

# 1- الانعكاس

الاسم: -----

## ناتج التعلم

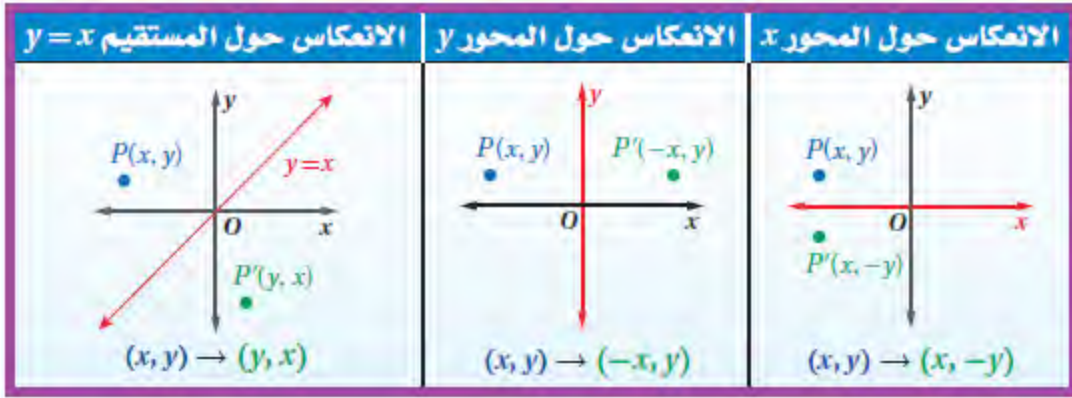
1- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. 2- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

**الانعكاس** هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

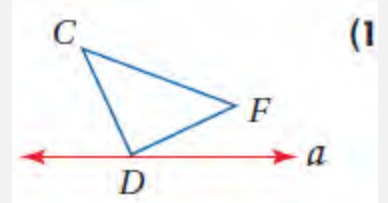
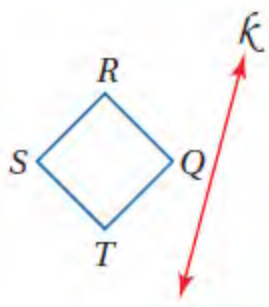
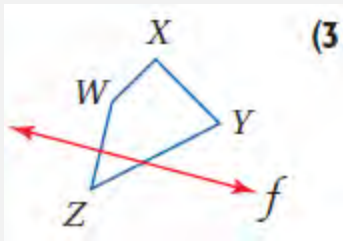


• إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

• إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.



ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:



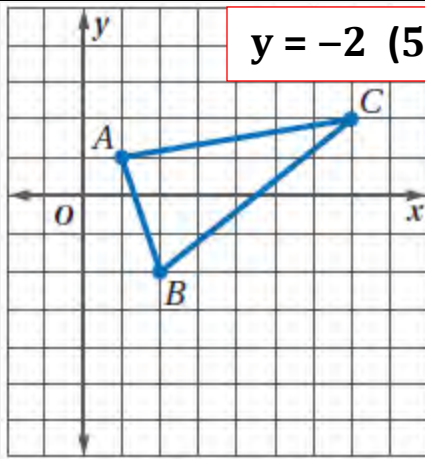
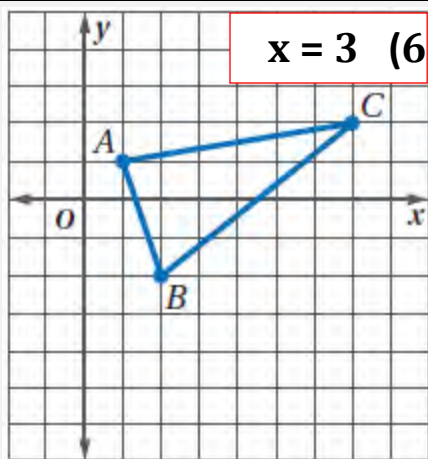
**4) مباريات:** ينتظر ماجد في المطعم صديقاً سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في

الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه

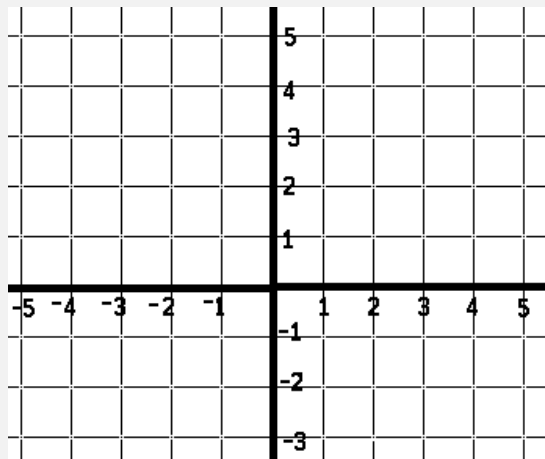
سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم

إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلاً يوضح إجابتك.





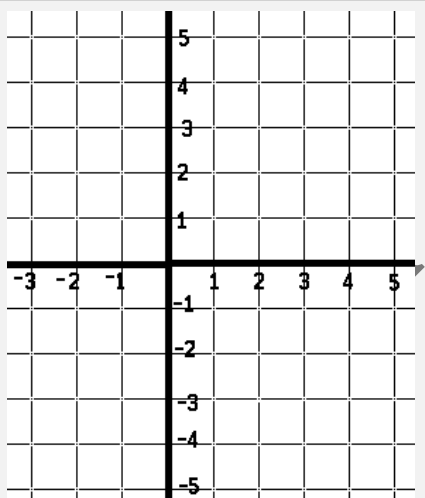
مِثْل بَيَانًا صورة  $\triangle ABC$  المبين جائبًا  
بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل  
من السؤالين 5، 6.



مِثْل كل شكل مما يأتي، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

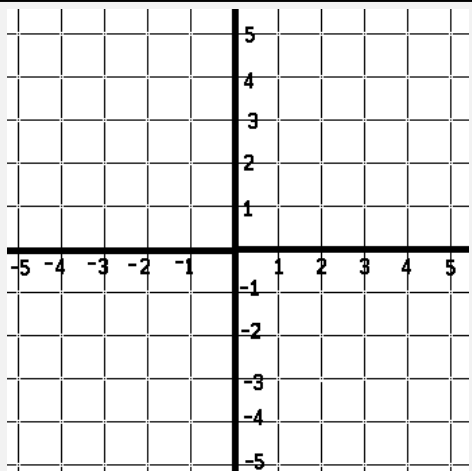
(7)  $\triangle XYZ$  الذي إحداثيات رؤوسه هي:  $X(0,4)$  ,

$Y(-3,4)$  ,  $Z(-4,-1)$  بالانعكاس حول المحور  $y$ .



(8)  $\square RST$  الذي إحداثيات رؤوسه هي:  $Q(-1,4)$  ,

$R(4,4)$  ,  $S(3,1)$  ,  $T(-2,1)$  بالانعكاس حول المحور  $x$ .



(9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه هي:  $J(-3,1)$  ,

$K(-1,3)$  ,  $L(1,3)$  ,  $M(-3,-1)$  بالانعكاس حول

المستقيم  $y = x$ .

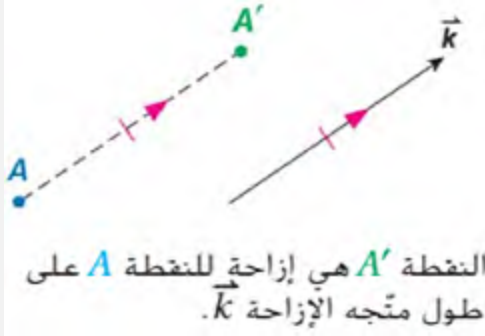
## 2- الإزاحة

الاسم: .....

### نواتج التعلم

1- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

**الإزاحة:** هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي  $\overline{AA'}$  حيث إن  $A'$  هي صورة النقطة  $A$  الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

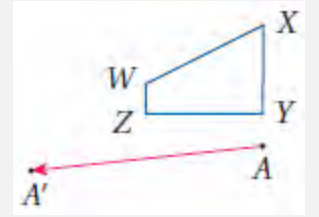
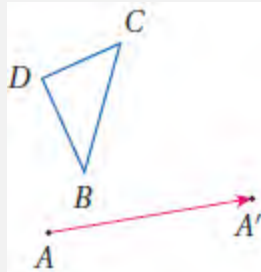
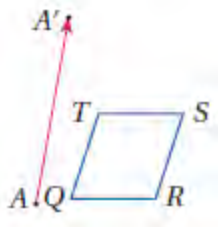


الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجه يدعى **متجه الإزاحة** بحيث:

- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطة بصورتها طول المتجه نفسه.
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازية للمتجه أيضًا.

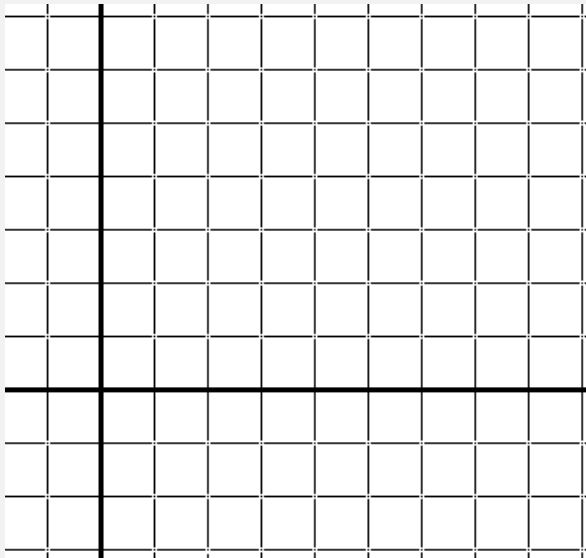
الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز  $a$  ، وللإزاحة الرأسية  $b$  ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة:  $(x,y) \rightarrow (x+a, y+b)$

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة  $A$  إلى النقطة  $A'$  في كلِّ مما يأتي:

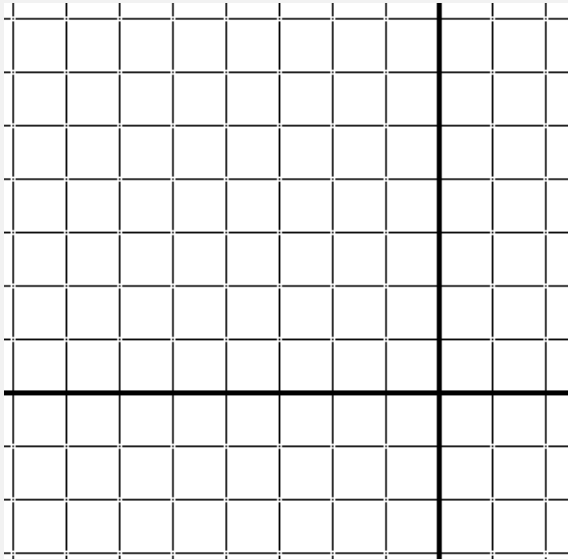


مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلِّ مما يأتي بيانيًا:

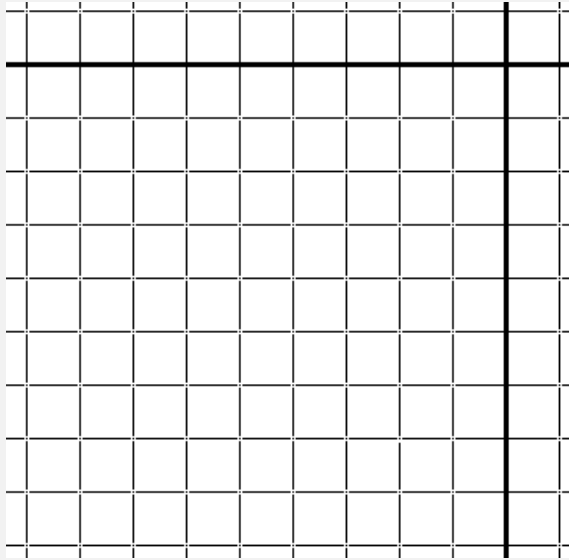
شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس  $J(2,4)$  ,  $K(1,1)$  ,  $L(5,1)$  ,  $M(4,4)$  ;  $(7,1)$



المثلث  $\triangle DFG$  ذو الرؤوس  $D(-8,8)$  ,  $F(-10,4)$  ,  $G(-7,6)$  ;  $\langle 5,-2 \rangle$



متوازي الأضلاع WXYZ ذو الرؤوس  $W(-6,-5)$  ,  $X(-2,-5)$  ,  $Y(-1,-8)$  ,  $Z(-5,-8)$  ;  $\langle -1,4 \rangle$

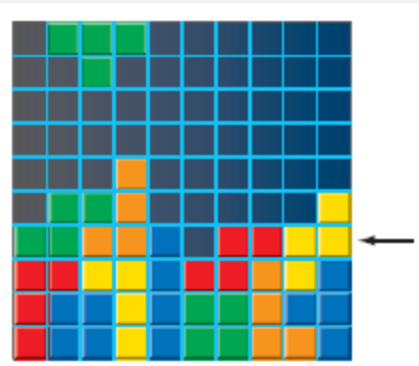


**ألعاب فيديو:** إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما

تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة

في أعلى الشاشة ، فأكّتب قاعدةً ( رمز الدالة ) لوصف الإزاحة التي تملأ الصف

المشار إليه بالسهم.



### 3- الدوران

الاسم:-----

#### نواتج التعلم

1- رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.



**الدوران** يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى **مركز الدوران**.

• إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

• إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى **زاوية الدوران**.

$A'$  هي صورة  $A$  الناتجة عن دوران بزاوية  $120^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة  $C$ .

الدوران في المستوى الإحداثي:

زاوية الدوران  $270^\circ$

زاوية الدوران  $180^\circ$

زاوية الدوران  $90^\circ$

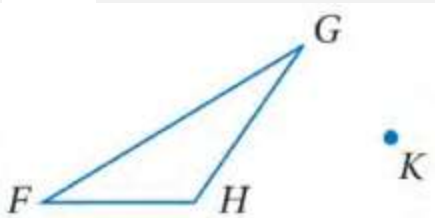
$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

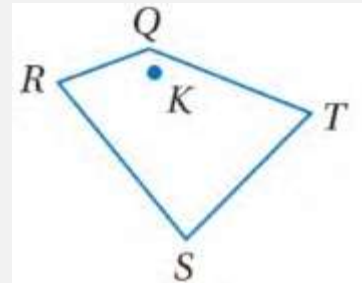
$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

استخدم منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة  $K$  بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

$45^\circ$



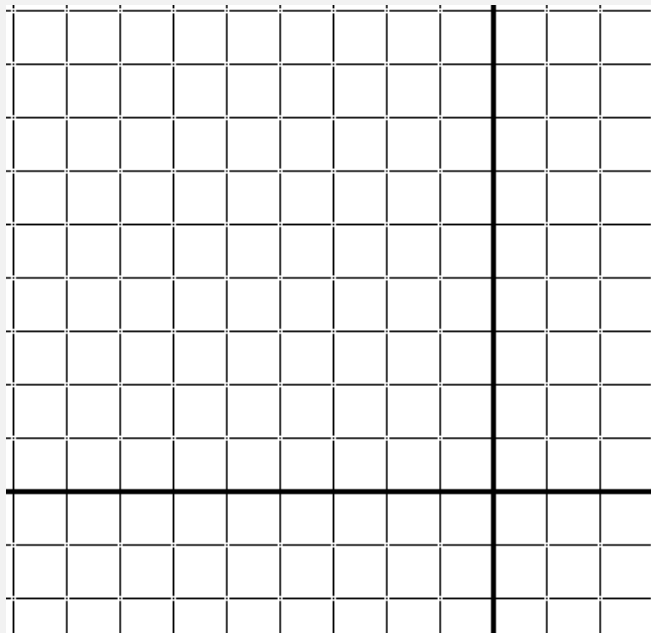
$120^\circ$



إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي :  $D(-2, 6)$  ,  $F(2, 8)$  ,  $G(2, 3)$

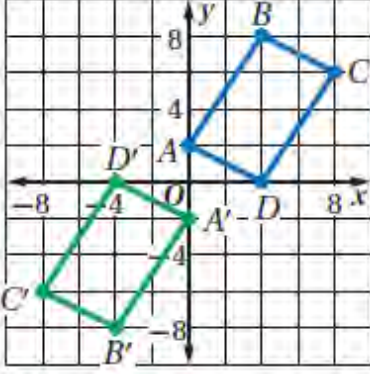
مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية

$270^\circ$  حول نقطة الأصل.



اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي ABCD وصورته  $A'B'C'D'$  الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس

زاوية الدوران؟



A)  $90^\circ$

B)  $180^\circ$

C)  $270^\circ$

D)  $360^\circ$

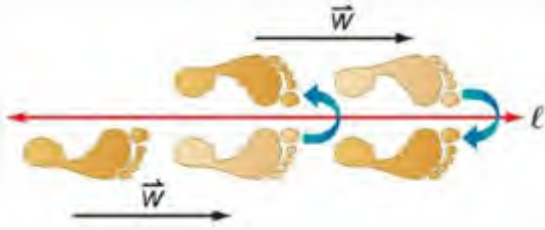
#### 4- تركيب التحويلات

الاسم: .....

#### نواتج التعلم

- 1- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.
- 2- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى **تحويلًا هندسيًا مركبًا**.



**الانعكاس الانزلاقي:** هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.

**نظرية 14-1** تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

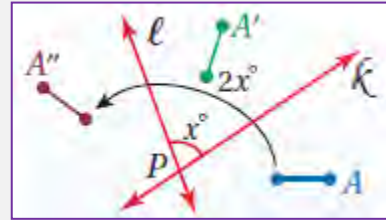
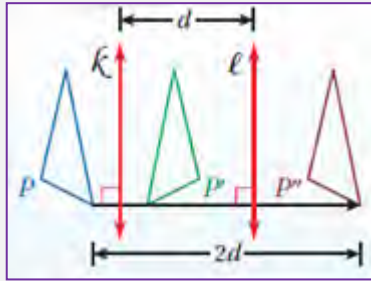
**نظرية 14-2**

- اتجاهها عموديًا على كلي من المستقيمين. • مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

**نظرية 14-3**

- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين. • قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.

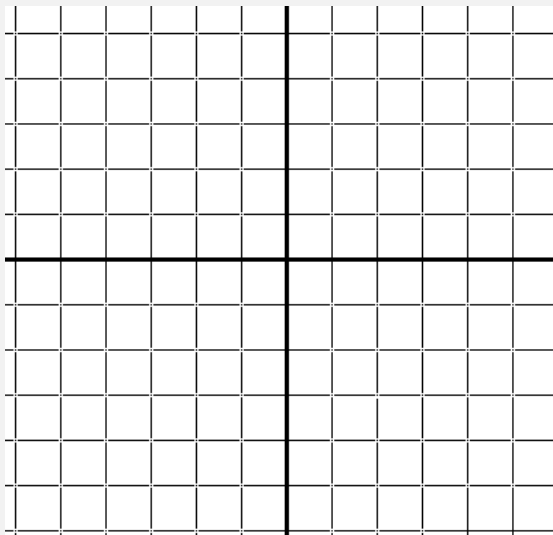


إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي :  $E(-1,-1)$  ,  $D(-2,-5)$  ,  $C(-5,-1)$  ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن

الانعكاس الانزلاقي المحدد:

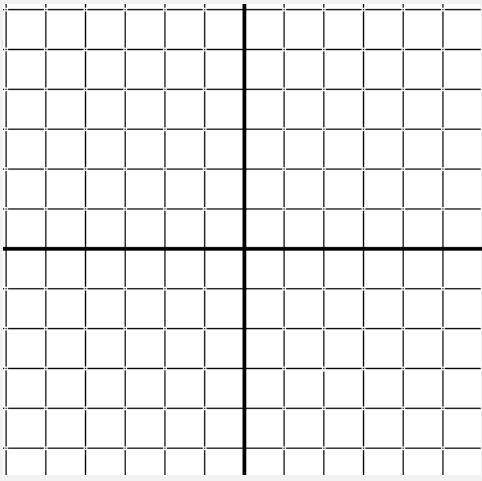
إزاحة: على طول  $\langle 4,0 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي  $x$ .



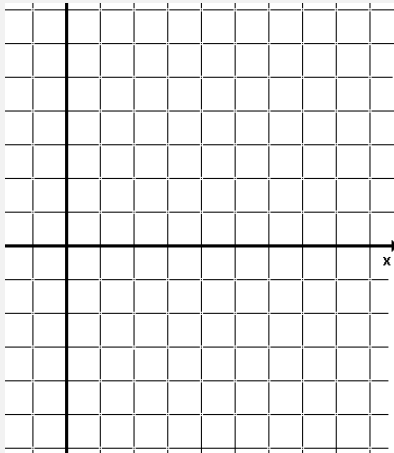
إزاحة: على طول  $\langle 0,6 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسى  $y$ .

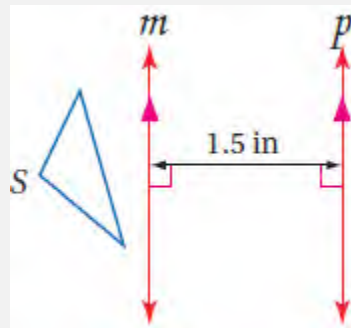
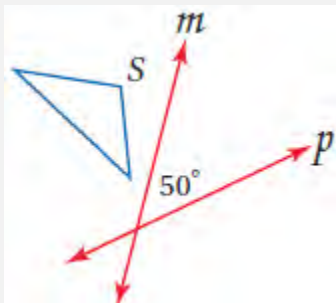


إحداثيات طرفي  $\overline{JK}$  هما  $J(2,5)$  ,  $K(6,5)$ ، مثل بيانيًا  $\overline{JK}$  وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور  $x$ ،

ثم دوران بزاوية  $90^\circ$  حول نقطة الأصل:



ارسم صورة الشكل  $S$  الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $m$  ثم حول المستقيم  $p$ ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $S$  إلى  $S''$ .



**أنماط البلاط:** صنع راشد نمطاً من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل

الهندسي المركب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.



## 5- التناظر

الاسم:-----

### نواتج التعلم

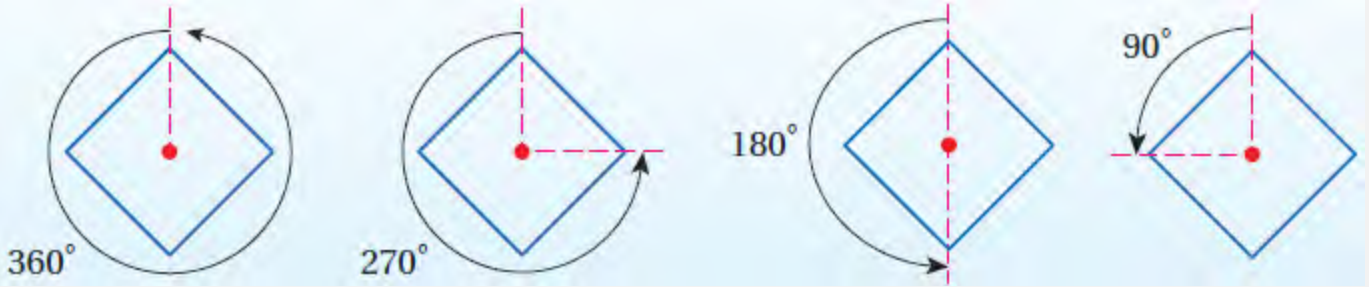
- 1- تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.
- 2- تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متناظرًا حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور التناظر**.



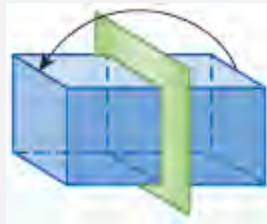
يكون للشكل ثنائي الأبعاد **تناظر دوراني** إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من  $0^\circ$  إلى  $360^\circ$  اسم **رتبة التناظر**، أما **(مقدار التناظر)** (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [ مقدار التناظر =  $360^\circ \div$  رتبة التناظر ].

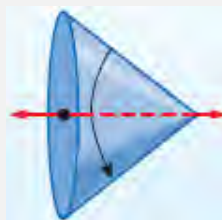


### التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

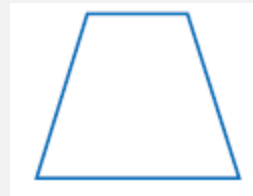
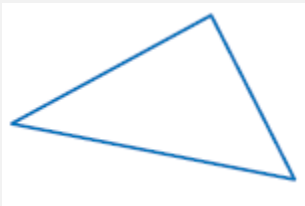
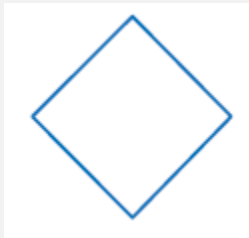
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متناظرًا حول مستوى**، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى **بمستوى التناظر**.



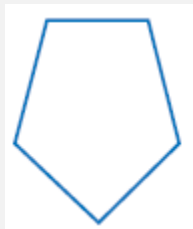
يكون للشكل الثلاثي الأبعاد **تناظر محوري**، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



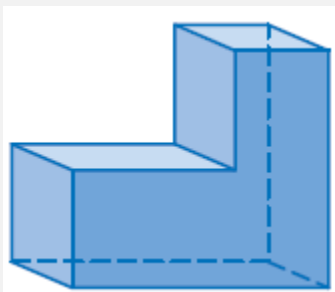
بَيِّنْ ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التناظر جميعها، وحدد عددها في كلِّ مما يأتي:



بَيِّنْ ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعَيِّنْ مركز التناظر، وحدد رتبته ومقداره في كلِّ مما يأتي:



بَيِّنْ ما إذا كان الشكل المجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



الاسم:-----

## 6- عمليات تغيير الأبعاد (التمدد)

1- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة. 2- رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

### نواتج التعلم

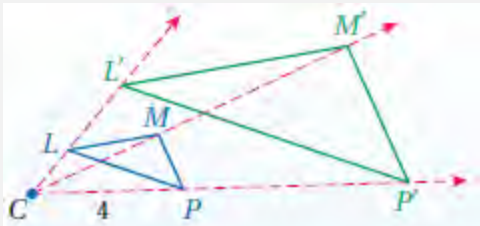
**التمدد** هو تحويل هندسي يَكْبُر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى أطوال المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة **معامل مقياس التمدد**. ولأن الصورة الناتجة عن التمدد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع **تحويلات التشابه**. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

التمدد الذي مركزه  $C$  ومعامله هو العدد الموجب  $k$ ، حيث  $k \neq 1$ ، ينقل النقطة  $P$  في شكل ما إلى صورتها  $P'$ ، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة  $P$  على مركز التمدد  $C$ ، فإن صورتها هي النقطة  $P$  نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة  $P$  على مركز التمدد  $C$ ، فإن صورتها  $P'$  تقع على  $\overrightarrow{CP}$  ويكون  $CP' = k(CP)$

### التمدد في المستوى الإحداثي

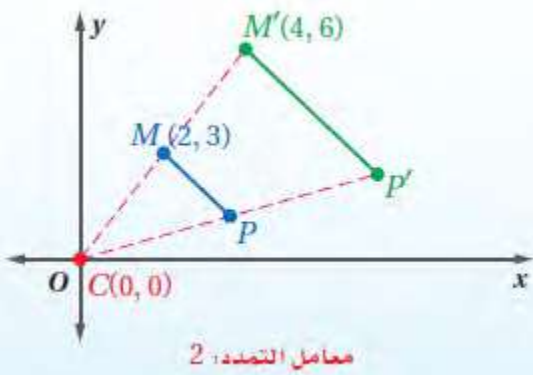
لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين  $x, y$  لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد  $k$ .



$$| \text{---} 4 (2.5) = 10 \text{ ---} |$$

$\triangle LMP'$  هو صورة  $\triangle LMP$  الناتجة

عن التمدد الذي مركزه  $C$  ومعامله 2.5



معامل التمدد: 2

استخدم مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة  $M$  ومعامله العدد  $k$  المحدد في كلٍّ من السؤالين التاليين:

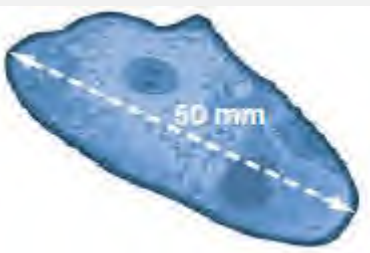
$$k = 2 \quad (2)$$



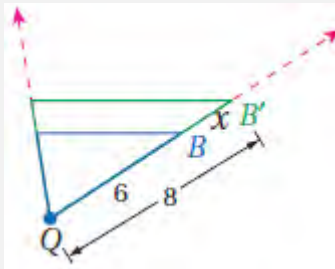
$$k = \frac{1}{4} \quad (1)$$



(4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضح إجابتك.

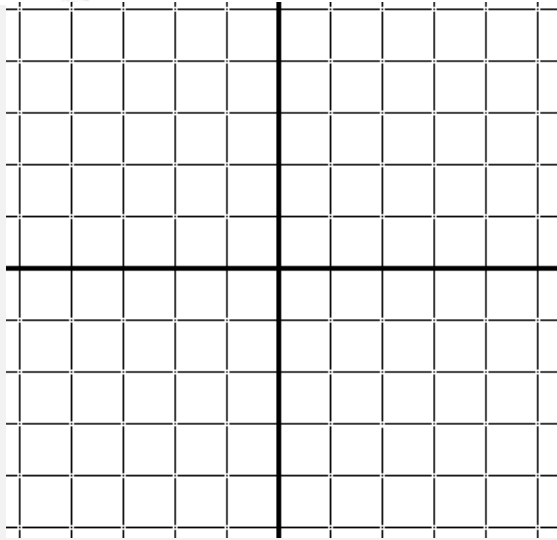


(3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل  $B$  إلى الشكل  $B'$  تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل وقيمة  $x$ .

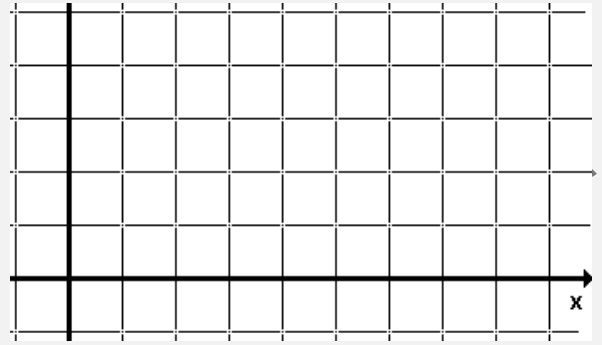


مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $k$  المحدد في كلٍّ من الأسئلة التالية:

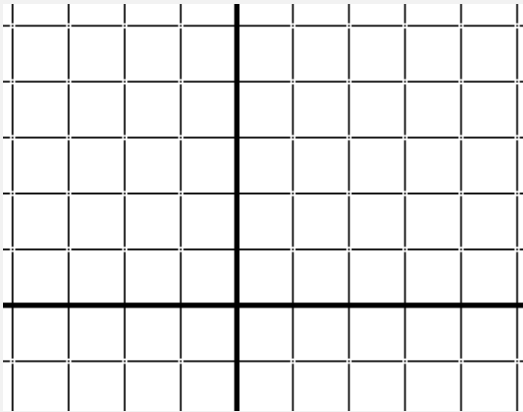
$$k = \frac{1}{2} ; Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4) \quad (6)$$



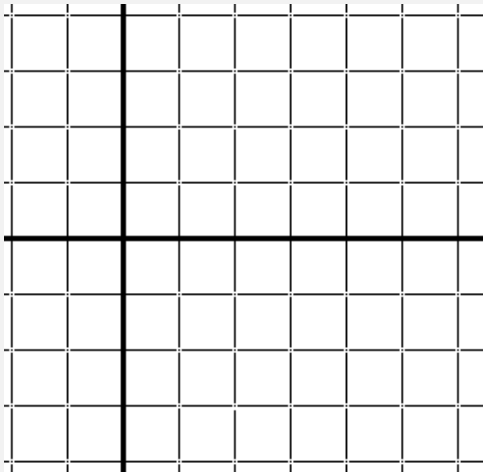
$$k = 1.5 ; W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0) \quad (5)$$



$$k = 2 ; A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2) \quad (7)$$



$$k = \frac{3}{4} ; J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4) \quad (8)$$



## نواتج التعلم

1- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. 2- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى محور الانعكاس، بحيث يكون بعد النقطة بعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

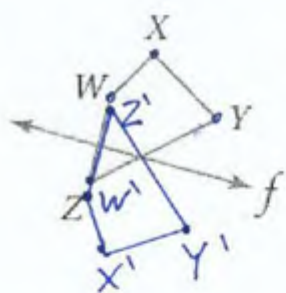


إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

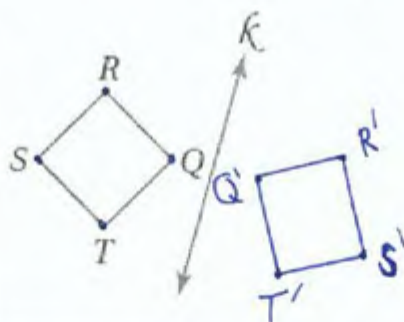
إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.

الانعكاس حول المحور $x$	الانعكاس حول المحور $y$	الانعكاس حول المستقيم $y=x$
<p><math>P(x, y) \rightarrow P'(x, -y)</math></p>	<p><math>P(x, y) \rightarrow P'(-x, y)</math></p>	<p><math>P(x, y) \rightarrow P'(y, x)</math></p>

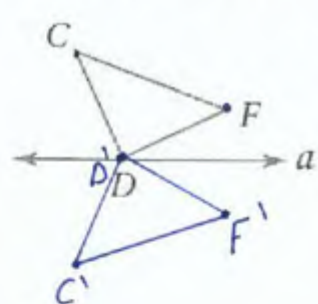
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:



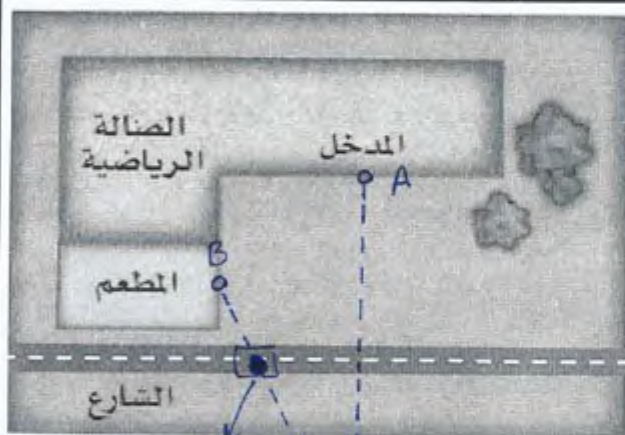
(3)



(2)



(1)



(4) مباريات: ينتظر ماجد في المطعم صديقاً سيأتيه بذكره لحضور مباراة في

الصاله الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه

سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم

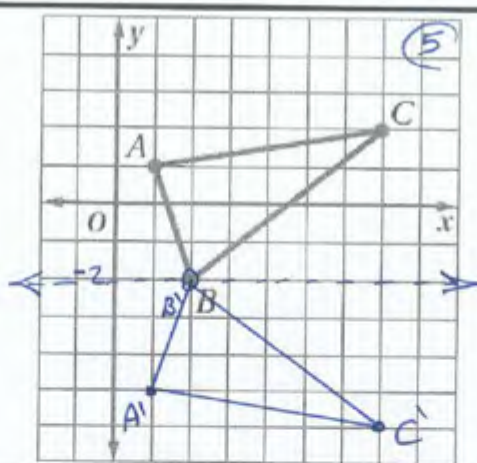
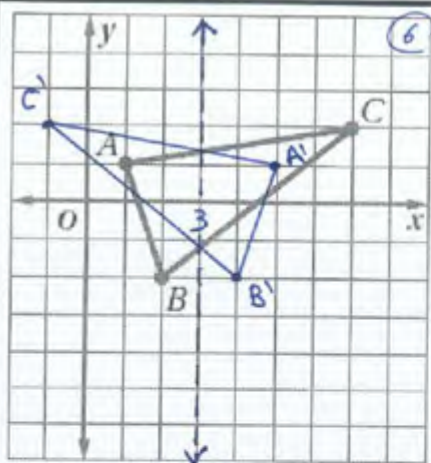
إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلاً يوضح إجابتك.

نقوم بتركب هجرة A بالانعكاس في محور (الشارع)

ثم نرسم  $\overline{A'B}$

مكان الوقوف هو نقطة تقاطع  $\overline{A'B}$  مع الشارع.



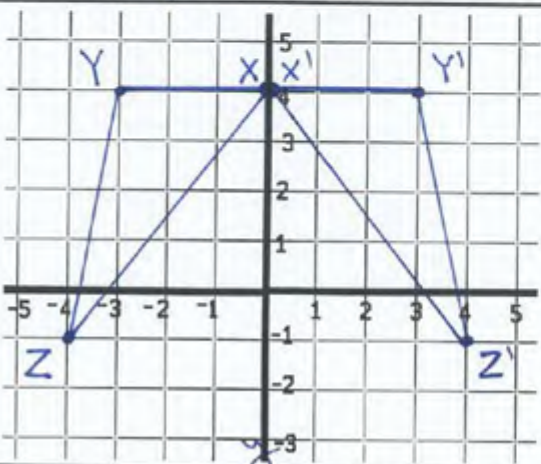


مِثْل بَيَاثًا صُورَةَ  $\triangle ABC$  الْمَبِين جَاثِبًا  
بِالْانْعَكَاسِ حَوْلَ الْمُسْتَقِيمِ الْمَعْطَى فِي كُلِّ  
مِنَ السُّؤَالَيْنِ 5، 6.

كَمِثْلِ  
الْانْعَكَاسِ

$$y = -2 \quad (5)$$

$$x = 3 \quad (6)$$



مِثْلُ كُلِّ شَكْلٍ مِمَّا يَأْتِي، ثُمَّ ارْسَمِ صُورَتَهُ بِالْانْعَكَاسِ الْحَدِيدِ.

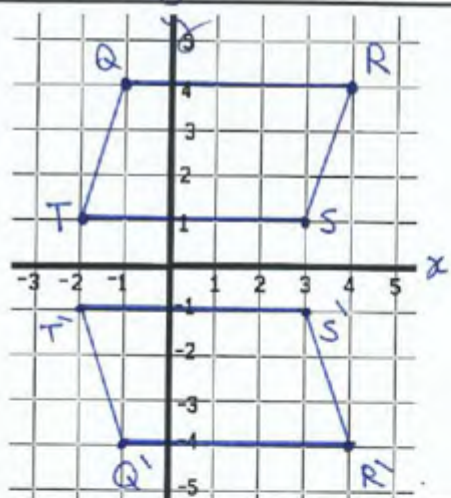
(7)  $\triangle XYZ$  الَّذِي إِحْدَاثِيَّاتُ رُؤُوسِهِ هِيَ:  $X(0, 4)$ ,

$Y(-3, 4)$ ,  $Z(-4, -1)$  بِالْانْعَكَاسِ حَوْلَ الْمُحُورِ  $y$ .

$$X' (0, 4)$$

$$Y' (3, 4)$$

$$Z' (4, -1)$$



(8)  $\square RST$  الَّذِي إِحْدَاثِيَّاتُ رُؤُوسِهِ هِيَ:  $Q(-1, 4)$ ,

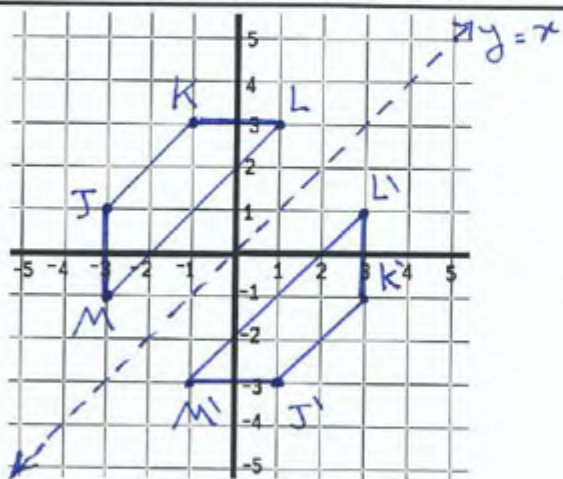
$R(4, 4)$ ,  $S(3, 1)$ ,  $T(-2, 1)$  بِالْانْعَكَاسِ حَوْلَ الْمُحُورِ  $x$ .

$$Q' (-1, -4)$$

$$R' (4, -4)$$

$$S' (3, -1)$$

$$T' (-2, -1)$$



(9) الشَّكْلُ الرَّبَاعِي الَّذِي إِحْدَاثِيَّاتُ رُؤُوسِهِ هِيَ:  $J(-3, 1)$

$K(-1, 3)$ ,  $L(1, 3)$ ,  $M(-3, -1)$  بِالْانْعَكَاسِ حَوْلَ

الْمُسْتَقِيمِ  $y = x$ .

$$J' (1, -3)$$

$$K' (3, -1)$$

$$L' (3, 1)$$

$$M' (-1, -3)$$

1- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

**الإزاحة:** هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي  $AA'$  حيث إن  $A'$  هي صورة النقطة  $A$  الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).



النقطة  $A'$  هي إزاحة للنقطة  $A$  على طول متجه الإزاحة  $\vec{k}$ .

الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجه يدعى متجه الإزاحة بحيث:

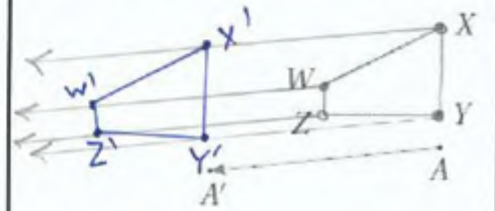
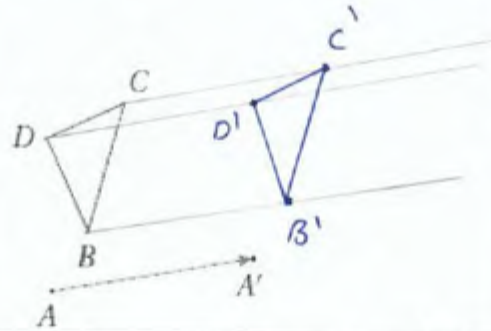
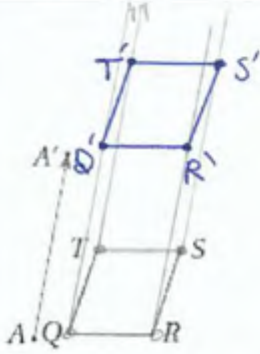
• يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطة بصورتها طول المتجه نفسه.

• تكون هذه القطعة المستقيمة موازية للمتجه أيضًا.

الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز  $a$ ، وللإزاحة الرأسية  $b$ ،

فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة  $A$  إلى النقطة  $A'$  في كلِّ مما يأتي:



مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلِّ مما يأتي بآثاء:

شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس  $J(2,4)$ ,  $K(1,1)$ ,  $L(5,1)$ ,  $M(4,4)$  ;  $(7,1)$

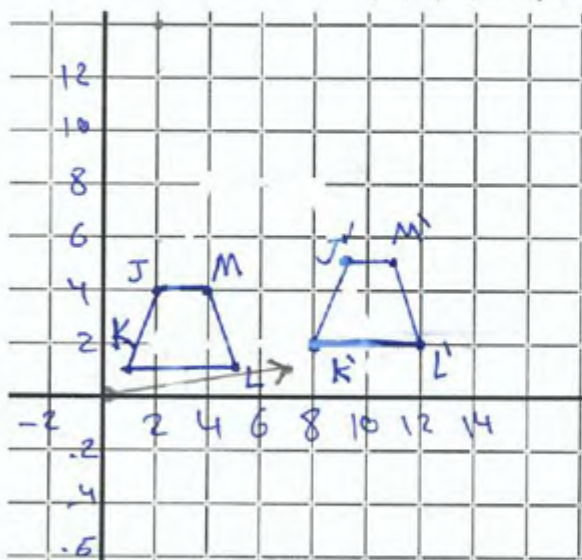
القاعدة:  $(x, y) \rightarrow (x+7, y+1)$

$M'(11, 5)$

$L'(12, 2)$

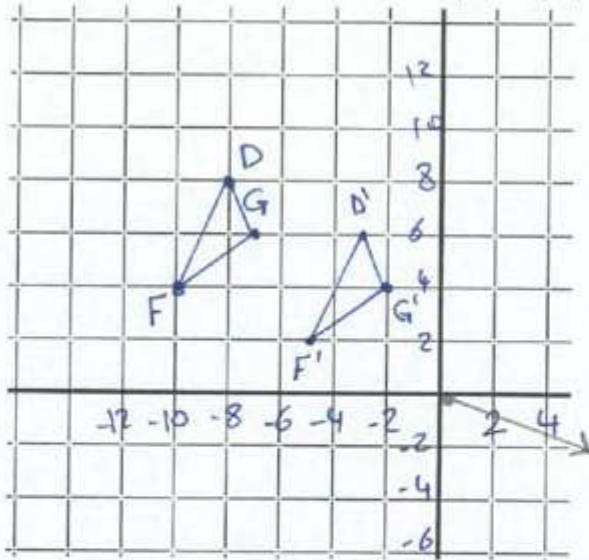
$K'(8, 2)$

$J'(9, 5)$





المثلث  $\triangle DFG$  ذو الرؤوس  $D(-8,8)$ ,  $F(-10,4)$ ,  $G(-7,6)$  ;  $(5,-2)$



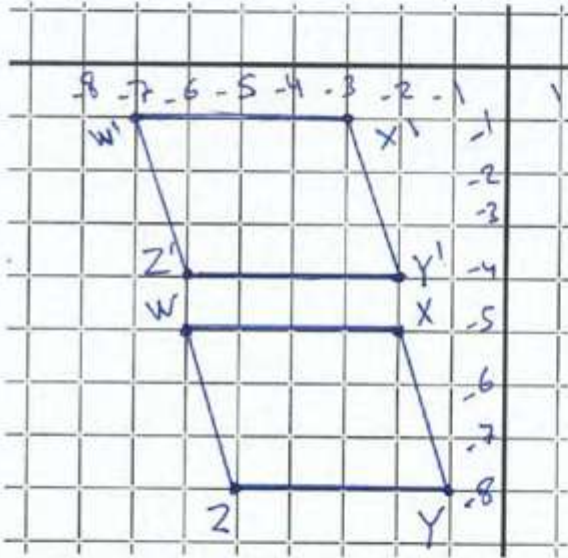
القائمة :  $(x,y) \rightarrow (x+5, y-2)$

$G'(-2, 4)$

$F'(-5, 2)$

$D'(-3, 6)$

متوازي الأضلاع WXYZ ذو الرؤوس  $W(-6,-5)$ ,  $X(-2,-5)$ ,  $Y(-1,-8)$ ,  $Z(-5,-8)$  ;  $(-1,4)$



القاعدة :  $(x,y) \rightarrow (x-1, y+4)$

$Z'(-6, -4)$

$Y'(-2, -4)$

$X'(-3, -1)$

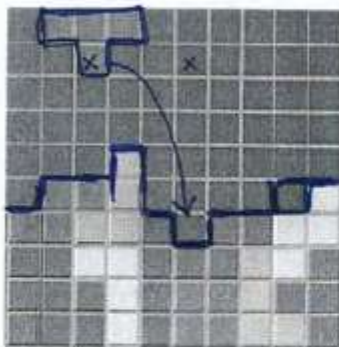
$W'(-7, -1)$

ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما

تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغات فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة

في أعلى الشاشة  $(x,y)$ ، فأكب قاعدة (رمز الدالة) لوصف الإزاحة التي تمثل الصف

المشار إليه بالسهم.



$(x,y) \rightarrow (x+3, y-5)$





## نواتج التعلم

1- رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران.

• إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

• إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران.



$A'$  هي صورة  $A$  الناتجة عن دوران بزاوية  $120^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة  $C$ .

الدوران في المستوى الإحداثي:

زاوية الدوران  $270^\circ$

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

زاوية الدوران  $180^\circ$

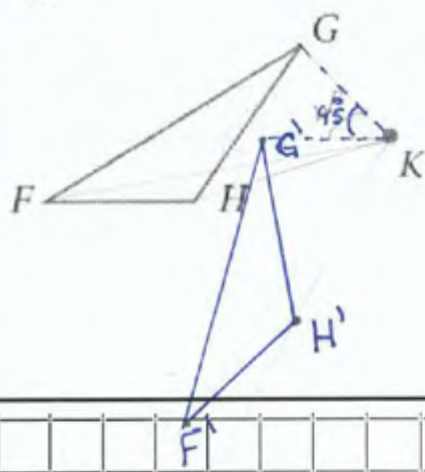
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

زاوية الدوران  $90^\circ$

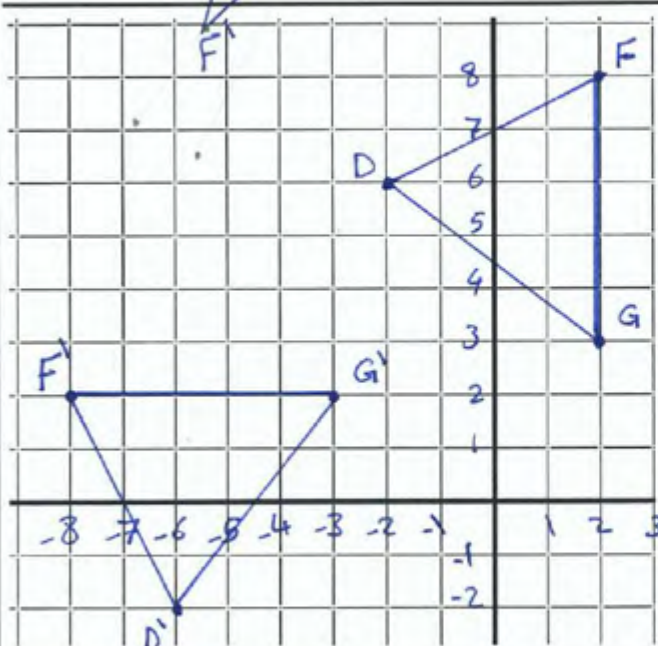
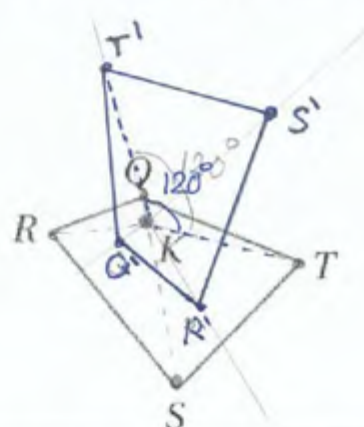
$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

استخدم منقلة ومسطرة؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة  $K$  بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

$45^\circ$



$120^\circ$



إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي :  $D(-2, 6)$  ,  $F(2, 8)$  ,  $G(2, 3)$

مثل بياثا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية  $90^\circ$  حول نقطة الأصل.

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

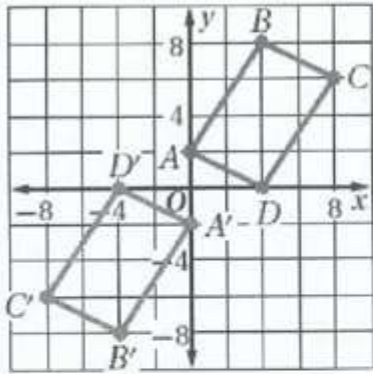
$$D'(-6, 2)$$

$$F'(-8, -2)$$

$$G'(-3, -2)$$

اختيار من متعدد: الشكل المجاور بين الشكل الرباعي ABCD وصورة A'B'C'D' الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس

زاوية الدوران؟



A)  $90^\circ$

B)  $180^\circ$

C)  $270^\circ$

D)  $360^\circ$

$$A(0, 2) \rightarrow A'(-4, -2)$$

$$B(4, 8) \rightarrow B'(-8, -8)$$

$$C(8, 8) \rightarrow C'(-8, -8)$$

$$D(4, 0) \rightarrow D'(-4, 0)$$

نلاحظ انه انعكاس

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

اذن زاوية الدوران  $180^\circ$

حول نقطة الأصل



## نواتج التعلم

1- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.

2- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى تحويلًا هندسيًا مركبًا.

الانعكاس الانزلاقي: هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.



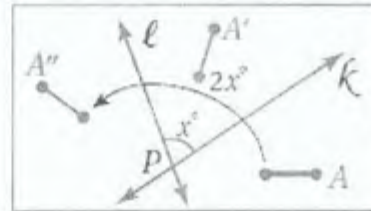
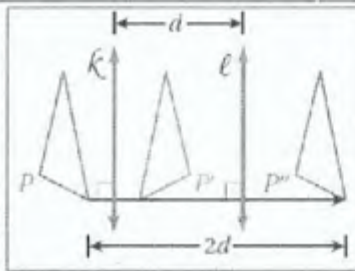
نظرية 14-1 تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

نظرية 14-2 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كلي من المستقيمين.
- مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

نظرية 14-3 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

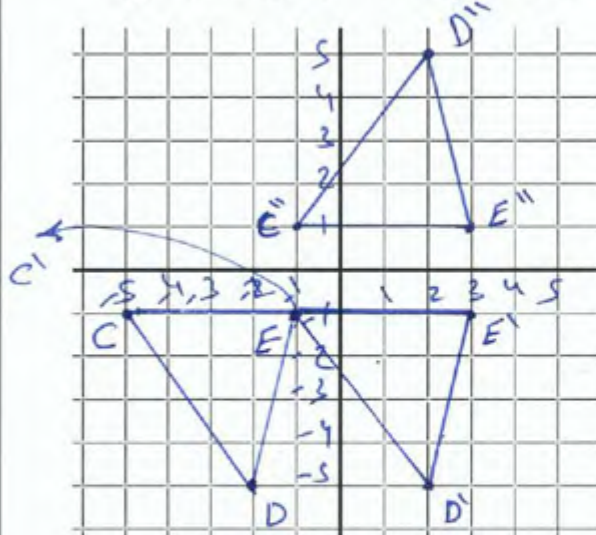
- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.



إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي :  $C(-5,-1)$  ,  $D(-2,-5)$  ,  $E(-1,-1)$  ، مثل بيأيا المثلث وصورته الناتجة عن

الانعكاس الانزلاقي المحدد:

إزاحة: على طول  $\langle 4,0 \rangle$

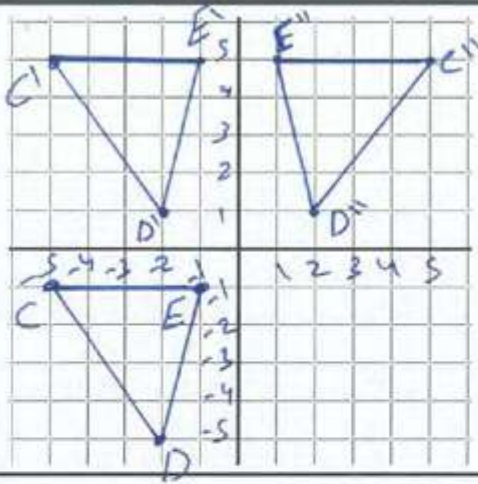


انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي  $x$ .

انعكاس حول  $x$

$C'(-1,-1)$	$C''(-1,1)$
$D'(2,-5)$	$D''(2,5)$
$E'(3,-1)$	$E''(3,1)$

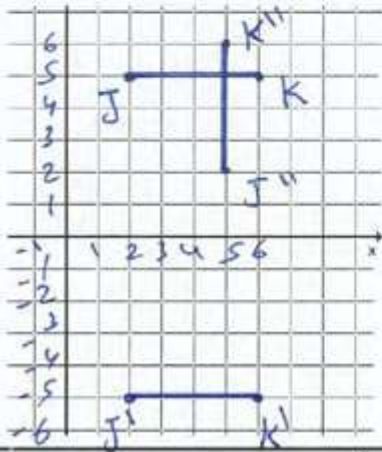
إزاحة: على طول  $\langle 0,6 \rangle$



انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسى  $y$ .  
إزاحة  $\langle 0,6 \rangle$

انعكاس محور $y$	إزاحة $\langle 0,6 \rangle$
$C'(-5, 5)$	$C''(5, 5)$
$D'(-2, 1)$	$D''(2, 1)$
$E'(-1, 5)$	$E''(1, 5)$

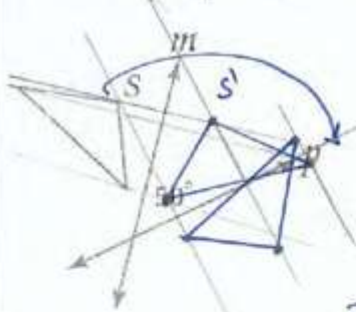
إحداثيات طرفي  $\overline{JK}$  هما  $J(2,5)$ ,  $K(6,5)$  مثل بيانيًا  $\overline{JK}$  وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور  $x$ .



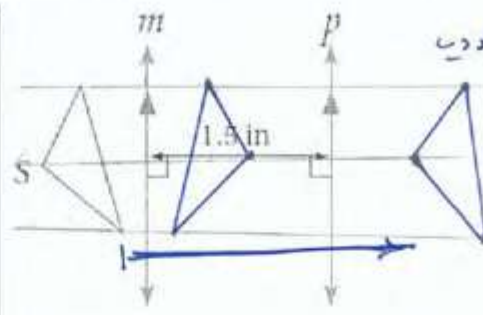
ثم دوران بزاوية  $90^\circ$  حول نقطة الأصل:

انعكاس حول $x$	دوران حول نقطة الأصل بزاوية $90^\circ$
$J'(2, -5)$	$J''(5, 2)$
$K'(6, -5)$	$K''(5, 6)$

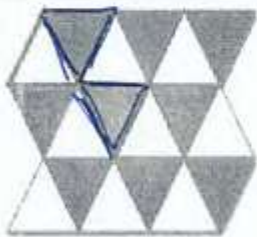
ارسم صورة الشكل  $S$  الناتجة عن انعكاس حول المستقيم  $m$  ثم حول المستقيم  $p$ ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل  $S$  إلى  $S''$ .



دوران حول نقطة  
تقاطع المستقيمين  $P, m$   
بزاوية ضابطة  
 $2(50) = 100^\circ$   
باتجاه عقارب الساعة.



إزاحة باتجاه عمود  
على المستقيمين  
المتوازيين  
بمسافة مقدارها  
 $2(1.5) \text{ in}$   
 $= 3 \text{ in}$



أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل

الهندسي المركب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.

انعكاس انزلاقي



## نواتج التعلم

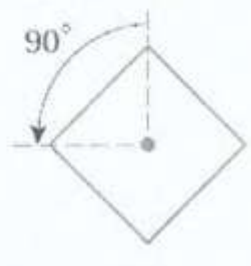
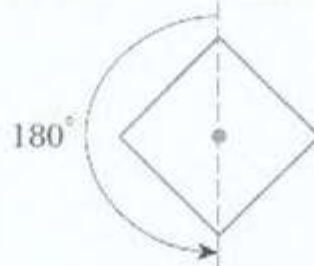
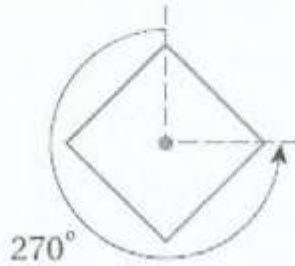
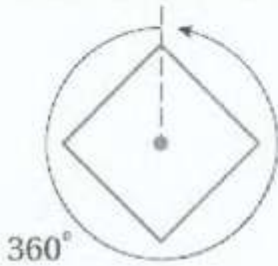
- 1- تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.  
2- تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متناظرًا حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التناظر.



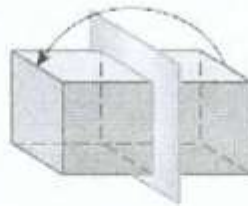
يكون للشكل ثنائي الأبعاد تناظر دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من  $0^\circ$  إلى  $360^\circ$  اسم رتبة التناظر، أما (مقدار التناظر) (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية بدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [ مقدار التناظر =  $360^\circ \div$  رتبة التناظر ].

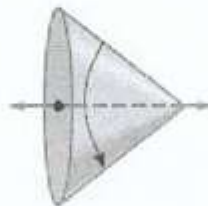


## التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

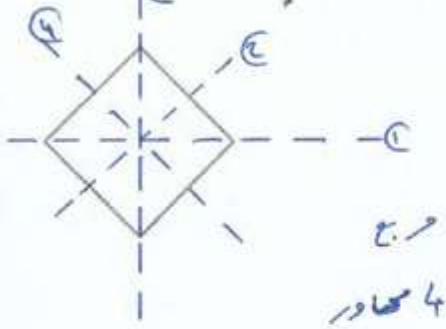
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متناظرًا حول مستوى، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى بمستوى التناظر.



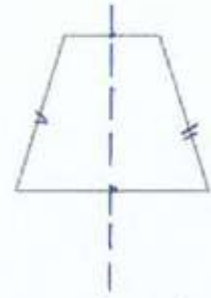
يكون للشكل الثلاثي الأبعاد تناظر محوري، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين  $0^\circ$  و  $360^\circ$  ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



بين ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التناظر جميعها، وحدد عددها في كل مما يأتي:



لا يوجد محور تناظر  
شملت مختلف الأشكال



شبه منحرف متساوي الساقين

بين ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التناظر، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:



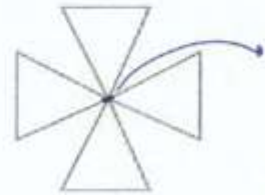
ليس له تناظر دوراني  
ليس خماسي منتظم



مركز التناظر  
الدوراني

$$2 = \text{الرتبة}$$

$$180^\circ = \frac{360^\circ}{2} = \text{مقداره}$$



مركز  
التناظر  
الدوراني

$$4 = \text{الرتبة}$$

$$90^\circ = \frac{360^\circ}{4} = \text{مقداره}$$

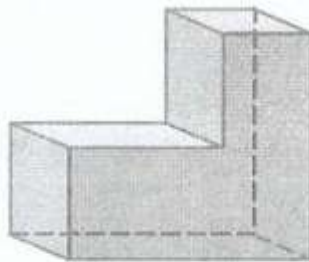
بين ما إذا كان الشكل الجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



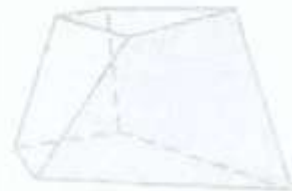
محور

كلاهما

متناظر حول محور  
ومتناظر حول مستوى



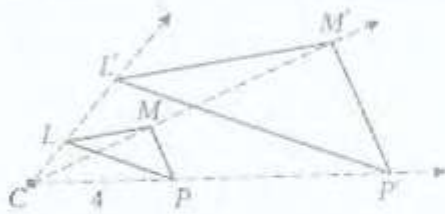
متناظر حول مستوى



غير ذلك

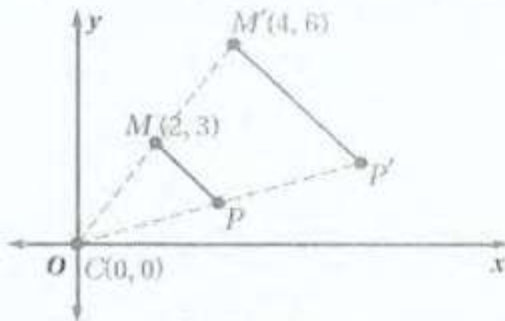
## نواتج التعلم

1- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة، 2- رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.



$$| \text{---} 4 (2.5) = 10 \text{---} |$$

$\triangle LMP$  هو صورة  $\triangle L'M'P'$  الناتجة  
عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5



معامل التمدد: 2

التمدد هو تحويل هندسي يكثر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة معامل مقياس التمدد. ولأن الصورة الناتجة عن التمدد تنسخ الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات التشابه. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب  $k$ ، حيث  $k \neq 1$ ، ينقل النقطة P في شكل ما إلى صورتها P' بحيث:

• إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.

• إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها P' تقع على  $\overrightarrow{CP}$  ويكون  $CP' = k(CP)$

## التمدد في المستوى الإحداثي

لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اصرب الإحداثيين  $x, y$  لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد  $k$ .

استخدم مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة M ومعامله العدد  $k$  المحدد في كل من السؤالين التاليين:

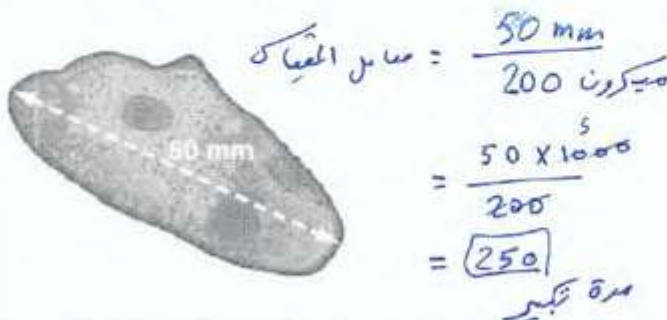
$$k = 2 \quad (2)$$



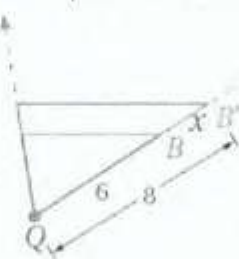
$$k = \frac{1}{4} \quad (1)$$



(4) أحياء: طول مخلوق حي دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضع إجابتك.



(3) حدد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل وقية  $x$ .



$$\text{معامله} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

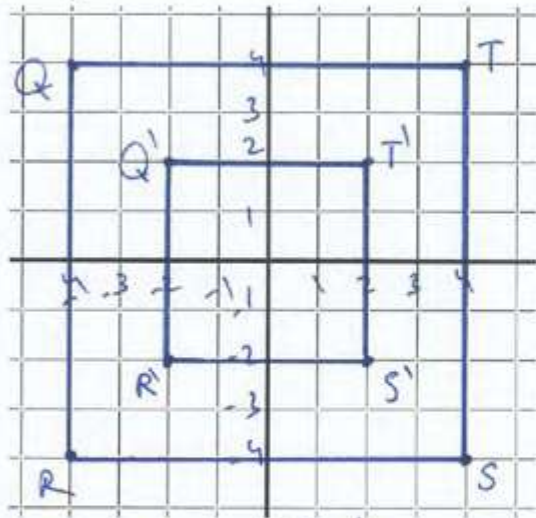
$$x = 8 - 6 = 2$$

تكبير



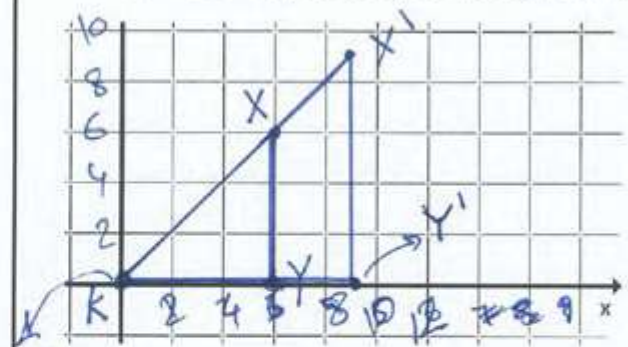
مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد  $k$  المحدد في كل من الأسئلة التالية:

$$k = \frac{1}{2} : Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4) \quad (6)$$



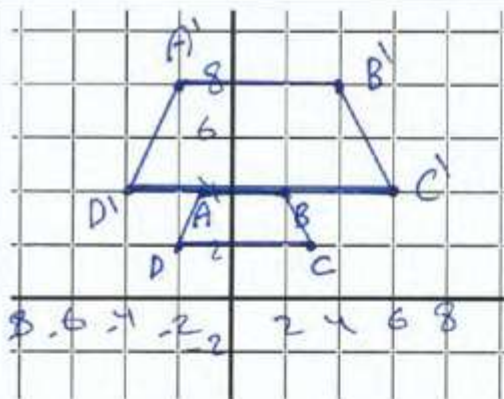
$$\begin{aligned} Q' &(-2, 2) \\ R' &(-2, -2) \\ S' &(2, -2) \\ T' &(2, 2) \end{aligned}$$

$$k = 1.5 : W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0) \quad (5)$$



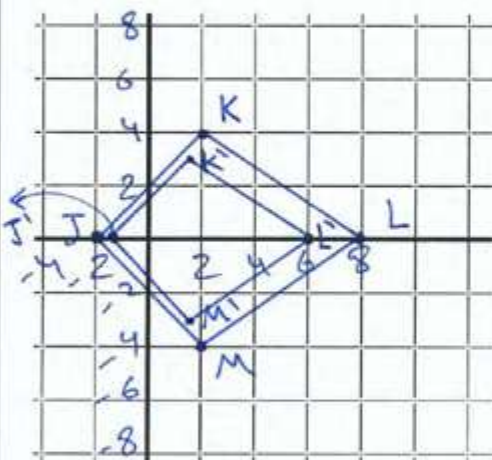
$$\begin{aligned} W' &(0, 0) \\ X' &(9, 9) \\ Y' &(9, 0) \end{aligned}$$

$$k = 2 : A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2) \quad (7)$$



$$\begin{aligned} A' &(-2, 8) \\ B' &(4, 8) \\ C' &(6, 4) \\ D' &(-4, 4) \end{aligned}$$

$$k = \frac{3}{4} : J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4) \quad (8)$$



$$\begin{aligned} J' &(-1.5, 0) \\ K' &(1.5, 3) \\ L' &(6, 0) \\ M' &(1.5, -3) \end{aligned}$$