8850}{15500}$$

$$P = 10^{\left(5 - \frac{8850}{15500}\right)}$$

$$= \boxed{26855.43912} \text{ باسكال}$$

باقي الجبال بنفس الطريقة

مثال جبل تريسولي

$$P = 10^{\left(5 - \frac{7074}{15500}\right)}$$

$= 34963.33917$ باسكال

بونيتي ← 36028.41539 باسكال

ماكينلي ← 39846.21709 باسكال

لوغان ← 41261.82066 باسكال

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

23

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

$$\cancel{\log_3} \frac{56}{n} = \cancel{\log_3} 7$$

$$\frac{56}{n} = \frac{7}{1}$$

$$7n = 56$$

$$n = \frac{56}{7}$$

$$\boxed{n = 8}$$

25

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$$\log_2 x^5 = \log_2 32$$

$$x^5 = 32$$

$$x = (32)^{\frac{1}{5}}$$

$$\boxed{x = 2}$$

26

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$$\log_{10} [a(a+21)] = 2$$

$$a(a+21) = 10^2$$

$$a^2 + 21a - 100 = 0$$

$$(a-4)(a+25) = 0$$

$a = 4$ ✓

$a = -25$ مرفوض

حل دخيل

مجموعة الحل $\{4\}$

الاسم: ____________ اللوغاريتمات العادية

نواتج التعلّم

1- حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 - إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \dfrac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

1 log 5

$\approx 0.69897..$

≈ 0.6990

2 log 21

$\approx 1.322219..$

≈ 1.3222

3 log 0.4

$\approx -0.39794..$

≈ -0.3979

علوم كمية الطاقة E مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$\log E = 11.8 + 1.5(8.5)$

$E = 10^{[11.8 + 1.5(8.5)]} \approx 3.55 \times 10^{24}$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

6 $6^x = 40$

$x = \log_6 40$

$= \dfrac{\log 40}{\log 6}$

$= 2.0588$

7 $2.1^{a+2} = 8.25$

$a+2 = \log_{2.1} 8.25$

$a = \dfrac{\log 8.25}{\log 2.1} - 2$

$= 0.8442$

8 $7^{x^2} = 20.42$

$x^2 = \log_7 20.42$

$x = \mp\sqrt{\log_7 20.42}$

$= \mp\sqrt{\dfrac{\log 20.42}{\log 7}}$

$= \mp 1.2451$

9 $11^{b-3} = 5^b$

$b-3 = \log_{11} 5^b$

$b-3 = b\log_{11} 5$

$b - b\log_{11} 5 = 3$

$b(1-\log_{11} 5) = 3$

$b = \dfrac{3}{1-\dfrac{\log 5}{\log 11}}$

$= 9.1237$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

(10)

$5^{4n} > 33$

$4n > \log_5 33$

$n > \frac{\log 33}{4\log 5}$

$n > 0.5431$

$ع = \{n \mid n > 0.5431\}$

(11)

$6^{p-1} \leq 4^p$

$p-1 \leq \log_6 4^p$

$p-1 \leq p\log_6 4$

$p - p\log_6 4 \leq 1$

$p(1-\log_6 4) \leq 1$

$p \leq \frac{1}{1-\frac{\log 4}{\log 6}}$

$p \leq 4.4190$

$ع = \{p \mid p \leq 4.4190\}$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(12)

$\log_3 7$

$= \frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$

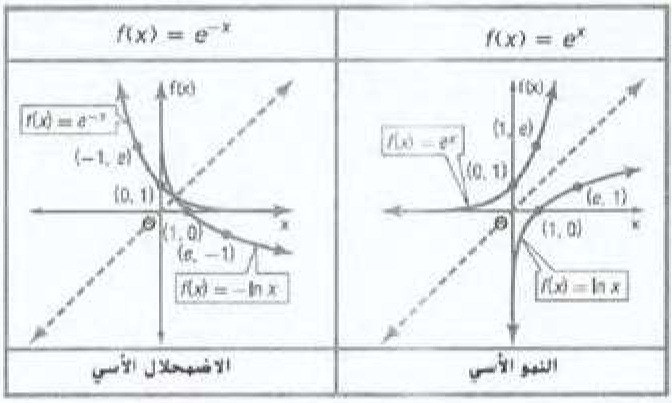
(14)

$\log_9 13$

$= \frac{\log 13}{\log 9} = 1.1674$

الأساس e واللوغايتمات الطبيعية   الاسم: ____________

نواتج التعلّم
1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.
2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.



المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام. P هو المبلغ الأصلي المُستثمر r هو معدل المرابحة السنوي.	

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

1. $e^x = 30$
   $x = \ln 30$

2. $\ln x = 42$
   $x = e^{42}$

3. $e^3 = x$
   $3 = \ln x$

4. $\ln 18 = x$
   $18 = e^{x}$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

5. $3 \ln 2 + 2 \ln 4$
   $= \ln 2^3 + \ln 4^2$
   $= \ln (2^3 \times 4^2)$
   $= \ln (2^3 \times 2^4)$
   $= \ln 2^7$
   $= 7 \ln 2$

6. $5 \ln 3 - 2 \ln 9$
   $\ln 3^5 - \ln 9^2$
   $= \ln \frac{3^5}{3^4}$
   $= \ln 3$

7. $3 \ln 6 + 2 \ln 9$
   $= \ln 6^3 + \ln 9^2$
   $= \ln (6^3 \times 9^2)$
   $= \ln 17496$

8. $3 \ln 5 + 4 \ln x$
   $= \ln 5^3 + \ln x^4$
   $= \ln 5^3 x^4$
   $= \ln 125 x^4$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

9. $5e^x - 24 = 16$
   $5e^x = 16 + 24$
   $5e^x = 40$
   $e^x = 8$
   $x = \ln 8$
   $x = 2.0794$

11. $3e^{-3x} + 4 = 6$
   $3e^{-3x} = 6 - 4$
   $3e^{-3x} = 2$
   $e^{-3x} = \frac{2}{3}$
   $-3x = \ln \frac{2}{3}$
   $x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$
   $= 0.1352$

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

13	14	15	18
$\ln 3x = 8$	$-4 \ln 2x = -26$	$\ln (x+5)^2 < 6$	$5 + e^{-x} > 14$
$3x = e^8$	$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$	$(x+5)^2 < e^6$	$e^{-x} > 14 - 5$
$x = \frac{e^8}{3}$	$2x = e^{\frac{26}{4}}$	$\lvert x+5 \rvert < e^3$	$e^{-x} > 9$
$= 993.6527$	$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$	$-e^3 < x+5 < e^3$	$-x > \ln 9$
	$= 332.5708$	$-e^3 - 5 < x < e^3 - 5$	$x < -\ln 9$
		$-25.0855 < x < 15.0855$	$x < -2.1972$
		$\{x \mid -25.0855 < x < 15.0855\}$	$\{x \mid x < -2.1972\}$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

19

$10000 = 30e^{0.1t}$

$\frac{10000}{30} = e^{0.1t}$

$\ln \frac{1000}{3} = 0.1t$

$\frac{\ln \frac{1000}{3}}{0.1} = t$

$t \approx 58$ min

استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية   الاسم:____________

نواتج التعلّم 1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.
2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، وt هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \frac{c}{1+ae^{-bt}}$
حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام. ← اضمحلال أسي ١

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

$\frac{1}{2}a = a\,e^{-k(1.25\times10^9)}$

$\ln\frac{1}{2} = -k(1.25)(10)^9$

$k = \frac{\ln\frac{1}{2}}{-1.25\times10^9} = 5.545\times10^{-10}$

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

$15 = 36\,e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\frac{15}{36} = e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{15}{36} = -5.545\times10^{-10}t$

$t = \frac{\ln\frac{15}{36}}{-5.545\times10^{-10}} = 1578843530$ سنة.

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

$= 36\,e^{-5.545\times10^{-10}\times300\times10^{6}}$

$= 30.48$ mg

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

$\frac{1}{8}a = a\,e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{1}{8} = -5.545\times10^{-10}t$

$t = \frac{\ln\frac{1}{8}}{-5.545\times10^{-10}}$

$= 3750120603$

البداية

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

2

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

$8 = 2e^{k(20)}$ | $\ln 4 = k(20)$

$\frac{8}{2} = e^{k(20)}$ | $k = \frac{\ln 4}{20} = 0.06931$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$= 2e^{0.06931(5)}$

$= 2.8284$ ~~mg~~ خلية

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

نعم. لأنه لم ينمُ أي خلية واحدة في خلال 5 ثواني.

ولكن هناك عوامل أخرى تؤثر على هذا السؤال من حيث نظافة الأرض ونوع الطعام الذي أسقط.

3

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.

t	$P(t)$
0	868
50	13129
100	16439.7
150	16499.1
200	16499.9

a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16 500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16 500 ثعلبًا

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

$16\,450 = \frac{16\,500}{1 + 18e^{-0.085t}}$

$1 + 18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450}$

$18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450} - 1$

$e^{-0.085t} = \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$-0.085t = \ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$t = \frac{\ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}}{-0.085} \simeq 102$ سنة