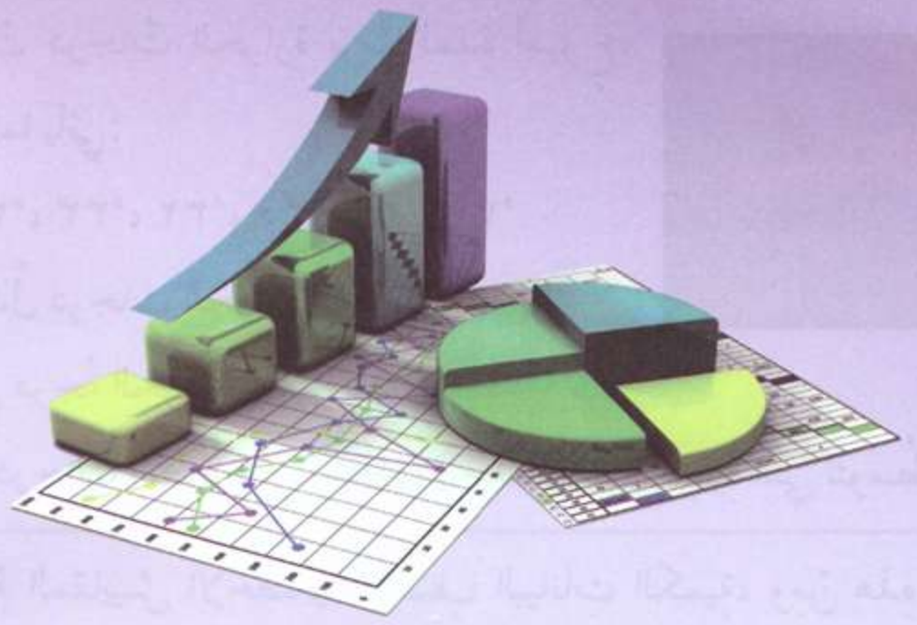
٨

الوحدةُ الثامنة

الإحصاءُ

لعِلمِ الإحصاءِ فوائدُ كثيرةٌ منها: جمعُ البياناتِ، وتنظيمها، وتلخيصها، وعرضها، وتحليلها، وذلكَ للوصولِ إلى نتائجَ موثوقةٍ لدعمِ اتخاذِ قراراتٍ سليمةٍ في ضَوْءِ هذا التّحليلِ.



يتوقعُ منَ الطالبِ في نهايةِ هذهِ الوحدةِ أنْ يكونَ قادرًا على:

- إيجادِ المتوسطِ الحسابيِّ لبياناتٍ مُعطاةٍ.
- إيجادِ الوسيطِ لبياناتٍ مُعطاةٍ.
- إيجادِ المنوالِ لبياناتٍ مُعطاةٍ.
- إيجادِ المدى لبياناتٍ مُعطاةٍ.
- إيجادِ الانحرافِ المعياريِّ لبياناتٍ مُعطاةٍ.
- إيجادِ التباينِ لبياناتٍ مُعطاةٍ.

الدرسُ الأوّلُ — المتوسطُ الحسابيُّ

النتاجات

- تتعرفُ مقاييسَ النزّعةِ المركزيّةِ.
- تجدُ المتوسطَ الحسابيَّ لبياناتٍ عدديّةٍ.

سُجّلتْ درجاتُ الحرارةِ يوميًا لمدةِ أسبوعٍ، فكانتْ كما يأتي:

٣٤°، ٣٢°، ٣٣°، ٣٢°، ٣٥°، ٣٢°، ٣٣°

١) ما معدلُ درجاتِ الحرارةِ المسجّلةِ؟

٢) ما هي درجةُ الحرارةِ الأكثرُ تكرارًا؟

٣) رتّبْ درجاتِ الحرارةِ تصاعديًا، ثُمّ جِدْ درجةَ الحرارةِ التي تتوسطُ القيمَ؟

تُستخدمُ المقاييسُ الإحصائيةُ لوصفِ البياناتِ الكميةِ، ومِنْ هذهِ المقاييسِ ما يُسمّى **مقاييسَ النّزعةِ المركزيّةِ** (المتوسطَ الحسابيَّ، الوسيطَ، المنوالَ).

وهي مقاييسُ إحصائيةٌ تُستخدمُ لقياسِ موضعِ التركّزِ، أو تجمّعِ البياناتِ العدديّةِ، إذ أنَّ بياناتِ أيِّ ظاهرةٍ تنزعُ للتّركّزِ، والتّجمّعِ نحوَ قيمٍ محدّدةٍ.

نشاطٌ

سُجّلتْ كمياتُ الأمطارِ التي هطلتْ في مدينةِ إربدَ على مدارِ ٤ أيامٍ، فكانتْ على النّحوِ الآتي:

٥ مل، ٢مل، ٣مل، ٢مل.

يُمكنُ التّعبيرُ عنْ كمياتِ الأمطارِ بالنّموذجِ الآتي:

حرّكِ المكعباتِ لتحصلَ على الارتفاعِ نفسهِ، فتحصلَ على ما يأتي:

ماذا تَمثّلُ الكميةُ ٣مل؟

لإيجادِ معدّلِ الأمطارِ التي هطلتْ، نقومُ بجمْعِ كميةِ الأمطارِ، وقسمةِ النّاتجِ على عددِ الأيام كما يأتي:

معدّلُ كميةِ الأمطارِ $= \frac{٥+٢+٣+٢}{٤} = \frac{١٢}{٤} =$ ٣مل

ويُمكنُ التّعبيرُعنِ المعدّلِ في بعضِ الأحيانِ بأحدِ مقاييسِ النّزعةِ المركزيّةِ وهو **المتوسطُ الحسابيُّ** حيثُ:

$$\text{المتوسطُ الحسابيُّ لعددٍ مِنَ القيمِ} = \frac{\text{مجموعَ القيمِ}}{\text{عددِ القيمِ}}$$

مثالُ (١)

الجدولُ الآتي يبيّنُ قيمةَ الصدقاتِ اليوميّةِ التي تقدّمها الطالبةُ مُنى لصندوقِ الطّالبِ الفقيرِ:

اليومُ	الأحدُ	الاثنينُ	الثلاثاءُ	الأربعاءُ	الخميسُ
المبلغُ بالقروشِ	١٥	٥	١٠	١٥	٥

جدِ المتوسطَ الحسابيَّ لقيمةِ الصدقاتِ.

الحلُّ

$$\text{المتوسطُ الحسابيُّ لقيمةِ الصدقاتِ} = \frac{\text{مجموعُ ما تصدقت بهِ}}{\text{عددِ الأيامِ}}$$

$$= \frac{١٥ + ٥ + ١٠ + ٥ + ١٥}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠ \text{ قروشٍ}$$

تدريبُ ١

إذا كانتْ أعمارُ موظّفي إحدى الشّركاتِ على النّحو الآتي: ٤٢، ٤٠، ٣٥، ٣٢، ٢٨، ٢٨ جدِ المتوسطَ الحسابيَّ لأعمارِ الموظّفينَ.

تدريبُ ٢

جِدِ المتوسطَ الحسابيَّ لدرجاتِ الحرارةِ الواردةِ في بدايةِ الدّرسِ.

حاولْ معَ زملائكَ استخدامَ الحاسوبِ لإيجادِ المتوسطِ الحسابيِّ.

مساعدةٌ: ادخلْ على برنامجِ ExceL، وأدخلِ البياناتِ، وابحثْ عنْ أيقونةٍ تساعدكَ لإيجادِ المتوسطِ الحسابيِّ.

تدريبُ ٣

إذا كانَ المصروفُ اليوميُّ لـ ٥ طلابٍ بالقروشِ: ٣٥، ٣٠، ٢٠، ٢٥، ٤٠، احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لمصروفهم.

مثالُ (٢)

إذا كان المتوسطُ الحسابيُّ لأوزانِ ٥ طلابٍ ٢٥ كغ، ما مجموعُ أوزانهم؟

الحلُّ

$$\text{المتوسطُ الحسابيُّ} = \frac{\text{مجموعُ الأوزانِ}}{\text{عددُ الطلبةِ}} = ٢٥$$

$$\text{ومنهُ} \quad \frac{\text{مجموعُ الأوزانِ}}{٥} = \frac{٢٥}{١}$$

تذكّرْ:

إذا كانَ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

فإنَّ: أ × د = جـ × ب

بالضّربِ التّبادليّ

مجموعُ الأوزانِ × ١ = ٢٥ × ٥

مجموعُ الأوزانِ = ١٢٥ كغ

$$\text{للتّحقّقِ:} \quad \frac{\text{مجموعُ الأوزانِ}}{\text{عددُ الطّلبةِ}} = \text{المتوسطُ الحسابيُّ} = \frac{١٢٥}{٥} = ٢٥$$

تدريبُ ٤

إذا كانَ المتوسطُ الحسابيُّ لعددِ ساعاتِ الدّراسةِ اليوميّةِ لعددٍ منَ الطّلبةِ ساعتينِ، وكانَ المجموعُ الكليُّ لعددِ ساعاتِ الدّراسةِ لهم يساوي ١٨ ساعةً، ما عددُ الطّلبةِ؟

مثالُ (٣)

يبينُ الجدولُ الآتي أطوالَ لاعبي فريقٍ لكرةِ السّلةِ:

الطّولُ (سم)	١٨٩	١٩٥	١٩٢	١٨٥
عددُ اللاعبينَ	٣	٢	٣	٢

احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لأطوالِ اللاعبينَ.

الحلُّ

لدينا ٣ لاعبينَ، كلُّ لاعبٍ منهم طوله ١٨٩ سم،

إذنْ: مجموعُ أطوالهم = ٣×١٨٩=٥٦٧ سم

لدينا لاعبانِ، كلُّ لاعبٍ منهما طولُه ١٩٥ سم،

إذنْ: مجموعُ أطوالهم = ٢×١٩٥=٣٩٠ سم

لدينا ٣ لاعبينَ، كلُّ لاعبٍ منهم طولهُ ١٩٢سم، إذنْ: مجموعُ أطوالهم = ...

لدينا لاعبينَ كلُّ لاعبٍ منهم طولهُ ١٨٥ سم، إذنْ: مجموعُ أطوالهم = ...

$$\text{المتوسطُ الحسابيُّ} = \frac{\text{مجموعَ الأطوالِ}}{\text{عددِ اللاعبينَ}}$$

$$= \frac{٥٦٧ + ٣٩٠ + ٥٧٦ + ٣٧٠}{٣ + ٣ + ٢ + ٢} = \frac{١٩٠٣}{١٠} = ١٩٠,٣\text{سم}$$

هلْ يُمكنُ حلُّ المثالِ السّابقِ بطريقةٍ أخرى؟

تدريبُ ٥

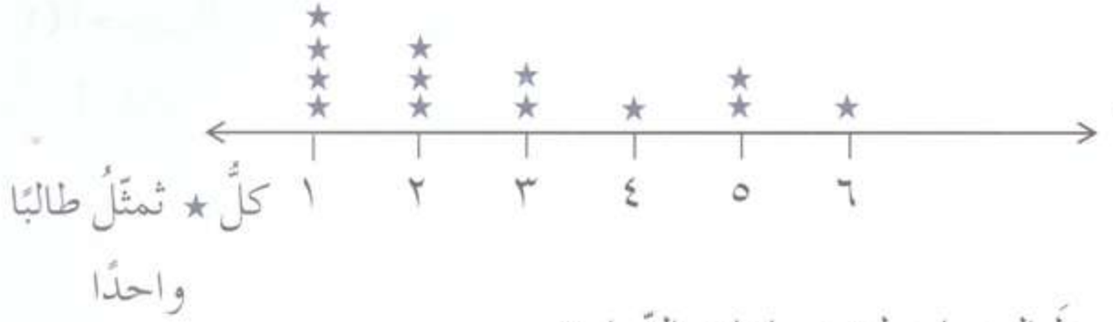
قامَ أحدُ الباحثينَ بتسجيلِ أوزانِ أطفالٍ حديثي الولادةِ في أحدِ المستشفياتِ، ونظمها في الجدولِ الآتي:

الوزنُ (كغ)	٣	٣,٤	٣,٥	٣,٧
عددُ الأطفالِ	١	٣	٤	٢

احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لأوزانِ الأطفالِ.

تدريبُ ٦

الشّكلُ الآتي يمثّلُ عددَ ساعاتِ الدّراسةِ اليوميةِ لمجموعةٍ مِنَ الطّلابِ:



احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لعددِ ساعاتِ الدّراسةِ.

تمارينُ ومسائلُ

١) احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٢، ٣، ٧، ١، ٤، ٨، ١، ٦

ب) ١٥، ١٨، ٢٥، ١٦، ٢٢، ٣٠، ١٥، ٢٤، ٢٩، ٢٦

جـ) ٧,٥ ، ٥، ١,٥، ٠، ٦ ، ٣,٢، ١، ٥، ٢,٨

٢) لدى جنى ست تفاحاتٍ، أكلتْ في اليوم الأولِ تفاحةً، وفي اليومِ الثاني تفاحتَينِ وفي اليومِ الثّالثِ ثلاثَ تفاحاتٍ، هلْ بإمكانِ جنى أنْ تأكلَ كلَّ يومٍ نَفْسَ العددِ مِنَ هذهِ التفاحاتِ في تلكَ الأيامِ الثلاثةِ؟ برّرْ إجابتكَ.

٣) يبيّنُ الجدولُ الآتي علاماتِ الطّالبِ عُمَرَ في ٤ امتحاناتٍ في مبحثِ الرّياضيّات.
(العلامةُ من ١٥ لكلِّ مبحثٍ)

المبحثُ	الامتحانُ الأوّلُ	الامتحانُ الثّاني	الامتحانُ الثّالثُ	الامتحانُ الرّابعُ
العلامةُ	١٠	١٢	١٣	٩

أ) احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لعلاماتِ عُمَرَ.

ب) إذا تقدّمَ عُمَرُ لامتحانٍ خامسٍ، ما العلامةُ التي يجبُ أنْ يحصلَ عليها ليصبحَ معدلهُ ١٢؟

٤) يبيّنُ الجدولُ الآتي قيمةَ الصّدقاتِ المقدّمةِ مِنْ طلبةِ الصّفِّ السّابعِ لصالحِ صندوقِ الطّالبِ الفقيرِ:

المبلغُ بالقروشِ	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥
عددُ الطّلابِ	١	٤	٨	٤	٣

احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لصدقاتِ الطّلبةِ.

٥) إذا كانَ مجموعُ المصروفِ الشهريِّ لثلاثِ عائلاتٍ ٩٠٠ دينارٍ، ومجموعُ المصروفِ الشهريِّ لأربعِ عائلاتٍ ١٤٠٠ دينارٍ، ومجموعُ المصروفِ الشهريِّ لعائلتينِ ٦٥٠ دينارًا. احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ للمصروفِ الشهريِّ لجميعِ العائلاتِ.

٦) حسبتْ دنيا المتوسطَ الحسابيَّ لعلاماتها في خمسةِ امتحاناتٍ في مادّة العلومِ (النهاية العُظمى لعلامةِ كلِّ امتحانٍ ٢٠) الموضَّحةِ في الجدولِ الآتي:

الامتحانُ	الأوّلُ	الثّاني	الثّالثُ	الرّابعُ	الخامسُ
العلامةُ	١٢	١٣	١٦	١٦	١٨

فكانتْ إجابتها: إنهُ يساوي ١٥. هل إجابتها صحيحة؟ بّررْ إجابتكَ.

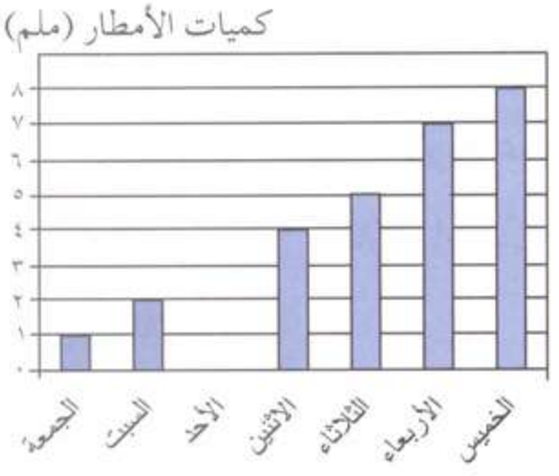
الدرسُ الثّاني

الوسيطُ والمنوالُ

النتاجات

- تجدُ الوسيطَ لبياناتٍ عدديّةٍ.
- تجدُ المنوالَ لبياناتٍ عدديّةٍ.

إذا كانتْ كمياتُ الأمطارِ التي هطلتْ في إحدى المدنِ على مدارِ سبعة أيامٍ مقاسةً بالمليمتر كما في الشّكلِ المجاورِ:



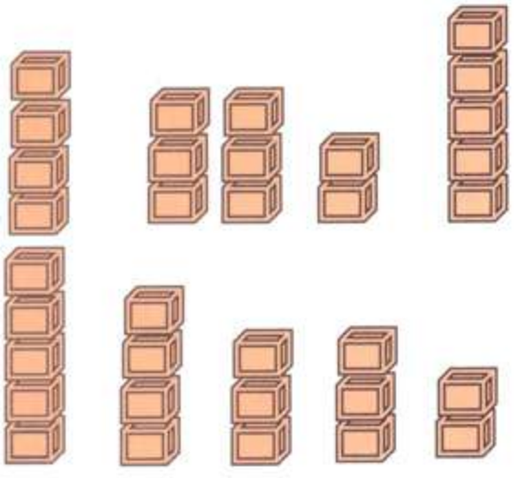
١) احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ لكمياتِ الأمطارِ.

٢) هلْ يوجدُ مقياسٌ آخرُ غيرُ المتوسطِ الحسابيِّ يساعدُ في وصفِ وتفسيرِ هذه البياناتِ؟

٣) في أيِّ يومٍ كانتْ كميةُ الأمطارِ أكثرَ مِنَ الأيامِ الأخرى؟

٤) في أيِّ يومٍ كانتْ كميةُ الأمطارِ أقلَّ مِنَ الأيامِ الأخرى؟

أولًا: الوسيطُ



ركّبتْ حنينُ مكعباتٍ بشكلٍ رأسيٍّ على النّحو الآتي:

ثُمَّ رتّبتِ المكعباتِ مِنَ الأصغرِ إلى الأكبرِ،

كمْ عددُ المكعباتِ التي في وسطِ التّرتيبِ؟

نُسمّي عددَ المكعباتِ التي في وسَطِ التّرتيبِ وسيطًا.

تعريفٌ: الوسيطُ لمجموعةٍ مِنَ الأعدادِ مرتّبةً ترتيبًا تصاعديًّا، أو تنازليًّا، هو العددُ الأوسطُ منها، إذا كانَ عددها فرديًّا، أو المتوسطُ الحسابيُّ للعددينِ الأوسطينِ إذا كان عددُها زوجيًّا.

عبّرْ عنِ التّعريفِ السّابقِ بالرّموزِ، وناقشْ زميلكَ في تعريفهِ.

مثالُ (١)

جِدِ الوسيطَ للقيمِ الآتيةِ:

١) ٢، ٥، ٣، ٧، ٨، ٨، ٩، ٤، ١٠

٢) ٢٥، ١٢، ٢٨، ١٩، ٢٣، ٣٠

الحلُّ

١) نرتّبُ القيمَ تصاعديًّا: ٢، ٣، ٤، ٥، ٧، ٨، ٨، ٩، ١٠، نلاحظُ أنَّ العددَ الأوسطَ هو ٧، إذنْ الوسيطُ = ٧

نلاحظُ أنَّ ترتيبَ الوسيطِ = $\frac{\text{عددَ القيمِ} + ١}{٢} = \frac{١ + ٩}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

تعميمٌ: إذا كانَ عددُ القيمِ فرديًّا فإنَّ الوسيطَ بعدَ ترتيبِ القيمِ تصاعديًّا، أو تنازليًّا هو

العددُ الذي ترتيبهُ = $\frac{\text{عددَ القيمِ} + ١}{٢}$

٢) نرتّبُ القيمَ تصاعديًّا: ١٢، ١٩، ٢٣، ٢٥، ٢٨، ٣٠، عدُد القيمِ = ٦ وهو عددٌ زوجيّ، إذنْ: الوسيطُ هو المتوسطُ الحسابيُّ للعددينِ الأوسطينِ وهما: ٢٣ ، ٢٥

الوسيطُ = $\frac{٢٣ + ٢٥}{٢} = \frac{٤٨}{٢} = ٢٤$

نلاحظُ أنَّ الوسيطَ هو المتوسَطُ الحسابيُّ للعددينِ ٢٣، ٢٥، ولتحديدهما فإنَّ

ترتيبَ العددِ الأوّلِ = $\frac{\text{عددَ القيمِ}}{٢}$ = $\frac{٦}{٢}$ = ٣ ، إذن: العددُ الثّالثُ هو٢٣

ترتيبَ العددِ الثّاني= $\frac{\text{عددَ القيمِ}}{٢}$ + ١ = $\frac{٦}{٢}$ + ١ = ٣ +١ = ٤،

إذنْ العددُ الرّابعُ هو٢٥

تعميمٌ: إذا كانَ عددُ القيمِ زوجيًّا فإنَّ الوسيطَ بعدَ ترتيبِ القيمِ تصاعديًّا، أو تنازليًّا هو المتوسطُ الحسابيُّ للعددينِ اللذينِ ترتيبهما هو:

$\frac{\text{عددُ القيمِ}}{٢}$ ، $\frac{\text{عددُ القيمِ}}{٢}$ + ١

تدريبُ ١

جِدِ الوسيطَ للقيمِ الآتيةِ:

١) ٢٨، ٥٤، ٨٢، ٦٥، ٤٥، ٣٣، ٦٦، ٤٥ ، ٣٨، ٥٥، ٤٢

٢) ١٢٢، ١٢٤، ٩٨، ١١٣، ١٢٥، ١١٨، ١٢٤، ١٣٢، ١٢٨، ١٢٩

تدريبُ ٢

إذا كانتْ رواتبُ موظّفي إحدى الشركاتِ على النّحو الآتي:

٤٢٠، ٤٠٠، ٣٥٠، ٣٣٣، ٣٩٠، ٤٢٠، ٥٤٠، ٤٨٠، ١٨٠، ٢٢٠ احسبِ الوسيطَ لهذهِ الرواتبِ.

تدريبُ ٣

جِدِ الوسيطَ لكمياتِ الأمطارِ الواردةِ في بدايةِ الدّرسِ.

ثانيًا: المنوالُ

القائمةُ الآتيةُ تمثّلُ أنواعَ الحلوياتِ المفضّلةِ لطلبةٍ عددهم ١٥ طالبًا.

كيكٌ، كنافةٌ، هريسةٌ، كنافةٌ، هريسةٌ، كنافةٌ، كيكٌ، كنافةٌ، كنافةٌ، كنافةٌ، هريسةٌ، كيكٌ كنافةٌ، هريسةٌ، كنافةٌ

ما نوعُ الحلوياتِ التي يفضّلها أكبرُ عددٍ مِنَ الطلبةِ؟

نلاحُظ أنَّ الكنافةَ يفضّلها أكبرُ عددٍ مِنَ الطلبةِ، ويُسمّى هذا **منوالًا**.

نشاط

ما لونُ العيونِ السائدِ لزملائكَ في الصّفِّ؟ ماذا تسميّهِ؟

اكتبْ تعريفًا للمنوالِ.

مثالُ (٢)

إذا كانتْ علاماتُ ١٠ طلابٍ في أحدِ الامتحاناتِ على النّحو الآتي:

١٢، ١٥، ٨، ٩، ١٣، ١٢، ١٥، ١٨، ١٥، ١٤. فَجدِ المنوالَ.

الحلُّ

نلاحظُ أنَّ العلامةَ ١٥ هي الأكثرُ تكرارًا بينَ العلاماتِ السابقةِ، وبذلكَ فإنَّ المنوالَ هو ١٥.

تدريبُ ٤

جِدِ المنوالَ للقيمِ الآتيةِ:

٨٥، ٩٢، ٧٩، ٦٨، ٩٩، ١١٥، ٧٩، ٧٩، ٦٨، ٩١، ٦٨، ٧٩، ٨٨، ٧٩

تدريبُ ٥

اذكرْ مثالًا على:

١) بياناتٍ ليس لها منوالٌ.

٢) بياناتٍ لها منوالانِ.

فكّر

- إذا أردتَ أنْ تعرفَ ترتيبكَ في علاماتِ الرّياضيّاتِ، ما المقياسُ الإحصائيُّ الأنسبُ الذي تستخدمهُ؟
- إذا أردتَ أنْ تعرفَ أيَّ العلاماتِ كانتْ أكثرَ تكرارًا في امتحانِ الرّياضيّاتِ لطلبة الصفِ السابعِ، ما المقياسُ الإحصائيُّ الأنسبُ الذي تستخدمهُ؟

تمارينُ ومسائلُ

١) احسبِ المتوسطَ الحسابيَّ، والوسيطَ، والمنوالَ، لكلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٣٠، ٢٥، ١٤، ٢٥، ٢٤، ١٩، ٢٦، ٢٥، ٢٠

ب) ٨،٧، ٦،٩، ٥،٣، ٣، ١٠، ٥،٣، ٣،١

٢) صِلْ بخطٍ بينَ الجُملِ الآتيةِ، والشّكلِ المناسبِ:

المتوسطُ الحسابيُّ=٢ المنوالُ = ٥ الوسيطُ = ٣

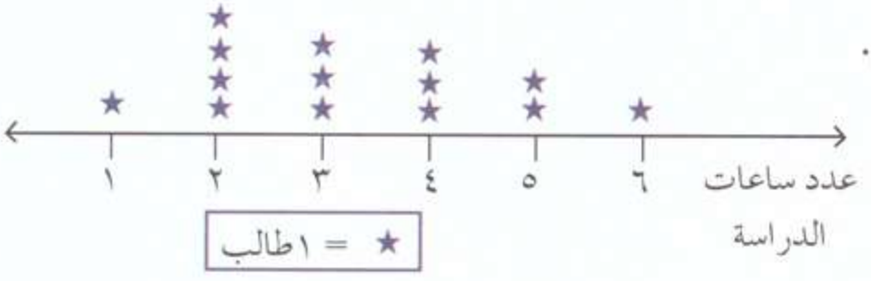
(١) (٢) (٣)

٣) اعتمدِ البياناتِ الممثلةَ بالشّكلِ الآتي لإيجاد كلٍّ ممّا يأتي:

أ) المتوسطِ الحسابيِّ.

ب) الوسيطِ.

جـ) المنوالِ.



٤) اكتب عددًا في كلٍّ ☐ ممّا يأتي:

أ) ٢، ٤، ٦، ٧، ٤، ٥، ☐ حيثُ يكونُ المنوالُ = ٤

ب) ٥، ١٠، ٠، ٩، ☐ ، ١٥ حيثُ يكونُ المتوسطُ الحسابيُّ = ٧

جـ) ٨، ٦، ☐ ، ١٥، ١٣ حيثُ يكونُ الوسيطُ = ٨

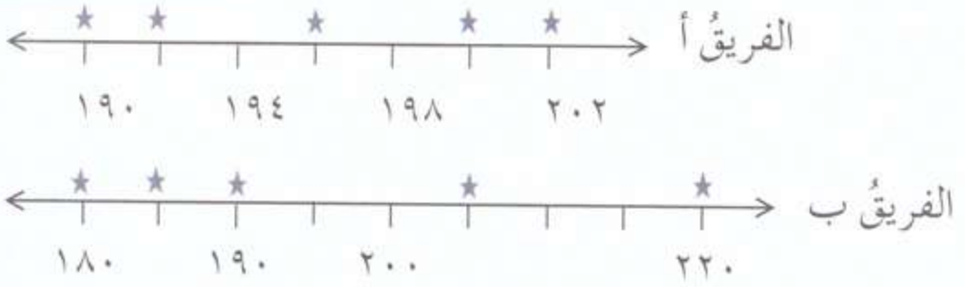
٥) اذا كانتْ علاماتُ أحدِ الطلبةِ في ٦ مباحثَ (النهاية العظمى لكلٍّ منها ١٠٠ علامة) هي: ٩١، ٨٢، ٨٣، ٩٦، ٧٤، ٨٨، وتقدّمَ لامتحانٍ في مبحثٍ آخرَ نهايةُ علامتهِ العظمى ١٠٠، فأصبحَ الوسيطُ لعلاماتهِ يساوي المنوالَ، ما العلامةُ التي حصلَ عليها في ذلكَ المبحثِ؟

الدرسُ الثّالثُ
مقاييسُ التشتّتِ

النتاجات

- تتعرفُ على مقاييسِ التّشتتِ.
- تحسبُ المدى والانحرافَ المعياريَّ، والتّباينَ لبياناتٍ عدديّةٍ.

إذا كانتْ أطوالُ لاعبي فريقينِ لكرةِ السلّةِ بالسنتيمترَ كما في الشّكلينِ الآتيين:



١) احسبِ المتوسَطَ الحسابيَّ لأطوالِ لاعبي كلِّ فريقٍ مِنَ الفريقينِ، ماذا تلاحظُ؟

٢) قارنْ بينَ المتوسطِ الحسابيِّ، وطولِ أطولِ لاعبٍ، وطولِ أقصرِ لاعبٍ في كلِّ فريقٍ مِنَ الفريقينِ. ماذا تلاحظُ؟

نلاحظُ في المثالِ السابقِ أنَّ المتوسطَ الحسابيَّ لأطوالِ لاعبي الفريقِ (أ) يساوي المتوسطَ الحسابيَّ لأطوالِ لاعبي الفريقِ (ب)، رغمَ اختلافِ أطوالِ لاعبي الفريقينِ، مما يعني أنهُ قد تتساوى بعضُ مقاييسِ النّزعةِ المركزيةِ لتوزيعَينِ أو أكثرَ. أطوالُ لاعبي الفريقِ (أ) تنحصرُ بينَ ١٩٠، ٢٠٢، بينما تنحصرُ أطوالُ لاعبي الفريقِ (ب) بين ١٨٠، ٢٢٠ وهذا يعني أنَّ أطوالَ لاعبي الفريقِ (ب) أكثرُ تباعدًا من أطوالِ لاعبي الفريقِ (أ). ولتحديدِ مدى تقاربِ، أو تجانسِ البياناتِ المعطاةِ، نحنُ بحاجةٍ لمقاييسَ

أخرى غيرِ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ، والتي تُسمّى (مقاييسَ التشتتِ)، وهي المدى، والانحرافُ المعياريُّ، والتّباينُ.

المدى: هو الفرقُ بينَ أكبرِ قيمةٍ، وأصغرِ قيمةٍ، أيْ أنّ:

المدى = أكبرَ قيمةٍ – أصغرِ قيمةٍ.

مثالُ (١)

إذا كانتْ رواتبُ موظفي شركةٍ على النّحو الآتي: ٣٥٠، ٣٨٨، ١٥٠، ٤٩٠، ٢٥٠، ٣٧٩، ٢٩٥، ٣٠٠، ٢٥٥، ٢١٥، ٣٥٢، ٣٤٥، ٢٢٥

فجدِ المدى للرّواتبِ.

الحلُّ

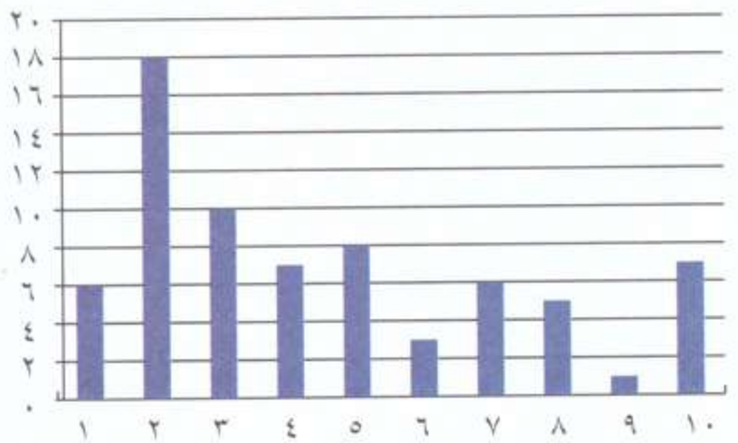
أكبرُ قيمةٍ = ٤٩٠ دينارًا

أصغرُ قيمةٍ = ١٥٠ دينارًا.

مدى الرّواتب = ٤٩٠ – ١٥٠ = ٣٤٠ دينارًا.

تدريبُ ١

اذا كانتْ علاماتُ ١٠ طلابٍ في أحدِ المباحثِ كما في الشّكلِ المجاورِ:



١) جِدِ المدى.

٢) احذفْ أصغرَ قيمةٍ، وأكبرَ قيمةٍ واحسبِ المدى مِنْ جديدٍ، وقارنهُ بالمدى قبلَ الحذفِ.

تلاحظُ مِنْ تعريفِ المدى، أنّهُ يمتازُ بسهولةِ حسابِهِ، ويُعطي فكرةً سريعةً عنْ تباعدِ، أو تقاربِ المشاهداتِ، ولكنّهُ لا يَعكسُ أثَرَ جميعِ المشاهداتِ، لأنّ حسابهُ يعتمدُ على أكبرِ قيمةٍ، وأصغرِ قيمةٍ فقطْ.

لذلك؛ نلجأُ إلى مقياسٍ آخرَ وهو الانحرافُ المعياريُّ.

الانحرافُ المعياريُّ

هو مقياسٌ مِنْ مقاييس التّشتّتِ، يقيسُ مدى تباعدِ القيمِ، أو تقاربها عنْ متوسطها الحسابيِّ.

الانحراف المعياريُّ (ع) لعيّنةٍ إحصائيةٍ على النحو الآتي:

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجموع مربعات انحرافات القيمِ عن متوسطها الحسابي}}{\text{عددِ القِيمِ} - ١}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{\Sigma (س - \overline{س})^{٢}}{ن - ١}}$$

، حيث $\overline{س}$ ترمزُ للمتوسَطِ الحسابيِّ.

$س - \overline{س}$ تمثّلُ انحرافَ القيمةِ س عنِ المتوسَطِ الحسابيِّ.

ن يمثّلُ عددَ القِيَمِ

Σ رمزُ المجموعِ.

مثالُ (٢)

جِدِ الانحرافَ المعياريَّ للقيمِ الآتيةِ: ١٢، ١٠، ١٥، ٢٥، ١٨

الحلُّ

١) نجدُ المتوسطَ الحسابيَّ للقيمِ:

$$س = \frac{\text{مجموعَ القيَمِ}}{\text{عددِ القيَمِ}} = \frac{١٢ + ١٠ + ١٥ + ٢٥ + ١٨}{٥} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

٢) نكوّنُ جدولًا بثلاثةِ أعمدةٍ: الأوّلُ يحوي قِيَمَ س، الثّاني يحوي ناتجَ (س − $\overline{س}$)، أمّا العمودُ الثّالثُ فإنهُ يحوي ناتجَ (س − $\overline{س}$)^{٢}.

س	(س − $\overline{س}$)	(س − $\overline{س}$)^{٢}
١٢	− ٤	١٦
١٠	− ٦	٣٦
١٥	− ١	١
٢٥	٩	٨١
١٨	٢	٤
المجموعُ	صفرٌ (لماذا؟)	١٣٨

٣) نطبّقُ القانونَ:

$$ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن - ١}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{١٣٨}{٥ - ١}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{١٣٨}{٤}} = \sqrt{٣٤,٥} \approx ٥,٧٨$$

التّباينُ: مقياسٌ مِنْ مقاييسِ التّشتّتِ، وهو يمثّلُ مربّعَ الانحرافِ المعياريِّ، حيثُ:

$$\text{التّباينُ} = ع^{٢} = \frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن - ١}$$

مثالُ (٣)

احسبِ التّباينَ للقيمِ في المثالِ السّابقِ.

الحلُّ

$$\text{التّباينُ} = ع^{٢} = \frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن - ١} = ٣٤,٥$$

تدريبُ ٢

إذا كانتْ أوزانُ (٦) طلابٍ: ٤٥، ٤٠، ٣٠، ٣٥، ٤٢، ٣٠ فجدْ كلاًّ ممّا يأتي:

١) الانحرافَ المعياريَّ لأوزانِ الطّلبةِ

٢) التباينَ لأوزانِ الطّلبةِ.

تدريبُ ٣

للبياناتِ : ٧، ٧، ٧، ٧، ٧ جِدِ:

١) المدى.

٢) الانحرافَ المعياريَّ.

٣) التّباينَ.

٤) ماذا تستنتجُ؟

تدريبُ ٤

ناقشْ هذهِ العبارةَ: قالتْ دانةُ " كلما زادتْ قيمةُ الانحرافِ المعياريِّ، كانتِ البياناتُ أكثرَ تشتُّتًا، وأقلَّ تجانسًا.

تمارينُ ومسائلُ

١) إذا كانَ عددُ السّاعاتِ اليوميّةِ التي يَقضيها ٧ طلابٍ في الثّانويةِ العامّةِ في الدّراسةِ ممثَّلةً بالجدولِ الآتي:

رقمُ الطّالبِ	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
عددُ السّاعاتِ	٨	٣	٥	٧	٢	٤	٦

جِدِ:

أ) المدى.

ب) الانحرافَ المعياريَّ.

جـ) التّباينَ.

٢) إذا كانتْ علاماتُ ٥ طلابٍ مِنَ الصّفِّ السّابعِ في امتحانٍ علامتهُ العظمى مِنْ ٢٠ هي:

١٥، ١٦، ١٣، ١٤، ١٢، وعلاماتُ ٥ طالباتٍ مِنَ الصّفِّ السّابعِ في نَفْسِ الامتحانِ هي: ٣، ١٠، ١٨، ١٩، ٢٠، فَجِدْ كلاًّ ممّا يأتي:

أ) المدى لعلاماتِ الذّكورِ.

ب) المدى لعلاماتِ الإناثِ.

جـ) الانحرافَ المعياريّ لعلاماتِ الذّكورِ.

د) الانحرافَ المعياريَّ لعلاماتِ الإناثِ.

هـ) ماذا تلاحظُ؟

٣) إذا كانتْ أوزانُ ٧ أشخاصٍ بالكيلوغرام كما يأتي: ٥٥، ٧٠، ٨٦، ٤٠، ٦٥، ٦٠، فَجِدْ كلاً ممّا يأتي:

أ) الانحرافَ المعياريَّ.

ب) احذفْ أكبرَ وزنٍ، وأقلَّ وزنٍ، ثُمّ جِدِ الانحرافَ المعياريَّ.

جـ) قارنْ بينَ الإجابتينِ في الفرعَينِ أ ، ب.

د) اذا أُضيفتْ قِيَمٌ محصورةٌ بينَ أكبرِ قيمةٍ، وأصغرِ قيمةٍ، هلْ تختلفُ قيمةُ المدى؟ هلْ تختلفُ قيمة الوسِطَ الحسابيِّ؟ هلْ تختلفُ قيمةُ الانحرافِ المعياريِّ؟ برّرْ إجابتكَ.

مراجعةٌ

١) إذا كانَ عددُ الأهدافِ التي سجَّلها فريقُ كرةِ السّلةِ لإحدى المدارسِ في ٥مبارياتٍ خاضها في دوريِّ المدارسِ على النّحو الآتي: ٥٥، ٥٠، ٥٥، ٤٦، ٥٤، فَجِدْ كلًّا ممّا يأتي:

أ) المتوسطَ الحسابيَّ.

ب) الوسيطَ.

جـ) المنوالِ.

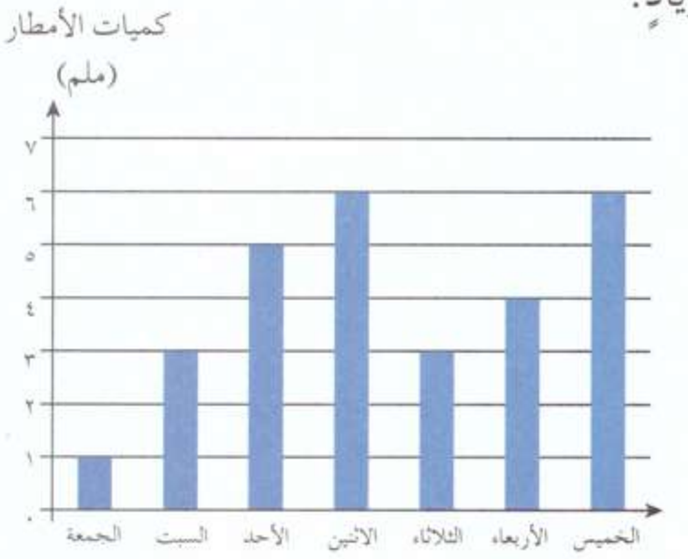
٢) تمثّلُ القِيَمُ الآتيةُ علاماتِ الطالبِ زيادٍ في(٦) اختباراتٍ قصيرةٍ في مبحثِ الرّياضيّاتِ، النهايةُ العظمى لكلٍّ منها (١٠) علاماتٍ: ١٠، ٩، ١، ٧، ٦، ٣، جِدْ كلًّا ممّا يأتي:

أ) المدى لعلاماتِ زيادٍ.

ب) الانحرافَ المعياريَّ لعلاماتِ زيادٍ.

جـ)التباينَ لعلاماتِ زيادٍ.

٣) معتمدًا الشّكلَ المجاورَ الذي يمثّلُ كمياتِ الأمطارِ بالملميتر، التي هطلتْ على مدارِ أسبوعٍ في مدينةِ إربدَ، احسبْ كلًّا ممّا يأتي:



أ) المتوسطَ الحسابيَّ لكمياتِ الأمطارِ.

ب) المدى لكمياتِ الأمطارِ.

جـ) الانحرافَ المعياريَّ لكمياتِ الأمطارِ.

٤) للأعدادِ ٤٠، ٢٠، ٦٠، أضِفْ عددينِ، حيثُ يصبحُ كلٌّ مِنَ المتوسطِ، والوسيطِ، والمنوالِ ٦٠.

٥) اكتبْ عددًا في كلِّ ☐ ممّا يأتي:

أ) ١٤، ١٢، ٩، ٥، ٧، ☐ ، حيثُ يصبحُ المدى = ١٤.

ب) ١٥، ٢٨، ٣٠، ☐ ، ١٧، حيثُ يصبحُ المتوسطُ الحسابيُّ = ٢٣

جـ) ١٠، ٥، ☐ ، ١٣، ١١ ، حيثُ يصبحُ الوسيطُ = ١١

٦) مجموعةٌ تتكونُ مِنْ ٥ أعدادٍ، المدى لها ٩، والوسيطُ ١٢، والمنوالُ ١٥، والمتوسّطُ الحسابيُّ ١١. ما هذهِ الأعدادُ؟

اختبارٌ ذاتيٌّ

١) يتكونُ هذا السؤالُ مِنْ ٥ فقراتٍ مِنْ نوعِ الاختيارِ مِنْ متعدّدٍ، كلّ فقرةٍ لها أربعةُ بدائلَ، واحدٌ منها فقط صحيحٌ، ضعْ دائرةً حولَ رمزِ البديلِ الصحيحِ في ما يأتي:

(١) وسيطُ القِيَمِ: ٢، ٧، ٦، ٨، ١، ٩، ٥ يساوي:

أ) ٥ ب) ٦ جـ) ٧ د) ٢

(٢) مِنوالُ القِيَمِ: ٢٥، ٣٥، ٢٥، ٥٣، ٣٥٠، ٢٠ يساوي:

أ) ٢٥ ب) ٣٥ جـ) ٣٥٠ د) ٥٢

(٣) الانحرافُ المعياريُّ للقِيَمِ: ٤، ٤، ٤، ٤، ٤ يساوي:

أ) ٤ ب) ٠ جـ) ٢٠ د) ٨

(٤) مدى القِيَمِ: ٠، ١، ٠، ٠، ١، ٠، ٠، ١ يساوي:

أ) ٠ ب) ١٠ جـ) ١ د) −١

(٥) إذا كانَ التّباينُ لمجموعةٍ مِنَ القِيَمِ يساوي ١٦، فإنَّ الانحرافَ المعياريَّ لها يساوي:

أ) ٨ ب) ٢٥٦ جـ) ٣٢ د) ٤

٢) إذا كانتْ أوزانُ ٥ أطفالٍ بالكيلو غرام كما يأتي:

١٥، ١٠، ٢٥، ١٥، ٢٥ فَجِدِ:

أ) المتوسطَ الحسابيَّ.

ب) الوسيطَ.

جـ) الانحرافَ المعياريَّ.

٣) إذا كانتْ علاماتُ الطالبةِ جمانةَ في ٦ اختباراتٍ قصيرةٍ في مادّةِ الرياضيّاتِ، (النهايةُ العظمى لكلٍّ منها ١٠ علاماتٍ) هي: ٩، ٧، ١٠، ٦، ١، ٨، فأجبْ عن كلٍّ ممّا يأتي:

أ) جِدْ قيمةَ الانحرافِ المعياريِّ.

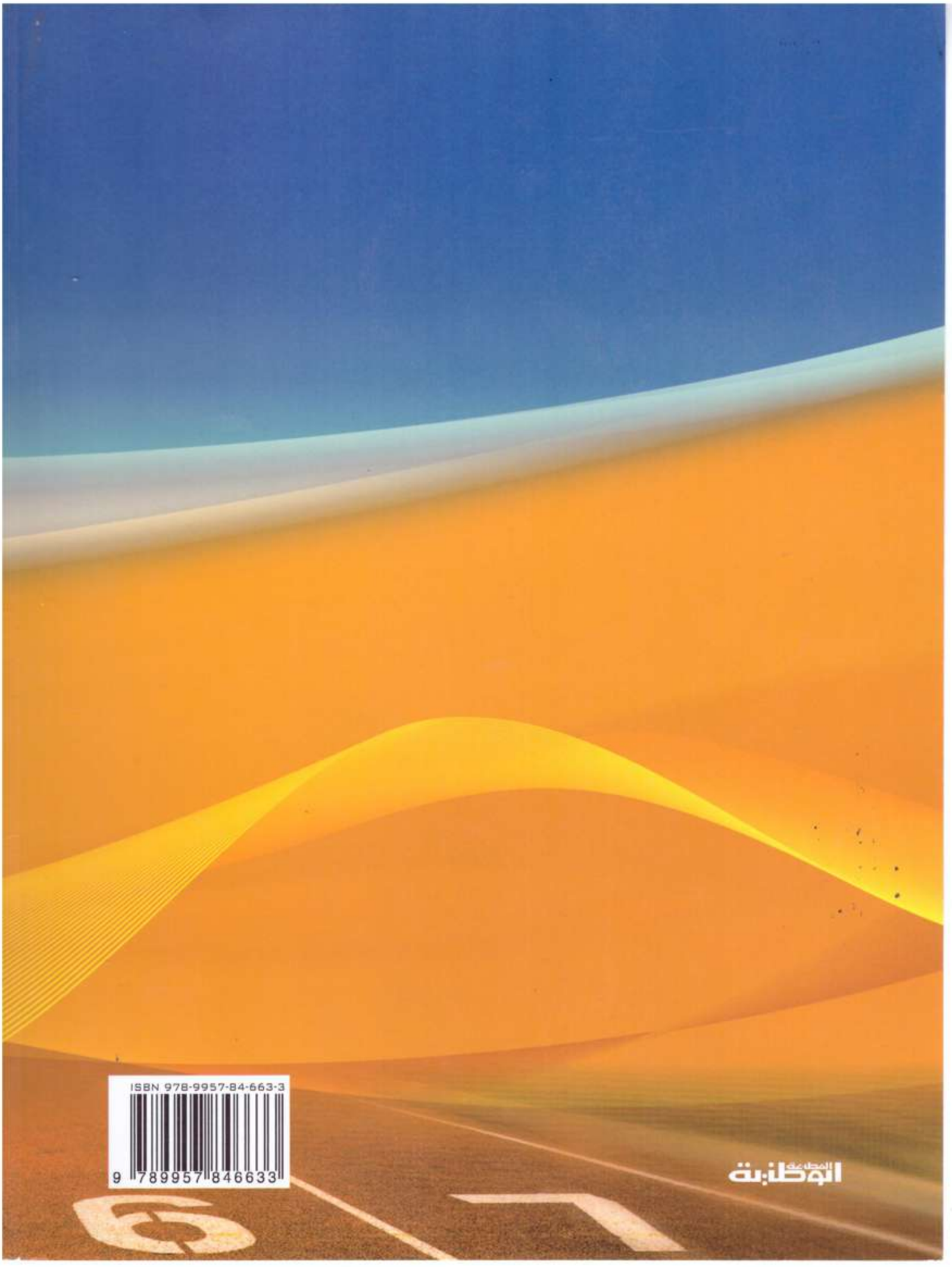
ب) إذا استثنيتَ أقلَّ علامةٍ حصلتْ عليها الطالبةُ جمانةُ، فجِدْ قيمةَ الانحرافِ المعياريِّ بعدَ الاستثناءِ.

جـ) قارنْ بينَ قيمتَي الانحرافِ المعياريِّ قبلَ الاستثناءِ، وبعدهُ.

٤) اعطِ مثالًا لبياناتٍ يكونُ فيها المتوسطُ الحسابيُّ = الوسيطَ = المنوالَ.

٥) اعطِ مثالًا لبياناتٍ لها منوالانِ.

تمَّ بحمدِ اللهِ


ISBN 978-9957-84-663-3
9 789957 846633
المطبعة الوطنية