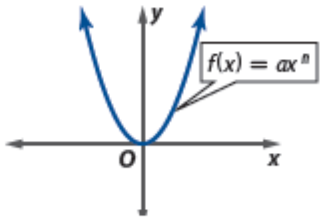
أصفار الدوال كثيرات الحدود

المفهوم الأساسي الدوال أحادية الحد

لنفترض أن f دالة أسية $f(x) = a^n$، حيث n عدد صحيح موجب.

n عدد زوجي، a موجب



المجال: $(-\infty, \infty)$ **المدى:** $[0, \infty)$

التناظر مع المحور x وy: 0

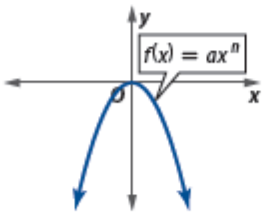
الاتصال: متصلة على $x \in \mathbb{R}$

التناظر: المحور الرأسي y **القيمة الصغرى:** $(0, 0)$

تناقص: $(-\infty, 0)$ **تزايد:** $(0, \infty)$

السلوك الطرفي: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

n عدد زوجي، a فردي



المجال: $(-\infty, \infty)$ **المدى:** $(-\infty, 0]$

التناظر مع المحور x وy: 0

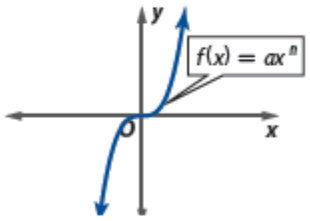
الاتصال: متصلة على $x \in \mathbb{R}$

التناظر: المحور الرأسي y **القيمة العظمى:** $(0, 0)$

تناقص: $(0, \infty)$ **تزايد:** $(-\infty, 0)$

السلوك الطرفي: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

n عدد فردي، a موجب



المجال والمدى: $(-\infty, \infty)$

تقاطع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y: 0

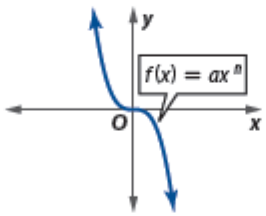
الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$

التناظر: نقطة الأصل

القيم القصوى: لا يوجد **تزايد:** $(-\infty, \infty)$

السلوك الطرفي: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

n عدد فردي، a سالب



المجال والمدى: $(-\infty, \infty)$

التناظر مع المحور x و y: 0

الاتصال: متصلة على $x \in \mathbb{R}$

التناظر: نقطة الأصل

القيم القصوى: لا يوجد **تناقص:** $(-\infty, \infty)$

السلوك الطرفي: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ و

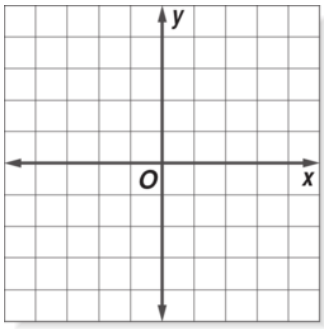
$\lim f(x) = -\infty$

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

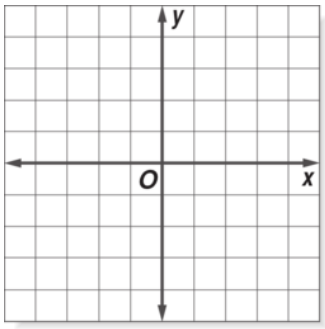
مثّل كل دالة بيانيًا وحللها.

1

a. $f(x) = 3x^{-2}$



b. $f(x) = -\frac{3}{4}x^{-5}$



.....

.....

.....

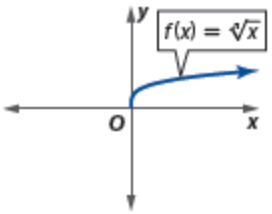
.....

.....

المفهوم الأساسي الدوال الجذرية

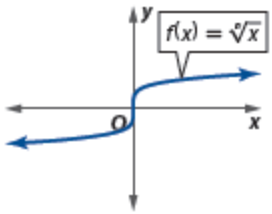
لنفترض أن f دالة جذرية $f(x) = \sqrt[n]{x}$ حيث n عدد صحيح موجب.

n عدد زوجي



المجال والمدى: $[0, \infty)$
تقاطع المحورين xyو: 0
الاتصال: متصلة في $[0, \infty)$
التناظر: لا يوجد
تزايد: $(0, \infty)$
القيم العظمى: القيمة الصغرى المطلقة عند $(0, 0)$
السلوك الطرفي: $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

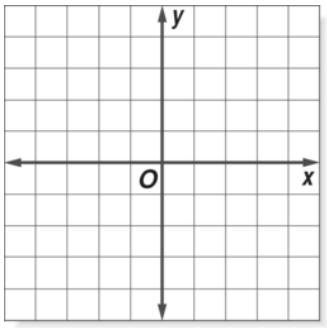
n عدد فردي



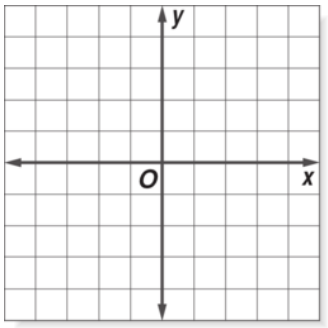
المجال والمدى: $(-\infty, \infty)$
تقاطع المحورين xyو: 0
الاتصال: متصلة في $(-\infty, \infty)$
التناظر: نقطة الأصل
تزايد: $(-\infty, \infty)$
القيم العظمى: لا يوجد
السلوك الطرفي: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

2

a. $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$



b. $f(x) = 6x^{-\frac{2}{3}}$



.....
.....
.....
.....
.....

3

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

تمرين موجه

6A. $3x = 3 + \sqrt{18x - 18}$

6B. $\sqrt[3]{4x + 8} + 3 = 7$

6C. $\sqrt{x + 7} = 3 + \sqrt{2 - x}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

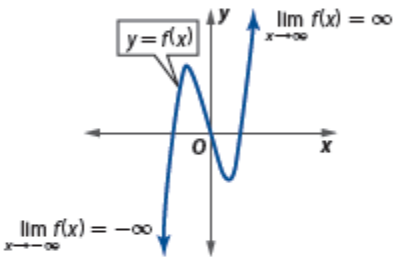
الدوال كثيرة الحدود

المفهوم الأساسي اختبار الحد الرئيس للسلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود

يمكن وصف السلوك الطرفي لأي دالة كثيرة حدود غير ثابتة $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ بإحدى الطرق الأربع التالية.
كما هو محدد بالدرجة n للدالة كثيرة الحدود ومعامل الحد الأكبر لها a_n.

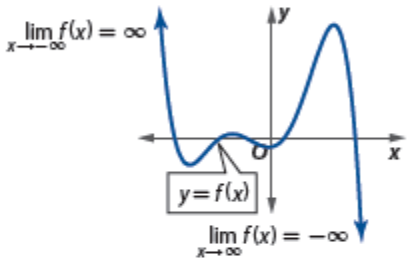
n عدد فردي، a_n موجب

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$



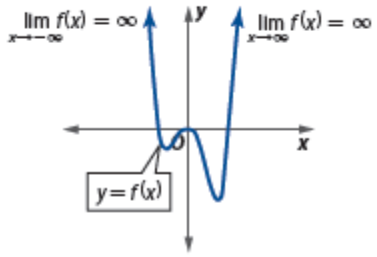
n عدد فردي، a_n سالب

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$



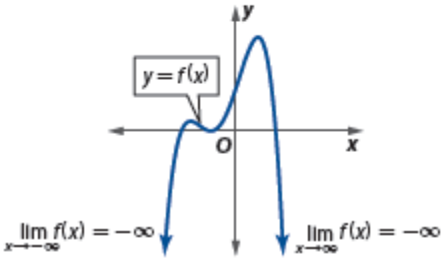
n زوجي، a_n موجب

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$



n زوجي، a_n سالب

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$



4 وضّح السلوك الطرفي للتمثيل البياني لكل دالة كثيرة الحدود باستخدام الحدود.
اشرح استدلالك باستخدام اختبار الحد الرئيس.

تمرين موجه

2A. $g(x) = 4x^5 - 8x^3 + 20$

2B. $h(x) = -2x^6 + 11x^4 + 2x^2$

.....
.....
.....
.....
.....

5 اذكر عدد الأصفار الحقيقية الممكنة ونقاط الانعطاف لكل دالة. ثم حدد جميع الأصفار الحقيقية عن طريق تحليل العوامل.

3A. $f(x) = x^3 - 6x^2 - 27x$ 3B. $f(x) = x^4 - 8x^2 + 15$

.....
.....
.....
.....
.....

الأصفار المتكررة

6 تمرين موجه

اذكر عدد الأصفار الحقيقية الممكنة ونقاط الانعطاف لكل دالة. ثم حدد جميع الأصفار الحقيقية عن طريق تحليل العوامل.

5A. $g(x) = -2x^3 - 4x^2 + 16x$ 5B. $f(x) = 3x^5 - 18x^4 + 27x^3$

.....
.....
.....
.....
.....

نظريتا الباقي والعامل

قسمة الدوال كثيرة الحدود

تمرين موجه

حلِّل كل دالة كثيرة الحدود بالكامل باستخدام العامل المُعطى

7 4A. $(4x^3 + 3x^2 - x + 8) \div (x - 3)$ 1A. $x^3 + 7x^2 + 4x - 12;\ x + 6$

.....
.....
.....
.....
.....

المفهوم الأساسي نظرية الباقي

إذا كانت الدالة كثيرة الحدود $f(x)$ مقسومة على $x - c$، فإن الباقي هو $r = f(c)$

المفهوم الأساسي نظرية العامل

تحتوي أي دالة كثيرة الحدود $f(x)$ على عامل $(x - c)$ فقط في حالة $f(c) = 0$

8

استخدم نظرية العامل لتحديد ما إذا كانت التعابير ذات الحدين الموضحة تعد عوامل لـ $f(x)$ واستخدم التعابير ذات الحدين لكتابة صيغة $f(x)$ بعد تحليلها إلى عوامل

6A. $f(x) = 3x^3 - x^2 - 22x + 24;\ (x - 2),\ (x + 5)$

.....

.....

.....

.....

.....

9

تحدٍ أوجد k بحيث يحتوي الناتج على باقي 0.

64. $\dfrac{x^3 + kx^2 - 34x + 56}{x + 7}$

.....

.....

.....

.....

أصفار الدوال كثيرة الحدود

المفهوم الأساسي نظرية الصفر النسبي

بما أن f دالة كثيرة الحدود بالصيغة التالية $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$، من الدرجة $n \geq 1$ ولها معاملات من الأعداد الصحيحة

و$a_0 \neq 0$، فإن كل صفر نسبي للدالة f يُمثل بالصيغة $\frac{p}{q}$، بحيث

- p وq لا يوجد لهما أي عوامل مشتركة إلا ± 1
- p عامل عدد صحيح للحد الثابت a_0
- q عامل عدد صحيح لمعامل الحد الأكبر a_n

النتيجة إذا كان معامل الحد الأكبر a_n يساوي 1. فأي صفر نسبي للدالة f يُعد من عوامل الأعداد الصحيحة للحد الثابت a_0

الاسم: .....
أ. غسان الشعبان

10 تمرين موجه

اذكر جميع الأصفار النسبية المحتملة لكل دالة. ثم حدد أيًا منها يكون أصفارًا، إن وجدت.

1A. $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4x - 2$

1B. $h(x) = x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 9x - 30$

.....
.....
.....
.....
.....

المفهوم الأساسي قاعدة ديكارت للإشارات

إذا كانت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة الحدود ذات معاملات حقيقية، فإن

- عدد الأصفار الحقيقية *الموجبة* للدالة f يساوي عدد متغيرات الإشارة للدالة $f(x)$ أو أصغر من هذا العدد بمقدار عدد زوجي
- عدد الأصفار الحقيقية *السالبة* للدالة f هو نفسه عدد متغيرات الإشارة للدالة $f(-x)$ أو أصغر من هذا العدد بمقدار عدد زوجي محدد.

11 وضح الأصفار الحقيقية الممكنة لكل دالة.

5A. $h(x) = 6x^5 + 8x^2 - 10x - 15$

5B. $f(x) = -11x^4 + 20x^3 + 3x^2 - x + 18$

.....
.....
.....
.....
.....

الأصفار المركبة

12 اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية مع الأصفار الموضحة.

38. $\sqrt{7}, -\sqrt{7}, 4i$

.....
.....
.....
.....
.....

الدوال النسبية

13 تمرين موجه

أوجد مجال كل دالة ومعادلات المستقيمات المقاربة الرأسية أو الأفقية، إن وُجدت.

1A. $m(x) = \frac{15x + 3}{x + 5}$

1B. $h(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 4}$

.....

.....

.....

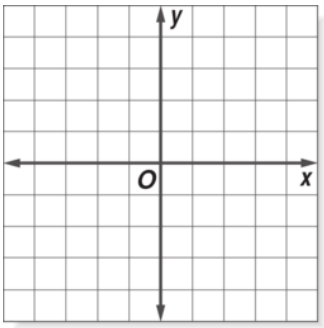
.....

.....

14

في كل دالة، حدد أي مستقيمات مقاربة رأسية وأفقية ونقاط التقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

2B. $n(x) = \frac{x}{x^2 + x - 2}$



.....

.....

.....

.....

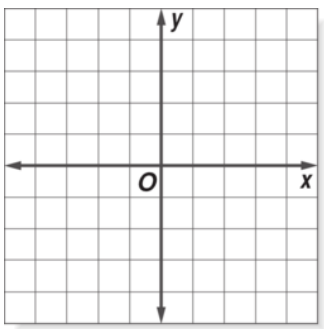
.....

المستقيمات المقاربة المائلة

15 تمرين موجه

في كل دالة، حدد أي مستقيمات مقاربة ونقاط تقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

4A. $h(x) = \frac{x^2 + 3x - 3}{x + 4}$



.....

.....

.....

.....

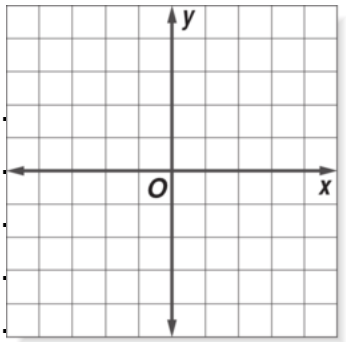
.....

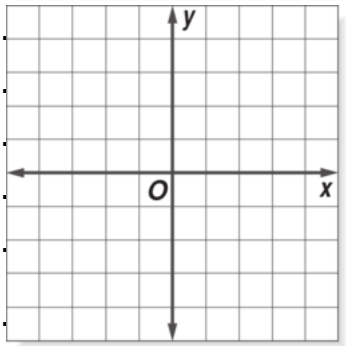
16 تمرين موجه

في كل دالة، حدّد أي مستقيمات مقاربة رأسية وأفقية والفجوات ونقاط التقاطع. ثم مثّل الدالة بيانيًا واذكر مجالها.

5A. $g(x) = \dfrac{x^2 + 10x + 24}{x^2 + x - 12}$

5B. $c(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x - 5}$





17 تمرين موجه

أوجد حلاً لكل من المعادلات التالية.

32. $y + \dfrac{6}{y} = 5$

18

7a. $\dfrac{2x}{x+3} + \dfrac{3}{x-6} = \dfrac{27}{x^2 - 3x - 18}$

المتباينات غير الخطية

19 أوجد حلاً للمتباينات التالية. 1A. $x^2 + 5x + 6 < 20$ ، 18. $\frac{x-3}{x+4} > 3$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

20 أوجد حلاً لكل من المعادلات التالية. 45. $6x^3 - 23x^2 + 26x - 8 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

استخدم الصفر الموضح لإيجاد كل الأصفار المركبة لكل دالة.
ثم اكتب تحليل العوامل الخطية للدالة.

48. $f(x) = x_4 + x_3 - 41x_2 + x - 42$, i

.....
.....
.....
.....
.....
.....