أساسيات الرياضيات

إعداد المعلم
محمد حتاملة
٣٤٣٢
٠٧٨٨٠.

الفهرس

الأستاذ
محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

أساسيات العمليات الحسابية

١) الجمع والطرح :

أ) العددين لهم نفس الإشارة (نجمع العددان ونضع نفس الإشارة)

مثال ٧ + ٣ = ١٠ ، -٧ - ٣ = -١٠

-٧ + -٣ = -١٠

٢ + ٣ + ٥ = ١٠ ، -٢ - ٣ - ٥ = -١٠

ب) العددين مختلفين في الإشارة :

(نضع اشارة العدد الأكبر ، ونأخذ الفرق بين العددين)

مثال ١) ٤ - ٤ = صفر ٢) -٤ + ٤ = صفر

٣) -٧ + ٣ = -٤ ٤) ١٦ - ٧ = ٩

جـ) عدد موجب وعدد سالب والعملية طرح

مثال ١) ٤ - (-٤) = ٤ + ٤ = ٨ ((-)(-)) = +

٢) ٨ - (-٧) = ٨ + ٧ = ١٥ (تصبح فرع أ)

د) عددان سالبان والعملية طرح :

مثال ١) -٤ - (-٤) = -٤ + ٤ = صفر (تصبح فرع ب)

٢) -٩ - (-٧) = -٩ + ٧ = -٢

تلخيص الحالات :

١) ٨ + ٨ = ١٦ ٥) ٨ - (-٨) = ٨ + ٨ = ١٦

٢) -٨ - ٨ = -١٦

٣) -٨ + ٨ = صفر ٦) -٨ - (-٨) = -٨ + ٨ = صفر

٤) ٨ - ٨ = صفر

٢- الضرب والقسمة:

(قاعدة ضرب وقسمة الإشارات)

❀ الإشارات متشابهة

إذا كانت الإشارة موجبة يكون ناتج الضرب والقسمة موجب

(+) × (+) = +

(+) × (+) × (+) = +

(+) ÷ (+) = +

مثال ٢ × ٢ = ٤

مثال ٢ × ٢ × ٢ = ٨

مثال ٤ ÷ ٢ = ٢

إذا كانت الإشارة سالبة

عدد الإشارات زوجي يكون الناتج موجب

(−) × (−) = +

(−) ÷ (−) = +

مثال (−٢) × (−٢) = ٤

مثال (−٥) ÷ (−٥) = ١

عدد الإشارات فردي يكون الجواب سالب

(−) × (−) × (−) = −

مثال

(−٦) ÷ (−٣) ÷ (−٢)

٢ ÷ (−٢) = −١

❀ الإشارات مختلفة

- في حالة ضرب عددين فقط يكون الناتج إشارة سالبة
- في حالة قسمة عددين فقط يكون الناتج إشارة سالبة

(+) × (−) = − ، (+) ÷ (−) = −

مثال ① ٥ × (−٢) = −١٠

② −٦ ÷ (٢) = −٣

- في حالة ضرب أو قسمة أكثر من عددين

١- إذا كانت عدد الإشارات السالبة فردي يكون الناتج سالب.

٢- إذا كانت عدد الإشارات السالبة زوجي يكون الناتج موجب.

أولويات العمليات الحسابية

الجزء الأول (فقط للجمع والطرح والضرب والقسمة)

- نبدأ من اليمين الضرب أو القسمة من يكون بالأول
- ثم الجمع والطرح من يكون بالأول.

مثال ①

٨ ÷ ٤ × ٣ + ٥ − ٢

(٨ ÷ ٤) × ٣ + ٥ − ٢

٢ × ٣ + ٥ − ٢

٦ + ٥ − ٢

١١ − ٢ = ٩

في هذا المثال نبدأ من القسمة ثم الضرب ثم الجمع ثم الطرح

مثال ②

١٦ + ٢ × ٥ + ٤ ÷ ٢

١٦ + (٢ × ٥) + ٤ ÷ ٢

١٦ + ١٠ + ٤ ÷ ٢

١٦ + ١٠ + ٢ = ٢٨

- ضرب
- قسمة
- جمع

مثال ③

−٨ + (−٤) × (−٣) ÷ (−٦) − ٢

−٨ + ١٢ ÷ (−٦) − ٢

−٨ + (−٢) − ٢

−١٠ − ٢ = −١٢

- ضرب
- قسمة
- جمع

محمد حناملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢٤

مثال ④

−٤ × (−٢) × (−٣) ÷ (−١٢) + (−٥) − (−١)

+٨ × (−٣) ÷ (−١٢) + (−٥) − (−١)

−٢٤ ÷ (−١٢) + (−٥) − (−١)

٢ + (−٥) − (−١)

−٣ − (−١) = −٣ + ١ = −٢

الكسور (النسب)

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

أ ← بسط (مقدم النسبة)

ب ← مقام (تالي النسبة)

الكسر الفعلي: هو كسر بسطه أصغر من مقامه مثل $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{٩}$

الكسر غير الفعلي: هو كسر بسطه أكبر من مقامه مثل $\frac{٨}{٥}$ ، $\frac{١٤}{٩}$

الكسور

- **عدد كسري** (كسر غير فعلي) يتكون من عدد صحيح وكسر فعلي
  - **مثال**: $١\frac{٢}{٣}$ ، $٢\frac{٥}{٧}$
- **كسر عادي**
  - كسر غير فعلي: $\frac{٢}{١}$ ، $\frac{٣}{٢}$
  - عدد صحيح مقامه (١): $\frac{٣}{١}$
  - كسر فعلي: $\frac{١}{٢}$
- **كسر عشري**: هو نسبة تاليها
  - ⊙ مئة
  - ⊙ عشرة
  - $\frac{٣}{١٠٠}$ ← ٣٪ ، $\frac{٣٠}{١٠٠}$ ، $\frac{٣}{١٠}$ ← ٣٠٪

العدد الصحيح: هو كسر مقامه واحد

مثال: ٢ ← $\frac{٢}{١}$ ، $-٥ = \frac{-٥}{١}$ ، $٢٥٠ = \frac{٢٥٠}{١}$

⊙ تحويل العدد الكسري إلى كسر

$$\text{ع}\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \leftarrow \frac{\text{ب} \times \text{ع} + \text{أ}}{\text{ب}}$$

مثال $٣\frac{٤}{٥} \leftarrow \frac{(٥\times٣) + ٤}{٥} = \frac{(١٥+٤)}{٥} = \frac{١٩}{٥}$

مثال $٦\frac{٧}{٨} \leftarrow \frac{(٨\times٦) + ٧}{٨} = \frac{(٤٨+٧)}{٨} = \frac{٥٥}{٨}$

عند إجراء العمليات الحسابية للكسور سوف نناقش الحالات التالية :

٥

كسر: كسر ، عدد كسري ، كسر عشري ، عدد صحيح

عدد كسري: عدد كسري ، عدد صحيح ، كسر عشري

كسر عشري: عدد صحيح ، كسر عشري

١- الجمع والطرح (المقام لا يجمع ولا يطرح)

- كسر مع كسر

◈ (إذا كانت المقامات متساوية (نجمع ونطرح البسط ، المقام كما هو)

مثال $\frac{٣}{٥}+\frac{١}{٥}=\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٦}-\frac{٢}{٦}=\frac{٠}{٦}=٠$

◈ (إذا كانت المقامات غير متساوية) (لجميع الحالات السابقة)

- اذا كان عدد كسري نحوله الى كسر
- اذا كان عدد صحيح نحوله الى كسر بوضع بالمقام واحد

ثم نبدأ بعملية توحيد المقامات وهي كالتالي :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \pm \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{(\text{أ} \times \text{د}) \pm (\text{ب} \times \text{جـ})}{\text{ب} \times \text{د}}$$

أمثلة :

أ) $\frac{٢}{٥}+\frac{٣}{٤}$

$=\frac{(٢\times٤)+(٣\times٥)}{(٥\times٤)}=\frac{٨+١٥}{٢٠}=\frac{٢٣}{٢٠}$

ب) $\frac{٣}{٧}+٢\frac{١}{٤}$

$\frac{٣}{٧}+\frac{(٤\times٢)+١}{٤}$ تحويل الى كسر

$\frac{٣}{٧}+\frac{٩}{٤}=\frac{(٣\times٤)+(٩\times٧)}{(٧\times٤)}=\frac{٧٥}{٢٨}$

جـ) $\frac{١}{٥}+\frac{١٣}{١٠٠}$

$=\frac{(١\times١٠٠)+(١٣\times٥)}{(٥\times١٠٠)}$

$=\frac{١٠٠+٦٥}{٥٠٠}=\frac{١٦٥}{٥٠٠}$

د) $\frac{٤}{٩}+٢$

$=\frac{٤}{٩}+\frac{٢}{١}=\frac{(٤\times١)+(٢\times٩)}{٩\times١}$

$=\frac{٤+١٨}{٩}=\frac{٢٢}{٩}$

هـ) $٢\frac{٤}{٦} - ١\frac{٢}{٥}$

$= \frac{(٦\times٢)+٤}{٦} - \frac{(٥\times١)+٢}{٥} = \frac{١٦}{٦} - \frac{٧}{٥}$

$= \frac{١٦\times٥ \;-\; ٦\times٧}{٦\times٥} = \frac{٨٠-٤٢}{٣٠} = \frac{٣٨}{٣٠}$

و) $٣\frac{٥}{٦} + ٢ = ٣\frac{٥}{٦} + \frac{٢}{١} = \frac{٢٣}{٦} + \frac{٢}{١} = \frac{(٢٣\times١)+(٦\times٢)}{٦} = \frac{٣٥}{٦}$

أو $٣\frac{٥}{٦} + ٢ = ٥\frac{٥}{٦} = \frac{٣٥}{٦}$

ز) $٤\frac{١}{٣} + \frac{٤}{١٠} = \frac{(٣\times٤)+١}{٣} + \frac{٤}{١٠} = \frac{١٣}{٣} + \frac{٤}{١٠}$

$= \frac{(١٣\times١٠)+(٤\times٣)}{٣\times١٠} = \frac{١٤٢}{٣٠}$

ح) $\frac{١٤}{١٠٠} - ٣ = \frac{١٤}{١٠٠} - \frac{٣}{١} = \frac{(١٤\times١)-(٣\times١٠٠)}{١\times١٠٠} = \frac{١٤-٣٠٠}{١٠٠} = \frac{-٢٨٦}{١٠٠}$

ط) $\frac{٣٥}{١٠٠} + \frac{١٤}{١٠} = \frac{٣٥}{١٠٠} + \frac{١٤\times١٠}{١٠\times١٠} = \frac{٣٥}{١٠٠} + \frac{١٤٠}{١٠٠} = \frac{١٧٥}{١٠٠}$

ي) $\frac{٧}{١٠} - \frac{٩٣}{١٠٠} = \frac{١٠\times٧}{١٠\times١٠} - \frac{٩٣}{١٠٠} = \frac{٧٠-٩٣}{١٠٠} = \frac{-٢٣}{١٠٠}$

الضرب : (لا نحتاج الى توحيد مقامات)

نضرب البسط بالبسط
نضرب المقام بالمقام
(بعد تحويلهم الى كسور)

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$$

أمثلة

① $\frac{٢}{٣} \times \frac{-٥}{٦} = \frac{٢ \times (-٥)}{٣ \times ٦} = \frac{-١٠}{١٨}$

② $\frac{٤}{٥} \times ٢\frac{١}{٣} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٧}{٣} = \frac{٤ \times ٧}{٥ \times ٣} = \frac{٢٨}{١٥}$

③ $\frac{٧}{٩} \times \frac{٢}{١٠} = \frac{٧ \times ٢}{٩ \times ١٠} = \frac{١٤}{٩٠}$

④ $\frac{٤}{٦} \times ٣ = \frac{٤}{٦} \times \frac{٣}{١} = \frac{١٢}{٦} = ٢$

⑤ $٢\frac{١}{٣} \times ٤\frac{٢}{٥} = \frac{٧}{٣} \times \frac{٢٢}{٥} = \frac{١٥٤}{١٥}$

⑥ $٥\frac{٢}{٣} \times ٦ = \frac{١٧}{٣} \times \frac{٦}{١} = \frac{١٠٢}{٣}$

⑦ $-٣\frac{١}{٤} \times \frac{١٢}{١٠٠} = \frac{-١٣}{\cancel{٤}^{\,١}} \times \frac{\cancel{١٢}^{\,٣}}{١٠٠} = \frac{-٣٩}{١٠٠}$

⑧ $\frac{٣٥}{١٠٠} \times (-٣) = \frac{٣٥}{١٠٠} \times \frac{-٣}{١} = \frac{-١٠٥}{١٠٠} = \frac{-٢١}{٢٠}$

⑨ $\frac{٢٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٠} = \frac{٢٥ \times ٣}{١٠٠ \times ١٠} = \frac{٧٥}{١٠٠٠}$

القسمة : تحوّل القسمة الى ضرب

(ضرب البسط بمقلوب المقام) والسبب بقلب المقام بالمثال التالي

مثال

$\frac{٢}{٣} \div \frac{٤}{٥}$

$$\frac{\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}}{\frac{\cancel{٤}}{\cancel{٥}} \times \frac{\cancel{٥}}{\cancel{٤}}} = \frac{\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}}{١ \times ١} = \frac{٢ \times ٥}{٣ \times ٤} = \frac{١٠}{١٢}$$

وهو جعل المقام واحد

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ}$$

عند وجود عدد كسري أو عدد صحيح يتم تحويله الى كسر ثم نطبق على القاعدة.

أمثلة :

① $\frac{-٢}{٥} \div \frac{٧}{٦} = \frac{-٢}{٥} \times \frac{٦}{٧} = \frac{-١٢}{٣٥}$

② $٢\frac{٤}{٥} \div ٣\frac{١}{٧} = \frac{١٤}{٥} \div \frac{٢٢}{٧} = \frac{\cancel{١٤}^{٧}}{٥} \times \frac{٧}{\cancel{٢٢}_{١١}} = \frac{٤٩}{٥٥}$

③ $٣ \div \frac{٤}{٥} = \frac{٣}{١} \times \frac{٥}{٤} = \frac{١٥}{٤}$

④ $١ \div \frac{٤}{٧} = \frac{١}{١} \times \frac{٧}{٤} = \frac{٧}{٤}$

⑤ $\frac{٧}{٥} \div \frac{٣٥}{١٠٠} = \frac{\cancel{٧}^{١}}{٥} \times \frac{١٠٠}{\cancel{٣٥}_{٥}} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

⑥ $٢\frac{٥}{٦} \div ١ = ٢\frac{٥}{٦}$

⑦ $\frac{١٥}{١٠٠} \div \frac{١٧}{١٠٠} = \frac{١٥}{\cancel{١٠٠}_{١}} \times \frac{\cancel{١٠٠}^{١}}{١٧} = \frac{١٥}{١٧}$

الكسور العشرية :

هي كسور مقامها ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ أو ....

• وتكتب أيضاً باستخدام الفاصلة العشرية على النحو التالي

٤/١٠ = ٠و٤ ، ١٢/١٠٠ = ٠و١٢ ، ١٣/١٠٠٠ = ٠و٠١٣

الكسور العشرية تحول الى كسور عادية وذلك بوضع أصفار على يمين الواحد في المقام بعدد المنازل على يمين الفاصلة.

٧/١٠ = ٠و٧ ، ٥و٤٤ = ٥٤٤/١٠٠

ملاحظة : ٠و٦ = ٠و٦٠ = ٠و٦٠٠ = ٠و٦٠٠٠

تحويل الكسر العادي الى كسر عشري

① اذا كانت المقامات ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٩ نقسم قسمة طويلة.

② اذا كان المقام ١ نضرب البسط والمقام ب ١٠٠

اذا كان المقام ٢ نضرب البسط والمقام ب ٥٠

اذا كان المقام ٤ نضرب البسط والمقام ب ٢٥

اذا كان المقام ٥ نضرب البسط والمقام ب ٢٠

اذا كان المقام ٨ نضرب البسط والمقام ب ١٢٥

مثال : حول الكسور العادية الى كسور عشرية :-

① ١/٣ ⇐

٠و٣٣
٣ ⟌ ١٠
٩
١٠
٩
١ دوري

١/٣ = ٠و٣̅

② $\frac{٢٥}{٦}$ ⇐ ٤,١٦̄

$$\begin{array}{r|l} & ٤,١٦٦ \\ ٦ & ٢٥ \\ & -٢٤ \\ & ٠١٠ \\ & -٦ \\ & ٤٠ \\ & -٣٦ \\ & ٤٠ \\ & -٣٦ \\ & ٤ \end{array}$$

دوري

③ ٢ ← $\frac{٢ \times ١٠٠}{١ \times ١٠٠} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} =$ ٢٠٠٪

④ $\frac{١}{٢}$ ← $\frac{١ \times ٥٠}{٢ \times ٥٠} = \frac{٥٠}{١٠٠} =$ ٠,٥٠ = ٥٠٪

⑤ $\frac{٣}{٤}$ ← $\frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} =$ ٠,٧٥ = ٧٥٪

⑥ $\frac{١}{٥}$ ← $\frac{١ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{٢٠}{١٠٠} =$ ٠,٢٠ = ٢٠٪

⑦ $\frac{٣}{٨}$ ← $\frac{٣ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥} = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠} =$ ٠,٣٧٥

- العدد العشري : هو عدد مكون من عدد صحيح وجزء عشري

مثال : ١٢,٢٥١

- عند جمع أو طرح الأعداد العشرية نجمع أو نطرح الأعداد ذات المنازل المتشابهة.

مثال

١٥,٠٦ + ٥٦,٥

= ١٥,٠٦ + ٥٦,٥٠ = ٧١,٥٦

مثال

١٣,٧٤ − ٩,١٣ = ٤,٦١

• في حالة ضرب العدد العشري في قوى العدد ١٠
تحرك الفاصلة العشرية جهة اليمين عدداً من المنازل = عدد الأصفار .

مثال ٢٤,٤٥ × ١٠ = ٢٤٤,٥

مثال ٥,٠٧٣ × ١٠٠ = ٥٠٧,٣

• في حالة قسمة العدد العشري على قوى العدد ١٠
تحرك الفاصلة العشرية جهة اليسار عدداً من المنازل = عدد الأصفار .

مثال ٢٣,٤٥ ÷ ١٠ = ٢,٣٤٥

مثال ٥,٠٧٣ ÷ ١٠٠ = ٠,٠٥٠٧٣

الصيغة العلمية للعدد.

يمكن كتابة الأعداد الكبيرة بصيغة علمية كما يلي :

عدد ∈ [١، ١٠) × ١٠ ^ (+عدد المنازل التي تحركتها الفاصلة جهة اليسار)

مثال ٢٤٥ ٦٠٠ ... = ٢,٤٥٦ × ١٠ ^٨

مثال ٣٧٦٥٤٢١, = ٣,٧٦٥٤٢١ × ١٠ ^٦

• يمكن كتابة الأعداد الصغيرة بصيغة علمية كما يلي

عدد ∈ [١، ١٠) × ١٠ ^ (−عدد المنازل التي تحركتها الفاصلة جهة اليمين)

مثال ٠,٠٠ ... ٤٦٧ = ٤,٦٧ × ١٠ ^-٦

تحويل الكسر الى نسبة مئوية بشكل عام

وذلك بضربه في ١٠٠٪

مثال ① $\frac{٣}{٤} \Rightarrow \frac{٣}{٤} \times ١٠٠\% = \frac{٣٠٠}{٤}\% = ٧٥\%$

② $\frac{١}{٢} \Rightarrow \frac{١}{٢} \times ١٠٠\% = \frac{١٠٠}{٢}\% = ٥٠\%$

③ $\frac{٣}{٨} \times ١٠٠\% = \frac{٣٠٠}{٨}\% = ٣٧,٥\%$

الكسور المتكافئة : (الكسور المتساوية) لها نفس القيمة

- كل كسر له عدد لا نهائي من الكسور المتكافئة وذلك بضرب البسط والمقام بنفس العدد وكذلك القسمة .

مثال : $\frac{٣}{٥} \leftarrow \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{٣ \times ٤}{٥ \times ٤} = \frac{١٢}{٢٠}$ ، .....

أمثلة على الكسور المتكافئة :

الكسر العادي	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{١}{٨}$
الكسر العشري	٠,٥	$٠,\overline{٣}$	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,١٢٥
النسبة المئوية	٥٠٪	٣٣,٣٪	٢٥٪	٧٥٪	١٢,٥٪

مثال $\frac{٤ \div ٢}{٢٨ \div ٢} = \frac{٢ \div ٢}{١٤ \div ٢} = \frac{١}{٧}$

$\frac{٤}{٢٨}$ ، $\frac{٢}{١٤}$ ، $\frac{١}{٧}$ هي كسور متكافئة

عند قسمة البسط على المقام يكون نفس الناتج (القيمة) لكل الكسور

التناسب :

هو تكافؤ وتعادل نسبتين ويمكن كتابة المقدارين المتناسبين على صورة كسرين متكافئين.

وعند تبسيطهما يتم الحصول على نسبتين متساويتين

أي أن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ وتسمى تناسب إذا كان

$أ \times د = ب \times جـ$

مثال يستخدم التناسب لإيجاد قيمة س

إذا كان $\frac{٢}{٥} = \frac{س}{٢٠}$ فإن $٢ \times ٢٠ = ٥ \times س$

$٤٠ = ٥ س$

$٨ = س$

المقارنة بين الكسور (يوجد ثلاث حالات)

محمد حمامة ٠١٢٨٨٠٣٤٣٢

- إذا كان الكسران لهما نفس المقام.

يكون الكسر الذي له البسط الأكبر هو الكسر الأكبر

مثال $\frac{٣}{٧} > \frac{١}{٧}$ **مثال** $\frac{٥}{٩} > \frac{٣}{٩}$

- إذا كان الكسران لهما نفس البسط.

الكسر الذي له المقام الأكبر يكون هو الكسر الأصغر

مثال $\frac{٥}{٨} > \frac{٥}{٩}$ **مثال** $\frac{٧}{١٢} < \frac{٧}{٩}$

- إذا كان مقامي الكسرين مختلفين، والبسطين مختلفين.

نوحد المقامات ونقارن بين بسطيهما، كما في الحالة الأولى

مثال $\frac{٢}{٥} \bigcirc \frac{٣}{٩}$

$\frac{٢ \times ٩}{٥ \times ٩} \bigcirc \frac{٣ \times ٥}{٩ \times ٥}$

$\frac{١٨}{٤٥} > \frac{١٥}{٤٥}$

الأسس (القوى)

معنى الأس (القوى): هو تكرار العدد مضروباً في نفسه.

مثال: $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = (٢)^{٤} = ١٦$

$٤ \leftarrow$ أس

$٢ \leftarrow$ أساس

القاعدة بشكل عام

$س^{ن} = س \times س \times س \times \dots$ ن من المرات

حيث س (الأساس) ، ن : الأس

قواعد الأسس:

① $(س)^{٠} = ١$ ، $س \neq ٠$ (أي عدد أسه صفر = ١)

مثال $(\frac{١}{٢})^{٠} = ١$ ، $(١٠٠)^{٠} = ١$ ، $(\sqrt{٣٥})^{٠} = ١$

② $(س)^{١} = س$ (أي مقدار أسه واحد يبقى نفس المقدار)

مثال $(٥)^{١} = ٥$ ، $(١٠٠٠)^{١} = ١٠٠٠$ ، $(\frac{١}{٢})^{١} = \frac{١}{٢}$

③ $(س)^{٢} = (س)(س)$ (مربع العدد أو المقدار)

مثال $(-٢)^{٢} = (-٢)(-٢) = ٤$ ، $(\frac{١}{٢})^{٢} = (\frac{١}{٢})(\frac{١}{٢}) = \frac{١}{٤}$

④ $(س)^{٣} = (س)(س)(س)$ (مكعب العدد أو المقدار)

مثال $(-٢)^{٣} = (-٢)(-٢)(-٢) = -٨$ ، $(\frac{١}{٣})^{٣} = (\frac{١}{٣})(\frac{١}{٣})(\frac{١}{٣}) = \frac{١}{٢٧}$

⑤ $(س^{ن})^{ل} = (س^{ل})^{ن} = س^{ن \times ل}$

مثال $(٢^{٣})^{٤} = ٢^{٣ \times ٤} = (٢)^{١٢}$

⑥ $س^{ن} \times س^{ل} = س^{ن+ل}$ (إذا كانت الأساسات متساوية نجمع الأسس)

مثال $٢^{٤} \times ٢^{٣} = ٢^{٤+٣} = ٢^{٧}$

في حالة الضرب نجمع الأسس

٧) $\dfrac{\text{س}^{\text{م}}}{\text{س}^{\text{ل}}} = \text{س}^{\text{م}-\text{ل}}$ (إذا كانت الأساسات متساوية نطرح الأسس)

مثال $\dfrac{٢^{٤}}{٢^{٣}} = ٢^{٤-٣} = ٢^{١} = ٢$

---

٨) $\text{أ}^{-\text{ن}} = \dfrac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}}$ ، $\dfrac{١}{\text{أ}^{(-\text{ن})}} = \text{أ}^{\text{ن}}$ (نحول الأس السالب الى موجب)

مثال $٢^{-٣} = \dfrac{١}{٢^{٣}} = \dfrac{١}{٨}$ ، $\dfrac{٥}{٢^{-٣}} = ٥ \times ٢^{٣} = ٥ \times ٨ = ٤٠$

$\boxed{\text{الأس السالب هو كسر}}$

---

٩) $\left(\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \dfrac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$ (يوزع الأس على البسط والمقام)

مثال $\left(\dfrac{٤}{٥}\right)^{٢} = \dfrac{٤^{٢}}{٥^{٢}} = \dfrac{١٦}{٢٥}$

---

١٠) $\left(\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{-\text{ن}} = \left(\dfrac{\text{ب}}{\text{أ}}\right)^{\text{ن}} = \dfrac{\text{ب}^{\text{ن}}}{\text{أ}^{\text{ن}}}$

مثال: $\left(\dfrac{٥}{٦}\right)^{-٢} = \left(\dfrac{٦}{٥}\right)^{٢} = \dfrac{٦^{٢}}{٢٥}$

---

١١) $(\text{أ} \times \text{ب})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{ن}} \times \text{ب}^{\text{ن}}$ (يوزع الأس)

مثال $(٢\text{س})^{٣} = ٢^{٣} \times \text{س}^{٣} = ٨\,\text{س}^{٣}$

---

١٢) $(\text{أ} \times \text{ب})^{-\text{ن}} = \dfrac{١}{(\text{أ} \times \text{ب})^{\text{ن}}} = \dfrac{١}{\text{أ}^{\text{ن}} \times \text{ب}^{\text{ن}}}$

ملاحظة: الأس لا يوزع على عملية الجمع أو الطرح

مثال $(\text{أ}+\text{ب})^{\text{ن}} \neq \text{أ}^{\text{ن}} + \text{ب}^{\text{ن}}$

$(\text{أ}-\text{ب})^{\text{ن}} \neq \text{أ}^{\text{ن}} - \text{ب}^{\text{ن}}$

⑬ $(\text{عدد سالب})^{\text{عدد فردي}} = \text{عدد سالب}$

مثال $(-٢)^{٣} = -٨$

---

⑭ $(\text{عدد سالب})^{\text{عدد زوجي}} = \text{عدد موجب}$

مثال $(-٢)^{٤} = (-٢)(-٢)(-٢)(-٢) = +١٦$

---

⑮ إذا كان $أ^{س} = أ^{ص}$ ، فإن س = ص (فقط عندما تتساوى الأساس)

مثال إذا كان $(٢)^{٥} = (٢)^{س}$ ⇐ س = ٥

المعلم محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

---

⑯ إذا كان $س^{ن} = أ^{ن}$ ، ن ، أ ≠ صفر

إذا كان ن فردي
فإن
$س = أ$

مثال $س^{٣} = ٢^{٣}$
$س = ٢$

إذا كان ن زوجي
فإن
$س = \pm أ$

مثال $س^{٢} = ٣^{٢}$
$س = \pm ٣$

---

⑰ إذا كان $أ^{س} = ب^{س}$ ⇐ س = صفر

مثال $٥^{س} = ٣^{س}$ ⇐ س = صفر فقط

والسبب $٥^{٠} = ١$ ، $٣^{٠} = ١$ ⇐ ١ = ١

مثال $٣^{س-١} = ٥^{س-١}$ (نساوي الأس بالصفر)

س - ١ = صفر ⟵ س = ١

أخطاء شائعة

① ضرب الأساس بالأس

$(٢)^{٣} \neq ٢ \times ٣ = ٦$ ، وإنما $(٢)^{٣} = (٢)(٢)(٢) = ٨$

② $-٢^{٢} \neq (-٢)^{٢} = ٤$ ، وإنما $-٢^{٢} = -(٢)(٢) = -٤$ (التربيع للعدد)

③ $(\text{س}^{٣})^{٢} = \text{س}^{٥}$ خطأ ، والصواب $(\text{س}^{٣})^{٢} = \text{س}^{٣ \times ٢} = \text{س}^{٦}$

④ $\text{س} \times \text{س} = ٢\text{س}$ خطأ ، والصواب $\text{س} \times \text{س} = \text{س}^{٢}$

⑤ $\text{س} + \text{س} = \text{س}^{٢}$ خطأ ، والصواب $\text{س} + \text{س} = ٢\text{س}$

⑥ مربع $٣\text{س} = ٣\text{س}^{٢}$ خطأ ، والصواب $(٣\text{س})^{٢} = ٩\text{س}^{٢}$

⑦ $\text{س}^{٢} = ٩ \Leftarrow \text{س} = ٣$ خطأ ، والصواب $\text{س} = ٣$ ، $\text{س} = -٣$

⑧ $(\text{جا س})^{٢} \neq \text{جا س}^{٢}$ والصواب $\text{جا}^{٢}\text{س}$

المربع الكامل : هو حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه .

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
مربعه الكامل	٠	١	٤	٩	١٦	٢٥	٣٦	٤٩	٦٤	٨١	١٠٠

المكعب الكامل : هو حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه مرتان

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
مكعبه الكامل	٠	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	٧٢٩	١٠٠٠

ملاحظة : الأعداد صفر ، ١ ، ٦٤
هي مربعات كاملة
ومكعبات كاملة

الجذور

① الجذر التربيعي ورمزه $\sqrt{\ }$ أو $\sqrt[٢]{\ }$

الجذر التربيعي للعدد م هو ب إذا كان $ب^{٢} = م$

مثال $\sqrt{٢٥} = \mp ٥$ ، لأن $(٥)^{٢} = (٥)(٥) = ٢٥$

$(-٥)^{٢} = (-٥)(-٥) = ٢٥$

⊙ ليس للعدد السالب جذر تربيعي في مجموعة الأعداد الحقيقية ح

مثال $\sqrt{-٤} \notin ح$ (عدد غير حقيقي) $\notin$ لا ينتمي

⊙ الجذر التربيعي للعدد صفر هو صفر

كيفية إيجاد الجذور التربيعية:

① $\sqrt{١} = \mp ١$ ② $\sqrt{٤} = \pm ٢$ ③ $\sqrt{٩} = \pm ٣$

④ $\sqrt{١٦} = \mp ٤$ ⑤ $\sqrt{٢٥} = \pm ٥$ ⑥ $\sqrt{٣٦} = \mp ٦$

⑦ $\sqrt{٤٩} = \mp ٧$ ⑧ $\sqrt{٦٤} = \mp ٨$ ⑨ $\sqrt{٨١} = \mp ٩$

الجذور التربيعية للعدد الحقيقي م

هما جذران تربيعيان $\sqrt{م}$ ، $-\sqrt{م}$

---

② الجذر التكعيبي: رمزه $\sqrt[٣]{\ }$

الجذر التكعيبي للعدد م هو ب ، اذا كان $ب^{٣} = م$

مثال $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، لأن $(٢)^{٣} = ٨ = (٢)(٢)(٢) = ٨$

⊙ للعدد السالب جذر تكعيبي

مثال $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$ ، لأن $(-٢)^{٣} = (-٢)(-٢)(-٢) = -٨$

⊙ الجذر التكعيبي للرقم صفر هو صفر.

كيفية ايجاد الجذور التكعيبية.

① $\sqrt[٣]{١} = ١$ ، $\sqrt[٣]{-١} = -١$

② $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$

③ $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$ ، $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

④ $\sqrt[٣]{٦٤} = ٤$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

⑤ $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$ ، $\sqrt[٣]{-١٢٥} = -٥$

⑥ $\sqrt[٣]{٢١٦} = ٦$ ، $\sqrt[٣]{-٢١٦} = -٦$

قوانين الجذور

تنطبق على الجذور التربيعية والتكعيبية و .... والنونية.

◉ الجذور توزع في حالة الضرب والقسمة.

١- في حالة الضرب.

$\sqrt[\text{ن}]{\text{أ}\times\text{ب}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{أ}}\times\sqrt[\text{ن}]{\text{ب}}$ ، أ $\geq$ صفر ، ب $\geq$ صفر

إذا كانت ن زوجية.

مثال

١) $\sqrt{٢٥\times١٦} = \sqrt{٢٥}\times\sqrt{١٦} = ٥\times٤ = ٢٠$

٢) $\sqrt[٣]{١٢٥\times٦٤} = \sqrt[٣]{١٢٥}\times\sqrt[٣]{٦٤} = ٥\times٤ = ٢٠$

٣) $\sqrt{٢}\times\sqrt{٥}\times\sqrt{١٠} = \sqrt{٢\times٥\times١٠} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

٤) $\sqrt[٣]{٨}\times\sqrt[٣]{-٢٧}\times\sqrt[٣]{١٢٥} = ٢\times(-٣)\times٥ = -٣٠$

◉ في حالة كانت ن فردية فإن أ ، ب $\in$ ح.

٢- في حالة القسمة.

$\sqrt[\text{ن}]{\text{أ}} \div \sqrt[\text{ن}]{\text{ب}} = \sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}$ ◉ حيث أ $\geq$ صفر ، ب $>$ صفر

إذا كانت ن زوجية

◉ اذا كانت ن فردية

أ $\in$ ح ، ب $\in$ ح - {صفر}

مثال

① $\sqrt[٣]{٦٤} \div \sqrt{٩} = ٤ \div ٣ = \frac{٤}{٣}$

② $\sqrt[٣]{١٢٥} \div \sqrt[٣]{١٠٠٠} = ٥ \div ١٠ = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

③ $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{\sqrt[٣]{٨}} = \frac{٣}{٢}$

④ $\sqrt{\frac{١٤٤}{١٦٩}} = \frac{\sqrt{١٤٤}}{\sqrt{١٦٩}} = \frac{١٢}{١٣}$

⑤ $\frac{\sqrt{١٠٠}}{\sqrt[٣]{٧٢٩}} = \frac{١٠}{٩}$

في حالة الجمع والطرح

الجذور لا توزع عند إجراء عمليتي الجمع والطرح

- $\sqrt{\text{م}+\text{ب}} \neq \sqrt{\text{م}} + \sqrt{\text{ب}}$

مثال $\sqrt{٩+١٦} \neq \sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$

$\sqrt{٢٥} \neq ٣ + ٤$

$٥ \neq ٧$

خطأ شائع عند الطلاب

$\sqrt{٩+١٦} \neq ٣+٤$

$\neq ٧$

يأخذ الجذر التربيعي لكل عدد لوحده وينسى انه يوجد عملية جمع

- $\sqrt[٣]{\text{م}+\text{ب}} \neq \sqrt[٣]{\text{م}} + \sqrt[٣]{\text{ب}}$

- $\sqrt{\text{م}-\text{ب}} \neq \sqrt{\text{م}} - \sqrt{\text{ب}}$

مثال $\sqrt{٣٦-٢٥} \neq \sqrt{٣٦} - \sqrt{٢٥}$

$\sqrt{١١} \neq ٦ - ٥$

$\sqrt{١١} \neq ١$

- $\sqrt[٣]{\text{م}-\text{ب}} \neq \sqrt[٣]{\text{م}} - \sqrt[٣]{\text{ب}}$

متى يمكن جمع أو طرح الجذور ؟

فقط إذا كان الجذرين المراد جمعهم أو طرحهم جذرين تربيعيين أو جذرين تكعيبيين وأن يكون ما داخل الجذرين نفس العدد

مثال ① $\sqrt[٣]{٤} + ٧\sqrt[٣]{٤} = (١+٧)\sqrt[٣]{٤} = ٨\sqrt[٣]{٤}$

② $٥\sqrt{٦} - ٤\sqrt{٦} = (٥-٤)\sqrt{٦} = \sqrt{٦}$

لا يمكن الجمع في الحالات التالية :

① $٢\sqrt{١٣} + ٣\sqrt[٣]{١٣}$ (لأنهم جذر تربيعي وجذر تكعيبي)

② $\sqrt{١٥} + ٥\sqrt{١٣}$ (لأن ما داخل الجذور غير متساوي)

يمكن ضرب الجذور إذا كانت نفس النوع

مثال

١) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٢\times٣} = \sqrt{٦}$

٢) $\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} = ٧$ ($\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$)

٣) $\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٢٥} = \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

- لا يمكن ضرب الجذور إذا كان كل جذر من نوع مختلف

مثال $\sqrt{٢} \times \sqrt[٣]{٥}$ (أو تحويل الجذور الى قيمتهم كأعداد ثم ضربهم)

* قسمة الجذور نفس شروط ضرب الجذور

المعلم : محمود حتاملة [illegible]

تبسيط الجذور

لتبسيط الجذور نبحث عن عددين يكون أحدهما مربع كامل

مثال $\sqrt{١٨}$

$١٨ = ٣\times٦$
$= ٢\times٩$

$\sqrt{١٨} = \sqrt{٣\times٦}$ ليست ابسط صورة

$= \sqrt{٢\times٩} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٩} = ٣\sqrt{٢}$

$\sqrt{١٨} = ٣\sqrt{٢}$

مثال $\sqrt[٣]{٥٤}$ نبحث عن عددين يكون أحدهما مكعب كامل

$\sqrt[٣]{٥٤} = \sqrt[٣]{٢\times٢٧} = \sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٢٧}$

$= \sqrt[٣]{٢} \times ٣ = ٣\sqrt[٣]{٢}$

$\Leftarrow \sqrt[٣]{٥٤} = ٣\sqrt[٣]{٢}$

مثال

$\sqrt[٣]{٥٠٠} = \sqrt[٣]{٤\times١٢٥} = \sqrt[٣]{٤} \times \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥\sqrt[٣]{٤}$

مثال

$\sqrt{٧٥} = \sqrt{٢٥\times٣} = \sqrt{٢٥} \times \sqrt{٣}$

$= ٥\sqrt{٣}$

المقادير الجبرية والعمليات عليها

الحد الجبري

المعلم محمد حتاملة

- تعريف
- درجته
- حدود مختلفة
  - لا تجمع
  - لا تطرح
  - ضرب
  - قسمة
- حدود متشابهة
  - جمع
  - طرح
  - ضرب
  - قسمة

التعريف :

الحد الجبري : هو حاصل ضرب عدد بمتغير أو أكثر

امثلة :

① ٥س ص^{٢} ← المعامل ٥ ، القسم الرمزي س ص^{٢}

② -٨ م^{٣} ← المعامل -٨ ، القسم الرمزي م^{٣}

③ ٨ ← المعامل ٨ ، القسم الرمزي (صفر حرف)

④ ل ← المعامل ١ ، القسم الرمزي ل.

درجته : (درجة الحد الجبري)

هي مجموع أسس المتغير (القسم الرمزي)

امثلة :

① ٥س ص^{٢} ← درجته ← ١+٢ = ٣ ← (من الدرجة الثالثة)

② -٨ م^{٣} ← من الدرجة الثالثة

③ ٨ ← من الدرجة صفر

④ ل ← من الدرجة الأولى

حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

- **الحدود المختلفة (القسم الرمزي غير متساوي)**

أمثلة : ① ٥س ص ، س ص^{٢}

② ٨ ، ٧ل

③ ٣س^{٢} ، ٤س^{٢}ص

④ ع ، ع^{٢}

- الحدود المختلفة لا تجمع ولا تطرح ، لأن القسم الرمزي غير متساوي

• ضرب الحدود المختلفة

نضرب الأعداد ببعض والقسم الرمزي ببعض

مثال

① $٥ س^٢ ص \times (-٨ م^٣) = -٤٠ س^٢ ص م^٣$

② $٧ س ص^٢ \times ٣ س^٢ ص = ٢١ س^٣ ص^٣$

③ $٣ س^٢ \times ٤ س^٢ ص = ١٢ س^٤ ص$

④ $ع \times ع^٢ = ع^٣$

• قسمة الحدود المختلفة

مثال

① $\frac{٥ س^٢ ص}{-٨ م^٣} = \frac{-٥}{٨} \times \frac{س^٢ ص}{م^٣}$ (يبقى كما هو)

② $\frac{٧ س ص^٢}{٣ س^٢ ص} = \frac{٧ ص}{٣ س}$

③ $\frac{٣ س^٢}{٤ س^٢ ص} = \frac{٣}{٤ ص}$

④ $\frac{ع}{ع^٢} = \frac{١}{ع}$

• الحدود المتشابهة : (تحتوي نفس القسم الرمزي)

مثال

$\frac{-٥}{ص^٥ \sqrt{ع}}$ ، $\frac{ص^٥}{\sqrt{ع}}$ ، $\frac{٣ ع^{-\frac{١}{٢}}}{ص^٥}$ حدود متشابهة

$٣ س^٢ ص$ ، $-٤ ص س^٢$ ، $\frac{ص س^٢}{-٥}$ حدود متشابهة

$٥ س$ ، $٣ س$ ، $-\frac{١}{٢} س$ حدود متشابهة

- عند جمع أو طرح الحدود المتشابهة (نجمع أو نطرح المعامل ويبقى القسم الرمزي كما هو :-

أمثلة : ① $5\text{س} + 3\text{س} - (\frac{-1}{2}\text{س}) = (5+3+\frac{1}{2})\text{س}$

$= 8\frac{1}{2}\text{س}$

② $3\text{س}^2\text{ص} - 4\text{ص}\,\text{س}^2 + \frac{\text{ص}\,\text{س}^2}{-5}$

$= (3-4-\frac{1}{5})\,\text{س}^2\text{ص} = \frac{-6}{5}\text{س}^2\text{ص}$

③ $\frac{-5}{\text{ص}^5\sqrt{\text{ع}}} + \frac{\text{ص}^{-5}}{\sqrt{\text{ع}}} + \frac{3\text{ع}^{-\frac{1}{2}}}{\text{ص}^5} = (-5+1+3)\frac{\text{ص}^{-5}}{\sqrt{\text{ع}}}$

$= \frac{-\text{ص}^{-5}}{\sqrt{\text{ع}}}$

- ضرب وقسمة الحدود المتشابهة :-

مثال ① $2\text{س} \times 3\text{س} = 6\text{س}^2$	② $\frac{2\text{س}}{3\text{س}} = \frac{2}{3}$
③ $5\text{س}\,\text{ص} \times -2\text{س}\,\text{ص} = -10\text{س}^2\text{ص}^2$	④ $\frac{5\text{س}\,\text{ص}}{-2\text{س}\,\text{ص}} = \frac{5}{-2}$
⑤ $\text{س}\,\text{ص}\,\text{ع} \times \text{س}\,\text{ص}\,\text{ع} = \text{س}^2\text{ص}^2\text{ع}^2$	⑥ $\frac{\text{س}\,\text{ص}\,\text{ع}}{\text{س}\,\text{ص}\,\text{ع}} = 1$
⑦ $\frac{\text{س}}{\text{ل}} \times \frac{\text{س}}{\text{ل}} = \frac{\text{س}^2}{\text{ل}^2}$	⑧ $\frac{\text{س}}{\text{ل}} \div \frac{\text{س}}{\text{ل}} = 1$
⑨ $7\text{س} \times 3\text{س} \times -4\text{س} = -84\text{س}^3$	

- $7\text{س} + 2\text{س} \times 9\text{س} - 5\text{س}$

$= 7\text{س} + 18\text{س}^2 - 5\text{س}$

$= 18\text{س}^2 + 2\text{س}$

مقدار جبري

- التعريف
- الدرجة
- جمع ، طرح
  - مقدار ± مقدار
  - مقدار ± حد جبري
- ضرب
  - حد × مقدار
  - مقدار × مقدار
  - مربع المقدار
- قسمة
- كثير حدود
  - تحليل المقادير الجبرية

• التعريف : المقدار الجبري : يتكون من حاصل جمع أو طرح اكثر من حد جبري.

أمثلة ٢س + ٣ص − ٤ل ، ٦س^{٢} − ٧ص + ٨ع ل

• درجة المقدار الجبري.

هي أعلى درجة لحدود المقدار.

مثال ① ٢س + ٣ص − ٤ل ⇐ درجتها من الدرجة الأولى

② ٦س^{٢} − ٧ص + ٨ع ل ⇐ درجتها من الدرجة الثانية

• جمع وطرح المقادير الجبرية

① مقدار + مقدار

مثال: ① (٢س + ٧ص − ٢ل) + (٥س + ٨ص + ٤ل)

= ٢س + ٥س + ٧ص + ٨ص + −٢ل + ٤ل

= ٧س + ١٥ص + ٢ل

② (٢س + ٧ص − ٢ل) − (٥س + ٨ص + ٤ل)

= ٢س + ٧ص − ٢ل − ٥س − ٨ص − ٤ل

= ٢س − ٥س + ٧ص − ٨ص − ٢ل − ٤ل

= −٣س − ص − ٦ل

② مقدار ∓ حد

① (٢س^{٢} + ٧ص − ٨ل^{٢}) + ٨ع = ٢س^{٢} + ٧ص − ٨ل^{٢} + ٨ع

② (٨س ص + ٢ع ل − ل^{٤}) − ٤ل^{٤} = ٨س ص + ٢ع ل − ٥ل^{٤}

ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

- ضرب حد جبري في حد جبري.

١- نضرب معاملات الحدود معاً.

٢- نضرب القسم الرمزي معاً، وعند تساوي الأساس نجمع الأسس.

مثال ١) ٢س ص × ٤ س ص = ٨ س^{٢} ص^{٢}

٢) ٥ س ص × ٣ س^{٢} ص ع = (٥×١×٣) × س × س^{٢} × ص × ص × ع

= ١٥ س^{٣} ص^{٢} ع

٣) ٧ س ص × ٢ س ص × ع^{٣} = ١٤ س^{٢} ص^{٢} ع^{٣}

محمد حتاملة

قسمة حد جبري على حد جبري.

نقسم الإشارات ثم نقسم الأعداد ثم نقسم القسم الرمزي

مثال ١) -١٥ س^{٤} ص^{٤} ÷ ٣ س^{٣} ص^{٣}

$\frac{\text{-١٥ س}^{٤}\text{ ص}^{٤}}{\text{٣ س}^{٣}\text{ ص}^{٣}}$ = -٥ س ص

٢) ٥ س^{٢} ÷ ٥ س^{٢} = $\frac{\text{٥ س}^{٢}}{\text{٥ س}^{٢}}$ = ١

٣) ٧ س ص ÷ ٣ ع ل = $\frac{\text{٧ س ص}}{\text{٣ ع ل}}$ تبقى كما هي

- لا يجوز القسمة على صفر ($\frac{٧}{٠}$) كمية غير معرفة

مثال ١) ٩ س × (٢ ص + ٣ ع) = ٩ س × ٢ ص + ٩ س × ٣ ع

= ١٨ س ص + ٢٧ س ع

٢) م^{٢} (٥م + ٦ب) = م^{٢} × ٥م + م^{٢} × ٦ ب

= ٥م^{٣} + ٦م^{٢} ب

ضرب مقدار جبري في مقدار جبري

مثال ١)

(٢س + ٣) (٥س − ٢)

٢س (٥س − ٢) + ٣ (٥س − ٢)

١٠س^{٢} − ٤س + ١٥س − ٦ = ١٠س^{٢} + ١١س − ٦

---

٢)

(٣س + ٢ص) (٥س − ٣ب)

٣س (٥س − ٣ب) + ٢ص (٥س − ٣ب)

١٥س^{٢} − ٩س ب + ١٠س ص − ٦ب ص

المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

٣) (س − ٢)^{٢} = (س − ٢) (س − ٢)

مربع المقدار (ضرب المقدار بنفسه)

(س + ص)^{٢} = (س + ص) (س + ص)

= س (س + ص) + ص (س + ص)

= س^{٢} + س ص + س ص + ص^{٢}

= س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}

(س + ص)^{٢} = مربع الحد الأول + ٢ × الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

كثير الحدود: هو مقدار جبري جميع حدوده لها أس صحيح غير سالب.

مثال

١) ٢س$^{-٣}$ + س + ٩ ، ليست كثيرة حدود ، لأن الأس سالب

٢) −٣س$^{\frac{١}{٤}}$ + ٥س^{٢} − ٦س ، ليست كثيرة حدود ، لأن الأس غير صحيح

٣) ٥س^{٣} + ٧س^{٢} − ٣ ، كثيرة حدود

خريطة التحليل

- فرق بين مربعين
- مجموع مربعين
- فرق بين مكعبين
- مجموع مكعبين
- اخراج عامل مشترك
- مقدار ثلاثي بسيط
- مقدار ثلاثي غير بسيط
- مقدار ثلاثي على صورة مربع كامل
- التحليل بالتقسيم
- التحليل بإكمال المربع

◉ الفرق بين مربعين

$س^{٢} - م^{٢} = (س - م)(س + م)$

= (الجذر التربيعي - الجذر التربيعي) (الجذر التربيعي + الجذر التربيعي)

مثال

١) $س^{٢} - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$

٢) $٢٥ - س^{٢} = (٥ - س)(٥ + س)$

٣) $١٦م^{٢} - ع^{٢} = (٤م - ع)(٤م + ع)$

٤) $س^{٤} - ل^{٦} = (س^{٢} - ل^{٣})(س^{٢} + ل^{٣})$

٥) $١ - س^{٢} = (١ - س)(١ + س)$

٦) $س - ٩ = (\sqrt{س} - ٣)(\sqrt{س} + ٣)$

٧) $س - ٥ = (\sqrt{س} - \sqrt{٥})(\sqrt{س} + \sqrt{٥})$

٨) $(س + ٢)^{٢} - ٤ = ((س + ٢) - ٢)((س + ٢) + ٢)$

$= س(س + ٤)$

◉ مجموع مربعين (لا تحلل)

مثال $س^{٢} + ٩$ (مقدار أولي لا يحلل)

◉ الفرق بين مكعبين

$س^{٣} - م^{٣} = (س - م)(س^{٢} + م س + م^{٢})$

عكس

نفس

جذر تكعيبي للحد الأول

جذر تكعيبي للحد الثاني

دائما موجب

مثال

١) $س^{٣} - ٢٧ = (س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)$

حد أول

حد ثاني

مربع الحد الأول

الحد الأول ضرب الحد الثاني

مربع الحد الثاني

٢) $١٠٠٠ - ٦٤ س^{٣} ص^{٣}$
$= (١٠ - ٤ س ص)(١٠٠ + ٤٠ س ص + ١٦ س^{٢} ص^{٢})$

٣) $س - ٨ = (\sqrt[٣]{س} - ٢)((\sqrt[٣]{س})^{٢} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)$

٤) $-ص^{٣} - ١٢٥ = -(ص^{٣} + ١٢٥) = -(ص + ٥)(ص^{٢} - ٥ص + ٢٥)$

٥) $٢٧ - س^{٦} = (٣ - س^{٢})(٩ + ٣س^{٢} + س^{٤})$

• مجموع مكعبين

$$س^{٣} + م^{٣} = (س + م)(س^{٢} - م س + م^{٢})$$

مثال

١) $ص^{٣} + ع^{٣} = (ص + ع)(ص^{٢} - ص ع + ع^{٢})$

٢) $س^{٩} + ص^{٦} = (س^{٣} + ص^{٢})(س^{٦} - س^{٣} ص^{٢} + ص^{٤})$

٣) $س^{٢} + ٧ = (\sqrt[٣]{س^{٢}} + \sqrt[٣]{٧})((\sqrt[٣]{س^{٢}})^{٢} - \sqrt[٣]{٧}\sqrt[٣]{س^{٢}} + (\sqrt[٣]{٧})^{٢})$

• إخراج عامل مشترك

عامل مشترك
- عدد
- متغير
- عدد ومتغير معاً.

مثال

١) $٧س + ١٤ = ٧(س + ٢)$

٢) $س^{٢} + ٤س = س(س + ٤)$

٣) $٣س^{٢} - ٣س = ٣س(س - ١)$

٤) $٨س^{٥} + ٢٧س^{٢} = س^{٢}(٨س^{٣} + ٢٧)$
$= س^{٢}(٢س + ٣)(٤س^{٢} - ٦س + ٩)$

٥) $\frac{١}{٣}س^{٢} - ٣ = \frac{١}{٣}(س^{٢} - ٩) = \frac{١}{٣}(س - ٣)(س + ٣)$

٦) $س^{٧} - ٨س = س(س^{٦} - ٨) = س(س^{٢} - ٢)(س^{٤} + ٢س^{٢} + ٤)$

٧) $\frac{١}{٦}س - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٦}(س - ٣)$

تحليل ثلاثي الحدود

مقدار ثلاثي بسيط

الشكل العام أ س² ∓ ب س ∓ جـ = صفر

الحالة الأولى : أ س² + ب س + جـ = صفر (إشارات موجبة)

مثال س² + ٥ س + ٦ = صفر

الحل نفتح قوسين ونضع فيهم س مع إشارة موجبة

(س + ٢)(س + ٣) = صفر

نضع بالأقواس عددان حاصل ضربهم الحد الثابت ومجموعهم معامل س.

٦ = (٢)(٣) ⇐ ٢ + ٣ = ٥

الحالة الثانية

أ س² − ب س + جـ = صفر

معامل س سالب والحد الثابت موجب

مثال س² − ٥ س + ٦ = صفر

نفتح قوسين ونضع فيهم س مع إشارة سالبة

(س − ٢)(س − ٣) = صفر

للتأكد من الحل نضرب الأقواس ببعض لينتج المقدار الثلاثي.

الحالة الثالثة

أ س² ± ب س − جـ = صفر

مثال : ① س² + ٥ س − ٦ = صفر

نفتح قوسين ونضع فيهم س إشارة موجبة لقوس وسالبة لقوس آخر ونضع الرقم الأكبر بالتحليل مع إشارة معامل س

−٦ = −١ × ٦

= ١ × ٦

← −١ + ٦ = ٥

(س + ٦)(س − ١) = صفر

٦ موجب

−١ سالب

② س² − ٥ س + ٦ = صفر

(س − ٢)(س − ٣) = صفر

الحالة الرابعة:
إذا كان معامل س^{٢} سالب (نأخذ عامل مشترك)

مثال - س^{٢} + ٥ س + ٦ = صفر

الحل - (س^{٢} - ٥ س - ٦) = صفر

- (س - ٦)(س + ١) = صفر

س - ٦ = ٠ | س + ١ = ٠

س = ٦ | س = -١

الحالة الخامسة (تحليل مقدار ثلاثي على صورة مربع كامل)

مثال

١) س^{٢} + ٦ س + ٩ = (س + ٣)(س + ٣) = (س + ٣)^{٢}

٢) س^{٢} - ١٠ س + ٢٥ = (س - ٥)(س - ٥) = (س - ٥)^{٢}

٣) س^{٢} + ٢ س + ١ = (س + ١)(س + ١) = (س + ١)^{٢}

الحالة السادسة (تحليل مقدار ثلاثي غير بسيط) أ ≠ ١

مثال ١) ٢ س^{٢} + ٣ س + ١

المطلوب: عددان حاصل ضربهم معامل س^{٢} بالثابتة ومجموعهم معامل س.

٢ × ١ = ٢ **المطلوب**: عددان حاصل ضربهم ومجموعهم معامل س.

٢ × ١ = ٢ ⟸ ٢ + ١ = ٣ ⟸ نكتب معامل س على شكل جمع عددان

⟸ ٢ س^{٢} + (٢ + ١) س + ١

٢ س^{٢} + ٢ س + س + ١ (نأخذ عامل مشترك من كل حدين)

٢ س (س + ١) + (س + ١) نأخذ (س + ١) عامل مشترك

(س + ١)(٢ س + ١)

⟸ ٢ س^{٢} + ٣ س + ١ = (٢ س + ١)(س + ١)

٢) − ٣س^{٢} + ٧س + ٦

− ٣س^{٢} + (٩ − ٢)س + ٦

− ٣س^{٢} + ٩س − ٢س + ٦

− ٣س (س − ٣) − ٢ (س − ٣)

(س − ٣)(− ٣س − ٢)

عددان حاصل
ضربهم −٣ × ٦
ومجموعهم ٧

−١٨ = (−١)(١٨)

= (٢)(−٩)

= (−٢)(٩)

= ٩ + (−٢) = ٧

محمد مقابلة

---

٣) ١٥س^{٢} + ٧س − ٤

---

٤) ٣س^{٢} − ١٧س − ٦

---

٥) ٢٥س^{٢} − ٤٠س + ١٦ = (٥س − ٤)(٥س − ٤)

= (٥س − ٤)^{٢}

التحليل بالتقسيم :

طريقة التقسيم ⇐ المقدار

= أس + ب س + أ ص + ب ص

= (أس + ب س) + (أ ص + ب ص)

= س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب)(س + ص)

مثال (١) س^{3} − ٣س^{2} + ٩س − ٢٧

س^{2}(س − ٣) + ٩(س − ٣)

(س − ٣)(س^{2} + ٩)

يجب جعل معامل س متساوي في القوسين .

---

(٢) ٣س^{2} − ١٩س + ٦

٣س^{2} + (−١ − ١٨) س + ٦

٣س^{2} − ١٨س − س + ٦

٣س (س − ٦) − (س − ٦)

(٣س − ١) (س − ٦)

---

(٣) ١٥س^{2} + ٧س − ٤

التحليل بإكمال المربع

(نضيف ونطرح $\left(\frac{1}{2}\text{ معامل س}\right)^2$)

مثال س² + ٤س − ٥

الحل معامل س = ٤ ⟸ $\left(\frac{1}{2}\text{ معامل س}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \times ٤\right)^2 = (٢)^2 = ٤$

س² + ٤س + ٤ − ٥ − ٤

س² + ٤س + ٤ − ٩

(س + ٢)² − ٩

ونحول الى (س +)²

الطريقة العامة لحل مقدار ثلاثي

(باستخدام القانون العام)

القانون العام أس² + ب س + جـ

$$\text{س}_{1,2} = \frac{-\text{ب} \mp \sqrt{\text{المميز}}}{٢\text{أ}}$$

$$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب} + \sqrt{\text{المميز}}}{٢\text{أ}}$$

$$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب} - \sqrt{\text{المميز}}}{٢\text{أ}}$$

Δ = المميز = ب² − ٤أجـ

① $\Delta > ٠$ ، حلان مختلفان

② $\Delta = ٠$ ، حل مكرر

③ $\Delta < ٠$ ، ليس لها حل حقيقي

مثال ① س² + س + ٢

أ = ١ ، ب = ١ ، جـ = ٢ ⟸ Δ = المميز = (١)² − ٤(١)(٢)

= ١ − ٨ = −٧ < ٠

ليس لها حل ضمن مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

---

② س² + ٤س + ٤

أ = ١ ، ب = ٤ ، جـ = ٤

Δ = ب² − ٤أجـ

= (٤)² − ٤(١)(٤)

= ١٦ − ١٦ = ٠

$$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب} + \sqrt{\Delta}}{٢\text{أ}}$$

$$= \frac{-٤ + ٠}{٢} = -٢$$

س₂ = −٢ (لأنه حل مكرر)

٣) ٣س^2 + ١١س + ٦

أ = ٣ ، ب = ١١ ، جـ = ٦

Δ = المميز = ب^2 - ٤أجـ

= (١١)^2 - ٤(٣)(٦)

= ١٢١ - ٧٢

= ٤٩ > ٠

تحل ولها جذران مختلفان

س١ = $\frac{\text{-ب} + \sqrt{\text{المميز}}}{\text{٢أ}}$ = $\frac{-١١ + \sqrt{٤٩}}{٢(٣)}$ = $\frac{-١١ + ٧}{٦}$ = $\frac{-٤}{٦}$ = $\frac{-٢}{٣}$

س٢ = $\frac{\text{-ب} - \sqrt{\text{المميز}}}{\text{٢أ}}$ = $\frac{-١١ - \sqrt{٤٩}}{٢(٣)}$ = $\frac{-١١ - ٧}{٦}$ = $\frac{-١٨}{٦}$ = -٣

مفكوك القوس

الحالة الأولى : (المربع الكامل)

(س + أ)^2 = س^2 + ٢أس + أ^2

(س - أ)^2 = س^2 - ٢أس + أ^2

الفرق بينهم هو إشارة الحد الأوسط

مثال

١) (س + ٥)^2 = س^2 + ١٠س + ٢٥

٢) (س - ٥)^2 = س^2 - ١٠س + ٢٥

٣) (٢س + ٤)^2 = ٤س^2 + ١٦س + ١٦

٤) ٣(٣ - ٢س)^2 = ٣(٩ - ١٢س + ٤س^2) = ٢٧ - ٣٦س + ١٢س^2

٥) (-٦ + ٣ب)^2 = ٣٦ - ٣٦ب + ٩ب^2

الحالة الثانية : (المكعب الكامل)

(س + أ)^3 = س^3 + ٣أس^2 + ٣أ^{2}س + أ^3

(س - أ)^3 = س^3 - ٣أس^2 + ٣أ^{2}س - أ^3

مثال

١) (٢س + ١)^3 = ٨س^3 + ٦س + ١٢س^2 + ١

٢) (٢ - ٣س)^3 = ٨ - ٣٦س + ٥٤س^2 - ٢٧س^3

الحالة الثالثة :

١) س (س ∓ ب) = س^{٢} ∓ ب س (ضرب حد جبري بمقدار جبري)

٢) م (س ∓ ب) = م س ∓ م ب (م ، ب أعداد)

مثال

١) س (س + ٤) = س^{٢} + ٤ س

٢) ٥ (٢ س − ٦) = ١٠ س − ٣٠

الحالة الرابعة :

١) (م − ب)(م + ب) = م^{٢} − ب^{٢} (فرق بين مربعين)

٢) (م − ب) (م − ب) = (م − ب)^{٢}

مثال

١) (س − ٣)(س + ٣) = س^{٢} − ٩

٢) (س − ٣)(س − ٣) = (س − ٣)^{٢} = س^{٢} − ٦ س + ٩

الحالة الخامسة :

١) (م − ب)^{ن} (م + ب)^{ن} = (م^{٢} − ب^{٢})^{ن}

٢) (م ± ب)^{ن} (م ± ب)^{ل} = (م ± ب)$^{ن + ل}$

مثال

١) (س − ٣)^{٣} (س + ٣)^{٣} = (س^{٢} − (٣)^{٢})^{٣} = (س^{٢} − ٩)^{٣}

٢) ($\frac{١}{٢}$ + ٨ س)^{٦} ($\frac{١}{٢}$ + ٨ س)$^{-٨}$ = ($\frac{١}{٢}$ + ٨ س)$^{٦ - ٨}$ = ($\frac{١}{٢}$ + ٨ س)$^{-٢}$

= $\frac{١}{(\frac{١}{٢} + ٨ س)^{٢}}$

المتباينات

* إذا كان أ ، ب عددان

١) أصغر من ⇐ أ < ب ⇐ أ أصغر من ب ⇐ ٢ < ٥

٢) أصغر من أو يساوي ب ، أ ≤ ب ⇐ أ أصغر من أو يساوي ب ، ٢ ≤ ٢

٣) أكبر من ⇐ أ > ب ⇐ أ أكبر من ب ⇐ ٥ > ٢

٤) أكبر من أو يساوي ⇐ أ ≥ ب ⇐ أ أكبر من أو يساوي ب ⇐ ٥ ≥ ٥

مثال ١) س > ٢ ⇐ كل الأرقام التي أكبر من ٢

٢) س ≥ ٢ ⇐ الأرقام التي أكبر من أو تساوي ٢

٣) س < ٢ ⇐ كل الأرقام التي أقل من ٢

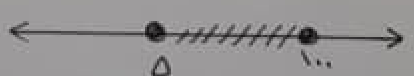
٤) س ≤ ٢ ⇐ كل الأرقام التي أقل من أو تساوي ٢

محمد عقاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

٥) -٣ < س < ٥

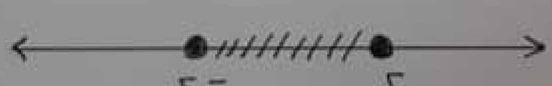
الأعداد المحصورة بين -٣ ، ٥

٦) ٥ ≤ س ≤ ١٠٠



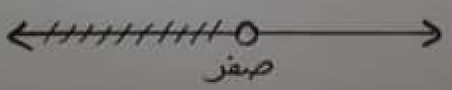
٧) س ≥ ٢ ، س ≤ -٢

٨) -٢ ≤ س ≤ ٢



٩) س ≥ صفر فترة موجبة

١٠) س < صفر فترة سالبة



• من أجل إيجاد حل للمتباينة يجب التعرف على الفترات

الفترات

المحدودة

- فترة مفتوحة ( )
- فترة مغلقة [ ]
- فترة نصف مفتوحة ونصف مغلقة { [ ) ، ( ]

غير المحدودة

- أ عدد
- س > أ
- س ≥ أ
- س < أ
- س ≤ أ

الفترات المحددة

١) الفترة المفتوحة : (أ ، ب) أ ، ب لا تنتمي للفترة

(أ ، ب) = { س : أ < س < ب }

حد أدنى   حد أعلى

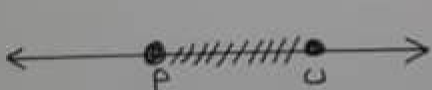
مثال (٢ ، ١٠) = { س : ٢ < س < ١٠ }

---

٢) الفترة المغلقة : [أ ، ب] أ ، ب تنتمي للفترة

[أ ، ب] = { س : أ ≤ س ≤ ب }

مثال [٢ ، ١٠] = { س : ٢ ≤ س ≤ ١٠ }

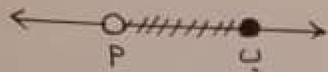


المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٣٤٣٢

الفترة نصف المفتوحة نصف مغلقة :

١) [أ ، ب) = {س : أ ≤ س < ب}

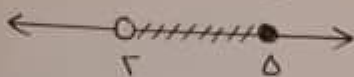
٢) (أ ، ب] = {س : أ < س ≤ ب}



مثال

[٢ ، ٥) = {س : ٢ ≤ س < ٥}

(٢ ، ٥] = {س : ٢ < س ≤ ٥}



الفترات غير المحددة : (عند ∞ ، -∞ نضع رمز الفترة المفتوحة)

١) (أ ، ∞) = {س : س > أ}

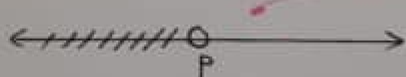
٢) [أ ، ∞) = {س : س ≥ أ}

مثال

① (٢ ، ∞) = {س : س > ٢}

② [-٥ ، ∞) = {س : س ≥ -٥}

٣) (-∞ ، أ) = {س : س < أ}

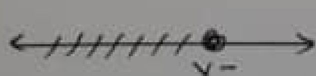


٤) (-∞ ، أ] = {س : س ≤ أ}

مثال

(-∞ ، ١٠) = {س : س < ١٠}

(-∞ ، -٧] = {س : س ≤ -٧}



الرمز ○ عند العدد يعني أن العدد ليس ضمن الفترة.

الرمز ● عند العدد يعني أن العدد ضمن الفترة.

مجموعة الاعداد هي فترات غير محدودة

١) الأعداد الطبيعية :

ط = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، .....}

∞ : رمز لأكبر عدد ولا يعتبر عدد

−∞ : رمز لأصغر عدد ولا يعتبر عدد

٢) الأعداد الصحيحة :

ص = {±١ ، ±٢ ، ±٣ ، ±٤ ، .....}

٣) الأعداد النسبية :

ن ⇐ الاعداد على صورة $\frac{أ}{ب}$ ، أ ، ب أعداد صحيحة ، ب ≠ صفر

وتكون الصورة العشرية للعدد النسبي إما عدد عشرياً منتهياً أو دوري .

٤) الأعداد غير النسبية :

هو العدد الذي لا يمكن كتابته على صورة $\frac{أ}{ب}$

◉ الصورة العشرية للعدد النسبي ليست منتهية أو دورية

٥) مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

وهي تضم كل مجموعات الأعداد التي تم ذكرها

ح = (−∞ ، ∞) ⇐

محمد حتاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

نعود الى حل المتباينات الخطية والتربيعية:

المتباينات الخطية ⇐ الصورة العامة

١) أس + ب ≥ جـ   ٢) أس + ب ≤ جـ

٣) أس + ب > جـ   ٤) أس + ب < جـ

ما المقصود بحل المتباينة الخطية ؟

هو إيجاد قيمة (قيم) المتغير التي عند تعويضها في المتباينة تكون العبارة الناتجة عبارة صحيحة.

مثال جد مجموعة حل المتباينة في ح

١) ٢س ≥ ٦ ⇐ ٢/٢ س ≥ ٦/٢ ⇐ س ≥ ٣ ⇐ س ∈ [٣، ∞)

٢) -٤س > ٨ ⇐ -٤س/-٤ < ٨/-٤ ⇐ س < -٢ ⇐ س ∈ (-∞، -٢)

عند الضرب أو القسمة بعدد سالب نعكس اشارة المتباينة

٣) ٢س - ٣ ≤ ١ ⇐ ٢س - ٣ + ٣ ≤ ١ + ٣

٢/٢ س ≤ ٤/٢

س ≤ ٢

س ∈ (-∞، ٢]

عند اضافة أو طرح نفس الرقم لطرفي المتباينة لا ننعكس اشارة المتباينة

محمد حمايلة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

٤) ٢س + ٣ < ٥

⇐ ٢س + ٣ - ٣ < ٥ - ٣

٢/٢ س < ٢/٢

س < ١   س ∈ (-∞، ١)

٥) ٣ ≤ ٢س − ٥ < ٧ (نضيف ٥ للاطراف)

٣+٥ ≤ ٢س − ٥ + ٥ < ٧+٥

٨/٢ ≤ ٢س/٢ < ١٢/٢

٤ ≤ س < ٦   س ∈ [٤، ٦)

---

٦) −٣ ≤ ٤ − ٣س ≤ ٥ (نطرح ٤ من الاطراف)

−٣−٤ ≤ ٤−٤−٣س ≤ ٥−٤

−٧/−٣ ≤ −٣س/−٣ ≤ ١/−٣

٧/٣ ≥ س ≥ −١/٣   س ∈ [−١/٣، ٧/٣]

محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

المتباينة التربيعية ← الصورة العامة

١) أس² ∓ بس ∓ جـ ≥ د   ٣) أس² ∓ بس ∓ جـ < د

٢) أس² ∓ بس ∓ جـ ≤ د   ٤) أس² ∓ بس ∓ جـ > د

حيث أ، ب، جـ، د ∈ ح

أمثلة

١) س² + ٥س + ٦ ≤ صفر

(س + ٢)(س + ٣) ≤ صفر

س + ٢ = ٠ ∴ س = −٢ | س + ٣ = ٠ ∴ س = −٣

نضعهم على خط الأعداد ونبحث عن الإشارة بتعويض أعداد في العبارة التربيعية

تكون فترة الحل [−٢، −٣] لأن المطلوب الفترة السالبة (أقل من صفر)

٢) س² > صفر ⇐ ح - {صفر}

٣) س² ≥ صفر ⇐ ح

٤) س² < صفر ⇐ ليس لها حل ضمن ح

٥) س² ≤ صفر ⇐ {٠}

٦) س² ≥ ١ ⇐ س² - ١ ≥ ١ - ١

س² - ١ ≥ صفر ⇐ (س - ١)(س + ١) ≥ صفر

س - ١ = صفر ، س = ١ } س + ١ = صفر ، س = -١

⇐ فترة الحل

⇐ [١ ، ∞) ، (-∞ ، -١]

٧) س² + ٤س + ٤ ≥ صفر

(س + ٢)² ≥ صفر

س + ٢ = ٠ ∴ س = -٢ } فترة الحل ⇐ ح

٨) س² + ٤س + ٤ < صفر

(س + ٢)² < صفر

⇐ لا يوجد لها حل ضمن ح

أنواع كثيرات الحدود

- ثابت
- خطي
- تربيعي
- تكعيبي

- الاقتران الثابت (مجاله ح) ، مداه قيمة م
- يسمى ثابت لأنه عند تعويض أي عدد بالاقتران يكون الناتج نفسه

إقتران ثابت

خط مستقيم يوازي محور السينات

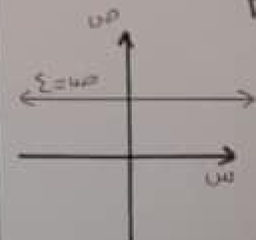
أفقي

ق(س) = م

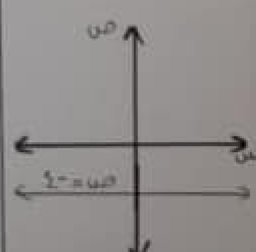
ص = م

مثال

١) ص = ٤



٢) ص = -٤



٣) ص = صفر

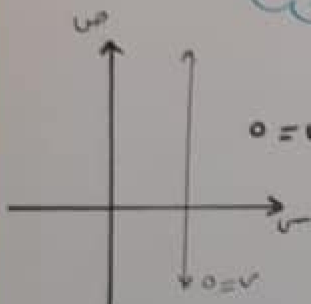
محور السينات

ميله = صفر

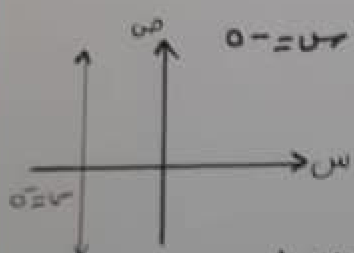
عمودي

س = م

١) س = ٥



٢) س = -٥



٣) س = ٠

محور الصادات

ميله غير معروف

مثال إذا كان ق(س) = ٦

أوجد ق(٠) ، ق(١) ، ق(٢)

الحل ق(٠) = ٦ ، ق(١) = ٦ ، ق(٢) = ٦

الاقتران الخطي

- الشكل العام
- المجال والمدى
- الرسم والإزاحة
- التزايد التناقص الثابت
- نقاط التقاطع مع محور السينات والصادات
- معادلة الخط المستقيم وحلها وميلها
- مستقيمات متوازية متعامدة
- مسافة بين نقطتين ومنتصفها

• الشكل العام :

ص = أس + ب

أ ≠ صفر
اقتران خطي

أ = صفر
ص = ب
اقتران ثابت
ص = ٥

أ = ١ ، ب = صفر
ص = س
ق(س) = س
الاقتران الخطي (المحايد)
خ(س) = س

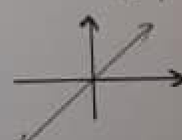
مثال ص = ٢س + ٣

المجال والمدى

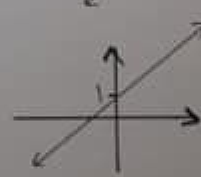
◉ المجال : ح

◉ المدى : ح

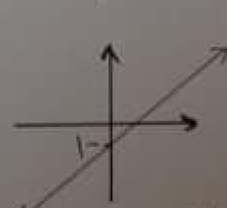
◉ الرسم والإزاحة :



ق(س) = س

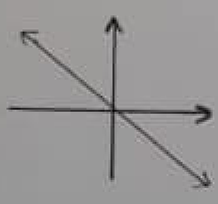


ق(س) = س + ١

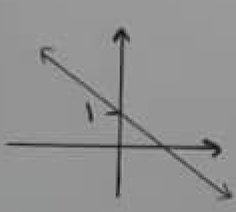


ق(س) = س − ١

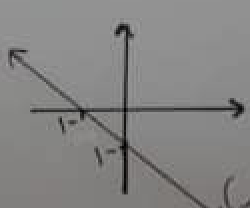
متزايد (أ > صفر)
معامل س



ق(س) = − س



ق(س) = − س + ١



ق(س) = − س − ١

متناقص (أ < صفر)
معامل س

الاقتران الخطي

- الشكل العام
- المجال والمدى
- الرسم والإزاحة
- التزايد التناقص الثابت
- نقاط التقاطع مع محور السينات والصادات
- معادلة الخط المستقيم وحلها وميلها
- مستقيمات متوازية متعامدة
- مسافة بين نقطتين ومنتصفها

• الشكل العام :

ص = أس + ب

أ ≠ صفر
اقتران خطي

أ = صفر
ص = ب
اقتران ثابت
ص = ٥

أ = ١ ، ب = صفر
ص = س
ق(س) = س
الاقتران الخطي (المحايد)
ق(س) = س

مثال ص = ٢س + ٣

المجال والمدى

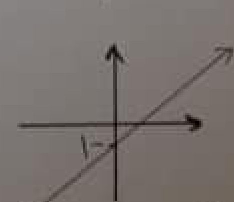
◉ المجال : ح

◉ المدى : ح

◉ الرسم والإزاحة :

ق(س) = س

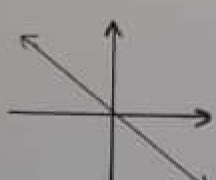
ق(س) = س + ١



ق(س) = س − ١

متزايد (أ > صفر)

معامل س



ق(س) = −س

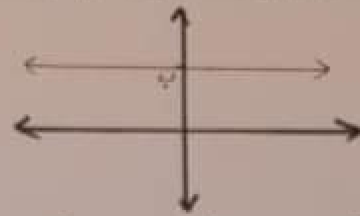
ق(س) = −س + ١

ق(س) = −س − ١

متناقص (أ < صفر)

معامل س

الثابت ⇐ معامل س = صفر ⇐ ص = ب



المقطع السيني والمقطع الصادي (نقاط التقاطع)

لإيجاد المقطع الصادي ⇐ نعوض س = صفر

ص = م س + ب ⇐ ص = م (صفر) + ب ⇐ **ص = ب**

⇐ المقطع الصادي ⇐ (صفر ، ب)

لإيجاد المقطع السيني نعوض ص = صفر

ص = م س + ب ⇐ صفر = م س + ب ⇐ م س = − ب ⇐ **س = $\frac{-ب}{م}$**

⇐ المقطع السيني ($\frac{-ب}{م}$ ، صفر)

مثال أوجد المقطع السيني والصادي حيث ق(س) = ٥ س − ٣

الحل مقطع صادي ⇐ (صفر ، ب) ⇐ (صفر ، −٣)

مقطع سيني ⇐ ق(س) = صفر ⇐ ٥ س − ٣ = صفر

٥ س = ٣

س = $\frac{٣}{٥}$

المقطع السيني ($\frac{٣}{٥}$ ، صفر)

الاقتران الخطي هو خط مستقيم مائل وميله يساوي معامل س اذا كان مكتوب بالشكل العام ص = م س + ب

مثال أوجد الميل

① ص = −٢ س + ١
م = −٢

② ٣ ص = ٥ س + ٤
$\frac{٣ص}{٣}$ = $\frac{٥}{٣}$ س + $\frac{٤}{٣}$
ص = $\frac{٥}{٣}$ س + $\frac{٤}{٣}$
م = $\frac{٥}{٣}$

③ ٥ ص + ٤ س + ٥ = صفر
٥ ص = −٤ س − ٥
$\frac{٥ص}{٥}$ = $\frac{-٤}{٥}$ س − $\frac{٥}{٥}$
ص = $\frac{-٤}{٥}$ س − ١
م = $\frac{-٤}{٥}$

م > صفر
متزايد

م < صفر
متناقص

م = صفر
ثابت

معادلة الخط المستقيم ⇐ أس + ب = جـ

لحل معادلة الخط المستقيم نجد قيم س التي تحقق المعادلة:

مثال: أوجد حل معادلة الخط المستقيم

① ٢س + ٥ = ٩ ⇐ ٢س + ٥ − ٥ = ٩ − ٥

٢س = ٤

٢س/٢ = ٤/٢

س = ٢

② ٣س − ٥ = ٧س + ٤

−٥ − ٤ = ٧س − ٣س

−٩ = ٤س

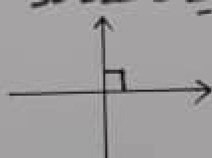
−٩/٤ = ٤س/٤ ⇐ س = −٩/٤

مستقيمات ← متوازية: إذا كان ميل الأول = ميل الثاني

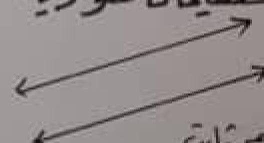
← متعامدة: • إذا كان حاصل ضرب ميل الأول في ميل الثاني = −١

• أو إذا كانت الزاوية بينهم قائمة

مستقيمات متعامدة



مستقيمات متوازية



البعد بينهم ثابت

مثال حدد المستقيمات المتوازية والمتعامدة:

① ص = ٥س + ٤

② ٢ص − ١٠س + ٨ = صفر

③ ص + ١/٥ س − ٣ = صفر

الحل: نجد الميل

① ص = ٥س + ٤

م = ٥

② ٢ص = ١٠س − ٨

ص = ٥س − ٤ ⇐ م = ٥

م١ = م٢ = ٥ ⇐ ① و ② متوازيان

③ ص = −١/٥ س + ٣ ⇐ م = −١/٥

⇐ ٥ × −١/٥ = −١

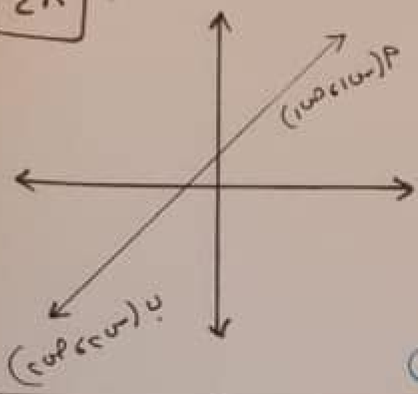
① و ③ ، ① و ② متعامدان

- قانون المسافة بين نقطتين

$$\text{ف} = \sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$$

- قانون منتصف المسافة بين نقطتين

$$\text{م} = \left(\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢} \text{ ، } \frac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢} \right)$$



مثال

١) أوجد المسافة بين النقطتين $(\overset{\text{س}_١}{-٣} \text{ ، } \overset{\text{ص}_١}{-٥})$ ، $(\overset{\text{س}_٢}{٢} \text{ ، } \overset{\text{ص}_٢}{٤})$

٢) أوجد منتصف المسافة بين النقطتين $(-٣ \text{ ، } -٥)$ ، $(٢ \text{ ، } ٤)$

الحل

① $\text{ف} = \sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$

$= \sqrt{(٢ - (-٣))^٢ + (٤ - (-٥))^٢}$

$= \sqrt{(٥)^٢ + (٩)^٢} = \sqrt{٢٥ + ٨١} = \sqrt{١٠٦}$

② $\text{م} = \left(\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢} \text{ ، } \frac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢} \right)$

$= \left(\frac{-٣ + ٢}{٢} \text{ ، } \frac{-٥ + ٤}{٢} \right) = \left(\frac{-١}{٢} \text{ ، } \frac{-١}{٢} \right)$

- لإيجاد معادلة الخط المستقيم

$\text{ص} - \text{ص}_١ = \text{م}(\text{س} - \text{س}_١) \Leftarrow (\text{س}_١ \text{ ، } \text{ص}_١)$ زوج مرتب

$\text{م} \Leftarrow$ الميل

مثال

أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل وميلها ٥

الحل

$\text{ص} - \text{ص}_١ = \text{م}(\text{س} - \text{س}_١)$

$\text{ص} - \text{صفر} = ٥(\text{س} - \text{صفر})$

$\text{ص} = ٥\text{س}$

نقطة الأصل

$(\underset{\text{ص}_١}{\text{صفر}} \text{ ، } \underset{\text{س}_١}{\text{صفر}})$

الاقتران التربيعي (القطع المكافئ)

الشكل العام

ق(س) = أ س² + ب س + جـ ، أ ، ب ، جـ ∈ ح

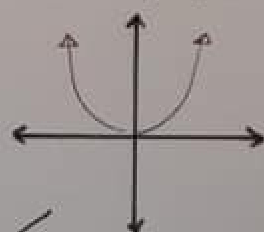
أ = صفر

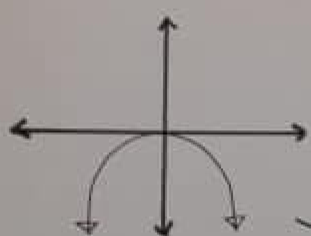
ق(س) = ب س + جـ

يصبح اقتران خطي

أ ≠ صفر (اقتران تربيعي)

أ > صفر	أ < صفر
مفتوح للأعلى	مفتوح للأسفل
له قيمة صغرى	له قيمة عظمى
ق(س) = س²	ق(س) = - س²





احداثيات رأس القطع المكافئ

$\left(\frac{-ب}{٢أ} ، ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right) \right)$

أ > صفر	أ < صفر
المدى	المدى
$\left[ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right) ، \infty \right)$	$\left(-\infty ، ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right) \right]$

محور التماثل ← ق(س) = س²

ق(س) = -س² ⇐ محور الصادات

• لرسم الاقتران التربيعي يجب إيجاد

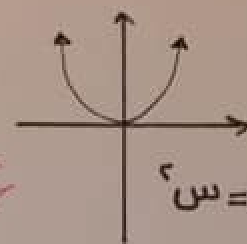
١• احداثيات رأس القطع المكافئ

٢• معامل س^٢ (تحديد الاتجاه (التقعر))

٣• نقاط التقاطع مع محور السينات والصادات

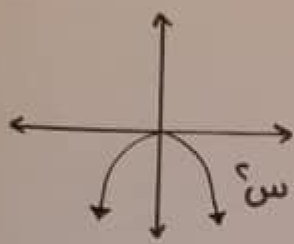
مثال

١)



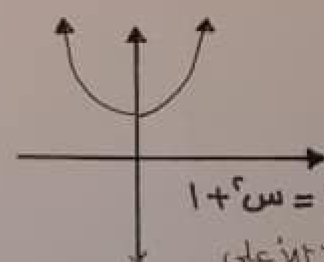
ق(س) = س^٢

٢)



ق(س) = $-$س^٢

٣)

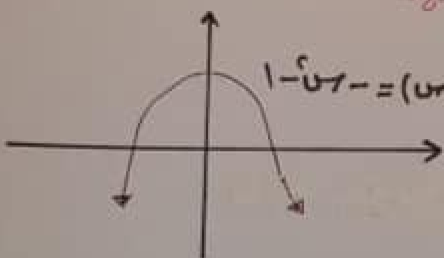


ق(س) = س^٢ + ١

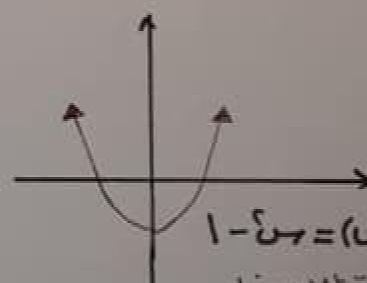
إزاحة للأعلى بمقدار ١

٤)

ق(س) = $-$س^٢ $-$ ١



٥)

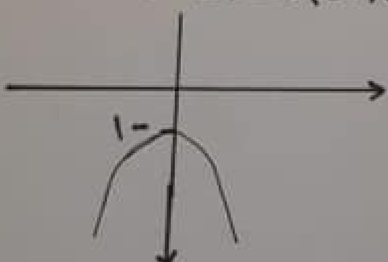


ق(س) = س^٢ $-$ ١

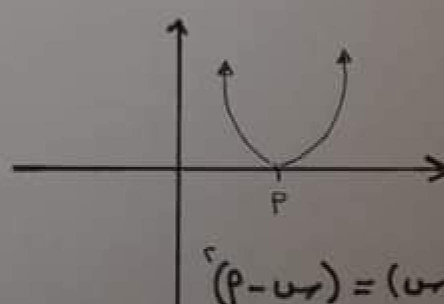
إزاحة للاسفل بمقدار ١

٦)

ق(س) = $-$س^٢ $-$ ١



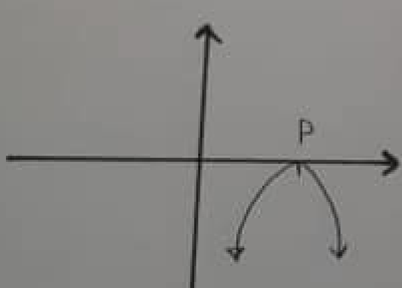
٧)



ق(س) = (س $-$ م)^٢

إزاحة الى اليمين بمقدار م

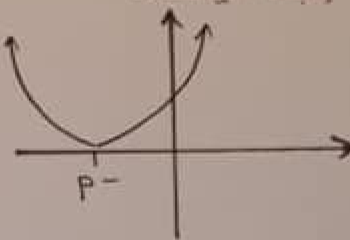
٨)



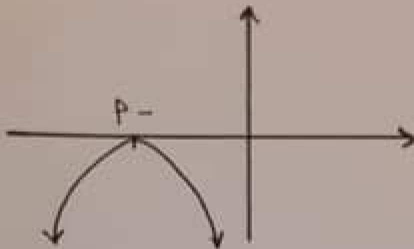
ق(س) = $-$ (س $-$ م)^٢

٩) ف(س) = (س + م)²

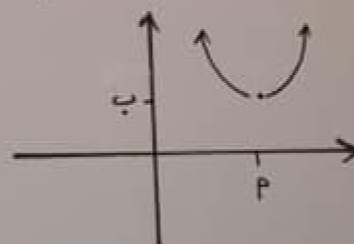
إتجاه لليسار



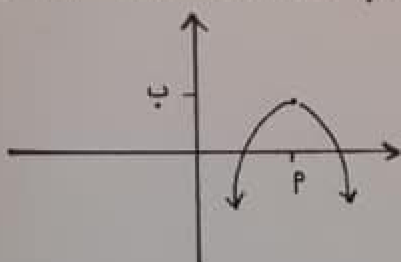
١٠) ف(س) = −(س + م)²



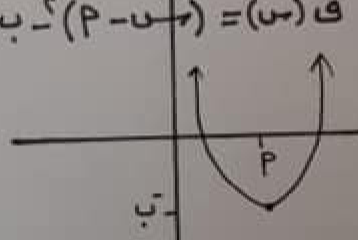
١١) ف(س) = (س − م)² + ب



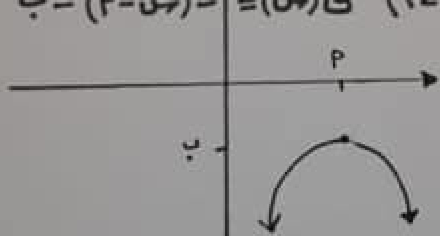
١٢) ف(س) = −(س − م)² + ب



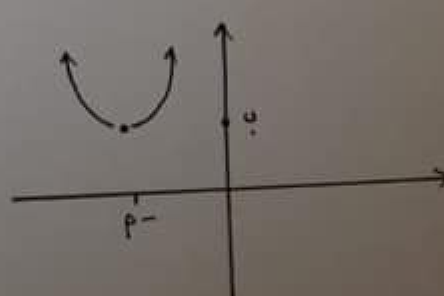
١٣) ف(س) = (س − م)² − ب



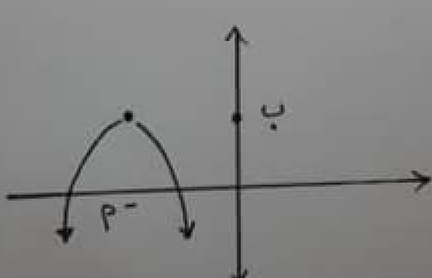
١٤) ف(س) = −(س − م)² − ب



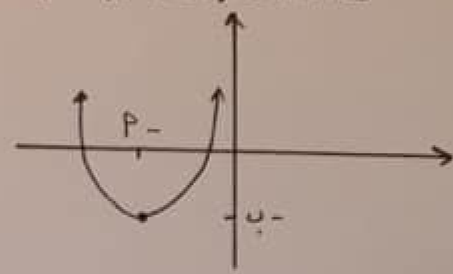
١٥) ف(س) = (س + م)² + ب



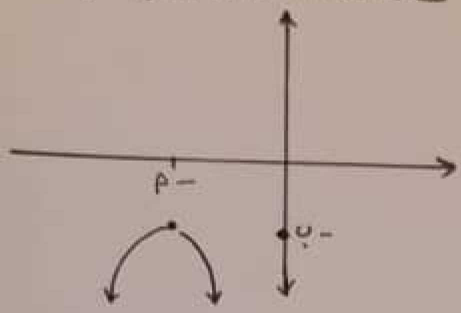
١٦) ف(س) = −(س + م)² + ب



١٧) ف(س) = (س + أ)² − ب



١٨) ف(س) = −(س + أ)² − ب



---

١٩) ارسم الاقتران ف(س) = س² + ٤س + ١

الحل أ = ١ ، ب = ٤

لإيجاد احداثيات الرأس

$\left(\frac{\text{−ب}}{\text{٢أ}} \text{ ، ق}\left(\frac{\text{−ب}}{\text{٢أ}}\right)\right)$

$\text{س} = \frac{\text{−ب}}{\text{٢أ}} = \frac{\text{−٤}}{\text{٢(١)}} = \text{−٢}$

ق(−٢) = (−٢)² + ٤(−٢) + ١

= ٤ − ٨ + ١ = −٣

(−٢ ، −٣)

لتحديد الاتجاه

أ = ١ > صفر

مقعر للاعلى

• المقطع الصادي

ق(٠) = (٠)² + ٤(٠) + ١ = ١

(٠ ، ١)

• المقطع السيني

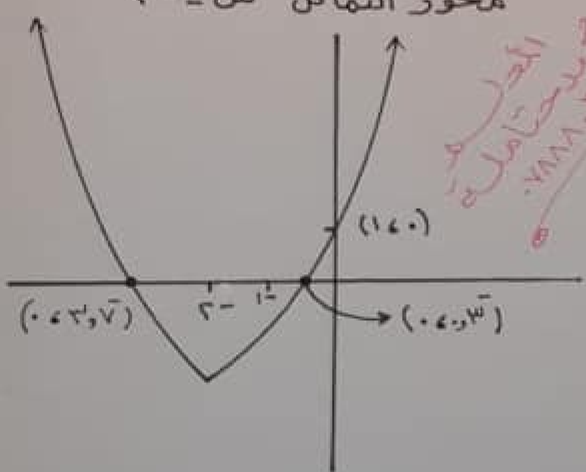
س² + ٤س + ١ = ٠

نحل على القانون العام

ب² − ٤أجـ = (٤)² − ٤(١)(١)

= ١٦ − ٤ = ١٢

محور التماثل س = −٢



$\text{س}_١ = \frac{\text{−٤} + \sqrt{\text{١٢}}}{\text{٢}} = \frac{\text{−٤} + \text{٢}\sqrt{\text{٣}}}{\text{٢}}$

= −٢ + √٣ ≈ −٠,٣

$\text{س}_٢ = \frac{\text{−٤} - \sqrt{\text{١٢}}}{\text{٢}} \quad \frac{\text{−٤} - \text{٢}\sqrt{\text{٣}}}{\text{٢}}$

= −٢ − √٣ ≈ −٣,٧

المقطع السيني (−٠,٣ ، صفر)

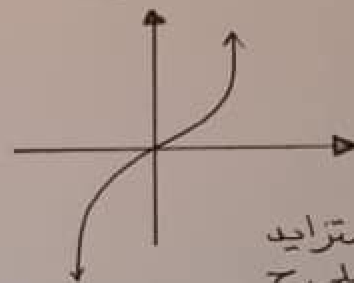
(−٣,٧ ، صفر)

الاقتران التكعيبي

الشكل العام

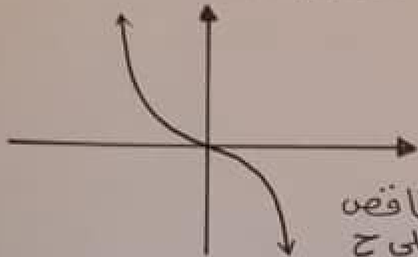
$$ق(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د$$

$ق(س) = س^{٣}$



متزايد على ح

$ق(س) = - س^{٣}$



متناقص على ح

الاقترانات الحقيقية

- كثير حدود
  - ثابت
  - خطي
  - تربيعي
  - تكعيبي
- اقتران الجذور
  - الجذر التربيعي
  - الجذر التكعيبي
- الاقتران الكسري
  - كسر نسبي
  - كسر غير نسبي
- الاقترانات المتشعبة
  - مباشر
  - قيمة مطلقة
  - أكبر عدد صحيح
- الاقترانات المثلثية
- الاقتران الأسي
- الاقتران اللوغاريتمي
- اقتران واحد لواحد
- الاقتران العكسي.

إقتران الجذور

الجذر التربيعي

ق(س) = √(هـ(س))

هـ(س) = كثير حدود

مثال:

① ق(س) = √س

مجاله : س ≥ صفر

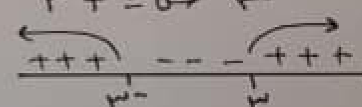
[صفر ، ∞)

② ق(س) = √(س² - ٩)

مجاله

س² - ٩ = ٠ ⟸ س² = ٩

⟸ س = ∓٣



③ ق(س) = √(س² + ٤س + ٤)

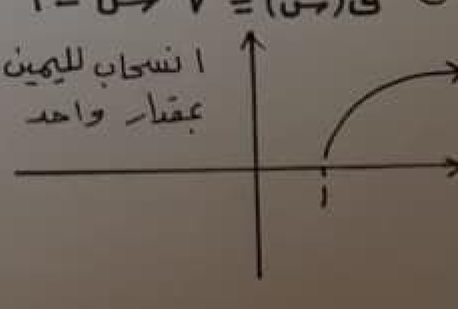
مجاله : س² + ٤س + ٤ ≥ صفر

(س + ٢)² ≥ صفر ⟸ س + ٢ = صفر

⟸ س = -٢

④ ق(س) = √(س - ١)

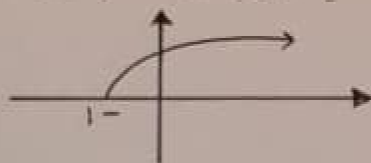
انسحاب لليمين بمقدار واحد



⑤ ق(س) = √(س + ١)

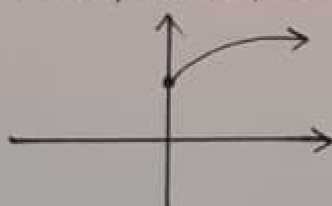
مجاله : [-١ ، ∞)

إنسحاب لليسار بمقدار واحد



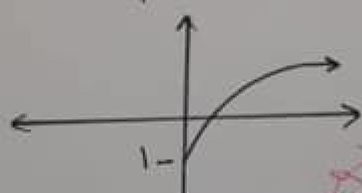
⑥ ق(س) = √س + ١

انسحاب للأعلى بمقدار ١

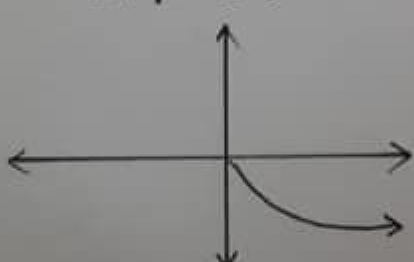


⑦ ق(س) = √س - ١

انسحاب للأسفل بمقدار ١



⑧ ق(س) = -√س



اختصار الاقترانات الكسرية

- البسط والمقام من الدرجة الأولى
  - إخراج عامل مشترك
    - عدد
    - إشارة
      - موجب
      - سالب
- إذا كان البسط والمقام عبارة تربيعية، فرق بين مربعين، فرق أو مجموع مكعبين
  - تحلل
    - تختصر
- عند وجود عبارة تكعيبية
  - إخراج عامل مشترك
    - متغير
      - تربيعية
        - تحلل
      - خطية
    - عدد
      - تبقى تكعيبية
        - درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام
          - قسمة طويلة
          - قسمة تركيبية
            - إذا أمكن تحليل المقام إلى حاصل ضرب قوسين من الدرجة الأولى (س - ٢) مع أقواس أخرى.

المعلم
محمد حتاملة
٧٨٨٨ ٣٤٣٢

أمثلة :

١) $\frac{س - ب}{س - ب} = ١$

٢) $\frac{س + ب}{س + ب} = ١$

٣) $\frac{س - ب}{ب - س} = \frac{-(ب - س)}{(ب - س)} = -١$

٤) $\frac{٢س - ٤}{س - ٢} = \frac{٢(س - ٢)}{(س - ٢)} = \frac{٢}{١} = ٢$

٥) $\frac{س^٢ - ٤}{س + ٢} = \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س + ٢)} = (س - ٢)$

٦) $\frac{س^٢ + ٤س + ٤}{(س + ٢)} = \frac{(س + ٢)(س + ٢)}{(س + ٢)} = (س + ٢)$

٧) $\frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + ٥س + ٦} = \frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س + ٢)(س + ٣)} = \frac{(س - ٣)}{(س + ٢)}$

٨) $\frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ + ٣س + ٩} = \frac{(س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)}{(س^٢ + ٣س + ٩)} = (س - ٣)$

٩) $\frac{س^٣ - س^٢}{٤س - ٤} = \frac{س^٢(س - ١)}{٤(س - ١)} = \frac{س^٢}{٤}$

١٠) $\frac{س^٣ + ٦٤}{س^٢ + ٩س + ٢٠} = \frac{(س + ٤)(س^٢ - ٤س + ١٦)}{(س + ٤)(س + ٥)}$

$= \frac{س^٢ - ٤س + ١٦}{س + ٥}$

عند عدم القدرة على التحليل الى العوامل
نستخدم القسمة الطويلة و القسمة التركيبية

$$\frac{\text{س}^{٣} - ٦\text{س} + ٤}{\text{س} - ٢}$$

$$\begin{array}{r|l}
 & \text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٢ \\
\hline
\text{س} - ٢ & \text{س}^{٣} - ٦\text{س} + ٤ \\
 & \mp\text{س}^{٣} \pm ٢\text{س}^{٢} \\
\hline
 & ٢\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٤ \\
 & \mp ٢\text{س}^{٢} \pm ٤\text{س} \\
\hline
 & -٢\text{س} + ٤ \\
 & \pm ٢\text{س} \mp ٤ \\
\hline
 & ٠ \quad ٠
\end{array}$$

$$\frac{(\text{س}^{٣} - ٦\text{س} + ٤)}{(\text{س} - ٢)} = \frac{(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٢)(\text{س} - ٢)}{(\text{س} - ٢)}$$

$$= \text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٢$$

يمكن تحليل العبارة التكعيبية

⇐ نبحث في عوامل المقام أولاً

$\text{س} - ٢ = \text{الصفر} \Leftarrow \text{س} = ٢$

$\Leftarrow (٢)^{٣} - ٦(٢) + ٤$

$٨ - ١٢ + ٤ = \text{الصفر}$

$(٢) \Leftarrow$ يصفرها

$$\begin{array}{c|cccc}
 & \text{س}^{٣} & \text{س}^{٢} & \text{س}^{١} & \text{س}^{٠} \\
\boxed{٢} & ١ & ٠ & -٦ & ٤ \\
 & & ٢ & ٤ & -٤ \\
\hline
 & ١ & ٢ & -٢ & ٠ \ \text{باقي}
\end{array}$$

$\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٢$

$\text{س}^{٣} - ٦\text{س} + ٤ = (\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٢)(\text{س} - ٢)$

ثم نختصر

مثال $\dfrac{\text{س}^{٤} - ٨\text{س}^{٣} + ٢\text{س} - ٧}{\text{س} + ١}$

باستخدام القسمة التركيبية

الاقترانات المتشعبة

- مباشر
- قيمة مطلقة
- اكبر عدد صحيح

الاقتران المتشعب (مباشر)

تعريف

اقتران له اكثر من قاعدة وكل قاعدة معرفة على مجال معين

نقطة التشعب

النقطة (س، ق(س)) التي تتغير حولها قاعدة الاقتران

التعويض

- تحدد القاعدة التي يجب التعويض فيها بحيث يكون الرقم داخل الفترة المعطاة للقاعدة
- ايجاد صورة لنقطة التشعب بالقاعدة التي تحتوي اشارة المساواة

العمليات

- جمع وطرح ← نفس المجال
- قسمة
  - عدد
  - متغير
- ضرب
  - عدد
  - متغير
  - اقتران

مثال

١) $د(س) = \begin{cases} س^{2} \text{ ، } س > ٢ \\ -٣س \text{ ، } س \le ٢ \end{cases}$

أوجد

١) ق(-٣)

٢) ق(٢)

٣) ق(٤)

الحل

$\xleftarrow{\quad -٣س \quad}\ ٢\ \xrightarrow{\quad س^{2} \quad}$

١) د(-٣) ⇐ -٣ < ٢ ⇐ ق(س) = -٣س ⇐ ق(-٣) = -٣(-٣) = ٩

٢) د(٢) ⇐ ٢ ≤ ٢ ⇐ ق(س) = -٣س ⇐ ق(٢) = -٣(٢) = -٦

٣) د(٤) ⇐ ٤ > ٢ ⇐ ق(س) = $س^{2}$ ⇐ ق(٤) = $(٤)^{2}$ = ١٦

---

٢) $د(س) = \begin{cases} ٥ \text{ ، } س \le -٣ \\ ٢س \text{ ، } -٣ < س < ٣ \\ س^{2}+١ \text{ ، } س \ge ٣ \end{cases}$

أوجد

١) ق(-٥)

٢) ق(٠)

٣) ق(١٠)

الحل

١) ق(-٥) ⇐ -٥ ≤ -٣ ⇐ ق(س) = ٥ ⇐ ق(-٥) = ٥

٢) ق(٠) ⇐ ٠ بين -٣ ، ٣ ⇐ ق(س) = ٢س ⇐ ق(٠) = ٢(٠) = ٠

٣) ق(١٠) ⇐ ١٠ ≥ ٣ ⇐ ق(س) = $س^{2}+١$ ⇐ ق(١٠) = $(١٠)^{2}+١$ = ١٠١

---

٣) $ق(س) = \begin{cases} س^{2} \text{ ، } -٥ \le س < -١ \\ \frac{س+٣}{٥} \text{ ، } ٠ < س < ٢ \end{cases}$

أوجد

١) ق(١)

٢) ق(-٢)

٣) ق(٥)

الحل

١) ق(١) ⇐ ١ بين ٠ ، ٢ ⇐ ق(س) = $\frac{س+٣}{٥}$ ⇐ ق(١) = $\frac{١+٣}{٥} = \frac{٤}{٥}$

٢) ق(-٢) ⇐ -٢ بين -٥ ، -١ ⇐ ق(س) = $س^{2}$ ⇐ ق(-٢) = $(-٢)^{2}$ = ٤

٣) ق(٥) ⇐ ٥ لا يوجد بأي فترة ⇐ د(٥) غير معرف.

٤) ق(س) = { -٣ ، س < ٤ ؛ $\sqrt{\text{س}}$ ، س > ٤ ؛ ٧س ، س = ٤ }

أوجد
① ق(١٠٠)
② ق(٠)
③ ق(٤)

الحل

① ق(١٠٠) ⇐ ١٠٠ > ٤ ⇐ ق(س) = $\sqrt{\text{س}}$ ⇐ ق(١٠٠) = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠

② ق(٠) ⇐ صفر < ٤ ⇐ ق(س) = -٣ ⇐ ق(٠) = -٣

③ ق(٤) ⇐ ٤ = ٤ ⇐ ق(س) = ٧س ⇐ ق(٤) = ٧ × ٤ = ٢٨

---

٥) ق(س) = { $\sqrt{\text{س}}$ ، س > ٥ ؛ $\sqrt[3]{\text{س}}$ ، س < ٥ }

أوجد
① ق(٥)
② ق(١٠)
③ ق(-٢)

الحل

① ق(٥) ⇐ لا يوجد مساواة ⇐ ق(٥) غير معرف

② ق(١٠) ⇐ ١٠ > ٥ ⇐ ق(س) = $\sqrt{\text{س}}$ ⇐ ق(١٠) = $\sqrt{١٠}$

③ ق(-٢) ⇐ -٢ < ٥ ⇐ ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س}}$ ⇐ ق(س) = $\sqrt[3]{-٢}$

---

٦) إذا كان د(س) = { ٢س + ١ ، س ≥ ٥ ؛ س² ، س < ٥ }

هـ(س) = { -٤ ، س ≥ ٥ ؛ ٧س ، س < ٥ }

أوجد
① ق(س) + هـ(س)
② ق(س) - هـ(س)
③ ٣ ق(س)
④ س هـ(س)
⑤ ق(س) × هـ(س)
⑥ $\frac{1}{٢}$ ق(س)
⑦ $\frac{\text{هـ(س)}}{\text{س}}$ ، س ≠ صفر

محمد حتاملة

الحل

١) $\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{س} + 1 - 4 & ، \text{س} \geq 0 \\ \text{س}^2 + 7\text{س} & ، \text{س} < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2\text{س} - 3 & ، \text{س} \geq 0 \\ \text{س}^2 + 7\text{س} & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

٢) $\text{ق}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{س} + 1 - (-4) & ، \text{س} \geq 0 \\ \text{س}^2 - 7\text{س} & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

$= \begin{cases} 2\text{س} + 5 & ، \text{س} \geq 0 \\ \text{س}^2 - 7\text{س} & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

٣) $3\,\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 3(2\text{س} + 1) & ، \text{س} \geq 0 \\ 3 \times \text{س}^2 & ، \text{س} < 0 \end{cases} = \begin{cases} 6\text{س} + 3 & ، \text{س} \geq 0 \\ 3\text{س}^2 & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

٤) $\text{س}\,\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س} \times (-4) & ، \text{س} \geq 0 \\ \text{س} \times 7\text{س} & ، \text{س} < 0 \end{cases} = \begin{cases} -4\text{س} & ، \text{س} \geq 0 \\ 7\text{س}^2 & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

٥) $\text{ق}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} (2\text{س} + 1)(-4) & ، \text{س} \geq 0 \\ (\text{س}^2)(7\text{س}) & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

$= \begin{cases} -8\text{س} - 4 & ، \text{س} \geq 0 \\ 7\text{س}^3 & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

٦) $\frac{1}{2}\,\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2\text{س} + 1) & ، \text{س} \geq 0 \\ \frac{1}{2}\text{س}^2 & ، \text{س} < 0 \end{cases} = \begin{cases} \text{س} + \frac{1}{2} & ، \text{س} \geq 0 \\ \frac{1}{2}\text{س}^2 & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

٧) $\frac{\text{هـ}(\text{س})}{\text{س}} = \begin{cases} \frac{-4}{\text{س}} & ، \text{س} \geq 0 \\ \frac{7\text{س}}{\text{س}} & ، \text{س} < 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{-4}{\text{س}} & ، \text{س} \geq 0 \\ 7 & ، \text{س} < 0 \end{cases}$

$\text{س} \neq \text{صفر}$

اقتران القيمة المطلقة

- التعريف
- للأعداد
  - خصائص
- للاقترانات
  - خطي
  - تربيعي
  - تكعيبي
  - إعادة التعريف
    1) اقتران
    2) ضرب وقسمة اقتران بقيمة مطلقة لعدد اقتران آخر
    3) جمع وطرح قيم مطلقة
    4) قيمة مطلقة . قيمة مطلقة
    5) قيمة مطلقة مرفوعة لأس
    - على ح
    - على فترة
  - مجال ومدى
  - الرسم وبدراجة
  - خصائص
    - |ق(س)| ≥ م
    - |ق(س)| = م
    - |ق(س)| ≤ م

- **القيمة المطلقة للعدد:**

هي المسافة التي تبعد عن نقطة الصفر على خط الأعداد ولأن المسافة لا يمكن أن تكون سالبة ، فإن القيمة للعدد غير سالبة.

مثال ١) $|٢| = ٢$ ٢) $|-٢| = ٢$ ٣) $|٠| = ٠$

٢) إذا كان ق(س) = $|٢س - ١|$ أوجد
ق(٠) ، ق(٤) ، ق($\frac{٣}{٢}$)

الحل
① ق(٠) = $|٢(٠) - ١| = |٠ - ١| = |-١| = ١$
② ق(٤) = $|٢(٤) - ١| = |٨ - ١| = |٧| = ٧$
③ ق($\frac{٣}{٢}$) = $|٢(\frac{٣}{٢}) - ١| = |٣ - ١| = |٢| = ٢$

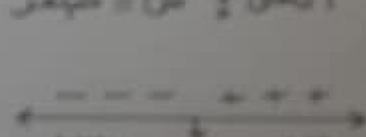
خطوات إعادة تعريف القيمة المطلقة

١) نساوي الإقتران بالصفر ونجد جذوره.
٢) نعين جذور الإقتران على خط الأعداد وندرس إشارة الإقتران
٣) إذا كانت الإشارة موجبة تبقى قاعدة الإقتران كما هي. وإذا كانت سالبة نضرب القاعدة في سالب.
٤) يصبح الإقتران على صورة اقتران متشعب.

مثال: أعد تعريف الإقترانات التالية:-

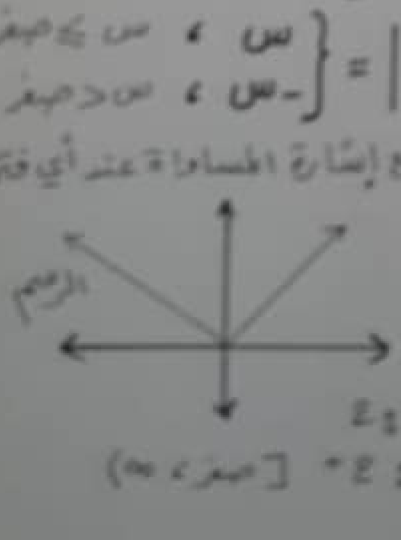
ق(س) = $|س|$

الحل: س = صفر



$$|س| = \begin{cases} س &، س \geq صفر \\ -س &، س < صفر \end{cases}$$

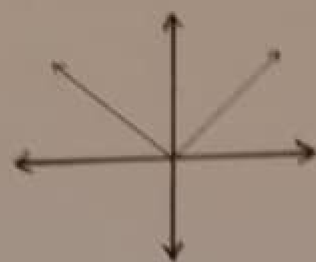
نضع إشارة المساواة عند أي فترة



مجال: ح

مدى: $ح^{+}$ [صفر ، ∞)

٢) ق(س) = |−س|



الحل

−س = صفر

س = صفر

+ + + + | − − − −

صفر

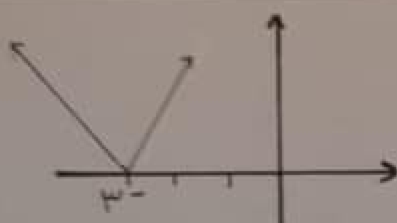
|−س| = { −س ، س < صفر
−(−س) ، س ≥ صفر }

مجاله: ح

مداه: ح+ [صفر، ∞)

---

٣) ق(س) = |س + ٣|



الحل

س + ٣ = صفر

س = −٣

− − − − | + + +

−٣

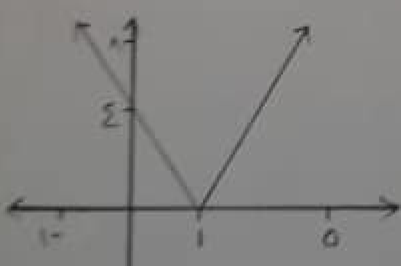
|س| = { س + ٣ ، س > −٣
−(س + ٣) ، س ≤ −٣ }

مجال: ح

مداه: ح+ [صفر، ∞)

إعداد المعلم: محمد حمامدة: ٧٨٨٨ ٣٤٣٢

ق(س) = |٤ − ٤س| ، س ∈ [−١، ٥]



الحل ٤ − ٤س = صفر ⇐ ٤س = ٤

س = ١

⇐ س = ١ ⇐ ١ ∈ [−١، ٥]

+ + | − − − −

−١ ، ١ ، ٥

|٤ − ٤س| = { ٤ − ٤س ، −١ ≤ س < ١
−(٤ − ٤س) ، ١ ≤ س ≤ ٥ }

مجال: [−١، ٥]

مداه: [٠، ١٦]

٥) ق(س) = |٢ + ٣س| ، س ∈ [٠ ، ١٠]

الحل

٢ + ٣س = ٠

٣س = -٢

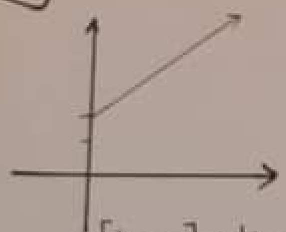
س = $\frac{-٢}{٣}$ ∉ [٠ ، ١٠]

$+$

٠ ، ١٠

⇐ ق(س) = ٢ + ٣س يبقى كما هو

لأنه حسب الفترة المعطاة دائماً موجب



مجال : [٠ ، ١٠]

مداه : [٢ ، ٣٢]

---

٦) ق(س) = س² |س - ١|

الحل

س - ١ = ٠

س = ١

$-$ ، $+$

١

$|س - ١| = \begin{cases} س - ١ \text{ ، } س \geq ١ \\ -(س - ١) \text{ ، } س < ١ \end{cases}$

$س^٢ |س - ١| = \begin{cases} س^٢(س - ١) \text{ ، } س \geq ١ \\ س^٢(-س + ١) \text{ ، } س < ١ \end{cases}$

$= \begin{cases} س^٣ - س^٢ \text{ ، } س \geq ١ \\ -س^٣ + س^٢ \text{ ، } س < ١ \end{cases}$

---

٧) ق(س) = $(|س|)^٥$

الحل |س| ⇐ س = صفر ⇐

س ، -س

$+$ ، $-$

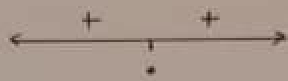
٠

$|س| = \begin{cases} س \text{ ، } س \geq \text{صفر} \\ -س \text{ ، } س < \text{صفر} \end{cases}$

⇐ $(|س|)^٥ = \begin{cases} س^٥ \text{ ، } س \geq ٠ \\ (-س)^٥ \text{ ، } س < ٠ \end{cases} = \begin{cases} س^٥ \text{ ، } س \geq ٠ \\ -س^٥ \text{ ، } س < ٠ \end{cases}$

٨) $|س^{٢}|$

$\Leftarrow س^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠$



$|س^{٢}| = س^{٢}$

---

٩) $|-س^{٢}|$

$\Leftarrow -س^{٢} = ٠ \Leftarrow س^{٢} = ٠ \Leftarrow س = ٠$

$|-س^{٢}| = س^{٢}$

اعداد المعلم : محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

---

١٠) $|(-س)^{٢}| = |س^{٢}| = س^{٢}$

---

١١) $|س^{٢} - ٩|$

$\Leftarrow س^{٢} - ٩ =$ صفر $\Leftarrow (س - ٣)(س + ٣) =$ صفر

$س = ٣$ ، $س = -٣$

$$|س^{٢} - ٩| = \begin{cases} س^{٢} - ٩ & ، \quad س \le -٣ \\ -(س^{٢} - ٩) & ، \quad -٣ < س \le ٣ \\ س^{٢} - ٩ & ، \quad س > ٣ \end{cases}$$

---

١٢) $|س^{٢} + ١|$

$\Leftarrow س^{٢} + ١ =$ صفر $\Leftarrow$ ليس لها حل في ح

$\Leftarrow س^{٢} + ١ >$ صفر $\Leftarrow$ لكل قيم س $\in$ ح

$\Leftarrow |س^{٢} + ١| = س^{٢} + ١$

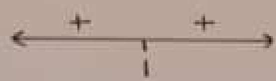
١٣) $|-س^{٢}-٤| = |-(س^{٢}+٤)| = س^{٢}+٤$

---

١٤) $|س^{٢}-٢س+١| + ٢س$

$\Leftarrow س^{٢}-٢س+١ = \text{صفر} \Leftarrow (س-١)(س-١) = \text{صفر}$

$\Leftarrow س=١ \text{ ، } س=١ \Leftarrow$



$\Leftarrow |س^{٢}-٢س+١| = س^{٢}-٢س+١$

$\Leftarrow |س^{٢}-٢س+١| + ٢س = س^{٢}-٢س+١+٢س$

$= س^{٢}+١$

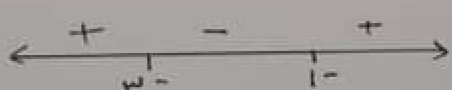
---

١٥) $|\frac{١}{٢}س^{٢}+٢س+١,٥| = |٢(\frac{١}{٢}س^{٢}+٢س+١,٥)|$

$= |س^{٢}+٤س+٣|$

$\Leftarrow س^{٢}+٤س+٣ = \text{صفر} \Leftarrow (س+٣)(س+١) = \text{صفر}$

$\Leftarrow س=-٣ \text{ ، } س=-١$



محمد حتاملة

$$|\frac{١}{٢}س^{٢}+٢س+١,٥| = \begin{cases} \frac{١}{٢}س^{٢}+٢س+١,٥ \text{ ، } س<-٣ \\ -(\frac{١}{٢}س^{٢}+٢س+١,٥) \text{ ، } -٣<س\leq-١ \\ \frac{١}{٢}س^{٢}+٢س+١,٥ \text{ ، } س\geq-١ \end{cases}$$

---

١٦) $|س^{٣}-٨|$

$\Leftarrow س^{٣}-٨ = (س-٢)(س^{٢}+٢س+٤) = \text{صفر}$

$\Leftarrow س=٢$

$$|س^{٣}-٨| = \begin{cases} -س^{٣}+٨ \text{ ، } س<٢ \\ س^{٣}-٨ \text{ ، } س\geq٢ \end{cases}$$

١٧) $|س^3 - س^2| = |س^2(س-1)|$

$س^2(س-1) = صفر \Leftarrow س = صفر \text{ ، } س = 1$

$$|س^3 - س^2| = \begin{cases} -س^3 + س^2 \text{ ، } س < صفر \\ -س^3 + س^2 \text{ ، } صفر \leq س \leq 1 \\ س^3 - س^2 \text{ ، } س > 1 \end{cases}$$

---

١٨) $|س^3| \Leftarrow س^3 = صفر$

$س = صفر$

$$|س^3| = \begin{cases} س^3 \text{ ، } س \geq صفر \\ -س^3 \text{ ، } س < صفر \end{cases}$$

---

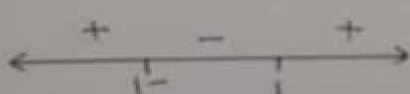
١٩) $|س^4 - 1|$

$س^4 - 1 = صفر$

$(س^2 - 1)(س^2 + 1) = صفر$

$(س - 1)(س + 1)(س^2 + 1) = صفر$

$\Leftarrow س = 1 \text{ ، } س = -1$

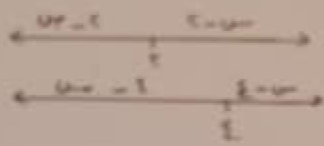


$$|س^4 - 1| = \begin{cases} س^4 - 1 \text{ ، } س \leq -1 \\ -س^4 + 1 \text{ ، } -1 < س \leq 1 \\ س^4 + 1 \text{ ، } س > 1 \end{cases}$$

٧٠

٢٠) $|\text{س}-٢| - |٤-\text{س}| + ٥$ (طرح وجمع اقترانات)

الحل



$\text{س}-٢ = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٢$

$٤-\text{س} = \text{صفر} \Leftarrow ٤ = \text{س}$

$|\text{س}-٢| - |٤-\text{س}| + ٥$

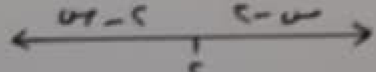
$$= \begin{cases} ٢-\text{س}-٤+\text{س}+٥ \text{ ، } & \text{س} \leq ٢ \\ \text{س}-٢-٤+\text{س}+٥ \text{ ، } & ٢ < \text{س} < ٤ \\ \text{س}-٢-\text{س}+٤+٥ \text{ ، } & \text{س} \geq ٤ \end{cases}$$

محمد حمامدة

$$= \begin{cases} ٣ \text{ ، } & \text{س} \leq ٢ \\ ٢\text{س}-١ \text{ ، } & ٢ < \text{س} < ٤ \\ ٧ \text{ ، } & \text{س} \geq ٤ \end{cases}$$

٢١) $\dfrac{|\text{س}-٢|}{\text{س}-٢}$ لا توضع مساواة عند ٢ لأنها صفر مقام

$|\text{س}-٢| \Leftarrow \text{س}-٢ = \text{صفر} \Leftarrow \text{س} = ٢$



$$\frac{|\text{س}-٢|}{\text{س}-٢} = \begin{cases} \dfrac{\text{س}-٢}{\text{س}-٢} \text{ ، } & \text{س} > ٢ \\ \dfrac{\text{س}-٢}{٢-\text{س}} \text{ ، } & \text{س} < ٢ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} ١ \text{ ، } & \text{س} > ٢ \\ -١ \text{ ، } & \text{س} < ٢ \end{cases}$$

خصائص القيمة المطلقة

1) $|\text{ق}(\text{س})| = \text{أ}$ ← $\text{ق}(\text{س}) = \text{أ}$ ، $\text{ق}(\text{س}) = -\text{أ}$ (أ عدد موجب)

مثال (1) $|\text{س}| = 5 \Leftarrow \text{س} = 5$ ، $\text{س} = -5$

(2) $|2\text{س} - 3| = 4$

$2\text{س} - 3 = 4$
$2\text{س} = 7$
$\text{س} = \frac{7}{2}$

$2\text{س} - 3 = -4$
$2\text{س} = -1$
$\text{س} = \frac{-1}{2}$

(3) $|\text{س}| = -5 \Leftarrow$ ليس لها حل

(4) $|\text{س}| = 0 \leftarrow \text{س} = 0$

(5) $|\text{س}^2 + 6\text{س}| = 7$

الحل

$\text{س}^2 + 6\text{س} = 7$

$\text{س}^2 + 6\text{س} - 7 = \text{صفر}$

$(\text{س} + 7)(\text{س} - 1) = \text{صفر}$

$\text{س} = -7$ ، $\text{س} = 1$

$\text{س}^2 + 6\text{س} = -7$

$\text{س}^2 + 6\text{س} + 7 = \text{صفر}$

باستخدام القانون العام

$\text{ب}^2 - 4\text{أجـ}$

$(6)^2 - 4(1)(7)$

$36 - 28 = 8 > 0$

$\text{س} = \frac{-\text{ب} \mp \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أجـ}}}{2\text{أ}}$

$\text{س}_1 = \frac{-6 + \sqrt{8}}{2}$

$\text{س}_2 = \frac{-6 - \sqrt{8}}{2}$

٢) |أس + ب| = |جـس + د|

أس + ب = جـس + د

أس + ب = −(جـس + د)

مثال

|٥س + ٣| = |٣س − ٤|

الحل

٥س + ٣ = ٣س − ٤

٢س = −٧

س = −٧/٢

٥س + ٣ = −(٣س − ٤)

٥س + ٣ = −٣س + ٤

٨س = ١

س = ١/٨

---

٣) |س| ≤ أ ⇐ −أ ≤ س ≤ أ

مثال ① |س| ≤ −٢ ⇐ ليس لها حل

② |٥س − ٤| ≤ ٢

الحل −٢ ≤ ٥س − ٤ ≤ ٢

+٤ +٤ +٤

٢ ≤ ٥س ≤ ٦

٢/٥ ≤ س ≤ ٦/٥ ⇐ س ∈ [٢/٥ ، ٦/٥]

---

٤) |س| ≥ أ

س ≥ أ

س ≤ −أ

مثال |٧س + ٤| ≥ ٣

٧س + ٤ ≥ ٣

٧س ≥ −١

س ≥ −١/٧

[−١/٧ ، ∞)

٧س + ٤ ≤ −٣

٧س ≤ −٧

س ≤ −١

(−∞ ، −١]

٥) $|\text{أ} \times \text{ب}| = |\text{أ}| \times |\text{ب}|$

٦) $\left|\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right| = \frac{|\text{أ}|}{|\text{ب}|}$

٧) $|\text{أ} \mp \text{ب}| \neq |\text{أ}| \mp |\text{ب}|$ إذا كان أحدهم موجب والآخر سالب

$|\text{أ} \mp \text{ب}| = |\text{أ}| \mp |\text{ب}|$ إذا كانا كلاهما موجب
إذا كانا كلاهما سالب

٨) $\sqrt{\text{س}^{٢}} = |\text{س}|$

مثال ① $\sqrt{(\text{س}-٣)^{٢}} = |\text{س}-٣|$

② $\sqrt{\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٤} = \sqrt{(\text{س}+٢)(\text{س}+٢)}$

$= \sqrt{(\text{س}+٢)^{٢}} = |\text{س}+٢|$

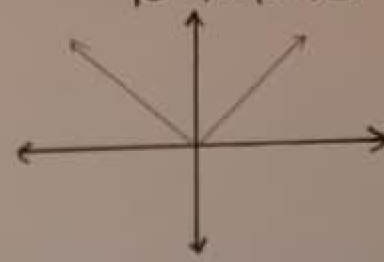
مجال $|\text{ق}(\text{س})|$ ⇐ مجال $\text{ق}(\text{س})$

* مجال اقتران كثير حدود ⇐ ح

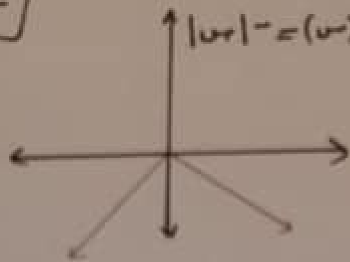
مجال $|\text{س}|$ ⇐ ح

مداه $|\text{س}|$ ⇐ ح^{+}

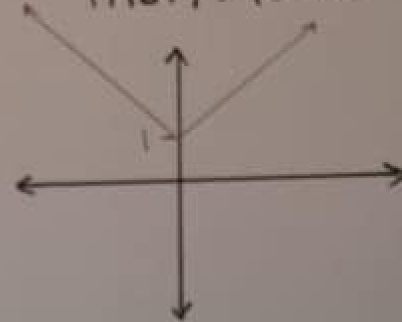
ق(س) = |س|



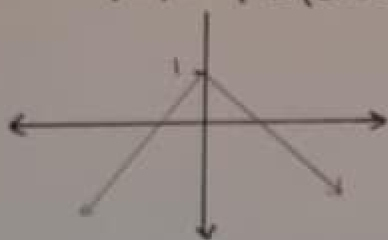
ق(س) = -|س|



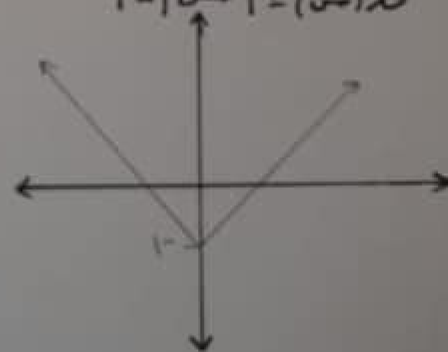
ق(س) = |س| + ١



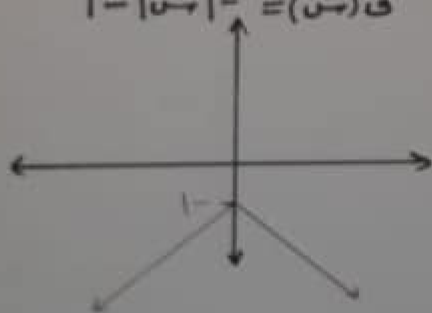
ق(س) = -|س| + ١



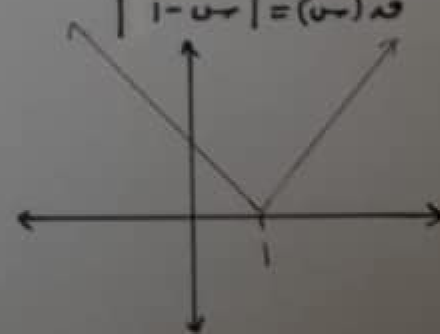
ق(س) = |س| - ١



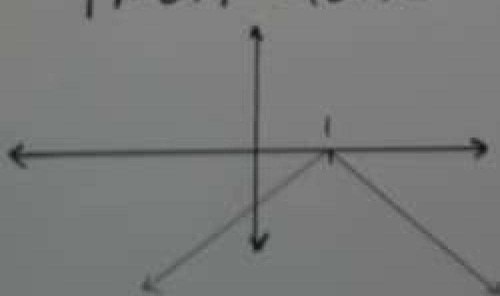
ق(س) = -|س| - ١



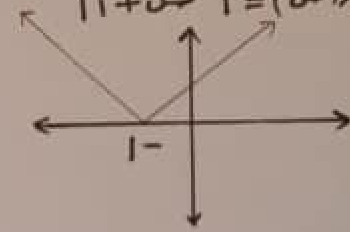
ق(س) = |س - ١|



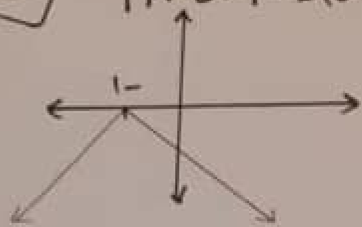
ق(س) = -|س - ١|



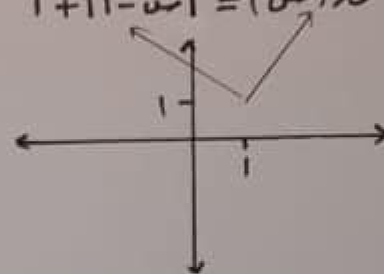
$ق(س) = |س + 1|$



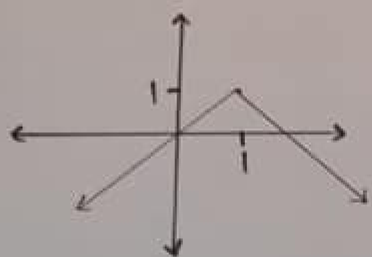
$ق(س) = -|س + 1|$



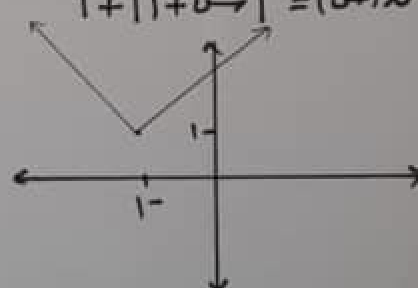
$ق(س) = |س - 1| + 1$



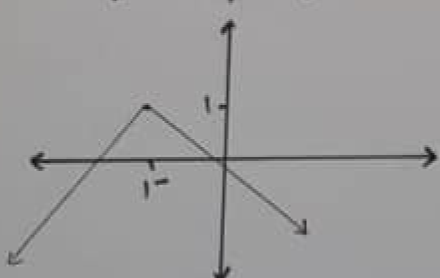
$ق(س) = -|س - 1| + 1$



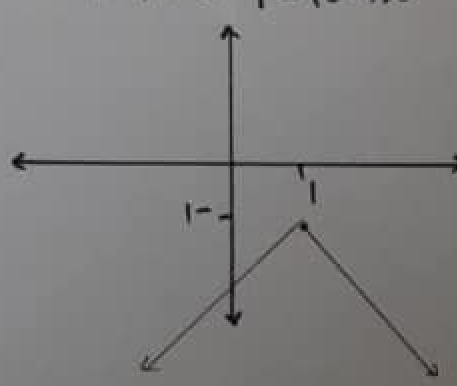
$ق(س) = |س + 1| + 1$



$ق(س) = -|س + 1| + 1$



$ق(س) = -|س - 1| - 1$



$ق(س) = |س - 1| - 1$

محمد حتاملة