

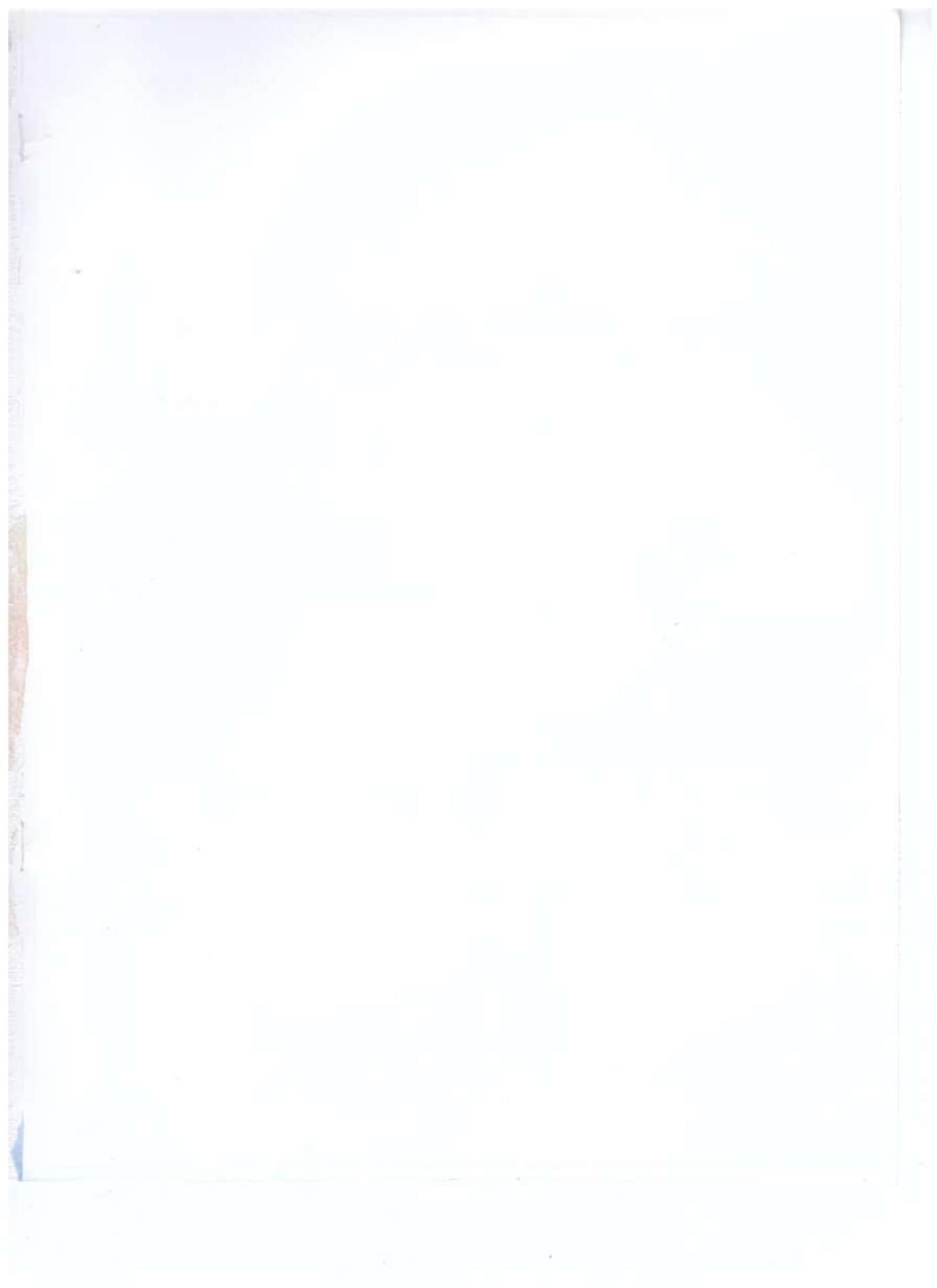


الرياضيات

الجزء الثاني

٨

الصف الثامن





إدارة المناهج والكتب المدرسية

الرياضيات

الجزء الثاني

الصف الثامن



الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

يسر إدارة المناهج والكتب المدرسية استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

هاتف: ٨-٥-٤/١١٧٣٠٤، فاكس: ٤٦٣٧٥٦٩، ص.ب: ١٩٣٠ الرمز البريدي: ١١١١٨

أو بوساطة البريد الإلكتروني: E-mail: Scientific.Division@moe.gov.jo

قرّرت وزارة التربية والتعليم تدرّيس هذا الكتاب في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها،
بناءً على قرار مجلس التربية والتعليم رقم (٢٠١٦/٥٨)، تاريخ ٦/٣/٢٠١٦ م ، بدءاً من العام الدراسي
٢٠١٦/٢٠١٧ م.

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

عمّان - الأردن / ص.ب: ١٩٣٠

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية

(٢٠١٦/٣/١٢٠٠)

ISBN: 978 - 9957 - 84 - 686 - 2

أشرف على تأليف هذا الكتاب كل من:

أ.د. حسن زارع هديب (رئيساً) أ.د. أحمد عبد الله رحيل
أ.د. عبد الله محمد ربابعة أ.د. ربي محمد مقداوي
د. معاذ محمود الشياب

وقام بتأليفه كل من:

نوار نور الدين الفتيحة د. عمر سليمان العلي
نفين أحمد جوهر رؤى سعود اخلاوي

التحرير العلمي: د. لانا كمال عرفة، نفين أحمد جوهر

التصميم: عمر أحمد أبو عليان الرسم: فايزة فايز حداد
التحرير اللغوي: ميساء عمر الساريسي المصور: أديب عطوان
التحرير الفني: نداء فؤاد أبو شنب الإنجاز: علي محمد العويدات

دقق الطباعة وراجعها: نفين أحمد جوهر

٢٠١٦/٥١٤٣٧ م

٢٠١٧ - ٢٠١٨ م

الطبعة الأولى

أعيدت طباعته

قائمة المحتويات

الصفحة

الموضوع

٦

الوحدة الخامسة: المعادلات الخطية بمتغيرين

٨

الدرس الأول : المعادلة الخطية بمتغيرين

١٥

الدرس الثاني : التمثيل البياني لمعادلة خطية بمتغيرين

١٩

الدرس الثالث : حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً

٢٦

الدرس الرابع : حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بالتعويض

٣٢

الدرس الخامس : حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بالحذف

٣٨

مراجعة

٤٠

اختبار ذاتي

٤٢

الوحدة السادسة: الإنشاءات الهندسية

٤٤

الدرس الأول : إنشاء عمود على مستقيم

٤٩

الدرس الثاني : تنصيف قطعة مستقيمة

٥٢

الدرس الثالث : تنصيف زاوية

٥٥

الدرس الرابع : رسم دائرة داخل مثلث

٥٨

مراجعة

٥٩

اختبار ذاتي

٦٠

الوحدة السابعة: المثلثات

٦٢

الدرس الأول : خصائص المثلث (١)

٦٨

الدرس الثاني : خصائص المثلث (٢)

٧٥

الدرس الثالث : الزاوية الخارجة للمثلث

٨٠

الدرس الرابع : مبرهنة (فيثاغورس)

٨٨

مراجعة

٨٩

اختبار ذاتي

٩٠

الوحدة الثامنة: المجسمات

٩٢

الدرس الأول : الشبكات

٩٨

الدرس الثاني : حجم المنشور الثلاثي ومساحة سطحه

١٠٣

الدرس الثالث : حجم الاسطوانة ومساحة سطحها

١٠٨

الدرس الرابع : حجم المخروط ومساحة سطحه

١١٣

الدرس الخامس : حجم الهرم ومساحة سطحه

١١٧

الدرس السادس : حجم الكرة ومساحة سطحها

١٢٢

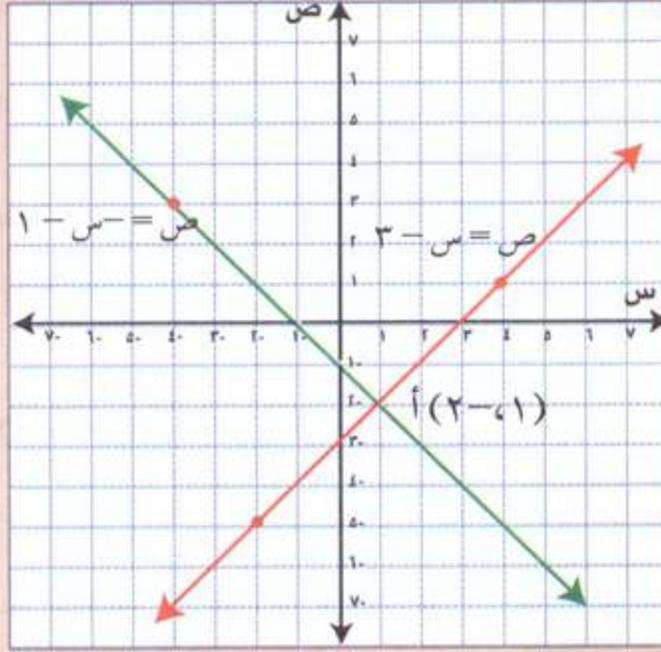
الدرس السابع : معامل التغير

١٢٧

مراجعة

١٢٩

اختبار ذاتي



يتوقع من الطالب في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادرًا على:

- ▶ تمييز أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين وتكوينها.
- ▶ حلّ نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطرائق مختلفة؛ (بيانيًا، أو بالتعويض، أو بالحذف).
- ▶ توظيف حلّ أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين في حلّ مشكلات حياتية.

النتائج

- تتعرف المعادلة الخطية بمتغيرين.
- تكون معادلة خطية بمتغيرين.



تملك سعاد محلاً تجاريًا، إذا كان مجموع أرباحها في أول عامين ٨٩٧٦ دينارًا، فاكتب تعبيرًا جبريًا يوضح مجموع أرباح سعاد في العامين، إذا كان مقدار ربحها في العام الأول s ، وفي العام الثاني v .

يُسمى التعبير الجبري الذي توصلت إليه في المسألة السابقة **معادلة خطية بمتغيرين**.

الصورة العامة للمعادلة الخطية بمتغيرين s ، v هي:
 $as + bv = c$ ، حيث a ، b ، c ح، $a \neq 0$ ، $b \neq 0$ ، c صفرًا
 أ معامل s ، b معامل v ، c الحد المطلق أو الثابت.

مثال (١)

اكتب كلاً من المعادلات الخطية بمتغيرين في ما يأتي على صورتها العامة:

$$(١) \quad s - 4v = 9$$

$$(٢) \quad -3l = 2e - 6l + 21$$

$$(٣) \quad 8m + 11n = 0$$

الوحدة الخامسة



المعادلات الخطية بمتغيرين

المعادلات موضوع رياضي له تطبيقات واسعة في شتى مجالات الحياة؛ فلا يكاد يخلو مجال منها. وقد صنّف العالم لأن ستوارث Lan Stewart سبع عشرة معادلة على أنها المعادلات التي غيرت العالم، من بينها مبرهنة فيثاغورس التي ستعرف إليها في الوحدة السابعة. للمعادلات أنواع عدة، منها: الخطية والتربيعية والتكعيبية، وقد تحتوي على متغير أو أكثر. وستعرف في هذه الوحدة المعادلات الخطية بمتغيرين.

الحل

بطرح ٩ من طرفي المعادلة (-٩)
بإضافة ٣ ل إلى طرفي المعادلة وتجميع الحدود المتشابهة
الحد الثابت ج = صفرًا

$$(١) \text{ س} - ٤ \text{ ص} - ٩ = ٠$$

$$(٢) ٢١ + ٣ \text{ ل} - ٤ = ٠$$

$$(٣) ٠ = ٠ + ١١ \text{ ن} + ٨$$

١ تدريب

اكتب كلاً من المعادلات الخطية بمتغيرين في ما يأتي على صورتها العامة:

$$(٢) \text{ ح} = \text{ط}$$

$$(١) ٨ = ٣ \text{ ص} - ٢ \text{ س}$$

$$(٤) ١٠ = \frac{٣ \text{ ن} + ٤ \text{ م}}{٢}$$

$$(٣) ٥ \text{ ك} = ١ + ٧ \text{ ل}$$

فكر وناقش



طلبت المعلمة من الطالبات كتابة المعادلة $٢(هـ - و - ٧) = ٤$ على الصورة العامة، فأجبت كل من سلمى وريم ووزان ولمى الإجابات الآتية على الترتيب:

$$٢ - هـ - ٢ = و = ٠$$

$$٢ + هـ + ٢ = و = ٠$$

$$- هـ + و = ٠$$

$$هـ - و = ٠$$

أيهن أصابت؟ برز إجابتك.

مثال (٢)

أي المعادلات الآتية خطية بمتغيرين، مع ذكر السبب:

$$(٢) ٥ + ع = ١ + ٣ ع$$

$$(١) ١٣ \text{ س} - ٢٥ = ٢ \text{ ص}$$

$$(٤) ٨ + و = ٣٦ هـ$$

$$(٣) ٢١ = ١٠ \text{ م} + ١١ \text{ ن}$$

الحل

المعادلة في الفرع (٣) معادلة خطية بمتغيرين؛ لأنه يمكن كتابتها على الصورة العامة أس + ب ص + ج = ٠، أما بقية المعادلات فهي ليست معادلات خطية بمتغيرين؛ لأنه لا يمكن كتابة أي منها على الصورة العامة للمعادلة الخطية بمتغيرين؛ فالمعادلة في الفرع (١) أكبر قوة فيها ٢، والمعادلة في الفرع (٢) بمتغير واحد، والمعادلة في الفرع (٤) ليست خطية؛ لوجود حاصل ضرب متغيرين.

تدريب ٢

أي المعادلات الآتية خطية بمتغيرين مع ذكر السبب:

$$\begin{array}{ll} (١) ٧ص + س = ٥٣ & (٢) ١١ل - ٥ = ٥ ي \\ (٣) ٤٤ - ك = ٢ل & (٤) ٢,٩١س = ٢,٩١ص \\ (٥) ١٧ = ٤ج + \sqrt{٢٨}د & (٦) ٠ = ع(ل - ١) \end{array}$$

فكر وناقش

- لماذا يشترط في الصورة العامة للمعادلة الخطية بمتغيرين ألا يكون معامل س فيها صفرًا، كذلك ألا يكون معامل ص فيها صفرًا؟
- بالعودة إلى المسألة في مقدمة الدرس؛ أجب عن كل مما يأتي:
أ) هل يمثل المقدار الجبري الذي حصلت عليه معادلة خطية بمتغيرين؟
ب) اقترح زوجًا مرتبًا يمثل ربح سعاد في كل من العامين. مبررًا إجابتك.
ج) ما عدد الأزواج المرتبة التي تمثل حلًا للمعادلة؟ قارن إجابتك مع زملائك.

يُسمى الزوج المرتب من الأعداد الحقيقية الذي يحقق المعادلة الخطية بمتغيرين حلاً للمعادلة، ومجموعة حل المعادلة الخطية بمتغيرين هي مجموعة غير منتهية من الأزواج المرتبة.

مثال (٣)

أي الزوجين $(-1, 2)$ ، $(5, -1)$ حل للمعادلة $س - ٤ ص = ٩$ ؟

الحل

تعويض $(-1, 2)$ في المعادلة

$$س - ٤ ص = ٩$$

الإشارة (؟) تعني: هل يتساوى الطرفان بعد التعويض

$$٩ \stackrel{?}{=} ٢ - ٤(-١)$$

$(-1, 2)$ لا يحقق المعادلة

$$٩ \neq ٧$$

إذن $(-1, 2)$ ليس حلاً للمعادلة $س - ٤ ص = ٩$

$$س - ٤ ص = ٩$$

تعويض $(5, -1)$ في المعادلة

$$٩ \stackrel{?}{=} ٥ - ٤(-١)$$

$(5, -1)$ حقق المعادلة

$$٩ = ٩$$

إذن $(5, -1)$ حل للمعادلة.

اقترح حلولاً أخرى للمعادلة $س - ٤ ص = ٩$ مبرراً إجابتك.

تدريب ٣

(١) أي الأزواج الآتية حل للمعادلة $٢س - ص = ٠$ ، مبرراً إجابتك:

$$(-1, 2), (2, 4), (11, -22).$$

(٢) تتكون إحدى المؤسسات من ٥٨ موظفة وموظفاً. اكتب المعادلة التي توضح عدد

الموظفات والموظفين في المؤسسة، ثم قدم حلين للمعادلة، مبرراً إجابتك.

مثال (٤)

اكتب المعادلة: $6س - 2ص = 8$ بحيث يكون ص أحد الطرفين.

الحل

$$6س - 2ص = 8$$

$$-2ص = 8 - 6س$$

$$ص = -4 + 3س$$

طرح 6س من طرفي المعادلة

قسمة طرفي المعادلة -2

تدريب ٤

اكتب المعادلات الآتية بحيث يكون ص أحد طرفي المعادلة:

$$(1) 15س - 7ص = 0$$

$$(2) 0 = \frac{2}{5}س + \frac{1}{5}ص$$

$$(3) 3ص = 10 - 2س + 2ص$$

تمثل المعادلة الخطية بمتغيرين أس + ب ص + ج = ٠ قانونًا جبريًا تعتمد قيم

أحد المتغيرين فيه على الآخر، وعند وضع ص في المعادلة بدلالة س نسمي ص **موضوعًا**

لل قانون، ونسمي عملية كتابة أحد المتغيرين بدلالة الآخر **تغيير موضوع القانون**.

تدريب ٥

(١) أعد حل تدريب (٤) بجعل المتغير س موضوعًا للقانون.

(٢) كوّن معادلة خطية بمتغيرين، وأعد صياغتها بجعل س موضوعًا للقانون، ثم بجعل

ص موضوعًا للقانون.



ناقش العبارة الآتية مدعماً إجابتك بأمثلة، إن لزم الأمر:
عند تغيير موضوع القانون في معادلة من س إلى ص مثلاً أو العكس، فإن مجموعة حل هذه المعادلة تتغير.

(١) أي المعادلات الآتية خطية بمتغيرين في ما يأتي، مبرراً إجابتك:

أ ($18 + \sqrt{ص} = 9س$) ب ($ع(2 - ع) = 4ل - ع^2$)

ج ($5\sqrt{ط} = ي - 5$) د ($3ن + 17م = -م$)

هـ ($س = 28$) و ($\frac{3}{11}ك = \frac{3}{11}ل$)

(٢) أعد صياغة المعادلة $4ل + 9 = ل + ع$ ؛ بجعل ل موضوعاً للقانون، ثم بجعل ع موضوعاً للقانون .

(٣) بين إذا كان الزوج المرتب إزاء كل معادلة في ما يأتي حلاً لها:

أ ($2س - ص = 8$) ، ($1، -6$)

ب ($3س + 2ص = -12$) ، ($0، 4$)

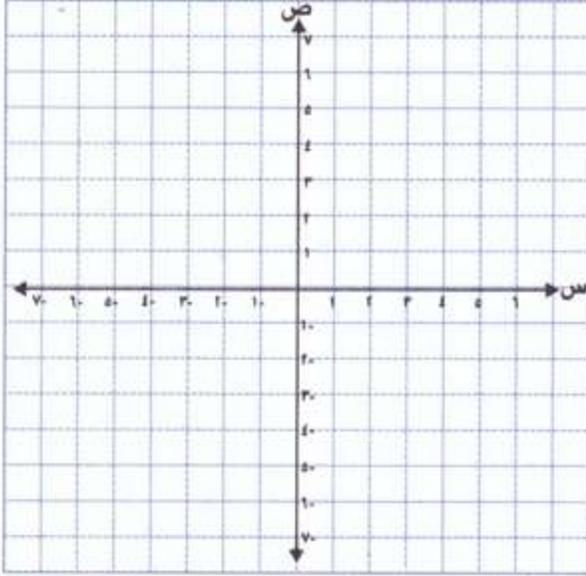
(٤) عددان طبيعيان، خمسة أمثال الأول مطروحاً من الثاني يساوي ١٠، اكتب معادلة خطية بمتغيرين توضح العلاقة بين هذين العددين، ثم اكتب حلين لها مبرراً إجابتك.

(٥) اكتشف الخطأ:

قال عادل إن: المعادلة $س^2 + ص^2 = 4$ ، هي معادلة خطية بمتغيرين، لأننا إذا أخذنا الجذر التربيعي لكل حد من حدودها، فإن الناتج $س + ص = 2$ ، ما الخطأ الذي وقع به عادل؟

النتائج

- تُمثَل المعادلة الخطية بمتغيرين بيانياً.



نشاط

(١) تحدث مع زميلك عن خطوات تمثيل المعادلة:

$$ص = س + ٤ \text{ بيانياً.}$$

(٢) طبّق الخطوات التي توصلت لها مع زميلك لتمثيل المعادلة.

مثال (١)

أجب عن كل مما يأتي:

- (١) مثل المعادلة $ص = ٣س - ١$ بيانياً.
- (٢) حدّد مجموعة حل المعادلة.
- (٣) هل تنتمي النقاط $(٢, ١)$ ، $(-١١, ٣٤)$ إلى مجموعة الحل؟

الحل

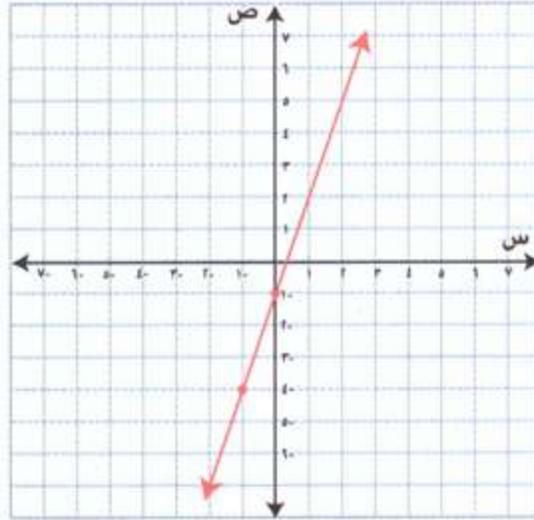
(١) لتمثيل المعادلة بيانياً، اتبع الخطوات الآتية:

أ) اجعل $ص$ موضوع القانون في المعادلة: $ص = ٣س - ١$

ب) اختر قيمتين للمتغير $س$ ، ثم احسب قيمتي $ص$ المناظرتين لها، واكتب الزوجين المرتبين الناتجين.

س	ص = 3س - 1	(س، ص)
1-	ص = 3(1-) - 1 = -2	(1-، -2)
0	ص = 3(0) - 1 = -1	(0، -1)

ج) عيّن الأزواج المرتبة في المستوى البياني، ثم صل بينها بمستقيم.



٢) مجموعة حلّ المعادلة $ص = 3س - 1$ هي مجموعة جميع النقاط الواقعة على المستقيم الممثل أعلاه، وهي مجموعة غير منتهية.

٣) نعوض النقطة (٢، ١) في معادلة المستقيم: $ص = 3س - 1$

تعويض قيمة س = ١، وقيمة ص = ٢

$$1 \stackrel{?}{=} 2 - 1 \times 3$$

$$1 = 2 - 3$$

$$1 = 1$$

إذن النقطة (٢، ١) تقع على المستقيم الذي معادلته $ص = 3س - 1$

نعوض النقطة (٣٤، ١١-) في معادلة المستقيم

$$ص = 3س - 1$$

تعويض قيمة س = ١١-، وقيمة ص = ٣٤

$$34 \stackrel{?}{=} 3(11-) - 1$$

(٣٤، ١١-) لا تحقق المعادلة

$$34 \neq 34 - 1$$

إذن النقطة (٣٤، ١١-) لا تقع على المستقيم الذي معادلته $ص = 3س - 1$ ،

وبالتالي لا تنتمي إلى مجموعة الحل.

مجموعة حل المعادلة الخطية بمتغيرين:

أس + ب ص + ج = صفرًا حيث أ، ب، ج \in ح، أ \neq ٠، ب \neq ٠؛ هي مجموعة غير منتهية من الأزواج المرتبة على الصورة (س، ص)، وتمثل بيانيًا بمستقيم كل نقطة عليه تحقق المعادلة الخطية.

تدريب ١

مثل مجموعة حل المعادلة $٣ + ٦س + ٣ص = ٠$ بيانيًا، ثم حدّد أي النقاط الآتية تنتمي إلى مجموعة حلّها؟ مبررًا إجابتك:
(٠، ٠)، $(-\frac{١}{٣}, ١)$ ، (١٠، -٢١).

تدريب ٢

بيّع أحمد بناطيل وقمصان، إذا كان يربح في البنطال الواحد ثلاثة دنانير، وفي القميص الواحد دينارين، ويخطط ليكون مجموع أرباحه اليومية ٣٠ دينارًا. اكتب المعادلة التي تبين العلاقة بين عدد البناتيل وعدد القمصان التي عليه بيعها يوميًا ليحقق هذا الربح، ومثلها بيانيًا.

بناءً على بيان المعادلة في المسألة السابقة، هل هناك حلول مستثناة. برّر إجابتك.

(١) مثل كلاً من المعادلات الآتية بيانياً:

أ) $\frac{1}{3}ص = س$ ب) $\frac{1}{3}ص = س + 3$ ج) $\frac{1}{3}ص = س - 3$

(٢) أي الأزواج المرتبة $(٠, ٣)$ ، $(٩, ٠)$ ، $(٠, ٣)$ ، $(٢, ٧-)$ ، $(٣, ٩-)$ ، $(٥, \frac{٥}{٣})$ ،

$(\sqrt{٥}, \sqrt{٥})$ ، $(\frac{٥}{٣}, ٣)$ ينتمي إلى مجموعة حل المعادلة $\frac{1}{3}ص = س - 3$ ؟

(٣) مثل المعادلة $٣ص - ١٢ = ٠$ بيانياً، ثم حدد نقاط تقاطع المستقيم الناتج مع كل من محور السينات ومحور الصادات.

(٤) كوّن معادلة خطية بمتغيرين في كل مما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

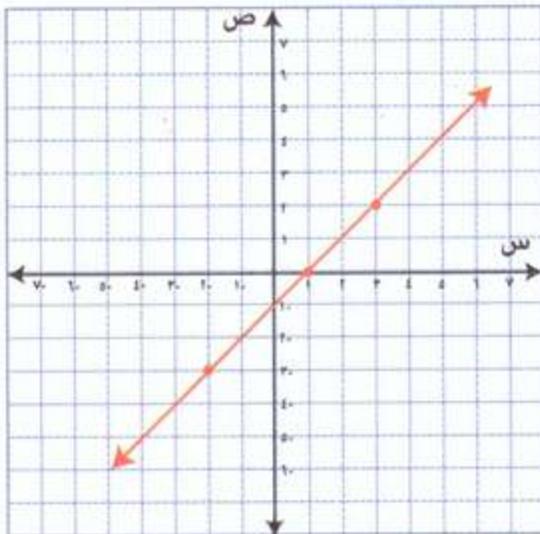
أ) درجة حرارة الجو بالفهرنهايت ف تساوي تسع أخماس درجة الحرارة بالسلسيوس مضافاً إليها ٣٢.

ب) عددان طبيعيان مجموعهما ١٧.

ج) محيط مثلث متطابق الضلعين يساوي ٢٠ سم.

د) محيط مستطيل يساوي ٥٠ سم.

هـ) اكتب معادلة المستقيم الممثل جانباً.



النتائج

• تحلّ نظامًا مكوّنًا من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانيًا.

اتفقت ليلي وروى على وضع خطةٍ لممارسةِ القراءةِ بوصفها عادةً يوميةً؛ حيثُ قرأت ليلي ٦ صفحاتٍ من إحدى القصص، وقررتُ أن تزيدَ صفحةً في الأسبوعِ الأول، ثمّ تزيدَ صفحةً كذلك في كلِّ أسبوعٍ، بينما قرأتُ روى صفحتين من قصةٍ أخرى، وقررتُ أن تزيدَ صفتين في الأسبوعِ الأول، ثمّ تزيدَ صفتين كذلك في كلِّ أسبوعٍ. في أيّ أسبوعٍ ستقرآنِ العددَ نفسه من الصفحاتِ؟

لحلّ المسألة السابقة، نتبع الخطوات الآتية:

(١) نفرض عددَ الصفحات التي تمّ قراءتها ص، وعددَ الأسابيع س.

(٢) نكتبُ التعبيرَ الجبري الذي يعبرُ عن عددِ الصفحات التي قرأتها ليلي، وهو

ص = س + ٦، والتعبيرَ الجبري الذي يعبرُ عن عددِ الصفحات التي قرأتها روى،

وهو ص = ٢س + ٢.

لاحظ أنه تكوّن لدينا المعادلتان الخطيتان:

$$ص = س + ٦$$

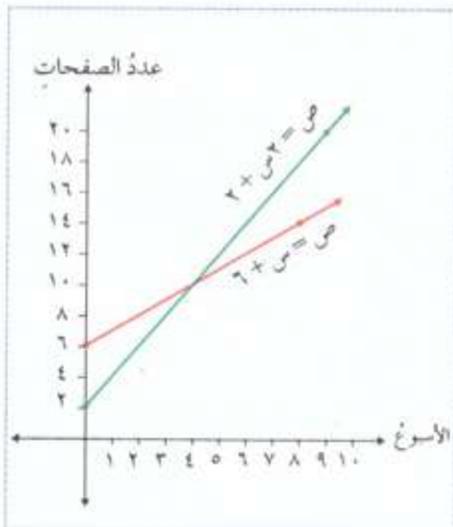
$$ص = ٢س + ٢$$

تُسمى هاتان المعادلتان **نظامًا من معادلتين خطيتين**.

ولحلّ هذا النظام بيانيًا؛ نمثّل كلَّ معادلةٍ على الرسمِ

المجاور فينتجُ مستقيمان متقاطعان في النقطة (٤، ١٠).

إذن نجد أنه في الأسبوعِ الرابع ستقرأ كلُّ منهما العددَ نفسه من الصفحات.





في مسألة بدايةِ الدرس:

- لماذا اكتفينا بالربع الأول من المستوى البياني لتمثيل المعادلتين؟
- لو استمرت الخطّة أكثر من شهرين، هل يمكن أن يمرّ أسبوع آخرُ تقرأ فيه العدد نفسه من الصفحات؟

تعريف

يتكوّن نظامُ المعادلات الخطية بمتغيرين من معادلتين خطيتين على الصورة:

$$أس + ب ص = ج، \text{ حيث } أ، ب، ج \in \mathbb{R}، أ \neq 0، ب \neq 0$$

$$دس + هـ ص = و، \text{ حيث } د، هـ، و \in \mathbb{R}، د \neq 0، هـ \neq 0؛$$

وحلُّ نظامٍ من معادلتين خطيتين بيانيًا هو نقطة تقاطع المستقيمين الناتجين عن تمثيل كلٍّ منهما بيانيًا $\{(س_1، ص_1)\}$.

مثال (١)

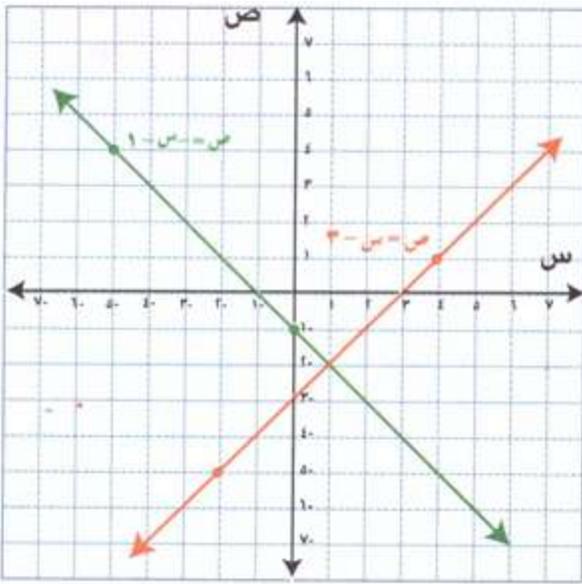
جد مجموعة حلّ النظام الآتي بيانيًا:

$$ص - س = ٣$$

$$ص + س = ١$$

الحل

مثّل كلّاً من المعادلتين على المستوى البياني نفسه بلونٍ مختلفٍ.



ص - س = ٣		
(س، ص)	ص = ٣ - س	س
(٥-، ٢-)	٥- = ٣ - (٢-) = ص	٢-
(١، ٤)	١ = ٣ - (٤) = ص	٤

ص + س = ١		
(س، ص)	ص = ١ - س	س
(٤، ٥-)	٤ = ١ - (٥-) = ص	٥-
(١-، ٠)	١- = ١ - (٠) = ص	٠

لاحظ: المستقيمان الممثلان للمعادلتين تقاطعا في النقطة $(١، ٢-)$ ؛ لذا، فإن مجموعة حل هذا النظام هي: $\{(١، ٢-)\}$.

فكر وناقش



- في نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين، لماذا تعد مجموعة حله حلاً لكلتا المعادلتين؟
- كيف يمكنك التحقق من أن الزوج المرتب الناتج من تقاطع المستقيمين الممثلين لمجموعة حل معادلتين في نظام ما هو حل لهذا النظام؟

تدريب ١

(١) بيّن إذا كانت $\{(٢، ٢-)\}$ هي مجموعة حل النظام الآتي:

$$٤ = ص + س٣$$

$$٤- = ص٣ - س$$

(٢) جد مجموعة حل النظام الآتي بيانياً، ثم تحقق من صحة حلك.

$$٠ = ص + س$$

$$١ + س = ص$$

مثال (٢)

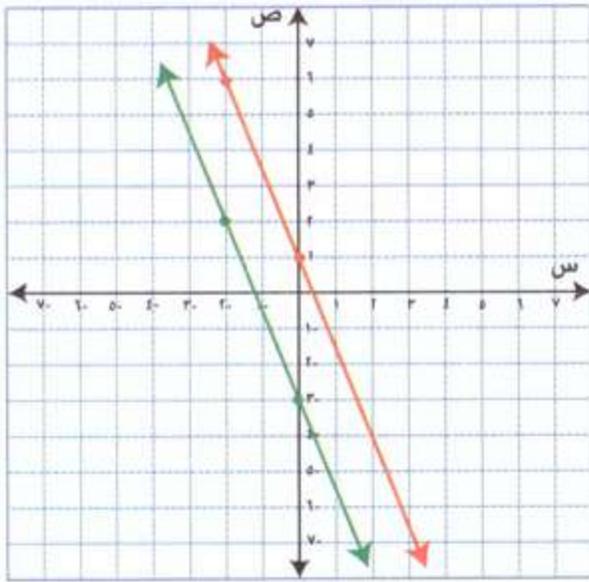
جد مجموعة حل النظام الآتي بيانيًا:

$$١ = ٢,٥س + ص$$

$$٣- = ٢,٥س + ص$$

الحل

مثل المعادلتين بيانيًا على الرسم نفسه، ثم جد نقطة تقاطع المستقيمين الناتجين. اختر قيمًا للمتغير س؛ بحيث يسهل عليك حساب الأزواج المرتبة.



١ = ٢,٥س + ص		
س	ص = ١ - ٢,٥س	(س، ص)
٢-	ص = ١ + (٢-) ٢,٥- = ٦	(٦، ٢-)
٠	ص = ١ + (٠) ٢,٥- = ١	(١، ٠)

٣- = ٢,٥س + ص		
س	ص = ٣- - ٢,٥س	(س، ص)
٢-	ص = ٣- - (٢-) ٢,٥- = ٢	(٢، ٢-)
٠	ص = ٣- - (٠) ٢,٥- = ٣-	(٣-، ٠)

المستقيمان الناتجان متوازيان؛ إذن، لا يوجد حل لهذا النظام من المعادلات، أي أن مجموعة الحل هي \emptyset أو $\{\}$.

تدريب ٢

جد مجموعة حل كل من النظامين الآتين بيانيًا:

$$(١) ٢س + ٥ = ص،$$

$$٢س + ٧ = ص$$

$$(2) \text{ ص} = 3\text{س} + 6$$

$$6\text{س} - 2\text{ص} = 12$$

إذا انطبق المستقيمان الناتجان عن تمثيل نظام مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين، فإن مجموعة حل النظام هي مجموعة لانهاية من النقاط، وهي مجموعة جميع النقاط الواقعة على أحد المستقيمين.

هل يمكن التنبؤ بعدد حلول نظام معادلتين خطيتين بمتغيرين من دون حله؟
للإجابة عن هذا السؤال؛ نفذ النشاط الآتي:

نشاط

أكمل الجدول الآتي:

عدد الحلول الناجئة	العلاقة بين قيمتي أ، وقيمتي ب في المعادلتين	قيم أ، ب	المعادلتان ص = أس + ب
حل واحد	قيمتا مختلفتان قيمتا مختلفتان	أ = 1، ب = 5 أ = -1، ب = 4	ص = س - 5 ص = -س + 4
			ص = 2س + 3 ص = - $\frac{1}{2}$ س + 3
			ص = 3س - 2 ص = 3س + 8
			ص = س - 5 ص = س - 7
			ص = 3س + 6 ص = $\frac{6س + 12}{2}$

ماذا تلاحظ؟

لا بُدَّ أنكَ لاحظتَ أنَّه في نظامِ المعادلاتِ الخطيَّةِ بمتغيرينِ على الصَّورةِ:

$$ص = أ س + ب$$

$$ص = م س + ج$$

(١) يكونُ للنظامِ حلٌّ وحيدٌ إذا كانتِ $أ \neq م$.

(٢) لا يوجدُ حلٌّ للنظامِ إذا كانتِ $أ = م$.

(٣) يوجدُ عددٌ لا نهائيٌّ من الحلولِ إذا كانتِ $أ = م$ و $ب = ج$.

(١) تحقق إذا كانت النقطة المعطاة لكل نظام مما يأتي حلاً له:

أ) $ص - ٢س = ١$

النقطة $(٥, ٠)$ $٣ + ص = ٢س$

ب) $ص + ٣ = ٢س$

النقطة $(١, -١)$ $٦ - ص = ٢س - ٤$

ج) $ص = \frac{٢}{٣}س$

النقطة $(٦, ٩)$ $٦ = ص + \frac{١}{٣}س$

(٢) حل نظام المعادلات الآتي بيانياً:

$٥, ٠س = ص$

$١٤ = ص + ٦س$

(٣) ما قيمة الثابت ب التي تجعل النقطة $(٦, ٢)$ حلاً للنظام:

$٢ + ٢س = ص$

$٥ + ٢س + ب = ص$

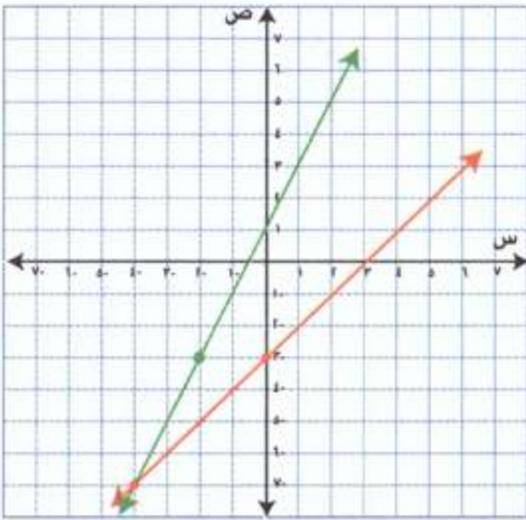
(٤) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثلها الرسم المجاور؟

أ) $ص - ٢س = ١$ ، $٣ + ص = ٢س$

ب) $ص - ٢س = ١$ ، $٣ - ٢س = ص$

ج) $ص + ٢س = ١$ ، $١ - ص = ٢س - ١$

د) $ص + ٢س = ١$ ، $٣ - ص = ٢س$



(٥) اكتب مثلاً على نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين في كل من الحالات الآتية:

أ) يكون المستقيمان الناتجان عن تمثيلها متوازيين.

ب) يكون المستقيمان الناتجان عن تمثيلها متطابقين.

ج) يكون المستقيمان الناتجان عن تمثيلها متقاطعين.

النتائج

- تحلّ نظامًا مكوّنًا من معادلتين خطيتين بمتغيرين بالتعويض.

نشاط



بائع متجول يبيع قصصًا للأطفال وعلب أقلام تلوين، باع من الصنفين في أسبوع واحد ٥٠ قطعة، إذا كان سعر القصة ٥٠ قرشًا، وسعر علبة الألوان ٣٠ قرشًا، وكانت قيمة مجموع مبيعاته خلال هذا الأسبوع من الصنفين ٢١٠٠ قرش. كم قطعة باع من كل صنف؟

(١) كوّن نظامًا مكوّنًا من معادلتين خطيتين بمتغيرين يعبر عن مبيعات البائع بدلالة س، ص.

(٢) وضّح إلام ترمز كل من س، ص في النظام.

(٣) كم حلًا لهذا النظام؟ برّر إجابتك.

(٤) اختر إحدى المعادلتين، وضّح ص موضوعًا للقانون، ثمّ عوض عن قيمة ص في المعادلة الثانية؟

(٥) ما نوع المعادلة التي حصلت عليها؟ حلّها بإيجاد قيمة س؟

(٦) عوض قيمة س الناتجة معك في إحدى المعادلتين، ثمّ أكمل بإيجاد قيمة ص.

(٧) اكتب الزوج المرتب (س، ص) الذي حصلت عليه، ماذا يمثل بالنسبة للنظام؟ مبررًا إجابتك.

(٨) اقترح اسمًا لطريقة الحل السابقة.

لحلّ نظامٍ مكوّنٍ من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة التعويض؛ نتبع الخطوات الآتية:

(١) نجعلُ أحدَ المتغيرين موضوعًا للقانون في إحدى المعادلتين، ثمَّ نعوضُه في المعادلة الثانية.

(٢) نحلُّ المعادلة الناتجة عن التعويض.

(٣) نجدُ قيمةَ المتغيرِ الآخرِ بتعويضِ القيمةِ العددية للمتغيرِ الناتجة في الخطوة (٢)، في إحدى المعادلتين.

(٤) نكتبُ مجموعةَ حلِّ النظام.

مثال (١)

استخدم طريقة التعويض في حلّ النظام الآتي، ثمَّ تحقق من صحّة الحلّ:

$$٤١ = ٥س - ٤ص$$

$$١١ = ٤ص + س$$

الحلّ

$$٤١ = ٥س - ٤ص \quad \text{①}$$

$$١١ = ٤ص + س \quad \text{②}$$

اجعل المتغير س موضوعًا للقانون في المعادلة ②

برر اختيار معادلة (٢) لجعل س موضوعًا للقانون

$$١١ = ٤ص + س$$

$$س = ١١ - ٤ص \quad \text{③}$$

تعويض قيمة س من المعادلة ③ في المعادلة ①

$$٤١ = ٥(١١ - ٤ص) - ٤ص$$

حلّ المعادلة الناتجة عن التعويض

$$٤١ = ٥(١١ - ٤ص) - ٤ص$$

$$٤١ = ٥٥ - ٢٠ص - ٤ص$$

$$٤١ = ٥٥ - ٢٤ص$$

تعويض قيمة ص = ٤ في المعادلة ②

$$١١ = ٤(٤) + س$$

$$س + ١٦ = ١١ \leftarrow س = ٥ -$$

∴ مجموعة حل النظام هي $\{(٤, ٥-)\}$

للتحقق من صحة الحل؛ عوض الزوج المرتب في جميع معادلات النظام:

$$٤١ = س٥ - ص٤$$

$$٤١ \stackrel{؟}{=} (٥-)٥ - (٤)٤$$

$$✓ \quad ٤١ = ٢٥ + ١٦$$

∴ الحل صحيح.

$$١١ = س + ٤ ص$$

$$١١ \stackrel{؟}{=} (٤)٤ + ٥-$$

$$✓ \quad ١١ = ١١$$

فكر وناقش



هل توجد طريقة أخرى للتحقق من صحة الحل؟

تدريب ١

استخدم طريقة التعويض في حل النظام: $س + ٣ ص = ١٢$

$$ص = س - ٤$$

مثال (٢)

استخدم طريقة التعويض في حل النظام الآتي:

$$س = ٢ ص - ٤$$

$$-س + ٢ ص = ١٦$$

الحل

$$١ \dots \dots \dots س = ٢ ص - ٤$$

$$٢ \dots \dots \dots -س + ٢ ص = ١٦$$

لاحظ أن المتغير s موضوع للقانون في المعادلة ١، لهذا عوضه في ٢.

تعويض قيمة s من المعادلة ١ في المعادلة ٢

$$-s + 2ص = 16$$

$$- (2ص - 4) + 2ص = 16$$

$$- (2ص - 4) + 2ص = 16$$

$$-2ص + 4 + 2ص = 16$$

حل المعادلة الخطية الناتجة عن التعويض

ومنه $4 = 16$ عبارة خاطئة لكل قيم s ، $ص$

∴ لا يوجد تقاطع بين المستقيمين الممثلين للمعادلتين، إذن مجموعة الحل هي: ∅

مثال (٣)

استخدم طريقة التعويض في حل النظام الآتي، إن أمكن:

$$\frac{1}{4}ص + \frac{1}{3}س = 6$$

$$36 = 2س - 3ص$$

الحل

$$1 \dots \dots \dots \frac{1}{4}ص + \frac{1}{3}س = 6$$

$$2 \dots \dots \dots 36 = 2س - 3ص$$

المعادلة ٢

$$36 = 2س - 3ص$$

جعل المتغير $ص$ موضوعاً للقانون في المعادلة ٢

$$3 \dots \dots \dots 12 = \frac{2}{3}س - 3ص$$

$$1 \dots \dots \dots \frac{1}{4}ص + \frac{1}{3}س = 6$$

تعويض قيمة $ص$ من المعادلة ٣ في المعادلة ١

$$\frac{1}{4} (12 - \frac{2}{3}س) + \frac{1}{3}س = 6$$

حل المعادلة الخطية بمتغير واحد

$$\frac{1}{4} (12 - \frac{2}{3}س) + \frac{1}{3}س = 6$$

$$6 = \frac{1}{4} (12 - \frac{2}{3}س) + \frac{1}{3}س$$

$6 = 6$ ومنه العبارة صحيحة لكل قيم s ، v .

∴ يوجد عدد لا نهائي من الحلول لهذا النظام، ومجموعة الحل هي مجموعة جميع النقاط الواقعة على أحد مستقيمين. لماذا؟

تدريب ٢

استخدم طريقة التعويض في حل الأنظمة الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(1) \quad 6 - s + 3v = 2$$

$$v = 2s - 4$$

$$(2) \quad 4v - 8 = 2s$$

$$5s + 10 = 20$$

تدريب ٣

(1) عددان مجموعهما ١١، ثلاثة أمثال أحدهما يزيد على مثلي العدد الآخر بمقدار ٥، ما العددان؟

(2) اشترى مازن قلمين حبر وثلاثة دفاتر، دفع ١٣٠ قرشاً ثمناً لمشترياته، إذا علمت أن ثمن الدفتر الواحد يزيد على ثمن القلم بمقدار ١٠ قروش. كوّن نظام معادلات تعبر فيه عن مشتريات مازن، ثم حلها. ماذا يمثل الحل الذي حصلت عليه؟

فكر وناقش



ما قيمة المتغير l التي تحقق النظام الآتي:

$$l + e + s = 7$$

$$e + s = 5$$

(١) ع ، ل زاويتان متتامتان، كوّن معادلتين لإيجاد قياس كل منهما في الحالات الآتية:
 أ) إذا كانت إحداهما تساوي ثلاثة أمثال الأخرى.

ب) إذا كانت إحداهما تقل عن أربعة أمثال الأخرى بمقدار (١٠°) .

(٢) عددان صحيحان مختلفان، ٥ أمثال العدد الأصغر مطروحاً من مثلي العدد الأكبر يساوي ١٦، والعدد الأكبر مضافاً إليه ٣ أمثال العدد الأصغر يساوي ٦٣. ما العددان؟

(٣) مع خالد ٤٥ ورقة نقدية، بعضها من فئة الخمسة دنانير والباقي من فئة العشرة دنانير، فإذا كان المبلغ كله يساوي ٣٠٠ دينار. فكم عدد الأوراق من كل فئة؟

(٤) مثلث متطابق الضلعين فيه قياس إحدى زاويتي القاعدة يقل ١٠° عن مثلي قياس زاوية الرأس، جد قياس زوايا المثلث.

النتائج

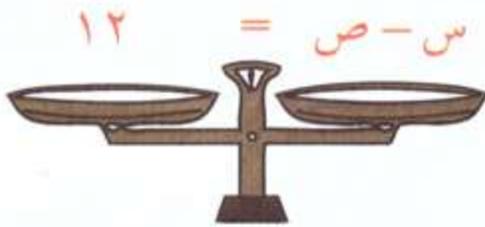
• تحلّ نظامًا مكوّنًا من معادلتين خطيتين بمتغيرين بالحدف.



مع عثمان ٢٢ قطعة نقدية من فئتي ربع الدينار ونصف الدينار، إذا كان عدد قطع نصف الدينار يزيد على عدد قطع ربع الدينار ١٢ قطعة. فجدّ عدد القطع التي يملكها من كلّ فئة.

لتكن s عدد القطع من فئة نصف الدينار و v عدد القطع من فئة ربع الدينار، فإنّ نظام المعادلتين $s + v = 22$ ، $s - v = 12$ يوضّح العلاقات بين عدد القطع النقدية التي مع عثمان.

ويُمكن تمثيل أيّ معادلة من معادلات النظام السابق في ميزان ذي كفتين كالآتي:



ثمّ جمع المعادلتين في ميزان واحد كالآتي: (سيبقى الطرفان متساويين، برّر ذلك)



ومنه



ثم تعويض قيمة س في إحدى المعادلتين ؛ ولتكن

$$س + ص = ٢٢$$

$$١٧ + ص = ٢٢ ، ومنه ص =$$

عندها سنجد مجموعة حل النظام، وهي:

تحقق من صحة الحل.

نُسمي الطريقة التي اتبعناها لحل النظام السابق **طريقة الحذف**. ما سبب هذه التسمية؟

لحل نظام المعادلات الخطية بمتغيرين بطريقة الحذف، نتبع الخطوات الآتية:

(١) نرتب الحدود المتشابهة في المعادلتين أسفل بعضها.

(٢) نحدد أي المتغيرين يسهل حذفه، ثم نجعل معامليه في المعادلتين متساويين في

المقدار ومختلفين في الإشارة، وذلك بضرب طرفي إحدى المعادلتين أو كليهما

في عدد، أو بالقسمة على عدد.

(٣) نجمع المعادلتين للتخلص من المتغير المراد حذفه.

(٤) نعوض قيمة المتغير الناتجة في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

مثال (١)

حل النظام الآتي بطريقة الحذف، ثم تحقق من صحة الحل.

$$٣س + ص = ٢$$

$$٢ص - ٣س = ١٤$$

الحل

أعد ترتيب المعادلتين بوضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها.

$$\text{١} \dots\dots\dots ٢- = \text{ص} + \text{س}^٣ \quad \text{لاحظ المتغير الأسهل حذفه هو س}$$

$$\text{٢} \dots\dots\dots ١٤ = \text{ص} ٢ + \text{س}^٣ -$$

$$\text{ص} ٣ = ١٢$$

$$\text{ص} = ٤$$

ناتج جمع المعادلتين، ثم قسمة الطرفين على ٣

حل المعادلة الخطية بمتغير.

وباستكمال الحل بتعويض $\text{ص} = ٤$ في إحدى المعادلتين؛ نجد أن مجموعة حل النظام هي: $\{(٤, ٢-)\}$. كيف يمكنك التحقق من صحة الحل؟

مثال (٢)

استخدم طريقة الحذف في حل النظام الآتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\text{٦س} + \text{ص} ٥ = ١٦$$

$$\text{٢س} - \text{ص} ٥ = ٨-$$

الحل

لاحظ أن الحدود المتشابهة مرتبة أسفل بعضها، وأن المتغير الأسهل حذفه هو ص.

$$\text{١} \dots\dots\dots \text{٦س} + \text{ص} ٥ = ١٦$$

الضرب بـ ١- لحذف المتغير ص

$$\text{٢} \dots\dots\dots ١- \times ٨- = (٥ص + ٢س) \times ١-$$

$$\text{١} \dots\dots\dots \text{٦س} + \text{ص} ٥ = ١٦$$

$$\text{٣} \dots\dots\dots \text{٨} = \text{ص} ٥ - \text{س} ٢$$

$$\text{ص} ٨ = ٠ + ٢٤$$

وباستكمال الحل بإيجاد قيمة كل من س، و ص، مجموعة الحل هي: $\{(٣, \frac{٢-}{٥})\}$.
تحقق من صحة الحل.

مثال (٣)

استخدم طريقة الحذف في حل النظام الآتي، ثم تحقق من صحة الحل:

$$١,٨ س + ٠,٦ ص = ٠,٦$$

$$٢,٢ ص - ٣,٢ س = ٢,٢$$

الحل

١.....

$$١,٨ س + ٠,٦ ص = ٠,٦$$

٢.....

$$٢,٢ ص - ٣,٢ س = ٢,٢$$

القسمة على $٠,٦$ في المعادلة (١) لحذف ص

$$\frac{٠,٦}{٠,٦} = \frac{١,٨ س + ٠,٦ ص}{٠,٦}$$

إعادة ترتيب الحدود في المعادلة (٢)

$$٢,٢ ص = ٣,٢ س + ٢,٢$$

ترتيب المعادلتين بوضع الحدود

$$١- = ٣- س - ص$$

المتشابهة أسفل بعضها

$$٢,٢ ص = ٣,٢ س + ٢,٢$$

$$١,٢ ص = ٠ + ١,٢$$

$$٦ = س$$

نستكمل الحل بتعويض قيمة $س = ٦$ في إحدى المعادلتين؛ لنجد قيمة ص

تعويض قيمة $س = ٦$ في المعادلة (٢)

$$٢,٢ ص - ٣,٢ \times ٦ = ٢,٢$$

$$١٧- = ٢,٢ + ١٩,٢-$$

∴ مجموعة الحل هي: $\{(٦, ١٧-)\}$.

تحقق من صحة الحل.

١) استخدم طريقة الحذف في حل الأنظمة الآتية، ثم تحقق من صحة الحل:

$$\text{أ) } \begin{cases} \text{س} + \text{ص} = ٥ \\ \text{س} = ١ + \text{ص} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} \text{س} + ٣\text{ص} = ١٢ \\ \text{ص} = ٤ - \text{س} \end{cases}$$

$$\text{ج) } \begin{cases} ٢\text{ص} - ٤ = \text{س} \\ ٥\text{س} + ١٠\text{ص} = ٢٠ \end{cases}$$

$$\text{د) } \begin{cases} ٣\text{ص} - ٦ = \text{س} \\ \text{ص} - ٢ = ٤ \end{cases}$$

$$\text{هـ) } \begin{cases} ٥\text{س} + ١٠\text{ص} = ٢٠ \\ ٢\text{ص} - ٤ = \text{س} \end{cases}$$

$$\text{و) } \begin{cases} ٢\text{ص} - ٤ = \text{س} \\ ٥\text{س} + ١٠\text{ص} = ٢٠ \end{cases}$$

$$\text{ز) } \begin{cases} ٣\text{ص} - ٦ = \text{س} \\ \text{ص} - ٢ = ٤ \end{cases}$$

$$\text{ح) } \begin{cases} ٤ = \text{ص} - ٢\text{س} \\ ٥\text{س} + ١٠\text{ص} = ٢٠ \end{cases}$$

٢) س، ص زاويتان متكاملتان، يزيد قياس س بمقدار ١٠٤° على قياس زاوية ص، ما قياس الزاويتين؟

(١) استخدم طريقة الحذف لحل أنظمة المعادلات الخطية الآتية، ثم تحقق من صحة

الحل:

$$(ب) \quad ٥س + ٧ص = ١١$$

$$(أ) \quad ٤ = س + ص$$

$$٥س + ٣ص = ١٩$$

$$٦ + ص = س$$

$$(د) \quad ٢س + ٦ص = ١٢$$

$$(ج) \quad ٢س + ٣ص = ١٢$$

$$٧س = ٢٣ - ٣ص$$

$$١٣ = ٥س - ص$$

(٢) جد قيم كل من أ، ب التي تجعل النقطة (٦، ٢) حلاً للنظام الآتي:

$$٢ + أس = ص$$

$$٣أس + ب = ص$$

(٣) مع فاطمة وأخيها خالد عدد من قطع الحلوى، إذا أعطت فاطمة خالدًا خمس قطع حلوى يتساوى عدد القطع مع كليهما، وإذا أعطى خالد فاطمة خمس قطع، يصبح عدد القطع مع فاطمة مثلي عددها عند خالد، فما عدد قطع الحلوى التي مع كليهما؟

مراجعة

(١) أيُّ المعادلات الآتية خطية بمتغيرين في ما يأتي، مع ذكر السبب:

أ) $\frac{1}{س} - ص = ٤$ حيث $س \neq ٠$ (ب) $٤ + ل = ل - ١$

ج) $٣م - ن = ٢$ (د) $٨هـ + ٤و = ٤١ز$

هـ) $٥, ٢ ك - ٤, ٣ ل = ٠$ (و) $٩س^٢ + ٣ص^٢ = ٠$

ز) $\frac{١١ط - ح}{٣} = ٦٣$ (ح) $٢أ - ٤ع - ١ل + ٣ = ٠$ حيث أعداد ثابتة

(٢) أعد صياغة المعادلة: $٤(٢ - ٣ص) = ٢٤س$ ، بحيث يكون ص موضوعاً للقانون، ثم س موضوعاً له.

(٣) تحقق إذا كانت النقطة المعطاة إزاء كل معادلة حلاً لها.

أ) $٥ + ٢س = ص$ (١-، ٣)

ب) $١ - ٣س = ص$ (٥، ٠)

ج) $١٩ = ٧ص - ٤س$ (٣٥، ٤-)

د) $٢١ = ٥ص + ٦س$ (٣-، ٦)

(٤) تحقق إذا كانت النقطة المعطاة لكل نظام مما يأتي تمثل حلاً له:

أ) $٥ = ٢س - ص$

النقطة (١، ٣)

ب) $٥ = ٣س + ص$

النقطة (٤، ١)

ج) $٤ = ٢ص - ٣س$

النقطة (١-، ٢)

$٥ = ٣س + ص$

$$د) ٢س + ٥ص = ٨$$

النقطة (-٢، ١)

$$٣س - ٢ص = ٥$$

٥) حل أنظمة المعادلات الخطية الآتية، مستخدماً الطريقة الموضحة بجانب كل منها،

وتحقق من صحة الحل:

$$أ) ٣ص - ٤س = ٣$$

$$٣ص = ٢س + ٣ \quad (\text{بيانياً})$$

$$ب) ٣ص + ١٦ = ١٦$$

$$س = ٤ص + ٢ \quad (\text{بالتعويض})$$

$$ج) ٢س + ٦ص = ٤$$

$$٤س + ٥ص = ١٥ \quad (\text{بالحذف})$$

٦) يُراد تصميم وسيلة تعليمية من قطعة كرتونٍ مستطيلة الشكلٍ محيطها ٢٠٠ سم،

والفرق بين بُعديها ٢٠ سم، ما بُعدا قطعة الكرتون؟

اختبار ذاتي

(١) يتكون هذا السؤال من ٤ فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة منها ٤ بدائل، واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

(١) أي الأزواج المرتبة الآتية ليس حلاً للمعادلة $٥س - ٤ص = ٧$ ؟

أ) $(٩، ١٣)$ ب) $(٥، ٩)$

ج) $(٧، ٧)$ د) $(١١، ١٢)$

(٢) المجموعة: $\{(٥، ٠)، (١، ٦)\}$ هي مجموعة جزئية من مجموعة حل المعادلة:

أ) $٣ = س - ص$ ب) $٥ - ص = س$

ج) $٧ = ص$ د) $ص = -س$

(٣) الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للنظام:

$٢ - ٣س = ص$

$٤ = ص + ٢$ هو:

أ) $(٠، ٢)$ ب) $(٠، ٢)$

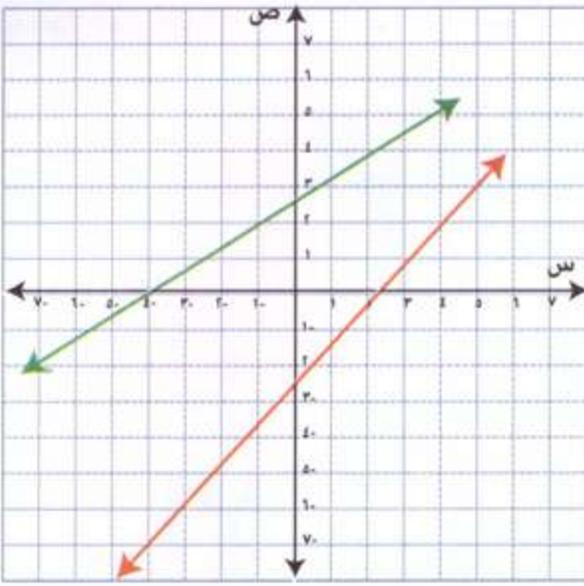
ج) $(٠، ٢)$ د) $(٠، ٢)$

(٤) قيمة كل من و، هـ التي تجعل مجموعة حل النظام

$٢س + و = ص$ ، $٢س + هـ =$ غير منتهية:

أ) $٠ = و$ ، $٣ = هـ$ ب) $٣ = و$ ، $٣ = هـ$

ج) $٣ = و$ ، $٣ = هـ$ د) $٠ = و$ ، $٣ = هـ$



٢) تقولُ مها إنَّه لا يوجدُ حلٌّ لنظامِ المعادلتينِ الخطيتينِ الممثلِ بالرسمِ المجاورِ، بينما تقولُ أملُ إنَّه يوجدُ حلٌّ للنظامِ، أيُّهما أصابتُ؟ برِّري إجابتك.

٣) اكتبِ مثالاً على نظامٍ من المعادلاتِ الخطيةِ في كلِّ من الحالاتِ الآتية:

أ) أن تكونَ مجموعةُ حلِّ النظامِ \emptyset

ب) أن تكونَ مجموعةُ الحلِّ هي: $\{(0, -4)\}$

٤) إذا كانتِ تعرفُ المكالماتِ في شركتي اتصالاتٍ كما هو موضحٌ في الجدولِ الآتي، فأجبِ عن الأسئلةِ التي تليه:

الشركة أ	٧ قروشٍ للدقيقةِ الأولى، ثمَّ تزيدُ قرشاً واحداً لكلِّ دقيقةٍ تليها.
الشركة ب	قرشان للدقيقةِ الأولى، ثمَّ تزيدُ قرشينِ لكلِّ دقيقةٍ تليها.

أ) كوّن معادلةً تعبّرُ عن تعرفِ كلِّ شركةٍ.

ب) مثلُ تعرفتي الشركتينِ بيانياً على الرسمِ نفسه.

(إرشاد: تحتاجُ إلى التمثيلِ في الربعِ الأولِ فقط من المستوى البياني، برِّري ذلك)

ج) بعدَ كمِّ دقيقةٍ من المكالماتِ تتساوى الترفتان؟

د) يريدُ صاحبُ محلِّ شراءٍ خطًّا من إحدى الشركتينِ، بأيِّ الترفتينِ تنصحه؟

برِّري إجابتك.