

New

# الرياضيات

الصف الثاني عشر متقدم

الأستاذ محمود مراد

العام الدراسي 2018-2019

التكامل – الفصل الدراسي الثاني



**T:Mahmoud Murad**

0506565584

0528113301

**Xmmx22@hotmail.com**

السؤال الاول

اذا كانت  $F(X)$  دالة أصلية للدالة  $f(x)$  فأوجد  $F(X)$  فيما يلي

1)  $f(x) = 5x^4 + 6x^2 - 2x + 9$

2)  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

3)  $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$

4)  $f(x) = \frac{2}{x^2} - 2\cos x$

السؤال الثاني

أولاً: إذا كانت  $F(x)$  دالة أصلية للدالة  $f(x)$  بحيث :  $\int f(x)dx = e^{\sin x} + \ln(1-x^2)$  أوجد  $f(x)$  (فسر إجابتك)

ثانياً: إذا كانت كلا من الدالتين  $G(x)$  ,  $F(x)$  دوال أصلية للدالة  $f(x)$  حيث :

$$F(x) = x^2 e^{-x} \quad , \quad G(x) = \frac{x^2 - 2e^x}{e^x}$$

(1) فاوجد قيمة الثابت  $C$  التي تختلف به الدالتان  $F(x)$  ,  $G(x)$  .

$$(2) \text{ اثبت أن } f(x) = x e^{-x} (2 - x)$$

ثالثا: أثبت أن  $F(x) = e^x \ln(x) + e^x$  هي دالة أصلية للدالة  $f(x) = e^x \left( \frac{1}{x} + \ln(ex) \right)$  على الفترة  $[1, 4]$

$$\int k dx = kx + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int (f(x) \pm g(x) \pm \dots) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx \pm \dots$$

السؤال الثالث

أولا : أوجد كل من التكاملات التالية

1)  $\int \pi dx$

2)  $\int \frac{1}{2} dt$

4)  $\int 4x^3 dx$

6)  $\int x^{\frac{1}{2}} dx$

8)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

3)  $\int \sqrt{3} dy$

5)  $\int x^{-5} dx$

7)  $\int \frac{2}{x^3} dx$

9)  $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x}} dx$

$$10) \int \frac{x^5 + 2x - 5}{x^3} dx$$

$$11) \int (x^3 - 3)(x^6 + 3x^3 + 9) dx$$

T:Mahmoud Murad

$$12) \int \frac{x^5 + 2x^3 - 5}{x^3} dx$$

$$13) \int 2x^2(3x + 1)^2 dx$$

$$15) \int \left( \frac{3}{x^2} - 2x + \sqrt{x} \right) dx$$

$$14) \int \frac{x^2 - 2x - 3}{(3 - x)} dx$$

T:Mahmoud Murad

\* قوانين التربيع ( فيثاغورث ):

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \quad , \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1 \quad , \quad \sec^2 x - \tan^2 x = 1$$

$$\cot^2 x = \csc^2 x - 1 \quad , \quad \csc^2 x - \tan^2 x = 1$$

\* قوانين المقلوب:

$$\frac{1}{\sin x} = \csc x \quad , \quad \frac{1}{\csc x} = \sin x \quad , \quad \sin x \csc x = 1$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sec x \quad , \quad \frac{1}{\sec x} = \cos x \quad , \quad \cos x \sec x = 1$$

$$\frac{1}{\tan x} = \cot x \quad , \quad \frac{1}{\cot x} = \tan x \quad , \quad \tan x \cot x = 1$$

## T:Mahmoud Murad

قوانين ( الزوجية و الفردية )

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

## T:Mahmoud Murad

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 2 \cos^2 x - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

## T:Mahmoud Murad

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$$

$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$	1
$\int \cos x \, dx = \sin x + c$	2
$\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$	3
$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c$	4
$\int \sec x \tan x \, dx = \sec x + c$	5
$\int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + c$	6
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1}x + c$	7
$\int \frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}} \, dx = \sec^{-1}x + c$	8
$\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1}x + c$	9

$\int \sin kx \, dx = \frac{-\cos kx}{k} + c$	1
$\int \cos kx \, dx = \frac{\sin kx}{k} + c$	2
$\int \sec^2 kx \, dx = \frac{\tan kx}{k} + c$	3
$\int \csc^2 kx \, dx = -\frac{\cot kx}{k} + c$	4
$\int \sec kx \tan kx \, dx = \frac{\sec kx}{k} + c$	5
$\int \csc kx \cot kx \, dx = \frac{-\csc kx}{k} + c$	6
$\int \frac{f'}{\sqrt{1-f^2}} \, dx = \sin^{-1}f + c$	7
$\int \frac{f'}{ f \sqrt{f^2-1}} \, dx = \sec^{-1}f + c$	8
$\int \frac{f'}{1+f^2} \, dx = \tan^{-1}f + c$	9

ثانياً : أوجد الدالة الاصلية فيما يلي ( اوجد كل من التكاملات التالية )

$$1) \int \left( 4\sin x - 3\cos x + 7\tan \frac{\pi}{4} \right) dx$$

$$2) \int \left( \frac{4}{\sin^2 x} - \sec 5x \cos 5x \right) dx$$

$$3) \int \left( \frac{3}{\cos^2 5x} - 3\cos x + 7\sin \pi \right) dx$$

$$4) \int \left( \frac{-2}{1+x^2} + 2x - \csc x \cot x \right) dx$$

$$5) \int \frac{4x}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

$$10) \int \sin^2 x \, dx$$

$$14) \int \frac{4x}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$$

$$11) \int \cos^2 x \, dx$$

$$15) \int \frac{-4x^3}{\sqrt{1-x^8}} \, dx$$

$$12) \int \tan^2 x \, dx$$

$$16) \int \frac{x^2}{2+2x^6} \, dx$$

$$13) \int \cot^2 x \, dx$$

$$17) \int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \, dx$$

T:Mahmoud Murad

T:Mahmoud Murad

السؤال الثالث

اولا : أوجد الدالة  $f(x)$  تحقق الشروط التالية

$$1) f''(x) = 12x^2 + 2e^x \quad , \quad f'(0) = 2, f(0) = 3$$



$$2) f'(x) = \sin x - 2\cos x \quad , \quad f(\pi) = 1$$

ثانيا (1): سقط جسيم ما من ارتفاع ما وكان تسارع الجسيم عند الهبوط هو  $y''(t) = -9.8m/s^2$  على فرض ان السرعة الابتدائية هي  $y'(0) = -30m/s$  و الموقع الابتدائي هو  $y(0) = 30000m$  اوجد الدالة المكانية  $y(t)$

(2) حدد الدالة المكانية اذا كانت دالة التسارع هي  $a(t) = 3\sin t + 1 \text{ m/s}^2$  والسرعة  
الابتدائية المتجهه  $v(0) = 0 \text{ m/s}$  و الموقع الابتدائي  $S(0) = 4 \text{ m}$

(3) ( مقدره بالمتر المكعب ) بالنسبة للضغط  $V$  في تجربة ما كان معدل التغير في حجم كمية من الغاز  
ثابت و كان  $a$  حيث  $\frac{dV}{dP} = \frac{-a}{P^2}$  ( مقدره بالنيوتن / متر مربع ) يعطى بالعلاقة  $P$  الواقع عليها

$V(p)$  أوجد الدالة  $P = \frac{1}{2} N/m^2$  عندما  $V = 12 \text{ m}^3$ .

# تابع قواعد التكامل

$\int \frac{a}{x} dx = a \ln x  + c$	<b>T:Mahmoud Murad</b>	1
$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln  f(x)  + c$		2
$\int e^x dx = e^x + c$		3
$\int f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + c$		4
$\int \ln(a) \cdot (a)^x \cdot dx = a^x + c \quad ; a > 0$		5
$\int \ln(a) \cdot f'(x) \cdot (a)^{f(x)} \cdot dx = (a)^{f(x)} + c$		6
$\int f'(x) \cdot (f(x))^n dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + c$		7

**T:Mahmoud Murad**

السؤال الرابع :

أولا أوجد كل من التكاملات التالية

$$1) \int (\sqrt{e^x} + e^{2x}) dx$$

$$2) \int \left( \frac{4}{e^x} + \frac{e^{\sin x}}{\sec x} \right) dx$$

$$3) \int \left( \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \right) dx$$

$$4) \int \frac{e^{2x} - 3e^x - 4}{e^x - 4} dx$$

$$5) \int \frac{e^{\frac{2}{x}} - x^3 + 4x}{x^2} dx$$

$$6) \int x(3)^{x^2+1} dx$$

T:Mahmoud Murad

T:Mahmoud Murad

$$7) \int \frac{2x e^x - 3e^{3x}}{x e^{3x}} dx$$

$$8) \int \tan x (\sec x + 1) dx$$

$$9) \int \frac{\sec^2 x + 1}{x + \tan x} dx$$

$$10) \int \frac{x - 3}{x^2 - 2x - 3} dx$$

$$11) \int \frac{\cos x (1 + \sec x)}{\sin x} dx$$

$$12) \int \frac{1}{1 + e^{-x}} dx$$

$$13) \int \frac{\sin x \cos x}{1 + \cos 2x} dx$$

$$14) \int \left( \frac{1}{x} - \sin x \right) (\ln x + \cos x)^5 dx$$

$$15) \int \frac{(5x + 5)}{\sqrt{x^2 + 2x + 15}} dx$$

$$16) \int \frac{x \cos x^2}{\sqrt{\sin x^2}} dx$$

$$17) \int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$$

**ثانياً : 1** خطط مجلس إحدى المدن أن يكون معدل النمو السكاني خلال 5 سنوات قادمة وفق العلاقة

$$R'(t) = 400 \left(1 + \frac{2t}{24 + t^2}\right) \text{ ، عدد السكان } R(t) \text{ ، } t \text{ عدد السنوات}$$

فإذا كان عدد السكان الآن يساوي 60000 نسمة . أوجد عدد سكان المدينة المتوقع بعد 5 سنوات

(2) على فرض أن السرعة المتجهة لأسفل لأحد لاعبي القفز الحر معطى بالدالة

$$v(t) = 9(1 - e^{-t})m/s$$

لأول 5 ثواني من القفز إحصب المسافة المجتازة عند الهبوط

(2) أوجد كل من التكاملات التالية

$$\int \frac{e^{\tan x + 2 \ln \sec x}}{2} dx$$

$$\int \sin^3 x dx$$

$$\int \left( \frac{4}{x} - \frac{3 \sin x}{1 - \sin^2 x} \right) dx$$

$$\int x^5 e^{x^3 - 3 \ln x} dx$$

$$\int \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} dx$$

$$\int \sqrt{x^4 - x^7} dx$$

T:Mahmoud Murad



# T:Mahmoud Murad

العبارة (6)  $\int \sin 2x \cos 2x dx$  تساوي

- a)  $-\cos 2x \sin 2x + c$       b)  $-\frac{1}{4} \cos 2x + c$       c)  $-\frac{1}{4} \cos 2x \sin 2x + c$       d)  $-\frac{1}{8} \cos 4x + c$

العبارة (7)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$  تساوي

- a)  $-\frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$       b)  $2 \tan^{-1} \sqrt{x} + c$       c)  $-2 \ln x + c$       d)  $-\frac{1}{2} \ln \sqrt{x} + c$

العبارة (8)  $\int \frac{g(x)}{x^2-2x+8} dx = \frac{1}{2} \ln|x^2-2x+8| + c$  فإن  $g(x)$  تساوي

- a)  $x-1$       b)  $2x+2$       c)  $2x$       d)  $2x-2$

العبارة (9)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} dx$  تساوي

- a)  $\ln|1+\sqrt{x}| + c$       b)  $2 \ln|1+\sqrt{x}| + c$       c)  $\frac{1}{2} \ln|1+\sqrt{x}| + c$       d)  $\frac{(1+\sqrt{x})^2}{2}$

العبارة (10)  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$  تساوي

- a)  $\ln x + c$       b)  $\ln \ln|2x| + c$       c)  $\ln|\ln x| + c$       d)  $2 \ln x + c$

الرياضيات  
متعة و حياة

T:Mahmoud Murad

0506565584  
0528113301

خلال الايام القليلة القادمة ان شاء الله لكم الجزء الثاني  
من التكميل  
للفصل الدراسي الثاني  
2019-2018

# التواصل



**T:Mahmoud Murad**  
**0506565584**  
**0528113301**  
**xmmx22@hotmail.com**

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق و التفوق