# أسئلة وزارة رياضيات علمي فصل أول وحلولها .

## وحدة النهايات والاتصال

0788719302

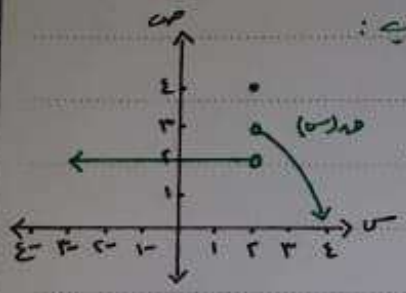
الأستاذ
عدي العيادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يلي:

١ معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، فإن نهاية (س × هـ(س))^٢ عندما س → -٢ تساوي:




أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٦٤ د) غير موجودة

٢ إذا كانت هـ(س) = [٥ د س] ، فإن قيم الثابت جـ التي تجعل نهاية هـ(س) عندما س → جـ = -١ هي:

أ) (-٢، ٠] ب) [-٢، ٠) ج) (-٢، ٠) د) [-٢، ٠]

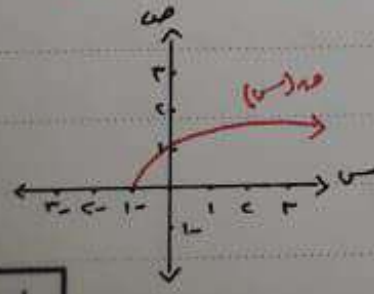
٣ إذا كانت هـ(س) = $\frac{س^٤ + ٥س + ١}{س^٤ + ٦س + ٣ك}$ ، ما قيم الثابت ك التي تجعل الاقتران هـ متصلًا على مجموعة الأعداد الحقيقية؟

أ) (-∞، -٣) ب) (٣، ∞) ج) (-٣، ٣) د) (-∞، ٣)

٤ إذا كانت هـ(س) اقترانًا كثير حدود يمر بالنقطة (١، ٣) ، فإن نهاية (٨ - هـ(س)) عندما س → ١ تساوي:

أ) ٨ ب) صفر ج) ٤ د) ٥

٥ معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على الفترة [-١، ∞) فإن نهاية هـ(س) عندما س → -٢ تساوي:




أ) صفر ب) -٢ ج) -٣ د) غير موجودة

الأستاذ
عدي العبادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

٦ إذا كانت $هـ(س) = [٢ - س]$ ، ما قيم الثابت جـ التي تجعل نهاية $هـ(س) = -١$ ؟ عندما $س \to جـ$

أ) $[٣، ٢)$ ب) $(٣، ٢)$ جـ) $[-١، ٠)$ د) $(-١، ٠]$

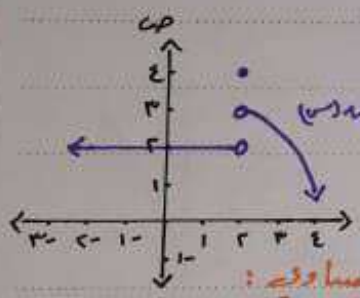
٧ إذا كانت نهاية $\frac{جا ٢س}{(م - ١)س} = \frac{١}{٥}$ عندما $س \to ٠$ فإن قيمة الثابت م تساوي:

أ) ١١ ب) ٩ جـ) ١٠ د) ٧

٨ قيمة نهاية $(ظا س + ٧س \, قتا ٢س)$ عندما $س \to ٠$ تساوي:

أ) ١٨ ب) $\frac{٢}{٩}$ جـ) $\frac{٩}{٢}$ د) صفر

٩ معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، فإن نهاية $(س + هـ(س))^{٢}$ عندما $س \to ٢+$ تساوي:




أ) ١٦ ب) ٢٥ جـ) ٣٦ د) غير موجودة

١٠ إذا كانت هـ اقتران كثير حدود يمر بالنقطة $(-١، ٢)$ وكانت نهاية $(ا - ل(س)) = -٢$ ، فإن نهاية $(هـ(س) \, ل(س))$ عندما $س \to ١$ تساوي:

أ) ٢ ب) $-٩$ جـ) ١٨ د) ٩

١١ إذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٩ & ، \, س \in ص \\ ١ - ٣س & ، \, س \notin ص \end{cases}$ حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة فإن نهاية $هـ(س)$ عندما $س \to ١$ تساوي:

أ) $-٢$ ب) $-٤$ جـ) ١٠ د) غير موجودة

١٢ إذا كانت $هـ(س) = |-س|$ ، فإن الاقتران هـ متصل على الفترة:

أ) $(-\infty، ٠]$ ب) $(٠، \infty)$ جـ) $[٠، \infty)$ د) $(-\infty، ٠)$

١٣ نهاية $\frac{٢^{س} - ٢}{٢^{س} - ١}$ عندما $س \to ٠$ تساوي:

أ) ١ ب) ٢ جـ) صفر د) غير موجودة

الأستاذ
عدي العيادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

١٤ إذا كان $هـ(س) = \frac{س^٢ + ٣س}{س^٢ + ب س + ١}$ فما قيم الثابت ب التي تجعل الاقتران هـ متصلًا على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

أ) $(-٢، ٢)$ ب) $[-٢، ٢]$ ج) $[-٢، ٢)$ د) $(-٢، ٢]$

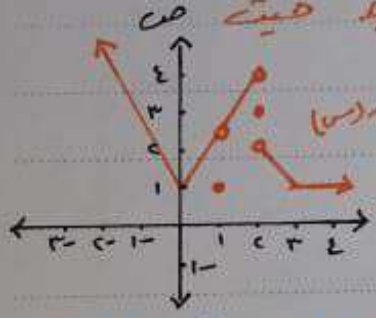
١٥ إذا كان $هـ(س) = [١ + ٢س]$ فإن نهـا هـ(س) تساوي : $س \to \frac{١}{٣}$

أ) $\frac{٥}{٣}$ ب) ٢ ج) $\frac{٣}{٥}$ د) ١

١٦ إذا كانت نهـا $(ب س^٢ ظتا ٣س) = ١$ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي : $س \to ٠$

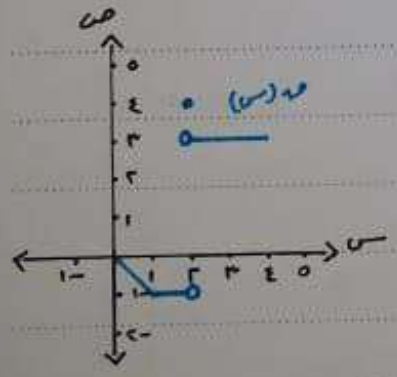
أ) ٩ ب) $\frac{١}{٩}$ ج) ٣ د) $\frac{١}{٣}$

١٧ معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، ما مجموعة قيم الثابت ج حيث نهـا هـ(س) غير موجودة ؟ $س \to ج$




أ) $\{٣، ٠\}$ ب) $\{١، ٢\}$ ج) $\{٠، ١، ٢\}$ د) $\{٢\}$

١٨ معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على الفترة $[٠، ٤]$ ، أجب عن الفقرتين الآتيتين :




① نهـا $(هـ(س - ٣) + ب س)$ تساوي : $س \to ٤$

أ) ١١ ب) ٥ ج) ١ د) ٣

② ما قيم الثابت ب التي تجعل نهـا هـ(س) = -١ ؟ $س \to ب$

أ) $[٠، ١)$ ب) $[١، ٢]$ ج) $(١، ٢]$ د) $(٠، ١)$

١٩ إذا كانت $هـ(س) = \frac{س^٢ + (ك-٧)س - ك}{س-٣}$ ، $س \neq ٣$

فإن قيمة الثابت ك التي تجعل نهاية $هـ(س)$ عندما $س \to ٣$ موجودة تساوي :

أ) ٦ ب) -٦ ج) ٣ د) -٣

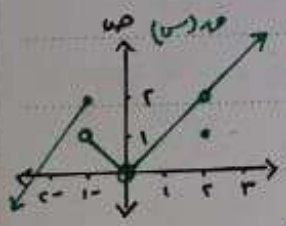
٢٠ نهاية $\frac{س^٣ - ٩س}{س^٣ - ١}$ عندما $س \to ٠$ تساوي :

أ) -١ ب) صفر ج) ١ د) غير موجودة

٢١ إذا كانت $هـ(س) = \frac{س-٢}{(س+١)(س-٣)}$ فإن قيم س التي تجعل الاقتران هـ غير متصل هي :

أ) ١، -٣ ب) -١، ٣ ج) ٢ د) -١، ٢، ٣

٢٢ إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ(س) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ، فإن نهاية $(هـ(س) + |س-٨|)$ عندما $س \to ٠$ تساوي :

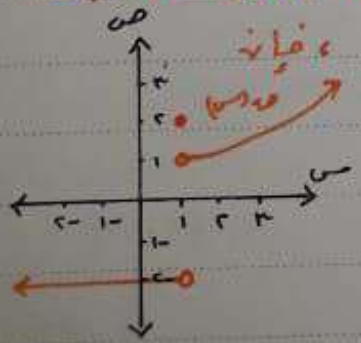



أ) -١ ب) -٢ ج) -٣ د) غير موجودة

٢٣ إذا كان $هـ(س) = |٣-س|$ فإن قيم الثابت ج التي تجعل نهاية $هـ(س)$ عندما $س \to ج$ غير موجودة هي :

أ) $(-\infty، -٣]$ ب) $[٣، \infty)$ ج) $(-٣، \infty)$ د) $(-\infty، ٣]$

٢٤ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، إذا علمت أن $و(س) = س + ١$ ، فإن نهاية $\left(\frac{هـ(٢-س)}{و(س)} + ٤س\right)$ عندما $س \to -١^+$ تساوي :




أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) صفر د) ٢

٢٥ إذا كانت نهـا $\frac{(ب^{٢}+٢)س}{\text{ظا}\frac{١}{٢}س} = ٦$ ، حيث ب > ٠ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي:
س ← ٠

أ) ٢ ب) $\sqrt{٢}$ ج) $\sqrt{١٠}$ د) ١

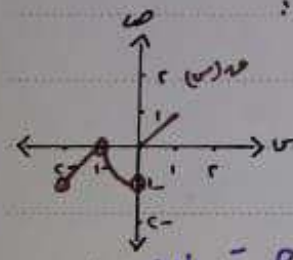
٢٦ إذا كانت هـ(س) = $\begin{cases} س+٢ & ، |س| \geq ٢ \\ س^{٢} & ، |س| < ٢ \end{cases}$ فإن الاقتران هـ يكون غير متصل عند س تساوي:

أ) ٤ ب) ٢ ج) -٢ د) صفر

٢٧ إذا كان هـ(س) اقتران كثير حدود وكانت نهـا $\frac{٢هـ(س)}{س} = ٤$
س ← ٠
فإن نهـا $\frac{(س+١)^{٢}-١}{هـ(س)}$ تساوي:
س ← ٠

أ) ٤ ب) ١ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ٢

٢٨ إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ(س) المعرف على [-٢، ١]
فإن مجموعة قيم P التي تجعل نهـا هـ(س) غير موجودة هي:
س ← P




أ) {-١، ٠} ب) {-٢، ٠، ١} ج) {-١، ٠، ١} د) {٠، ١}

٢٩ إذا كانت نهـا $\frac{س-P-٢}{س^{٢}-س-٢}$ موجودة فإن قيمة الثابت P تساوي:
س ← ٢

أ) ٣ ب) -٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{-٣}{٢}$

٣٠ إذا كانت نهـا (هـ(٢س+١) - ٣س) = صفر ، فإن نهـا ٣هـ(أس+٢) تساوي:
س ← ٢ س ← ٩

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٣٦ د) ١٠٨

٣١ إذا كان هـ(س) = $\frac{|س|}{\sqrt{١-س^{٢}}}$ فإن هـ(س) متصل في الفترة:

أ) [-١، ١] ب) (-١، ١) ج) (-∞، -١) د) [١، ∞)

بسم الله الرحمن الرحيم

الأستاذ

عدي العبادي

0788719302

الرياضيات

السؤال الثاني : جد قيمة النهايات التالية :

١ $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{٢ - س}$

٢ $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا٢س - جا٢س}{س^٣}$

٣ $\lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٥) + \sqrt{س + ١}}{٣ - س}$

٤ $\lim_{س \to ٠} \frac{ظاس - جاس}{س(جتا٥س - جتاس)}$

٥ $\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س}$

٦ $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ - س ظا٢س - ٣جتاس}{س جا٥س}$

٧ $\lim_{س \to ١} \left(\frac{٤}{٥ + س} - \frac{٢}{٢ + س}\right)\left(\frac{١}{س^٢ + ٣س - ٤}\right)$

٨ $\lim_{س \to ٠} \frac{جاس - ظاس}{جتاس - قاس}$

٩ $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{س - ١} - \frac{٣ + س}{س - ١}}{س^٢ - ٢٥}$

١٠ $\lim_{س \to ٠} \frac{س - ٢ظاس}{\sqrt{١ - جتاس}}$

١١ $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س}\left(\frac{١}{٣(٢ + س)} - \frac{١}{٨}\right)$

١٢ $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\sqrt{٢} جتاس - ١}{١ - ظاس}$

١٣ $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢ + س)^٥ - (٢ - س)^٥}{(٢ + س)^٢ - (٢ - س)^٢}$

١٤ $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا٥س + ٣جتاس - ٤}{س^٢}$

١٥ $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س^٢} - \frac{١}{٦س - ٨}}{س^٣ - ٨}$

١٦ $\lim_{س \to ١} \frac{س جا\frac{\pi}{٢}س}{س - ١}$

١٧ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٣س^٢ - ٤س - ١٢}{س^٢ - ٤}$

١٨ $\lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س - جا٤س}{س^٣}$

١٩ $\lim_{س \to ٣} \frac{٦ - س\sqrt{س + ١}}{س - ٣س^٢}$

٢٠ $\lim_{س \to ٠} \frac{٢س - جاس}{\sqrt{١ - جتا٢س}}$

٢١ $\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{٢س^٢ - ٤} - ٩}$

٢٢ $\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتاس}{(س - \pi)^٢}$

٢٣ $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{٢ + س}{٣ - س}\right)\left(\frac{س^٥ + ٢٧}{٩ - س^٥}\right)$

٢٤ $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{جتاس - \sqrt{٣} جاس}{٦س - ٣\pi}$

هـ) بيّن أنه نهـا $\frac{1-\sqrt{3}\,جاس}{1-\sqrt{3}\,جتاس} = -1$ ، بحيث أنه $س \neq \frac{\pi}{4}$

$س \to \frac{\pi}{4}$

و) بيّن أنه نهـا $\frac{1-جتا٦س}{جتا٨س-1} = \frac{-٩}{١٦}$

$س \to ٠$

ز) أثبت أنه نهـا $\frac{٢جاس-1}{٤جتا^{٢}س-٣} = \frac{-1}{٢}$

$س \to \frac{\pi}{٦}$

ح) إذا كانه $هـ(س) = \frac{س^{٣}+(١٣+P)س+P+٢}{س-٢}$ ، $س \neq ٢$

جد قيمة الثابت P التي تجعل نهـا $هـ(س)$ موجودة :

$س \to ٢$

ط) إذا كانت نهـا $\frac{\sqrt{٦س+٩}+Pس-٣}{س} =$ صفر ، فجد قيمة الثابت P .

$س \to ٠$

* — — — * — — — *

السؤال الرابع :

١) إذا كانه $هـ(س) =$

$\frac{|[س]-٢س|}{٨-س^{٢}}$ ، $س > ٢$

$\frac{1}{١٠}$ ، $س = ٢$

$\frac{جا(٢س-٤)}{٢٠(س-٢)}$ ، $س < ٢$

فابحث في اتصال الاقتران هـ عند $س = ٢$ .

٢) إذا كانه $هـ(س) =$

$\frac{[س]}{1+س}$ ، $٤ \leq س < ٥$

$|س-٥|$ ، $٥ \leq س < ٦$

فابحث في اتصال الاقتران هـ على مجاله .

٢٥ نهـا $\frac{\sqrt{٩-س}-٦}{س^{٣}+٣}$ ، $س \to -٢٧$

٢٦ نهـا $\frac{٤س-ظاس-٤جتاس}{س جا٤س}$ ، $س \to ٠$

٢٧ نهـا $\frac{(س+١)^{٢}-٤)^{٤}}{(س^{٢}-٢س+١)^{٣}}$ ، $س \to ١$

٢٨ نهـا $\frac{جتا^{٢}س-جا^{٢}س-جتا٢س}{س^{٢}}$ ، $س \to ٠$

٢٩ نهـا $\frac{١}{س-١}\left(\frac{١}{س+١}-\frac{١}{٢}\right)$ ، $س \to ١$

٣٠ نهـا $\frac{٤جاس-جا٤س}{س^{٣}}$ ، $س \to ٠$

* - - - * - - - *

السؤال الثالث :

أ) إذا كانت $ه(س) = \begin{cases} \frac{|س^{٢}-٤س-٥|}{|س-٥|} & ، س > ٥ \\ P جتا\frac{\pi}{٥}س + ٥ & ، س \leq ٥ \end{cases}$

وكانت نهـا $ه(س)$ موجودة ، فما قيمة الثابت P ؟ ، $س \to ٥$

ب) إذا كانت نهـا $\frac{ظاPس}{٥س}$ = نهـا $\frac{جا٦س}{ب س - س}$ = ٢ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين P ، ب .

جـ) إذا كانت $ه(س) = \begin{cases} [\frac{س}{٣}] + \frac{١}{س} + ٢س^{٢} & ، ١ \leq س < ٣ \\ \frac{|س-١٢|}{س^{٢}-٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

فجد نهـا $ه(س)$ ، $س \to ٣$

د) إذا كانت نهـا $(ه(س)-٣) = ٢$ ، نهـا $هـ(س) = ٦$ ، أجب عما يلي :

١ جد نهـا $(س^{٣} ه(س) - ٣(هـ(س))^{٢} + ٥)$ ، $س \to ٢$

٢ جد قيمة الثابت م التي تجعل نهـا $\frac{ه(س)-م}{هـ(س)} = ١٠$ ، $س \to ٢$

٩ إذا كانت

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \left|٢س - ١\right| - \frac{س}{٢} & ، -١ \leq س \leq ١ \\ \frac{[س] - س}{\text{ظا}(س - ١)} & ، ١ < س < \frac{٣}{٢} \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران هـ(س) عند س = ١ .

١٠ إذا كانت

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{\text{جا}\, س^{٢}}{س^{٢}} & ، س > ٠ \\ \frac{١ - [س + ٣]}{٢س - ٤} & ، س < ٠ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران هـ عند س = صفر .

١١ إذا كانت

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{\text{جا}^{٢}(ب س) - ٩س^{٢}}{س \, \text{جا}\, ٥س} & ، -\frac{\pi}{٦} \leq س < ٠ \\ ١١ & ، س = ٠ \\ \frac{س^{٢} + (٢ - ٢)س}{٣س} & ، ٠ < س < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$$

اقترانٌ متصلٌ عند س = صفر ، فجد قيم كل من الثابتين ٢ ، ب .

١٢ إذا كان هـ(س) = س + ٢ ، ح(س) = [٥ - س]

فابحث اتصال $\frac{\text{هـ}(س)}{\text{ح}(س)}$ في الفترة (٤ ، ٧) .

١٣ إذا كانت

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} (س - ٣)^{٢} & ، س \geq ٤ \\ \frac{[س] - س| + [س - ٤]}{س - ٤} & ، س > ٤ \end{cases}$$

فابحث اتصال الاقتران هـ عند س = ٤ .

٣ إذا كانت $هـ(س) = [س+٢]$ ، $هـ(س) = \frac{(س-١)^٢}{س+٣}$
فابحث في اتصال الاقتران $(هـ \times هـ)(س)$ على الفترة $[-١، ١]$ .

٤ إذا كانت $هـ(س) = \sqrt{[س+١] + ٣س^٢}$ ، $س \in [١، ٣]$
فابحث في اتصال الاقتران $هـ$ على مجاله .

٥ ليكن $هـ(س) = \begin{cases} أس^٢ + بس & ، س > ٢ \\ ٣ب & ، س = ٢ \\ أس + ب + ١٢ & ، س < ٢ \end{cases}$
فما قيمة كل من أ ، ب التي تجعل $هـ(س)$ متصلًا على ح ؟

٦ إذا كان $هـ$ ، $هـ$ اقترانين متصلين عند $س = ٣$ ، وكان $هـ(٣) = ١٢$
فإن $\lim_{س \to ٣} (هـ(س) - ٤هـ(س)) = ٢٠$ ، فجد $هـ(٣)$ .

٧ إذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^٤ - (٣-٢ج)س - ٦ج}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ ٤س - ١ & ، س = ٣ \end{cases}$
متصلًا عند $س = ٣$ ، فما قيمة الثابت ج ؟

٨ إذا كانت $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ - ٣ & ، س < ١ \\ ٢ - ٣س & ، س \geq ١ \end{cases}$
وكان $هـ(س) = ١٥ - ٣هـ(س)$ ، ابحث في اتصال $هـ(س)$ عند $س = ١$

الأستاذ
عدي العبادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

٣) $\lim_{س\to ٣} \frac{س-٥)+\sqrt{س+١}}{س-٣} = \lim_{س\to ٣} \frac{س-٣+\sqrt{س+١}-٢}{س-٣}$

$= \lim_{س\to ٣} \frac{س-٣}{س-٣} + \lim_{س\to ٣} \frac{\sqrt{س+١}-٢}{س-٣} \times \frac{\sqrt{س+١}+٢}{\sqrt{س+١}+٢}$

$= ١ + \lim_{س\to ٣} \frac{س+١-٤}{س-٣} \times \lim_{س\to ٣} \frac{١}{\sqrt{س+١}+٢}$

$= ١ + \lim_{س\to ٣} \frac{س-٣}{س-٣} \times \frac{١}{٤} = ١ + ١ \times \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٤}$

٤) $\lim_{س\to ٠} \frac{ظاس - جاس}{س(جتاه س - جتاس)} = \lim_{س\to ٠} \frac{\frac{جاس}{جتاس} - جاس}{س(-٢جا٣س جا٢س)}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{جاس - جاس جتاس}{-٢س جا٣س جا٢س جتاس} = \lim_{س\to ٠} \frac{جاس(١-جتاس)}{-٢س جا٣س جا٢س جتاس}$

$= \lim_{س\to ٠} \frac{جاس \times ٢جا^{٢}\frac{س}{٢}}{-٢س جا٣س جا٢س جتاس} = \lim_{س\to ٠} \frac{جاس}{-٢س} \times \lim_{س\to ٠} \frac{جا^{٢}\frac{س}{٢}}{جا٣س جا٢س} \times \lim_{س\to ٠} \frac{جاس}{س} \times \lim_{س\to ٠} \frac{١}{جتاس}$

$= -١ \times \lim_{س\to ٠} \frac{\frac{جا^{٢}\frac{س}{٢}}{س^{٢}}}{\frac{جا٣س}{س} \times \frac{جا٢س}{س}} \times \lim_{س\to ٠} \frac{جاس}{س} \times \lim_{س\to ٠} \frac{١}{جتاس}$

$= -١ \times \frac{١}{٦} \times \frac{١}{٤} \times ١ \times ١ = \frac{-١}{٢٤}$

٥) $\lim_{س\to ١} \frac{س^{٣}+٤س^{٢}-٨س+٣}{٤س^{٣}-١٣س^{٢}+٩س}$

$= \lim_{س\to ١} \frac{(س-١)(س^{٢}+٥س-٣)}{(س-١)(٤س^{٢}-٩)}$

$= \lim_{س\to ١} \frac{س^{٢}+٥س-٣}{٤س^{٢}-٩} = \frac{١+٥-٣}{٤-٩}$

| | $س^{٣}$ | $س^{٢}$ | $س^{١}$ | $س^{٠}$ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ١ | ٤ | ٨- | ٣ |
| | ↓ | ١ | ٥ | ٣- |
| | ١ | ٥ | ٣- | ٠ |

| | $س^{٣}$ | $س^{٢}$ | $س^{١}$ | $س^{٠}$ |
|---|---|---|---|---|
| ١ | ٤ | ١٣- | ٩ | ٠ |
| | ↓ | ٤ | ٩- | ٠ |
| | ٤ | ٩- | ٠ | ٠ |

$= \frac{٣}{٥-}$

الأستاذ

عدي العيادي

0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

## السؤال الأول :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ |
| أ | ب | ج | د | ب | د | أ | ج | ب | ج | أ |
| ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ ① | ١٨ ② | ١٩ | ٢٠ | ٢١ |
| د | ب | أ | د | أ | د | د | أ | أ | أ | ب |
| ٢٢ | ٢٣ | ٢٤ | ٢٥ | ٢٦ | ٢٧ | ٢٨ | ٢٩ | ٣٠ | ٣١ | |
| ب | ب | ج | د | ج | ب | د | ب | د | ب | |

## السؤال الثاني :

١) نهـا$_{س \to ٢}$ $\frac{\sqrt{س^٣ - س} - \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{٢ - س} \times \frac{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$

$= $ نهـا$_{س \to ٢}$ $\frac{س^٣ - س - ١٤ + ٢س^٢}{٢ - س} \times \frac{١}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$

| | $س^٣$ | $س^٢$ | $س^١$ | $س^٠$ |
|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٢ | -١ | -١٤ |
| ٢ ↓ | | ٢ | ٨ | ١٤ |
| | ١ | ٤ | ٧ | ٠ |

$= $ نهـا$_{س \to ٢}$ $\frac{(س - ٢)(س^٢ + ٤س + ٧)}{٢ - س} \times \frac{١}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}}$ (-١)

$= $ نهـا$_{س \to ٢}$ $\frac{-(س^٢ + ٤س + ٧)}{\sqrt{س^٣ - س} + \sqrt{١٤ - ٢س^٢}} = \frac{-(٤ + ٨ + ٧)}{\sqrt{٦} + \sqrt{٦}} = \frac{-١٩}{٢\sqrt{٦}}$

٢) نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{ظا٢س - جا٢س}{س^٣} = $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{\frac{جا٢س}{جتا٢س} - جا٢س}{س^٣} = $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{جا٢س - جا٢س جتا٢س}{س^٣ جتا٢س}$

$= $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{جا٢س(١ - جتا٢س)}{س^٣ جتا٢س} = $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{جا٢س(١ - ١ + ٢جا^٢س)}{س^٣ جتا٢س}$

$= $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{٢جا٢س \times جا^٢س}{س^٣ جتا٢س} = $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{٢جا٢س}{س} \times $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{جا^٢س}{س^٢} \times $ نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{١}{جتا٢س}$

$= ٢ \times ٢ \times ١ \times ١ = ٤$

الأستاذ
عدي العيادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

الرياضيات

٩) $\lim_{س\to ٥} \frac{\sqrt{س-١}-\sqrt{٤}}{س^{٢}-٢٥} = \lim_{س\to ٥} \frac{(س-١)-٤}{(س^{٢}-٢٥)(\sqrt{س-١}+\sqrt{٤})}$

$* = \lim_{س\to ٥} \frac{(س-١)-٤}{(س^{٢}-٢٥)(\sqrt{س-١}+٢)} \times \frac{(\sqrt{س-١}+٢)}{(\sqrt{س-١}+٢)}$

$= \lim_{س\to ٥} \frac{(س-١)-٤}{(س-١)(س+٥)(س-٥)} \times \frac{١}{(\sqrt{س-١}+٢)}$

$= \lim_{س\to ٥} \frac{س-٥}{(س-١)(س+٥)(س-٥)} \times \frac{١}{(\sqrt{س-١}+٢)}$

$= \lim_{س\to ٥} \frac{١}{(س-١)(س+٥)} \times \frac{١}{(\sqrt{س-١}+٢)}$

$= \frac{١}{٦ \times ٨} \times \frac{١}{٤+٢} = \frac{١}{٤٨} \times \frac{١}{٦} = \frac{١}{٢٨٨}$

* حل آخر : فرضه بدل الضرب بالمرافق

نفرضه $ص = \sqrt{س-١}$ عندما $س \to ٥$

$ص^{٢} = س-١$ $ص \to ٢$

$ص^{٢}+١ = س$

$$\lim_{ص\to ٢} \frac{(ص^{٢}+١-١)-٤}{(ص^{٢}+٤)(ص^{٢}-٤)} = \lim_{ص\to ٢} \frac{ص^{٢}-٤}{(ص^{٢}+٤)(ص^{٢}-٤)(ص-١)(ص+١)}$$

$$= \lim_{ص\to ٢} \frac{١}{(ص^{٢}+٤)(ص-١)(ص+١)} = \frac{١}{٨ \times ١ \times ٣} = \frac{١}{٢٤}$$

$$\lim_{س\to ٥} \frac{\sqrt{س-١}-٢}{س-٥} \times \lim_{س\to ٥} \frac{١}{(س-١)(س+٥)} = \lim_{ص\to ٢} \frac{ص-٢}{ص^{٣}-ص^{٢}-٤ص+٤} \times \frac{١}{٤٠}$$

$$= \lim_{ص\to ٢} \frac{ص-٢}{(ص-١)(ص^{٢}-٤)} \times \frac{١}{٤٠} = \lim_{ص\to ٢} \frac{ص-٢}{(ص-١)(ص-٢)(ص+٢)} \times \frac{١}{٤٠}$$

$$= \lim_{ص\to ٢} \frac{١}{(ص-١)(ص+٢)} \times \frac{١}{٤٠} = \frac{١}{٣ \times ٤ \times ٤٠} = \frac{١}{٤٨٠}$$

٥)

| | $س^{٣}$ | $س^{٢}$ | $س^{١}$ | $س^{٠}$ |
|---|---|---|---|---|
| | ١ | -٤ | -٣ | -١٠ |
| ٥ | ↓ | ٥ | ١٠ | ١٠ |
| | ١ | ١ | ٢ | ٠ |

$$\lim_{س\to ٥} \frac{س^{٣}-٤س^{٢}-٣س-١٠}{(س-٥)(س+٥)(س-١)} \times \frac{١}{١٦}$$

$$= \lim_{س\to ٥} \frac{(س-٥)(س^{٢}+س+٢)}{(س-٥)(س+٥)(س-١)} \times \frac{١}{١٦}$$

$$= \lim_{س\to ٥} \frac{س^{٢}+س+٢}{(س+٥)(س-١)} \times \frac{١}{١٦} = \frac{٣٢}{٤٠} \times \frac{١}{١٦} = \frac{٢+٥+٢٥}{١٠ \times ٤} \times \frac{١}{١٦} = \frac{١}{٢٠}$$

٣)

| | $ص^{٣}$ | $ص^{٢}$ | $ص^{١}$ | $ص^{٠}$ |
|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٠ | -١ | -٤ |
| ٢ | ↓ | ٢ | ٤ | ٤ |
| | ١ | ٢ | ١ | ٠ |

$$\lim_{ص\to ٢} \frac{ص^{٣}-ص-٤}{(ص-٢)(ص+٢)(ص^{٢}+٢ص+٤)} \times \frac{١}{٤٠}$$

$$= \lim_{ص\to ٢} \frac{(ص-٢)(ص^{٢}+٢ص+٢)}{(ص-٢)(ص+٢)(ص^{٢}+٢ص+٤)} \times \frac{١}{٤٠}$$

$$= \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤٠} = \frac{١}{٢٠}$$

٤

الأستاذ
عدي العبادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

الرياضيات

١٠) $\lim_{س\to 0} \frac{س - ٢ظاس}{١ - جتاس} = \lim_{س\to 0} \frac{س - ٢ظاس}{٢جا^٢\frac{س}{٢}} = \frac{١}{٢} \lim_{س\to 0} \frac{س - ٢ظاس}{|جا\frac{س}{٢}|}$

$جا\frac{س}{٢} = 0 \leftarrow س = 0$

$\frac{س - ٢ظاس}{جا\frac{س}{٢}}$ ، $\frac{س - ٢ظاس}{|جا\frac{س}{٢}|}$

بمينة $\frac{١}{٢} \lim_{س\to 0^+} \frac{س - ٢ظاس}{|جا\frac{س}{٢}|} = \frac{١}{٢} \lim_{س\to 0^+} \frac{س - ٢ظاس}{جا\frac{س}{٢}}$

$= \frac{١}{٢} (\lim_{س\to 0^+} \frac{س}{جا\frac{س}{٢}} - \lim_{س\to 0^+} \frac{٢ظاس}{س}) = \frac{١}{٢}(٢ - \frac{٢}{١}) = \frac{٢}{٢} = ١$

يسار $\frac{١}{٢} \lim_{س\to 0^-} \frac{س - ٢ظاس}{|جا\frac{س}{٢}|} = \frac{١}{٢} \lim_{س\to 0^-} \frac{س - ٢ظاس}{-جا\frac{س}{٢}}$

$= \frac{-١}{٢} (\lim_{س\to 0^-} \frac{س}{جا\frac{س}{٢}} - \lim_{س\to 0^-} \frac{٢ظاس}{س}) = \frac{-١}{٢}(٢ - \frac{٢}{١}) = \frac{٢}{٢} = ١$

$\therefore \lim_{س\to 0} \frac{س - ٢ظاس}{١ - جتاس}$ غير موجودة

* يمكن حل السؤال باستخدام المرافق التربيعي $١ + جتاس$

١١) $\lim_{س\to 0} \frac{١}{س} (\frac{١}{٨} - \frac{١}{(٢+س)^٣}) = \lim_{س\to 0} \frac{١}{س} \times \frac{(٢+س)^٣ - ٨}{٨(٢+س)^٣}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{١}{س} \times \frac{(٢+س-٢)((٢+س)^٢ + ٢(٢+س) + ٤)}{٨(٢+س)^٣}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{١}{س} \times \frac{س(٣ + ٢(٢+س) + (٢+س)^٢)}{٨(٢+س)^٣}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{١}{س} \times \frac{-(٤+٤+٤)}{٨ \times ٨} = \frac{-١٢}{٦٤}$

١٢) $\lim_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{٢جتا^٢س - ١}{١ - ظاس} \times \frac{٢جتا^٢س + ١}{٢جتا^٢س + ١} = \lim_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{٢جتا^٢س - ١}{١ - \frac{جاس}{جتاس}} \times \frac{١}{٢}$

$= \lim_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتا٢س}{جتاس - جاس} \times \frac{جتاس + جاس}{جتاس + جاس} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \lim_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتاس جتا٢س}{جتاس - جاس}$

$= \frac{١}{٢} \lim_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتاس جتا٢س (جتاس + جاس)}{جتا^٢س - جا^٢س} = \frac{١}{٢} \lim_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتاس جتا٢س (جتاس + جاس)}{جتا٢س}$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} (\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}) = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times ٢ = \frac{١}{٢}$

٦ $\text{نها}_{س\to 0} \frac{٣-س ظا٢س-٣جتاس}{س جا٥س} = \text{نها}_{س\to 0} \frac{-س ظا٢س}{س جا٥س} + \text{نها}_{س\to 0} \frac{٣-٣جتاس}{س جا٥س}$

$= \text{نها}_{س\to 0} \frac{-ظا٢س}{جا٥س} + \text{نها}_{س\to 0} \frac{٣(١-جتاس)}{س جا٥س} = \text{نها}_{س\to 0} \frac{\frac{-ظا٢س}{س}}{\frac{جا٥س}{س}} + \text{نها}_{س\to 0} \frac{٣ \times ٢ جا^{٢}\frac{س}{٢}}{س جا٥س}$

$= \frac{-١}{٥} + ٦ \text{نها}_{س\to 0} \frac{\frac{جا\frac{س}{٢}}{س}}{\frac{جا٥س}{س}} \times \text{نها}_{س\to 0} \frac{جا\frac{س}{٢}}{س} = \frac{-١}{١٠} + ٦ \times \frac{١}{٢} \times \text{نها}_{س\to 0} \frac{\frac{جا\frac{س}{٢}}{\frac{س}{٢}}}{\frac{جا٥س}{٥س}}$

$= \frac{-١}{١٠} + ٦ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{١٠} = \frac{-١}{١٠} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥}$

٧ $\text{نها}_{س\to 1} \left(\frac{٤}{س+٥} - \frac{٢}{س+٢}\right)\left(\frac{١}{س^{٢}+٣س-٤}\right)$

$= \text{نها}_{س\to 1} \frac{٤س+٨-٢س-١٠}{(س+٥)(س+٢)} \times \frac{١}{(س-١)(س+٤)}$

$= \text{نها}_{س\to 1} \frac{٢س-٢}{(س+٥)(س+٢)(س-١)(س+٤)} = \text{نها}_{س\to 1} \frac{٢(س-١)}{(س+٥)(س+٣)(س-١)(س+٤)}$

$= \text{نها}_{س\to 1} \frac{٢}{(س+٥)(س+٣)(س+٤)} = \frac{٢}{٥ \times ٣ \times ٦} = \frac{١}{٤٥}$

٨ $\text{نها}_{س\to 0} \frac{جاس-ظاس}{جتاس-قاس} = \text{نها}_{س\to 0} \frac{جاس-\frac{جاس}{جتاس}}{جتاس-\frac{١}{جتاس}} = \text{نها}_{س\to 0} \frac{\frac{جاس جتاس-جاس}{جتاس}}{\frac{جتا^{٢}س-١}{جتاس}}$

$= \text{نها}_{س\to 0} \frac{جاس(جتاس-١)}{(جتاس-١)(جتاس+١)} = \text{نها}_{س\to 0} \frac{جاس}{جتاس+١} = \frac{٠}{٢} = \text{صفر}$

* تصرف كما لو أنه من المستحيل أن تفشل.

* لا أحد يحتكر النجاح لنفسه فالنجاح مُلك لمن يدفع الثمن.

* اللهم صل على سيدنا محمد.

١٥ $\text{نهـا}_{س\to٢} \left(\frac{١}{س^٣ - ٨} - \frac{١}{٦س - ٨ - س^٢}\right) = \text{نهـا}_{س\to٢} \frac{٦س - ٨ - س^٢}{(س^٣ - ٨)(٦س - ٨ - س^٢)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٢} \frac{-(س^٢ - ٦س + ٨)}{(س^٣ - ٨)(٦س - ٨ - س^٢)} = \text{نهـا}_{س\to٢} \frac{-(س-٢)(س-٤)}{(س-٢)(س^٢ + ٢س + ٤)(٦س - ٨ - س^٢)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٢} \frac{-(س-٤)}{(س^٢ + ٢س + ٤)(٦س - ٨ - س^٢)} = \frac{٢}{٣ \times ٤ \times ١٢} = \frac{١}{٩٦}$

١٦ $\text{نهـا}_{س\to١} \frac{س \text{جا} \frac{\pi}{س}}{س - ١} = \text{نهـا}_{س\to١} \frac{س \text{جا}(\pi - \frac{\pi}{س})}{س - ١} = \text{نهـا}_{س\to١} \frac{س \text{جا}(\frac{\pi س - \pi}{س})}{س - ١}$

$= \text{نهـا}_{س\to١} \frac{\text{جا}\pi(\frac{س-١}{س})}{\frac{س-١}{س}}$ نفرض $ص = \frac{س-١}{س}$

عندما $س \to ١$ فإن $ص \to ٠$

$= \text{نهـا}_{ص\to٠} \frac{\text{جا}\pi ص}{ص} = \pi$

١٧ $\text{نهـا}_{س\to٢} \frac{س^٣ + ٣س^٢ - ٤س - ١٢}{س^٢ - ٤}$

| | $س^٣$ | $س^٢$ | $س^١$ | $س^٠$ |
|---|---|---|---|---|
| | ١ | ٣ | -٤ | -١٢ |
| ↓ | | ٢ | ١٠ | ١٢ |
| | ١ | ٥ | ٦ | ٠ |

$= \text{نهـا}_{س\to٢} \frac{(س-٢)(س^٢ + ٥س + ٦)}{(س-٢)(س+٢)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٢} \frac{س^٢ + ٥س + ٦}{س + ٢} = \frac{٤ + ١٠ + ٦}{٢ + ٢} = \frac{٢٠}{٤} = ٥$

١٨ $\text{نهـا}_{س\to٠} \frac{٢\text{جا}^٢س - \text{جا}٤س}{س^٣} = \text{نهـا}_{س\to٠} \frac{٢\text{جا}^٢س - ٢\text{جا}٢س \text{جتا}٢س}{س^٣}$

$= \text{نهـا}_{س\to٠} \frac{٢\text{جا}^٢س(١ - \text{جتا}٢س)}{س^٣} = \text{نهـا}_{س\to٠} \frac{٢\text{جا}^٢س \times ٢\text{جا}^٢س}{س^٣}$

$= ٤ \text{نهـا}_{س\to٠} \frac{\text{جا}^٢س}{س} \times \text{نهـا}_{س\to٠} \frac{\text{جا}س}{س} \times \text{نهـا}_{س\to٠} \frac{\text{جا}س}{س} = ٤ \times ٢ \times ١ \times ١ = ٨$

[19] $\lim_{س\to 3} \frac{س^2 - 6 - س\sqrt{س+1}}{9 - 3س} \times \frac{6 + س\sqrt{س+1}}{6 + س\sqrt{س+1}}$

$= \lim_{س\to 3} \frac{36 - س^2(س+1)}{9 - 3س} \times \frac{1}{6 + س\sqrt{س+1}}$

$= \lim_{س\to 3} \frac{36 - س^3 - س^2}{9 - 3س} \times \frac{1}{12}$

$= \frac{1}{12} \lim_{س\to 3} \frac{(3-س)(س^2 + 4س - 12)}{-3(3-س)}$ (-1)

$= \frac{-1}{12} \lim_{س\to 3} (-س^2 - 4س + 12)$

$= \frac{-1}{36} \times (-9 - 12 - 12) = \frac{33}{36}$

| | $س^3$ | $س^2$ | $س^1$ | $س^0$ |
|---|---|---|---|---|
| | 1- | 1- | 0 | 36 |
| | 1- | 3- | 12- | 36- |
| | 1- | 4- | 12- | 0 |

[20] $\lim_{س\to 0} \frac{2س - جاس}{1 - جتا^2 س} = \lim_{س\to 0} \frac{2س - جاس}{\sqrt{2} جا^2 س} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{س\to 0} \frac{2س - جاس}{|جاس|}$

يمين

$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{س\to 0^+} \frac{2س - جاس}{|جاس|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{س\to 0^+} \frac{2س - جاس}{جاس}$

جاس = 0 ← س = 0

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \lim_{س\to 0^+} \frac{2س}{جاس} - \lim_{س\to 0^+} \frac{جاس}{جاس} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (2 - 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

يسار

$\frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{س\to 0^-} \frac{2س - جاس}{|جاس|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{س\to 0^-} \frac{2س - جاس}{-جاس}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \lim_{س\to 0^-} \frac{2س}{-جاس} - \lim_{س\to 0^-} \frac{جاس}{-جاس} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-2 + 1) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

∴ $\lim_{س\to 0} \frac{2س - جاس}{1 - جتا^2 س}$ غير موجودة

* الطريق إلى التميز نادرًا ما يكون مزدحمًا.

* من يعتقد أنه باستطاعته النجاح سوف ينجح.

١٣) $\lim_{س\to 0} \frac{(٢+س)^{٥} - (٢-س)^{٥}}{(٢+س)^{٤} - (٢-س)^{٤}}$ بقسمة البسط والمقام على $(٢-س)^{٥}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{\frac{(٢+س)^{٥}}{(٢-س)^{٥}} - \frac{(٢-س)^{٥}}{(٢-س)^{٥}}}{\frac{(٢+س)^{٤}}{(٢-س)^{٥}} - \frac{(٢-س)^{٤}}{(٢-س)^{٥}}} = \lim_{س\to 0} \frac{\left(\frac{٢+س}{٢-س}\right)^{٥} - ١}{\left(\frac{٢+س}{٢-س}\right)^{٤} - ١} \times \frac{١}{\frac{١}{(٢-س)^{٣}}}$

نفرض $ص = \frac{٢+س}{٢-س}$ ، عندما $س \to 0$ فإن $ص \to ١$

$= \lim_{ص\to ١} \frac{ص^{٥} - ١}{ص^{٤} - ١} \times ٨ = \lim_{ص\to ١} \frac{(ص-١)(ص^{٤}+ص^{٣}+ص^{٢}+ص+١)}{(ص-١)(ص+١)} \times ٨$

$= \frac{٥}{٢} \times ٨ = ٢٠$

* يمكن حل السؤال بالقسمة على $(٢+س)^{٥}$ بنفس الخطوات تمامًا.

* يمكن القسمة على $(٢+س)^{٤}$ أو على $(٢-س)^{٤}$ ولكنه الحل أطول بكثير.

١٤) $\lim_{س\to 0} \frac{جتا٥س + ٣جتاس - ٤}{س^{٤}} = \lim_{س\to 0} \frac{جتا٥س - ١}{س^{٤}} + \lim_{س\to 0} \frac{٣جتاس - ٣}{س^{٤}}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{جتا٥س - ١}{س^{٤}} \times \frac{جتا٥س + ١}{جتا٥س + ١} + \lim_{س\to 0} \frac{٣(جتاس - ١)}{س^{٤}}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{جتا^{٢}٥س - ١}{س^{٤}} \times \frac{١}{٢} + \lim_{س\to 0} \frac{٣ \times -٢جا^{٢}\frac{س}{٢}}{س^{٤}}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{-جا^{٢}٥س}{س^{٤}} \times \frac{١}{٢} + -٦ \lim_{س\to 0} \frac{جا^{٤}\frac{س}{٢}}{س^{٤}}$

$= -\frac{١}{٢} \lim_{س\to 0} \frac{جا٥س}{س} \times \lim_{س\to 0} \frac{جا٥س}{س} + -٦ \lim_{س\to 0} \frac{جا^{٢}\frac{س}{٢}}{س} \times \lim_{س\to 0} \frac{جا^{٢}\frac{س}{٢}}{س}$

$= -\frac{١}{٢} \times ٥ \times ٥ + ٦ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{-٢٥}{٢} + \frac{٦}{٤} = \frac{-٥٠}{٤} + \frac{٦}{٤}$

$= -\frac{٤٤}{٤} = -١٤$

٢٤ $= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\frac{1}{2}\text{جتا}\frac{ص}{6} - \frac{1}{2}\text{جا}\frac{ص}{6} - \frac{3}{2}\text{جا}\frac{ص}{6} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{جتا}\frac{ص}{6}}{ص}$

$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{-2\text{جا}\frac{ص}{6}}{ص} = -2 \times \frac{1}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

٢٥ $\text{نها}_{س \to -27} \frac{\sqrt[3]{-س} - 6}{\sqrt[3]{س^2} + 3} \times \frac{\sqrt[3]{-س} + 6}{\sqrt[3]{-س} + 6} \times \frac{(\sqrt[3]{س^2} + 3\sqrt[3]{س} + 9)}{(\sqrt[3]{س^2} + 3\sqrt[3]{س} + 9)}$

$= \text{نها}_{س \to -27} \frac{-س - 36}{س + 27} \times \text{نها}_{س \to -27} \frac{\sqrt[3]{س^2} + 3\sqrt[3]{س} + 9}{\sqrt[3]{-س} + 6}$

$= \text{نها}_{س \to -27} \frac{-(س + 27)}{س + 27} \times \frac{9+9+9}{6+6} = -1 \times \frac{27}{12} = \frac{-27}{12}$

٢٦ $\text{نها}_{س \to 0} \frac{س - ظاس}{س^3 جا 4س} = \text{نها}_{س \to 0} \frac{-4جتاس}{س جا 4س} - \text{نها}_{س \to 0} \frac{ظاس}{س جا 4س}$

$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{4(1-جتاس)}{س جا 4س} - \text{نها}_{س \to 0} \frac{\frac{ظاس}{س}}{جا 4س}$

$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{4 \times 2جا^2\frac{س}{2}}{س جا 4س} - \text{نها}_{س \to 0} \frac{ظاس}{س} = 8 \text{نها}_{س \to 0} \frac{جا\frac{س}{2}}{س} \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{جا\frac{س}{2}}{جا 4س} - \frac{1}{4}$

$= 8 \times \frac{1}{2} \times \text{نها}_{س \to 0} \frac{جا\frac{س}{2}}{جا 4س} - 1 = 4 \times \frac{1}{4} - 1 = 1 - 1 = 0$

٢٧ $\text{نها}_{س \to 1} \frac{((س+1)^2 - 4)^3}{(س^3 - 3س + 1)^2} = \text{نها}_{س \to 1} \frac{((س+1) - 2)^3((س+1) + 2)^3}{((س-1)^2)^3}$

$= \text{نها}_{س \to 1} \frac{(س-1)^3 (س+3)^3}{(س-1)^3} = \text{نها}_{س \to 1} (س+3)^3 = 4^3 = 256$

* الشخص المتفوق شخص متواضع في حديثه ولكنه متفوق في أفعاله.

٢٨ $\lim_{س\to 0} \frac{جتا^2 س - جا^2 س - جتا س}{س^2} = \lim_{س\to 0} \frac{جتا^2 س - جتا س}{س^2} \times \frac{جتا^2 س + جتا س}{جتا^2 س + جتا س}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{جتا^2 س - جتا س}{س^2} \times \lim_{س\to 0} \frac{1}{جتا^2 س + جتا س}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{جتا س (جتا س - 1)}{س^2} \times \frac{1}{1+1}$

$= \frac{1}{2} \lim_{س\to 0} \frac{جتا س (-جا^2 س)}{س^2} = -1 \left(\lim_{س\to 0} \frac{جا س}{س}\right)^2 \times \lim_{س\to 0} جتا س$

$= -1 \times 1^2 \times 1 = -1$

٢٩ $\lim_{س\to 1} \frac{1}{س-1} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{س + 3 - س}\right)$ نفرض $ص = 3 - س \leftarrow س = 3 - ص$

عندما $س \to 1$ ، $ص \to 1$

$= \lim_{ص\to 1} \frac{1}{ص^2 - 1} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{ص^2 + 6ص}\right) = \lim_{ص\to 1} \left(\frac{ص^2 + 6ص - 2}{2ص^2 + 12ص} \times \frac{1}{ص^2 - 1}\right)$

$= \lim_{ص\to 1} \left(\frac{1}{(ص+1)(ص-1)} \times \frac{-(ص-1)(ص+2)}{2ص^2 + 12ص}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{-3}{4} = \frac{-3}{8}$

٣٠ $\lim_{س\to 0} \frac{4جا س - جا 4س}{س^3} = \lim_{س\to 0} \frac{4جا س - 2جا 2س جتا 2س}{س^3}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{4جا س - 4جا س جتا س جتا 2س}{س^3} = \lim_{س\to 0} \frac{4جا س - 4جا س جتا س (1 - 2جا^2 س)}{س^3}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{4جا س - 4جا س جتا س + 8جا^3 س جتا س}{س^3} = \lim_{س\to 0} \frac{4جا س (1 - جتا س)}{س^3} + \lim_{س\to 0} \frac{8جا^3 س جتا س}{س^3}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{4جا س (2جا^2 \frac{س}{2})}{س^3} + \lim_{س\to 0} 8جتا س \left(\frac{جا س}{س}\right)^3 = 8 \lim_{س\to 0} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س\to 0} \left(\frac{جا \frac{س}{2}}{\frac{س}{2}}\right)^2 + 8 \times 1^3$

$= 8 \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8 = 2 + 8 = 10$

٢١) $\text{نها}_{س\to -٣} \frac{س+٣}{س^٢-٩} \times \frac{س-\sqrt{٢س^٢-٩}}{س-\sqrt{٢س^٢-٩}}$

$= \text{نها}_{س\to -٣} \frac{س+٣}{س^٢-(٢س^٢-٩)} \times \text{نها}_{س\to -٣} \frac{(س-\sqrt{٢س^٢-٩})}{}$

$= \text{نها}_{س\to -٣} \frac{س+٣}{٩-س^٢} \times \text{نها}_{س\to -٣} \frac{س+٣}{(٣-س)(٣+س)}$

$= \text{نها}_{س\to -٣} \frac{١}{٣-س} = \frac{١}{٦} \times ٦- = ١-$

٢٢) $\text{نها}_{س\to \pi} \frac{١+\text{جتا}س}{(\pi-س)^٢} \times \frac{١-\text{جتا}س}{١-\text{جتا}س} = \text{نها}_{س\to \pi} \frac{١-\text{جتا}^٢س}{(\pi-س)^٢} \times \text{نها}_{س\to \pi} \frac{١}{١-\text{جتا}س}$

$= \text{نها}_{س\to \pi} \frac{\text{جا}^٢س}{(\pi-س)^٢} \times \frac{١}{٢}$ نفرض $ص = \pi - س \leftarrow س = \pi + ص$

عندما $س \to \pi$ ، $ص \to ٠$.

$= \text{نها}_{ص\to ٠} \frac{\text{جا}^٢(\pi+ص)}{ص^٢} \times \frac{١}{٢} = \text{نها}_{ص\to ٠} \frac{(-\text{جا}ص)^٢}{ص^٢} \times \frac{١}{٢} = \text{نها}_{ص\to ٠} \frac{\text{جا}^٢ص}{ص^٢} \times \frac{١}{٢} = ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

٢٣) $\text{نها}_{س\to ٣} \left(\frac{س+٣}{س-٣} - \frac{س^٢+٢٧}{س^٢-٩}\right) = \text{نها}_{س\to ٣} \left(\frac{(س+٣)(س+٣)}{(س+٣)(س-٣)} - \frac{س^٢+٢٧}{س^٢-٩}\right)$

$= \text{نها}_{س\to ٣} \left(\frac{-٦س+١٨}{س^٢-٩}\right) = \text{نها}_{س\to ٣} \left(\frac{س^٢+٢٧-س^٢-٦س+٩}{س^٢-٩}\right)$

$= \text{نها}_{س\to ٣} \frac{-٦(س-٣)}{(س+٣)(س-٣)} = \text{نها}_{س\to ٣} \frac{-٦}{س+٣} = \frac{-٦}{٦} = -١$

٢٤) $\text{نها}_{س\to \frac{\pi}{٦}} \frac{\text{جتا}س - \sqrt{٣}\,\text{جا}س}{٦س - \pi}$ نفرض $ص = ٦س - \pi \leftarrow س = \frac{ص}{٦} + \frac{\pi}{٦}$

عندما $س \to \frac{\pi}{٦}$ ، $ص \to ٠$.

$= \text{نها}_{ص\to ٠} \frac{\text{جتا}(\frac{ص}{٦}+\frac{\pi}{٦}) - \sqrt{٣}\,\text{جا}(\frac{ص}{٦}+\frac{\pi}{٦})}{ص}$

$= \text{نها}_{ص\to ٠} \frac{\text{جتا}\frac{ص}{٦}\text{جتا}\frac{\pi}{٦} - \text{جا}\frac{ص}{٦}\text{جا}\frac{\pi}{٦} - \sqrt{٣}(\text{جا}\frac{ص}{٦}\text{جتا}\frac{\pi}{٦} + \text{جتا}\frac{ص}{٦}\text{جا}\frac{\pi}{٦})}{ص}$

د) $\lim_{س \to ٢} (هـ(س) - ٣) = ٢$ ← $\lim_{س \to ٢} هـ(س) - ٣ = ٢$ ← $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ٥$

ا $\lim_{س \to ٢} (س^٢ هـ(س) - ٣(هـ(س))^٢ + ٥)$

$= \lim_{س \to ٢} س^٢ \times \lim_{س \to ٢} هـ(س) - ٣[\lim_{س \to ٢} هـ(س)]^٢ + ٥$

$= ٤ \times ٥ - ٣(٦)^٢ + ٥ = ٢٠ - ١٠٨ + ٥ = -٨٣$

ب $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٣}{هـ(س)} = ١$ ← $\frac{\lim_{س \to ٢} هـ(س) - ٣}{\lim_{س \to ٢} هـ(س)} = ١$

$\frac{٥ - ٣}{٦} = ١$ ← $٥ - ٣ = ٦$ ← $\boxed{٣ = -١}$

هـ) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{١ - ظا^٢ س}{١ - ظا^٢ س} \times \frac{١ + ظا^٢ س}{١ + ظا^٢ س} \times \frac{١ + ظا^٢ س}{١ + ظا^٢ س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{١ - ٢ جا^٢ س}{١ - ٢ جتا^٢ س} \times \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{١ + ظا^٢ س}{١ + ظا^٢ س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جتا ٢س}{-جتا ٢س} \times \frac{ج}{ج} = -١ \times ١ = -١$

و) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتا ٦س}{جتا ٨س - ١} \times \frac{١ + جتا ٦س}{١ + جتا ٦س} \times \frac{جتا ٨س + ١}{جتا ٨س + ١}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتا^٢ ٦س}{جتا^٢ ٨س - ١} \times \lim_{س \to ٠} \frac{جتا ٨س + ١}{١ + جتا ٦س}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{جا^٢ ٦س}{-جا^٢ ٨س} \times \frac{ج}{ج} = \lim_{س \to ٠} \frac{\frac{جا^٢ ٦س}{س^٢}}{-\frac{جا^٢ ٨س}{س^٢}} = \frac{-٣٦}{-٦٤} = \frac{-٩}{-١٦}$

ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{جتا^2 س - 1}{3 - جتا^4 س} \times \frac{1 + جتا^2 س}{1 + جتا^2 س} = \lim_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{جا^2 س - 1}{جتا^4 س - 3} \times \frac{1}{1 + جتا^2 س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{جا^2 س - 1}{1 + (1 - جا^2 س)^2 - 3} \times \frac{1}{2} = \lim_{س \to \frac{\pi}{6}} \frac{جا^2 س - 1}{جا^4 س - 4 جا^2 س + 1} \times \frac{1}{2} = -1 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

ج) لتكون النهاية موجودة وناتج تعويض المقام = صفر
يجب أن يكون ناتج تعويض البسط = صفر

$ب^2 + (ب + 3)(2 \times 4) + 4 = 0$

$ب^2 + 8ب + 24 + 4 = 0$

$ب^2 + 8ب + 28 = 0$

$ب = -10$ ← $ب = -2$

د) $\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{6س + 9} + 4س - 3}{س} =$ صفر

$\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{6س + 9} - 3}{س} + \lim_{س \to 0} \frac{4س}{س} =$ صفر

$\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{6س + 9} - 3}{س} \times \frac{\sqrt{6س + 9} + 3}{\sqrt{6س + 9} + 3} = -4$ صفر

$\lim_{س \to 0} \frac{6س + 9 - 9}{س} \times \frac{1}{\sqrt{6س + 9} + 3} = -4$ صفر

$\frac{1}{6} \times 6 = -4$ صفر ← $-4 = -1$

* كُن مُحبًّا للنجاح ، فإنه لم تستطع فكُن كارهًا للفشل .

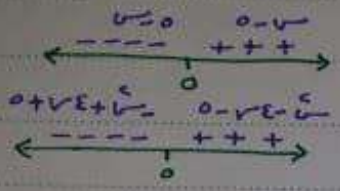
* إنه ما تحصل عليه منه دون جهد أو تعب ليس له قيمة .

* لا تُحقق النجاح بالأمنيات وإنما بالإرادة تصنع المعجزات .

* التردد أكبر عقبة في طريق النجاح .

السؤال الثالث:

أ) بما أنه نهـا ق(س) موجودة فإن:
س→٥




نهـا ق(س) = نهـا ق(س)
س→٥⁻ س→٥⁺

نهـا |س٤-٢٤س+٥| / |س-٥| = نهـا ٩ جتا(π/٥)س + ٥
س→٥⁻ س→٥⁺

نهـا (س-٥)(س-١) / (س-٥) = -٩ + ٥
س→٥⁺

٦ = -٩ + ٥ ← ٩ = -١

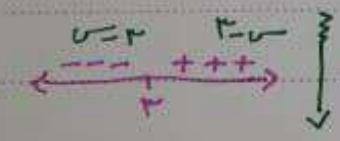
ب) نهـا ظا٩س / ٥س = ٢ ، نهـا جا٦س / ب س = ٢
س→٠ س→٠

٩/٥ = ٢

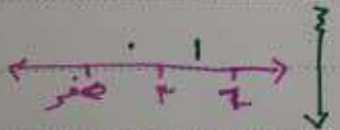
٩ = ١٠

٦/(ب-١) = ٢ ← ب-١ = ٣ ← ب = ٤

جـ)




نهـا ق(س) = نهـا |س-٣| / س٢-٩ = نهـا س-٣ / (س-٣)(س+٣)
س→٣⁺ س→٣⁺




= نهـا ١ / س+٣ = ١/٦
س→٣⁺

نهـا ق(س) = نهـا (٢س٢ + ١/س + [س/٣]) = نهـا ٢س٢ + ١/س + صفر
س→٣⁻ س→٣⁻

= ١٨ + ١/٣ = ٥٥/٣

∴ نهـا ق(س) غير موجودة
س→٣

٣

$$(هـ \times هـ)(س) = \begin{cases} \frac{(س-١)^{٢}}{س+٣} & ، -١ < س < ٠ \\ \frac{٢(س-١)^{٢}}{س+٣} & ، ٠ \leq س < ١ \\ \text{صفر} & ، س = ١ \end{cases}$$

$$[\![س+٢]\!] = \begin{cases} ١ & ، -١ \leq س < ٠ \\ ٢ & ، ٠ \leq س < ١ \\ ٣ & ، س = ١ \end{cases}$$

$(هـ \times هـ)$ متصل على $(-١، ٠)$ لأنه نسبي معرف على مجاله .

$(هـ \times هـ)$ متصل على $(٠، ١)$ لأنه نسبي معرف على مجاله .

عند $س =$ صفر ، $(هـ \times هـ)$ معرف عند $س =$ صفر ، $(هـ \times هـ)(٠) = \frac{٢}{٣}$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{٢(س-١)^{٢}}{س+٣} = \frac{٢}{٣}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{(س-١)^{٢}}{س+٣} = \frac{١}{٣}$$

$\leftarrow$ نهـا $(هـ \times هـ)(س)$ غير موجودة $س \to ٠$

$\therefore (هـ \times هـ)$ غير متصل عند $س = ٠$ .

$س = -١$ من اليمين ، $(هـ \times هـ)(-١) = \frac{٤}{٢} = ٢$

$$\text{نهـا}_{س \to -١^{+}} \frac{(س-١)^{٢}}{س+٣} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

$\leftarrow (هـ \times هـ)$ متصل على يمين العدد $(-١)$ .

$س = ١$ من اليسار ، $(هـ \times هـ)(١) =$ صفر

$$\text{نهـا}_{س \to ١^{-}} \frac{٢(س-١)^{٢}}{س+٣} = \text{صفر}$$

$\leftarrow (هـ \times هـ)$ متصل على يسار العدد $(١)$

$\therefore (هـ \times هـ)$ متصل على $[-١، ١] - \{\text{صفر}\}$ .

* الحلم هو مجرد حلم
أما الهدف فهو حلم
له خطة وموعد نهائي
لتحقيقه .

* إذا استطعت العثور على طريق
خالٍ من الصعوبات ، فهو غالبًا
لا يؤدي إلى أي مكان .

السؤال الرابع :

[س] = ١ عندما س ∈ [٢ ، ٣[

|٢س - ١| = ٢س - ١

| + + + | ٠ | - - - |
| --- | --- | --- |
| | ١/٢ | ٢ |

نفرض ص = ٢س - ٤
عندما س ← ٢+ ، ص ← ٠+

① [١] هـ معرفة عند س = ٢ ، هـ(٢) = ١/١٠

نهـا (جا(٢س - ٤)) / (١٠(٢س - ٤)) = ١/١٠ = ١ × ١/١٠ = نهـا جاص/ص
س ← ٢+ ، ص ← ٠+

نهـا (|[س] - ٢س|) / (٨ - ٤س - س٢) = نهـا (٢س - ١) / (٢(٤س - س٢ - ١))
س ← ٢- ، س ← ٢-

= نهـا (٢س - ١) / (٢(٢ - س)(٢س + ١)) = ١/١٠
س ← ٢- ، س ← ٢-

② نهـا هـ(س) = ١/١٠
س ← ٢

∴ هـ متصل عند س = ٢

③ نهـا هـ(س) = هـ(٢) = ١/١٠
س ← ٢

[٢] هـ(س) = { ٤/(١+س) ، ٤ ≥ س > ٥ ؛ س - ٥ ، ٥ ≤ س < ٦ }

[س] = ٤
|س - ٥| = س - ٥

الاقتران متصل على (٤ ، ٥) لأنه اقتران نسبي معرف على مجاله .
الاقتران متصل على (٥ ، ٦) لأنه كثير حدود .

س = ٥ ، هـ معرفة عند س = ٥ ، هـ(٥) = صفر

نهـا هـ(س) غير موجودة ← [ نهـا س - ٥ = صفر ؛ نهـا ٤/(١+س) = ٤/٦ ]
س ← ٥ ، س ← ٥+ ، س ← ٥

∴ هـ غير متصل عند س = ٥

س = ٤ من اليمين ، هـ معرفة على يمين العدد ٤ ، هـ(٤) = ٤/٥

نهـا ٤/(١+س) = ٤/٥ ، ∴ هـ متصل على يمين العدد ٤ .
س ← ٤+

س = ٦ من اليسار ، هـ غير معرفة على يسار العدد ٦ ، ∴ هـ غير متصل على يسار العدد ٦ .

∴ هـ(س) متصل على [٤ ، ٦] - {٥}

٥ $د$ متصل على $ح$ ← $د$ متصل عند $س = ٢$

$\therefore$ $د(٢) =$ نهـا $د(س)$ $= د(٢)$ نهـا $د(س)$
$س \leftarrow ٢+$ $س \leftarrow ٢-$

$٣ب = ١٢ + ب + ٢ + ٩$ نهـا $س \leftarrow ٢+$

$٣ب = ١٢ + ٢ب + ٩$

$٢ب = ١٢ + ٩$

$ب = ٩ + ٦$ ---- ①

$٣ب = ٤٩ + ٢ب + ٩$ نهـا $س \leftarrow ٢-$

$ب = ٤٩$ ---- ②

من ① و ② ⇐ $٤٩ = ٩ + ٦$ ← $٦ = ٣٩$ ← $٢ = ٩$

$ب = ٦ + ٢$ ← $ب = ٨$

٦ نهـا $(د(س) - ٤هـ(س)) = ٢٠$
$س \leftarrow ٣$

نهـا $د(س) - ٤$ نهـا $هـ(س) = ٢٠$
$س \leftarrow ٣$ $س \leftarrow ٣$

$١٢ - ٤$ نهـا $هـ(س) = ٢٠$
$س \leftarrow ٣$

٤ نهـا $هـ(س) = -٨$
$س \leftarrow ٣$

نهـا $هـ(س) = -٢$
$س \leftarrow ٣$

$\therefore هـ(٣) = -٢$

بما أنه $د$ متصل عند $س = ٣$
فإنه نهـا $د(س) = د(٣)$
$س \leftarrow ٣$ $= ١٢$

بما أنه $هـ$ متصل عند $س = ٣$
فإنه نهـا $هـ(س) = هـ(٣)$
$س \leftarrow ٣$

* لا يضع الله حلمًا في عقلك إلا وقد زودك بالقدرات التي تمكنك من تحقيقه.

* النجاح يحققه فقط الذين يواصلون المحاولة بنظرة إيجابية للأشياء.

[٧] بما أن $هـ$ متصلة عند $س = ٣$ فإن :

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} هـ(س) = هـ(٣)$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س^٣ - (٣ - ٢جـ) س - ٦جـ}{س - ٣} = ١١$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س^٣ - ٣س + ٢جـ س - ٦جـ}{س - ٣} = ١١$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{س(س - ٣) + ٢جـ(س - ٣)}{س - ٣} = ١١$$

تابع نهـا عند $س = ٣$ :

$$\frac{(س - ٣)(س + ٢جـ)}{س - ٣} = ١١$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٣} (س + ٢جـ) = ١١$$

$$٣ + ٢جـ = ١١$$

$$٢جـ = ٨ \leftarrow \boxed{جـ = ٤}$$

[٨] $$هـ(س) = \begin{cases} ١٥ - ٣(س^٢ - ٤) & ، س < ١ \\ ١٥ - ٣(٢ - ٣س) & ، س \geq ١ \end{cases} = \begin{cases} ٢١ + ٣س^٣ & ، س < ١ \\ ٩ + ٩س & ، س \geq ١ \end{cases}$$

١) $هـ$ معرفة عند $س = ١$ ، $هـ(١) = ٩ + ٩ = ١٨$

٢) $$\text{نهـا}_{س \to ١^+} هـ(س) = \text{نهـا}_{س \to ١^+} (٢١ + ٣س^٣) = ٢١ + ٣ = ١٨$$

$$\text{نهـا}_{س \to ١^-} هـ(س) = \text{نهـا}_{س \to ١^-} (٩ + ٩س) = ٩ + ٩ = ١٨$$

$$\Leftarrow \text{نهـا}_{س \to ١} هـ(س) = ١٨$$

٣) $$\text{نهـا}_{س \to ١} هـ(س) = هـ(١) = ١٨$$ ، $\therefore$ $هـ(س)$ متصل عند $س = ١$

[٩] $$هـ(س) = \begin{cases} |٢س - ١| - \frac{س}{٢} & ، -١ \leq س \leq ١ \\ \frac{[س] - س}{\text{ظا}(س^٢ - ١)} & ، ١ < س < \frac{٣}{٢} \end{cases}$$

$٢س - ١ = ٠$

$س = \frac{١}{٢}$

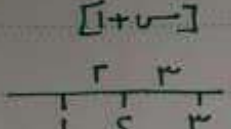
| | $\frac{١}{٢}$ | |
|---|---|---|
| $-$ | $٠$ | $+$ |

$[س] = \{١ ، ١ < س < \frac{٣}{٢}\}$

$$هـ(س) = \begin{cases} ٢س - ١ - \frac{س}{٢} & ، -١ \leq س \leq ١ \\ \frac{١ - س}{\text{ظا}(س^٢ - ١)} & ، ١ < س < \frac{٣}{٢} \end{cases}$$

٤

$$\text{حـ}(س) = \begin{cases} \sqrt{٣+٢س^{٤}} & ، \ ١ \le س < ٢ \\ \sqrt{٣+٣س^{٤}} & ، \ ٢ \le س < ٣ \\ \sqrt{٣١} & ، \ س = ٣ \end{cases}$$




حـ متصل على (١، ٢) ، لأنه جذر تربيعي ما داخله موجب

حـ متصل على (٢، ٣) ، لأنه جذر تربيعي ما داخله موجب

عند س = ٢ ، حـ معرف عند س = ٢ ، حـ(٢) = $\sqrt{١٥}$

نهـا$_{س \to ٢^+}$ $\sqrt{٣+٣س^{٤}}$ = $\sqrt{١٥}$

نهـا$_{س \to ٢^-}$ $\sqrt{٣+٢س^{٤}}$ = $\sqrt{١٤}$ ← نهـا حـ(س) غير موجودة عند س → ٢

∴ حـ غير متصل عند س = ٢

س = ١ عند اليمين ، حـ معرف على يمين العدد ١ ، حـ(١) = $\sqrt{٥}$

نهـا$_{س \to ١^+}$ $\sqrt{٣+٢س^{٤}}$ = $\sqrt{٥}$ ، ∴ حـ متصل على يمين العدد (١)

س = ٣ عند اليسار ، حـ معرف على يسار العدد ٣ ، حـ(٣) = $\sqrt{٣١}$

نهـا$_{س \to ٣^-}$ $\sqrt{٣+٣س^{٤}}$ = $\sqrt{٣٠}$ ، ∴ حـ غير متصل على يسار العدد (٣)

∴ حـ(س) متصل على [١، ٣) − {٢}

* الحكمة هي أن تعرف ما الذي يجب أن تفعله والمهارة أن تعرف كيف تفعله والنجاح أن تفعله.

* الفشل ليس عند الرسوب وإنما الفشل عند التراخي والانسحاب.

* الألماس لا يلمع بدون احتكاك وكذلك الإنسان لا يتعلم بدون تجارب.

الأستاذ
عدي العبادي
0788719302

بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

١) $د$ معرفة عند $س=١$ ، $د(١) = ٢-١-\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

$\text{نهـا}_{س\to١} د(س) = \text{نهـا}_{س\to١} (٢س-١-\frac{س}{٢}) = ٢-١-\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

$\text{نهـا}_{س\to١^+} د(س) = \text{نهـا}_{س\to١^+} \frac{١-س}{ظا(\pi س-\pi)} \times \frac{١+س}{١+س} = \text{نهـا}_{س\to١^+} \frac{١-س^٢}{ظا(\pi س-\pi)} \times \text{نهـا}_{س\to١^+} \frac{١}{١+س}$

نفرض $ص = س-١$
عندما $س\to١^+$ ، $ص\to٠^+$

$\text{نهـا}_{ص\to٠^+} \frac{-ص(ص+٢)}{ظا\pi ص} = -١ \times \frac{١}{\pi} = -\frac{١}{\pi}$

$\therefore$ نهـا$_{س\to١}$ $د(س)$ غير موجودة ، $\therefore$ $د(س)$ غير متصل عند $س=١$ .

١٠) $د(س) = \begin{cases} \frac{جا(-س)}{٢س} & ، س<٠ \\ \frac{٣-١}{٤-٢س} & ، س\geq٠ \end{cases}$

$|س|=١ \Leftrightarrow س=\pm١$

$|س|=-س$ ، $س<٠$

$[س+٣]=٣$ ، $س\in[٠,١)$

١) $د$ معرفة عند $س=$ صفر ، $د(٠) = \frac{٢}{-٤} = \frac{-١}{٢}$

٢) نهـا$_{س\to٠^+}$ $د(س) = \text{نهـا}_{س\to٠^+} \frac{٢}{٤-٢س} = \frac{-١}{٢}$

نهـا$_{س\to٠^-}$ $د(س) = \text{نهـا}_{س\to٠^-} \frac{جا(-س)}{٢س} = \frac{-١}{٢}$

$\Leftarrow$ نهـا$_{س\to٠}$ $د(س) = \frac{-١}{٢}$

٣) نهـا$_{س\to٠}$ $د(س) = د(٠) = \frac{-١}{٢}$ ، $\therefore$ $د$ متصل عند $س=$ صفر

١١) بما أن $د$ متصلة عند $س=$ صفر ، فإن :

نهـا$_{س\to٠^+}$ $د(س) = د(٠)$ & نهـا$_{س\to٠^-}$ $د(س) = د(٠)$

نهـا$_{س\to٠^+} \frac{س^٢+(ب-٢)س}{ب س} = ١١$

نهـا$_{س\to٠^-} \frac{جا^٢س-٩س^٢}{س جا٥س} = ١١$

نهـا$_{س\to٠^+} \frac{ح س(س+٤-ب)}{ب س} = ١١$

نهـا$_{س\to٠^-} \frac{\frac{جا^٢س}{س^٢} - \frac{٩س^٢}{س^٢}}{\frac{س جا٥س}{س^٢}} = ١١$

١٣

$$\text{حـ}(س) = \begin{cases} (س-٣)^{٢} & ، س \neq ٤ \\ \frac{س-٣+١}{س-٤} & ، س = ٤ \end{cases}$$

$$[س] = ٣ \quad ، \quad س = ٤$$
$$|س-٣| = س-٣ \quad ، \quad س = ٤$$
$$[س-٤] = -١ \quad ، \quad س = ٤$$

$$\text{حـ}(س) = \begin{cases} (س-٣)^{٢} & ، س \neq ٤ \\ ١ & ، س = ٤ \end{cases}$$

١) حـ معرفة عند $س = ٤$ ، $\text{حـ}(٤) = (٤-٣)^{٢} = ١$

٢) $\text{نهـا}_{س \to ٤^+} (س-٣)^{٢} = (٤-٣)^{٢} = ١$

$\text{نهـا}_{س \to ٤^-} ١ = ١$

$\Leftarrow \text{نهـا}_{س \to ٤} \text{حـ}(س) = ١$

٣) $\text{نهـا}_{س \to ٤} \text{حـ}(س) = \text{حـ}(٤) = ١$

$\therefore$ حـ$(س)$ متصل عند $س = ٤$

انتهت الأسئلة مع حلولها

هذا ما حضرته لكم ، فإنه أصبت فمن الله وحده ، وإنه أخطأت فمن الشيطان ومن نفسي .

أتمنى التوفيق للجميع

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{س^2 + 2س - 8}{س} = 11$$

$$\frac{-8}{ب} = 11$$

$$-8 = 11ب$$

$$ب = -\frac{8}{11}$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{(جا ب س)^2 - 9}{\frac{جا 5س}{س}} = 11$$

$$\frac{ب^2 - 9}{5} = 11$$

$$ب^2 - 9 = 55$$

$$ب^2 = 64$$

$$ب = \pm 8$$

١٢ نفرض $ه(س) = \frac{ه(س)}{ص(س)} = ع(س)$ (لتسهيل الكتابة)

$$[5 - س] = \begin{cases} 1 & ، 0 \le س < 4 \\ 0 & ، 4 \le س < 5 \\ -1 & ، 5 \le س < 6 \\ -2 & ، 6 \le س < 7 \end{cases}$$

$$ع(س) = \begin{cases} \frac{س+2}{صفر} & ، 4 < س \le 5 \\ \frac{س+2}{-1} & ، 5 < س \le 6 \\ \frac{س+2}{-2} & ، 6 < س < 7 \end{cases}$$

ع(س) غير متصل على $[4، 5]$ ، لأنه غير معرف.

ع(س) متصل على $(5، 6)$ ، لأنه كثير حدود.

ع(س) متصل على $(6، 7)$ ، لأنه كثير حدود.

عند س = 6 ، ع معرف عند س = 6 ، ع(6) = -8

نهـا ع(س) غير موجودة $\leftarrow$ $\begin{cases} \text{نهـا}_{س \to 6^+} \frac{س+2}{-2} = -4 \\ \text{نهـا}_{س \to 6^-} \frac{س+2}{-1} = -8 \end{cases}$

∴ ع(س) غير متصل عند س = 6

∴ ع(س) متصل على $(5، 7) - \{6\}$

سبحان الله وبحمده
سبحان الله العظيم

أستغفر الله
وأتوب إليه

لا حول ولا قوة
إلا بالله