قناة ملازم الرياضيات http://t.me/alllaaam82
مدرس الرياضيات http://t.me/mustafaallam

McGraw-Hill Education

الرياضيات

المسار العام

نسخة الإمارات العربية المتحدة

Mc Graw Hill Education

Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 08 Integrated Math Vol 2

FM. Front Matter, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015
MPH. Mathematical Practices Handbook, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015
U4. Geometry, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Unit 04 © 2015
5. Triangles and Pythagorean Theorem, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Chapter 05 © 2015
6. Transformations, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Chapter 06 © 2015
7. Congruence and Similarity, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Chapter 07 © 2015
8. Volume and Surface Area, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 Chapter 08 © 2015
EM. End Matter/Glossary, from Glencoe Math Course 3 Vol 2 © 2015

صورة الغلاف: VikaSuh/Shutterstock.com

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-1-52-689887-6 (نسخة الطالب)
MHID: 1-52-689887-X (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-52-689889-0 (نسخة المعلم)
MHID: 1-52-689889-6 (نسخة المعلم)

النسخة الإلكترونية

رقم النشر الدولي: 978-1-52-689897-5 (نسخة الطالب)
MHID: 1-52-689897-7 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-52-689899-9 (نسخة المعلم)
MHID: 1-52-689899-3 (نسخة المعلم)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

ملخص المحتوى

الوحدات مرتبة حسب المجال

تم ترتيب هذا الكتاب في وحدات بناءً على مجموعات تُسمى مجالات. تم تضمين معايير MP الممارسات الرياضية طوال الدورة الدراسية.

MP الممارسات الرياضية

كتيب الممارسات الرياضية

نظام الأعداد

الوحدة 1 **الأعداد الحقيقية**

التعابير والمعادلات

الوحدة 2 **المعادلات ذات المتغير الواحد**

الوحدة 3 **المعادلات ذات المتغيرين**

الدوال

الوحدة 4 **الدوال**

الهندسة

الوحدة 5 **المثلثات ونظرية فيثاغورس**

الوحدة 6 **التحويلات**

الوحدة 7 **التطابق والتشابه**

الوحدة 8 **الحجم ومساحة السطح**

الإحصاء والاحتمالات

الوحدة 9 **مخطّطات الانتشار وتحليل البيانات**

الوحدة 10 **أدوات الهندسة**

الوحدة 11 **الأشكال الرباعية**

الوحدة 12 **نظرية المجموعات**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نظرة عامة على مشروع 4

الوحدة 5
المثلثات ونظرية فيثاغورس

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟ 366
ما الذي تعرفه حتى الآن؟ 367
هل أنت مستعد؟ 368

369 مختبر الاستكشاف 1: المستقيمات المتوازية
371 الدرس 1 المستقيمات

379 الدرس 2 البرهان الهندسي

387 مختبر الاستكشاف 2: المثلثات
389 الدرس 3 زوايا المثلثات

397 الدرس 4 المضلعات والزوايا

405 استقصاء حل المسائل: البحث عن نمط

اختبار منتصف الوحدة 408

409 مختبر الاستكشاف 3: علاقات المثلث القائم
411 الدرس 5 نظرية فيثاغورس
419 مختبر الاستكشاف 4: براهين نظرية فيثاغورس

423 الدرس 6 استخدام نظرية فيثاغورس

431 الدرس 7 المسافة على المستوى الإحداثي

439 مهن القرن الحادي والعشرين في مجال السفر والسياحة

مراجعة على الوحدة 441
مهمة تقييم الأداء 443
التفكير 444

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

حقوق الطبع محفوظة © McGraw-Hill Education

الوحدة 6
التحويلات

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟ 446
ما الذي تعرفه حتى الآن؟ 447
هل أنت مستعد؟ 448

449 مختبر الاستكشاف 1: التحويلات
453 الدرس 1 الإزاحة

461 الدرس 2 الانعكاس

469 استقصاء حل المسائل:
مثّلها بنفسك

اختبار منتصف الوحدة 472

473 مختبر الاستكشاف 2: التماثل الدوراني
475 الدرس 3 الدوران

483 مختبر الاستكشاف 3: التمدّد
487 الدرس 4 عمليات تغيير الأبعاد/ التمدّد

495 مهن القرن الحادي والعشرين
في مجال الرسوم الحاسوبية المتحركة

مراجعة على الوحدة 497
مهمة تقييم الأداء 499
التفكير 500

السؤال الأساسي

كيف يمكننا عرض أو وصف التغير في موضع أو شكل على أفضل وجه؟

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7
التطابق والتشابه

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟ 502
ما الذي تعرفه حتى الآن؟ 503
هل أنت مستعد؟ 504

505 مختبر الاستكشاف 1: تركيب التحويلات
509 الدرس 1 التطابق والتحويلات

517 مختبر الاستكشاف 2: استكشاف المثلثات المتطابقة
521 الدرس 2 التطابق

529 استقصاء حل المسائل:
تصميم رسم تخطيطي

اختبار منتصف الوحدة 532

533 مختبر الاستكشاف 3: المثلثات المتشابهة
535 الدرس 3 التشابه والتحويلات

543 الدرس 4 خصائص المضلعات المتشابهة

551 الدرس 5 المثلثات المتشابهة والقياس غير المباشر

559 الدرس 6 المثلثات الماثلة والمتشابهة

567 الدرس 7 مساحة الأشكال المتشابهة ومحيطها

575 مهن القرن الحادي والعشرين
تصميم السيارات

مراجعة على الوحدة 577
مهمة تقييم الأداء 579
التفكير 580

السؤال الأساسي

كيف يمكنك تحديد التطابق والتشابه؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 8
الحجم ومساحة السطح

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟ 582
ما الذي تعرفه حتى الآن؟ 583
هل أنت مستعد؟ 584

585 **مختبر الاستكشاف 1:** الأشكال ثلاثية الأبعاد
587 **الدرس 1** حجم الاسطوانة

595 **الدرس 2** حجم المخروط

603 **الدرس 3** حجم الكرة

611 **استقصاء حل المسائل:**
حل المسائل الأبسط

اختبار منتصف الوحدة 614

615 **مختبر الاستكشاف 2:** مساحة سطح الاسطوانة
617 **الدرس 4** مساحة سطح الاسطوانة

625 **مختبر الاستكشاف 3:** شبكة المخروط
629 **الدرس 5** مساحة سطح المخروط

637 **مختبر الاستكشاف 4:** تغيرات الأبعاد
639 **الدرس 6** تغيرات الأبعاد

647 **مهن القرن الحادي والعشرين**
الهندسة المعمارية

مراجعة على الوحدة 649
مهمة تقييم الأداء 653
التذكير 654

السؤال الأساسي

ما وجه أهمية الصيغ في الرياضيات والعلوم؟

مشروع 4

صمّم هذه اللعبة!

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هذا *الكتاب*. الدورة التدريبية 3. تركز على ثلاث مساحات مهمة (1) تطبيق المعادلات على متغير واحد ومتغيرين؛ (2) استيعاب مفهوم الدالة واستخدام الدوال لوصف العلاقات الكمية؛ (3) تطبيق مبرهنة فيثاغورس ومفاهيم التشابه والتطابق.

المحتوى

نظام الأعداد

- معرفة أن هناك أعدادًا غير نسبية وتقريبها باستخدام الأعداد النسبية.

التعابير والمعادلات

- العمل مع الأسس الجذرية والصحيحة.
- إدراك الروابط بين علاقات التناسب والخطوط والمعادلات الخطية.
- تحليل وحل المعادلات الخطية وأزواج المعادلات الخطية الآنية.

الدوال

- تعريف الدوال وتقييمها ومقارنتها.
- استخدام الدوال لنمذجة العلاقات بين الكميات.

الهندسة

- فهم التطابق والتشابه باستخدام النماذج الفيزيائية والشفافيات والبرامج الهندسية.
- فهم مبرهنة فيثاغورس وتطبيقها.
- حل مسائل من الحياة اليومية ومسائل الرياضيات التي تتطلب حجم الإسطوانات والمخروطات والكرات.

الإحصاء والاحتمالات

- استقصاء أنماط الرابط في البيانات ذات المتغيرين.

الممارسات الرياضية

1 فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها
2 التفكير بطريقة تجريدية وبطريقة كمّية
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين
4 استخدام نماذج الرياضيات
5 استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية
6 مراعاة الدقة
7 محاولة إيجاد البنية واستخدامها
8 البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الهندسة

السؤال الأساسي

كيف يمكنك استخدام القياسات المختلفة لحل مسائل من الحياة اليومية؟

الوحدة 5
المثلثات ونظرية فيثاغورس

في هذه الوحدة سوف تستخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية والأبعاد على المستوى الإحداثي.

الوحدة 6
التحويلات

في هذه الوحدة، سوف تصف تأثير الإزاحة، والانعكاس، والتدوير، وتمديد الأبعاد على الأشكال الهندسية.

الوحدة 7
التطابق والتشابه

في هذه الوحدة سوف تصف التحويلات التي ينتج عنها أشكال متطابقة ومتشابهة.

الوحدة 8
الحجم ومساحة السطح

في هذه الوحدة سوف تجد حجم الأشكال المخروطية والأسطوانية والكروية ومساحة سطحها.

نظرة عامة على مشروع 4

نشاط تعاوني

تصميم هذه اللعبة هل تذكر شعورك في أول مرة ركبت فيها الأفعوانية؟ خائف، متحمس، مرعوب؟ تتسم ألعاب حدائق الملاهي بأنها تتخذ جميع الأشكال والأحجام بالإضافة إلى متعة ركوبها.

وعلى الرغم من أن ركوب ألعاب الملاهي أمر ممتع، إلا أنها مصممة أيضًا لتكون غاية في الأمان. فالمهندسون يطبّقون المفاهيم الهندسية ويستخدمون قياسات دقيقة عند تصميم هذه الألعاب.

في مرحلة لاحقة من هذا البرنامج الدراسي، سوف تتم مشروعًا لإيجاد الطريقة التي تُستخدم بها مفاهيم الرياضيات لتصميم حديقة ملاهٍ. ولكن الآن، حان وقت أداء نشاط في كتابك. ارسم لعبة بحديقة ملاهٍ. واذكر بعض الأشكال الهندسية التي يمكن أن تجدها داخل اللعبة التي رسمتها.

لعبة حديقة الملاهي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

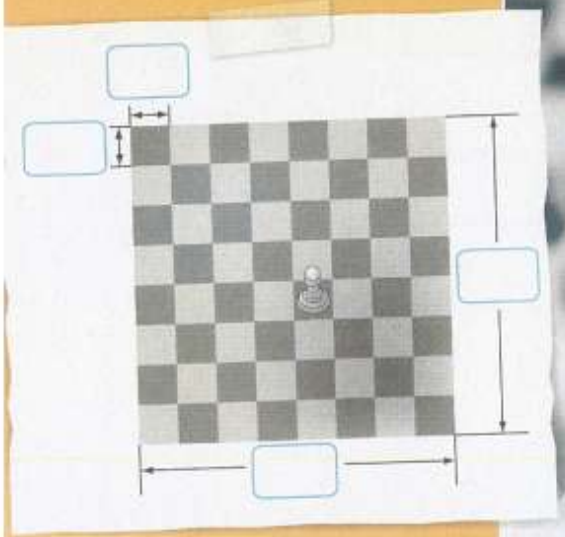
الوحدة 5
المثلثات ونظرية فيثاغورس

السؤال الأساسي
كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

الممارسات الرياضية
1, 2, 3, 4, 5, 7, 8

الرياضيات في الحياة اليومية
ألعاب في إحدى حدائق مورو باي بكاليفورنيا واحدة من كبرى رقع الشطرنج في العالم التي تم صنعها من الأسمنت ولها مساحة تبلغ 23.04 مترًا مربعًا. ويبلغ وزن قطع الشطرنج المستخدمة ما بين 8 و 14 كيلوجرامًا لكل قطعة.

اذكر أبعاد رقعة الشطرنج وأحد مربعاتها.



المطويات منظم الدراسة

1. قص المطوية من نهاية الكتاب.
2. ضع المطوية في نهاية الفصل.
3. استخدم المطوية طوال هذا الفصل لتساعدك في التعرف على نظرية فيثاغورس.

5: Triangles and Pythagorean Theorem, from Glencoe Math Course 3, Vol 2, Chapter 05 © 2015 McGraw-Hill Education

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟

المفردات

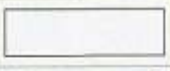
زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles
زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles
معكوس converse
زوايا متناظرة corresponding angles
الاستدلال الاستنتاجي deductive reasoning
قانون المسافة Distance Formula
متساوي الزوايا equiangular

زاوية خارجية exterior angles
برهان صوري formal proof
وتر المثلث hypotenuse
الاستدلال الاستقرائي inductive reasoning
برهان عام informal proof
زوايا داخلية interior angles
الساقان legs
برهان حر paragraph proof
مستقيمات متوازية parallel lines

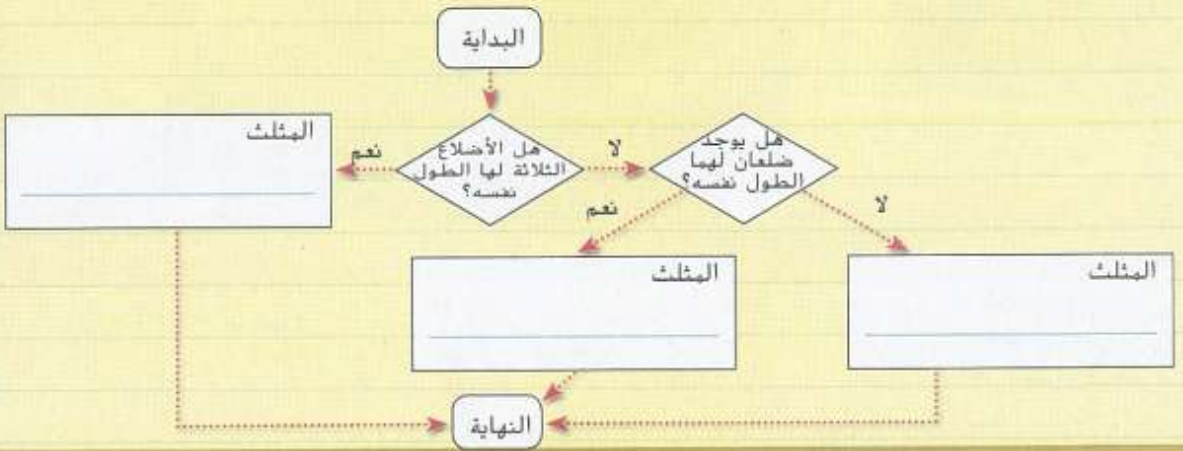
المستقيمات المتعامدة perpendicular lines
مضلع polygon
برهان proof
نظرية فيثاغورس Pythagorean Theorem
مُضلع منتظم regular polygon
زوايا داخلية غير مجاورة remote interior angles
نظرية theorem
قاطع transversal
مثلث triangle
برهان ذو عمودين two-column proof

مهارات دراسية: بنية الرياضيات

استخدام المخطط الانسيابي المخطط الانسيابي يشبه خريطة تخبرك بطريقة الوصول إلى نهاية مسألة من أولها.

رموز المخطط الانسيابي	
	الشكل المعيّن يحتوي على سؤال. عليك التوقف واتخاذ قرار.
	المستطيل يخبرك بما عليك فعله.
	الشكل البيضاوي يشير إلى البداية أو النهاية.

أكمل المخطط الانسيابي لتصنف المثلثات حسب أضلاعها.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ما الذي تعرفه حتى الآن؟

اذكر ثلاثة أشياء تعرفها بالفعل عن المستقيمات والزوايا والمثلثات في القسم الأول. ثم اذكر ثلاثة أشياء ترغب في معرفتها عن المستقيمات والزوايا والمثلثات في القسم الثاني.

المثلثات ونظرية فيثاغورس

ما أعرفه	ما أريد أن أعرفه

متى ستستخدم ذلك؟

فيما يلي مثال على طريقة استخدام الزوايا والمستقيمات في الحياة اليومية.

نشاط هل بنيت منحدرًا لأي شيء من قبل؟ ارسم في المساحة المتوفرة أدناه منحدرًا لدراجة ترغب في بنائه. وتأكد من تضمين قياسات أطوال جوانب المنحدر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هل أنت مستعد؟

تحقق ✓ حاول الإجابة عن أسئلة التدريب السريع التالي.

مراجعة سريعة

مراجعة

مثال 1

أوجد حل $82 + g + 41 = 180$

اكتب المعادلة. $82 + g + 41 = 180$

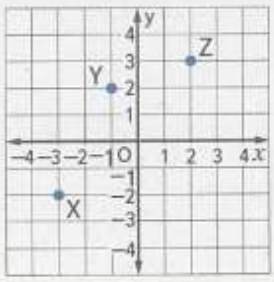
اجمع 82 و 41. $123 + g = 180$

خاصية الطرح في المعادلة $-123 \quad = -123$

$g = 57$

مثال 2

مثّل $X(-3, -2)$ و $Y(-1, 2)$، و $Z(2, 3)$ بيانيًا على المستوى الإحداثي.



ابدأ من نقطة الأصل. العدد الأول من كل زوج مرتب هو الإحداثي x. والعدد الثاني من كل زوج مرتب هو الإحداثي y.

تدريب سريع

معادلات أوجد حل كل معادلة.

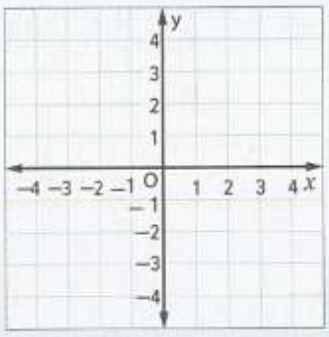
1. $49 + b + 45 = 180$

2. $t + 98 + 55 = 180$

3. $15 + 67 + k = 180$

اكتب الحل هنا

المستوى الإحداثي مثّل كل نقطة بيانيًا واذكر اسمها على المستوى الإحداثي.



4. $A(2, 4)$
5. $B(-1, -3)$
6. $C(0, -4)$
7. $D(3, -2)$
8. $E(-4, -3)$
9. $F(3, 0)$

كيف أبليت؟

ما المسائل التي أجبتَ عنها بشكل صحيح في التدريب السريع؟ ظلل أرقام هذه التمارين فيما يلي.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

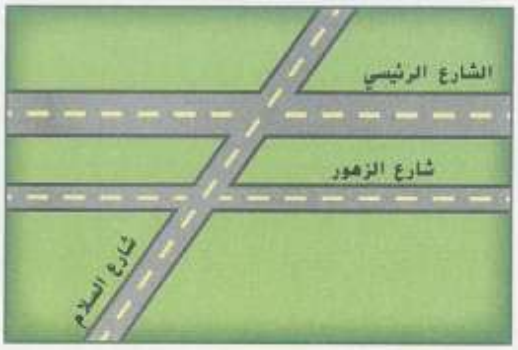
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 1
المستقيمات المتوازية

الممارسات الرياضية 1, 3, 5

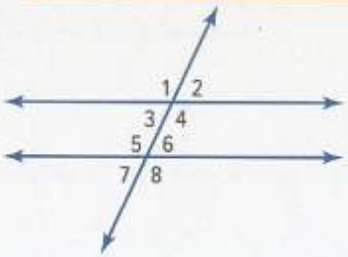
الاستكشاف **ما العلاقات التي تتكون بين الزوايا عندما يتقاطع مستقيم ثالث مع مستقيمين متوازيين؟**

يأخذ مسار توزيع الجرائد شارعين متوازيين. ويتقاطع هذان الشارعان مع شارع آخر كما هو موضح في الشكل أدناه.



نشاط عملي

المستقيمات المتوازية لها علاقة خاصة بين الزوايا. وسوف تدرس هذه العلاقات في هذا النشاط.



الخطوة 1 استخدم المنقلة والعلاقات بين الزوايا التي تعرفت عليها سابقًا لإيجاد قياس كل زاوية مرقمة وتسجيلها في جدول.

الزاوية	1	2	3	4	5	6	7	8
القياس								

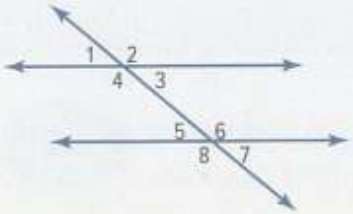
الخطوة 2 لوّن الزوايا التي لها القياس نفسه.

الخطوة 3 صف موقع الزوايا التي لها القياس نفسه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

نشاط تعاوني



استخدام أدوات الرياضيات تعاون مع زميلك. إذا كان قياس ∠1 في الشكل الموجود على اليسار يساوي 40°، فحدد قياس كل زاوية معطاة دون استخدام المنقلة. ثم تحقق من إجاباتك بالقياس بالمنقلة.

1. ∠2 _____
2. ∠3 _____
3. ∠4 _____
4. ∠5 _____
5. ∠6 _____
6. ∠7 _____
7. ∠8 _____

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

ارجع إلى الشكل الوارد أعلاه.

8. ما العلاقة بين المستقيمين الأفقيين؟

_____

9. ما الأمر الصحيح عن قياسات الزوايا المتجاورة؟

_____

10. **الاستدلال الاستقرائي** الزوايا المتطابقة هي الزوايا التي لها القياس نفسه. صف موضع الزوايا المتطابقة.

_____

_____

الابتكار

بنفسك

11. **التخمين** ارسم مجموعة من المستقيمات المتوازية التي يقطعها مستقيم آخر. وقدّر قياسات الزوايا الثماني التي تشكلت. تحقق من تقديراتك بقياس كل زاوية بالمنقلة.

12. **ما العلاقات التي تتكون بين الزوايا عندما يتقاطع مستقيم ثالث مع مستقيمين متوازيين؟**

الاستكشاف

_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1

المستقيمات

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

المفردات

المستقيمات المتعامدة
perpendicular lines
مستقيمات متوازية parallel lines
قاطع transversal
زوايا داخلية interior angles
زاوية خارجية exterior angles
زوايا داخلية متبادلة
alternate interior angles
زوايا خارجية متبادلة
alternate exterior angles
زوايا متناظرة
corresponding angles

رموز الرياضيات

$\parallel$ موازٍ لـ
$\perp$ عمودي على
$m\angle 1$ قياس الزاوية $\angle 1$

الممارسات الرياضية

1, 3, 4

المفردات الأساسية

عندما يتقاطع مستقيمان في مستوى ويشكلان زوايا قائمة، يُطلق عليهما **مستقيمان متعامدان**. ويطلق على المستقيمين **مستقيمان متوازيان** عندما يكونان في المستوى نفسه ولا يتقاطعان.

أكمل خريطة المفاهيم.

	مستقيمان متوازيان	مستقيمان متعامدان
الرموز	$\parallel$	$\perp$
عرّف كلاً من المصطلحات التالية بكلماتٍ من عندك		
ارسمهما		
اذكر مثالاً عليهما من الحياة اليومية		

الربط بالحياة اليومية

حدث رياضي يقام في دورة الألعاب الأوليمبية الصيفية يتضمن استخدام القضبان المتوازية. تتنافس السيدات على قضبان متوازية غير متساوية، بينما يتنافس الرجال على قضبان متوازية مثل الموضحة بالصورة. حوط المستقيمين المتوازيين الموضحين في الصورة على اليسار.

الممارسات الرياضية

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

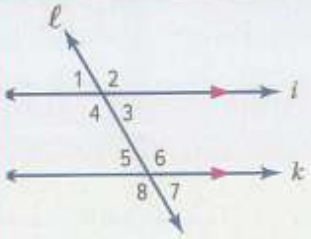
① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي

القواطع والزوايا

منحلة العمل



المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر يسمى **قاطعًا**. ويكوّن ثماني زوايا.

تقع **الزوايا الداخلية** في الناحية الداخلية للمستقيمين.
أمثلة: $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$

تقع **الزوايا الخارجية** في الناحية الخارجية للمستقيمين.
أمثلة: $\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$

الزوايا الداخلية المتبادلة هي الزوايا الداخلية التي تقع على جانبين متقابلين من القاطع. وعندما يكون المستقيمان متوازيين، يكون قياس هذه الزوايا متساويًا. **أمثلة:** $m\angle 4 = m\angle 6$, $m\angle 3 = m\angle 5$

الزوايا الخارجية المتبادلة هي الزوايا الخارجية التي تقع على جانبين متقابلين من القاطع. وعندما يكون المستقيمان متوازيين، يكون قياس هذه الزوايا متساويًا. **أمثلة:** $m\angle 1 = m\angle 7$, $m\angle 2 = m\angle 8$

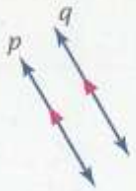
الزوايا المتناظرة هي تلك الزوايا التي تقع في الموضع نفسه من المستقيمين بالنسبة إلى القاطع. وعندما يكون المستقيمان متوازيين، يكون قياس هذه الزوايا متساويًا. **أمثلة:**
$m\angle 1 = m\angle 5$, $m\angle 2 = m\angle 6$, $m\angle 4 = m\angle 8$, $m\angle 3 = m\angle 7$

الزوايا
اقرأ $m\angle 1$ قياس الزاوية 1.

يُستخدم ترميز خاص للإشارة إلى المستقيمات المتعامدة والمتوازية.

$m \perp n$

يشير رمز الزاوية القائمة الأحمر إلى أن المستقيمين m و n متعامدان.



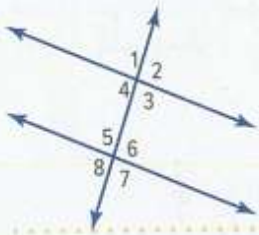
$p \parallel q$

وتشير رؤوس الأسهم الحمراء إلى أن المستقيمين p و q متوازيان.

المستقيمات المتوازية والمتعامدة
اقرأ $n \perp m$ بأنها المستقيم m عمودي على المستقيم n. واقرأ $p \parallel q$ بأنها المستقيم p موازٍ للمستقيم q.

أمثلة

صنف كل زوج من الزوايا في الشكل على أنها داخلية متبادلة، أو خارجية متبادلة، أو متناظرة.



1. $\angle 1$ و $\angle 7$

$\angle 1$ و $\angle 7$ زاويتان خارجيتان تقعان على جانبين متقابلين من القاطع. إذًا فهما زاويتان خارجيتان متبادلتان.

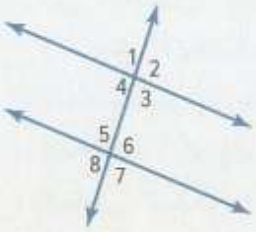
2. $\angle 2$ و $\angle 6$

$\angle 2$ و $\angle 6$ تقعان في الموضع نفسه من المستقيمين. إذًا فهما زاويتان متناظرتان.

McGraw-Hill Education مجموعة لمالغ مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنّك فهمت.

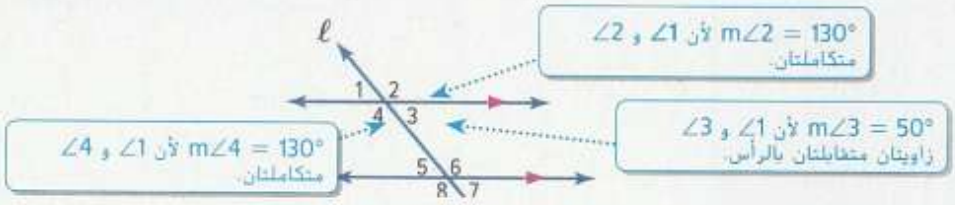
a. صنّف العلاقة بين ∠4 و ∠6. اشرح.



a. _____

إيجاد قياسات الزوايا الناقصة

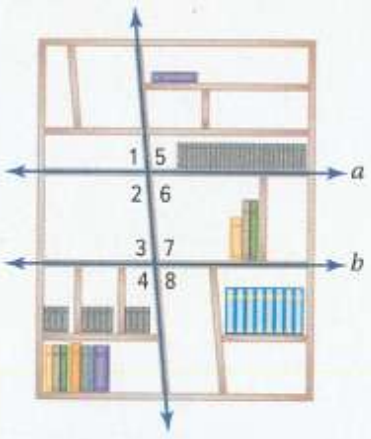
عندما يقطع مستقيمين متوازيين قاطع، تنشأ علاقات خاصة بين الزوايا. فإذا كنت تعلم قياس إحدى الزوايا، يمكنك إيجاد قياس جميع الزوايا. افترض أنك تعلم أن $m\angle 1 = 50°$. يمكن استخدام تلك المعلومة لإيجاد قياس الزوايا 2 و 3 و 4.



وفكّر في الشكل. كيف تعلم أن $m\angle 5 = 50°$؟ اشرح بالأسفل.

مثال

3. **صنع مصمم أثاث خزانة الكتب الموضحة. يتوازى المستقيم a مع المستقيم b. فإذا كان: $m\angle 2 = 105°$ فأوجد $m\angle 6$ و $m\angle 3$. علل إجابتك.**



بما أن ∠2 و ∠6 زاويتان متكاملتان، فإن مجموع قياسهما يساوي 180°.

$m\angle 6 = 180° - 105°$ أو $75°$

وبما أن ∠6 و ∠3 زاويتان داخليتان تقعان على جانبين متقابلين من القاطع، فإنهما زاويتان داخليتان متبادلتان. وقياس الزوايا الداخلية المتبادلة متساوٍ. $m\angle 3 = 75°$

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنّك فهمت.

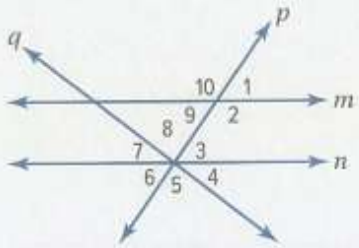
b. ارجع إلى الحالة المذكورة أعلاه. أوجد $m\angle 4$. علل إجابتك.

b. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

4. في الشكل، يتوازى المستقيم m مع المستقيم n، ويتعامد المستقيم q على المستقيم p. وقياس ∠1 يساوي 40°. فما قياس ∠7؟



بما أن ∠1 و ∠6 زاويتان خارجيتان متبادلتان، فإن $m\angle 6 = 40°$.

بما أن ∠6 و ∠7 و ∠8 تشكل مستقيمًا، فإن مجموع قياساتهم 180°.

$40 + 90 + m\angle 7 = 180$

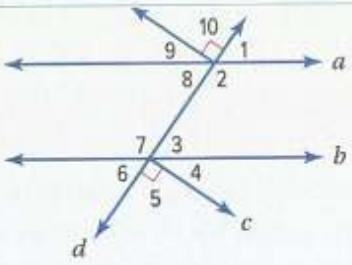
إذًا، $m\angle 7$ يساوي 50°.

تمرين موجّه

تحقق

1. راجع سلالم الشرفة الموضحة. يتوازى المستقيم m مع المستقيم n و $m\angle 7$ يساوي 35°. أوجد قياس ∠1. علل إجابتك. (المثال 3)

راجع الشكل الموضح على اليسار. يتوازى المستقيم a مع المستقيم b و $m\angle 2$ يساوي 135°. أوجد قياس كل زاوية معطاة. علل إجابتك. (الأمثلة 1، و 2، و 4)



2. $m\angle 9$ _____

3. $m\angle 7$ _____

4. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف ترتبط قياسات الزوايا عندما يقطع مستقيمين متوازيين قاطع؟

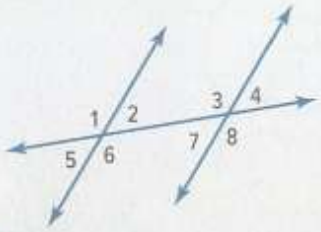
قيّم نفسك!

ما مدى فهمك للمستقيمات والزوايا؟ ضع علامة على المربع الذي ينطبق.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

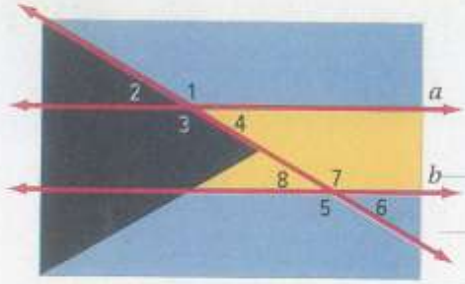
تمارين ذاتية

صنّف كل زوج من الزوايا على أنها داخلية متبادلة، أو خارجية متبادلة، أو متناظرة. (المثالان 1 و2)



1. $\angle 2$ و $\angle 4$ _____

2. $\angle 4$ و $\angle 5$ _____



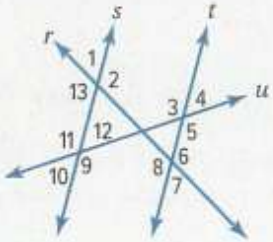
3. في العلم الموضح على اليسار، يتوازى المستقيم a مع المستقيم b. فإذا كان $m\angle 1 = 150°$، فأوجد $m\angle 4$ و $m\angle 7$. علل إجابتك. (المثال 3)

_____

_____

_____

ارجع إلى الشكل الموضح على اليسار. يتوازى المستقيم s مع المستقيم t، و $m\angle 2$ يساوي 110° و $m\angle 11$ يساوي 137°. أوجد قياس كل زاوية معطاة. علل إجابتك. (المثال 4)



4. $m\angle 7$ _____

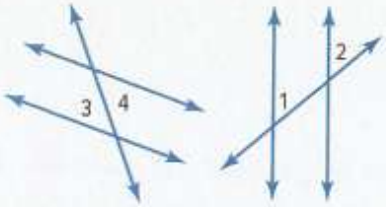
_____

5. $m\angle 8$ _____

_____

6. $m\angle 3$ _____

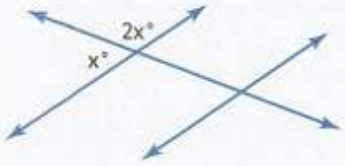
_____



7. يقطع المستقيمين المتوازيين على اليسار قاطع. أوجد قيمة x.

a. الزاويتان 1 و 2 زاويتان متناظرتان، و $m\angle 1 = 45°$، و $m\angle 2 = (x + 25)°$. _____

b. الزاويتان 3 و 4 زاويتان داخليتان متبادلتان، و $m\angle 3 = 2x°$، و $m\angle 4 = 80°$. _____



8. صف الطريقة التي يمكنك استخدامها لإيجاد قيمة x في الشكل الموضح على اليسار دون استخدام المنقلة.

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

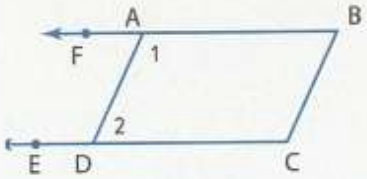
9. **استخدام نماذج الرياضيات** ارجع إلى الإطار المصور الرسومي التالي للتمرينين a-b.

a. صف طريقة يمكنك استخدامها لإيجاد قياس الزاوية الناقصة.

b. استخدم الطريقة التي حددتها في الجزء a لإيجاد قياس الزاوية الناقصة.

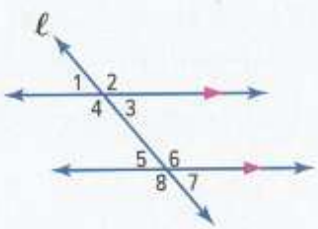
مسائل مهارات التفكير العليا

10. **المثابرة في حل المسائل** الشكل الرباعي *ABCD* متوازي أضلاع. خمّن العلاقة بين ∠1 و ∠2. علل استنتاجك.



11. **الاستدلال الاستقرائي** إذا قطع مستقيمين متوازيين قاطع. فما العلاقة التي تنشأ بين الزاويتين الداخليتين الواقعتين على الجانب نفسه من القاطع؟

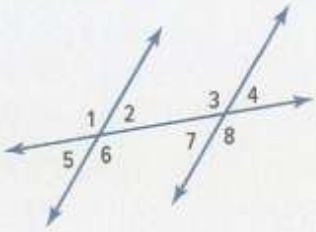
12. **الاستدلال الاستقرائي** افترض أن $m\angle 1 = x^\circ$. استخدم فرضية غير رسمية لكتابة تعبير يمثل قياس ∠6 في الرسم التخطيطي الموضح على اليسار.



حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

صنف كل زوج من الزوايا على أنها *داخلية متبادلة، أو خارجية متبادلة، أو متناظرة*.



13. ∠3 و ∠6 داخلية متبادلة

∠3 و ∠6 زاويتان داخليتان تقعان على جانبين متقابلين من القاطع. إذًا فهما زاويتان داخليتان متبادلتان

مساعدة الواجب المنزلي

14. ∠1 و ∠3 _____

15. ∠2 و ∠7 _____

16. في تصميم اللحاف الموضح على اليسار، يتوازى المستقيم *a* مع المستقيم *b*. فإذا كان $m\angle 1 = 120°$، فأوجد $m\angle 2$ و $m\angle 3$. علل إجاباتك.

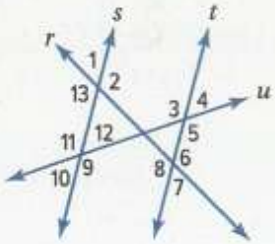
_____

_____

_____

_____

ارجع إلى الشكل الموضح على اليسار. يتوازى المستقيم *s* مع المستقيم *t*، و $m\angle 2$ يساوي °110 و $m\angle 11$ يساوي °137. أوجد قياس كل زاوية معطاة. علل إجابتك.



17. $m\angle 6$ _____

_____

18. $m\angle 13$ _____

_____

19. $m\angle 4$ _____

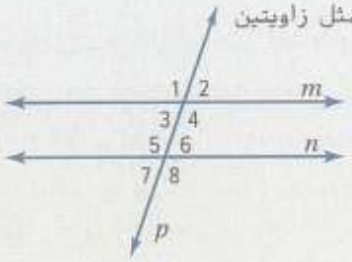
_____

20. **استخدام نماذج الرياضيات** ارسم مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع. وقدّر قياس إحدى الزوايا واكتبه. ومن دون استخدام المنقلة، اكتب القياس التقريبي لجميع الزوايا الأخرى.

حقوق الطبع والتأليف © تعود لمكان مؤسسة McGraw-Hill Education

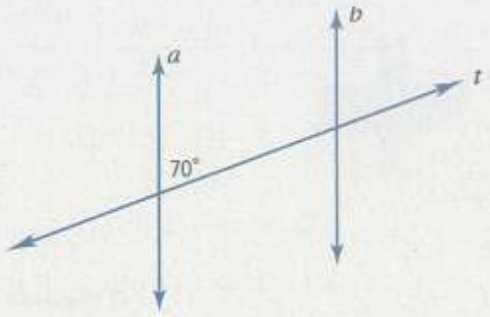
انطلق! تمرين على الاختبار

21. المستقيمان m و n متوازيان ويقطعهما القاطع p. أي زوج من الزوايا فيما يلي يمثل زاويتين متناظرتين. حدد كل ما ينطبق.



- ☐ $\angle 2$ و $\angle 6$
- ☐ $\angle 4$ و $\angle 6$
- ☐ $\angle 3$ و $\angle 4$
- ☐ $\angle 1$ و $\angle 5$

22. المستقيمان a و b متوازيان ويقطعهما القاطع t. اكتب قياس الزاوية الصحيح لكل زاوية من الزوايا السبع مجهولة القياس.

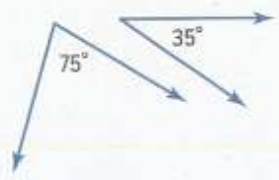


مراجعة شاملة

23. ملصق على شكل مثلث قاعدته 10 سنتيمترات، وارتفاعه 20 سنتيمترًا. فما مساحة الملصق؟

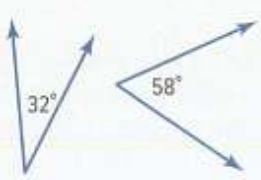
صنّف كل زوج من الزوايا على أنهما *متتامتان*، *أو متكاملتان*، أو *لا شيء من ذلك*.

24.



25.

26.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

الدرس 2

البرهان الهندسي

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

المفردات

الاستدلال الاستقرائي
inductive reasoning

الاستدلال الاستنتاجي
deductive reasoning

برهان proof

برهان حر paragraph proof

برهان عام informal proof

برهان ذو عمودين
two-column proof

برهان صوري formal proof

نظرية theorem

الممارسات الرياضية م.ر
1, 2, 3, 4

الربط بالحياة اليومية

محققون يستخدم محقق الشرطة التفكير التحليلي لحل الجرائم. **والاستدلال الاستقرائي** هو عملية إصدار تخمين بعد ملاحظة عدة أمثلة.

وعلى عكس الاستدلال الاستقرائي، يستخدم **الاستدلال الاستنتاجي** الحقائق أو القواعد أو التعريفات أو القوانين لعمل تخمينات من المواقف المقدمة.

أكمل خريطة المفاهيم بتوصيل كل موقف مع نوع الاستدلال المستخدم.

في كل مرة يشاهد عبد الله فريقه المفضل على التلفاز، يخسر الفريق. لذا، قرر عبد الله عدم مشاهدة فريقه على التلفاز أثناء اللعب.

استدلال استنتاجي

لكي تمارس الرياضة، يجب أن تحصل على متوسط B. حصل فارس على متوسط B. ولذا استنتج إمكانية ممارسته للرياضة.

جميع المثلثات لها 3 أضلاع و3 زوايا. مع هالة شكل له 3 أضلاع و3 زوايا. إذًا لا بد وأن يكون الشكل مثلثًا.

استدلال استقرائي

بعد إجراء تجربة علمية، استنتج أيوب أن 80% فقط من بذور الطماطم تنمو لتصبح نباتًا.

ما م.ر الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي

عملية البرهنة

الخطوة 1 اكتب قائمة بالمعلومات المعطاة وصمم رسمًا تخطيطيًا إذا أمكن لتوضيح تلك المعلومات.

الخطوة 2 اذكر المطلوب إثباته.

الخطوة 3 أنشئ فرضية استقرائية بعمل تسلسل منطقي من العبارات التي تربط بين المعلومات المعطاة وما تحاول إثباته.

الخطوة 4 برر كل عبارة بسبب. يشمل المبررات التعريفات والخواص الجبرية والنظريات.

الخطوة 5 اذكر ما قمت بإثباته.

منطقة العمل

البرهان هو فرضية منطقية يتم فيها تعليل كل عبارة بسبب ما. و**البرهان الحر**. يطلق عليه أيضًا **البرهان الصوري**. يتضمن كتابة فقرة تشرح سبب صحة التخمين. وفي المثال 1 أدناه، سوف تستخدم خاصية التعويض الجبرية والعلاقة الهندسية بين الزوايا المتقابلة بالرأس.

مثال

1. لأفعى الجرس السامة ظهر ذو شكل ماسي. وموضح صورة مكبرة لجلد الثعبان. فإذا كان $m\angle 4 = m\angle 1$، فاكتب برهانًا حرًا لإثبات أن $m\angle 2 = m\angle 3$.

المعطيات: $m\angle 1 = m\angle 4$

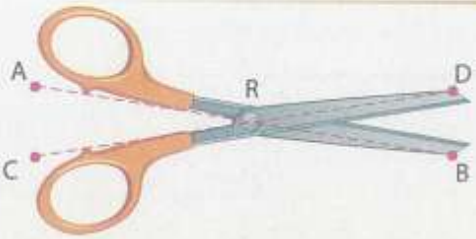
المطلوب إثباته: $m\angle 2 = m\angle 3$

البرهان: $m\angle 2 = m\angle 1$ لأنهما زاويتان متقابلتان بالرأس. وبما أن $m\angle 1 = m\angle 4$، فإن $m\angle 2 = m\angle 4$ بالتعويض. $m\angle 4 = m\angle 3$ لأنهما زاويتان متقابلتان بالرأس. وبما أن $m\angle 4 = m\angle 2$، فإن $m\angle 2 = m\angle 3$ أيضًا بالتعويض. إذًا، $m\angle 2 = m\angle 3$.

البراهين
أنه دائمًا برهانك بعبارة تصف ما قمت بإثباته.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.



a. ارجع إلى الرسم التخطيطي الموضح. اكتب $AR = CR$ و $DR = BR$. برهانًا حرًا لتوضيح أن $AR + DR = CR + BR$.

المعطيات: $AR =$ _____ و $DR =$ _____.

المطلوب إثباته: _____ $= CR + BR$.

البرهان: أنت تعرف أن $AR = CR$ و $DR = BR$.

$AR + DR = CR + DR$ باستخدام خاصية _____ في المعادلة. إذًا $AR + DR = CR + BR$ باستخدام _____

ترميز القطعة المستقيمة

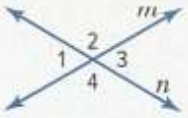
AR تقرأ قياس القطعة المستقيمة AR

براهين ذات عمودين

يحتوي **البرهان ذو العمودين** أو **البرهان الصوري** على *عبارات* و*أسباب* منظمة في عمودين. وبمجرد إثبات عبارة أو تخمين، يطلق عليها **نظرية**. ومن ثم يمكن استخدامها كسبب لتعليل عبارات في براهين أخرى.

مثال

2. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس لهما القياس نفسه.



المعطيات: المستقيمان m و n متقاطعان؛ والزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس

اثبت أن: $m\angle 1 = m\angle 3$

	العبارات	المبررات
a.	المستقيمان m و n متقاطعان؛ والزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس	المعطيات
b.	تشكل الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ زوجًا خطيًا. وتشكل الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 2$ زوجًا خطيًا.	تحديد الزوج الخطي
c.	$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$ $m\angle 3 + m\angle 2 = 180°$	تحديد الزوايا المتكاملة
d.	$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 2$	التعويض
e.	$m\angle 1 = m\angle 3$	خاصية الطرح في المعادلة

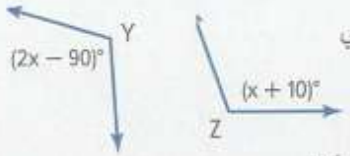
الزوج الخطي

الزوج الخطي من الزوايا هو زوج من الزوايا المتجاورة التي تكونت بتقاطع المستقيمات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.

b. معطى بالأسفل عبارات البرهان ذي العمودين التي توضح أنه إذا كان $m\angle Y = m\angle Z$، فإن $x = 100$. أكمل البرهان بتقديم المبررات.



العبارات	المبررات
a. $m\angle Y = m\angle Z$, $m\angle Y = 2x - 90$, $m\angle Z = x + 10$	
b. $2x - 90 = x + 10$	
c. $x - 90 = 10$	
d. $x = 100$	

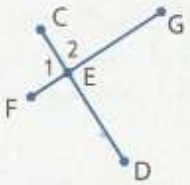
تمرين موجّه

تحقق

1. استخدم الشكل لإكمال البرهان الحر. (مثال 1)

المعطيات: $m\angle 2 = m\angle 1$ و $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

المطلوب إثباته: أن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان قائمتان.



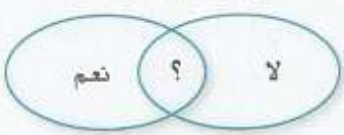
البرهان: _____ $= m\angle 1 + m\angle 2$ بما أنهما زاويتان متكاملتان. وبما أن $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 1 + m\angle 1 = 180°$ باستخدام _____. وبحل المعادلات نحصل على $m\angle 1 =$ _____. وبما أن $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 2$ تساوي _____ أيضًا. إذًا، $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان قائمتان.

2. ارجع إلى الشكل أعلاه وأكمل البرهان ذا العمودين لإثبات أنه إذا كان $EG = 3x - 1$، و $ED = 2x + 4$، و $EG = ED$، فإن $x = 5$. (المثال 2)

العبارات	المبررات
a. $EG = 3x - 1$ و $ED = 2x + 4$ و $EG = ED$	
b. $3x - 1 = 2x + 4$	
c. $x - 1 = 4$	
d. $x = 5$	

قيّم نفسك!

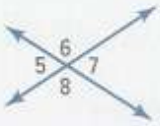
هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم الذي ينطبق.



3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يُستخدم الاستدلال الاستنتاجي في البراهين الجبرية والهندسية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية



1 في الشكل الوارد على اليسار، يتقاطع مستقيمان لتكوين أربع زوايا. فإذا كان $m\angle 7 = 9x$ و $m\angle 8 = 11x$. فأكمل البرهان الحر لإثبات أن $x = 9$. (المثال 1)

المعطيات: مستقيمان متقاطعان و $m\angle 7 = 9x$ و $m\angle 8 = 11x$

المطلوب إثباته: $x = 9$

البرهان: $7\angle$ و $8\angle$ تكونان زاوية _____ إذًا الزاويتان _____. إذًا، $m\angle 8 + m\angle 7 =$ _____. حسب تعريف الزوايا المتكاملة. وبالتعويض، يكون _____. إذًا، $x =$ _____ حسب خاصية القسمة في المعادلة.

2. **بناء فرضية** تقع أربع مدن على طريق مستقيم. وتقع المدينة B في نقطة المنتصف بين المدينة A والمدينة C. وتقع المدينة C في نقطة المنتصف بين المدينة B والمدينة D. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أن المسافة بين المدينة A والمدينة B هي المسافة نفسها بين المدينة C والمدينة D. (المثال 1)

المعطيات: تقع B في منتصف $\overline{AC}$ وتقع C في منتصف $\overline{BD}$.

المطلوب إثباته: $AB = CD$.

البرهان: حسب تعريف نقطة المنتصف، فإن $BC =$ _____ و $CD =$ _____. إذًا، $AB = CD$ باستخدام _____.

3. **بناء فرضية** أكمل البرهان ذا العمودين لإثبات أنه إذا كانت $1\angle$ و $2\angle$ زاويتين متكاملتين، و $m\angle 2 = m\angle 1$، فإن $1\angle$ و $2\angle$ زاويتان قائمتان. (المثال 2)

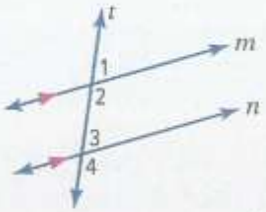
المعطيات: $1\angle$ و $2\angle$ زاويتان متكاملتان، و $m\angle 1 = m\angle 2$

المطلوب إثباته: $1\angle$ و $2\angle$ زاويتان قائمتان

العبارات	المبررات
a. $1\angle$ و $2\angle$ متكاملتان، $m\angle 1 = m\angle 2$	
b. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$	
c. $m\angle 1 + m\angle 1 = 180°$	
d. $2(m\angle 1) = 180°$	
e. $m\angle 1 = 90°$	
f. $m\angle 2 = 90°$	$m\angle 1 = m\angle 2$ (معطى)
g. $1\angle$ و $2\angle$ زاويتان قائمتان.	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4. **بناء فرضية** أكمل البرهان ذا العمودين لإثبات أنه عندما يقطع مستقيمين متوازيين قاطع، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متكاملة.



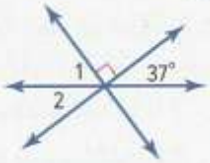
المعطيات: المستقيمان المتوازيان m و n يقطعهما القاطع t

المطلوب إثباته: $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.

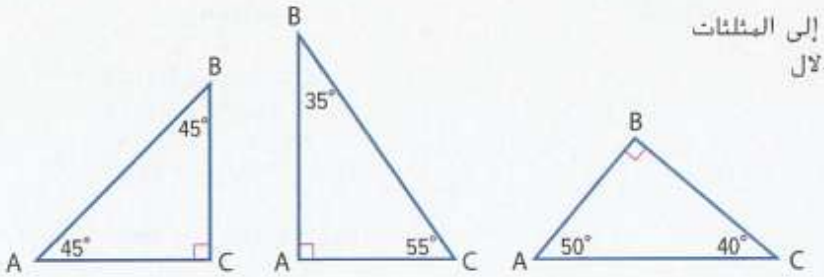
العبارات	المبررات
a.	المعطيات
b. $\angle 1$ و $\angle 2$ يشكلان زاوية مستقيمة.	
c.	تحديد الزوايا المتكاملة
d. $m\angle 3 = m\angle 1$	
e.	التعويض
f. $\angle 2$ و $\angle 3$ زاويتان متكاملتان	

مسائل مهارات التفكير العليا

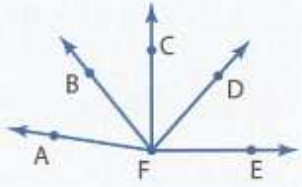
5. **التفكير بطريقة تجريدية** صف النظرية أو التعريف الذي يمكنك استخدامه لإيجاد قياس الزاوية $\angle 2$.



6. **المثابرة في حل المسائل** بالنظر إلى المثلثات القائمة الزاوية الموضحة. استخدم الاستدلال الاستقرائي لعمل تخمين عن مجموع قياسي الزاويتين الحادتين في أي مثلث قائم.



7. **الاستدلال الاستقرائي** في الرسم التخطيطي، $m\angle CFE = 90°$ و $m\angle AFB = m\angle CFD$. أي من الاستنتاجات التالية ليس صحيحًا بالضرورة؟



a. $m\angle CFD = m\angle AFB$

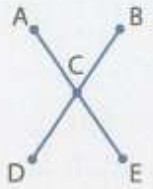
b. $\angle CFE$ هي زاوية قائمة

c. $m\angle AFB + m\angle DFE = 90°$

d. يقسم BF الزاوية $\angle AFD$ إلى نصفين متساويين

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

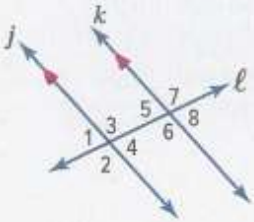


8. **بناء فرضية** في الشكل الوارد على اليسار، $AE = DB$ و C في منتصف $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$. أكمل البرهان لإثبات أن $AC = CB$.

المعطيات: $AE = DB$ و C في منتصف $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$.

المطلوب إثباته: $AC = CB$

البرهان: بما أن C في منتصف _____ و _____، فإن _____ $AC = CE = \frac{1}{2}$ و $DC = CB = \frac{1}{2}$ حسب تعريف نقطة المنتصف. تشير المعطيات إلى أن $AE = DB$. وحسب خاصية _____ في المعادلة، فإن $\frac{1}{2}AE = \frac{1}{2}DB$. إذًا، باستخدام _____، فإن $AC = CB$.

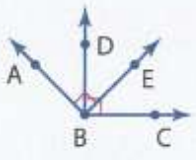


9. **بناء فرضية** ارجع إلى الشكل الوارد على اليسار. أكمل البرهان ذا العمودين لإثبات أنه إذا كان $m\angle 3 = 2x - 15$ و $m\angle 6 = x + 55$، فإن $x = 70$.

المعطيات: $j \parallel k$، يقطعهما ℓ؛ $m\angle 3 = 2x - 15,\ m\angle 6 = x + 55$

المطلوب إثباته: $x = 70$

	العبارات	المبررات
a.	$j \parallel k$، يقطعهما ℓ؛ $m\angle 3 = 2x - 15$، $m\angle 6 = x + 55$	
b.	$m\angle 6 = m\angle 3$	
c.	$2x - 15 = x + 55$	
d.	$x - 15 = 55$	
e.	$x = 70$	



10. **بناء فرضية** ارجع إلى الشكل الوارد على اليسار. أكمل البرهان ذا العمودين لإثبات أنه إذا كانت $\angle ABE$ و $\angle DBC$ زاويتين قائمتين، فإن $m\angle ABD = m\angle EBC$.

المعطيات: $\angle ABE$ و $\angle DBC$ زاويتان قائمتان.

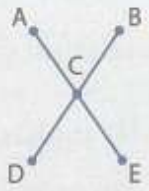
المطلوب إثباته: $m\angle ABD = m\angle EBC$

	العبارات	المبررات
a.	$\angle ABE$ و $\angle DBC$ زاويتان قائمتان.	
b.	$m\angle ABE = 90°$ و $m\angle DBC = 90°$	
c.	$m\angle ABD + m\angle DBE = 90°$ $m\angle DBE + m\angle EBC = 90°$	
d.	$m\angle ABD + m\angle DBE = m\angle DBE + m\angle EBC$	
e.	$m\angle ABD = m\angle EBC$	

McGraw-Hill Education محفوظ لصالح مؤسسة © محفوظ الطبع والتأليف

انطلق! تمرين على الاختبار

11. في الرسم التخطيطي الموضح، $\overline{AE}$ يتقاطع مع $\overline{DB}$ عند النقطة C.



حدد إذا ما كان كل من الاستنتاجات التالية صحيحًا دائمًا أم لا. اختر نعم أو لا.

a. $m\angle ACD = m\angle BCE$ ☐ نعم ☐ لا

b. $\angle ACD$ و $\angle ECD$ تشكلان زوجًا خطيًا. ☐ نعم ☐ لا

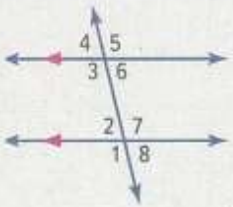
c. $\angle DCE$ و $\angle ACB$ زاويتان متقابلتان بالرأس. ☐ نعم ☐ لا

d. $\angle ACB$ و $\angle BCE$ زاويتان متتامتان. ☐ نعم ☐ لا

12. حدد السبب المناسب لكل عبارة من البرهان الهندسي التالي.

الزوايا المتقابلة بالرأس لها القياس نفسه.	خاصية القسمة في المعادلة	التعويض
الزوايا المتناظرة لها القياس نفسه.	الزوايا الداخلية المتبادلة متساوية القياس.	المعطيات

المعطيات: مستقيمان متوازيان يقطعهما قاطع.
$m\angle 1 = 2x$ و $m\angle 3 = 94°$



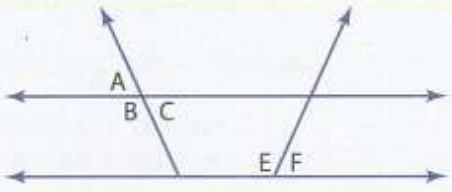
المطلوب إثباته: $x = 47$

البرهان:

العبارات	التبرير
a. $m\angle 1 = 2x$, $m\angle 3 = 94$	
b. $m\angle 1 = m\angle 3$	
c. $2x = 94$	
d. $x = 47$	

مراجعة شاملة

ارجع إلى الرسم التخطيطي. حدد ما إذا كانت كل زاويتين متجاورتين أم متقابلتين بالرأس، أم لا شيء من ذلك.



13. $\angle A$ و $\angle B$ _____

14. $\angle A$ و $\angle C$ _____

15. $\angle C$ و $\angle E$ _____

16. $\angle E$ و $\angle F$ _____

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

مختبر الاستكشاف 2
المثلثات

الممارسات الرياضية 1, 3

الاستكشاف **ما العلاقة بين قياسات زوايا المثلث؟**

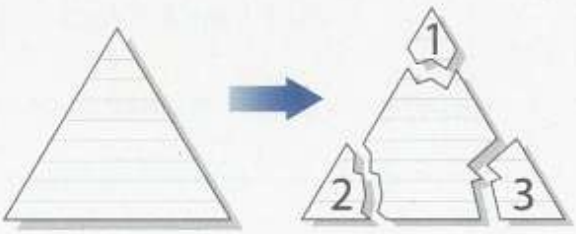
لدى فهد شريحة معدنية في شكل زاوية تربط حقيبة بإطار دراجة. يبلغ قياس زاوية الشريحة °35. يتساءل فهد ما إذا كانت ستتسع لتركيبها في إطار الدراجة عند المقودين.

نشاط عملي

يعني المثلث *ثلاث زوايا*. في هذا النشاط سوف تستكشف كيف ترتبط الزوايا الثلاث للمثلث ببعضها.

الخطوة 1 على ورقة منفصلة، ارسم مثلثًا مثل ذلك الموضح أدناه.

الخطوة 2 اكتب الأعداد 1 و 2 و 3 على الزوايا. ثم مزّق كل زاوية.



الخطوة 3 أعد ترتيب القطع الممزقة بحيث تلتقي الزوايا في نقطة واحدة. سمِّ القطع الممزقة بالأعداد 1 و 2 و 3.

ماذا تمثل كل زاوية ممزقة؟

تمثل النقطة التي تلتقي فيها هذه الزوايا رأس زاوية أخرى. صنّف هذه الزاوية من حيث كونها *حادة* أو *قائمة* أو *منفرجة* أو *مستقيمة*.

اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك. كرر الخطوات 3-1 من النشاط في الصفحة السابقة لكل من المثلثات التالية. ارسم نتائجك أو ألصقها في المساحة المخصصة.

1.

2.

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

3. **الاستدلال الاستقرائي** ما مجموع قياسات زوايا كل من مثلثاتك؟ _____

تحقق من تخمينك أدناه عن طريق قياس كل زاوية باستخدام المنقلة.

تمرين 1: _____ $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 =$

تمرين 2: _____ $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 =$

4. **تبرير الاستنتاجات** ارجع إلى مسألة الدراجة في الصفحة السابقة. هل ستتسع الشريحة بالضبط في دراجة فهد؟ اشرح.

_____

الابتكار

بنفسك

5. **استخدام أدوات الرياضيات** اعثر على مثالٍ عن المثلث من الحياة اليومية. قم بقياس زوايا المثلث. ما مجموع قياسات الزوايا؟ هل تدعم إجابتك النتائج التي حصلت عليها في مختبر الاستكشاف هذا؟ اشرح. _____

_____

_____

_____

6. **الاستكشاف** ما العلاقة بين قياسات زوايا المثلث؟

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعالم مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 3

زوايا المثلثات

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

المفردات

مثلث triangle
زاوية داخلية interior angle
زاوية خارجية exterior angle
زوايا داخلية غير مجاورة remote interior angles

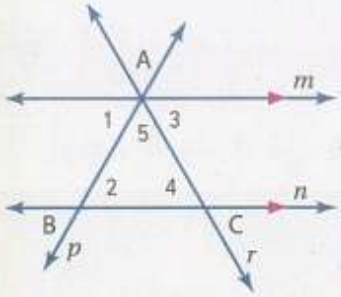
الممارسات الرياضية م.ر
1, 2, 3, 4

الربط بالحياة اليومية

STEM تبني إيمان وأسماء جسرًا من أعواد تنظيف الأسنان لمسابقة العلوم. تعتقد أسماء أنه يجب بناء الجوانب باستخدام المثلثات. استخدم النشاط لإيجاد مجموع قياسات الزوايا في مثلث.

نشاط تعاوني

المستقيمان m و n متوازيان. المستقيمان p و r مستقيمان متقاطعان يتقاطعان عند A.



1. ما الصحيح بشأن قياس كلٍ من $\angle 2$ و $\angle 1$؟ اشرح.

2. ما الصحيح بشأن قياس كلٍ من $\angle 4$ و $\angle 3$؟ اشرح.

3. ما الزاوية الناتجة عن $\angle 3$ و $\angle 5$ و $\angle 1$؟ اكتب معادلة تمثل العلاقة بين الـ 3 زوايا.

4. استخدم المعلومات من التمارين 1 و 2 و 3 لاستخلاص النتائج حول مجموع قياسات زوايا $\triangle ABC$. اشرح استنتاجك.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

المفهوم الأساسي

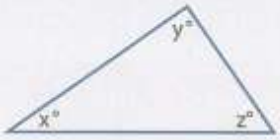
مجموع زوايا المثلث

منطقة العمل

الشرح يبلغ مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث 180°.

الرموز $x + y + z = 180°$

النموذج



ينشكل **المثلث** من ثلاث قطع مستقيمة تتقاطع فقط عند نهاياتها. النقطة التي تتقاطع عندها القطع المستقيمة هي رأس. الزاوية التي شكلتها القطع المستقيمة والتي تقع داخل المثلث هي **زاوية داخلية**.

مثال

1. أوجد قيمة x في علم أنتيجوا وباربودا.

اكتب المعادلة $x + 55 + 90 = 180$

بسّط $x + 145 = 180$

اطرح $-145 = -145$

بسّط $x = 35$

قيمة x تساوي 35.

تأكد من فهمك! **أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنّك فهمت.**

a. في $\triangle XYZ$، إذا كانت $m\angle x = 72°$ و $m\angle Y = 74°$ فما قياس $m\angle Z$؟

a. _____

مثال

2. تُحقق قياسات زوايا $\triangle ABC$ النسبة 1:4:5. فما قياسات الزوايا؟

افترض أن x يمثل قياس الزاوية A.

فعندها تمثل كلّ من $4x$ و $5x$ قياس كلٍ من الزاوية B والزاوية C.

اكتب المعادلة $x + 4x + 5x = 180$

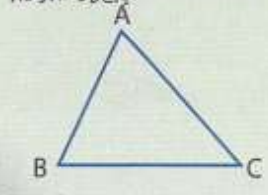
جمّع الحدود المتشابهة $10x = 180$

خاصية القسمة في المعادلة $x = 18$

بما أن $x = 18$ و $4x = 4(18)$ أو 72. و $5x = 5(18)$ أو 90. فإن قياسات زوايا المثلث هي 18° و 72° و 90°.

القطع المستقيمة

$\overline{AB}$ تُقرأ القطعة المستقيمة AB. ولذلك فإن أضلاع المثلث أدناه هي $\overline{BC}$ و $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.

b. تُحقق قياسات زوايا $\triangle LMN$ النسبة 2:4:6. فما قياسات الزوايا؟

d. _____

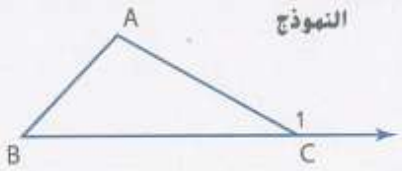
اكتب الحل هنا

المفهوم الأساسي

الزوايا الخارجية لمثلث

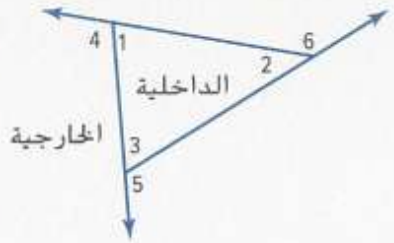
الشرح قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي زاويتيه الداخليتين غير المجاورتين.

النموذج



الرموز $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث في المثلث، يمكن أن تتشكل **زاوية خارجية** من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور. يوجد لكل زاوية خارجية في المثلث **زاويتان داخليتان غير مجاورتين**، أي أنهما لا تجاوران الزاوية الخارجية.



$\angle 4$ هي زاوية خارجية للمثلث. وزاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما $\angle 2$ و $\angle 3$.

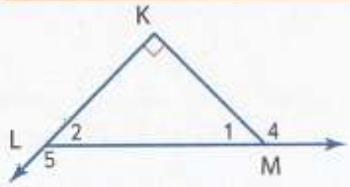
$$m\angle 4 = m\angle 2 + m\angle 3$$

توقع وفكّر

قم بقياس $\angle 4$ و $\angle 3$ و $\angle 2$ للتحقق من أن $m\angle 4 = m\angle 3 + m\angle 2$. كرر العملية مع الزاويتين الخارجيتين 5 و 6. ما الصحيح بشأن $m\angle 5$ و $m\angle 6$؟

مثال

3. افترض أن $m\angle 4 = 135°$. أوجد قياس $\angle 2$.



الزاوية 4 هي زاوية خارجية. وزاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما $\angle 2$ و $\angle LKM$.

$m\angle 2 + m\angle LKM = m\angle 4$ اكتب المعادلة.

$m\angle 2 = x°,\ m\angle LKM = 90°,\ m\angle 4 = 135°$ $x + 90° = 135°$

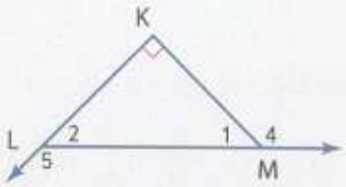
$x = 45°$ خاصية الطرح في المعادلة

إذًا، $m\angle 2 = 45°$.

McGraw-Hill Education محفوظ لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.

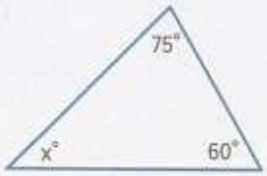
c. ارجع إلى الشكل على اليسار.
افترض أن $m\angle 5 = 147°$. أوجد $m\angle 1$.



c. _____

تمرين موجّه

1. أوجد قيمة x في المثلث. (المثال 1) _____



2. ما قيمة x في شراع المركب الشراعي؟ (المثال 1) _____

3. تُحقق قياسات زوايا $\triangle LMN$ النسبة 1:2:5. فما قياسات الزوايا؟ (المثال 2)

4. أوجد قيمة x في المثلث. (المثال 3)

5. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف تجد القياس الناقص في مثلث إذا كنت تعرف قياس اثنتين من الزوايا الداخلية به؟

قيّم نفسك!

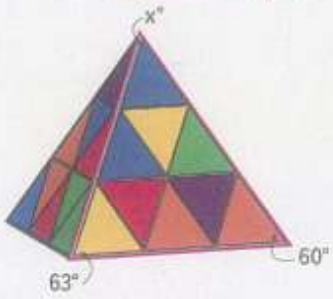
هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم الذي ينطبق.

محفوظ الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

1. يوضّح الشكل أدناه الجزء العلوي من طائرة ورقية. ما قيمة x؟ (المثال 1) _____

2. يوضّح الشكل أدناه لعبة ألغاز شعبية. ما قيمة x؟ (المثال 1) _____



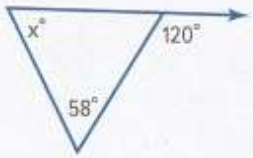
3. تُحقق قياسات زوايا $\triangle RST$ النسبة 2:4:9. فما قياسات الزوايا؟ (المثال 2) _____

4. تُحقق قياسات زوايا $\triangle XYZ$ النسبة 3:3:6. فما قياسات الزوايا؟ (المثال 2) _____

أوجد قيمة x في كل مثلث. (المثال 3)

5. _____

6. _____



7. _____

8. في $\triangle ABC$ قياس الزاوية A هو $2x + 3$ والزاوية B هو $4x + 2$ والزاوية C هو $2x - 1$ فما قياسات الزوايا؟ _____

9. **التفكير بطريقة تجريدية** ما قياس الزاوية الثالثة في مثلث إذا كانت الزاوية الأولى به قياسها 25° والزاوية الثانية 50°؟

_____

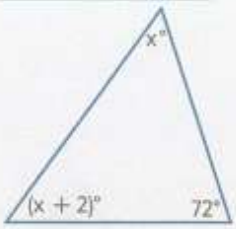
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أوجد قياسات الزوايا في كل مثلث.

10.

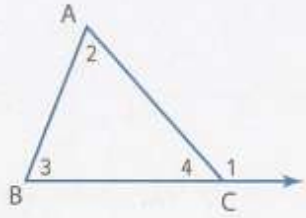
11

12.



مسائل مهارات التفكير العليا

13. **المثابرة في حل المسائل** استخدم الشكل المبين على اليسار لتقديم برهان غير شكلي يفيد بأن الزاوية الخارجية للمثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين بهذا المثلث.



المعطيات: $\triangle ABC$; $\angle 1$ عبارة عن زاوية خارجية.

البرهان: $m\angle 1 = m\angle 2 + m\angle 3$

البرهان:

14. **البحث عن الخطأ** تعمل نسرين على إيجاد قياسات زوايا مثلث تُحقق النسبة 1:3:5. حوط الخطأ الذي ارتكبته وصححه.

$x + 3x + 5x = 180$
$8x = 180$
$x = 22.5$
قياسات الزوايا هي 22.5°.
و $3(22.5)$ أو 67.5°
و $5(22.5)$ أو 112.5°.

15. **تبرير الاستنتاجات** ضع تخمينًا بشأن مجموع الزوايا الداخلية لشكل رباعي. برر استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

أوجد قيمة x في كل مثلث مستعينًا بقياسات الزوايا المعلومة.

16.

$x + 75 + 75 = 180$

$x + 150 = 180$

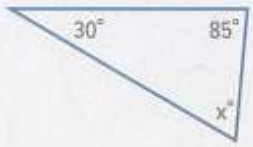
$x = 30$

30

17.

_____

18.



_____

19. 70°, 60°, $x°$ _____

20. $x°$, 60°, 25° _____

21. $x°$, 35°, 25° _____

22. تُحقق قياسات زوايا $\triangle DEF$ النسبة 2:4:4. فما قياسات الزوايا؟

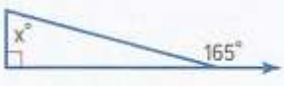
_____

23. تُحقق قياسات زوايا $\triangle XYZ$ النسبة 4:5:6. فما قياسات الزوايا؟

_____

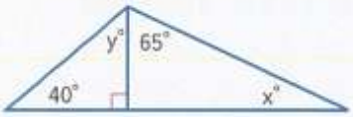
النسخ والحل أوجد قيمة x في كل مثلث. اكتب الحل في ورقة منفصلة.

24.



25.

26.



27. **الاستدلال الاستقرائي** طبّق ما تعرفه عن الزوايا والمستقيمات لإيجاد قيمتي x و y في الشكل المبين على اليسار.

$x =$ _____ $y =$ _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار

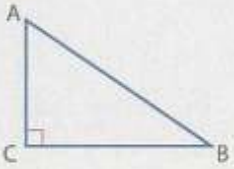
28. عند النظر إلى قاعدة مروحة مستقيمة من الأمام، يكون لها وجه مثلث بقياسات زوايا كما هو موضح. اختر القيم الصحيحة لإكمال النموذج الذي يمكن استخدامه لإيجاد قيمة x.

x	65
2	90
25	180

☐ + ☐ x ☐ = ☐

ما قيمة x؟ ☐

29. أي من العبارات التالية تكون صحيحة دائمًا بشأن العلاقة بين قياسي الزاويتين A و B في المثلث القائم المبين؟ اختر جميع ما ينطبق.



- ☐ هما متكافئتان.
- ☐ هما متكاملان.
- ☐ هما حادتان.
- ☐ هما متتامتان.

مراجعة شاملة

30. مركبات الصيانة المتنقلة في مدينة بدر لا يمكنها الانعطاف بشكل آمن في زاوية تقل عن 70°. فهل ينبغي الموافقة على الموقع المقترح لمرآب الصيانة الجديد عند الركن الشمالي الشرقي لشارعي الحديقة والرئيسي؟ اشرح.

_____

_____

31. $\angle B$ و $\angle A$ زاويتان متتامتان. وقياس $\angle A$ هو 39°. فما قياس $\angle B$ ؟ _____

أوجد حل كل معادلة مما يلي.

32. $x + 72 + 63 + 120 = 360$

33. $90 + 90 + (2x + 4) + (3x - 29) = 360$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 4

المضلعات والزوايا

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

المفردات

مضلع polygon

متساوي الزوايا equiangular

مُضلع منتظم regular polygon

الممارسات الرياضية

1, 3, 4

المفردات الأساسية

المضلع هو شكل مغلق بسيط يتكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر. ولا تتقاطع هذه القطع المستقيمة إلا عند نهاياتها.

موضح أدناه خريطة للولايات المتحدة. أدرج الولايات التي تكون بشكل مضلع. ثم أدرج عدد القطع المستقيمة التي تكوّن هذا المضلع.

الولاية	عدد القطع المستقيمة

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي

مجموع الزوايا الداخلية للمضلع

منطقة العمل

الشرح مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع هو $180(n-2)$، حيث يمثل n عدد الأضلاع.

الرموز $S = (n-2)180$

يمكنك استخدام مجموع قياسات الزوايا للمثلث لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلعات مختلفة. المضلع الذي يكون متساوي الأضلاع (جميع الأضلاع لها الطول نفسه) **ومتساوي الزوايا** (جميع الزوايا لها القياس نفسه) يُسمى **مضلع منتظم**.

عدد الأضلاع	رسم الشكل	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا
3		1	$1(180°) = 180°$
4		2	$2(180°) = 360°$
5		3	$3(180°) = 540°$
6		4	$4(180°) = 720°$

الاستخدام اليومي
البادئة Deca – تعني عشرة، كما في كلمة decade (عقد من الزمن)

الاستخدام الرياضي
Decagon (عشاري الأضلاع) هو مضلع له عشرة أضلاع

مثال

1. أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لعشاري الأضلاع.

$S = (n-2)\ 180$ اكتب معادلة.

$S = (10-2)\ 180$ عشاري الأضلاع له 10 أضلاع. عوّض عن n بـ 10.

$S = 1{,}440$ أو $S = (8)180$ بسّط

يبلغ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لعشاري الأضلاع $1{,}440°$.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع.

a. سداسي الأضلاع **b.** ثماني الأضلاع **c.** خماسي عشري

اكتب الحل هنا

a. _____

b. _____

c. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

2. كل غرفة في خلية النحل تكون عبارة عن سداسي أضلاع منتظم. أوجد قياس زاوية داخلية واحدة للشكل السداسي المنتظم.

الخطوة 1 أوجد مجموع قياسات الزوايا.

$S = (n - 2)180$ اكتب معادلة.

$S = (6 - 2)180$ عوض عن n بـ 6.

$S = (4)180 = 720$ بسّط.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية هو $720°$.

الخطوة 2 اقسم 720 على 6. عدد الزوايا الداخلية. لإيجاد قياس كل زاوية داخلية. إذًا قياس الزاوية الداخلية الواحدة في سداسي الأضلاع المنتظم هو $720° \div 6 = 120°$.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

أوجد قياس زاوية داخلية واحدة في كل مضلع منتظم مما يلي.
قرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

d. ثماني الأضلاع **e.** سباعي الأضلاع **f.** عشروني الأضلاع

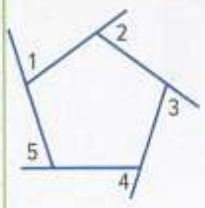
d. _____

e. _____

f. _____

المفهوم الأساسي

الزوايا الخارجية للمضلع

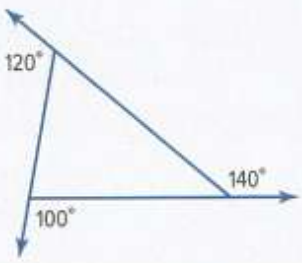


الشرح في المضلع، مجموع قياسات الزوايا الخارجية، واحدة عند كل رأس، يساوي $360°$.

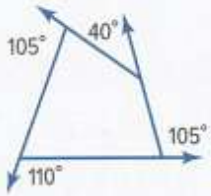
النماذج

الرموز $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360°$

بغض النظر عن عدد الأضلاع في المضلع، يكون مجموع قياسات الزوايا الخارجية هو $360°$.



$120 + 100 + 140 = 360°$



$105 + 110 + 105 + 40 = 360°$

تحقق

وفكّر

ارسم شكل رباعي وخماسي الأضلاع أخريين. ووسّع الأضلاع لإظهار الزوايا الخارجية. ثم أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لكل شكل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

3. أوجد قياس زاوية خارجية واحدة للشكل السداسي المنتظم.

افترض أن x يمثل قياس كل زاوية خارجية.

$6x = 360$ اكتب معادلة. الشكل السداسي له 6 زوايا خارجية.

$x = 60$ خاصية القسمة في المعادلة

إذًا، كل زاوية خارجية في الشكل السداسي المنتظم تساوي $60°$.

تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

أوجد قياس زاوية خارجية واحدة في كل مضلع منتظم.

g. مثلث h. شكل رباعي i. ثماني الأضلاع

g. _____

h. _____

i. _____

تمرين موجّه

تحقق

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع. (المثال 1)

1. شكل رباعي _____

2. تساعي الأضلاع _____

3. ثنائي عشري _____

4. نمط اللحاف المبين يتكون من مثلثات متساوية الأضلاع مكررة. ما قياس زاوية داخلية واحدة في مثلث متساوي الأضلاع؟ (المثال 2)

5. أوجد قياس زاوية خارجية واحدة في شكل خماسي منتظم. (المثال 3)

6. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف أجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع؟

قيّم نفسك!

☐ أنا أفهم طريقة إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.

رائع! أنت مستعد للمتابعة!

☐ لا تزال لدي بعض الأسئلة عن زوايا المضلعات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع. (المثال 1)

1. خماسي الأضلاع _____

2. أحادي عشري _____

3. ثلاثي عشري

4. تتألف كرة القدم المبينة على اليسار من خماسيات وسداسيات أضلاع منتظمة متكررة. أوجد قياس زاوية داخلية واحدة في خماسي الأضلاع.

(المثال 2) _____

أوجد قياس زاوية خارجية واحدة في كل مضلع منتظم. (المثال 3)

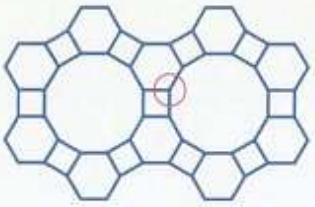
5. عشاري الأضلاع _____

6. عشروني _____

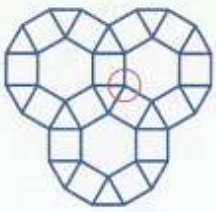
7. خماسي عشري _____

الاصطفاف الفسيفسائي هو نمط متكرر لمضلعات تتلائم معًا دون تداخل ودون وجود فجوات بينها. لكل اصطفاف فسيفسائي، أوجد قياس كل زاوية عند الرأس الدائرية. ثم أوجد مجموع الزوايا.

8.

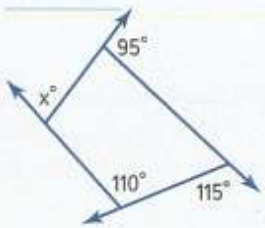


9.

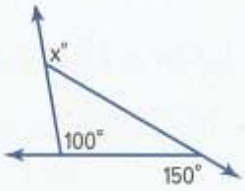


أوجد قيمة x في كل شكل.

10. _____



11. _____



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

12. **استخدام نماذج الرياضيات** راجع الإطار الرسومي المصور أدناه.
أوجد قياسي الزاويتين الناقصتين باستخدام خصائص الأشكال الرباعية والمستقيمات المتوازية.

مسائل مهارات التفكير العليا

13. **المثابرة في حل المسائل** كم عدد الأضلاع التي يتكون منها المضلع إذا كان قياس إحدى زواياه الداخلية يساوي 160°؟ برر إجابتك.

14. **الاستدلال الاستقرائي** إذا ازداد عدد أضلاع مضلع بمقدار ضلع واحد، فماذا سيحدث لمجموع قياسات الزوايا الداخلية؟

15. **الاستدلال الاستقرائي** رسم جمال مضلعًا منتظمًا وقاس إحدى زواياه الداخلية. اشرح سبب استحالة أن يكون قياس هذه الزاوية يساوي 145°.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع.

16. سباعي الأضلاع _____ 900°

مساعدة الواجب المنزلي

$S = (n - 2)180$

$S = (7 - 2)180$

$S = 5 \times 180$

$S = 900$

17. رباعي عشري _____

18. رباعي عشروني _____

أوجد قياس زاوية داخلية واحدة في كل مضلع منتظم مما يلي. قرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

19. تساعي الأضلاع _____

20. عشاري الأضلاع _____

21. تساعي عشري _____

22. سداسي عشري _____

أوجد قياس زاوية خارجية واحدة في كل مضلع منتظم.

23. تساعي الأضلاع _____

24. ثنائي عشري _____

25. ثماني عشري _____

26. يحتوي سطح قبة "سفينة فضاء الأرض" في أورلاندو، على مثلثات متساوية الأضلاع متكررة كما هو موضح. ما قياس كل زاوية في المثلثات؟

_____

_____

_____

27. **تبرير الاستنتاجات** ما مجموع الزوايا الداخلية لسداسيات الأضلاع غير المنتظمة؟ اشرح استنتاجك لزميل.

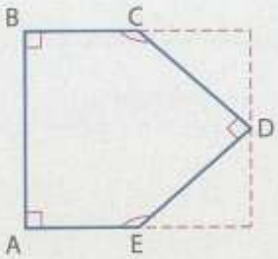
_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار

28. بعد أول طويتين من تصميم ورق الأوريغامي، أصبح شكل الورقة مثل مربع أُزيل منه مثلثين متساويّ الساقين من ركنين مجاورين.



المثلثان BCD و AED متطابقان. اختر القيم الصحيحة لإكمال النموذج أدناه لإيجاد قياس الزاوية AED.

x	2	3	45	90
180	360	540	720	

[ ] × [ ] + [ ] × [ ] = [ ]

ما قياس $\angle AED$؟ [ ]

29. أملأ كل مربع لجعل كل عبارة صحيحة.

a. مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل رباعي يساوي [ ].

b. مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل [ ] يساوي 720°.

c. مجموع قياسات الزوايا الداخلية لثماني الأضلاع يساوي [ ].

d. مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل [ ] يساوي 1,620°.

مراجعة شاملة

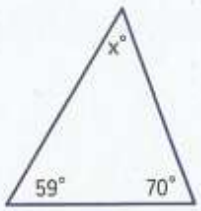
صنّف كل زوج من الزوايا على أنهما متتامتان، أو متكاملتان، أو لا شيء من ذلك.

30. الزاوية 35° _____
الزاوية 55°

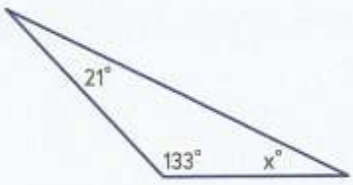
31. الزاوية 62° _____
الزاوية 108°

أوجد قيمة x في كل مثلث.

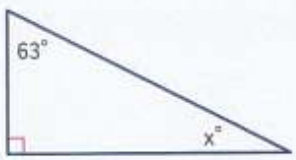
32. _____



33. _____



34. _____



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

م.ر استقصاء حل المسائل

البحث عن نمط

م.ر الممارسات الرياضية
1, 3, 8

المسألة رقم 1 شبكة العنكبوت

نشاط يُنفذ بالحبال على مستوى منخفض بهدف إلى تكوين شبكة عنكبوت من الداخل باستخدام خيط. سيشكل أعضاء المجموعة مضلعًا. وتمتد الخيوط من كل شخص إلى كل عضو غير مجاور له في الشكل. تتألف مجموعة سعيد من 20 عضوًا.

كم عدد الخيوط التي سيحملها سعيد في الشبكة؟

1 الفهم ما المعطيات؟

- يوجد 20 عضوًا في المجموعة يشكلون مضلعًا.
- يمتد خيط من كل شخص إلى كل عضو غير مجاور له في المجموعة.

2 التخطيط ما الإستراتيجية التي ستستخدمها لحل هذه المسألة؟

سيكون من الصعب رسم شكل عشريني. ابدأ بمجموعة من أربعة أعضاء وابحث عن النمط. ثم أنشئ جدولاً لإيجاد النمط.

3 الحل كيف يمكنك تطبيق الإستراتيجية؟

ارسم الأشكال باستخدام أربعة وخمسة وستة أعضاء. ارسم أقطار من كل عضو لإظهار عدد الخيوط. بعض الأشكال مرسومة كمثال لك.

عدد الأعضاء	4	5	6	7	8	9
عدد الخيوط						

كم عدد الخيوط التي سيحملها سعيد؟ _____

4 التحقق هل الإجابة صحيحة؟

ارسم شكلاً عشرينيًا واحسب عدد الأقطار الممتدة من كل رأس.

تحليل الإستراتيجية

م.ر **تحديد الاستنتاج المتكرر** كيف سيتغير النمط إذا كان سعيد يبحث عن العدد الإجمالي للخيوط من كل شخص في الشبكة؟

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © تعود لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المسألة رقم 2 متابعة تقافز الكرة

سقطت كرة من ارتفاع 27 سنتيمترًا. وبعد القفزات الأولى والثانية والثالثة، أصبحت الارتفاعات 18 و12 و8 سنتيمترات. على التوالي.

بعد أي قفزة سيصبح ارتفاع الكرة أقل من 3 سنتيمترات؟

1 الفهم

اقرأ المسألة. ما المطلوب منك إيجاده؟

أحتاج إلى إيجاد _____

ضع خطًا تحت الكلمات والقيم الأساسية. ما المعطيات التي تعرفها؟

سقطت الكرة من ارتفاع ☐ سنتيمترات. ويبلغ ارتفاع القفزة الأولى ☐ سنتيمترات. والقفزة الثانية ☐ سنتيمترات. والقفزة الثالثة ☐ سنتيمترات.

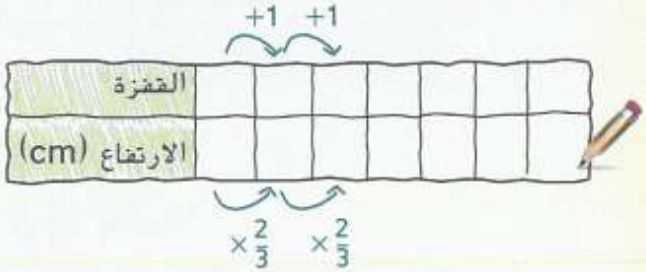
2 التخطيط

اختر إستراتيجية لحل المسألة.

سأستخدم إستراتيجية _____

3 الحل

استخدم الإستراتيجية التي تراها مناسبة لحل المسألة.



إذًا، _____

_____

4 التحقق

استخدم المعلومات الموجودة في المسألة للتحقق من إجابتك.

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

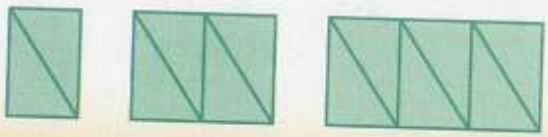
نشاط تعاوني

شارك مجموعة صغيرة لحل المسائل التالية. اكتب الحل على ورقة منفصلة.

المسألة رقم 3 الهندسة

المثلثات الظاهرة مرتبة كما هو موضح. مجموع قياسات الزوايا في الشكل الأول يساوي 360°.

ما مجموع قياسات الزوايا في الشكل الخامس؟



المسألة رقم 4 المقاعد

يتكون المسرح من 12 مقعدًا في الصف الأول، و17 مقعدًا في الصف الثاني، و22 مقعدًا في الصف الثالث، وهكذا.

كم عدد المقاعد في الصف الثامن؟ الصف التاسع؟

المسألة رقم 5 حيل الرياضيات الذهنية

أمعن النظر في النمط.

$$1 \times 1 = 1$$
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12{,}321$$
$$1111 \times 1111 = 1{,}234{,}321$$

من دون إجراء عملية الضرب، ما الإجابة على $1{,}111{,}111 \times 1{,}111{,}111$ ؟

المسألة رقم 6 الوقت

حارب وأصدقاؤه ذاهبون للعب البولينج. وتناول الغداء، ومشاهدة فيلم. سيبدأ الفيلم في الساعة 8:10 P.M. وهم يريدون الوصول قبل بدء الفيلم بـ 20 دقيقة. وسوف يلعبون البولينج لمدة ساعة واحدة وسيستغرق تناول الغداء منهم ساعة و15 دقيقة. الوقت المستغرق للانتقال إلى مركز البولينج هو 20 دقيقة، و45 دقيقة إلى المطعم، و10 دقائق إلى دار السينما.

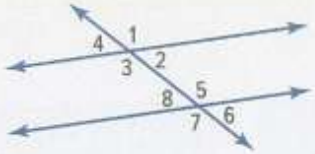
في أي وقت يجب عليهم التخطيط لمغادرة منزل حارب؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اختبار منتصف الوحدة

مراجعة المفردات

1. اذكر زوج الزوايا لكل مما يلي. (الدرس 1)



a. زاويتان متناظرتان _____

b. زاويتان داخليتان متبادلتان _____

c. زاويتان متقابلتان بالرأس _____

d. زاويتان خارجيتان متبادلتان _____

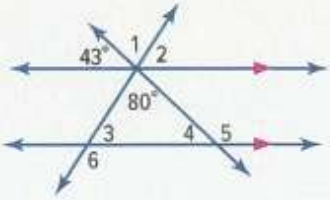
2. اذكر صفتين من صفات المضلعات المنتظمة. (الدرس 4)

_____

_____

مراجعة المهارات وحل المسائل

راجع الشكل المبين على اليسار. أوجد القياس الناقص لكل زاوية. (الدرسان 1 و 3)



3. $m\angle 1 =$ _____

4. $m\angle 2 =$ _____

5. $m\angle 3 =$ _____

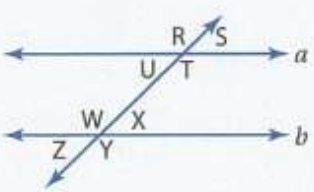
6. $m\angle 4 =$ _____

7. $m\angle 5 =$ _____

8. $m\angle 6 =$ _____

9. مبنى يتخذ شكل مضلع منتظم بخمسة أضلاع. فما قياس إحدى الزوايا الداخلية للمبنى؟ (الدرس 4) _____

10. م.ر **استخدام أدوات الرياضيات** في الشكل، المستقيم a يكون متوازيًا مع المستقيم b. أي مما يلي يساوي قياس الزاوية $\angle T$؟ (الدرس 1) _____



a مكمل $\angle S$

b متمم $\angle X$

c الزاوية المجاورة لـ $\angle Z$

d الزاوية المتناظرة مع $\angle R$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 3
علاقات المثلث القائم

الممارسات الرياضية
1, 3, 4

الاستكشاف ما العلاقة بين أضلاع المثلث القائم؟

تقع ثلاث خيام مربعة في أحد الملاهي كما هو موضح أدناه.
الجانبان الخلفيان *للخيمتين البرتقالية والخضراء يكوّنان زاوية قائمة*. الجانب الخلفي *للخيمة الزرقاء يكمل المثلث*.

نشاط عملي

الأدوات

استعن بورقة تمثيل بياني لتساعدك على استكشاف العلاقة بين أضلاع المثلث القائم.

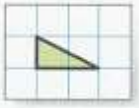
الخطوة 1 في كل شكل أدناه، أضلاع المربعات الثلاثة تكوّن مثلثًا قائمًا.

المثلث 1

المثلث 2

المثلث 3

الخطوة 2 أوجد مساحة كل مربع متصل بالمثلث. دوّن نتائجك في الجدول أدناه. المساحة الأولى مبينة لك كمثال. استعن بالأشكال المبينة على اليسار لتساعدك على إيجاد مساحة الشبكات الجزئية.



المساحة = $1\,cm^2$

المساحة = $\frac{1}{2}cm^2$

المثلث	مساحة المربع الأخضر	مساحة المربع الأزرق	مساحة المربع الأصفر
1	1	1	2
2			
3			

ما العلاقة الموجودة بين مساحات المربعات الثلاثة المحاذية لكل مثلث؟ _____

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

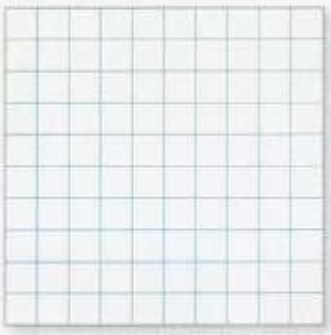
استكشاف

نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك. ارسم مثلثًا قائمًا مختلفًا عن تلك المرسومة على ورقة التمثيل البياني للنشاط. وأوجد مساحة كل مربع متصل بالمثلث.

1.

2.



مساحة المربع 1 = _____ مساحة المربع 1 = _____

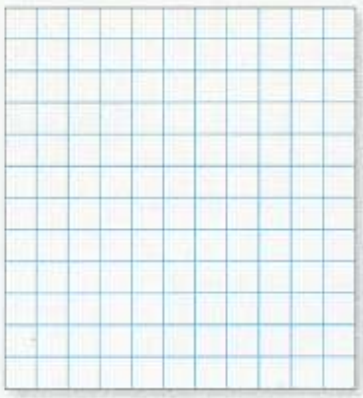
مساحة المربع 2 = _____ مساحة المربع 2 = _____

مساحة المربع 3 = _____ مساحة المربع 3 = _____

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

3. **استخدام نماذج الرياضيات** على ورقة التمثيل البياني الموضحة، ارسم مثلثًا قائمًا بحيث يساوي طولا أقصر ضلعين فيه 3 و 4 وحدات. ارسم المربعات المتصلة بكل ضلع للمثلث.



ما مساحة كل مربع؟

_____

ما طول كل ضلع؟

_____

الابتكار

نفسك

4. **الاستدلال الاستقرائي** ضع تخمينًا بشأن طول أطول ضلع في مثلث قائم إذا كان طولا أقصر ضلعيه يساويان 6 و 8 سنتيمترات.

_____

5. **استكشاف** ما العلاقة بين أضلاع المثلث القائم؟

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 5

نظرية فيثاغورس

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

المفردات

السافان legs

وتر المثلث hypotenuse

نظرية فيثاغورس Pythagorean Theorem

معكوس converse

الممارسات الرياضية

1, 3, 4, 5

المفردات الأساسية

المثلث القائم هو مثلث به زاوية قائمة. **ساقا المثلث** هما الضلعان اللذان يكونان زاوية قائمة. **وتر المثلث** هو الضلع المقابل للزاوية القائمة. وهو الضلع الأطول في المثلث.

أكمل خريطة المفاهيم. واكتب أسماء الساقين والوتر.

ارسم رمز الزاوية القائمة على الزاوية القائمة. وقم بقياس طولي ضلعي المثلث القائم واكتب القياسات في الجدول التالي.

الضلع	الطول (cm)
$\overline{BC}$	
$\overline{CA}$	
$\overline{AB}$	

الربط بالحياة اليومية

عند النظر من الجانب إلى شكل بعض الزلاجات المائية الخشبية، نجد أنها عبارة عن مثلث قائم. بفرض أن ارتفاع الزلاجة 90 سنتيمترًا، وطول قاعدة الزلاجة 120 سنتيمترًا. ما طول الزلاجة؟ اشرح استنتاجك.

ما الممارسات الرياضية التي ا س صستخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

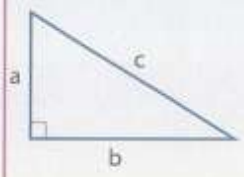
المفهوم الأساسي

نظرية فيثاغورس

منطلقة العمل

الشرح في مثلث قائم الزاوية، مجموع مربع طولا ساقا المثلث يساوي مربع طول الوتر.

النماذج



الرموز $a^2 + b^2 = c^2$

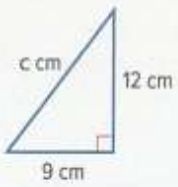
تصف **نظرية فيثاغورس** العلاقة بين أطوال الضلعين والوتر في *أي* مثلث قائم الزاوية.

يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد طول أي ضلع من أضلاع مثلث قائم الزاوية مع العلم بطول الضلعين الآخرين.

أمثلة

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

1.



$a^2 + b^2 = c^2$	نظرية فيثاغورس
$12^2 + 9^2 = c^2$	عوّض عن a بالعدد 12 وb بالعدد 9.
$144 + 81 = c^2$	أوجد قيمة 12^2 و9^2.
$225 = c^2$	اجمع 81 و 144.
$\pm\sqrt{225} = c$	تعريف الجذر المربع
$c = 15$ و -15	بسّط.

يوجد للمعادلة حلين: هما 15− و 15 وطول الضلع يجب أن يكون موجبًا. إذًا، طول الوتر يساوي 15 سنتيمترًا.

تحقق:

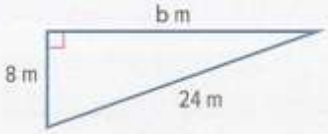
$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$12^2 + 9^2 \stackrel{?}{=} 15^2$$
$$144 + 81 \stackrel{?}{=} 225$$
$$225 = 225 \checkmark$$

الزاوية القائمة

يشير الرمز ⌝ إلى زاوية قياسها 90°.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2.



$a^2 + b^2 = c^2$	نظرية فيثاغورس
$8^2 + b^2 = 24^2$	عوّض عن a بالعدد 8 وعن c بالعدد 24.
$64 + b^2 = 576$	أوجد قيمة 8^2 و 24^2
$64 - 64 + b^2 = 576 - 64$	اطرح 64 من الطرفين.
$b^2 = 512$	بسّط
$b = \pm\sqrt{512}$	تعريف الجذر المربع
$b \approx 22.6$ و -22.6	استخدم الحاسبة.

طول الضلع b يساوي حوالي 22.6 مترًا.

التحقق من مدى صحة الحل الوتر هو الضلع الأطول في المثلث القائم. نظرًا لأن 22.6 أقل من 24. فإن الإجابة معقولة.

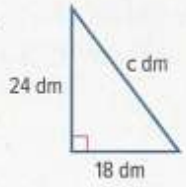
تأكد من فهمك! أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد من أنك فهمت.

a. _____

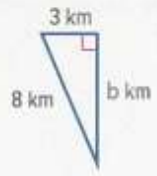
b. _____

c. _____

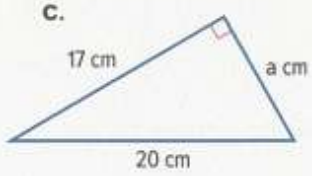
a.



b.



c.



المفهوم الأساسي

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كانت أطوال أضلاع المثلث هي c و b و a وحدة، حيث إن $a^2 + b^2 = c^2$ فإن المثلث قائم الزاوية.

إذا عكست جزئي نظرية فيثاغورس، فإنك تكون قد كوّنت **معكوس النظرية**.

النص: إذا كان **المثلث قائم الزاوية**، فإن $a^2 + b^2 = c^2$.

المعكوس: إذا كان $a^2 + b^2 = c^2$، فإن **المثلث قائم الزاوية**.

معكوس نظرية فيثاغورس صحيحة أيضًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

3. قياسات الأضلاع الثلاثة في المثلث يساوي 5 سنتيمترات، و 12 سنتيمترًا، و 13 سنتيمترًا. حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا.

$a^2 + b^2 = c^2$ نظرية فيثاغورس

$5^2 + 12^2 \stackrel{?}{=} 13^2$ $a = 5, b = 12, c = 13$

$25 + 144 \stackrel{?}{=} 169$ أوجد قيمة 5^2، و12^2، و13^2.

$169 = 169$ ✓ بسّط

المثلث قائم الزاوية.

توقف وفكر

اذكر ثلاثة قياسات قد تكون هي قياسات المثلث القائم. علل إجابتك أدناه.

تأكد من فهمك! حل المسائل التالية لتتأكد من فهمك.

حدد ما إذا كان كل مثلث مذكور أدناه أطوال أضلاعه هو عبارة عن مثلث قائم أم لا. علل إجابتك.

d. 36 km, 48 km, 60 km

e. 4 m, 7 m, 5 m

d. _____

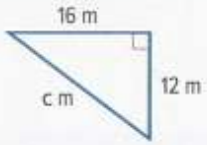
e. _____

تمرين موجّه

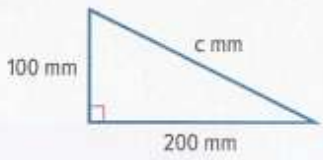
تحقق

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر. (المثالان 1 و2)

1. _____



2. _____



حدد ما إذا كان كل مثلث مذكور أدناه أطوال أضلاعه هو عبارة عن مثلث قائم أم لا. علل إجابتك. (المثال 3)

3. 5 cm, 10 cm, 12 cm _____

4. 9 m, 40 m, 41 m _____

5. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما العلاقة التي تربط بين الساقين والوتر في المثلث قائم الزاوية؟

_____

_____

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لاستخدام نظرية فيثاغورس؟ ضع علامة على المربع الذي ينطبق.

المطويات حان الوقت لتحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

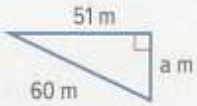
تمارين ذاتية

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر. (المثالان 1 و2)

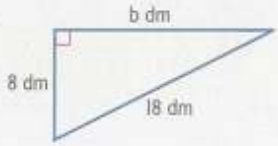
1.

اكتب الحل هنا

2.



2.



حدد ما إذا كان كل مثلث مذكور أدناه أطوال أضلاعه هو عبارة عن مثلث قائم أم لا. علل إجابتك. (المثال 3)

4. 28 m, 195 m, 197 m

5 30 cm, 122 cm, 125 cm

6. احسب طول قطر المستطيل.

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

7 $a = 48$ m; $b = 55$ m

8. $a = 23$ cm; $b = 18$ cm

9. $b = 5.1$ m; $c = 12.3$ m

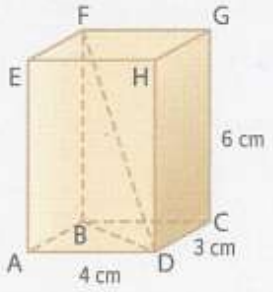
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10. **استخدام أدوات الرياضيات** يُطلق على الأعداد 3 و4 و5 ثلاثية فيثاغورس لأنها تستوفي نظرية فيثاغورس. أكمل خريطة المفاهيم الموضحة لإدراج 4 مجموعات إضافية من ثلاثية فيثاغورس.

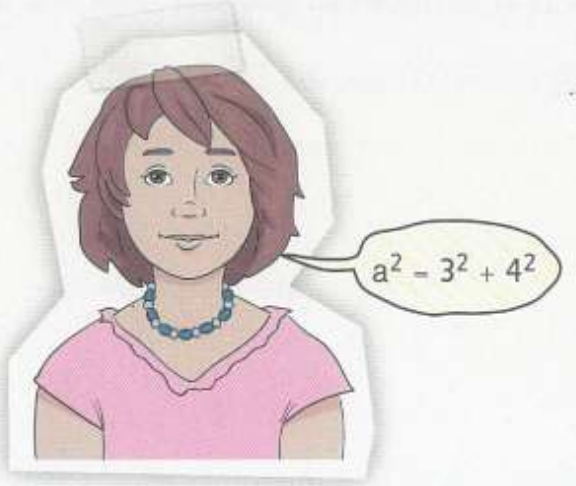
ثلاثية فيثاغورس		
3	4	5
6		10
9	12	
5		13
	15	17

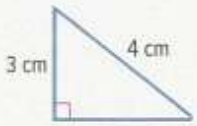
مسائل مهارات التفكير العليا

11. **المثابرة في حل المسائل** في الشكل، $\overline{BD}$ هو قطر القاعدة و $\overline{FD}$ هو قطر الشكل. أوجد $\overline{FD}$ مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة.

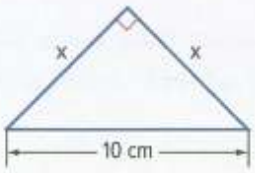


12. **البحث عن الخطأ** تكتب أماني معادلة لإيجاد طول الضلع الثالث من المثلث القائم الزاوية. أوجد خطأها وصححه.





13. **تبرير الاستنتاجات** ما القيمة التي يجب أن تكون للمتغير x في الشكل حتى يتم تصنيفه على أنه مثلث قائم متساوي الساقين؟ برر استنتاجك.



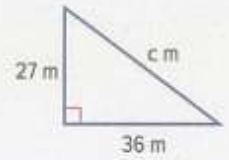
14. **تبرير الاستنتاجات** وتر مثلث قائم يساوي 23 سنتيمترًا. أوجد القياسات المحتملة لساقي المثلث. قرّب لأقرب جزء من المئة. برر إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

اكتب معادلة يُمكنك استخدامها لإيجاد طول الضلع الناقص بكل مثلث قائم. ثم أوجد طول الضلع الناقص. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة، إذا لزم الأمر.

15. 45 مترًا $27^2 + 36^2 = c^2$;



ساعد الواجب المنزلي

$27^2 + 36^2 = c^2$

$729 + 1{,}296 = c^2$

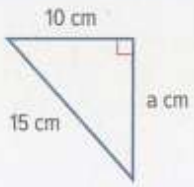
$2{,}025 = c^2$

$\pm\sqrt{2{,}025} = c$

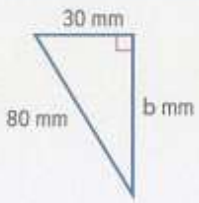
$\pm 45 = c$

نظرًا لأن الطول لا يُمكن أن يكون سالبًا، فإن طول الضلع c يساوي 45 مترًا.

16. _____



17. _____



النسخ والحل **حدد ما إذا كان كل مثلث قائم. وبرر إجابتك. واكتب الحل على ورقة منفصلة.**

18. 24 m, 143 m, 145 m

19. 135 cm, 140 cm, 175 cm

20. 56 m, 65 m, 16 m

21. 44 cm, 70 cm, 55 cm

22. مثلث تكوّن من ثلاث مدن، كما هو موضح على الخريطة. هل هذا المثلث قائم الزاوية؟ اشرح.

_____

23. م.ر **بناء فرضية** اشرح لزميل لماذا يُمكنك استخدام أي ضلعين في مثلث قائم لإيجاد الضلع الثالث. _____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أنطلق! تمرين على الاختبار

24. ترتفع طول قاعدة سلم طوله 3.90 أمتار بمقدار 1.50 متر خارج المنزل.
صمم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل هذا الموقف.

كم قدمًا يبعد بها السلم عن جانب المنزل؟ اشرح كيف لرسم الصورة مساعدتك على حل المسألة.

25. أي من الأطوال التالية تمثل أضلاع مثلث قائم؟ اختر جميع ما ينطبق.

- ☐ 9 cm, 12 cm, 16 cm
- ☐ 8 cm, 15 cm, 17 cm
- ☐ 10 cm, 24 cm, 28 cm
- ☐ 6 cm, 8 cm, 10 cm

مراجعة شاملة

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

26. $10^2 + 14^2 =$ _____

27. $16^2 + 2^2 =$ _____

28. $20^2 - 17^2 =$ _____

29. مساحة كل مربع تساوي 16 وحدة مربعة. أوجد محيط الشكل الموضح.

_____

أوجد قيمة كل جذر تربيعي مما يلي مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

30. $\sqrt{200} \approx$ _____

31. $\sqrt{45} \approx$ _____

32. $\sqrt{126} \approx$ _____

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر الاستكشاف 4
براهين نظرية فيثاغورس

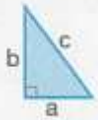
الممارسات الرياضية 1, 3, 7

الاستكشاف كيف يمكنك إثبات نظرية فيثاغورس وعكسها؟

سُميت نظرية فيثاغورس باسم عالم الرياضيات اليوناني الشهير فيثاغورس الذي عاش في فترة عام 500 قبل الميلاد. ولكن كانت خصائص تلك النظرية معلومةً للمصريين القدماء والبابليين والصينيين. ويشبه البرهان الهندسي التالي دليلاً مصورًا موضحًا في المخطوطات الصينية المكتوبة ما بين عامي 500 قبل الميلاد و 200 قبل الميلاد.

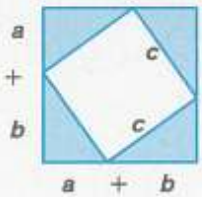
نشاط عملي 1

الخطوة 1 ارسم 8 مثلثات قائمة الزاوية وقصها. سمّ كل ضلعين a , b وكل وتر c.



الخطوة 2 رتّب في ورقة منفصلة أربعة مثلثات على شكل مربع حسبما هو موضح. تتبع الشكل المتكون بالأضلاع.

طول كل ضلع في المربع الكبير يساوي $a + b$. إذًا فمساحة المربع الكبير تساوي $(a + b)^2$.

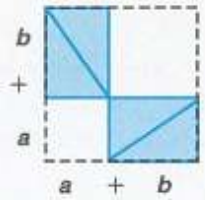


هل الشكل الناتج عن الأوتار مربع أم لا؟ فسّر.

اكتب تعبيرًا عن مساحة المربع الداخلي. _____

الخطوة 3 رتب المثلثات المتبقية حسبما هو موضح في الورقة نفسها. ارسم الشكلين الموضحين بالخطوط المتقطعة.

طول كل ضلع في المربع الكبير يساوي $a + b$. إذًا فمساحة المربع الكبير تساوي $(a + b)^2$.



هل الشكلان الممثلان بالخط المتقطع مربعان أم لا؟ فسّر.

اكتب تعبيرًا لمساحة المربع الصغير. ☐

اكتب تعبيرًا لمساحة المربع الكبير. ☐

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الخطوة 4 بما أن مساحة كل شكلين مركبين رسمتهما تساوي $(a + b)^2$. إذًا فالمساحتان متساويتان. استخدم المساحة المتوفرة لرسم كل شكل من الخطوة 2 و 3. ضع علامة التساوي بين الرسمين لبيان أن المساحتين متساويتان.

الخطوة 5 امسح المثلثات من كل جانب. واستخدم المساحة المتوفرة في رسم الأشكال المتبقية.

ما الخاصية التي تبرر مسح المثلثات من كلا طرفي المعادلة؟

اكتب معادلة جبرية تمثل العلاقة بين الأشكال الموضحة في الخطوة 5.

لخص العلاقة بين أضلاع المثلث قائم الزاوية الذي قياساته a وحدات و b وحدات و c وحدات.

استكشاف

نشاط تعاوني

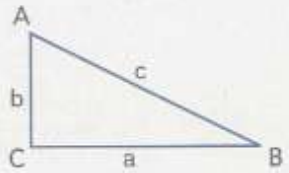
تعاون مع زميلك

1. تقول الإسطورة إن المصريين القدماء كانوا يرسمون المثلث قائم الزاوية مستخدمين حبلاً معقودًا. ابحث عن تلك المعلومة على شبكة الإنترنت. وصف الأسلوب الذي اتبعوه في المساحة المتوفرة وصمّم رسمًا تخطيطيًا لتوضيح هذا الأسلوب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نشاط عملي 2

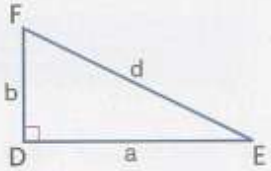
ينص معكوس نظرية فيثاغورس على أنه إذا كانت أطوال أضلاع المثلث a، b، c وحدة، بحيث أن $a^2 + b^2 = c^2$، فإن المثلث قائم الزاوية. ستثبت في هذا النشاط معكوس نظرية فيثاغورس مستخدمًا برهانًا من عمودين.



المعطيات: ΔABC بحيث إن $a^2 + b^2 = c^2$.

المطلوب إثباته: ΔABC مثلث قائم الزاوية.

أكمل البرهان بمبررات صحيحة تبرر كل جملة.

العبارات	المبررات
a. ارسم مثلث قائم الزاوية DEF بحيث $\overline{DE}$ هو الطول بالوحدات و $\overline{DF}$ هو الطول بالوحدات b. قم بتسمية $\overline{FE}$ بـ d.	
b. اكتب معادلةً تصف العلاقة بين أطوال الضلع في ΔDEF. واذكر النظرية التي تسمح لك بوضع هذه الجملة.	
c. $a^2 + b^2 = c^2$	المعطيات
d. إذا كانت $a^2 + b^2 = c^2$ و $a^2 + b^2 = d^2$، فإن $d^2 = c^2$.	
e. إذا كانت $d^2 = c^2$، فإن $d = c$.	
f. إذا كانت $d = c$، فإن $FE = AB$.	
g. إذا كانت $AC = FD$، $DE=CB$، فإن المثلثين لهما الشكل والقياس نفسه.	إذا كانت أضلاع المثلث الثلاثة بنفس طول الأضلاع المتناظرة في مثلث آخر، فإن المثلثين لهما الشكل والقياس نفسه.
h. $m\angle C = m\angle D$	الأجزاء المتناظرة من المثلثات ذات القياس والشكل نفسه تكون لها القياسات نفسها.
i. $\angle C$ قائم الزاوية.	
j. ΔABC هو مثلث قائم الزاوية	

إذًا، إذا كانت أطوال أضلاع المثلث a، b، c وحدات بحيث إن $a^2 + b^2 = c^2$، فإن المثلث قائم الزاوية.

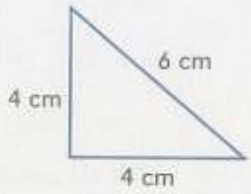
McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة الطبع والنشر

استكشاف

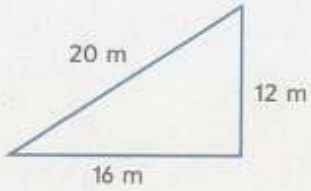
نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك. حدد ما إذا كانت الأشكال التالية مثلثات قائمة الزاوية أم لا. برّر إجابتك.

2.



3.



اكتب الحل هنا

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

م.ر **تبرير الاستنتاجات تعاون مع زميلك. تُسمى الأعداد الكلية 3، و 4، و 5 *ثلاثية فيثاغورس*** **لأنها تبرر نظرية فيثاغورس. حدد هل أي مما يلي ثلاثية فيثاغورس أم لا. برّر استنتاجك.**

4. 7, 24, 25

5. 15, 20, 25

6. 9, 12, 16

الابتكار

بنفسك

7. م.ر **تحديد البنية** في النشاط "علاقات المثلث القائم الزاوية" في مختبر الاستكشاف، ستختبر العلاقة بين أضلاع المثلث قائم الزاوية. قارن الآلية المستخدمة في هذا النشاط بالآلية التي اتبعتها في "براهين نظرية فيثاغورس" في مختبر الاستكشاف. ما نوع الاستنتاج المستخدم في كل نشاط؟

8. الاستكشاف **كيف يمكنك إثبات نظرية فيثاغورس وعكسها؟**

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

الدرس 6

استخدام نظرية فيثاغورس

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

الممارسات الرياضية

1, 3, 4, 7

الربط بالحياة اليومية

رياضة الإبحار بالمظلة يُستخدم في رياضة الإبحار بالمظلة حبل السحب لربط اللاعب بالقارب. راجع الرسم التخطيطي الموضح أدناه للتمارين 4-1.

1. ما نوع المثلث المتكون من المسافة الأفقية والارتفاع العمودي وطول حبل السحب؟ فسّر.

2. لنفترض أن الرياح تشتد وأن اللاعب يرتفع إلى مسافة 17 مترًا، ويظل على مسافة 24 مترًا خلف القارب. اكتب معادلةً تساعدك في إيجاد طول حبل السحب c الذي سيحتاجه اللاعب.

3. حل المعادلة لإيجاد طول الحبل الذي سيحتاجه اللاعب. قرّب إلى أقرب متر. ____ m

4. لنفترض أن طول حبل السحب يساوي 100 متر، وأن اللاعب يرتفع عن سطح المياه بمسافة 70 مترًا. اكتب معادلةً لإيجاد المسافة الأفقية b خلف القارب.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

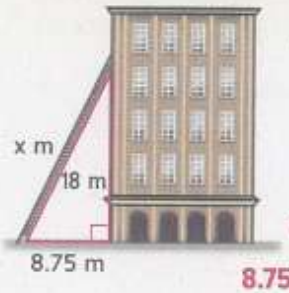
منطقة العمل

حل مثلث قائم الزاوية

يمكن استخدام نظرية فيثاغورس في حل المسائل المتنوعة. ويفيد في هذا السياق استخدام الرسم التخطيطي في تحديد الجزء غير المعلوم من المثلث قائم الزاوية.

أمثلة

1. اكتب معادلةً يمكن استخدامها في إيجاد طول السلم، ثم حل المعادلة وقرّب لأقرب جزء من عشرة.



لاحظ أن المسافة من البناء، والبناء نفسه، والسلم يكونون مثلثًا قائم الزاوية. استخدم نظرية فيثاغورس.

$a^2 + b^2 = c^2$ نظرية فيثاغورس

$8.75^2 + 18^2 = c^2$ عوض عن a بـ 8.75 وعن b بـ 18.

$76.5625 + 324 = c^2$ أوجد قيمة 8.75^2 و 18^2.

$400.5625 = c^2$ اجمع 76.5625 و 324

$\pm\sqrt{400.5625} = c$ تعريف الجذر التربيعي

$\pm 20.0 \approx c$ استخدم آلة حاسبة.

حيث إن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا، فطول السلم 20 مترًا تقريبًا.

2. اكتب معادلة يمكن استخدامها في إيجاد ارتفاع الطائرة، ثم حلها، وقرّب لأقرب جزء من عشرة.

المسافة بين الطائرتين هي وتر المثلث قائم الزاوية. استخدم نظرية فيثاغورس.

$a^2 + b^2 = c^2$ نظرية فيثاغورس

$10^2 + b^2 = 12^2$ عوض عن a بـ 10 وعن c بـ 12.

$100 + b^2 = 144$ أوجد قيمة 10^2 و 12^2.

$b^2 = 44$ خاصية الطرح في المعادلة

$b = \pm\sqrt{44}$ تعريف الجذر التربيعي

$b \approx \pm 6.6$ استخدم آلة حاسبة.

نظرًا لأن الطول لا يمكن أن يكون عددًا سالبًا، فإن ارتفاع الطائرة يساوي 6.6 كيلومتر تقريبًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنّك فهمت.

a. يريد السيد خالد بناء درابزين للسلم الموضح. إذا كان *ارتفاع* درجات السلم في البناء 1.5 m. وطولها 3.6 m. فكم سيكون طول الدرابزين الجديد؟

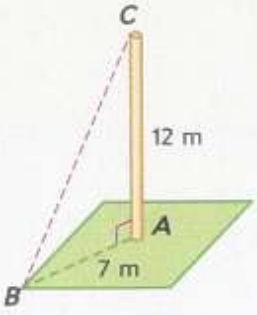
a. _____

نظرية فيثاغورس في الأشكال ثلاثية الأبعاد

يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس في إيجاد القياسات الناقصة في الرسومات ثلاثية الأبعاد.

مثال

3. توضع سارية علم طولها 12 متر في منتصف مساحة مربعة. ولتثبيت السارية، سيتم مد سلك من أعلى السارية إلى كل جانب في المربع. تبعد سارية العلم 7 متر عن كل جانب في المربع. ما طول كل سلك؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



ارسم مثلث قائم الزاوية ABC. ينبغي إيجاد طول كل سلك أو طول BC. وهذا هو وتر المثلث قائم الزاوية. لذا يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس.

نظرية فيثاغورس	$AB^2 + AC^2 = BC^2$
عوض عن AB بـ 7 وعن AC بـ 12.	$7^2 + 12^2 = BC^2$
أوجد قيمة 7^2 و12^2.	$49 + 144 = BC^2$
بسّط	$193 = BC^2$
تعريف الجذر المربع.	$\pm\sqrt{193} = BC$
استخدم آلة حاسبة.	$\pm 13.9 \approx BC$

نظرًا لأن الطول لا يمكن أن يكون عددًا سالبًا، فإن طول السلك يساوي 13.9 مترًا تقريبًا.

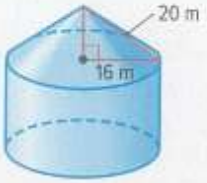
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك! أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنّك فهمت.

اكتب الحل هنا

b. _____

b. يأخذ الجزء العلوي من خيمة السيرك شكل المخروط. يبلغ نصف قطر الدائرة 16 متر. والمسافة من قمة الخيمة إلى الطرف تساوي 20 متر. ما طول الجزء العلوي من الخيمة؟ قرّب إلى أقرب عدد كلي.



تحقق

تمرين موجّه

اكتب معادلة يمكن استخدامها في الإجابة عن السؤال، ثم حلها وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

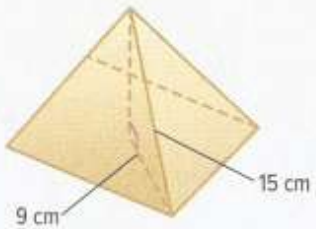
(المثالان 1 و 2)

1. ما ارتفاع الخيمة؟

اكتب الحل هنا

2. ما ارتفاع منحدر الكراسي المتحركة؟

3. صنعت نسرين نموذجًا للهرم الذي رأته في حصة التاريخ. ما ارتفاع هذا النموذج؟ (مثال 3)



4. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف تحل المثلث قائم الزاوية؟

قيّم نفسك!

- ☐ أفهم كيفية تطبيق نظرية فيثاغورس.
- رائع! أنت مستعدّ للمضي قدمًا!
- ☐ لا تزال لدي أسئلة عن كيفية تطبيق نظرية فيثاغورس.

المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

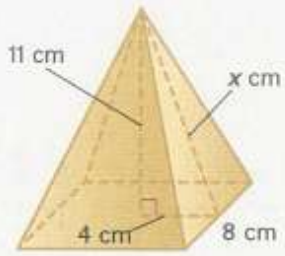
اكتب معادلة يمكن استخدامها في الإجابة عن السؤال، ثم حلها وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (المثالان 1 و 2)

1. ما المسافة التي تسلقتها القطة على الشجرة؟

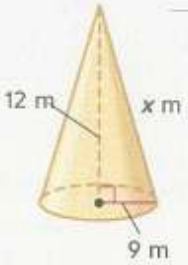
2. ما عمق المياه؟

أوجد القياس الناقص في الرسم أدناه. قرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 3)

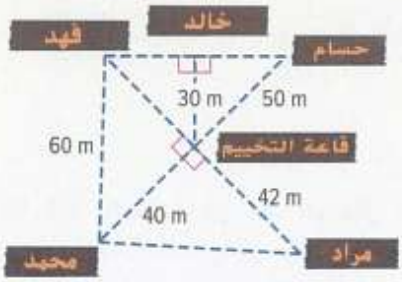
3.



4.



5. راجع خريطة معسكر الكشافة الموجودة يسارًا. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



a. كم تبعد كابينة خالد عن كابينة حسام؟ _____

b. يريد أحد المعسكرين في كابينة فهد زيارة صديقه في كابينة محمد.
ما المسافة التي سيبعدها إذا سار إلى قاعة التخييم؟ _____

6. **تبرير الاستنتاجات** يشتري إبراهيم لوالده قصبة صيد أسماك طوله 165 سنتيمترًا. ويريد وضعه في صندوق لئلا يتمكن والده من تخمين ماذا في الصندوق. يريد إبراهيم أن يستخدم صندوقًا طوله 120 سنتيمترًا وعرضه 120 سنتيمترًا. هل ستكون القصبة مناسبًا للصندوق؟ برّر استنتاجك.

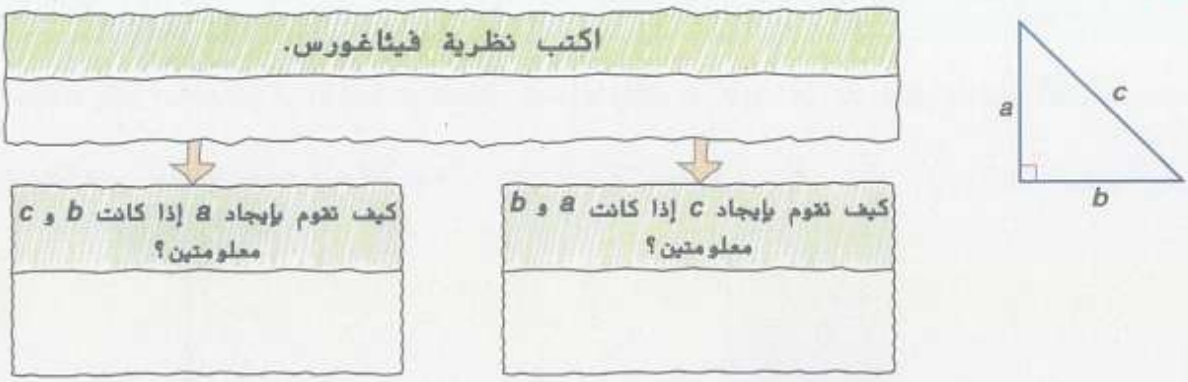
_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

7. **تحديد البنية** كيف تستخدم نظرية فيثاغورس؟



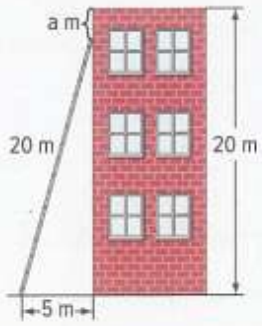
مسائل مهارات التفكير العليا

8. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألةً من الحياة اليومية يمكن حلها باستخدام نظرية فيثاغورس، ثم فسر طريقة حل المسألة.

9. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟** أي من مجموعات الأعداد تمثل قياسات أضلاع المثلث. حدد المجموعة التي لا تنتمي للثلاثة الأخرى. فسر استنتاجك.

6-8-10	3-5-7	12-35-37	3-4-5

10. **المثابرة في حل المسائل** لنفترض أن طول السلم 20 مترًا وهو مقابل لحائط عمودي ارتفاعه 20 مترًا. كم ستنخفض قمة السلم عند سحب الجزء السفلي من السلم بمقدار 5 أمتار؟ فسر استنتاجك.

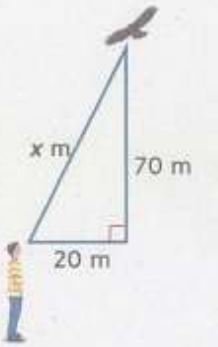


11. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة من الحياة اليومية وحلها بحيث تنطوي على استخدام نظرية فيثاغورس أو عكسها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

12. اكتب معادلة لإيجاد المسافة بين الطائر والولد. ثم حل المعادلة وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



$70^2 + 20^2 = x^2$; 72.8 m

$a = 70, b = 20,$ and $c = x$

$70^2 + 20^2 = x^2$

$4{,}900 + 400 = x^2$

$5{,}300 = x^2$

$\sqrt{5{,}300} = x^2$

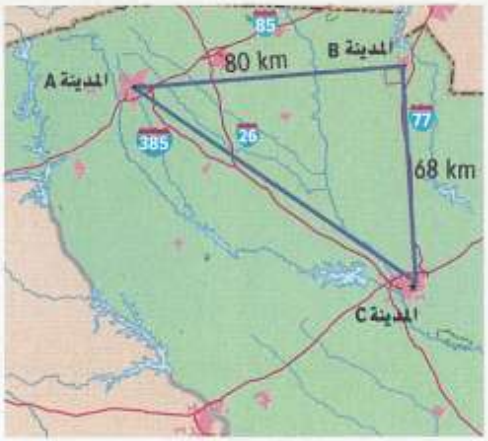
$72.8 \approx x$

تساعد الواجب المنزلي

13. تأخذ قبعة شكل مخروط أبعاده موضحة. أوجد ارتفاع القبعة وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

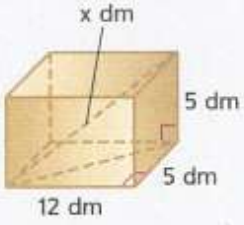
14. يريد مازن الذهاب من منزله إلى منزل جدته. ما المسافة التي سيوفرها إذا سار في الشارع الرئيسي بدلاً من شارع السوق؟

15. لنفترض أن ثلاث مدن تُشكل مثلث قائم الزاوية. ما المسافة بين المدينتين التي ستكون الوتر؟

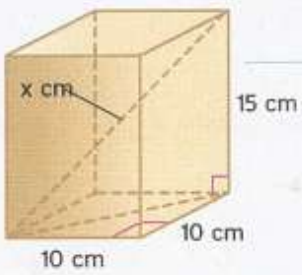


المثابرة في حل المسائل أوجد القياس الناقص في كل رسم موضح أدناه، وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

16.



17.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

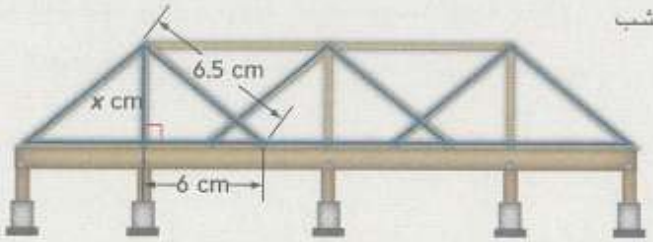
انطلق! تمرين على الاختبار

42 cm	12 cm
45 cm	31 cm
60 cm	36 cm
	39 cm

18. صممت سهيلة نافذة زجاجية مزخرفة على شكل طائرة ورقية. حدد القياسات الصحيحة لتسمية أبعاد النافذة.

ما محيط النافذة؟

19. يبني أيوب نموذجًا للجسر الموضح. ما طول قطعة الخشب التي يجب أن يقطعها لتكون أحد الدعائم العمودية المُمثلة بالرمز x؟



مراجعة شاملة

20. حدد هل المثلث الذي أبعاد أضلاعه هي 20 سنتيمترًا و 48 سنتيمترًا و 52 سنتيمترًا مثلث قائم الزاوية أم لا. برر إجابتك.

قدّر أي مما يلي لأقرب عدد كلي. برر استنتاجك.

21. $\sqrt{39} \approx$

22. $-\sqrt{146} \approx$

23. $\sqrt[3]{30} \approx$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 7

المسافة على المستوى الإحداثي

السؤال الأساسي

كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

المفردات

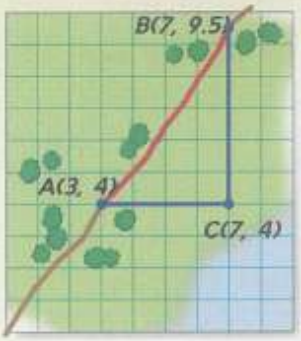
قانون المسافة Distance Formula

الممارسات الرياضية

1, 3, 4, 5

الربط بالحياة اليومية

ركوب الدراجاتني الجبال كان سعيد يركب دراجته على أحد الطرق. وتبين الخريطة هذا الطريق. وحسب شقيقه الوقت الذي قضاه سعيد في رحلته من النقطة A إلى النقطة B.



1. ماذا يمثل الخطان الأزرق والخط الأحمر على التمثيل البياني؟

2. ما نوع المثلث المتكون من الخطين؟

3. كيف يمكنك إيجاد $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$ دون حساب عدد الوحدات؟

4. كم وحدة طول الخطين الأزرقين؟

   وحدات $AC =$ ☐ وحدة $BC =$ ☐

5. اكتب معادلةً مستخدمًا نظرية فيثاغورس في إيجاد طول $\overline{AB}$.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © تعود لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

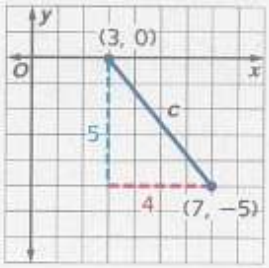
منطقة العمل

إيجاد المسافة على المستوى الإحداثي

يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي.

مثال

1. ارسم تمثيلاً بيانيًا للأزواج المرتَّبة (3, 0) و (7, −5). ثم أوجد المسافة c بين النقطتين، وقرّب لأقرب جزء من عشرة.



$a^2 + b^2 = c^2$ نظرية فيثاغورس

$4^2 + 5^2 = c^2$ عوض عن a بـ 4 وعن b بـ 5

$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$41 = c^2$

$\pm\sqrt{41} = \sqrt{c^2}$ تعريف الجذر المربع

$\pm 6.4 \approx c$ استخدم آلة حاسبة.

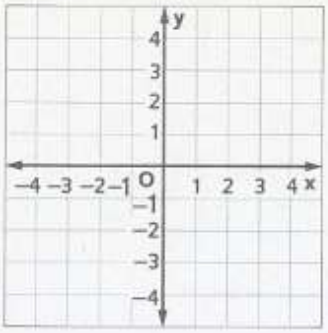
تبعد النقطتين 6.4 وحدة تقريبًا عن بعضهما.

المسافة

لإيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي، ارسم تمثيلاً بيانيًا للنقطتين، ثم ارسم مثلث قائم الزاوية تكون c فيه هي الوتر.

تأكد من فهمك! **أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنّك فهمت.**

a. (1, 3), (−2, 4)



اكتب الحل هنا

a. _____

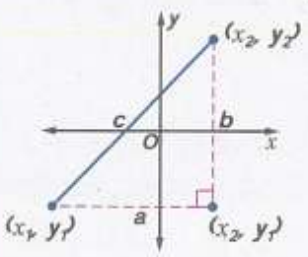
المفهوم الأساسي

قانون المسافة

الرموز المسافة d بين نقطتين إحداثياتهما (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يتم الحصول عليها من الصيغة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

النماذج



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك أيضًا استخدام **قانون المسافة** في إيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي. ويمكنك استخدام النموذج من مربع "المفهوم الأساسي" لترى كيف أن قانون المسافة يعتمد على نظرية فيثاغورس مثلما هو موضح أدناه.

نظرية فيثاغورس	$c^2 = a^2 + b^2$
عوض. طول الضلع a، وطول الضلع b	$c^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
تعريف الجذر المربع.	$c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

مثال

2. تمثل كل وحدة على الخريطة 72 كيلومترًا. تقع المدينة A عند (2 ,1.5) والمدينة B عند (−1.5, −1.5). ما المسافة تقريبًا بين المدينة A والمدينة B؟

الطريقة 1

استخدم نظرية فيثاغورس

لنفترض أن c تمثل المسافة بين المدينة A و المدينة B. إذًا $a = 3$ و $b = 3.5$.

$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 3.5^2 = c^2$

$21.25 = c^2$

$\pm\sqrt{21.25} = \sqrt{c^2}$

$\pm 4.6 \approx c$

الطريقة 2

استخدم صيغة المسافة

على فرض أن $(x_1, y_1) = (1.5, 2)$ و $(x_2, y_2) = (-1.5, -1.5)$.

$c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$c = \sqrt{(-1.5 - 1.5)^2 + (-1.5 - 2)^2}$

$c = \sqrt{(-3)^2 + (-3.5)^2}$

$c = \sqrt{9 + 12.25}$

$c = \sqrt{21.25}$

$c \approx \pm 4.6$

حيث إن كل وحدة خريطة تساوي 72 كيلومترًا. فالمسافة بين المدينتين تساوي 72 x 4.6 أو 331 كيلومترًا تقريبًا.

تأكد من فهمك! **أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد من أنك فهمت.**

b. يقع حقل K عند (2.5, 3.5) وحقل L عند (1.5, 4.5) على الخريطة. إذا كانت كل وحدة على الخريطة تساوي 0.16 كيلومتر. فما المسافة تقريبًا بين الحقلين؟

b. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

3. استخدم قانون المسافة في إيجاد المسافة بين Y(−3, −2) و X(5, −4). قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$ قانون المسافة

$$XY = \sqrt{(-3 - 5)^2 + [-2 - (-4)]^2}$$ $(x_1, y_1) = (5, -4)$, $(x_2, y_2) = (-3, -2)$

$$XY = \sqrt{(-8)^2 + 2^2}$$ بسّط

$$XY = \sqrt{64 + 4}$$ أوجد قيمة $(-8)^2$ و 2^2.

$$XY = \sqrt{68}$$ اجمع 64 و 4.

$$XY \approx \pm 8.2$$ بسّط

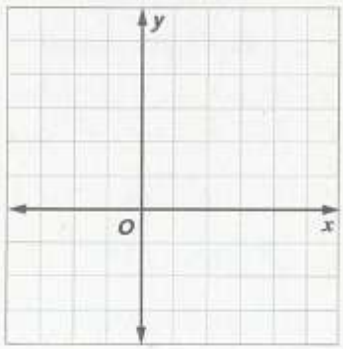
إذًا، المسافة بين النقطتين X و Y تساوي 8.2 وحدات تقريبًا.

وفكّر

فسر أدناه كيفية إيجاد طول القطع غير العمودية وغير الأفقية التي النقاط الطرفية لها (x_1, y_1) و (x_2, y_2).

تمرين موجّه

1. ارسم تمثيلاً بيانيًا للأزواج المرتّبة (5 ,1) و (1 ,3). ثم أوجد المسافة بين النقطتين. وقرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 1)



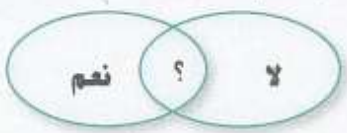
2. في خريطة المتنزه، تقع وحدة الحراسة عند النقطة (2.5, 3.5) ومركز الطبيعة عند النقطة (0.5, 4). وتساوي كل وحدة على الخريطة 0.8 كيلومتر.

ما المسافة تقريبًا بين وحدة الحراسة ومركز الطبيعة؟ (المثالان 2 و 3)

3. الاستفادة من السؤال الأساسي كيف يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس في إيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي؟

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم الذي ينطبق.



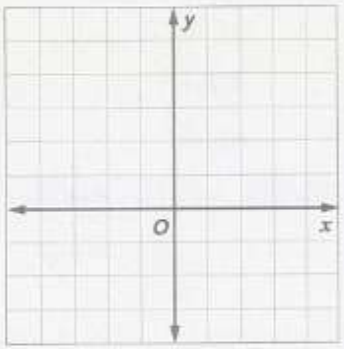
المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

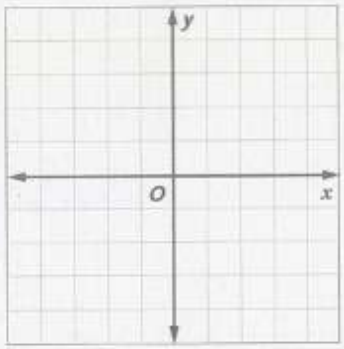
تمارين ذاتية

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل زوج من الأزواج المرتّبة. ثم أوجد المسافة بين النقطتين وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 1)

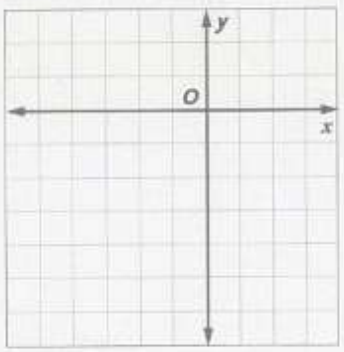
1. (4, 5), (2, 2) _____



2. (−3, 4), (1, 3) _____



3. (2.5, −1), (−3.5, −5) _____



4. تُبحر السفية من جزيرة تقع عند النقطة (4, 12) على الخريطة. وجهة السفية هو الميناء B الواقع عند (6, 2). ما المسافة التي ستبحرها السفية إذا كانت كل وحدة على التمثيل البياني تساوي 0.5 كيلومتر؟ (مثال 2) _____

استخدم قانون المسافة في إيجاد المسافة بين كل نقطتين. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 3)

5. $C(-5, -3), D(-4, -2)$ _____

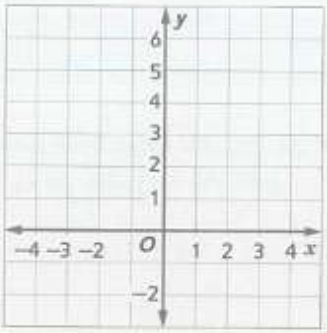
6. $Y(3.5, 1), Z(-4, 2.5)$ _____

7. $K\left(8\frac{1}{2}, 12\right), L\left(-6\frac{3}{4}, 7\frac{1}{2}\right)$ _____

8. خط الطول لمدينة شيكاغو وإلينوي هو °88 غربًا. وخط الطول لهما هو °42 شمالاً. وتقع إنديانا بوليس وإنديانا عند خط الطول °86 غربًا وخط الطول °40 شمالاً. تساوي كل درجة عند خط الطول/العرض هذا 85 كيلومترًا. أوجد المسافة بين شيكاغو وإنديانا بوليس.

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



9. **التمثيلات المتعددة** النقاط $A(-2, 1)$ و $B(-2, 6)$ و $C(1, 3)$ هي رؤوس المثلث.

a. **التمثيلات البيانية** ارسم تمثيلاً بيانيًا للنقاط $A(-2, 1)$ و $B(-2, 6)$ و $C(1, 3)$.

b. **كلمات** فسر كيفية إيجاد طول القطع BC.

c. **الأعداد** أوجد طول كل ضلع في $\triangle ABC$. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

$AC \approx$ _____

$AB =$ _____

$BC \approx$ _____

d. **الأعداد** ما محيط $\triangle ABC$؟ استخدم القيم من الجزء **c**.

المحيط يساوي _____

مسائل مهارات التفكير العليا

10. **استخدام أدوات الرياضيات** تريد ليلى إيجاد المسافة بين النقطتين $A(-2.4, 3.7)$ و $B(4.5, -1.4)$. اقترح أداة يمكن أن تستخدمها ليلى في إيجاد الطول. ثم أوجد الطول. وفسّر استنتاجك.

11. **المثابرة في حل المسائل** طبّق ما تعلمته عن المسافة على المستوى الإحداثي في كتابة إحداثيات نقطتين طرفيتين محتملتين لقطع مستقيم ليس أفقيًا أو عموديًا. وطوله 5 وحدات.

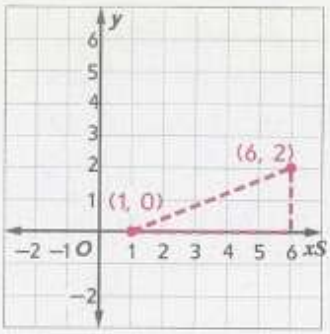
12. **الاستدلال الاستقرائي** قارن الخطوات لإيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي. أولاً باستخدام نظرية فيثاغورس. ثم باستخدام قانون المسافة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل زوج من الأزواج المرتّبة. ثم أوجد المسافة بين النقطتين وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

13. (6, 2), (1, 0) _____



مساعد الواجب المنزلي

$a = 2, b = 5$

$a^2 + b^2 = c^2$

$2^2 + 5^2 = c^2$

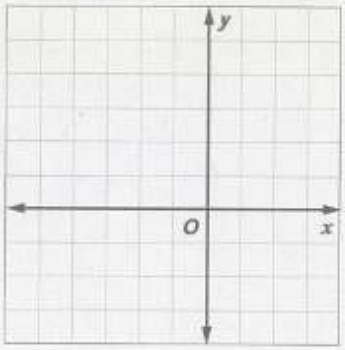
$4 + 25 = c^2$

$29 = c^2$

$\pm\sqrt{29} = \sqrt{c^2}$

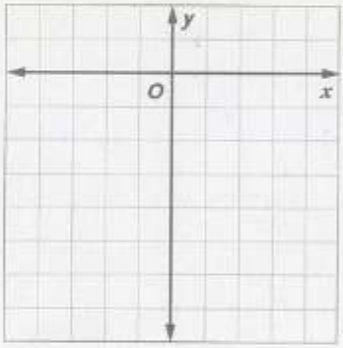
$\pm 5.4 \approx c$

14. (−5, 1), (2, 4) _____



15. (4, −2.3), (−1, -6.3)

_____



16. **استخدام أدوات الرياضيات** تقع الجبار عند النقطة (3, 2.5) على الخريطة. وتقع دمان عند (8.5, 14.5). وتساوي كل وحدة على الخريطة 26.4 كيلومترًا. ما المسافة تقريبًا بين المدينتين؟

_____

استخدم قانون المسافة في إيجاد المسافة بين كل نقطتين. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

17. $W(1, 7), X(-2, -4)$

_____

18. $G(-6.25, 5), H(-3.75, 2)$

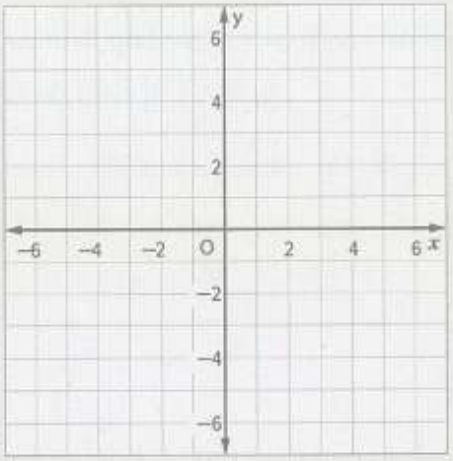
_____

19. $P\left(-9\frac{1}{4}, -7\frac{1}{2}\right), Q(-4, 5)$

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لشركة مؤسسة McGraw-Hill Education

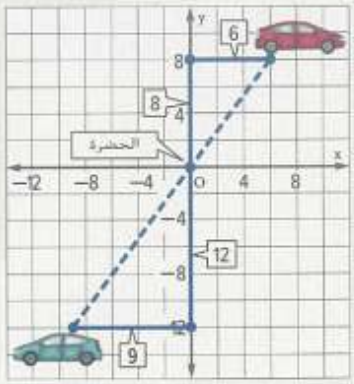
انطلق تمرين على الاختبار



20. يستخدم السيد منصور المستوى الإحداثي في تصميم لغز البحث عن كنز لطلابه. يبدأ البحث عند سارية العلم، وتم إخفاء مفتاح اللغز الأول على مسافة 5 وحدات شمال سارية العلم. ويوجد مفتاح اللغز الثاني على مسافة 6 وحدات شرق سارية العلم. ويقول مفتاح اللغز الثاني إن مفتاح اللغز الثالث يوجد على مسافة 5 وحدات جنوب سارية العلم.

ارسم مواقع سارية العلم ومفاتيح اللغز الثلاثة على شبكة الإحداثيات وبيّن المسار الذي سيتبعه الطلاب بخطوط مستقيمة.

تمثل كل وحدة 15 مترًا. ما أقصر مسافة مجمعة عبر المسار من سارية العلم إلى مفتاح اللغز الأول إلى مفتاح اللغز الثاني إلى مفتاح اللغز الثالث؟ قرّب إلى أقرب متر إذا لزم الأمر.



21. تغادر سيارتان منزلاً في الحضرة، تسير السيارة الأولى 8 كيلومترات شمالاً، ثم 6 كيلومترات شرقًا. وتسير السيارة الثانية 12 كيلومترًا جنوبًا، ثم 9 كيلومترات غربًا. حدد هل العبارة صواب أم خطأ.

a. تبعد السيارة الأولى 10 كيلومترات عن الحضرة. ☐ صواب ☐ خطأ

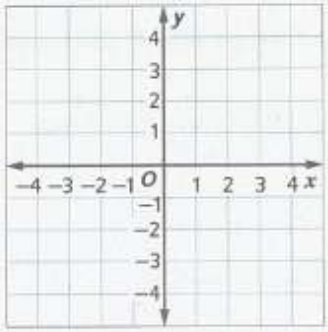
b. تبعد السيارة الثانية 15 كيلومترًا عن الحضرة. ☐ صواب ☐ خطأ

c. تبعد السيارتان عن بعضهما 35 كيلومترًا. ☐ صواب ☐ خطأ

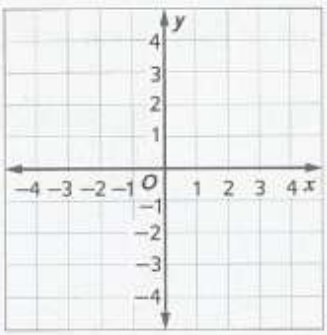
مراجعة شاملة

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل مجموعة نقاط على المستوى الإحداثي. ثم صل النقاط وحدد الشكل المرسوم. 6.G.3

22. $X(-1, -2)$, $Y(1, 2)$, $Z(3, -2)$



23. $A(0, 0)$, $B(-3, 4)$, $C(3, 4)$, $D(3, 0)$



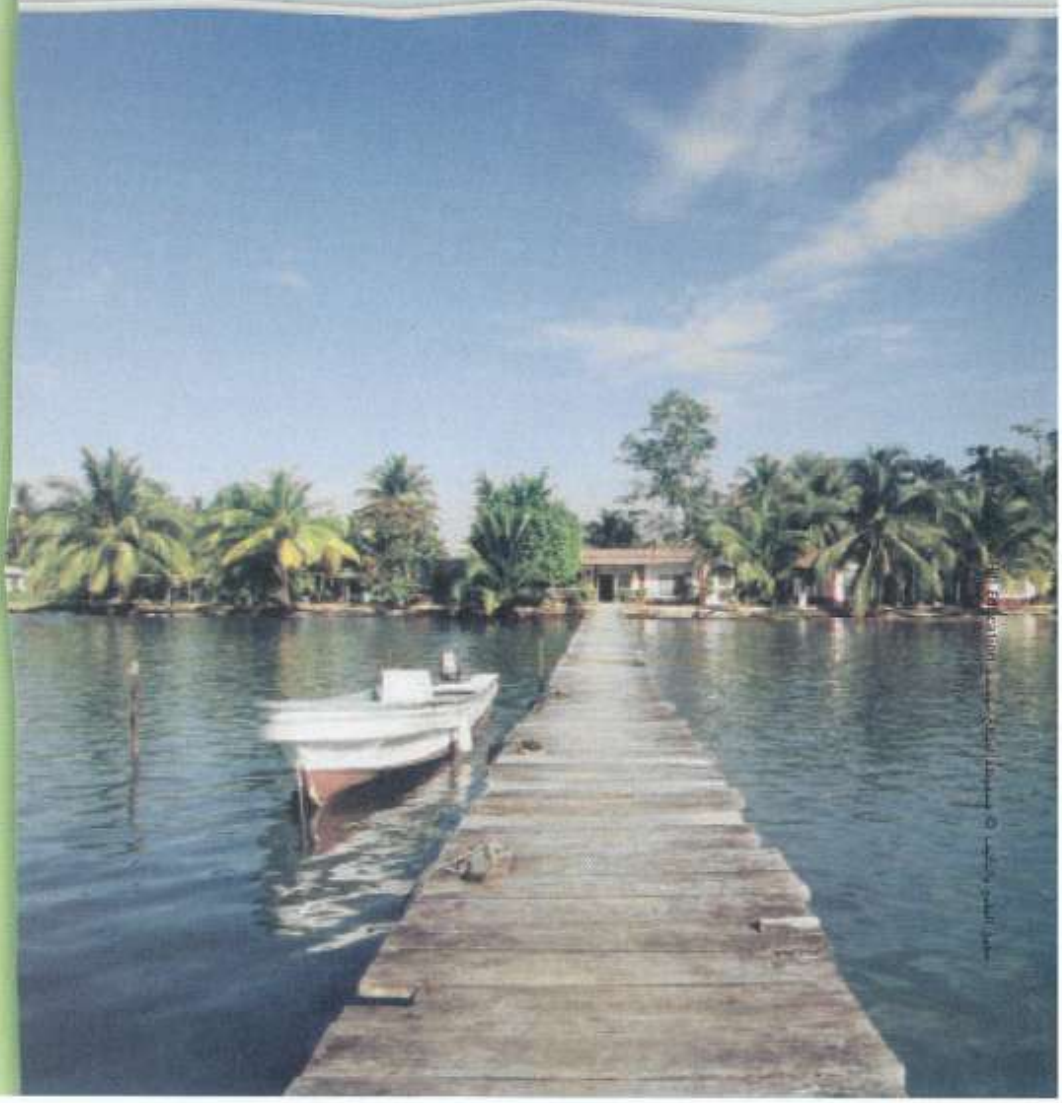
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مهن القرن الحادى والعشرين 21

في مجال السفر والسياحة

وكيل السياحة

هل تحب السفر؟ هل تهتم بمساعدة الآخرين في التخطيط لقضاء إجازاتهم في أماكن رائعة؟ ينبغي أن تفكر في العمل في مجال السفر والسياحة. فوكلاء السياحة يقدمون نصائحهم للعملاء بخصوص مواقع الوجهات ويجرون لهم ترتيبات السفر ونقل الأمتعة وتأجير السيارات والقيام بالجولات. كما ستكتسب خبرة شخصية بخصوص السفر وتصبح ملمًا بأشهر وجهات قضاء الإجازات. أضف إلى ذلك أن وكلاء السياحة ينبغي أن يهتموا بالتفاصيل الدقيقة وتكون لديهم مهارات ممتازة في التواصل والرياضيات واستخدام الكمبيوتر.



هل هذه هي المهنة التي تلائمك؟

هل أنت مهتم بمهنة وكيل السياحة؟ ادرس بعض المواد التالية في المدرسة الثانوية.

- الجبر
- تطبيقات برامج الأعمال
- تقنيات الكمبيوتر
- الهندسة

اقلب الصفحة لكي تعرف مدى ارتباط الرياضيات بالعمل في السفر والسياحة.

٨-٢ حان وقت السفر!

استخدم الخريطة لحل كل مسألة. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

1. ما المسافة تقريبًا بين كي لارجو وإسلاموراد؟ _____

2. ارسم مثلثًا قائم الزاوية ووضح رموزه لإيجاد المسافة بين بلانتيشن كي وإسلاموراد.

   ثم أوجد المسافة بالتقريب. _____

3. صف الأزواج المرتّبة التي تمثل لايتون وبلانتيشن كي.
   ثم أوجد المسافة بالتقريب بين لايتون وبلانتيشن كي. _____

   _____

4. اذكر الأزواج المرتّبة التي تمثل كي ويست وكودجو كي، مع التقريب إلى أقرب 0.5 وحدة. ثم استخدم الأزواج المرتّبة لتقدير المسافة بينهما.

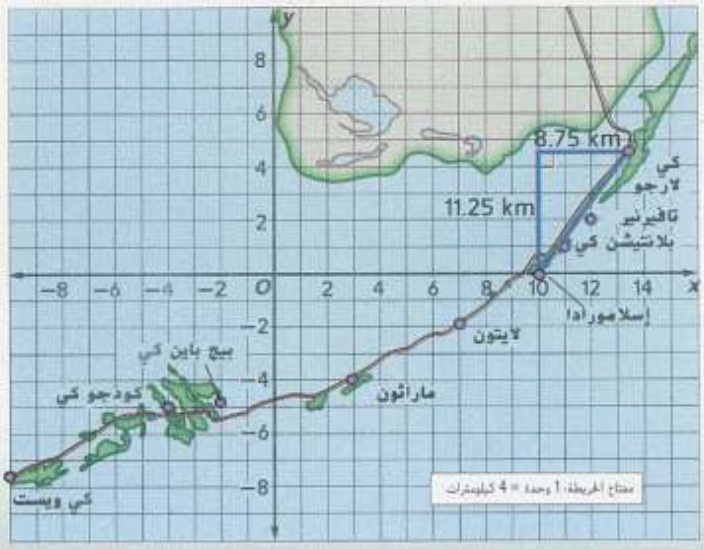
   _____

   _____

5. ما المسافة تقريبًا بين كي ويست ولايتون؟ _____

6. ما المسافة تقريبًا بين نافيرنير وبيج باين كي؟

   _____



٨-٢ مشروع مهنة

لقد حان الوقت لتحديث ملف مسيرتك المهنية!
ابحث عبر الإنترنت عن وظيفة وكيل السياحة. وصِف ثلاثة أشياء تعلمتها عن وكيل السياحة ولم تكن تعرفها.

_____

_____

_____

_____

_____

أذكر عدة وظائف نتجت عن صناعة السفر والسياحة.

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة على الوحدة

مراجعة المفردات

املأ الفراغ بالمصطلح الصحيح.

1. الخط المستقيم الذي يتقاطع مع مستقيمين أو أكثر يُسمى _____.

2. _____ هي تلك الزوايا التي تقع في الموضع نفسه على خطين بالنسبة إلى القاطع.

3. _____ يقوم على استخدام الحقائق أو القواعد أو التعريفات أو القوانين لاستنباط تخمينات من مواقف معينة.

4. عبارة أو تخمين تم إثباته ويمكن استخدامه كاستنتاج لتبرير عبارات في براهين أخرى يُسمى _____.

5. _____ تصف العلاقة بين أطوال الأضلاع والوتر في أي مثلث قائم الزاوية.

6. الزوايا الداخلية التي تقع على الأضلاع المتقابلة في القاطع تُسمى _____.

7. خطان مستقيمان يقعان في المستوى نفسه ولا يتقاطعان يُسميان _____.

8. _____ هي عملية التخمين بعد ملاحظة عدة أمثلة.

9. _____ الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث قائم الزاوية.

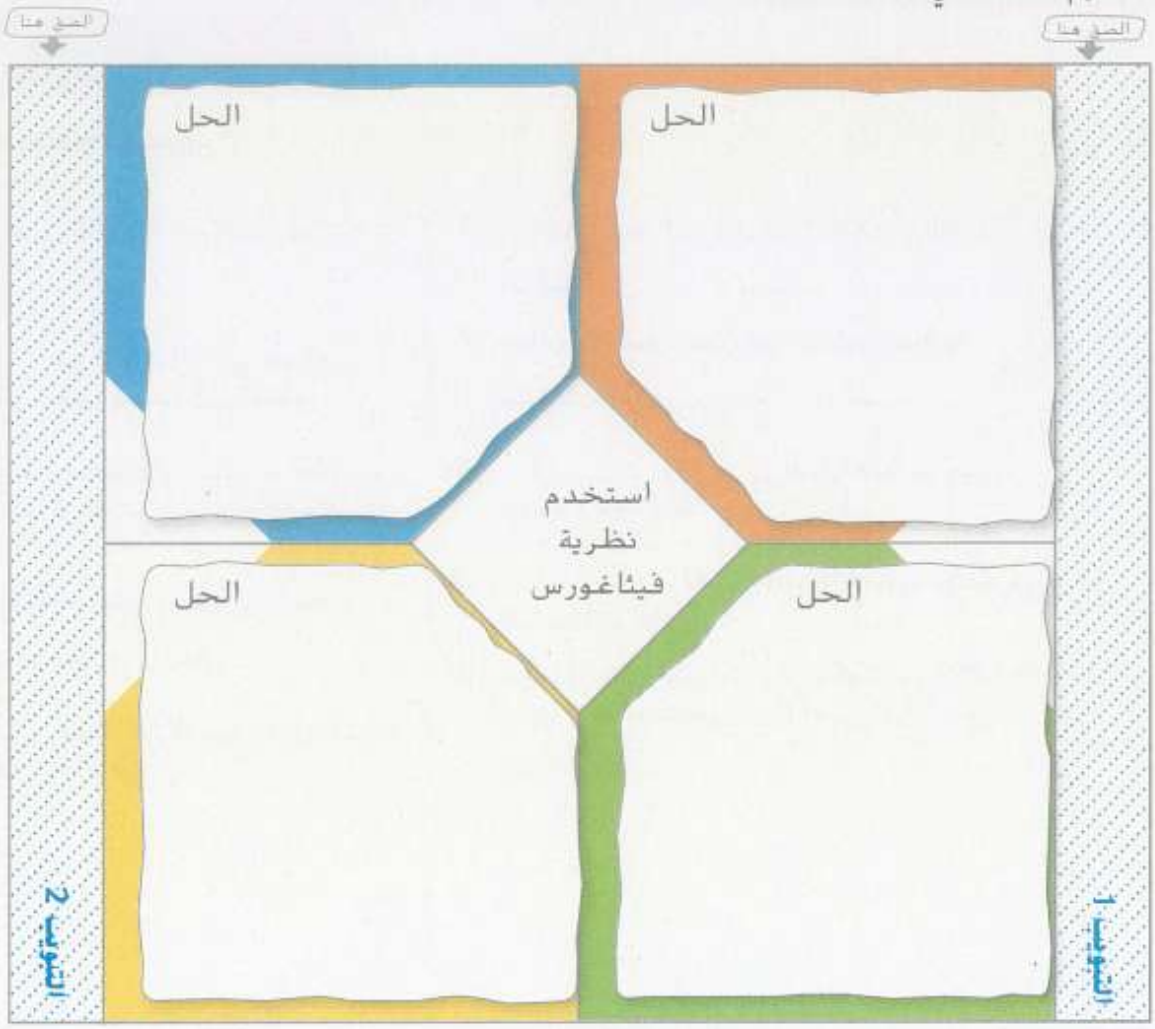
10. متعدد الأضلاع الذي أضلاعه متساوية (جميع الأطوال بطول واحد) ومتساوي الزوايا (جميع الزوايا بقياس واحد) يُسمى _____.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة المفاهيم الأساسية

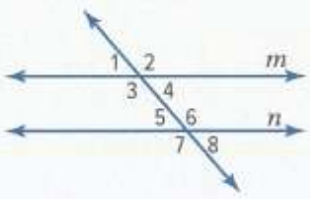
استخدم المطويات

استخدِم مطويتك في مراجعة الوحدة.



هل فهمت؟

استخدم الرسم على اليسار. حوط الكلمة الصحيحة لإكمال كل عبارة.



1. الزاويتان 2 و 6 مثالان للزوايا (المتعامدة. المتناظرة).
2. الزاويتان 1 و 8 مثالان للزوايا المتبادلة (الداخلية . الخارجية).
3. الزاوية المتناظرة للزاوية 8 هي الزاوية (3, 4).
4. إذا كان المستقيمان m و n متوازيين. فإن الزوايا 3 و (8, 6) قياساتهما متساوية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مهمة تقييم الأداء

تحت الإنشاء

تخطط هيئة الطرق لعمل طريق سريع عبر المدينة. يتقاطع الطريق السريع المقترح مع طريق A وطريق B. يمتد طريق A من الشرق إلى الغرب، ويمتد طريق B من الشمال إلى الجنوب، وبهذا فإن الطريقين متعامدان. ولقد وضعت المدينة المقترح الموضح أدناه لشركة الإنشاءات.

مقترح الطريق السريع بروك
• ستكون المسافة عند طريق B من طريق A إلى الطريق السريع خمسة كيلومترات.
• يتقاطع الطريق السريع المقترح بزاوية 32 درجة مع طريق A.
• ستكون المسافة عند طريق A من طريق B إلى الطريق السريع 7.7 كيلومترات.

اكتب إجاباتك في ورقة أخرى. اكتب الحل هنا لتحصل على الدرجة كاملة.

الجزء A

ارسم خريطة تمثل الخطة المقترحة. وضع المعلومات المُعطاة عليها. ما قياس الزاوية بين طريق B والطريق السريع المقترح؟ فسّر إجابتك.

الجزء B

كم سيكون طول مسافة الطريق السريع الممتدة من طريق A إلى طريق B؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة من الكيلومتر. إجابتك إلى أقرب عشر كيلو مترات.

الجزء C

يقود السيد علي حاليًا سيارته عبر طريق B وطريق A خمسة أيام في الأسبوع، في طريقه من وإلى العمل. إذا كان يقطع 40 كيلومترًا مستهلكًا 4 لترات من البنزين. فكم جالونًا سيوفر أسبوعيًا بعد الانتهاء من الطريق السريع؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من جزء من عشرة.

الجزء D

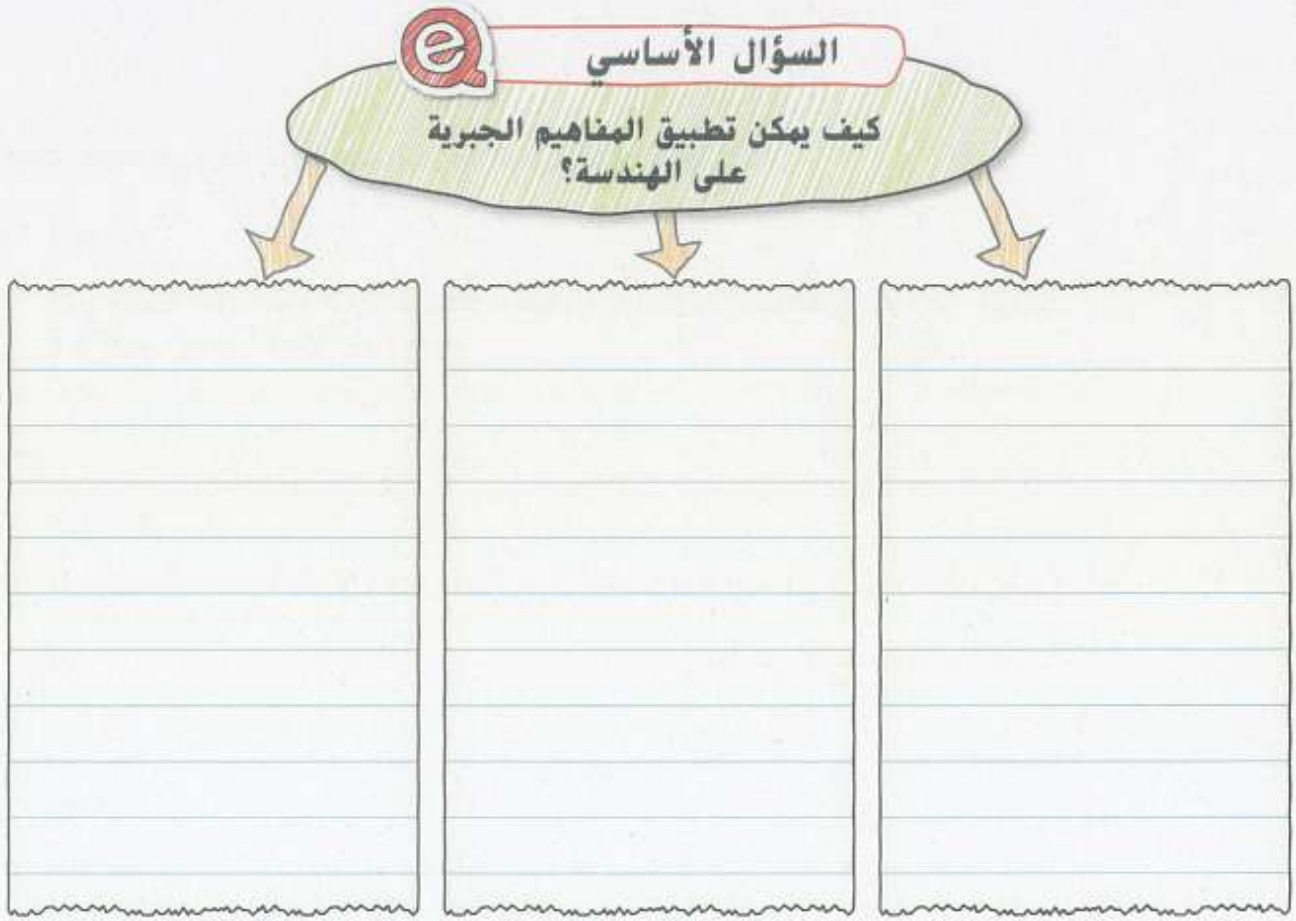
يمتد طريق C بموازاة طريق A ويتقاطع أيضًا مع الطريق السريع. تشترط المدينة على شركة الإنشاءات أن تضع إشارة مرورة إذا كان التقاطع سيكون زاوية أكبر من 150°.
هل ستضع شركة الإنشاءات إشارة مرور؟ فسّر استنتاجك.

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

التفكير

الإجابة عن السؤال الأساسي

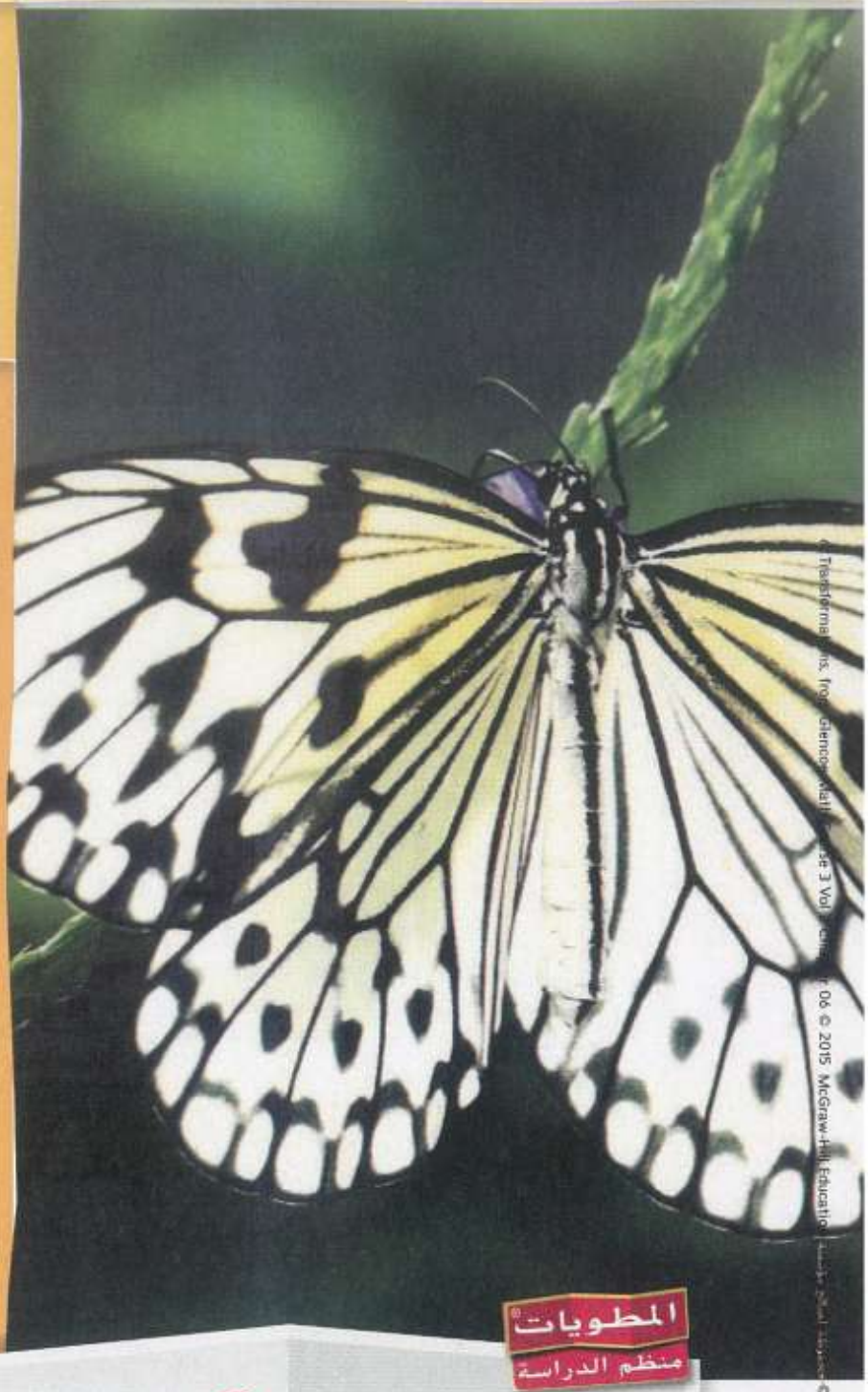
استخدم ما تعلمته عن المثلثات ونظرية فيثاغورس في إكمال خريطة المفاهيم. أذكر ثلاث طرق استخدمتها جبريًا في هذه الوحدة. ارسم نموذجًا لتمثيل كل طريقة.



أجب عن السؤال الأساسي. كيف يمكن تطبيق المفاهيم الجبرية على الهندسة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 6
التحويلات



السؤال الأساسي

كيف يمكننا أن نعرض التغير في موضع شكلٍ أو نصفه على النحو الأفضل؟

م.ر الممارسات الرياضية

1, 2, 3, 4, 5, 7, 8

الرياضيات في الحياة اليومية

الطبيعة يتم التناظر المحوري في الطبيعة. ويكون لأي شكل تناظر محور إذا كان من الممكن رسم خط بحيث يكون أحد نصفي الشكل صورة منعكسة في مرآة للنصف الآخر.

في الشكل أدناه، ارسم خط تناظر محوري.

المطويات® منظم الدراسة

1. قص المطوية من نهاية الكتاب.
2. ضع مطويتك في نهاية الوحدة.
3. استخدم المطوية طوال هذه الوحدة لتساعدك في التعرف على التحويلات.

حقوق التجميع والتأليف © مؤسسة الملكة رانيا

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟

المفردات

زاوية الدوران angle of rotation

مركز تغيير الأبعاد center of dilation

مركز الدوران center of rotation

تطابق congruent

تغيير الأبعاد dilation

صورة image

خط الانعكاس line of reflection

صورة أصلية preimage

انعكاس reflection

دوران rotation

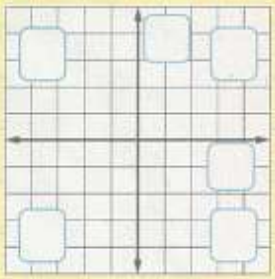
تناظر نسبي rotational symmetry

تحويل transformation

إزاحة translation

مراجعة المفردات

المستوى الإحداثي يقسم المحوران الأفقي x والرأسي y المستوى الإحداثي إلى أربعة مناطق يطلق عليها الأرباع. عيّن المحاور والأرباع على المستوى الإحدثي المبين.



شكل رباعي $ABCD$ رؤوسه $A(1, 1)$ و $B(3, 5)$ و $C(4, 7)$ و $D(2, 6)$.

1. بأي الأرباع يقع $ABCD$؟ _____

2. افترض أنك ضربت إحداثيات $ABCD$ في $\frac{3}{4}$. ففي أي الأرباع سيقع الشكل الجديد؟ _____

3. افترض أن إحداثيات x في الشكل $ABCD$ ضُربت في -1. ففي أي الأرباع سيقع الشكل الجديد؟ _____

4. افترض أنك بدّلت بين إحداثيات x وإحداثيات y في التمرين 3. ففي أي الأرباع سيقع الشكل الجديد؟ _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ما الذي تعرفه حتى الآن؟

اقرأ كل عبارة. قرر ما إذا كنت توافق (A) أو لا توافق (D). ضع علامة في العمود المناسب ثم برر استنتاجك.

التحويلات			
العبارة	A	D	لماذا
عند إزاحة شكل ما، تتحرك كل نقطة من نقاطه نفس المسافة.			
تحتوي جميع الأشكال على خط تناظر محوري واحد على الأقل.			
يعتبر الانعكاس هو صورة معكوسة للشكل عبر خط الانعكاس.			
يغير الدوران من اتجاه الشكل.			
تكون الأشكال التي تم تغيير أبعادها غير متطابقة.			
عند تغيير أبعاد الشكل بعامل مقياس أقل من 1، تكون أبعاد الصورة أكبر من الشكل الأصلي.			

متى ستستخدم ذلك؟

فيما يلي مثال على كيفية استخدام التحويلات في الحياة اليومية.

نشاط كيف تعرف سلسلة من التحركات بنظام تمرين؟ صف تمرينًا تود القيام به. وكيف تعلمته؟ وهل كان سهل التعلم؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هل أنت مستعد؟

حاول الإجابة عن أسئلة التدريب السريع التالي.

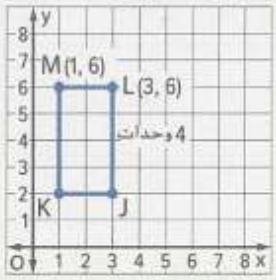
تحقق

مراجعة سريعة

مراجعة

مثال 1

مستطيل رأساه هما $J(3, 2)$ و $K(1, 2)$. ويبلغ طول المستطيل أربع وحدات. مثّل هذا المستطيل بيانيًا وعيّن الرأسين الأخرين.



مثال 2

أوجد $2 + (-6)$.

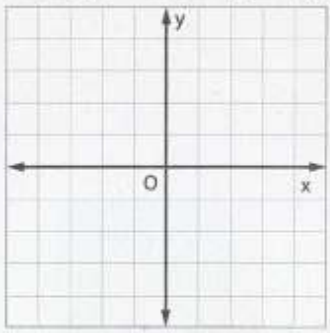
$2 + (-6) = -4$ $|2| - |-6| = -4$

المجموع سالب حيث إن $|-6| > |2|$.

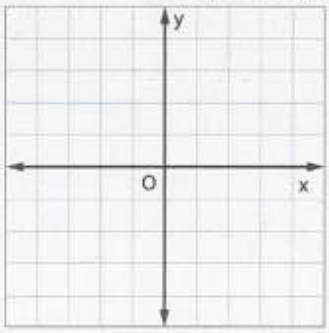
تدريب سريع

المستوى الإحداثي مثّل كل شكل بيانيًا وعيّن الرؤوس الناقصة.

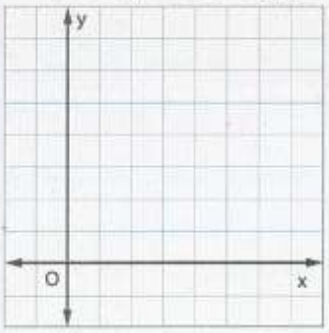
1. مستطيل له الرؤوس:
$B(-3, 3)$ و $C(-3, 0)$؛
طول احدى اضلاعه: 6 وحدات



2. مثلث له الرؤوس:
$Q(-2, -4)$ و $R(2, -4)$؛
الارتفاع: 4 وحدات



3. مربع له الرؤوس:
$G(5, 0)$ و $H(0, 5)$؛
أطوال أضلاعه: 5 وحدات



الأعداد الصحيحة اجمع.

4. $-5 + 3 =$ _____
5. $7 + (-9) =$ _____
6. $-4 + (-9) =$ _____
7. $-2 + 8 =$ _____
8. $-8 + (-6) =$ _____
9. $0 + (-6) =$ _____
10. $-8 + 2 =$ _____
11. $3 + (-1) =$ _____

كيف أبليت؟

ما المسائل التي أجبتَ عنها بشكل صحيح في التدريب السريع؟ ظلل أرقام هذه التمارين فيما يلي.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

حقوق الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 1

التحويلات

الممارسات الرياضية
1, 3

الاستكشاف **اذكر بعض الحركات الثابتة للمستوى؟**

تُصنع الرسوم المتحركة باستخدام الإطارات. يتغير كل إطار بشكل طفيف عن الإطار السابق ليصنع انطباع حركة.

نشاط عملي 1

في هذا النشاط، ستصنع إطارات رسوم متحركة باستخدام بطاقات الفهرسة.

الخطوة 1 رتّب بطاقات الفهرسة العشر في كومة. في البطاقة الأولى، ارسم دائرة في الجانب الأيمن العلوي من الصفحة.

الخطوة 2 على البطاقة التالية، ارسم نفس الدائرة لأسفل وإلى اليسار قليلاً.

الخطوة 3 كرر هذه الخطوة لثلاث أو أربع بطاقات أخرى حتى تصبح الدائرة في أسفل البطاقة. استخدم بقية البطاقات لرسم الدائرة لأعلى ولليسار.

الخطوة 4 ضع رباط مطاطي حول الحزمة. امسك بالحزمة بالرباط المطاطي واقلب البطاقات من الأمام إلى الخلف.

صف ما تراه عندما تقلب البطاقات من الأمام إلى الخلف.

_____

انظر إلى الدوائر في البطاقة الأولى والثانية ثم البطاقة الثانية والثالثة. كيف تصف التغير في مكان الدائرة من بطاقة للبطاقة التي تليها؟

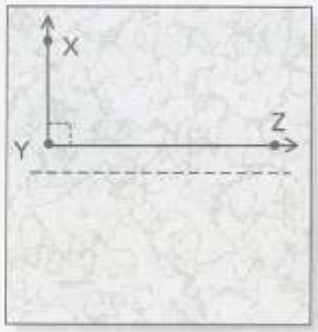
_____

_____

هل تغير شكل أو حجم الدائرة عندما تحركت؟ إذا كانت الإجابة نعم، فصف التغير. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نشاط عملي 2



الخطوة 1 ارسم الزاوية القائمة XYZ على قطعة من ورق الرسم الشفاف. ارسم خطًا متقطعًا على الورقة كما هو موضح.

الخطوة 2 اطو الورقة على طول الخط المتقطع. تتبّع الزاوية على الجزء المطوي من الورقة. افرد الزاوية وسمها ABC بحيث يتطابق A مع X ويتطابق B مع Y ويتطابق C مع Z. الصق الورقة في كتابك بشريط لاصق.

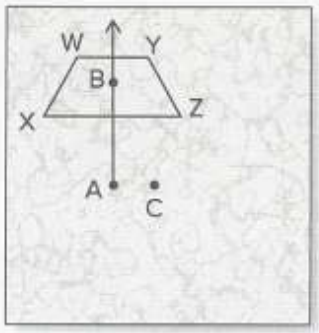
استخدم منقلة لإيجاد قياس $\angle XYZ$ و $\angle ABC$. هل تغير مقياس الزاوية بعد قلبها؟ _____

استخدم مسطرة بالسنتيمترات لقياس أقصر مسافة بين X و A إلى الخط المتقطع. كرر ذلك مع Y و B ومع Z و C. ما الذي تلاحظه؟

_____

_____

نشاط عملي 3



الخطوة 1 ضع قطعة من ورق الرسم الشفاف على شبه المنحرف أدناه. انسخ شبه المنحرف. ارسم النقاط A و B و C. ارسم $\overrightarrow{AB}$ نفسه.

الخطوة 2 ضع طرف القلم الرصاص ذي الممحاة على A. قم بإدارة ورق الرسم الشفاف حتى يمر $\overrightarrow{AB}$ خلال النقطة C. الصق الورقة في كتابك بشريط لاصق.

هل تغير شكل شبه المنحرف عندما تحرك؟ إذا كانت الإجابة نعم، فصف التغير. _____

هل تغير أبعاد شبه المنحرف عندما تحرك؟ إذا كانت الإجابة نعم، فصف التغير. _____

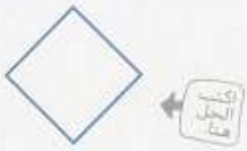
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستكشاف

نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك. استخدم مسطرة لرسم الصورة عند تحركك كل رسم كما هو موضح.

1. 1 سنتيمتر للأسفل وسنتيمتران لليسار.



2. سنتيمتران للأعلى وسنتيمتران لليمين.

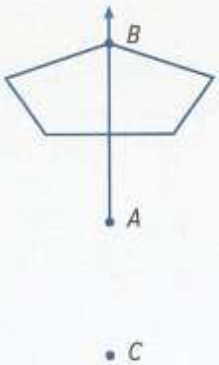
ارسم صورة عند قلب كل شكل عبر الخط ℓ.

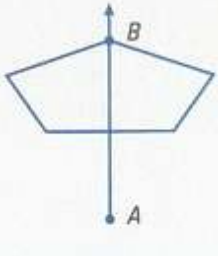
3.

4.

ارسم صورة عند تدوير خماسي أضلاع حتى يمر $\overrightarrow{AB}$ من خلال C.

5.





7. راجع التمارين 6-1.

a. في أي التمارين تغير أبعاد الشكل الأصلي، إن وجدت؟

b. في أي التمارين تغير شكل الشكل الأصلي، إن وجدت؟

c. في أي التمارين تغير اتجاه الشكل الأصلي، إن وجدت؟

محفوظ لناشر بلاسة McGraw-Hill Education © محفوظ لناشر بلاسة

التحليل والتفكير

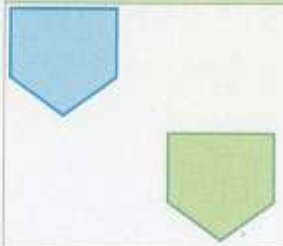
نشاط تعاوني

لكل زوج من الأشكال، صِف الحركة أو الحركات التي ستضع الشكل الأزرق فوق الشكل الأخضر.

8.

الحركة (الحركات)	الشكل

9.

الحركة (الحركات)	الشكل
	

10. راجع النشاط 1 والتمرينين 1 و 2. حوط الكلمة التي تصف بشكل أفضل حركة الأشكال:

الانعكاس الإزاحة الدوران

11. راجع النشاط 2 والتمرينين 3 و 4. حوط الكلمة التي تصف بشكل أفضل حركة الأشكال:

الانعكاس الإزاحة الدوران

12. راجع النشاط 2 والتمرينين 5 و 6. قس أحد جوانب الأشكال الأصلية. ثم قِس نفس الجانب بعد الدوران. هل تغير طول جانب بعد تدويره؟ إذ كانت الإجابة نعم، فصِف التغير؟

13. **برر استنتاجاتك.** في النشاط 3، $\overline{WY}$ و $\overline{XZ}$ متوازيتان. هل تظل القطع المستقيمة متوازية بعد الدوران؟ هل تظل القطع المستقيمة متوازية بعد الإزاحة؟ أو بعد الانعكاس؟ فسر ذلك.

الابتكار

بنفسك

14. **الاستدلال الاستقرائي** يطلق على الإزاحة والانعكاس والدوران *الحركات الثابتة للمستوى*. بناء على الأنشطة، صِف اثنين من خصائص الحركات الثابتة للمستوى.

15. الاستكشاف ما بعض الحركات الثابتة للمستوى؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1

الإزاحة

السؤال الأساسي

كيف يمكننا أن نعرض التغير في موضع شكلٍ أو تصفه على النحو الأفضل؟

المفردات

التحويل transformation
الصورة الأصلية preimage
الصورة image
إزاحة translation
تطابق congruent

الرموز الرياضية

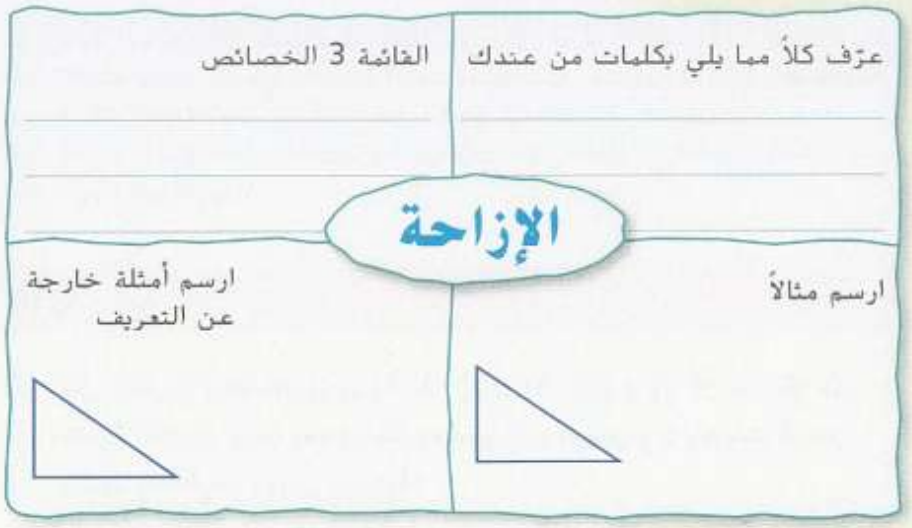
$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$
A' يُقرأ A الأولية.

الممارسات الرياضية
1, 2, 3, 4, 8

المفردات الأساسية

التحويل هو العملية التي تخطط شكلاً هندسيًا أصليًا. **أي الصورة الأصلية**، إلى شكل جديد يطلق عليه **الصورة**. بينما تتسبب **الإزاحة** في انزلاق شكل من مكان إلى آخر بدون دورانه.

اقرأ الدرس قراءة سريعة وأكمل خريطة المفاهيم.

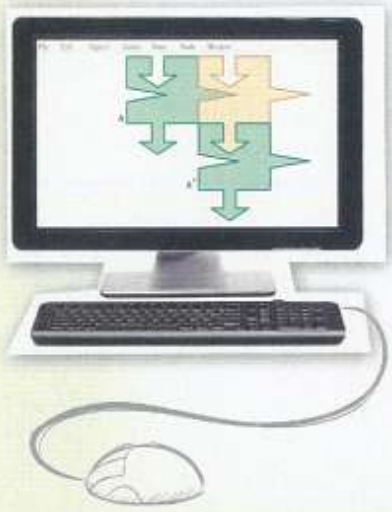


الربط بالحياة اليومية

ابتكرت أماني تصميمًا الموجود على اليمين في حاسبها الإلكتروني.

1. صف الحركة المتضمنة في تحريك التصميم من A إلى A'.

2. قارن أبعاد وشكل واتجاه قطعة التصميم في الموضع الأصلي بتلك الموجودة في الموضع الجديد.



ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

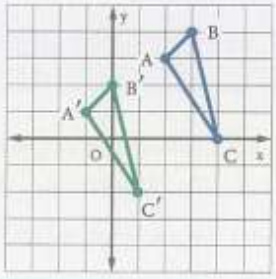
المفهوم الأساسي

الإزاحات في المستوى الإحداثي

الشرح عند إزاحة أحد الأشكال، يتغير الإحداثي x للصورة الأصلية بمقدار قيمة الإزاحة الأفقية a. ويتغير الإحداثي y للصورة الأصلية بمقدار قيمة الإزاحة الرأسية b.

الرموز $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

استخدام النماذج



منطقة العمل

الرموز الأولية

استخدم الرموز الأولية لرؤوس الصورة المحولة.

$A \rightarrow A'$

$B \rightarrow B'$

$B \rightarrow B'$

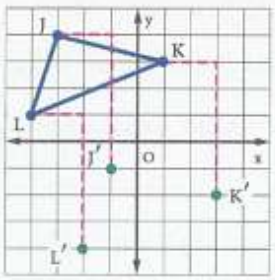
وتُقرأ A' بالطريقة A الأولية.

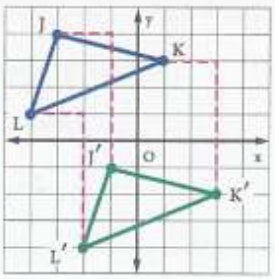
عند إزاحة أحد الأشكال، تتحرك كل نقطة من نقاط الصورة الأصلية نفس المسافة وفي نفس الاتجاه. وتكون الصورة والصورة الأصلية متطابقتين. وسيكون للأشكال **المتطابقة** نفس الشكل والأبعاد. ومن ثم، يكون طول القطع المستقيمة في الصورة الأصلية نفس طول القطع المستقيمة في الصورة. وبالمثل يكون قياس الزوايا في الصورة الأصلية نفس قياس الزوايا في الصورة.

مثال

1. مثّل $\triangle JKL$ بيانيًا بالرؤوس $J(-3, 4)$ و $K(1, 3)$ و $L(-4, 1)$. ثم مثل صورة $\triangle JKL$ بيانيًا بعد إزاحة وحدتين إلى اليمين و 5 وحدات لأسفل. واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.

حرّك كل رأس من رؤوس المثلث وحدتين إلى اليمين و 5 وحدات إلى أسفل. استخدم الرموز الأولية لتسمية رؤوس الصورة.





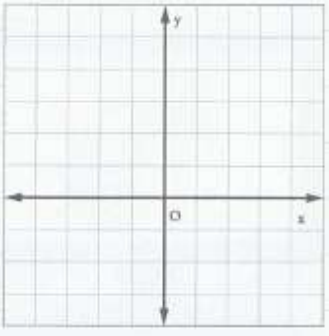
من التمثيل البياني، فإن إحداثيات رؤوس الصورة هي $J'(-1, -1)$ و $K'(3, -2)$ و $L'(-2, -4)$.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. مثّل $\triangle ABC$ بيانيًا بالرؤوس $A(4, -3)$ و $B(0, 2)$ و $C(5, 1)$. ثم مثّل صورته بيانيًا بعد إزاحة 4 وحدات للبسار و 3 وحدات لأعلى. واكتب إحداثيات الصورة.

اكتب الحل هنا

a.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال

2. للمثلث XYZ الرؤوس $X(-1, -2)$ و $Y(6, -3)$ و $Z(2, -5)$. أوجد رؤوس $\triangle X'Y'Z'$ بعد إزاحة وحدتين إلى اليسار ووحدة لأعلى.

استخدم الجدول. اجمع -2 إلى إحداثيات x و 1 إلى الإحداثيات y.

رؤوس $\triangle XYZ$	$(x + (-2), y + 1)$	رؤوس $\triangle X'Y'Z'$
$X(-1, -2)$	$(-1 + (-2), -2 + 1)$	$X'(-3, -1)$
$Y(6, -3)$	$(6 + (-2), -3 + 1)$	$Y'(4, -2)$
$Z(2, -5)$	$(2 + (-2), -5 + 1)$	$Z'(0, -4)$

إذًا، رؤوس $\triangle X'Y'Z'$ هي $X'(-3, -1)$ و $Y'(4, -2)$ و $Z'(0, -4)$.

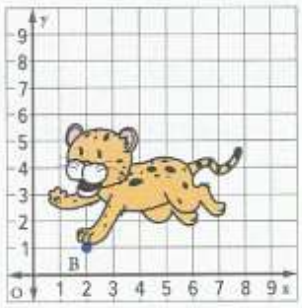
تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

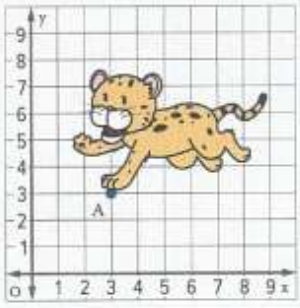
b. لرباعي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(0, 0)$ و $B(2, 0)$ و $C(3, 4)$ و $D(0, 4)$. أوجد رؤوس رباعي الأضلاع $A'B'C'D'$ بعد إزاحة 4 لليمين ووحدتين لأسفل.

b. _____

مثال

3. يتم إزاحة صورة حاسوبية لإيهام المشاهد بالحركة. استخدم ترميز الإزاحة لتصف الإزاحة من النقطة A إلى النقطة B.





تقع النقطة A عند $(3, 3)$. وتقع النقطة B عند $(2, 1)$.

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

$$(3, 3) \rightarrow (3 + a, 3 + b) \rightarrow (2, 1)$$

$$3 + a = 2 \qquad 3 + b = 1$$

$$a = -1 \qquad b = -2$$

إذًا، فالإزاحة $(x - 1, y - 2)$، وحدة لليسار ووحدتان لأسفل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

c. راجع الشكل في المثال 3. إذا كانت النقطة A عند $(1, 5)$، فاستخدم ترميز الإزاحة لوصف الإزاحة من النقطة A إلى النقطة B.

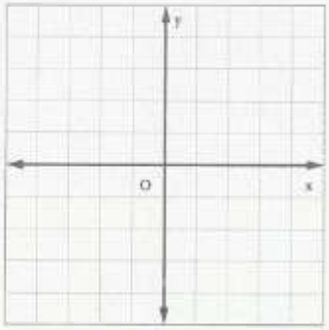
c. _____

تمرين موجّه

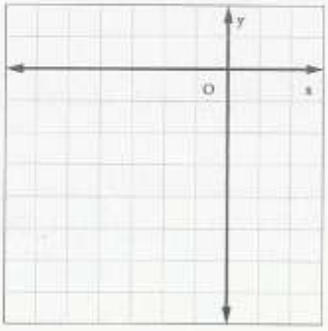
تحقق

مثّل $\triangle XYZ$ بيانيًا بالرؤوس $X(-4, -4)$ و $Y(-3, -1)$ و $Z(2, -2)$. ثم مثّل الصورة $\triangle XYZ$ بيانيًا بعد كل إزاحة، واكتب إحداثيات الرؤوس. (المثال 1)

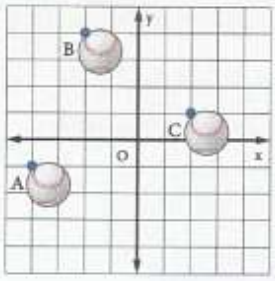
1. 3 وحدات لليمين و 4 وحدات إلى أعلى



2. وحدتان لليسار و 3 وحدات إلى أسفل



3. تم تصوير فيلم الكرة الموجودة إلى اليسار باستخدام تقنية إيقاف الحركة بالرسوم المتحركة بحيث تظهر وكأنها تم رميها في الهواء. استخدم ترميز الإزاحة لوصف النقطة A إلى النقطة B. (المثال 3)



4. الشكل الرباعي $DEFG$ به الرؤوس $D(1, 0)$ و $E(-2, -2)$ و $F(2, 4)$ و $G(6, -3)$. أوجد الرؤوس $D'E'F'G'$ بعد إزاحة 4 وحدات لليمين و 5 وحدات إلى أسفل. (المثال 2)

5. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يتم إزاحة الأشكال في المستوى الإحداثي؟

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم الذي ينطبق.

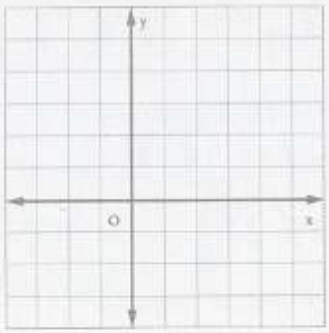
المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

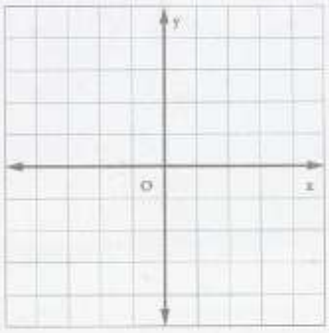
تمارين ذاتية

مثّل كل شكل من الأشكال بالرؤوس المعطاة. ثمّ مثل صورته بعد الإزاحة المبينة واكتب إحداثيات رؤوسها. (المثال 1)

1. $\triangle ABC$ رؤوسه $A(1, 2)$ و $B(3, 1)$ و $C(3, 4)$ تمت إزاحتها وحدتين لليسار ووحدة لأعلى



2. مستطيل $JKLM$ رؤوسه $J(-3, 2)$ و $K(3, 5)$ و $L(4, 3)$ و $M(-2, 0)$ وقد تمت إزاحتها وحدة لليمين و 4 وحدات لأسفل

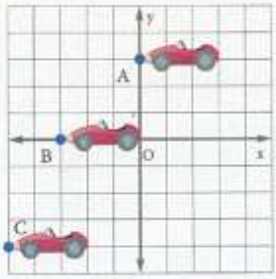


مثلث PQR رؤوسه $P(0, 0)$ و $Q(5, -2)$ و $R(-3, 6)$. أوجد الرؤوس $P'Q'R'$ بعد كل إزاحة. (المثال 2)

3. 6 وحدات لليمين و 5 وحدات إلى أعلى _____

4. 8 وحدات لليسار ووحدة إلى أسفل _____

استخدم صورة سيارة السباق المبينة في اليسار (المثال 3)



5. استخدم ترميز الإزاحة لوصف الإزاحة من النقطة A إلى النقطة B. _____

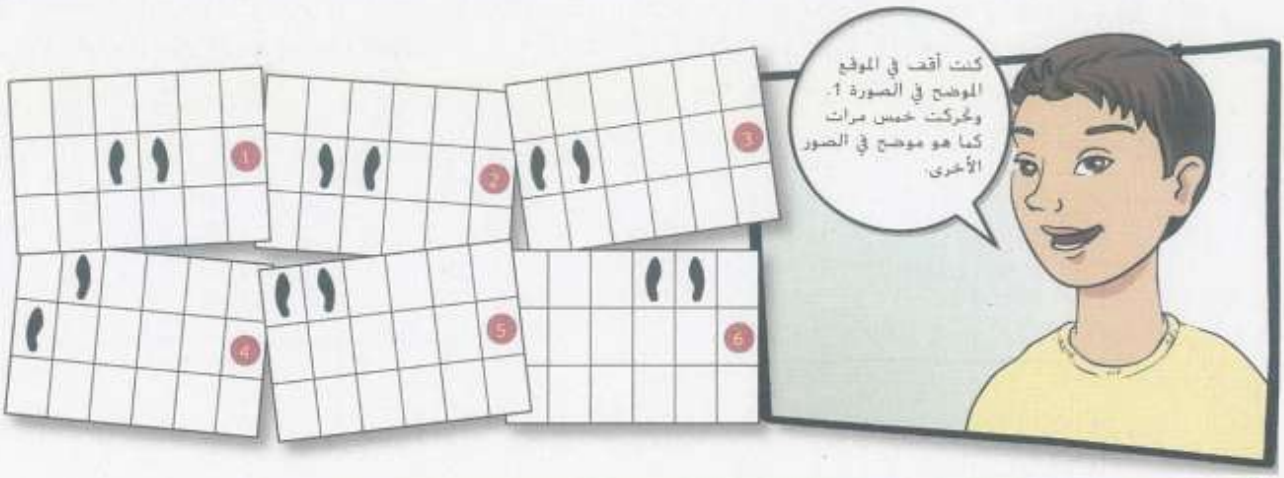
6. استخدم ترميز الإزاحة لوصف الإزاحة من النقطة B إلى النقطة C. _____

7. الشكل الرباعي $KLMN$ رؤوسه $K(-2, -2)$ و $L(1, 1)$ و $M(0, 4)$ و $N(-3, 5)$.
وقد تمت إزاحتها أولاً بالمقدار $(x + 2, y - 1)$ ثم إزاحتها ثانيًا بالمقدار $(x - 3, y + 4)$.
وعندما يتم إزاحة أحد الأشكال مرتين. يتم استخدام الترميز الأولي المزدوج. استخدم إحداثيات الشكل الرباعي $K''L''M''N''$ بعد الإزاحتين.

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8. **استخدام نماذج الرياضيات** راجع الإطار الرسومي المصور أدناه. اذكر الخطوات الخمس التي اتخذتها الفتاة وحدد أي تحويلات مستخدمة في الحركات. _____



مسائل مهارات التفكير العليا

9. **الاستدلال الاستقرائي** تتم إزاحة شكل بمقدار $(x - 5, y + 7)$ ثم بمقدار $(x + 5, y - 7)$. بدون التمثيل البياني، ما الموضع النهائي للشكل؟ اشرح استنتاجك لزميل.

10. **المثابرة في حل المسائل** ما إحداثيات النقطة (x, y) بعد إزاحتها m وحدة لليسار n وحدة إلى أعلى؟ _____

11. **الاستدلال الاستقرائي** حدد أي من العبارات التالية صحيحة *دائمًا* أو *أحيانًا* أو غير صحيحة *على الإطلاق*. برر استنتاجك.

a. لا تؤثر الإزاحة على الاتجاه. _____

b. تكون الصورة الأصلية والصورة المزاحة بنفس الأبعاد ولكن ليس بنفس الشكل.

معتمد للطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

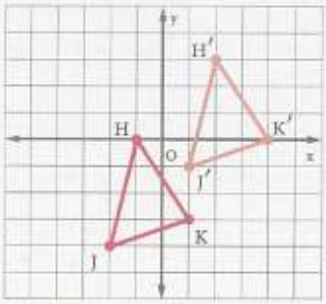
تمرين إضافي

مثّل كل شكل من الأشكال بيانيًا بالرؤوس المعطاة. ثمّ مثل صورته بيانيًا بعد الإزاحة المبينة واكتب إحداثيات رؤوسها.

12. $\triangle HJK$ رؤوسه $H(-1, 0)$ و $J(-2, -4)$ و $K(1, -3)$ وقد تمت إزاحته 3 وحدات لليمين و 3 وحدات إلى أعلى

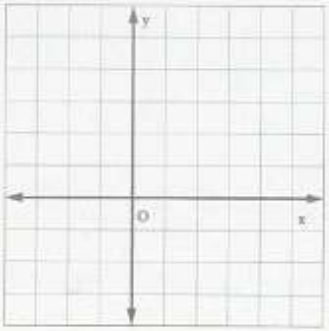
$H'(2, 3), J'(1, -1), K'(4, 0)$

مثّل كل نقطة بيانيًا وصل بينهم لتشكيل مثلث. ثم حرّك كل نقطة 3 وحدات لليمين ثم 3 وحدات لأعلى. صل النقاط لتشكل $\triangle H'J'K'$.



مساعدة الواجب المنزلي

13. مستطيل $KLMN$ رؤوسه $K(1, -1)$ و $L(1, 1)$ و $M(5, 1)$ و $N(5, -1)$ وقد يتم إزاحته 4 وحدات لليمين و 3 وحدات إلى أعلى.



الشكل الرباعي $ABCD$ رؤوسه $A(-5, -1)$ و $B(-3, 0)$ و $C(2, -2)$ و $D(0, -6)$. أوجد الرؤوس $A'B'C'D'$ بعد كل إزاحة.

14. 4 وحدات إلى أعلى _____

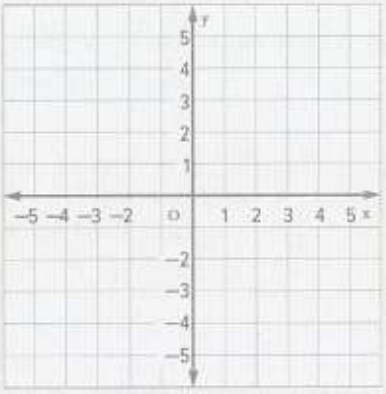
15. وحدتان لليمين ووحدتان إلى أسفل _____

16. ذهب إسماعيل إلى كولورادو ليستكشف حديقة حيوان دنفر كما هو موضح. وقد بدأ بمعرض السنوريات وانتقل 3 وحدات لليمين و 5 وحدات إلى أعلى. في أي المعارض يقف إسماعيل الآن؟ إذا كان معرض السنوريات يقع عند $(3, 1)$، فما إحداثيات موقع إسماعيل الجديد؟

17. **تحديد الاستنتاجات المتكررة** يوضح أدناه رسم تخطيطي لشريط لولبي مزدوج للحمض النووي (DNA). ابحث عن النمط. في الرسم التخطيطي. اذكر أين توجد تكرارات في النمط أو إزاحة. أوجد عدد الإزاحات في النمط الأصلي والموضحة في الرسم التخطيطي. _____

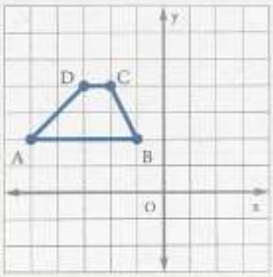
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار



18. مثّل المثلث DEF بيانيًا بالرؤوس $D(-5, 2)$ و $E(1, 3)$ و $F(-4, -3)$. ثم مثّل صورة المثلث بيانيًا بعد إزاحة 4 وحدات لليمين و 3 وحدات إلى أسفل.

ما رؤوس المثلث $D'E'F'$؟



19. يوضح شبه منحرف $ABCD$ على المستوى الإحداثي. افترض أن شبه المنحرف تمت إزاحته 3 وحدات لليمين ووحدتين إلى أعلى. أي مما يلي تعتبر رؤوس الشكل المزاح؟ حدّد كل ما ينطبق.

- ☐ $A'(-2, 4)$
- ☐ $B'(1, -1)$
- ☐ $C'(0, 7)$
- ☐ $D'(0, 6)$

مراجعة شاملة

أوجد مجموع كل مما يلي.

20. $-5 + 12 =$ _____

21. $23 + (-3) =$ _____

22. $-36 + (-42) =$ _____

23. $256 + (-82) =$ _____

24. $-121 + (-119) =$ _____

25. $-452 + 97 =$ _____

محفوظ للطبع والتأليف © مجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 2

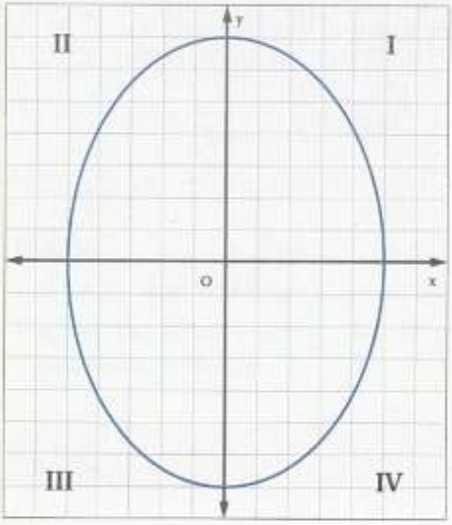
الانعكاس

الربط بالحياة اليومية

الفنون يعتبر البيسانكي هو فن تزيين البيض قديمًا لدى الأوكرانيين. ويستخدم العديد من الفنانين عمليات قلب الشكل وخط التناظر المحوري لابتكار تصميماتهم. استخدم النشاط لابتكار تصميم البيسانكي الخاص بك.

نشاط تعاوني

يمثل القالب الموضح الرؤية الأمامية لبيضة. وقد تم تقسيم القالب إلى أربعة أقسام.



الخطوة 1 لتبتكر تصميم البيضة الخاص بك، ارسم تصميمًا في الربع الثاني.

الخطوة 2 لإكمال الربع الأول، ارسم صورة منعكسة عبر المحور *X*.

الخطوة 3 كرر الخطوات 2 و 3 لإكمال الربع الثالث والرابع. ويمكنك ابتكار تصميم جديد أو يمكنك رسم صورة منعكسة عبر المحور *X*.

أضف ألوانًا إلى تصميمك باستخدام أقلام التلوين أو أقلام التحديد لإكمال التصميم.

1. يقع خط *التناظر المحوري* عندما يمكن طي أحد الأشكال بحيث يكون أحد الجانبين صورة منعكسة للجانب الآخر. هل يوجد بتصميم البيسانكي الخص بك خط تناظر محوري؟ فسّر ذلك.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

السؤال الأساسي

كيف يمكنك أن تعرض التغير في موضع شكلٍ أو تصفه على النحو الأفضل؟

المفردات

الانعكاس reflection

خط الانعكاس line of reflection

الرموز الرياضية

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

الممارسات الرياضية

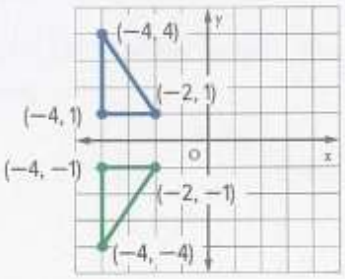
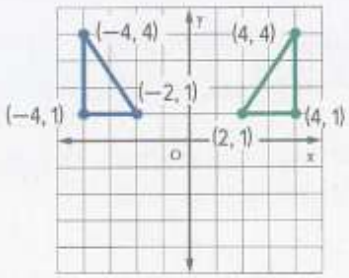
1, 3, 4, 7

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي

الانعكاسات في المستوى الإحداثي

منطقة العمل

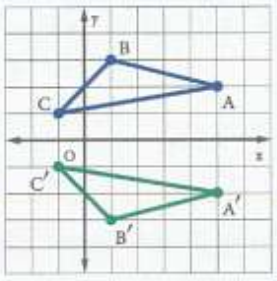
	عبر المحور x	عبر المحور y
الشرح	لينعكس الشكل عبر المحور x، اضرب الإحداثي y في -1.	لينعكس الشكل عبر المحور y، اضرب الإحداثي x في -1.
الرموز	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$
النماذج		

الانعكاس هو صورة منعكسة في مرآة للشكل الأصلي. وتكون نتيجة تحويل شكل عبر خط يسمى **خط الانعكاس**. وفي الانعكاس، يكون كل نقطة من نقاط الصورة الأصلية وصورتها على نفس المسافة من خط الانعكاس. وبالتالي في الانعكاس تكون الصورة مطابقة للصورة الأصلية.

أمثلة

1. مثلث ABC رؤوسه $A(5, 2)$ و $B(1, 3)$ و $C(-1, 1)$. مثل الشكل بيانيًا وانعكاسه كذلك عبر المحور x. ثم أوجد إحداثيات رؤوس الصورة المنعكسة.

بما أن المحور x هو خط الانعكاس، إذًا، عين الرؤوس $A'B'C'$ على مسافة من المحور x تساوي نفس مسافة من الرأس المناظرة لها في الشكل ABC.



النقطة A على بعد وحدتين أعلى المحور x. . .

. . . إذًا تعين النقطة A' على بعد وحدتين أدنى المحور x

إذًا فالإحداثيات هي $A'(5, -2)$ و $B'(1, -3)$ و $C'(-1, -1)$.

التحقق
تحقق من إحداثيات الصورة بضرب الإحداثي y في -1.

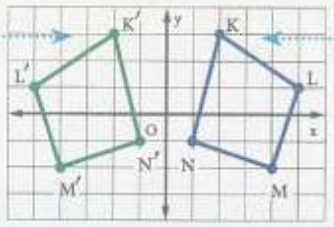
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$
$(5, 2) \rightarrow (5, -2)$
$(1, 3) \rightarrow (1, -3)$
$(-1, 1) \rightarrow (-1, -1)$ ✓

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © محمود الطيح وشركاه

2. الشكل الرباعي $KLMN$ رؤوسه $K(2, 3)$ و $L(5, 1)$ و $M(4, -2)$ و $N(1, -1)$. مثّل الشكل بيانيًا وانعكاسه عبر المحور y. ثم أوجد إحداثيات الرؤوس للصورة المنعكسة.

حيث إن المحور y هو خط الانعكاس. إذًا، عين الرؤوس $K'L'M'N'$ على مسافة من المحور y تساوي نفس المسافة من الرأس المناظرة لها في الشكل $KLMN$.

تكون النقطة K على بعد وحدتين إلى يمين المحور y.

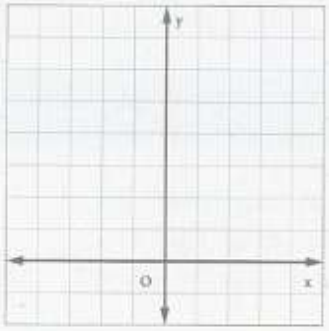


تكون النقطة K' على بعد وحدتين إلى يسار المحور y.

إذًا فالإحداثيات هي $K'(-2, 3)$ و $L'(-5, 1)$ و $M'(-4, -2)$ و $N'(-1, -1)$.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. مثلث PQR رؤوسه $P(1, 5)$ و $Q(3, 7)$ و $R(4, -1)$. مثل الشكل بيانيًا وانعكاسه عبر المحور y. ثم أوجد إحداثيات الصورة المنعكسة.



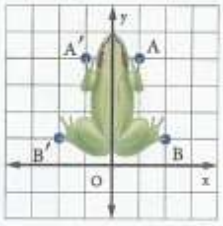
a. _____

مثال

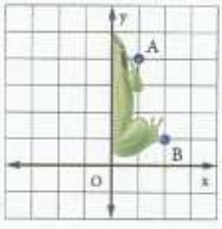
3. ينعكس الشكل أدناه عبر المحور y. أوجد إحداثيات النقطة A' والنقطة B'. ثم ارسم الشكل وصورته على المستوى الإحداثي.

تقع النقطة A عند $(1, 4)$. وتقع النقطة B عند $(2, 1)$. حيث إن الشكل ينعكس عبر المحور y، فاضرب الإحداثي x في -1.

$B(2, 1) \rightarrow B'(-2, 1)$



$A(1, 4) \rightarrow A'(-1, 4)$



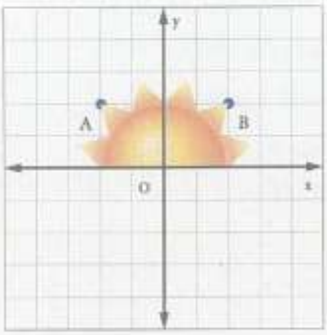
انتبه! والتفكير

فسّر أدناه العلاقة بين إحداثيات x و y لصورة وإحداثيات x و y للصورة الأصلية بعد انعكاسها عبر المحور y.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. ينعكس الشكل الموضح إلى اليسار عبر المحور x. أوجد إحداثيات النقطة A' والنقطة B'. ثم ارسم الصورة على المستوى الإحداثي.

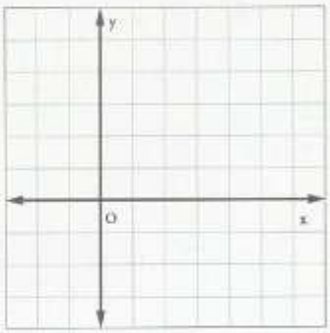


b. _____

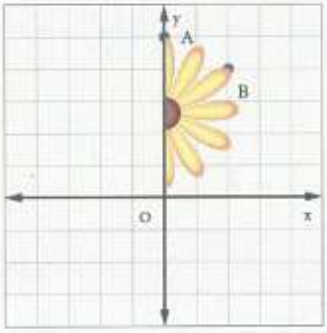
تمرين موجّه

تحقق

1. مثّل $\triangle ABC$ بيانيًا بالرؤوس $A(5, 1)$ و $B(1, 2)$ و $C(6, 2)$ وكذلك انعكاسه عبر المحور x. ثم أوجد إحداثيات الصورة. (المثالان 1 و2)



2. ينعكس الشكل عبر المحور y. أوجد إحداثيات النقطة A' والنقطة B'. ثم ارسم الصورة على المستوى الإحداثي. (المثال 3)



3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكنك تحديد إحداثيات الشكل بعد انعكاسه عبر أي من المحورين؟

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك للانعكاس؟ حوط الصورة التي تنطبق.

غير واضح | واضح إلى حد ما | واضح

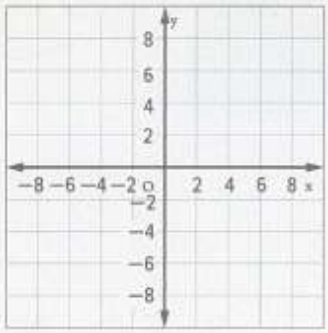
المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

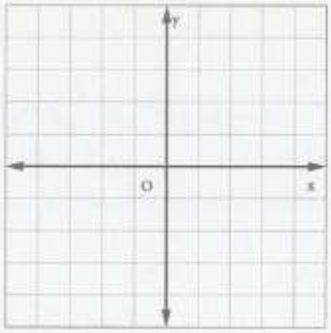
تمارين ذاتية

مثّل كلاً من الأشكال التالية وانعكاسها عبر المحور الموضح. ثم أوجد إحداثيات الصورة المنعكسة. (المثالان 1 و2)

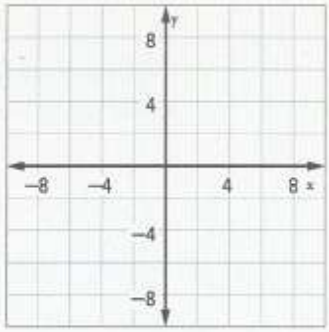
1 $\triangle GHJ$ رؤوسه $G(4, 2)$ و $H(3, -4)$ و $J(1, 1)$ ومنعكسة عبر المحور y



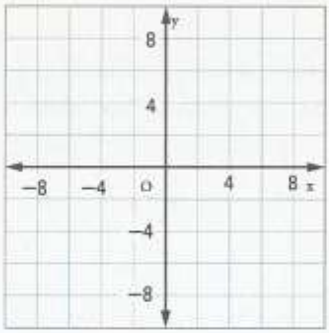
2. $\triangle MNP$ رؤوسه $M(2, 1)$ و $N(-3, 1)$ و $P(-1, 4)$ ومنعكسة عبر المحور x



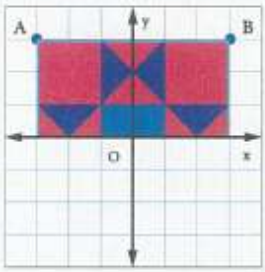
3. شكل رباعي $WXYZ$ رؤوسه $W(-1, -1)$ و $X(4, 1)$ و $Y(4, 5)$ و $Z(1, 7)$ ومنعكسة عبر المحور x



4. شكل رباعي $DEFG$ رؤوسه $D(1, 0)$ و $E(1, -5)$ و $F(4, -1)$ و $G(3, 2)$ ومنعكسة عبر المحور y



5. ينعكس الشكل الموضح إلى اليسار عبر المحور x. أوجد إحداثيات النقطة A' والنقطة B'. ثم ارسم الصورة على المستوى الإحداثي. (المثال 3)



تحديد البنية تُبيّن إحداثيات أحد النقاط وصورتها بعد الانعكاس. حدد ما إذا كان الانعكاس عبر المحور x أم المحور y.

7 $M(3, 3) \rightarrow M'(3, -3)$ _____

6. $A(-3, 5) \rightarrow A'(3, 5)$ _____

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة

مسائل مهارات التفكير العليا

8. **البحث عن الخطأ** يحاول مازن إيجاد إحداثيات الصورة بالرؤوس $A(1, 1)$ و $B(4, 1)$ و $C(1, 5)$ بعد الانعكاس عبر المحور x. اذكر الخطأ ثم صححه.

9. **المثابرة في حل المسائل** مثلث JKL رؤوسه $J(-7, 4)$ و $K(7, 1)$ و $L(2, -2)$. بدون التمثيل البياني. أوجد الإحداثيات الجديدة لرؤوس المثلث بعد انعكاسه أولاً عبر المحور x ثم انعكاسه ثانية عبر المحور y.

10. **الاستدلال الاستقرائي** افترض أنك رسمت انعكاس المثلث في الربع الأول عبر المحور y. ثم قمت بإزاحة الصورة وحدتين لليسار و 3 وحدات إلى أسفل. هل يوجد تحويل وحيد يحول الصورة الأصلية إلى الصورة. اشرح استنتاجك.

11. **الاستدلال الاستقرائي** افترض أنك رسمت انعكاس شكل غير منتظم عبر المحور x ثم رسمت انعكاسه عبر المحور y. هل يوجد تحويل وحيد من انعكاس أو إزاحة يحول الصورة الأصلية إلى الصورة؟ اشرح استنتاجك.

12. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟** مثلث ABC رؤوسه $A(1, 2)$ و $B(1, 5)$ و $C(4, 2)$ وقد تعرض لتحويل. حوط مجموعة الرؤوس التي لا تنتمي للمجموعة. اشرح استنتاجك.

A′(5, 2), B′(5, 5), C′(8, 2)	A′(1, −1), B′(1, 2), C′(4, −1)
A′(3, 3), B′(3, 6), C′(6, 3)	A′(1, −2), B′(1, −5), C′(4, −2)

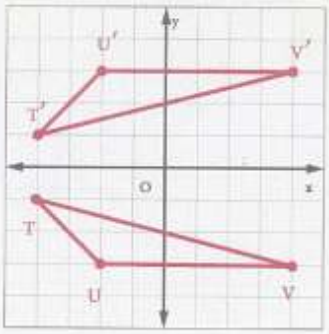
McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة الطفو والتأليف

تمرين إضافي

مثّل كلاً من الأشكال التالية وانعكاسها عبر المحور الموضح. ثم أوجد إحداثيات الصورة المنعكسة.

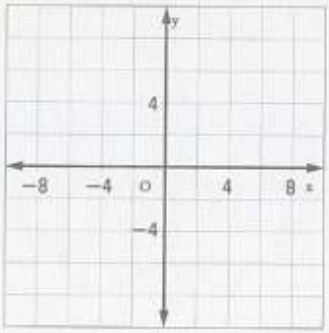
13. $\triangle TUV$ رؤوسه $T(-4, -1)$ و $U(-2, -3)$ و $V(4, -3)$ ومنعكسة عبر المحور x

مساعدة الواجب

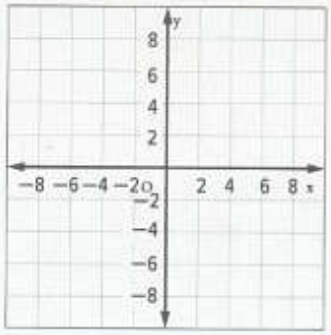


$T'(-4, 1), U'(-2, 3), V'(4, 3)$

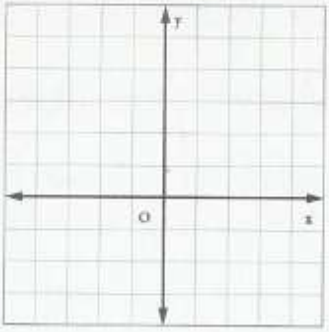
14. مربع $ABCD$ رؤوسه $A(2, 4)$ و $B(-2, 4)$ و $C(-2, 8)$ و $D(2, 8)$ ومنعكسة عبر المحور x



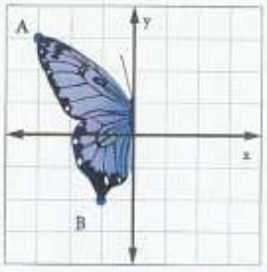
15. $\triangle RST$ رؤوسه $R(-5, 3)$ و $S(-4, -2)$ و $T(-2, 3)$ ومنعكسة عبر المحور y



16. متوازي أضلاع $HIJK$ رؤوسه $H(-1, 3)$ و $I(-1, -1)$ و $J(2, -2)$ و $K(2, 2)$ ومنعكسة عبر المحور y



17. ينعكس الشكل الموضح إلى اليسار عبر المحور y. أوجد إحداثيات النقطة A' والنقطة B'. ثم ارسم الصورة على المستوى الإحداثي.



م-٢ تحديد البنية تُبيّن إحداثيات أحد النقاط وصورتها بعد الانعكاس. حدد ما إذا كان الانعكاس عبر المحور x أم المحور y.

18. $X(-1, -4) \rightarrow X'(-1, 4)$ _____

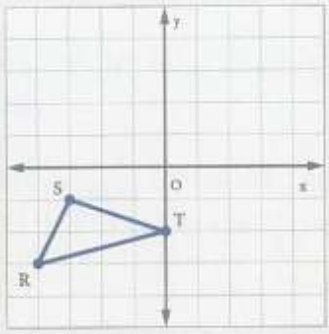
19. $W(-4, 0) \rightarrow W'(4, 0)$ _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انطلق! تمرين على الاختبار

20. مثّل صورة المثلث RST بيانيًا بعد انعكاسه عبر المحور x ثم إزاحته 4 وحدات لليمين و 3 وحدات إلى أسفل.

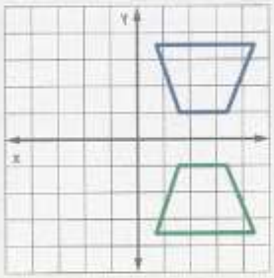
ما رؤوس المثلث $R'S'T'$؟



21. تم تحويل الشكل المبين إلى اليسار من الربع الأول إلى الربع الثالث.

أكمل كل مربع لتكون عبارة صحيحة تصف التحول.

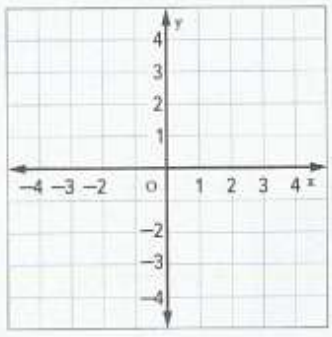
تم _____ عبر _____.



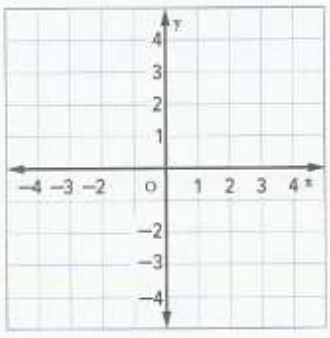
مراجعة شاملة

مثل كل شكل مما يلي بيانيًا على المستوى الإحداثي ثم سمّه.

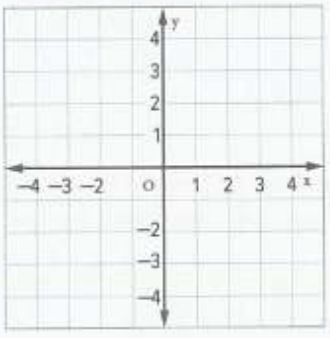
22. شبه منحرف $RSTU$ رؤوسه $R(-1, 3)$ و $S(2, 2)$ و $T(2, -1)$ و $U(-1, -2)$



23. $\triangle CDE$ رؤوسه $C(-1, 1)$ و $D(-4, 0)$ و $E(0, -2)$



24. خماسي أضلاع $LMNOP$ رؤوسه $L(0, 3)$ و $M(2, 2)$ و $N(2, 0)$ و $O(-2, 0)$ و $P(-2, 2)$



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة الطبع والتأليف

م-د استقصاء حل المسائل

مثّلها بنفسك

م-د الممارسات الرياضية
1, 3, 4

المسألة رقم 1 بطل الحزام الأسود

تقع مدرسة سالم على بعد 3 مربعات سكنية إلى الشرق و 4 مربعات سكنية إلى الجنوب من منزله. وهو يتدرب على الفنون القتالية على بعد مربعين سكنيين إلى الشرق و 6 مربعات سكنية إلى الشمال من المدرسة.

ما الطريقان المختلفان اللذان بإمكان سالم أن يسلكهما للوصول من مقرّ التدريب على الفنون القتالية إلى منزله؟

1 الفهم ما المعطيات؟

أنت بالفعل تعرف الإزاحات المتضمنة.

- تقع المدرسة على بعد 3 مربعات سكنية إلى الشرق و 4 مربعات سكنية إلى الجنوب من منزله.
- يقع مقرّ التدريب على الفنون القتالية على بعد مربعين سكنيين إلى الشرق و 6 مربعات سكنية إلى الشمال من المدرسة.

2 التخطيط ما الإستراتيجية التي ستستخدمها لحل هذه المسألة؟

مثّل الحالة على مستوى إحداثي. وضع منزل سالم عند النقطة (0, 0) وخطّط المسار إلى مدرسته و مقرّ التدريب على الفنون القتالية. ثمّ حدّد إزاحتين تأخذان سالم من مقرّ التدريب إلى منزله.

3 الحل كيف يمكنك تطبيق الإستراتيجية؟

ما الطريقان المختلفان اللذان بإمكان سالم أن يسلكهما للوصول من مقرّ التدريب على الفنون القتالية إلى منزله؟

4 التحقق هل الإجابة منطقية؟

ابدأ بالنقطة (0, 0) لتمثيل منزل سالم. واستخدم ترميز الإزاحة لتحديد المسار إلى المدرسة ومقرّ التدريب على الفنون القتالية ومن ثم العودة إلى المنزل.

تحليل الإستراتيجية

م-د **التخمين** على فرض أن سالم بحاجة إلى أن يقود مسافة 32 مربع سكني إلى الشرق و 15 مربع سكني إلى الشمال من المدرسة. فهل من الأكثر كفاءةً استخدام ترميز الإزاحة أم تمثيل المسألة على ورق التمثيل البياني؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليب © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المسألة رقم 2 حافظ على التغيير

اشترى أيوب عصير تفاح وكيسًا من البسكويت المملّح مقابل AED 4.55.
فإذا دفع للمحاسب باستخدام قسيمة قيمتها AED 5.
فبكم طريقة مختلفة يمكن أن يعيد إليه المحاسب الصرافة
إذا أعطاه قطعًا نقدية من فئة 25 فلس و 10 فلسات
و 5 فلسات

1 الفهم

اقرأ المسألة. ما المطلوب منك إيجاده؟

أحتاج إلى إيجاد _____.

ضع خطًا تحت الكلمات والقيم الأساسية. ما المعطيات التي تعرفها؟

بلغت مشتريات أيوب قيمة _____ وقد سدّد ثمنها باستخدام قسيمة بقيمة _____. وكانت الصرافة التي أعيدت إليه من فئة _____ و _____

و _____.

2 التخطيط

اختر إستراتيجية لحل المسألة.

سأستخدم إستراتيجية _____.

3 الحل

استخدم الإستراتيجية التي تراها مناسبة لحل المسألة.

استخدم مربعات العدّ أو القطع النقدية لتمثيل _____ و _____ و _____.
ونظرًا إلى أنّه أعيدت لأيوب صرافة تساوي _____. استخدم القطع النقدية لإيجاد توافيق مختلفة مجموعها _____. سجّل كل توفيق. Q = القطع النقدية التي قيمتها 25 فلس و D = القطع النقدية التي قيمتها 10 فلسات و N = القطع النقدية التي قيمتها 5 فلسات.

التوافيق الممكنة: 1Q, _____ D; 1Q, 1D, _____ N; 1Q, 4N; _____ D, 1 N; _____ D, 3 N; 2 D, _____ N; 1 D, 7 N; _____ N.

إذًا، _____.

4 التحقق

استخدم المعلومات الموجودة في المسألة للتحقق من إجابتك.

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نشاط تعاوني

شارك مجموعة صغيرة لحل المسائل التالية.
اكتب الحل على ورقة منفصلة.

المسألة رقم 3 تبادل الصور

أقام النادي الفرنسي رحلةً ميدانيةً إلى معرض للفنون الفرنسية في المتحف. وأقام خمسةٌ من أعضاء النادي نشاطًا لتبادل الصور من أجل مشاركة صورهم. وقد جلب سعيد صورًا أكثر من يوسف. وجلب ناصر صورًا أكثر من منصور وأقل من يوسف. بينما جلب محمود صورًا أكثر من ناصر. ولكنها لا تساوي ما جلبه يوسف من صور.

رتّب المشاركين في تبادل الصور من العدد الأكبر إلى العدد الأصغر منها.

المسألة رقم 4 اللياقة البدنية

يبلغ طول ملعب كرة السلة 25.2 متر. ينطلق كريم من أحد طرفي الملعب وبركض مسافة 6 أمتار إلى الأمام ثم بركض مسافة 2.40 متر إلى الخلف.

فكم مرّةً عليه القيام بذلك إلى أن يبلغ نهاية ملعب كرة السلة؟ وما المعادلة التي تمثل هذه العلاقة؟

المسألة رقم 5 حفلات العشاء

أرسلت وفاء ثلاث رسائل نصيةً إلى ثلاثٍ من صديقاتها تدعو كلاً منهنّ إلى حفلة العشاء. وأرسلت كل واحدةٍ من الصديقات الرسالة إلى ثلاث صديقاتٍ أخريات ثم أرسلت كل واحدة من هؤلاء الصديقات الرسالة إلى ثلاثة أصدقاء آخرين.

إذا حضرت ثلثا الصديقات اللاتي تلقّين الرسالة النصية للعشاء. فكم عدد الصديقات اللاتي حضرن العشاء؟

استخدم أي إستراتيجية!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اختبار منتصف الوحدة

مراجعة المفردات

1. **توخَّ الدقّة** حدّد *التحويل* باستخدام كلمتي *الصورة الأصلية* و *الصورة*. (الدرس 1)

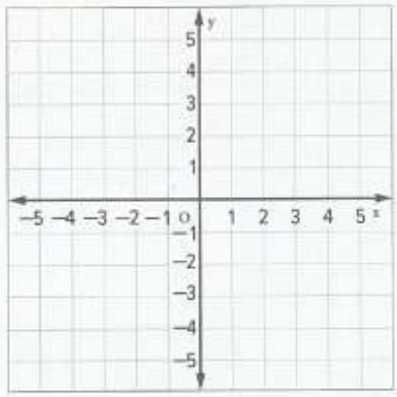
2. صف دور محور الانعكاس في التحويل. (الدرس 2)

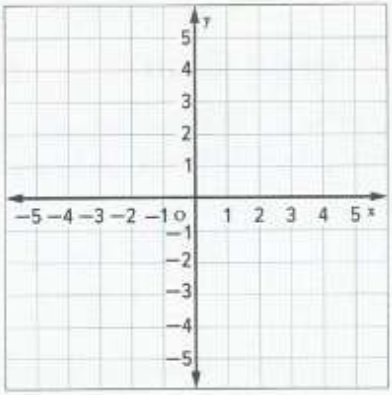
مراجعة المهارات وحل المسائل

مثّل كل مثلثٍ من المثلثات ذوات الرؤوس المعطاة. ثم مثل الصورة بعد التحويل المعطى واكتب إحداثيات رؤوس الصورة. (الدرسان 1 و 2)

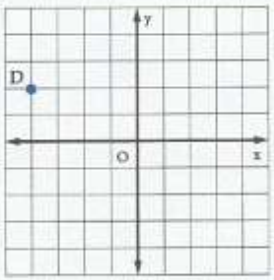
3. المثلث $\triangle ABC$ رؤوسه $A(3, 5)$ و $B(4,1)$ و $C(1, 2)$؛ تمت إزاحته 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى الأسفل

4. المثلث $\triangle WXY$ رؤوسه $W(-1, -2)$ و $X(0, -4)$ و $Y(-3, -5)$؛ انعكس بالنسبة للمحور الأفقي x ثم انعكس بالنسبة للمحور الرأسي y





5. **المثابرة في حل المسائل** تزاح النقطة D بمقدار 5 وحداتٍ إلى اليمين ووحدتين إلى الأسفل. ثم تنعكس بالنسبة للمحور الرأسي y. اكتب ترميزًا جبريًا لتمثيل الموضع النهائي للنقطة D. (الدرسان 1 و 2)



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الاستكشاف 2
التماثل الدوراني

الممارسات الرياضية 1, 3

الاستكشاف

كيف يمكنك تحديد التماثل الدوراني؟

لكثير من المنتجات شعاراتٌ كي يتعرف عليها الناس بسهولة. فإذا أدرت شعار الإسعافات الأولية أدناه بمقدار °180، فهل سيبدو الشعار مماثلاً للشكل الأصلي؟

نشاط عملي

يتمتع الشكل **بتماثل دوراني** إذا كان من الممكن تدويره بزاوية أقل من °360 حول مركزه بحيث يبدو الشكل مماثلاً لما هو عليه في الموضع الأصلي.

الخطوة 1 انسخ الخط الخارجي للمثلث متساوي الأضلاع على ورقة. وسمِّ رأسًا واحدًا A.

الخطوة 2 ضع ورق الرسم الشفاف فوق الخط الخارجي المرسوم في الخطوة 1. وضع رأس القلم الرصاص في مركز الشكل لتثبيت ورق الرسم الشفاف. أدر ورق الرسم الشفاف باتجاه عقارب الساعة من موضعه الأصلي إلى أن يتطابق الشكلان. وارسم الشكل الجديد في الفراغ المعطى وضع تسمياته.

الخطوة 3 استمرّ بتدوير ورق الرسم الشفاف إلى أن يعود الشعار إلى موضعه الأصلي. فهل يتمتع الشكل بالتماثل الدوراني؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لشركة مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك. حدّد إذا كان الشكل يتمتع بتماثلٍ دوراني. اكتب نعم أو لا.

1.

2.

3.

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

4. **الاستدلال الاستقرائي** يطلق على قياس زاوية دوران شكلٍ اسم **زاوية الدوران**. أوجد زاوية الدوران الأولى للمثلث متساوي الأضلاع عبر تقسيم 360° على العدد الكلي لمرات تطابق الشكل. _____

5. أدرج زوايا الدوران الأخرى للمثلث متساوي الأضلاع عبر جمع قياس زاوية الدوران الأولى مع قياس الزاوية السابقة. وتوقف عند الوصول إلى 360°.

6. ما زاوية دوران كل شكلٍ في التمارين 3-1؟ اكتب لا إذا لم يكن هناك تماثلٌ دوراني.

تمرين 1 _____ تمرين 2 _____ تمرين 3 _____

الابتكار

بنفسك

7. **استخدام نماذج الرياضيات** ارسم شكلين أحدهما يتمتع بالتماثل الدوراني والآخر لا يتمتع به.

اكتب الحل هنا

8. الاستكشاف كيف يمكنك تحديد التماثل الدوراني؟

_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 3

الدوران

الربط بالحياة اليومية

الجوائز يدوّر ماجد عجلة الجوائز المعروضة أدناه.

1. ويمكن أن يتم التدوير *باتجاه عقارب الساعة* أو *بعكس اتجاه عقارب الساعة*. عرّف هاتين الكلمتين بكلماتٍ من عندك.

باتجاه عقارب الساعة _____

بعكس اتجاه عقارب الساعة _____

2. إذا دار المقطع المرقّم 8 في الجزء الأيسر من العجلة بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة، فأين سيستقر؟ _____

3. إذا قام أحد المقاطع المرقّمة 4 بثلاث دوراتٍ كاملةٍ بعكس اتجاه عقارب الساعة، فكم درجةً سيكون قد عبر؟ ____°

4. هل هناك أي نقاطٍ تبقى ثابتةً على العجلة دون أن تتحرك أثناء حركة العجلة. وإن كان ذلك، فما هي تلك النقاط؟

_____

5. هل يتغير مركز العجلة إذا تم تدويرها بعكس اتجاه عقارب الساعة بدلاً من اتجاه عقارب الساعة؟ _____

6. هل تتغير المسافة من المركز إلى الحافة مع دوران العجلة؟ اشرح

_____

_____

السؤال الأساسي

كيف يمكننا أن نعرض النفير في موضع شكلٍ أو نصفه على النحو الأفضل؟

المفردات

الدوران
مركز الدوران

الرموز الرياضية

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$
$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

الممارسات الرياضية
1, 3, 4, 7

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

منطقة العمل

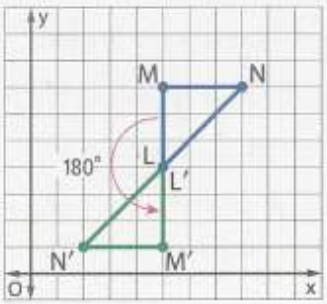
دوران شكلٍ حول نقطة

الدوران هو تحوّلٌ يتم فيه تدوير شكلٍ حول نقطةٍ ثابتة. **مركز الدوران** هو النقطة الثابتة. لا تغير عملية الدوران قياس الشكل أو شكله. ولذلك فالصورة الأصلية وصورتها متطابقتان.

مثال

1. يمثل المثلث LMN الذي رؤوسه $L(5, 4)$ و $M(5, 7)$ و $N(8, 7)$ منضدةً في غرفة نوم إبراهيم. وهو يريد تدوير المنضدة بزاوية $180°$ حول الرأس L. مثل الشكل وصورته بيانيًا. ثمّ حدد إحداثيات الرؤوس الخاصة بالمثلث $\triangle L'M'N'$.

الخطوة 1 مثّل المثلث الأصلي بيانيًا.



الخطوة 2 مثّل الصورة المدوّرة. واستخدم منقلةً لقياس زاويةٍ تساوي $180°$ بحيث تكون M نقطةً على الشعاع و L الرأس. حدّد نقطةً تقع على بعدٍ يساوي $\overline{ML}$. سَمِّ هذه النقطة M' كما هو موضح.

الخطوة 3 كرر الخطوة 2 بالنسبة للنقطة N. بما أن L هي النقطة التي يتم عندها تدوير المثلث $\triangle LMN$. فسيكون للنقطة L' موضع النقطة L نفسه.

إذًا. إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle L'M'N'$ هي النقاط $L'(5, 4)$ و $M'(5, 1)$ و $N'(2, 1)$.

عمليات الدوران

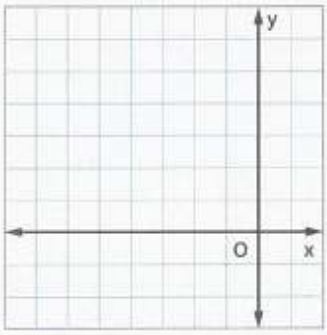
يمكن وصف عمليات الدوران من خلال الزوايا والاتجاه. على سبيل المثال لدينا دورانٌ بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة ودورانٌ بزاوية $270°$ وبعكس اتجاه عقارب الساعة.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

اكتب الحل هنا

a. _____

a. يمثل المستطيل $ABCD$ ذو الرؤوس $A(-7, 4)$ و $B(-7, 1)$ و $C(-2, 1)$ و $D(-2, 4)$ السرير في غرفة نوم إبراهيم. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد الدوران بزاوية $90°$ حول الرأس C باتجاه عقارب الساعة. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المستطيل $A'B'C'D'$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

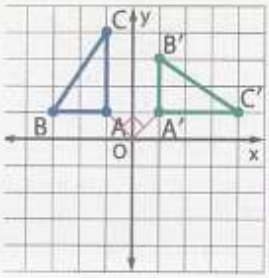
المفهوم الأساسي

عمليات الدوران حول نقطة الأصل

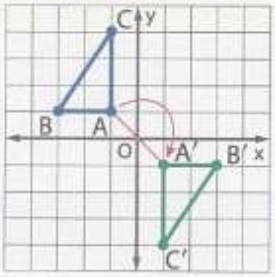
الكلمات الدوران هو تحويلٌ حول نقطةٍ ثابتة. تبعد كل نقطةٍ في الشكل الأصلي وفي صورته المسافة نفسها عن مركز الدوران.

النماذج عمليات الدوران الموضحة هي عمليات دوران باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

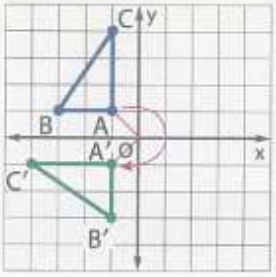
دوران بزاوية 90°



دوران بزاوية 180°



دوران بزاوية 270°



الرموز

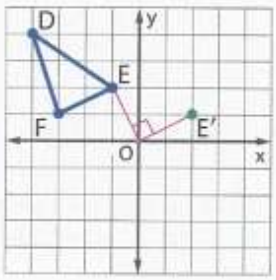
$(x, y) \rightarrow (y, -x)$ $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

ويمكن تدوير الأشكال أيضًا حول نقطة الأصل.

مثال

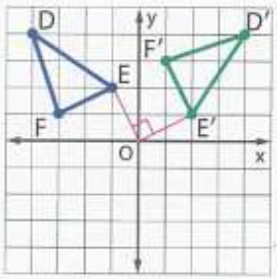
2. للمثلث DEF الرؤوس $D(-4, 4)$ و $E(-1, 2)$ و $F(-3, 1)$. مثّل الشكل وصورته بعد الدوران بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثم حدد إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle D'E'F'$.

الخطوة 1 مثّل المثلث $\triangle DEF$ على مستوى إحداثي.



الخطوة 2 ارسم القطعة المستقيمة $\overline{EO}$ مع وصل النقطة E إلى نقطة الأصل. وارسم قطعةً مستقيمةً أخرى $\overline{E'O}$، بحيث يكون قياس الزاوية بين النقاط E و O و E' يساوي 90° ويكون طول القطعة المستقيمة مساوٍ لطول القطعة المستقيمة $\overline{EO}$.

الخطوة 3 كرر الخطوة 2 بالنسبة للنقطتين D و F. ثم صِل الرؤوس لتشكل المثلث $\triangle D'E'F'$.



إذًا، إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle D'E'F'$ هي $D'(4, 4)$ و $E'(2, 1)$ و $F'(1, 3)$.

التحقق

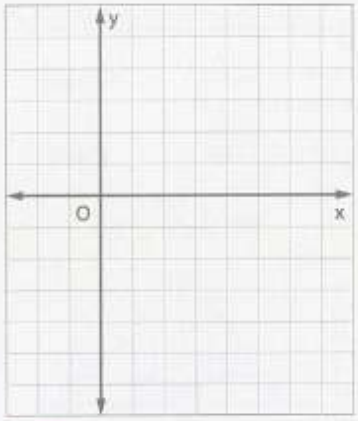
تحقق من إحداثيات الصورة.

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$
$(-4, 4) \rightarrow (4, 4)$
$(-1, 2) \rightarrow (2, 1)$
$(-3, 1) \rightarrow (1, 3)$ ✓

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. لرباعي الأضلاع $MNPQ$ الرؤوس $M(2, 5)$ و $N(6, 4)$ و $P(6, 1)$ و $Q(2, 1)$. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد الدوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس رباعي الأضلاع $M'N'P'Q'$.



اكتب الحل هنا

d. _____

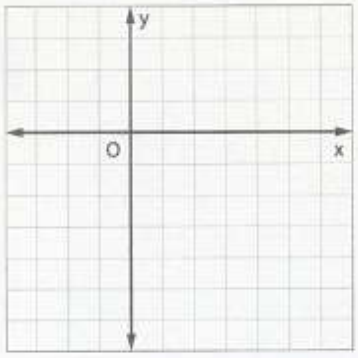
تمرين موجّه

تحقق

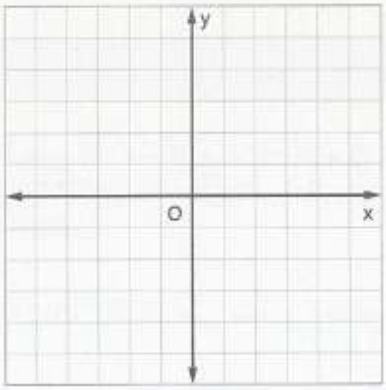
للمثلث XYZ الرؤوس $X(3, -1)$ و $Y(5, -4)$ و $Z(1, -5)$. مثّل بيانيًا المثلث $\triangle XYZ$ وصورته بعد الدوران. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المثلث $X'Y'Z'$. (المثالان 1 و 2)

1. دوران بزاوية $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول الرأس X

اكتب الحل هنا



2. دوران بزاوية $180°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل



3. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما الفرق بين دوران شكلٍ حول نقطةٍ معطاةٍ هي رأسٌ وبين دوران الشكل نفسه حول نقطة الأصل بزاويةٍ قياسها أقل من $360°$؟

_____

_____

_____

_____

_____

_____

قيّم نفسك!

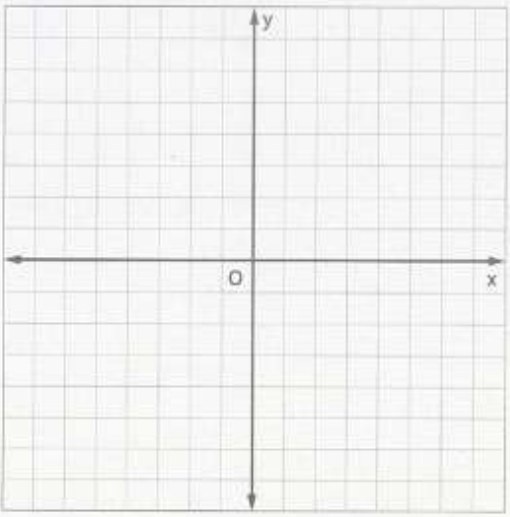
ما مدى فهمك لعمليات الدوران؟
ضع علامة في المربع الذي ينطبق.

المطويات حان الوقت لتحديث مطويتك!

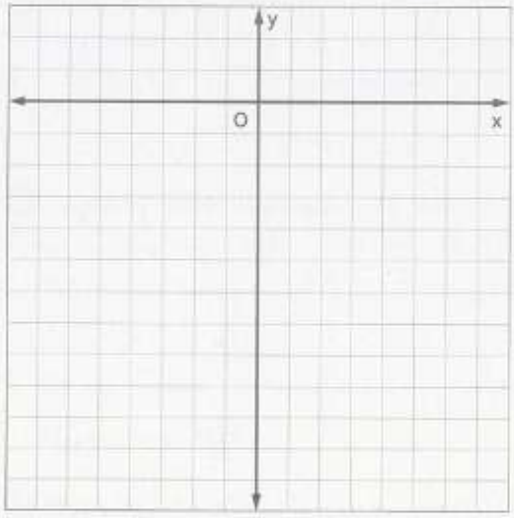
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمارين ذاتية

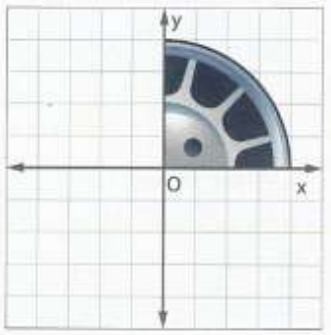
1. يمثل المثلث RST موضع الدراجة ثلاثية العجلات على الدرب وله الرؤوس $R(-7, 8)$ و $S(-7, 2)$ و $T(-2, 2)$. مثّل الشكل البياني وصورته المدوّرة بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس المثلث $R'S'T'$. (مثال 2)



2. نقع رؤوس رباعي الأضلاع $ABCD$ عند النقاط $A(-3, -4)$ و $B(-1, -1)$ و $C(2, -2)$ و $D(3, -4)$. مثّل رباعي الأضلاع $ABCD$ وصورته بعد الدوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة وحول الرأس A بيانيًا. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس الصورة. (مثال 1)

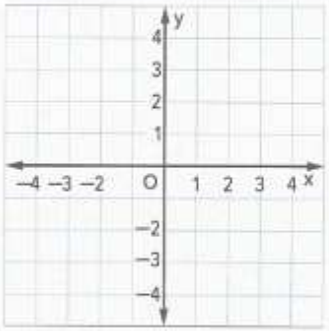


3. **استخدام نماذج الرياضيات** يوضح الشكل جزءًا من غطاء إطار سيارة. انسخ الشكل ودوّره بحيث تحصل على غطاء كامل لإطار السيارة يتمتع بتماثل دوراني عند زوايا الدوران $90°$ و $180°$ و $270°$.



4. للمثلث القائم متساوي الساقين PQR الرؤوس $P(3, 3)$ و $Q(3, 1)$ و $R(x, y)$ وهو يدوّر بزاوية $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. أوجد الرأس الناقص للمثلث. ثمّ مثّله وصورته بيانيًا.

$R(x, y) = R($ _____ , _____ $)$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

S ما هي الحروف الكبيرة التي لا تتغير في كلمة SOSCELES بعد دورانها بزاوية 180° في مستوى الصفحة؟ _____

مسائل مهارات التفكير العليا

6. م.ت **المثابرة في حل المسائل** للمثلث ABC الرؤوس $A(0, 4)$ و $B(0, -2)$ و $C(2, 0)$. يُعكس المثلث بالنسبة للمحور الأفقي x. ثمّ تدوّر الصورة بزاوية 180° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. فما إحداثيات الصورة النهائية؟

_____

7. م.ت **المثابرة في حل المسائل** يزاح المثلث QRS 7 وحدات إلى الجهة اليمنى ويدوّر بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. رؤوس المثلث $Q''R''S''$ هي $Q''(6, -1)$ و $R''(0, -1)$ و $S''(0, -7)$. أوجد إحداثيات المثلث QRS.

_____

8. م.ت **استخدام نماذج الرياضيات** يدوّر مثلثٌ بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثمّ تدوّر الصورة بزاوية 270° حول نقطة الأصل.

a. أكمل التمثيل الجبري لشرح أثر سلسلة التحويلات التي تمّت.

$(x, y) \rightarrow (\square, \square) \rightarrow (\square, \square)$

b. بناءً على إجابتك عن القسم a. فما الذي يمكنك استنتاجه حول الدوران بزاوية 90° ثم الدوران بزاوية 270°. _____

9. م.ت **الاستدلال الاستقرائي** هل سيكون للشكل ولصورته المدوّرة المحيط نفسه *دائمًا* أم *أحيانًا* أم ليس لهما المحيط نفسه على الإطلاق؟ اشرح استنتاجك.

_____

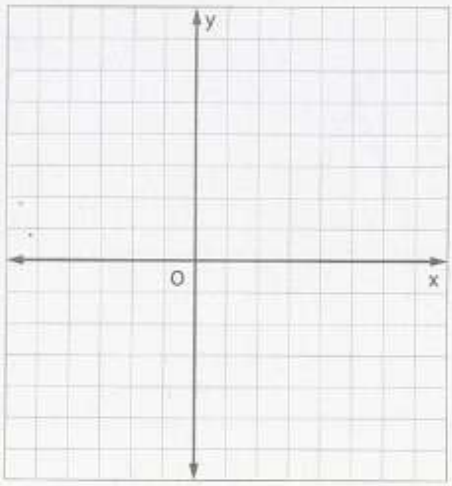
_____

_____

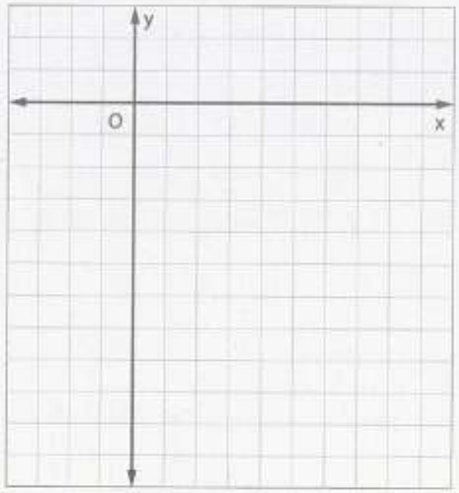
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

10. لرباعي الأضلاع $EFGH$ الرؤوس $E(1, -1)$، $F(3, -5)$ و $G(7, -5)$ و $H(6, -1)$. مثّل بيانيًا الشكل وصورته المدوّرة بعد الدوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وبزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس رباعي الأضلاع $E'F'G'H'$.



11. تقع رؤوس رباعي الأضلاع $ABCD$ عند النقاط $A(-3, -4)$ و $B(-1, -1)$ و $C(2, -2)$ و $D(3, -4)$. مثّل بيانيًا رباعي الأضلاع $ABCD$ وصورته بعد الدوران بزاوية $180°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول الرأس D. ثمّ حدد إحداثيات رؤوس الصورة.



12. م.ر. **تحديد البنية** حدّد إن كان كل تحويلٍ *إزاحةً* أو *انعكاسًا* أو *دورانًا*.

a.

b.

c.

انسخ وأوجد الحلّ للمثلث MNP الرؤوس $M(1, 4)$ و $N(3, 1)$ و $P(5, 3)$. **أوجد رؤوس المثلث $M'N'P'$ بعد كل عملية دوران حول نقطة الأصل. واكتب الحلّ على ورقةٍ منفصلة.**

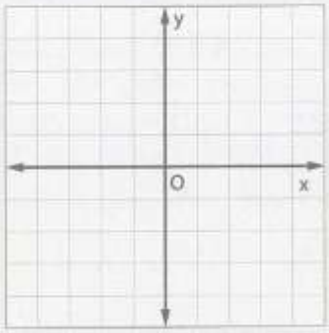
13. $90°$ باتجاه عقارب الساعة

14. $180°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة

15. $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة

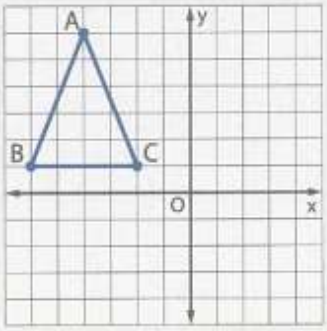
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أنطلق! تمرين على الاختبار



16. على مستوى الأرضية. يمثل $TUVW$ ذو الرؤوس $T(-4, 0)$ و $U(-4, 2)$ و $V(-1, 2)$ و $W(-1, 0)$ موضع سرير هبام في غرفة نومها. تودّ هبام تدوير سريرها بزاوية $180°$ باتجاه عقارب الساعة وحول النقطة V كي ترى إن كان الموضع الجديد يروق لها.
ارسم السرير والصورة المدورة على المستوى الإحداثي.

ما إحداثيات زوايا السّرير المدوّر؟



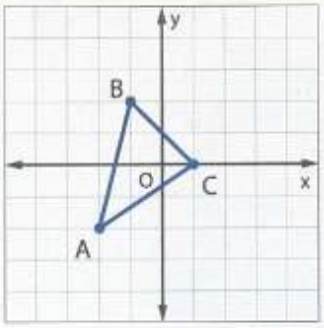
17. يدوّر المثلث ABC بزاوية $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.
حدّد إن كانت كل عبارة مما يلي صحيحةً أوخاطئة.

a. صورة النقطة A هي $A'(-6, 4)$. ☐ صحيحة ☐ خاطئة

b. صورة النقطة B هي $B'(-1, -6)$. ☐ صحيحة ☐ خاطئة

c. صورة النقطة C هي $C'(-1, -2)$. ☐ صحيحة ☐ خاطئة

مراجعة شاملة



18. استخدم التمثيل البياني للمثلث ABC والمبين على الجهة اليمنى.

a. ما إحداثيات المثلث $\triangle A'B'C'$ عندما ينعكس المثلث ABC بالنسبة للمحور الأفقي x؟

b. مثّل بيانيًا صورة المثلث ABC بعد إزاحته وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى.

19. للمثلث FGH الرؤوس $F(-3, 7)$ و $G(-1, 5)$ و $H(-2, 2)$. أوجد رؤوس الصورة بعد الإزاحة 4 وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأسفل ومن ثمّ الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر الاستكشاف 3
التمدّد

الممارسات الرياضية م.ر
1, 3, 5

الاستكشاف

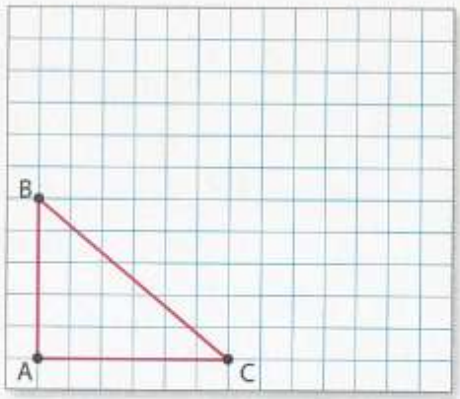
ما نتائج تمدّد مثلث؟

تقوم إحدى طرق عمل اللوحات الجدارية على استخدام طريقة رسم شبكة. حيث يرسم الفنانون شبكةً على اللوحة الفنية التي يودّون نسخها على الجدار ويرسمون شبكةً مماثلةً على الجدار. ومن خلال نقل مقاطع من اللوحة الفنية. ويكون للوحة الجدارية الشكل نفسه ولكن مقاسها مختلف.

نشاط عملي 1

ستقوم في هذا النشاط بتكبير المثلث ABC بمعامل مقياس يساوي 2 باستخدام ورق المربعات. ستكون النقطة A مركز التكبير.

الخطوة 1 في الشبكة الموضحة أدناه، يرسم $\overrightarrow{AB}$ عند حافة الشبكة. ارسم $\overrightarrow{AC}$ بالطريقة نفسها.



الخطوة 2 ارسم النقطة B' على $\overrightarrow{AB}$ بحيث يكون $AB' = 2(AB)$. ارسم النقطة C' على $\overrightarrow{AC}$ بحيث يكون $AC' = 2(AC)$.

الخطوة 3 ارسم $\overline{B'C'}$ لإكمال المثلث $AB'C'$.

ما نسبة طول $\overline{AB}$ إلى طول $\overline{AB'}$؟ _____

ما نسبة طول $\overline{AC}$ إلى طول $\overline{AC'}$؟ _____

ما نسبة طول $\overline{BC}$ إلى طول $\overline{B'C'}$؟ _____

ما الذي نلاحظه حول نسب الأضلاع المتناظرة؟ وهل المثلث ABC مشابهٌ للمثلث $AB'C'$؟

_____

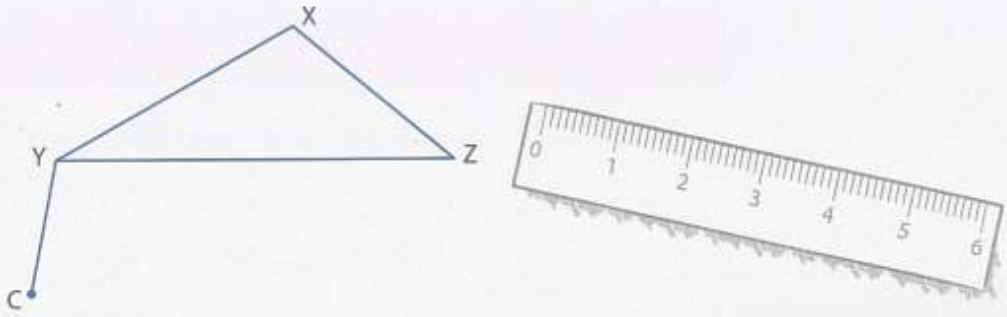
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نشاط عملي 2

لقد استخدمت في النشاط 1 تمدّدًا لتحويل $\triangle ABC$ بمعامل مقياس يساوي 2. **التمدّد** هو تحويلٌ يكبّر من خلاله شكلٌ أو يُصغّر بمعامل مقياسٍ نسبيٍ بالنسبة لنقطة مركز. ويطلق على تلك النقطة اسم **مركز التمدّد**.

في هذا النشاط، سترسم صورة المثلث XYZ بعد تمدّده بمعامل مقياسٍ يساوي $\frac{1}{2}$. ستكون النقطة C هي مركز التمدّد.

الخطوة 1 لديك المثلث XYZ موضحٌ أدناه. والنقطة C هي مركز التمدّد. استخدم المسطرة لرسم قطعٍ مستقيمةٍ تصل C بكل رأسٍ من رؤوس المثلث. $\overline{CY}$ منشأة مسبقًا.



الخطوة 2 القياس $\overline{CY}$ ارسم النقطة Y' على $\overline{CY}$ بحيث يكون $CY' = \frac{1}{2}(CY)$.

الخطوة 3 كرّر الخطوة 2 بالنسبة للضلعين المتبقيين. ارسم النقطة X' على $\overline{CX}$ بحيث يكون $CX' = \frac{1}{2}(CX)$ والنقطة Z' على $\overline{CZ}$ بحيث يكون $CZ' = \frac{1}{2}(CZ)$.

الخطوة 4 ارسم المثلث $X'Y'Z'$.

هل للمثلث $X'Y'Z'$ شكل المثلث XYZ نفسه؟ _____

قِس الأطوال المتناظرة في المثلث الأصلي والجديد وقارنهما. وصف العلاقة بين هذه القياسات.

_____

_____

قِس الزوايا المتناظرة في المثلث الأصلي والجديد وقارنهما. وصف العلاقة بين هذه القياسات.

_____

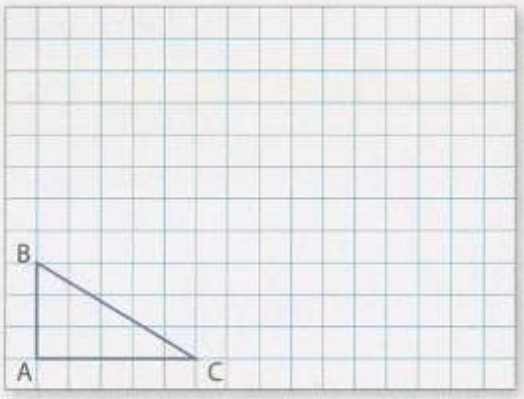
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استكشاف

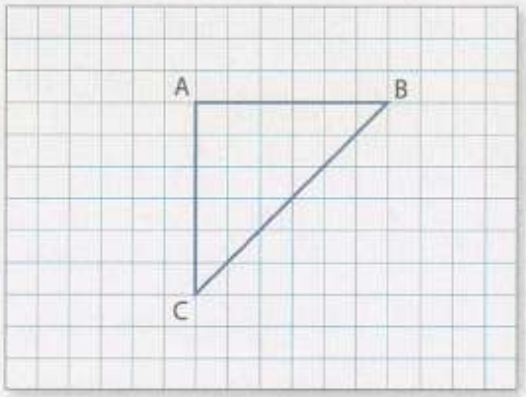
نشاط تعاوني

تعاون مع زميلك. ارسم الصورة بعد التمدّد بمعامل المقياس المعطى. النقطة *A* هي مركز التمدّد.

1. معامل المقياس: 3

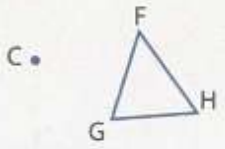


2. معامل المقياس: $\frac{1}{3}$

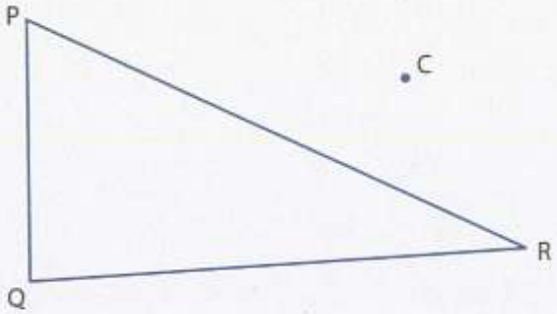


تعاون مع زميلك. استخدم مسطرةً لرسم الصورة بعد التمدّد بمعامل المقياس المعطى. النقطة *C* هي مركز التمدّد.

3. معامل المقياس: 3



4. معامل المقياس: $\frac{1}{5}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحليل والتفكير

نشاط تعاوني

استخدام أدوات الرياضيات في كل شكل في التمرين 3. قِس أطوال الأضلاع المعطاة بالمليمتر. وأكمل الجدول.

5.

الشكل	أطوال الأضلاع (mm)		
	HF	GH	FG
ΔFGH			

6.

الشكل	أطوال الأضلاع (mm)		
	H′F′	G′H′	F′G′
ΔF′G′H′			

7. ما نسبة الضلع FG إلى الضلع $F'G'$؟

8. ما نسبة الضلع GH إلى الضلع $G'H'$؟

9. ما نسبة الضلع HF إلى الضلع $H'F'$؟

10. قِس زوايا المثلث $\triangle FGH$ والمثلث $\triangle F'G'H'$ في التمرين 3 باستخدام منقلة.

قياس الزاوية (°)		
∠H	∠G	∠F
∠H′	∠G′	∠F′

صف العلاقة بين الزوايا المتناظرة.

الابتكار

بنفسك

11. **الاستدلال الاستقرائي** بناءً على الأنشطة والتمرينات، اكتب تخمينًا عن آثار التمدد على أضلاع مثلثٍ وزواياه.

12. الاستكشاف ما نتائج تمدد مثلث؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 4

عمليات تغيير الأبعاد/التمدّد

السؤال الأساسي

كيف يمكننا أن نعرض التغيير في موضع شكلٍ أو نصفه على النحو الأفضل؟

الرموز الرياضية

$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

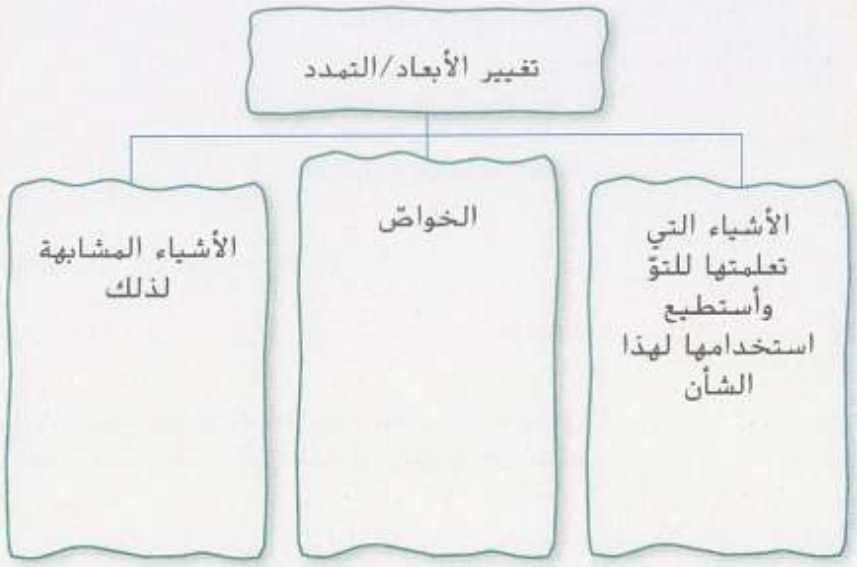
الممارسات الرياضية

1, 3, 4

المفردات الأساسية

بستخدم تغيير الأبعاد معامل مقياس لتكبير شكلٍ أو تصغيره.

اقرأ الدرس قراءة سريعة وأكمل خريطة المفاهيم.



الربط بالحياة اليومية

التصوير الفوتوغرافي تريد ندى إدراج صورةٍ لهرّتها في مدوّنتها. ويساوي القياس الحالي للصورة 480 بكسل في 640 بكسل.

1. افترض أنها تريد تصغير الصورة إلى 120 بكسل في 160 بكسل. قارن وقابل الصورة الأصلية والصورة المصغّرة.

2. ما هو معامل المقياس للتحويل من الشكل الأصلي إلى الشكل المصغّر؟

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟ ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① المثابرة في حل المسائل
② التفكير بطريقة تجريدية
③ بناء فرضية
④ استخدام نماذج الرياضيات
⑤ استخدام أدوات الرياضيات
⑥ مراعاة الدقة
⑦ الاستفادة من البنية
⑧ استخدام الاستنتاج المتكرر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

المفهوم الأساسي

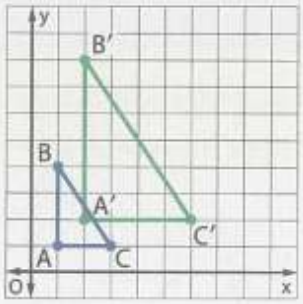
تغيير الأبعاد/التمدّد في المستوى الإحداثي

منطقة العمل

الكلمات سيكون تغيير الأبعاد بمعاملٍ يساوي k.

- تكبيرًا أو تغييرًا للأبعاد أكبر من الأصل إذا كان $k > 1$
- تصغيرًا أو تغييرًا للأبعاد أصغر من الأصل إذا كان $0 < k < 1$
- سيكون قياس الصورة مماثلاً للشكل الأصلي إذا كان $k = 1$.

استخدام النماذج



حين يكون مركز تغيير الأبعاد في المستوى الإحداثي هو نقطة الأصل، فيضرب كل إحداثي للصورة بمعامل k لإيجاد إحداثيات الصورة.

الرموز $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

للصورة الأصلية والصورة الشكل نفسه ولكنهما ليستا بالضرورة من القياس نفسه بما أن الشّكل مكبّر أو مصغّر بمعامل مقياس.

مثال

1. لمثلثٍ الرؤوس $A(0, 0)$ و $B(8, 0)$ و $C(3, -2)$. أوجد إحداثيات المثلث بعد تغيير الأبعاد بمعامل مقياسٍ يساوي 4.

تغيير الأبعاد هو $(x, y) \rightarrow (4x, 4y)$. اضرب إحداثيات كل رأس بـ 4.

$A(0, 0) \rightarrow (4 \cdot 0, 4 \cdot 0) \rightarrow (0, 0)$
$B(8, 0) \rightarrow (4 \cdot 8, 4 \cdot 0) \rightarrow (32, 0)$
$C(3, -2) \rightarrow [4 \cdot 3, 4 \cdot (-2)] \rightarrow (12, -8)$

إذًا، الإحداثيات بعد تغيير الأبعاد هي $A'(0, 0)$ و $B'(32, 0)$ و$C'(12, -8)$.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. لديك شكلٌ رؤوسه $W(-2, 4)$ و $X(1, 4)$ و $Y(3, -1)$ و $Z(-3, -1)$. أوجد أبعاد الشكل بعد تغيير الأبعاد بمعاملٍ يساوي 2.

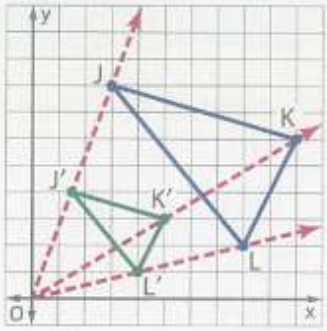
a. _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال

2. لديك شكلٌ رؤوسه $J(3, 8)$ و $K(10, 6)$ و $L(8, 2)$. مثّل الشكل وصورته بيانيًا بعد تغيير الأبعاد بمعامل مقياسٍ يساوي $\frac{1}{2}$.

تغيير الأبعاد هو $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right)$. اضرب إحداثيات كل رأسٍ بـ $\frac{1}{2}$ ثم مثّل الشكلين بيانيًا على المستوى الإحداثي.



$$J(3, 8) \rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot 3, \frac{1}{2} \cdot 8\right) \rightarrow J'\left(\frac{3}{2}, 4\right)$$

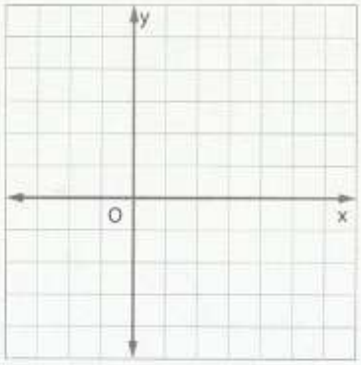
$$K(10, 6) \rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot 10, \frac{1}{2} \cdot 6\right) \rightarrow K'(5, 3)$$

$$L(8, 2) \rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot 8, \frac{1}{2} \cdot 2\right) \rightarrow L'(4, 1)$$

التحقق ارسم مستقيمًا يصل نقطة الأصل وكل رأسٍ من رؤوس الشكل الأصلي. حيث ينبغي أن تقع رؤوس الشكل الناتج عن تغيير الأبعاد على المستقيمات نفسها. ✓

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. لديك شكلٌ رؤوسه $F(-1, 1)$ و $G(1, 1)$ و $H(2, -1)$ و $I(-1, -1)$. مثّل بيانيًا الشكل وصورته بعد التمدّد بمعاملٍ يساوي 3.



توقف وفكر

اشرح أدناه كيف يوسعك أن تحدد إذا ما كانت عملية تغيير الأبعاد تصغيرًا أم تكبيرًا بناءً على معامل المقياس.

مثال

3. تحت المجهر، تظهر صورة حبة رملٍ قطرها الحقيقي 0.25 ملليمتر على أن لها قطرًا يساوي 11.25 مليمتر. فما مقياس معامل التمدّد؟

اكتب نسبةً تقارن قطري الصورتين.

$$\frac{\text{القطر في الصورة}}{\text{القطر في الصورة الأصلية}} = \frac{11.25}{0.25} = 45$$

إذًا، فمعامل مقياس الشّكل الممدّد هو 45.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

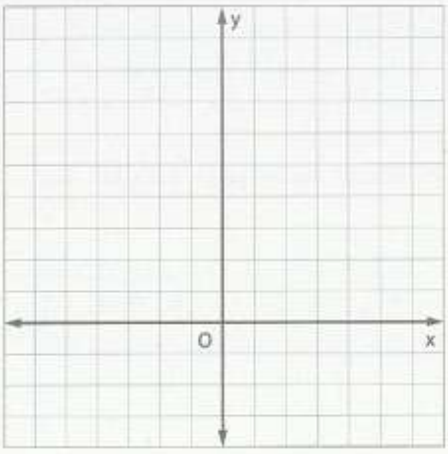
c. يريد فهد تكبير صورة بعداها 7 و 12 إلى صورة بعداها $17\frac{1}{2}$ في 30 سنتيمترًا. فما هو معامل مقياس تغيير الأبعاد؟

C. _____

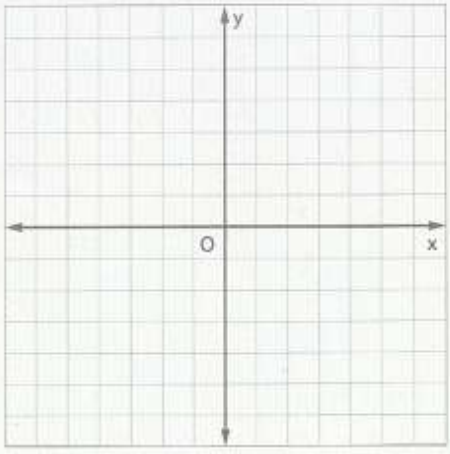
تمرين موجّه

أوجد إحداثيات رؤوس كل شكل بعد تغيير الأبعاد بالمعامل المعطى k. ثمّ مثّل الصورة الأصلية والصورة مغيّرة الأبعاد بيانيًا. (المثالان 1 و 2)

1. $A(3, 5), B(0, 4), C(-2, -2), k = 2$



2. $J(0, -4), K(0, 6), L(4, 4), M(4, 2), k = \frac{1}{4}$



3. **STEM** ينشأ طلاب المعلمة مريم صفحة ويب خاصة بموقع الشبكة الداخلية للمدرسة. ويتعين عليهم تصغير صورة ممسوحة ضوئيًا إلى 720 بكسل في 320 بكسل. فإذا كان بعدا الصورة الممسوحة ضوئيًا 1,080 في 480 بكسل.

فما هو معامل مقياس تغيير الأبعاد؟ (مثال 3) _____

4. **الاستفادة من السؤال الأساسي** ما وجه تشابه تغيير الأبعاد والرسومات المقياسية؟

_____

_____

_____

قيّم نفسك!

☐ انا أستوعب كيفية تغيير أبعاد شكل.

رائع! أنت مستعد للمضي قدمًا!

☐ لا تزال لدي بعض الأسئلة عن كيفية تغيير أبعاد الأشكال.

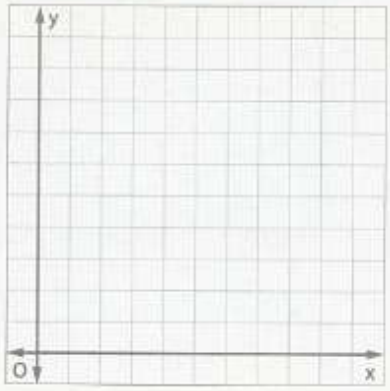
المطويات حان وقت تحديث مطويتك!

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

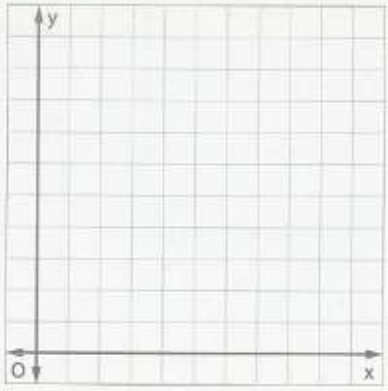
تمارين ذاتية

أوجد إحداثيات رؤوس كل شكل بعد تغيير الأبعاد بالمعامل المعطى k. ثمّ مثّل الصورة الأصلية والصورة مغيّرة الأبعاد بيانيًا. (المثالان 1 و 2)

1 $C(1, 4)$, $A(2, 2)$, $T(5, 5)$, $k = 2$



2. $R(1, 1)$, $S(1, 7)$, $T(5, 7)$, $U(5, 1)$, $k = \frac{3}{4}$



3. ابتكر مصمم رسوماتٍ شعارًا على ورقة بعداها $21\frac{1}{4}$ في $27\frac{1}{2}$ سنتيمترًا. ولكي يوضع الشعار على بطاقة عمل، فينبغي أن يكون بعداه $4\frac{1}{4}$ سنتيمتراً في $5\frac{1}{2}$ سنتيمترًا. فما هو معامل مقياس تغيير الأبعاد؟ (مثال 3)

4. يريد خالد تشكيل طاولة بلياردو طولها 275 سنتيمترًا. أبعاد القطع التي طلبها 45 في 90 سنتيمترًا. فما هو معامل مقياس تغيير الأبعاد الذي عليه استعماله لبناء طاولة بلياردو بالأبعاد النظامية؟ (مثال 3)

5 لديك مثلثٌ رؤوسه $A(-2, 3)$ و $B(0, 0)$ و $C(1, 1)$.

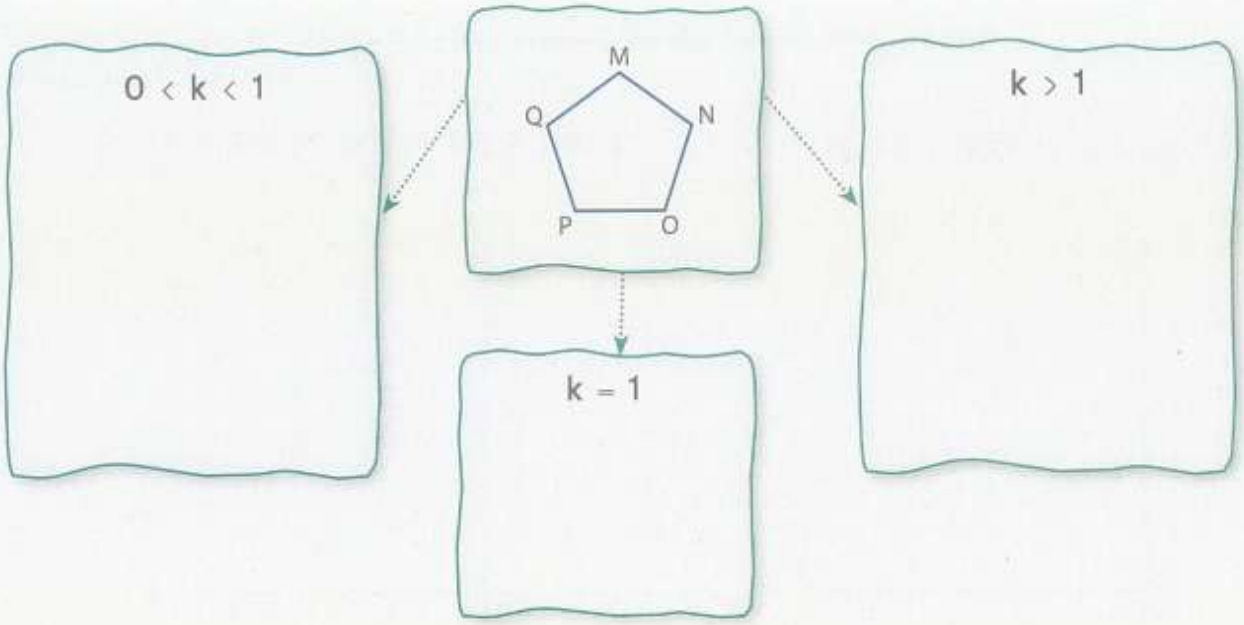
a. أوجد إحداثيات المثلث إذا عُكس بالنسبة للمحور الأفقي x ثمّ غيّرت أبعاده بمعامل مقياسٍ يساوي 3.

b. أوجد الإحداثيات إذا ما غُيّرت أبعاد المثلث الأصلي بمعامل مقياسٍ يساوي 3. ثمّ إذا عُكس بالنسبة للمحور الأفقي x.

c. هل التحويلان تبديليان؟ اشرح.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6. **استخدام النماذج الرياضية** في كل جزء من خريطة المفاهيم، ارسم صورة لخماسي الأضلاع *MNOPQ* بعد إجراء تغيير للأبعاد وفق المعايير المعطاة.



مسائل مهارات التفكير العليا

7. **التخمين** لديك شكلٌ يقع رأسه عند النقطة (6−, 4−). يتم تغيير أبعاد الشكل بحيث يقع مركز التغيير عند نقطة الأصل وبمعاملٍ يساوي 5. وبعد ذلك يتم تغيير أبعاد الصورة الناتجة بمعاملٍ يساوي $\frac{3}{5}$.

a. ما إحداثيات الرأس في الصورة الجديدة؟

b. ما وجه مقارنة تلك الإحداثيات مع الإحداثيات في الصورة الأصلية؟

c. هل تستطيع التنبؤ بمعامل المقياس الخاص بعملية تغييرٍ مركبةٍ للأبعاد؟ اشرح.

8. **المثابرة في حل المسائل** يعرض الجدول إحداثيات مثلثين. هل المثلث *ABC* هو تغييرٌ لأبعاد المثلث *WXY*؟ اشرح.

WXY		*ABC*	
W	(a, b)	A	(4a, 2b)
X	(a, c)	B	(4a, 2c)
Y	(d, b)	C	(4d, 2b)

9. **المثابرة في حل المسائل** التمثيل الجبري للتحويل هو $(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{a}x, \frac{1}{a}y\right)$. إذا كان تغيير الأبعاد المعطى تكبيرًا، أعطِ القيم الثلاث الممكنة لـ a.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين إضافي

أوجد إحداثيات رؤوس كل شكلٍ بعد تغيير الأبعاد بالمعامل المعطى k. ثمّ مثّل الصورة الأصلية والصورة مغيّرة الأبعاد بيانيًا.

10. $R(5, 5)$, $S(5, 10)$, $T(10, 10)$, $U(10, 5)$, $k = \frac{2}{5}$

$R'(2, 2)$, $S'(2, 4)$, $T'(4, 4)$, $U'(4, 2)$

اضرب كل إحداثي في كل زوجٍ مرتّبٍ بمعامل مقياس. ثمّ مثل الشكلين بيانيًا.

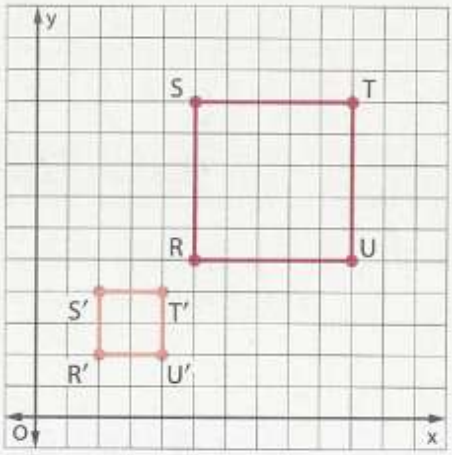
مساعدة الواجب المنزلي

$R(5, 5) \rightarrow \left(\frac{2}{5}\cdot 5, \frac{2}{5}\cdot 5\right) \rightarrow R'(2, 2)$

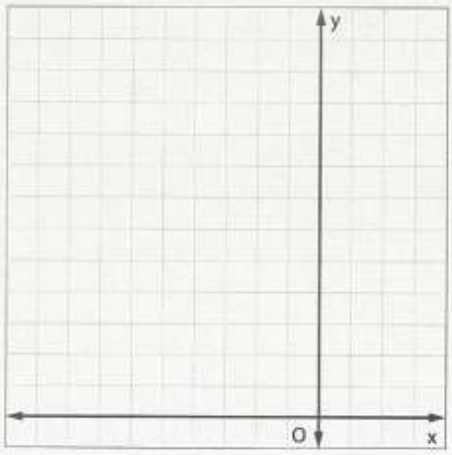
$S(5, 10) \rightarrow \left(\frac{2}{5}\cdot 5, \frac{2}{5}\cdot 10\right) \rightarrow S'(2, 4)$

$T(10, 10) \rightarrow \left(\frac{2}{5}\cdot 10, \frac{2}{5}\cdot 10\right) \rightarrow T'(4, 4)$

$U(10, 5) \rightarrow \left(\frac{2}{5}\cdot 10, \frac{2}{5}\cdot 5\right) \rightarrow U'(4, 2)$

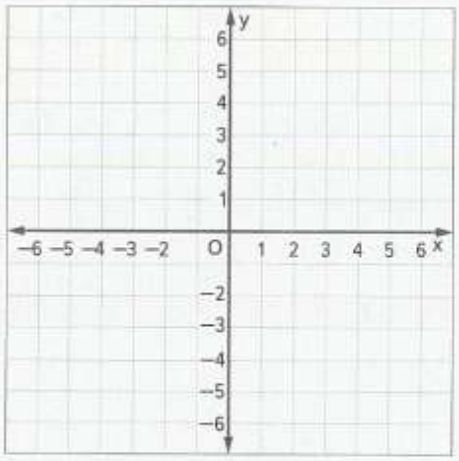


11. $V(-3, 4)$, $X(-2, 0)$, $W(1, 2)$, $k = 3$



12. لكي يستطيع فارس وضع صورةٍ في النشرة الإخبارية للمدرسة، فعليه تصغير قياسها بمعاملٍ يساوي 0.3. أوجد أبعاد الصورة المصغرة إذا كان عرض الصورة الأصلية 15 سنتيمترًا وارتفاعها 10 سنتيمترات .

13. **التمثيلات المتعددة** للمثلث XYZ الرؤوس $X(0, 0)$ و $Y(3, 1)$ و $Z(2, 3)$.



a. **سؤال عددي** أوجد إحداثيات صورة المثلث XYZ بعد تغيير أبعاده بمعاملٍ يساوي -2.

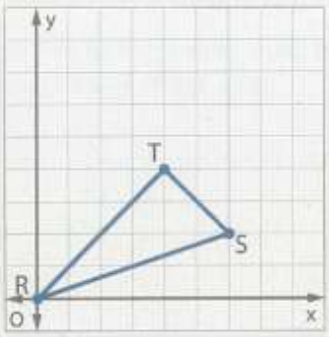
b. **سؤال جبري** مثّل المثلث XYZ وصورته على المستوى الإحداثي.

c. **سؤال لفظي** صِف موضع المثلث XYZ والمثلث $X'Y'Z'$ باستخدام التحويلات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

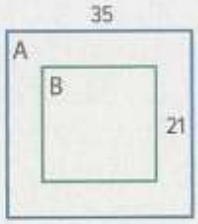
أطلق! تمرين على الاختبار

14. غيّر أبعاد المثلث RST بحيث تكون صورة النقطة T هي $T'(6, 6)$. ارسم المثلث $R'S'T'$.



ما هو معامل مقياس عملية تغيير الأبعاد؟ وهل يمثل تغيير الأبعاد تكبيرًا أم تصغيرًا؟ اشرح كيف توصلت إلى إجابتك.

15. المربعان A و B مرتبطان من خلال عملية تغيير أبعاد. حدّد إن كانت كل عبارة مما يلي صحيحة أو خاطئة.



a. معامل مقياس التحويل من الشكل A إلى B يساوي $\frac{3}{5}$. ☐ صواب ☐ خطأ

b. معامل مقياس التحويل من الشكل B إلى A يساوي $\frac{5}{3}$. ☐ صواب ☐ خطأ

c. تغيير الأبعاد من الشكل A إلى الشكل B هو تكبير. ☐ صواب ☐ خطأ

مراجعة شاملة

16. يُبنى نموذج طائرةٍ بطول جناحٍ يساوي 45 سنتيمترًا. والطول الحقيقي لجناح الطائرة هو 27 مترًا. أوجد معامل التحويل.

أوجد معامل المقياس لكل مقياس.

17. $15\text{ cm} = 3\text{ m}$ _____

18. $4\text{ cm} = 2.5\text{ mm}$ _____

19. $500\text{ cm} = 45\text{ m}$ _____

20. مقياس الرسم لخارطةٍ للإمارات العربية المتحدة هو $1\text{ cm} = 50\text{ km}$. استخدم هذا المقياس لإكمال الجدول الذي يبين المسافة بين كل مدينتين.

المدينتان	البعد على الخريطة	البعد الحقيقي
من الرويس إلى العين	7.5 cm	
من دبي إلى أبو ظبي		150 km

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مهن القرن الحادي والعشرين

في مجال الرسومات الحاسوبية المتحركة

الرسومات الحاسوبية

هل تساءلت يومًا كيف يجعلون أفلام الرسوم المتحركة تبدو واقعية؟ يستخدم اختصاصيو الرسم الحاسوبي التقنية الحاسوبية ويطبقون مهاراتهم الفنية لبثّ الحياة في الجمادات. فإذا كنت مهتمًا بالرسم الحاسوبي، فعليك التدرّب على الرسم ودراسة حركات الإنسان والحيوان والمواظبة على دروس الرياضيات في المدرسة الثانوية كل عام. يقول (طوني دي روز)، وهو أحد علماء الحاسوب في أحد استوديوهات الرسم: "يساعد حساب المثلثات في تدوير الشخصيات وتحريكها، ويشكّل الجبر المؤثرات الخاصة التي تضفي على الصور البريق والسطوع، بينما يساعد حساب التفاضل والتكامل في إضاءة المشاهد."

هل هذه هي المهنة التي تلائمك؟

هل أنت مهتم بمهنة الرسّام الحاسوبي؟ ادرس بعض الدورات التالية في المدرسة الثانوية.

- الرسم ثنائي الأبعاد
- الجبر
- التفاضل والتكامل
- حساب المثلثات

اقلب الصفحة لكي تعرف مدى ارتباط الرياضيات بالعمل في مجال الرسم الحاسوبي.

حقوق الطبع والتأليف © لمجموعة لحساب وشركة McGraw-Hill Education.

الحسّ الرّسومي

استخدم الأشكال 3-1 لحل كل مسألة.

1. في الشكل 1، تزاح السيارة 8 وحدات إلى اليسار و 5 وحدات إلى الأسفل بحيث تبدو أنها تتحرك. ما هي إحداثيات A' و B' بعد الإزاحة؟

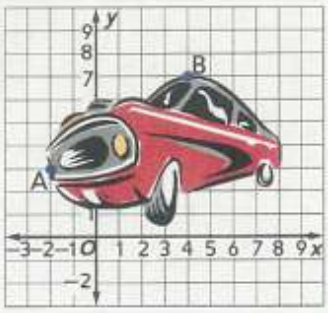
2. في الشكل 1، تزاح السيارة بحيث يكون لـ A' الإحداثيان $(-7, 2)$. صف الإزاحة في صورة زوج مرتّب. ثم أوجد إحداثيي النقطة B'.

3. في الشكل 1، تُعكس السيارة بالنسبة للمحور الأفقي x لكي تبدو صورتها المنعكسة في صفحة ماء البحيرة. فما إحداثيات النقطة A' والنقطة B' بعد الانعكاس؟

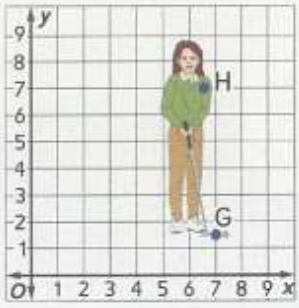
4. في الشكل 2، يستخدم الفنان الدوران لإظهار أرجحة مضرب الجولف الذي في قبضة الفتاة. صف إحداثيي النقطة G' إذا أدير مضرب الجولف بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول النقطة H.

5. تكبّر الشخصية الظاهرة في الشكل 3 بمعامل مقياس يساوي $\frac{5}{2}$. فما إحداثيات النقطتين Q' و R' بعد تغيير الأبعاد؟

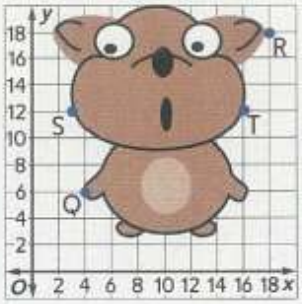
6. تُصغّر الشخصية الظاهرة في الشكل 3 بمعامل مقياس يساوي $\frac{2}{3}$. ما عدد الوحدات بين S' و T'. والذي يمثّل عرض وجه الشخصية بعد تغيير الأبعاد؟



الشكل 1



الشكل 2



الشكل 3

مشروع مهنة

لقد حان الوقت لتغيير ملفّك الوظيفي! اختر فيلمًا رُسم كليًا أو جزئيًا عن طريق الحاسوب. وابحث في شبكة الإنترنت عن الكيفية التي استخدمت بها التكنولوجيا لتكوين المشاهد في الفيلم. وصِف أي تحدياتٍ قد واجهها الرسّامون الحاسوبيون.

اذكر بعضًا من الأهداف قصيرة الأجل التي تحتاج لتحقيقها لتصبح رسامًا حاسوبيًا.

-
-
-
-
-

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة على الوحدة

مراجعة المفردات

أعد ترتيب حروف الكلمات المفتاحية التالية للتعرف على المصطلح ذي العلاقة بالتحويلات.

ق ا م ط ت ب

ا ي ل ع ث ا ب غ أ ر ي د

ة ص ر و

أ ة ص ل ر ي و ص ة

ن ك س ا ع ل ا

ي ث ل و ح

إ ا ة ل ز ا ح

أكمل كل جملةٍ باستخدام واحدةٍ أو أكثر من الكلمات المُعاد ترتيبها في الأعلى.

1. هو اسمٌ آخر للانزلاق.
2. تدعى الصورة الناتجة عن تكبير شكلٍ أو تصغيره بـ
3. هو عمليةٌ تعيد تخطيط الشكل الهندسي الأصلي، والذي يدعى إلى شكلٍ جديدٍ يدعى
4. هو الصورة المقلوبة للشكل الأصلي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة المفاهيم الأساسية

استخدم المطويات

استخدِم المطوية في مراجعة الوحدة.

الصق هنا

الصق هنا

استخدام النماذج	استخدام النماذج
استخدام النماذج	استخدام النماذج

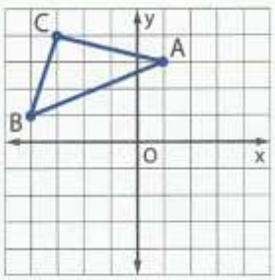
التحويلات

التبويب 1

التبويب 2

هل فهمت؟

قد تشتمل المسائل أدناه على أخطاء أو لا. إذا كانت المسألة صحيحة، فضع علامة "✓" بجانب الإجابة. وإذا كانت المسألة خاطئة، فضع علامة "X" فوق الإجابة وصحّح المسألة.

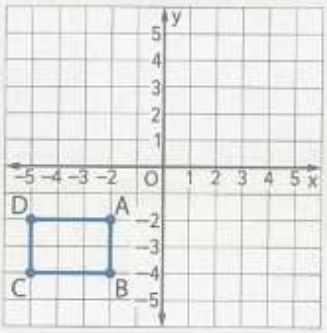


1. إحداثيا النقطة A بعد تغيير الأبعاد بمعامل قياس يساوي 2 هو (2, 6).
2. إحداثيا النقطة A بعد الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي ***y*** هما (3- ,1).
3. إحداثيا النقطة A بعد الدوران بزاوية °90 باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل هما (1- ,3).
4. إحداثيا النقطة A بعد الإزاحة لمسافة 3 وحدات إلى الجهة اليسرى ووحدتين إلى الأعلى هما (2, 5).

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

أنطلق! مهمة تقييم الأداء

تخطيط الكتاب السنوي



يجرّب الطلاب في الحصّة الخامسة للمعلمة سمية العديد من تخطيطات الصفحات على شاشة الحاسوب. وتمثل شبكة الإحداثيات على الجهة اليمنى صفحةً واحدةً من صفحتين متقابلتين. وقد وضعت صورةٌ واحدةٌ على الصفحة في الأصل.

اكتب إجاباتك في ورقة أخرى. وضّح كل خطواتك لتحصل على الدرجة كاملة.

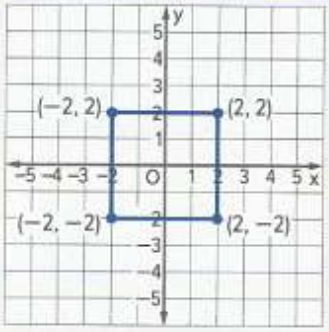
الجزء A

ستضاف صورةٌ ثانيةٌ عبر انعكاس الصورة الأصلية بالنسبة للمحور الأفقيX.استخدم مستوًى إحداثيًا منفصلاً لرسم الصورة الثانية وتسميتها. وأدرج إحداثيات تلك الصورة.

الجزء B

تريد المعلمة سمية تدوير الصورة الثانية بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ثم تريد إزاحتها بمقدار وحدتين إلى الأسفل ووحدة واحدة إلى اليمين لإدخال صورةٍ ثالثة. ارسم الصورة الثالثة على مستواك الإحداثي وضع تسمياتها. وأدرج إحداثيات تلك الصورة الثالثة.

الجزء C



وضع عيسى صورةً مربعةً في مركز الشاشة كما هو موضّح. غيّر أبعاد الصورة بحيث تمتدّ الصورة عبر الشاشة بأكملها. فما هو معامل المقياس؟ سمّ الإحداثيات الجديدة لكلّ نقطة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التفكير

الإجابة عن السؤال الأساسي

استخدم ما تعلمته عن التحويلات لإكمال خريطة المفاهيم. وحدّد إن كنت ستوضح كل تحويلٍ باستخدام الكلمات أو الرموز أو النماذج. ثم اكتب مثالاً عن كل تحويلٍ باستخدام طريقتك.

أجب عن السؤال الأساسي كيف يمكننا أن نعرض التغير في موضع شكلٍ أو نصفه على النحو الأفضل؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7
التطابق والتشابه

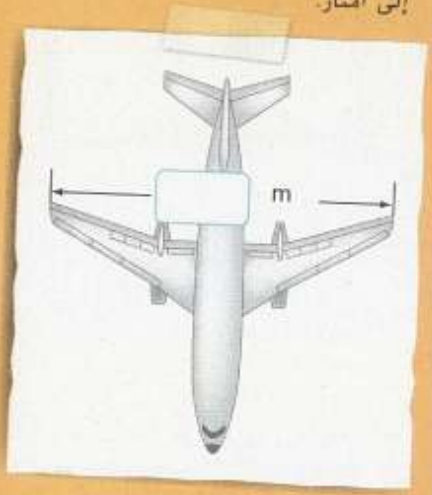
السؤال الأساسي
كيف يمكنك تحديد التطابق والتشابه؟

الممارسات الرياضية
1, 2, 3, 4, 5, 7

الرياضيات في الحياة اليومية

نماذج يبلغ طول جناح نموذج طائرة تجارية طراز (737)، 17 سنتيمتر. عامل المقياس هو 1 cm = 200 cm.

استخدم عامل المقياس لإيجاد طول جناح الطائرة 737 الحقيقية بالسنتيمتر. ثم حوّل القيمة بالسنتيمتر إلى أمتار.



المطويات® منظم الدراسة

1. قُص المطوية الموجودة في الصفحة FL7 من هذا الكتاب.
2. ضع مطويتك في الصفحة 580.
3. استخدم المطوية طوال هذه الوحدة لتساعدك في التعرف على التطابق والتشابه.

7: Congruence and Similarity, from Glencoe Math, Course 3, Vol 2, Chapter 07 © 2015 McGraw-Hill Education

ما الأدوات التي تحتاج إليها؟

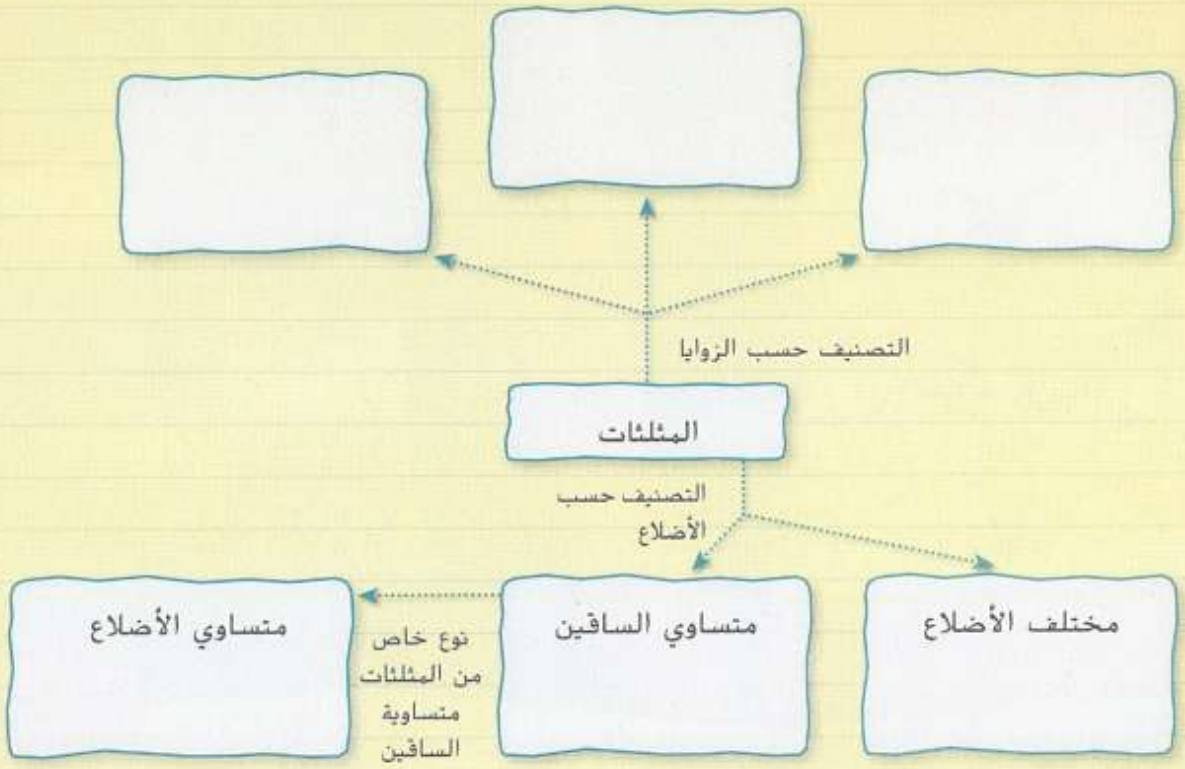
المفردات

تركيب التحويلات composition of transformations
أجزاء متناظرة corresponding parts
قياس غير مباشر indirect measurement
عامل المقياس scale factor
تشابه similar
مضلعات متشابهة similar polygons

مهارات دراسية: استخدام شبكة مفاهيم

استخدام شبكة مفاهيم بإمكان شبكة *المفاهيم* مساعدتك في استيعاب أوجه ارتباط مفاهيم الرياضيات مع بعضها البعض. لإعداد شبكة مفاهيم، اكتب الموضوع الرئيسي في منتصف القطعة الورقية. ثم ارسم "أفرع" من المنتصف بعدد التصنيفات المطلوب.

فيما يلي شبكة مفاهيم جزئية للموضوع الرئيسي للمثلثات. أكمل الشبكة بإضافة وصف للتصنيفات حسب الأضلاع. ثم أضف التصنيف حسب الزوايا.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ما الذي تعرفه حتى الآن؟

اذكر ثلاثة أشياء تعرفها بالفعل عن التطابق والتشابه في القسم الأول. ثمَّ اذكر ثلاثة أشياء ترغب في معرفتها عن التطابق والتشابه في القسم الثاني.

التطابق والتشابه

ما أعرفه	ما أريد أن أعرفه

متى ستستخدم ذلك؟

فيما يلي مثال عن كيفية استخدام المثلثات في الحياة اليومية.

نشاط هل سبق لك اللعب بطائرة ورقية؟ ما مقدار الخيط الموجود في البكرة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هل أنت مستعد؟

حاول الإجابة عن أسئلة التدريب السريع التالي.

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد حل $\frac{w}{12} = \frac{5}{6}$.

$\frac{w}{12} = \frac{5}{6}$ اكتب التناسب.

$6 \times w = 12 \times 5$ أوجد ناتج الضرب التقاطعي.

$6w = 60$ بسّط.

$w = 10$ خاصية القسمة في المعادلة

مثال 2

أوجد ميل الخط الذي يمر بالنقطة (3, 8) و (0, −1).

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$m = \frac{0 - 8}{-1 - 3}$ $(x_1, y_1) = (3, 8), (x_2, y_2) = (-1, 0)$

$m = \frac{-8}{-4} = 2$ بسّط.

تدريب سريع

التناسبات حِل كلاً من التناسبات التالية.

1. $\frac{x}{15} = \frac{7}{30}$ _____ (اكتب الحل هنا)

2. $\frac{4}{9} = \frac{14}{y}$ _____

3. $\frac{12}{z} = \frac{30}{37}$ _____

4. $\frac{8}{15} = \frac{m}{21}$ _____

5. $\frac{n}{5} = \frac{18}{45}$ _____

6. $\frac{3}{7} = \frac{21}{p}$ _____

أوجد الميل أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

7. (−1, 1), (−3, 7) _____

8. (2, 0), (0, 2) _____

9. (−6, −1), (−3, 4) _____

كيف أبليت؟

ما المسائل التي أجبتَ عنها بشكل صحيح في التدريب السريع؟ ظلل أرقام هذه التمارين فيما يلي.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education