

الوحدة الثالثة



الكسور العادية

إعداد الأستاذ فوزي ثامر صعبانه

ماجستير رياضيات

طباعة الأستاذ حمزة سلمان

تنسيق الأستاذ فوزي ثامر صعبانه

الدرس الأول : تمثيل الكسور و الأعداد الكسرية

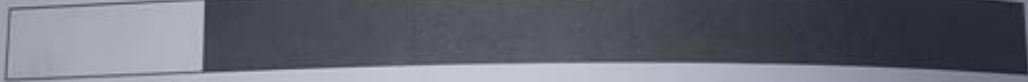
في الكسر $\frac{7}{9}$

- < نسمي العدد 7 بسط الكسر
- < نسمي العدد 9 مقام الكسر
- < نسمي الخط بينهما خط الكسر

- ✓ البسط = عدد الأجزاء المضللة
- ✓ المقام = عدد جميع الأجزاء

العدد الكسري هو العدد المكون من كسر و عدد صحيح مثل $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{2}$

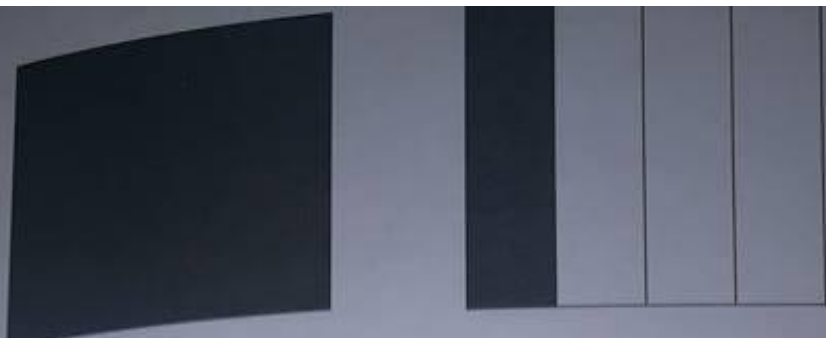
التمثيل



البسط = عدد الأجزاء المظللة = 4 ، المقام = عدد جميع الأجزاء = 5
الكسر هو $\frac{4}{5}$ ، و يقرأ أربع أخماس



البسط = عدد الأجزاء المظللة = 2 ، المقام = عدد جميع الأجزاء = 3
الكسر هو $\frac{2}{3}$ و يقرأ ثلثين



١ عدد صحيح

البسط = عدد الأجزاء المظللة في الشكل المقسم = ١

المقام = عدد الأجزاء في الشكل المقسم = ٤

العدد الكسري هو $1 \frac{1}{4}$

و يقرأ واحد و ربع

(٤)



٢ عدد صحيح

البسط = عدد الأجزاء المظللة في الشكل المقسم = ٦

المقام = عدد الأجزاء في الشكل المقسم = ١٠

العدد الكسري هو $2 \frac{6}{10}$

و يقرأ اثنان و ست أعشار

السؤال (٢) صفحة ٩٦

(أ) $\frac{6}{8}$

(ب) $\frac{2}{3}$

فكر صفحة ٩٦

الكسر $\frac{4}{4} = 1$ ، لهذا الكسر $\frac{3}{4}$ أقل من واحد لأن البسط > المقام

< كل كسر يكون بسطه أقل من مقامه يكون الكسر أقل من الواحد الصحيح

تمثيل العدد الكسري

عند تمثيل الأعداد على خط الأعداد فإننا نمثل الجزء الصحيح ثم نمثل أجزاء كسرية فإنها تقع بين الأعداد الصحيحة

مثال: مثل كل مما يلي على خط الأعداد .

(٢) $\frac{5}{7}$

(١) $3\frac{1}{2}$

الحل :



فكر صفحة ٩٧

$$3 \frac{2}{12}$$

السؤال (٣) صفحة ٩٧



نشاط صفحة ٩٨

♦ الكسر الذي يمثل اللون الازرق $\frac{4}{12}$

♦ الكسر الذي يمثل اللون الاحمر $\frac{4}{12}$

♦ الكسر الذي يمثل اللون الاصفر $\frac{3}{12}$

♦ الكسر الذي يمثل اللون الاخضر $\frac{1}{12}$

اجابات تمارين ومسائل صفحة ٩٩

السؤال الأول :

(د) $3 \frac{1}{6}$

(ج) $\frac{3}{10}$

(ب) $\frac{10}{20}$

(ا) $\frac{3}{7}$

السؤال الثاني :

(أ) $\frac{5}{8} = م$

(ب) $\frac{5}{8} = م$ ، $\frac{6}{15} = س$

(ج) $\frac{2}{6} = ص$

(د) $\frac{2}{12} = ع$ ، $\frac{1}{2} = س$ ، $\frac{2}{3} = م$



السؤال الثالث :



السؤال الرابع :

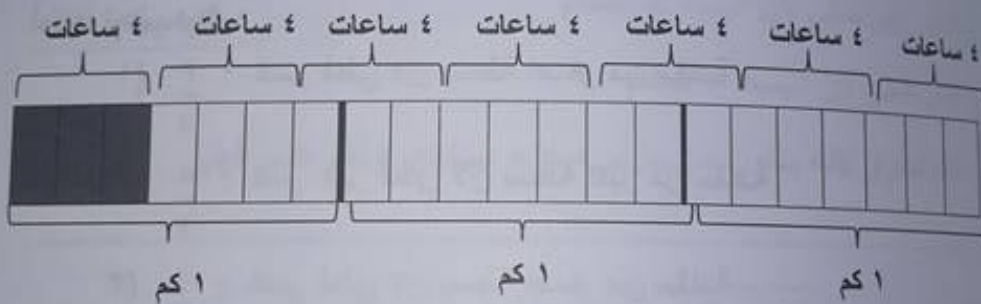


∴ عدد الكرات في الكيس = $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ كرة

السؤال الخامس :

$$\frac{2}{10} \div \frac{4}{10}$$

السؤال السادس :



∴ عدد الساعات اللازمة لإنهاء تعبئة الطريق = $4 \times 7 = 28$ ساعة

السؤال السابع : بركة للطالب

هناك العديد من المسائل

الدرس الثاني : التحويل بين الكسور و الأعداد الكسرية

أنواع الكسور العادية

(١) كسور فعلية : و هي كسور بسطها اصغر من مقامها مثل: $\frac{5}{7}$ و $\frac{4}{5}$

(٢) كسور غير فعلية : هي كسور بسطها اكبر من مقامها أو يساويه مثل: $\frac{12}{7}$ و $\frac{5}{5}$

(٣) أعداد كسرية : هي أعداد تتكون من جزأين جزء صحيح و جزء آخر كسر فعلي مثل: $2\frac{3}{4}$ و $5\frac{6}{7}$

أمثلة توضيحية :

(١) $\frac{3}{5}$: كسر فعلي لان بسطة اصغر من مقامة

(٢) $\frac{5}{3}$: كسر غير فعلي لان بسطة اكبر من مقامة

(٣) $\frac{4}{7}$: كسر فعلي لان بسطة اصغر من مقامة

(٤) $\frac{2}{9}$: كسر فعلي لان بسطة اصغر من مقامة

(٥) $\frac{7}{5}$: كسر غير فعلي لان بسطة اكبر من مقامة

(٦) $2\frac{3}{5}$: عدد كسري لان يتكون من عدد صحيح و كسر فعلي مقامة

(٧) $8\frac{4}{9}$: عدد كسري لان يتكون من عدد صحيح و كسر فعلي مقامة

الأستاذ : فوزي ثامر صعبان (ماجستير رياضيات)

ناقش زملائك صفحة ١٠١

كسر غير فعلي : هي كسور بسطها أكبر من مقامها أو يساويه مثل: $\frac{5}{4}$ و $\frac{4}{4}$

① إذا كان بسط الكسر يساوي المقام $\frac{4}{4}$ يكون يساوي الواحد الصحيح

② إذا كان بسط الكسر أكبر من مقامه $\frac{5}{4}$ يكون أكبر من الواحد الصحيح

السؤال (١) صفحة ١٠٢

(أ) كسر غير فعلي لأن البسط = المقام

(ب) كسر غير فعلي لأن البسط < المقام

(ج) كسر فعلي لأن البسط > المقام

(د) عدد كسري لأنه يتكون من جزأين، جزء صحيح، وآخر كسر فعلي

تحويل الكسر غير الفعلي إلى عدد كسري

✓ للتحويل من كسر غير فعلي إلى كسر فعلي نقوم بالقسمة الطويلة لقسمة

البسط على المقام و يكون

• الناتج هو الجزء الصحيح للعدد الكسري

• الباقي من القسمة هو البسط مع الحفاظ على المقام نفسه

مثال: حول فيما يلي إلى عدد كسري

$$\frac{3}{2} (1)$$

$$\frac{7}{5} (2)$$

$$\frac{34}{6} (3)$$

الحل :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \overline{) 3} \\ \underline{2} \\ 1 \end{array}$$

ناتج القسمة ١ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ١ وهو البسط
المقام نفسه
إذن $1 \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{) 7} \\ \underline{5} \\ 2 \end{array}$$

ناتج القسمة ١ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ٢ وهو البسط
المقام نفسه
إذن $1 \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 6 \overline{) 34} \\ \underline{30} \\ 4 \end{array}$$

ناتج القسمة ٥ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ٤ وهو البسط
المقام نفسه
إذن $5 \frac{4}{6} = \frac{34}{6}$

ناتج القسمة ٢ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ١ وهو البسط
المقام نفسه

$$٢ \frac{١}{٣} = \frac{٧}{٣} \quad \text{إذن}$$

$$\begin{array}{r} ٢ \\ ٣ \overline{) ٧} \\ \underline{٦} \\ ١ \end{array}$$

ناتج القسمة ٦ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ٤ وهو البسط
المقام نفسه

$$٦ \frac{٤}{٧} = \frac{٤٦}{٧} \quad \text{إذن}$$

$$\begin{array}{r} ٦ \\ ٧ \overline{) ٤٦} \\ \underline{٤٢} \\ ٤ \end{array}$$

ناتج القسمة ٥ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ٤ وهو البسط
المقام نفسه

$$٥ \frac{٤}{١٣} = \frac{٦٩}{١٣} \quad \text{إذن}$$

$$\begin{array}{r} ٥ \\ ١٣ \overline{) ٦٩} \\ \underline{٦٥} \\ ٤ \end{array}$$

إجابات تمارين ومسائل صفحة ١٠٥

السؤال الأول :

$$\frac{38}{9} = \frac{2 + 36}{9} = \frac{2 + 4 \times 9}{9} = 4 \frac{2}{9}$$

السؤال الثاني :

نتج القسمة ٤ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ٢ وهو البسط
المقام نفسه
إذن $4 \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 14} \\ \underline{12} \\ 2 \end{array}$$

السؤال الثالث :

نتج القسمة ٧ وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة ١ وهو البسط
المقام نفسه
إذن $7 \frac{1}{4} = \frac{29}{4}$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 4 \overline{) 29} \\ \underline{28} \\ 1 \end{array}$$

السؤال الرابع :



السؤال الخامس :

نحوه الى كسر $3 \frac{7}{9}$

$$\frac{34}{9} = \frac{7 + 27}{9} = \frac{7 + 3 \times 9}{9} = 3 \frac{7}{9}$$

السؤال السادس :

$$9 \frac{7}{2}$$

نحول $\frac{7}{2}$ لانه كسر غير فعلي

نتاج القسمة 3 وهو الجزء الصحيح
الباقي من القسمة 1 و هو البسط
المقام نفسه

$$3 \frac{1}{2} = 9 \frac{7}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{) 7} \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$$

$$12 \frac{1}{2} = 3 \frac{1}{2} + 9 = 9 \frac{7}{2}$$

المبحث الثالث : مقارنة الكسور و الأعداد الكسرية

أولا : مقارنة الكسور

يقصد بمقارنة كسرين تحديد الكسر الأكبر أو الأصغر أو الكسرين متساويين

أمثلة مقارنة الكسور :

(1) نلصق المقام نفسه

$$\frac{5}{7} < \frac{6}{7}$$

$$\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$$

المقام نفسه نقارن البسطين و الكسر الأكبر الذي يكون بسطه أكبر

مثال: رتب الكسور التالية تنازليا

$$\frac{1}{5} ، \frac{4}{5} ، \frac{2}{5}$$

الحل :

تنازليا يعني من الأكبر للأصغر

لأن المقام متساوي لذلك الكسر الأكبر هو البسط الأكبر

$$\frac{4}{5} ، \frac{2}{5} ، \frac{1}{5}$$

٢. إذا كان أحد المقامين من مضاعفات المقام الآخر

أمثلة توضيحية :

$$\begin{array}{l} \frac{1}{12} \quad \square \quad \frac{3}{4} \quad (1) \\ \frac{1}{12} \quad \square \quad \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \\ \frac{1}{12} \quad \square < \quad \frac{9}{12} \end{array}$$

المقام ١٢ هو من مضاعفات العدد ٤
نوجد المقامات بضرب البسط و المقام
في العدد ٣

$$\begin{array}{l} \frac{11}{36} \quad \square \quad \frac{2}{9} \quad (2) \\ \frac{11}{36} \quad \square \quad \frac{4}{9} \times \frac{2}{9} \\ \frac{11}{36} \quad \square > \quad \frac{8}{36} \end{array}$$

المقام ٣٦ هو من مضاعفات العدد ٩
نوجد المقامات بضرب البسط و المقام
في العدد ٤

الحل :

نوجد المقامات بضرب الكسر الأول بـ ٣ ونضرب الكسر الثاني بـ ٦

$$\frac{11}{24} , \frac{3}{4} , \frac{3}{8} \leftarrow \frac{11}{24} , \frac{3}{4} , \frac{3}{8}$$

$$\frac{9}{24} < \frac{11}{24} < \frac{18}{24} \quad \text{تصاعديا من الأكبر إلى الأصغر}$$

$$\therefore \frac{3}{4} , \frac{11}{24} , \frac{3}{8}$$

٣. المقامات ليست متساوية و ليس احدهما من مضاعفات الآخر

أثبت توضيحي:

مضاعفات العدد ٢ هي ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢
مضاعفات العدد ٥ هي ٥، ١٠، ١٥
∴ م، م، أ = ١٠

$$\frac{1}{5} < \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2 \times 1}{2 \times 5} < \frac{1 \times 1}{1 \times 2}$$

$$\frac{2}{10} < \frac{1}{2}$$

مضاعفات العدد ٦ هي ٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ٣٠
مضاعفات العدد ٨ هي ٨، ١٦، ٢٤، ٣٢
∴ م : م : أ = ٢٤

$$\frac{5}{8} < \frac{3}{6} \quad (2)$$

$$\frac{3 \times 5}{3 \times 8} < \frac{4 \times 3}{4 \times 6}$$

$$\frac{15}{24} < \frac{12}{24}$$

مثال: إذا كانت علامة يامن في امتحان الرياضيات الشهري

$\frac{28}{30}$ و علامته في الامتحان اليومي $\frac{9}{10}$ في أي امتحان علامته أفضل

الحل:

$$\frac{3 \times 9}{3 \times 10} < \frac{28}{30}$$

$$\frac{27}{30} < \frac{28}{30}$$

∴ علامته في امتحان الشهرين أفضل

السؤال (١) صفحة ١٠٩

لهما المقام نفسه $\frac{7}{11} > \frac{3}{11}$ (أ)

$\frac{18}{48} = \frac{6 \times 3}{6 \times 8} > \frac{15}{48}$ (ب)

$\frac{36}{36} > \frac{20}{36} \leftarrow \frac{9 \times 4}{9 \times 4} > \frac{4 \times 5}{4 \times 9}$ (ج)

فكر صفحة ١٠٩

$\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$ لكن $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

$\frac{5}{8} > \frac{3}{6} \therefore$

ملاحظة

إذا كان كسرين لهما البسط نفسه فإن البسط الذي مقامه أكبر يكون هو الأصغر

أمثلة توضيحية:

$\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ (١)

$\frac{3}{7} < \frac{3}{4}$ (٢)

ثانيا : مقارنة عدد كسري مع عدد كسري آخر

إذا تساوى الجزءان الصحيحان في العددين الكسريين انتقل إلى المقارنة بين الكسريين
الفعالين كما تعلمنا سابقا

مثال: ضع إشارة $<$ $>$ $=$ في ما يلي

$$2 \frac{5}{6} \square 3 \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$5 \frac{4}{9} \square 3 \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$5 \frac{4}{7} \square 5 \frac{2}{4} \quad (3)$$

الحل :

$$(1) \quad 2 < 3 \text{ و الكسران } \frac{5}{6} \text{ ، } \frac{1}{4} \text{ فعاليان}$$

$$\text{لذلك } 2 \frac{5}{6} < 3 \frac{1}{4}$$

الجزءان الصحيحان متساويان لذلك

نقارن الكسريين

نوجد المقامات نضرب الكسر الأول في

العدد 3

$$\frac{4}{9} \square 3 \times \frac{2}{3} \times 3$$

$$\frac{4}{9} < \frac{6}{9}$$

$$3 \frac{4}{9} < 3 \frac{2}{3}$$

إعداد الأستاذ: فوزي ثامر صعبانه

$$\begin{array}{r} 4 \times \frac{4}{7} \\ 4 \times 7 \end{array} \square \begin{array}{r} 7 \times \frac{3}{4} \\ 7 \times 4 \end{array} \quad (3)$$

الجزءان الصحيحان متساويان لذلك نقارن الكسريين
مضاعفات العدد 4 هي : 4 ، 8 ، 12 ، 16 ، 20 ، 24 ، 28 ، 32
مضاعفات العدد 7 هي : 7 ، 14 ، 21 ، 28 ، 35
∴ م : م : أ = 28 = 1

$$\frac{16}{28} < \frac{21}{28}$$

$$0 \frac{4}{7} < 0 \frac{3}{4}$$

مثال: رتب ما يلي تنازليا $2 \frac{4}{5}$ ، $3 \frac{5}{6}$ ، $2 \frac{3}{4}$

الحل :

$3 \frac{5}{6}$ هو الكسر الأكبر لان الجزء الصحيح اكبر

نقارن بين $2 \frac{4}{5}$ ، $2 \frac{3}{4}$ الجزء الصحيح متساوي لذلك نقارن الكسريين

$$\begin{array}{r} 4 \times \frac{4}{5} \\ 4 \times 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \times \frac{3}{4} \\ 5 \times 4 \end{array}$$

$$\frac{16}{20} > \frac{15}{20}$$

لذلك $2 \frac{4}{5}$ هو اكبر من $2 \frac{3}{4}$

اذن الترتيب التنازلي هو $3 \frac{5}{6}$ ، $2 \frac{4}{5}$ ، $2 \frac{3}{4}$



السؤال (٢) صفحة ١١٠

$$\frac{18}{48} = \frac{6 \times 3}{6 \times 8} > \frac{15}{48} \quad (أ)$$

$$\frac{14}{30} = \frac{14}{30} \leftarrow \frac{14}{30} \square \frac{2 \times 7}{2 \times 15} \quad (ب)$$

$$\frac{7}{10} < \frac{6}{20} \frac{12}{20} \leftarrow \frac{7}{10} \square \frac{6}{20} \frac{12}{20} \quad (ج)$$

لأن $\frac{6}{20} < \frac{7}{10}$ والكسران فعليان

$$\frac{9 \times 5}{9 \times 6} \square \frac{6 \times 7}{6 \times 9} \quad (د)$$

$$11 \frac{5}{6} > 11 \frac{7}{9} \therefore \frac{45}{54} > \frac{42}{54}$$

السؤال (٣) صفحة ١١١

$\frac{18}{21}$ هو الكسر الأصغر لأنه كسر فعلي والبقية أعداد كسرية

نقارن بين $10 \frac{7}{8}$ ، $10 \frac{5}{6}$ الجزء الصحيح متساوي لذلك نقارن الكسريين

$$\frac{40}{48} < \frac{42}{48} \therefore \frac{8 \times 5}{8 \times 6} \square \frac{6 \times 7}{6 \times 8}$$

$\therefore$ الترتيب التنازلي هو $10 \frac{7}{8}$ ، $10 \frac{5}{6}$ ، $\frac{18}{21}$

مسألة صفحة ١١١

نقارن بين $1 \frac{3}{4}$ و $1 \frac{6}{7}$

الجزء الصحيح متساوي لذلك نقارن الكسريين

$$\frac{21}{28} < \frac{24}{28} \therefore \leftarrow \frac{7 \times 3}{7 \times 4} \square \frac{4 \times 6}{4 \times 7}$$

$\therefore$ يستطيع شراء القصة

إجابات تمارين ومسائل صفحة ١١٢

السؤال الأول :

$$\frac{21}{32} > \frac{19}{32} \text{ (أ)}$$

$$\frac{21}{49} > \frac{16}{49} \leftarrow \frac{21}{49} = \frac{7 \times 3}{7 \times 7} > \frac{16}{49} \text{ (ب)}$$

$$\frac{96}{108} < \frac{99}{108} \leftarrow \frac{12 \times 8}{12 \times 9} > \frac{9 \times 11}{9 \times 12} \text{ (ج)}$$

$$18 \frac{2}{5} > 18 \text{ (د)}$$

$$4 \frac{7}{9} > 4 \frac{2}{9} \text{ (هـ)}$$

الجزء الصحيح متساوي
نقارن الكسور

$$6 \frac{5}{9} \square 6 \frac{7}{12}$$

$$\frac{45}{36} > \frac{21}{36} \iff 9 \times \frac{5}{9} \square 3 \times \frac{7}{12}$$

$$6 \frac{5}{9} < 6 \frac{7}{12} \therefore$$

$$\frac{61}{30} > \frac{30}{30} = 1$$

$$9 > 8 \text{ لان } 9 \frac{3}{17} > 8 \frac{3}{17} \text{ (ج)}$$

السؤال الثاني :

$$\text{(أ) الترتيب التصاعدي هو } 9 \frac{3}{17}, 3 \frac{5}{6}, 3 \frac{7}{15}$$

$$\text{(ب) الترتيب التصاعدي هو } 12 \frac{3}{4}, 12 \frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{11}{20}$$

السؤال الثالث :

$$\text{(أ) الترتيب التنازلي هو } 7 \frac{3}{7}, 7 \frac{2}{3}, 7 \frac{5}{6}$$

$$\text{(ب) الترتيب التنازلي هو } 1 \frac{3}{8}, 1 \frac{9}{20}, 2, \frac{35}{11}$$

السؤال الرابع :

$$\text{الترتيب التنازلي هو } 2, 3 \frac{1}{4}, 3 \frac{7}{12}, 3 \frac{5}{8}$$