"الإجابة النموذجية"

2017 / 2018

الرياضيات

الصف الثاني عشر تأسيسي

الفصل الدراسي الأول

الوحدة 1 العمليات على الدوال

الوحدة 2: الدوال والتحويلات الهندسية

اسم الطالب:

الشعبة:

تدريبات اثرائية

التمارين التالية لغايات التدريب فقط ولا تغني عن الدراسة من الكتاب المدرسي

1

تغيير موضوع الصيغة بالجمع أو بالطرح

اجعل m موضوع الصيغة إذا كان :

1) $m + n = 3$

$m = 3 - n$

2) $m - p = 5$

$m = 5 + p$

تغيير موضوع الصيغة بالضرب أو بالقسمة

اجعل x موضوع الصيغة إذا كان

3) $y = \frac{x}{a}$

$x = ya$

4) $(r+3)x = r$

$x = \frac{r}{r+3}$

تغيير موضوع الصيغة بالتربيع أو بإيجاد الجذر التربيعي

اجعل r موضوع الصيغة إذا كان :

a. $s^2 = \sqrt{r}^2$

بالتربيع

$r = s^2$

b. $A = \pi r^2$

$r^2 = \frac{A}{\pi}$

$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

2

اجعل y موضوع الصيغة في كلٍّ ممَّا يلي:

1) $4y^2 - 5x^2 = r^2$

$4y^2 = r^2 + 5x^2$

$y^2 = \frac{r^2 + 5x^2}{4}$

$y = \sqrt{\frac{r^2 + 5x^2}{4}}$

$y = \frac{\sqrt{r^2 + 5x^2}}{2}$

2) $2y = 8 - 3xy$

لأخذ y عامل مشترك

$2y + 3xy = 8$

$y(2 + 3x) = 8$

$y = \frac{8}{2 + 3x}$

3) $\sqrt{\frac{a+x}{y}} = a$

بالتربيع

$\frac{a+x}{y} = a^2$

$y = \frac{a+x}{a^2}$

3

اجعل y موضوع الصيغة في كلٍّ ممَّا يلي:

فك القوس

1) $y = x(y + m)$	2) $6y - 4x = 5 + 2xy$	3) $\sqrt{\frac{y+2}{m}} = x$
$y = xy + xm$ $y - xy = xm$ $y(1-x) = xm$ $y = \frac{xm}{1-x}$	$6y - 2xy = 5 + 4x$ $y(6-2x) = 5+4x$ $y = \frac{5+4x}{6-2x}$	بالتربيع $\frac{y+2}{m} = x^2$ $y + 2 = mx^2$ $y = mx^2 - 2$

4

أنظر الى الصيغتين التاليتين. $n = \frac{t}{p}$ و $m = tx$

A) عبر عن m بدلالة x , n , p ، مع توضيح خطوات الحل

$n = \frac{t}{p} \Rightarrow t = np$

$m = tx \Rightarrow \boxed{m = npx}$

B) اوجد قيمة m عندما $p = -1$, $n = 2$, $x = 3.5$

$m = 2 \times (-1) \times 3.5 = -7$

5

إذا كان $P = IV$ و $V = IR$ ، حيث V فرق الجهد الكهربائي، I شدة التيار ، R المقاومة و P القدرة

A . عبر عن P بدلالة I و R ، مع توضيح خطوات الحل.

$P = IV = I.IR$

$P = I^2R$

B. أوجد قيمة P عندما $R = 2$ و $I = 3$.

$P = 3^2 \times 2 = 18$

6

وعاء على شكل شبه مكعب حجمه يعطى بالصيغة $V = x\,y\,h$

ويحتوي على سائل كتلته m تعطى بالصيغة $m = d\,V$

حيث V حجم السائل وَ d كثافته.

A) اكتب صيغة تعبِّر بها عن d بدالة h, y, x, m.

$m = dV \Rightarrow d = \frac{m}{V}$

$V = xyh$

$\boxed{d = \frac{m}{xyh}}$

B) اكتب صيغة تعبِّر بها عن h بدلالة d, m, y, x.

$h = \frac{m}{xyd}$

المتتاليات الارتدادية

7

أوجد الصيغة الارتدادية للمتتاليات التالية:

1) $2, 3, 5, 8, 13, \ldots$

$a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ كل حد يساوي مجموع الحدين السابقين له.

$a_1 = 2$

$a_2 = 3$

$n \geq 3$

2) $2, 3, 6, 18, 108, \ldots$

$a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$

$a_n = a_{n-1} \times a_{n-2}$ كل حد يساوي حاصل ضرب الحدين السابقين له.

$a_1 = 2$

$a_2 = 3$

$n \geq 3$

3) $1200, 200, 1000, -800, 1800, -2600, \ldots$

$a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$

$a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$

$a_1 = 1200$

$a_2 = 200$

$n \geq 3$

4) $10, 2, -8, -10, -2, \ldots$

$a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$

$a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$

$a_1 = 10$

$a_2 = 2$

$n \geq 3$

5) $1, 2, 2, 4, 8, 32, \ldots$

$a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$

$a_n = a_{n-2} \times a_{n-1}$

$a_1 = 1$

$a_2 = 2$

$n \geq 3$

6) $-50, -10, -60, -70, -130, -200, \ldots$

$a_{n-2}\ a_{n-1}\ a_n$

$a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$

$a_1 = -50$

$a_2 = -10$

$n \geq 3$

8

أوجد الحد الخامس للمتتالية الارتدادية , $a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_n = a_{n-2} + a_{n-1},\ n \geq 3$

$n=3 \Rightarrow a_3 = a_1 + a_2 = 1+1 = 2$

$n=4 \Rightarrow a_4 = a_2 + a_3 = 1+2 = 3$

$n=5 \Rightarrow a_5 = a_3 + a_4 = 2+3 = 5$

9

أوجد الحد السادس للمتتاليات الارتدادية التالية:

A) $a_1 = 3, a_n = (-2)\,a_{n-1},\ n \geq 2$

$n=2 \Rightarrow a_2 = -2a_1 = -2\times 3 = -6$

$n=3 \Rightarrow a_3 = -2a_2 = -2\times -6 = 12$

$n=4 \Rightarrow a_4 = -2a_3 = -2\times 12 = -24$

$n=5 \Rightarrow a_5 = -2a_4 = -2\times -24 = 48$

$n=6 \Rightarrow a_6 = -2a_5 = -2\times 48 = -96$

B) $a_1 = 8, a_n = 2a_{n-1} - 7,\ n \geq 2$

$a_2 = 2a_1 - 7 = 2(8) - 7 = 9$

$a_3 = 2a_2 - 7 = 2(9) - 7 = 11$

$a_4 = 2a_3 - 7 = 2(11) - 7 = 15$

$a_5 = 2a_4 - 7 = 2(15) - 7 = 23$

$a_6 = 2a_5 - 7 = 2(23) - 7 = 39$

10

للدالتين $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = 3x - 1$

اكتب ما يأتي في أبسط صورة:

a) $(f+g)(x) = x^2 + 2x + 3x - 1$

$= x^2 + 5x - 1$

b) $(f-g)(x) = x^2 + 2x - (3x-1) = x^2 + 2x - 3x + 1$

$= x^2 - x + 1$

c) $(f.g)(2) = (2^2 + 2(2))(3(2) - 1)$

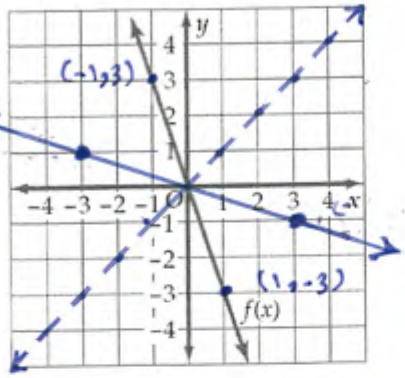
$= (4+4)(5) = 40$

d) $\frac{(f+g)(x)}{(f-g)(x)} = \frac{x^2 + 5x - 1}{x^2 - x + 1}$

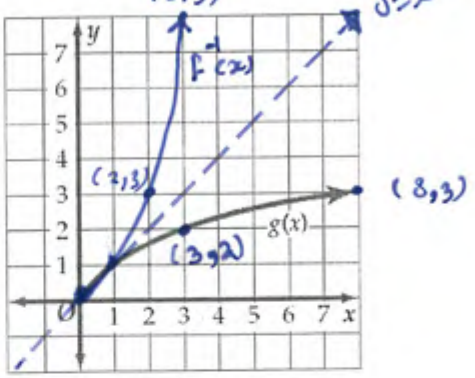
11

استعمل التمثيل البياني لكل دالةٍ ممَّا يأتي لتمثيل معكوسها:

1A)



1B)



12

أوجد الدالة العكسية f^{-1} في كلٍّ ممَّا يأتي:

شرط حاكت

A) $f(x) = 3x - 6$

بدل y بـ $f(x)$ $\quad y = 3x - 6$

بدل x محل y و y محل x $\quad x = 3y - 6$

حل المعادلة بالنسبة لـ y $\quad x + 6 = 3y$

$$y = \frac{x+6}{3}$$

بدل y بـ $f^{-1}(x)$ $\quad f^{-1}(x) = \frac{x+6}{3}$

B) $f(x) = \sqrt{x} - 1, x \geq 0$ الجذر دائما غير سالبة

$y = \sqrt{x} - 1$

$x = \sqrt{y} - 1$

$\sqrt{y} = x + 1$

بالتربيع

$y = (x+1)^2$

$f^{-1}(x) = (x+1)^2$

C) $f(x) = \frac{x-1}{x}, x \neq 0$

$y = \frac{x-1}{x}$

$x = \frac{y-1}{y}$

$xy = y - 1$

$y - xy = 1$

$y(1-x) = 1$

$y = \frac{1}{1-x}$

$f^{-1}(x) = \frac{1}{1-x}$

13

أوجد $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$:

1) $f(x) = 5x + 1$, $g(x) = x - 3$

a) $(f \circ g)(x) = 5(x-3)+1$
$= 5x-15+1$
$= 5x-14$

b) $(g \circ f)(x) =$
$(5x+1)-3$
$= 5x-2$

2) $f(x) = x-2$, $g(x) = x^2 + 5$

a) $(f \circ g)(x) = (x^2+5)-2$
$= x^2+3$

b) $(g \circ f)(x) =$
$= (x-2)^2+5$

14

إذا كانت $g(x) = 1 - x$, $f(x) = x^2 + 5$ ، فأوجد كلًّا ممَّا يأتي:

A) $(f \circ g)(-1)$

$(1-(-1))^2+5$
$= 2^2+5 = 9$

B) $(g \circ f)(1)$

$1 - (1^2+5)$
$1 - 6 = -5$

15

إذا كانت $h(x)$ دالة تركيب الدالتين f, g، فأوجد الدالتين f, g

A) $h(x) = (3x-5)^2$

$g(x) = 3x-5$
$f(x) = x^2$

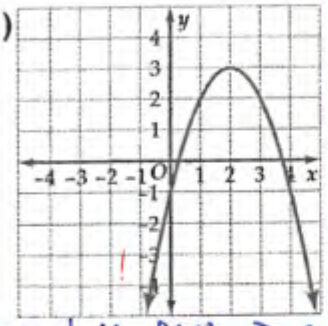
B) $h(x) = \sqrt{4-x}$, $x \leq 4$

$g(x) = 4-x$
$f(x) = \sqrt{x}$

16

استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال التالية؛ للإجابة عن الأسئلة: صِفْ سلوك طرفَي التمثيل البياني.

1)

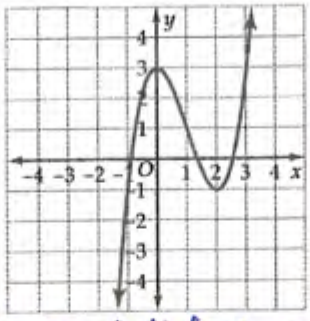


$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

$x \to \infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

نفس الاتجاه

2)

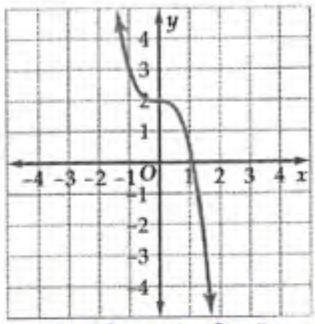


$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

$x \to \infty$ عندما $f(x) \to \infty$

اتجاهين مختلفين

3)



$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to \infty$

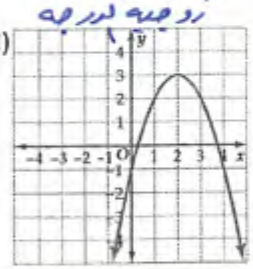
$x \to \infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

اتجاهين مختلفين

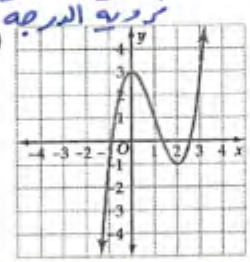
17

استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال التالية؛ للإجابة عن الأسئلة: حدِّد ما إذا كانت درجة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

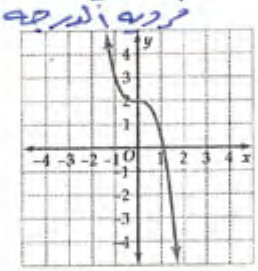
1) نفس الاتجاه — زوجية الدرجة



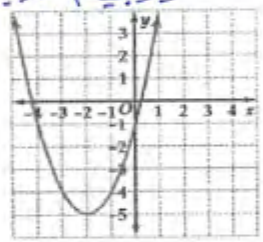
2) اتجاهين مختلفين — فردية الدرجة



3) اتجاهين مختلفين — فردية الدرجة



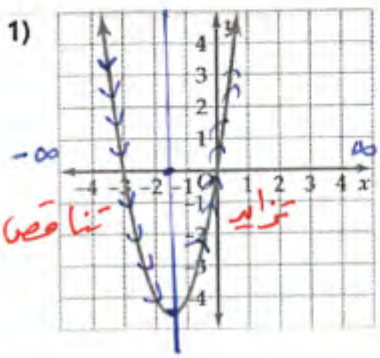
4) نفس الاتجاه — زوجية الدرجة



18

استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال التالية؛ للإجابة عن الأسئلة: حدِّد فترات التزايد والتناقص.

1)

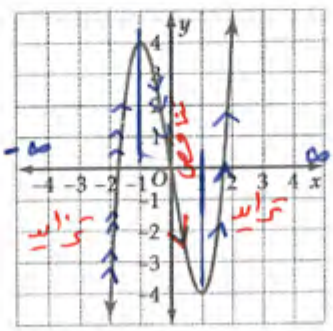


$-\infty$ تناقص — تزايد ∞

تناقص $]-\infty, -1.5[$

تزايد $]-1.5, \infty[$

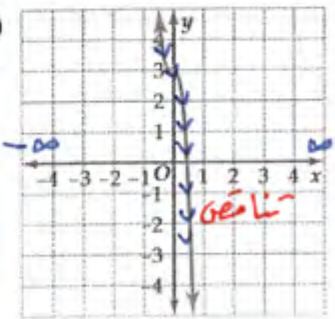
2)



تزايد $]-\infty, -1[$ ، $]1, \infty[$

تناقص $]-1, 1[$

3)



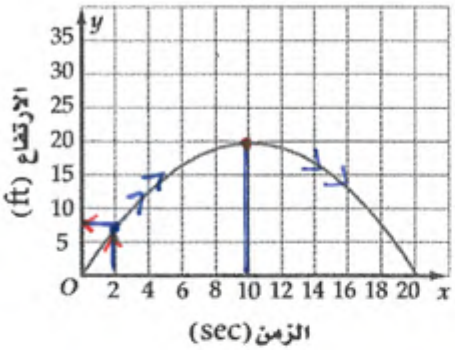
متناقصة $]-\infty, \infty[$

أو $\mathbb{R}$

19

التمثيل البياني المجاور يُبيِّن مسار الكرة بالأقدام

(ft) بعد ركلها من قِبَلِ حارس المرمى، حيث $f(x)$ تمثل ارتفاع الكرة بالأقدام (ft) عن أرض الملعب بعد x ثانيةً.



a) استعمل المنحنى لتقدير ارتفاع الكرة عن أرض الملعب بعد 2sec من ركلها. 7.5 ft

b) صِفْ سلوك دالة مسار الكرة منذ لحظة ركلها إلى لحظة سقوطها على أرض الملعب.

تزايد في الفترة $]0, 10[$

تناقص في الفترة $]10, 20[$

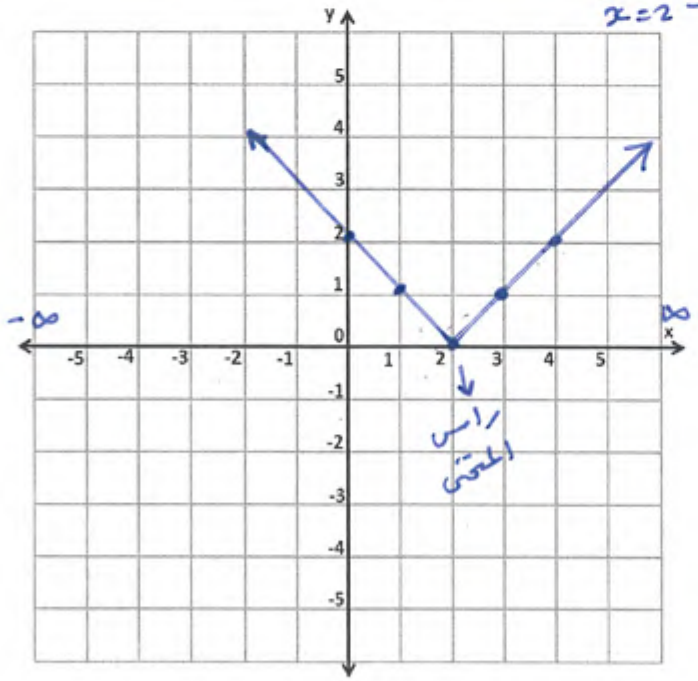
دالتا القيمة المطلقة والمقلوب

20

أكمل جدول القيم التالي لرسم المخطط البياني للدالة $f(x) = |x - 2|$

$x = 2$

x	0	1	2	3	4
y	2	1	0	1	2



ثم استعن بالرسم لإيجاد ما يلي:

a) فترات التزايد: $]2, \infty[$

b) فترات التناقص: $]-\infty, 2[$

c) المجال: $\mathbb{R}$

d) المدى: $[0, \infty[$

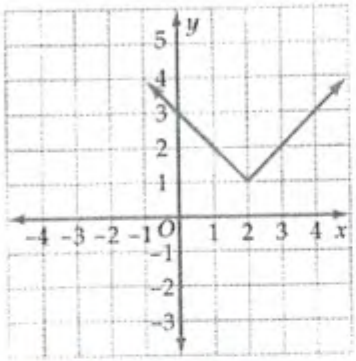
e) احداثيات رأس الشكل: $(2, 0)$

21

استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال التالية؛ للإجابة عن الأسئلة:

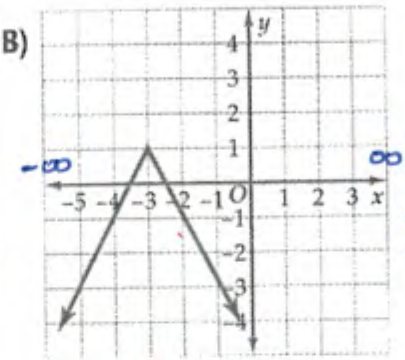
- أوجد كلًّا من مجال الدالة ومداها.
- حدِّد فترات التزايد والتناقص.

A)



- المجال: $\mathbb{R}$
- المدى: $[1, \infty[$
- الدالة متناقصة في الفترة $]-\infty, 2[$
- الدالة متزايدة في الفترة $]2, \infty[$

B)

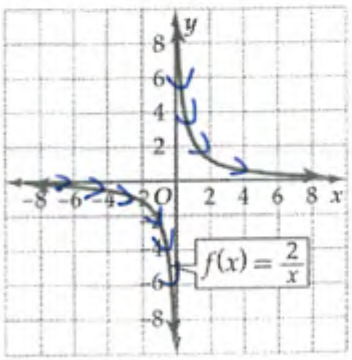


- المجال: $\mathbb{R}$
- المدى: $]-\infty, 1]$
- الدالة متناقصة في الفترة $]-3, \infty[$
- الدالة متزايدة في الفترة $]-\infty, -3[$

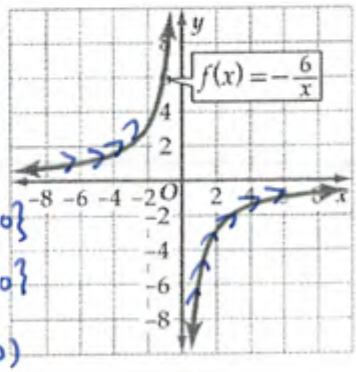
22

استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال التالية؛ لتحدِّد كلًّا من: خطوط التقارب، المجال، المدى، فترات التزايد والتناقص، نقاط عدم الاتصال لكلٍّ منها.

1)



2)



A. خطوط التقارب

- خط تقارب رأسي عند $x = 0$
- خط تقارب أفقي عند $y = 0$

B. المجال $\mathbb{R} - \{0\}$

C. المدى $\mathbb{R} - \{0\}$

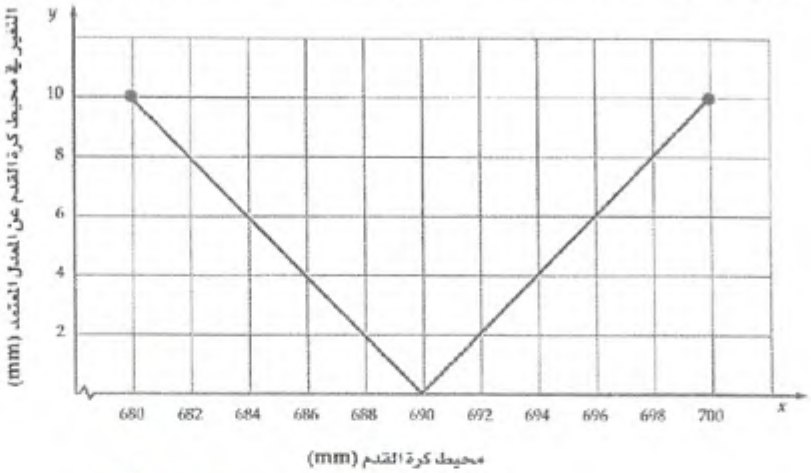
D. نقاط عدم الاتصال $(0,0)$

- التزايد والتناقص: متناقص فقط $\mathbb{R} - \{0\}$

- التزايد والتناقص: متزايد فقط $\mathbb{R} - \{0\}$

23

استعمل التمثيل البياني في الشكل أدناه، والذي يُبيِّن محيط كرة القدم المعتمد عند بداية اللعب في الإجابة عن الأسئلة التالية:



- حدِّد مجال الدالة التي يكون فيها محيط الكرة مقبولًا. [680 , 700]
- حدِّد مدى الدالة. [0 , 10]
- أوجد أكبر وأصغر قيمة يمكن قبولها لمحيط كرة القدم المعتمدة. أصغر قيمة = 0 ، أكبر قيمة = 10

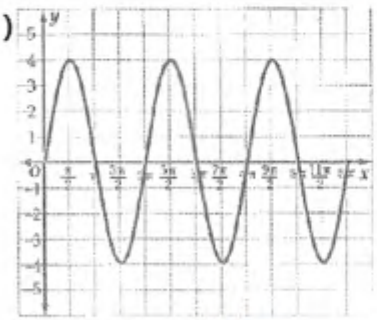
دالَّتا الجيب وجيب التمام

24

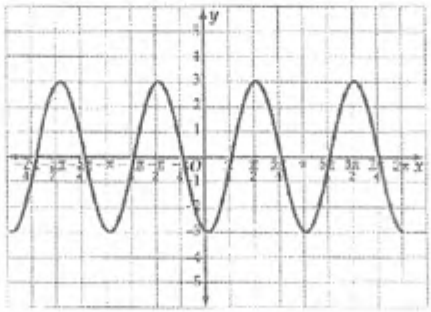
استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال التالية؛ للإجابة عن الأسئلة:

- أوجد كلًّا من القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة.
- أوجد السعة.
- أوجد طول الدورة.

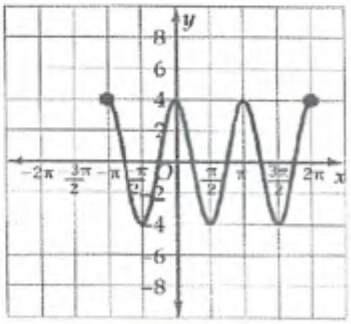
1)



2)



3)



السعة	4	3	4
طول الدورة	π	π	2π
القيمة العظمى	4	3	4
القيمة الصغرى	-4	-3	-4

السعة = (القيمة العظمى − القيمة الصغرى) / 2

طول الدورة: المسافة بين قمتين أو قاعين

دالة الإزاحة العامة :-

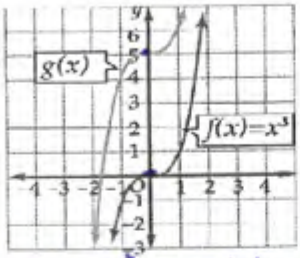
$g(x) = f(x \mp c) \pm d$

تحويلات الدوال

25

صِفِ العلاقة بين منحنى الدالة الرئيسة $f(x)$ في كلٍّ من الأشكال التالية ومنحنى الدالة $g(x)$ ، ثم اكتب معادلة $g(x)$.

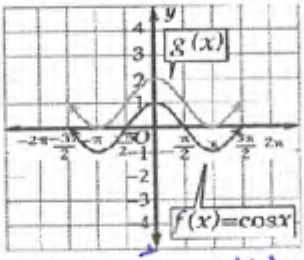
1)



• إزاحة رأسية لأعلى بمقدار 5

$g(x) = x^3 + 5$

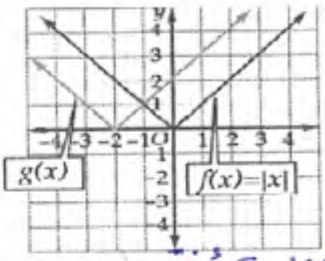
2)



• إزاحة رأسية لأعلى بمقدار 1

$g(x) = \cos x + 1$

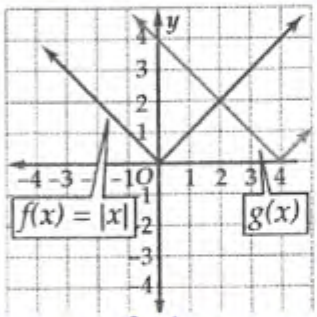
3)



• إزاحة أفقية يسار بمقدار 2

$g(x) = |x+2|$

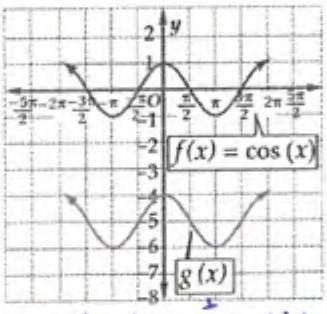
4)



• إزاحة أفقية يمين بمقدار 4

$g(x) = |x-4|$

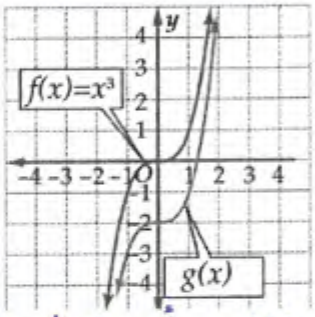
5)



• إزاحة رأسية لأسفل بمقدار 5

$g(x) = \cos x - 5$

6)

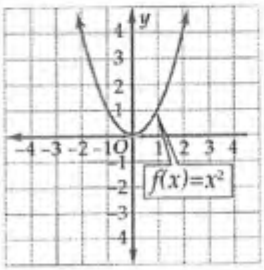


• إزاحة رأسية لأسفل بمقدار 2

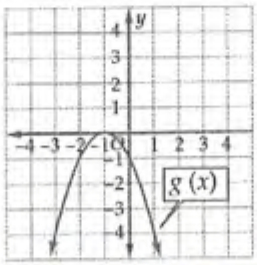
$g(x) = x^3 - 2$

26

صِفِ العلاقة بين منحنى الدالة الرئيسة $f(x)$ في الشكل المجاور ومنحنى الدالة $g(x)$ في كلٍّ ممَّا يأتي، ثم اكتب معادلة $g(x)$:



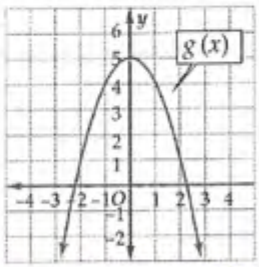
A)



• انعكاس حول محور x
• إزاحة أفقية يسار بمقدار 1

$g(x) = -(x+1)^2$

B)



• انعكاس حول محور x
• إزاحة رأسية لأعلى بمقدار 5

$g(x) = -x^2 + 5$

$|a|>1$ توسع — $|a|=$ معامل التمدد — $|a|<1$ تضييق

$g(x) = a\, f(bx)$ ← تمدد رأسي — تمدد أفقي →

$|b|<1$ توسع — $\frac{1}{|b|}=$ معامل التمدد — $|b|>1$ تضييق

27

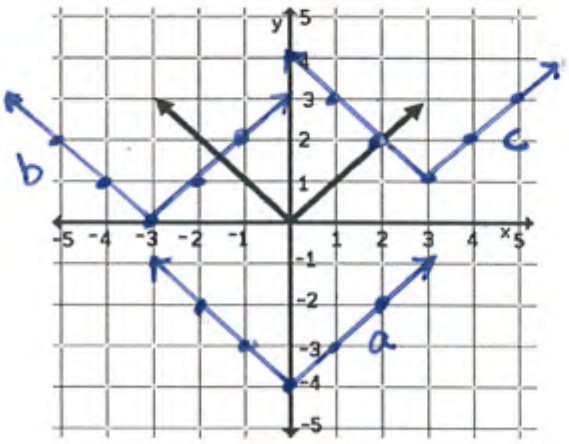
عيِّن الدالة الرئيسة $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كلٍّ ممَّا يأتي، ثم حدد نوع التمدد.

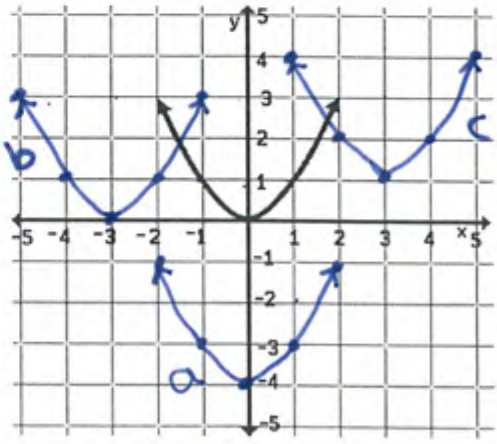
1) $g(x) = -4\cos x$ $f(x) = \cos x$ تمدد رأسي (توسع) معامل التمدد $= 4$	2) $g(x) = \frac{1}{0.25x}$ $f(x) = \frac{1}{x}$ تمدد أفقي (توسع) معامل التمدد $= \frac{1}{0.25} = 4$	3) $g(x) = 0.7x^2$ $f(x) = x^2$ تمدد رأسي (تضييق) معامل التمدد $= 0.7$
4) $g(x) = \frac{1}{0.4x} - 2$ $f(x) = \frac{1}{x}$ تمدد أفقي (توسع) معامل التمدد $= \frac{1}{0.4} = 2.5$	5) $g(x) = -2(x+1)^3$ $f(x) = x^3$ تمدد رأسي (توسع) معامل التمدد $= 2$	6) $g(x) = \cos(3x) + 2$ $f(x) = \cos x$ تمدد أفقي (تضييق) معامل التمدد $= \frac{1}{3}$

28

الاشكال التالي توضح الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ والمطلوب: ارسم على نفس الرسم التحويلات التالية:

a	$y = f(x) - 4$	b	$y = f(x+3)$	c	$y = f(x-3) + 1$

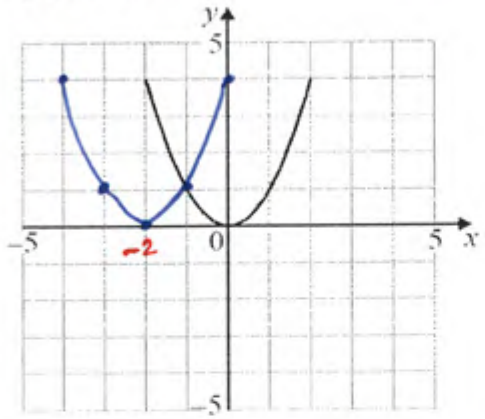




29

الشكل أدناه يوضح الرسم البياني للدالة $f(x) = x^2$ على نفس مستوى الإحداثيات ارسم وصف الدوال التالية

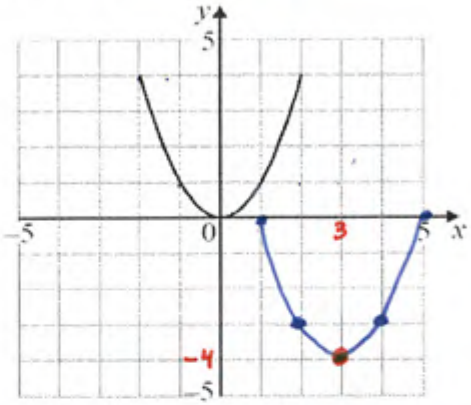
a) $f(x) = (x+2)^2$



Description الوصف

إزاحة أفقية يسار بمقدار 2

b) $f(x) = (x-3)^2 - 4$



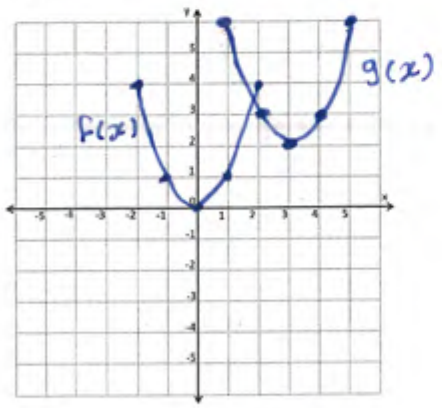
Description الوصف

- إزاحة افقية يمين بمقدار 3
- إزاحة رأسية اسفل بمقدار 4

30

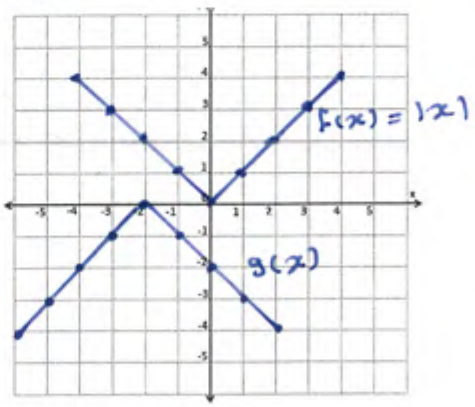
ارسم كلًّا من الدوال التالية – خطوة بعد خطوة – مستخدمًا التحويلات الهندسية المناسبة:

a) $g(x) = (x-3)^2 + 2$



إزاحة كل نقطه في المنحنى $f(x)$ 3 يمين و 2 أعلى

b) $g(x) = -|x+2|$



نعكس كل نقطه على $f(x)$ حول محور x ثم إزاحه يسار بمقدار 2

الأسئلة الموضوعية:

1 اجعل y موضوع الصيغة في $2y + 9 = 3xy$

$3xy - 2y = 9$

$y(3x-2) = 9$

$y = \frac{9}{3x-2}$

A $y = \frac{3x-2}{9}$

B $y = \frac{9}{3x-2}$

C $y = -\frac{9}{2+3x}$

D $y = -\frac{2+3x}{9}$

2 أعطيت الصيغة الجبرية $y = b^2 - c$ أي من الصيغ التالية تعبر عن b بدلالة y و c ؟

$b = \mp\sqrt{y+c} \Leftarrow b^2 = y+c$

a $b = \mp\sqrt{y+c}$ b $b = \mp\sqrt{y-c}$ c $b = \mp\sqrt{y} + c$ d $b = \mp\sqrt{y} + \sqrt{c}$

3 معطى صيغتان فيزيائيتان كالتالي :

$P = h + k \longrightarrow h = P - k$

$E = hf$

$E = f(P-k)$

ما هي الصيغة التي تعبر عن E بدلالة كلاً من P و f و k ؟

a $E = f(P - k)$ b $E = f(k - P)$ c $E = (P - k) + f$ d $E = (k - P) + f$

4 الحدود الخمسة الأولى للمتتالية الارتدادية التالية

$a_1 = 5$, $a_n = 2a_{n-1}$

$a_2 = 2 \times 5 = 10$

$a_3 = 2 \times 10 = 20$

$a_4 = 2 \times 20 = 40$

$a_5 = 2 \times 40 = 80$

a 10 , 20 , 40 , 80 , 160 b 10 , 12 , 14 , 16 , 18 c 5 , 10 , 15 , 20 , 25 d 5 , 10 , 20 , 40 , 80

$a_2 = a_1 + 3 = 2+3 = 5$

$a_3 = a_2 + 3 = 5+3 = 8$

(مهارات عليا)

5 حدد الحدين الثاني والثالث للمتتالية الارتدادية التالية.

$a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 3$, $n \geq 2$

a) 2 ,5 b) 3 ,6 c) 4 ,7 d) 5 ,8

(مهارات عليا) اثرائي

6 ما هي الصيغة الارتدادية للمتتالية التالية ... 3,5,7,9, حيث $(n \geq 2)$ $a_1 = 3$

a) $a_{n-1} = a_n + 2$ b) $a_n = a_{n+1} + 2$ c) $a_{n+1} = a_n + 2$ d) $a_{n+2} = a_{n-1} + 2$

7 ما الحد الخامس في المتتالية الارتدادية

$a_1 = 36$, $a_2 = 64$, $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}$, $n \geq 3$ ؟

$a_3 = \frac{a_2 + a_1}{2} = \frac{36+64}{2} = 50$

$a_4 = \frac{a_3 + a_2}{2} = \frac{50+64}{2} = 57$

$a_5 = \frac{a_4 + a_3}{2}$

$a_5 = \frac{57+50}{2} = 53.5$

A 100

B 53.5

C 50

D 28

8 متتالية معرفة بالصيغة الارتدادية $a_n = 3a_{n-1} + 1$ حيث $n \geq 2$ ، $a_1 = -1$

ما هي الحدود الاربعة الأولى للمتتالية ؟

$a_2 = 3a_1 + 1 = 3(-1) + 1 = -2$

$a_3 = 3a_2 + 1 = 3(-2) + 1 = -5$

$a_4 = 3a_3 + 1 = 3(-5) + 1 = -14$

a) $-1, 4, 13, 40$ b) $-2, 7, 22, 67$ c) $-1, -2, -5, -14$ d) $-2, -5, -14, -41$

9 إذا كانت: $f(x) = 5x^2$ ، $g(x) = 1 - x^2$ فأوجد $(f \cdot g)(x)$.

$5x^2(1-x^2) = 5x^2 - 5x^4$

A $4x^2 + 1$

B $1 - 4x^2$

C $5x^2 + 5x^4$

D $5x^2 - 5x^4$

10 إذا كانت $f(x) = x^3 - 3$ ، $g(x) = 3x - 2$ فما قيمة $(f \cdot g)(2)$ ؟

$f(2) = 2^3 - 3 = 5$

$g(2) = 3(2) - 2 = 4$

$(f \cdot g)(2) = 5 \times 4 = 20$

A 12

B 9

C 20

D 32

11 إذا كانت $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ ، فأوجد $f^{-1}(x)$

$y = \sqrt{2x-1}$

$x = \sqrt{2y-1}$

$x^2 = 2y - 1$

$2y = x^2 + 1$

$y = \frac{x^2+1}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x^2+1}{2}$

A $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$

B $f^{-1}(x) = \frac{x^2+1}{2}$

C $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$

D $f^{-1}(x) = \frac{x^2-1}{2}$

12 إذا كانت $f(x) = \sqrt{x+5}$ ، فأوجد $f^{-1}(x)$

$y = \sqrt{x+5}$

$x = \sqrt{y+5}$

$x^2 = y + 5$

$y = x^2 - 5$

$f^{-1}(x) = x^2 - 5$

A $f^{-1}(x) = (x-5)^2$

B $f^{-1}(x) = (x+5)^2$

C $f^{-1}(x) = x^2 - 5$

D $f^{-1}(x) = x^2 + 5$

$y = 5x+10$

$x = 5y+10$

$5y = x-10$

$y = \frac{x-10}{5}$

13 أيُّ الدوال الآتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x) = 5x+10$ ؟

A $g(x) = \frac{x+10}{5}$

C $g(x) = \frac{x+5}{10}$

(B) $g(x) = \frac{x-10}{5}$

D $g(x) = \frac{x-5}{10}$

14 إذا كانت $g(x) = x^2+1$, $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، فأوجد $(fog)(x)$.

$\sqrt{(x^2+1)-1}$

$= \sqrt{x^2}$

$= x$

A $(fog)(x) = -x$

C $(fog)(x) = \sqrt{x}$

(B) $(fog)(x) = x$

D $(fog)(x) = \sqrt{x^2+1}$

15 إذا كانت $g(x) = 2x-3$ ، $f(x) = 9x+12$ فكم تكون قيمة $(fog)(1)$ ؟

$(fog)'(1) = 9(2(1)-3)+12$

$= 9(-1)+12$

$= -9+12$

$= 3$

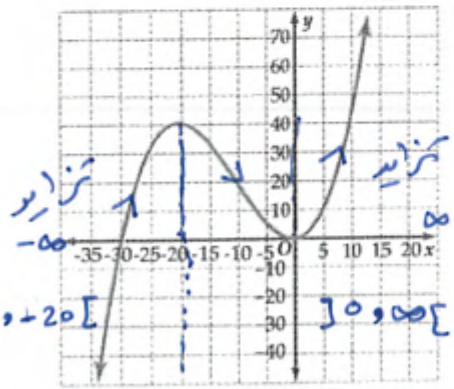
A 20

(C) 3

B -20

D -3

16 حدِّد فترات التزايد للدالة الممثّلة في الشكل المجاور:



تزايد ∞- تزايد ∞

$]-\infty, -20[$ $]0, \infty[$

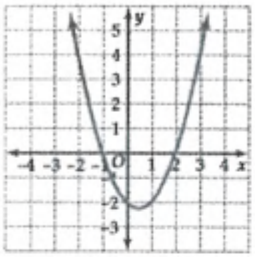
(A) $]-\infty, -20[\cup]0, \infty[$

C $]-\infty, -20[$

B $]-20, 0[$

D $]0, \infty[$

17 أيُّ العبارات التالية تصف سلوك طرفَي التمثيل البياني للدالة في الشكل المجاور؟



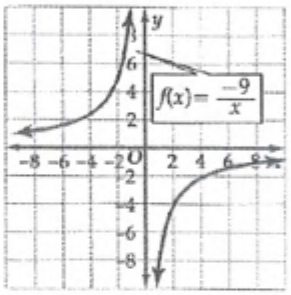
A $x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$
$x \to \infty$ عندما $f(x) \to \infty$

B $x \to -\infty$ عندما $f(x) \to \infty$
$x \to \infty$ عندما $f(x) \to \infty$

C $x \to -\infty$ عندما $f(x) \to \infty$
$x \to \infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

D $x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$
$x \to \infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

18 أيٌّ ممَّا يأتي يمثِّل خط تقارب رأسي للدالة $f(x) = \frac{-9}{x}$ ؟



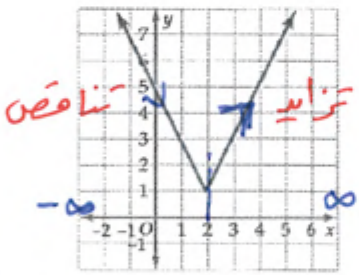
A $x = 9$

B $x = 0$

C $y = 0$

D $y = 1$

19 استعمل التمثيل البياني أدناه؛ لتحديد فترات التزايد والتناقص للدالة.



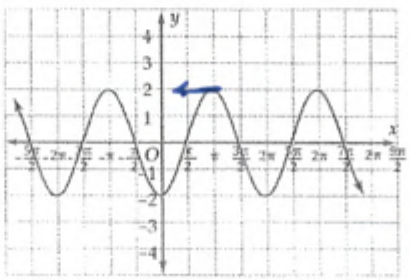
A متناقصة في الفترة $]2, -\infty[$، ومتزايدة في الفترة $]2, \infty[$

B متزايدة في الفترة $]-\infty, \infty[$

C متزايدة في الفترة $]2, -\infty[$، ومتناقصة في الفترة $]2, \infty[$

D متناقصة في الفترة $]1, -\infty[$، ومتزايدة في الفترة $]1, \infty[$

20 أوجد القيمة العظمى للدالة الممثَّلة بيانيًّا في الشكل أدناه:



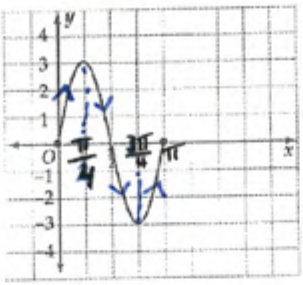
A -2

B 2

C $\frac{\pi}{2}$

D $\frac{-\pi}{2}$

21 حدّد فترات التزايد للدالة الممثلة في الشكل المجاور:



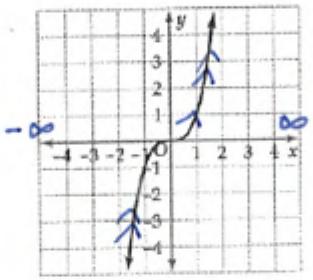
A $]0,\frac{\pi}{4}[\ ,\ ]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}[$

C $]0,\frac{\pi}{4}[\ ,\ ]\frac{3\pi}{4},\pi[$

B $]\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[\ ,\ ]\frac{3\pi}{4},\pi[$

D $]\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[\ ,\ ]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}[$

22 ما فترة التزايد للدالة الممثلة بالشكل أدناه؟



A $]-\infty,0[$

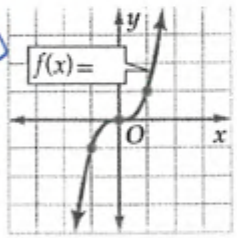
B $]-\infty,\infty[$ أو $\mathbb{R}$

C $]0,\infty[$

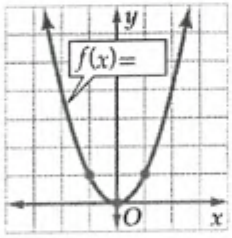
D لا توجد فترة تزايد

23 أي من التمثيلات البيانية التالية تمثل الدالة التكعيبية $f(x)=x^3$.

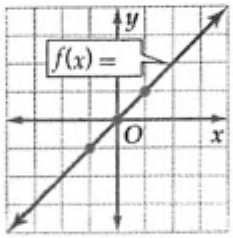
A.



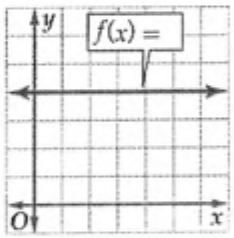
B.



C.

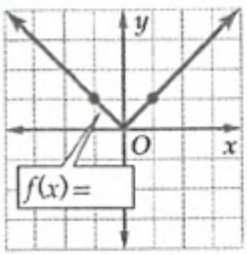


D.

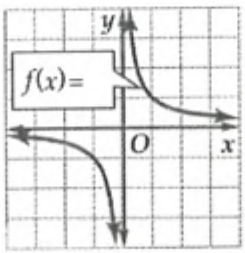


24 أي من التمثيلات البيانية التالية تمثل دالة القيمة المطلقة $f(x)=|x|$.

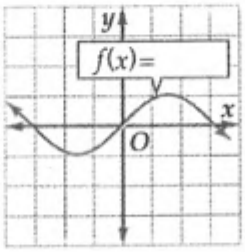
A.



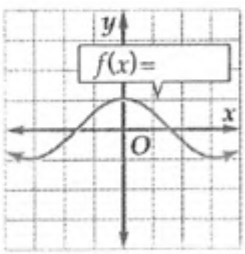
B.



C.

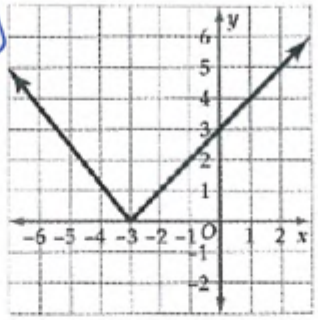


D.

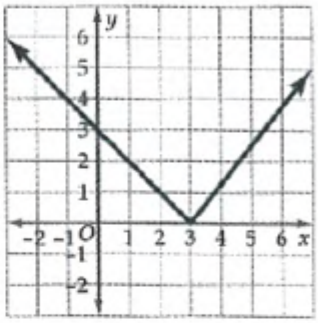


25 أي مما يأتي يعدُّ تمثيلًا للدالة $f(x) = |x + 3|$؟

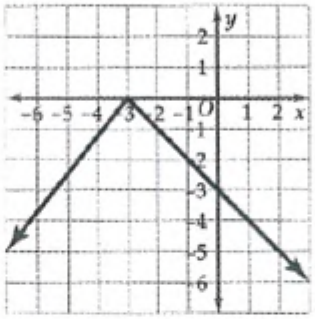
A



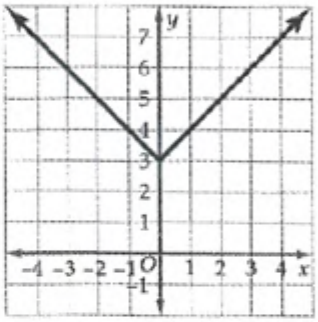
C



B



D



26 عين الدالة الرئيسة $f(x)$ للدالة $g(x) = |0.2x|$، ثم حدد نوع التمدد.

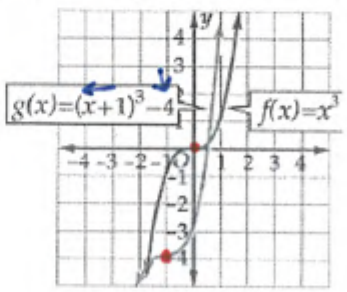
A توسع أفقي لمنحنى $f(x) = |x|$؛ بمعامل تمدد يساوي 5

B توسع أفقي لمنحنى $f(x) = |x|$؛ بمعامل تمدد يساوي 0.2

C توسع رأسي لمنحنى $f(x) = |x|$؛ بمعامل تمدد يساوي 0.2

D تضيق رأسي لمنحنى $f(x) = |x|$؛ بمعامل تمدد يساوي 0.2

27 صِفِ العلاقة بين منحنى الدالة $f(x)$ ومنحنى الدالة $g(x)$ في الشكل أدناه.



A منحنى $g(x)$ هو منحنى الدالة $f(x) = x^3$ مزاحًا وحدةً واحدةً إلى اليمين، و4 وحداتٍ إلى أسفل.

B منحنى $g(x)$ هو منحنى الدالة $f(x) = x^3$ مزاحًا وحدةً واحدةً إلى اليسار و4 وحداتٍ إلى أسفل.

C منحنى $g(x)$ هو منحنى الدالة $f(x) = x^3$ مزاحًا 4 وحداتٍ إلى اليسار، ووحدة واحدةً إلى أعلى.

D منحنى $g(x)$ هو منحنى الدالة $f(x) = x^3$ مزاحًا وحدةً واحدةً إلى أسفل، و 4 وحداتٍ إلى اليسار.

28 تم ازاحة الرسم البياني للمعادلة $y = |x|$ بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى و 2 وحدات إلى اليمين ما هي معادلة الرسم البياني الناتج؟

a $y = |x-2|+3$ b $y = |x-2|-3$ c $y = |x+2|+3$ d $y = |x+2|-3$

29 تم ازاحة الرسم البياني للمعادلة $y = \frac{1}{x}$ بمقدار 3 وحدات إلى الاسفل و 2 وحدة إلى اليمين ما هي معادلة الرسم البياني الناتج؟

a $y = \frac{1}{x-2}-3$ b $y = \frac{1}{x+2}-3$ c $y = \frac{1}{x-2}+3$ d $y = \frac{1}{x+2}+3$

30 انعكاس لمنحنى الدالة $f(x) = x^3$ حول المحور y ، ثم إزاحة وحدة واحدة الى اعلى ما هي معادلة الرسم البياني الناتج؟

a $g(x) = -x^3 - 1$ b $g(x) = -(x+1)^3$ c $g(x) = -(x-1)^3$ d $g(x) = -x^3 + 1$

31 توسع راسيا لمنحنى $f(x) = \sin x$ بمعامل تمدد راسي يساوي 2 ما هي معادلة الرسم البياني الناتج ؟

a $g(x) = \sin 0.5x$ b $g(x) = 0.5\sin x$ c $g(x) = \sin 2x$ d $g(x) = 2\sin x$

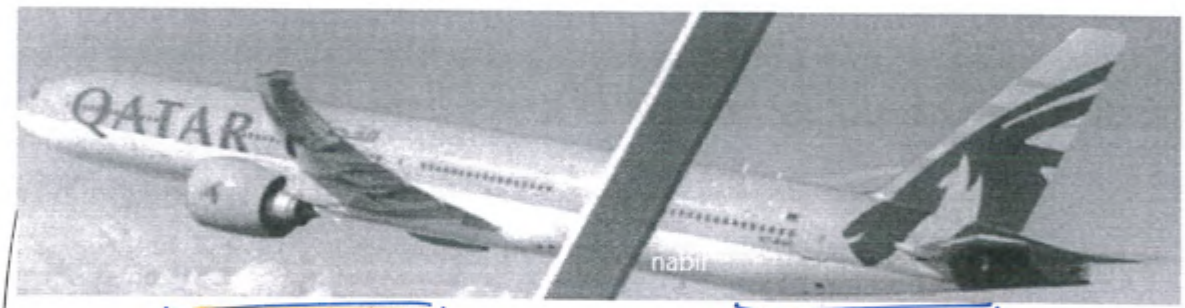
"الإجابة النموذجية"

2017 / 2018

الرياضيات

الصف الثاني عشر تأسيسي

الفصل الدراسي الأول



الوحدة 3: المتجهات

الوحدة 4: الإحصاء

اسم الطالب:

الشعبة:

تدريبات اثرائية

التمارين التالية لغايات التدريب فقط ولا تغني عن الدراسة من الكتاب المدرسي

1

حدّد الكميات المتجهة والكميات القياسية في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) سيارة تتحرك بسرعة 50 km/h في اتجاه الشرق. متجهة

2) جسم كتلته 88 kg. قياسية

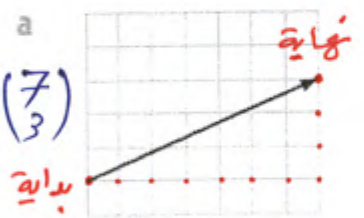
3) طفل يدفع عربة بقوة 100 N إلى الأمام. متجهة

4) تسارع الجاذبية الأرضية $9.8\ m/s^2$ إلى أسفل. متجهة

2

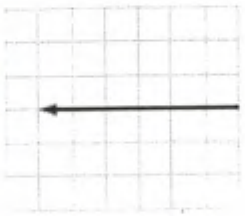
اكتب كلًّا من المتجهات الآتية في الصورة العمودية، ثم أوجد طول كلٍّ منها:

a



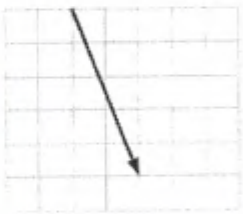
$\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$ $|a| = \sqrt{7^2+3^2} = \sqrt{58}$

b



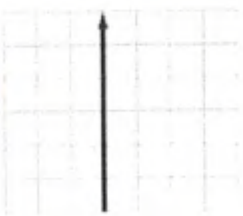
$\begin{pmatrix}-6\\0\end{pmatrix}$ $|b| = \sqrt{(-6)^2+0^2} = 6$

c



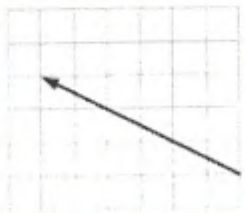
$\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ $|c| = \sqrt{2^2+(-5)^2} = \sqrt{29}$

d



$\begin{pmatrix}0\\6\end{pmatrix}$ $|d| = \sqrt{0^2+6^2} = 6$

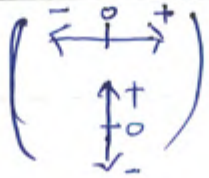
e



$\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$ $|e| = \sqrt{(-6)^2+(3)^2} = 3\sqrt{5}$

f

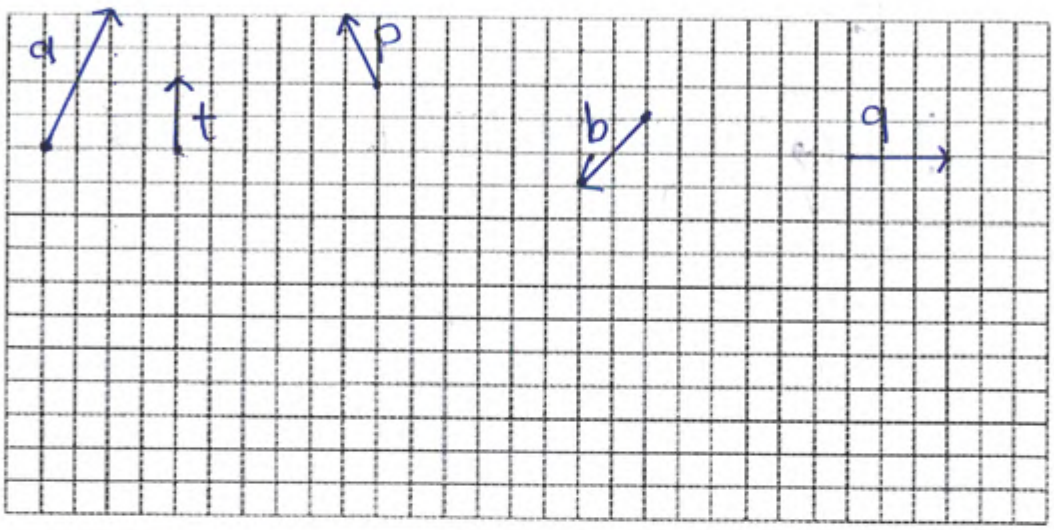
$\begin{pmatrix}-5\\-5\end{pmatrix}$ $|f| = \sqrt{(-5)^2+(-5)^2} = 5\sqrt{2}$



3

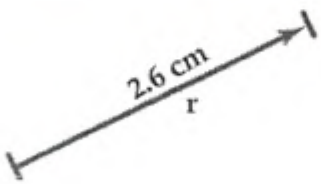
مثِّل كلًّا من المتجهات الآتية هندسيًّا في شبكة المربعات أدناه:

1) $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ 2) $\mathbf{t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ 3) $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 4) $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ 5) $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$



4

في الشكل المجاور



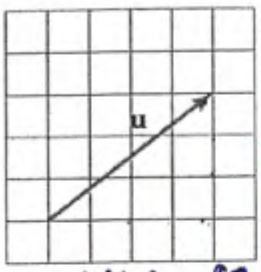
1) سمِّ المتجه. $\vec{r}$

2) أوجد طول المتجه إذا كان مقياس الرسم $1\,\text{cm} = 15\,N$.

$|r| = 2.6 \times 15 = 39\ N$

5

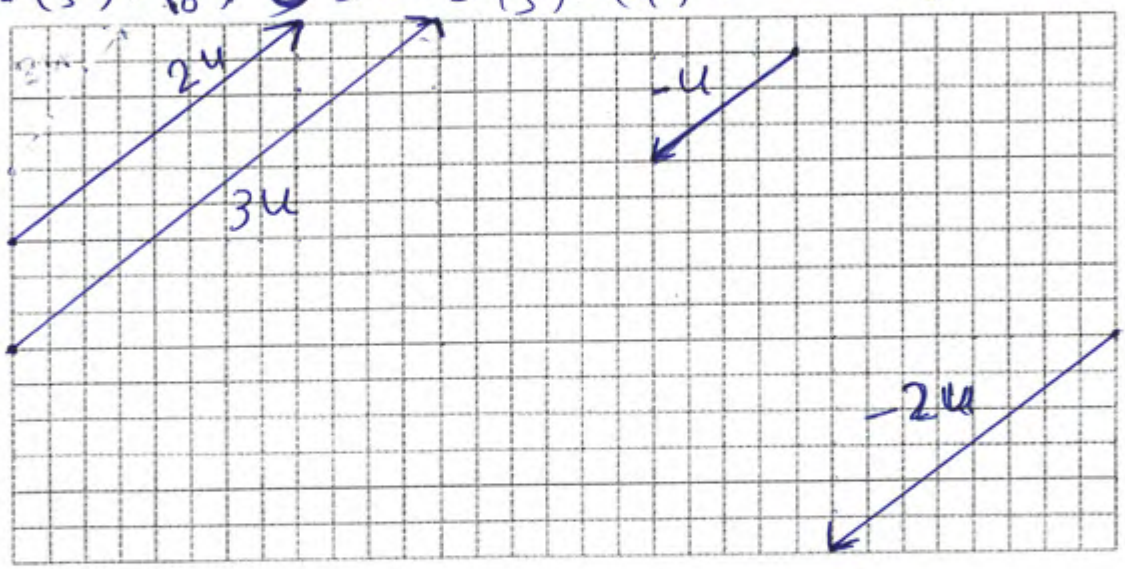
أوجد المركَّبة الأفقية والرأسية للمتجه **u** الممثَّل في الشكل المجاور:



ارسم كلًّا من المتجهات $2\mathbf{u}, 3\mathbf{u}, -\mathbf{u}, -2\mathbf{u}$ ، في شبكة المربعات أدناه:

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ المركبة الأفقية 4 — المركبة الرأسية 3

$2u = 2\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ ، $3u = 3\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix}$ ، $-u = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ ، $-2u = -2\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$



6

إذا كان $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ متجهين، وكان: $\mathbf{a} = \langle 1 + y, -3 \rangle, \mathbf{b} = \langle 6, x - 1 \rangle$ حيث $\mathbf{a} \equiv \mathbf{b}$، فأوجد قيمة x, y.

$1 + y = 6$

$y = 6 - 1$

$y = 5$

$x - 1 = -3$

$x = -3 + 1$

$x = -2$

7

إذا كان الشكل المجاور يمثل المتجه r

احسب طول المتجه $3r$، وحدِّد اتجاهه. $3r$ طول $= 3 \times 2 = 6$ ، اتجاه r

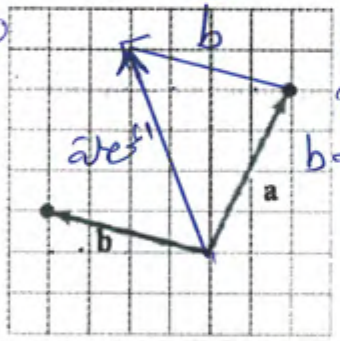
احسب طول المتجه $\frac{1}{2}r$، وحدِّد اتجاهه. $\frac{1}{2}r$ طول $= \frac{1}{2} \times 2 = 1$ ، اتجاه r

احسب طول المتجه $-r$، وحدِّد اتجاهه. $-r$ طول $= 2$ ، عكس اتجاه r

8

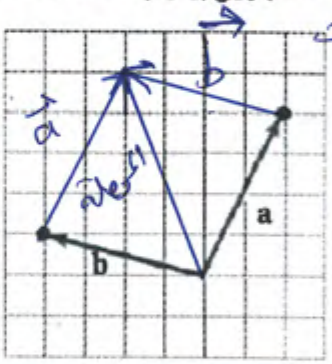
استخدم الشكل المجاور؛ للإجابة عن كل ممَّا يأتي:

a) مثِّل محصلة المتجهين بيانيًّا باستعمال قاعدة متوازي الأضلاع. b) مثِّل محصلة المتجهين بيانيًّا باستعمال قاعدة المثلث.



① أقوم بتحريك أحد المتجهين ولكن المتجه b $b = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

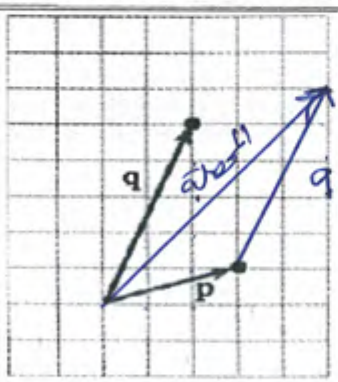
② نقوم برسم المحصلة "بسرعة"



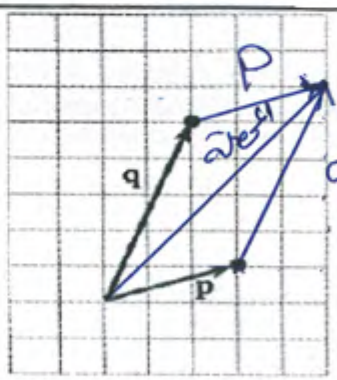
ولكن بسرعة

تقس الخطوات السابقة

$b = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$



$q = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$



9

أوجد الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ المُعطاة نقطتا بدايته ونهايته في كلٍّ ممَّا يأتي:

A) $A(-2, -7), B(6, 1)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}$

$= \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$

$= \langle 8, 8 \rangle$

B) $A(0, 8), B(-9, -3)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A}$

$= \begin{pmatrix} -9 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -11 \end{pmatrix}$

$= \langle -9, -11 \rangle$

10

أوجد كلًّا ممَّا يأتي للمتجهات $\mathbf{a} = \langle 2, 5 \rangle, \mathbf{b} = \langle -3, 0 \rangle, \mathbf{c} = \langle -4, 1 \rangle$

الصف الأول لحالة
الصف الثاني لحالة
حاسبة

A) $4\mathbf{c} + \mathbf{b}$

$4\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\times-4+-3 \\ 4\times1+0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -19 \\ 4 \end{pmatrix}$

$= \langle -19, 4 \rangle$

B) $2\mathbf{c} + 4\mathbf{a} - \mathbf{b}$

$2\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 22 \end{pmatrix}$

$= \langle 3, 22 \rangle$

11

اكتب $\overrightarrow{DE}$ المُعطى نقطتا بدايته ونهايته باستعمال متجهَي الوحدة $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ في كلٍّ ممَّا يأتي :

A) $D(-6, 0), E(2, 5)$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{E} - \overrightarrow{D}$

$= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$

$= 8\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$

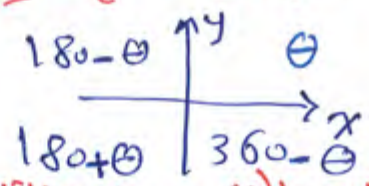
B) $D(-3, -8), E(7, 1)$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{E} - \overrightarrow{D}$

$= \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \end{pmatrix}$

$= 10\mathbf{i} + 9\mathbf{j}$

الربع الأول الربع الثاني

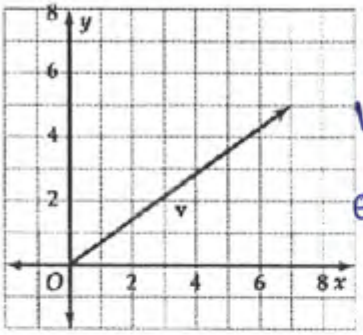


الربع الثالث الربع الرابع

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

12

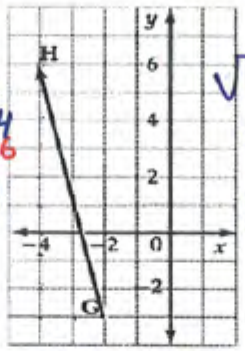
أوجد طول كلٍّ من المتجهات الآتية مقربًا إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ، ثم زاوية اتجاه كلٍّ منها مقربةً إلى أقرب درجةٍ:



$\begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix}$

$\sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{74} \approx 8.6$

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{7}\right) = 36^\circ$



$\begin{pmatrix}-2\\9\end{pmatrix}$

$\sqrt{(-2)^2+9^2} = \sqrt{85} \approx 9.2$

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{9}{-2}\right) = -77^\circ$

$\Theta = 180 - 77 = 103^\circ$

$\mathbf{m} = 3\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$ $\begin{pmatrix}3\\-8\end{pmatrix}$

$\sqrt{3^2+(-8)^2} = \sqrt{73} \approx 8.5$

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{-8}{3}\right) = -69^\circ$

$\Theta = 360^\circ - 69 = 291^\circ$

$A(0, 8), B(-9, -3)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = \begin{pmatrix}-9\\-3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-9\\-11\end{pmatrix}$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-9)^2+(-11)^2} = \sqrt{202} \approx 14.2$

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{-11}{-9}\right) = 51^\circ$

$\Theta = 180 + 51 = 231$

$\mathbf{r} = \langle 4, -5 \rangle$

$|r| = \sqrt{4^2+(-5)^2} = \sqrt{41} \approx 6.4$

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{-5}{4}\right) = -51^\circ$

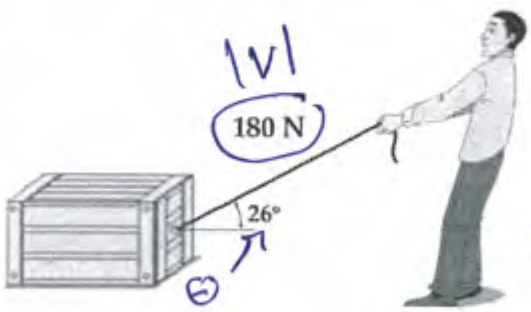
$\Theta = 360^\circ - 51 = 309^\circ$

$\mathbf{q} = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

$|q| = \sqrt{6^2+2^2} = 2\sqrt{10} \approx 6.3$

$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{6}\right) = 18^\circ$

13



$|v|$

$\langle |v|\cos\Theta, |v|\sin\Theta \rangle$

اكتب هذه القوة في الصورة الإحداثية مقربًا النواتج إلى أقرب عددٍ صحيح

$\langle 180\cos 26, 180\sin 26 \rangle$ أستخدم الحاسبة

$= \langle 162, 79 \rangle$

ثم عبِّر عنها في صورة متجهٍ باستعمال متجهَي الوحدة القياسيَّين.

$162\mathbf{i} + 79\mathbf{j}$

14

اكتب هذه القوة في الصورة الإحداثية مقربًا النواتج إلى أقرب عددٍ صحيح

$\langle 250\cos 35, 250\sin 35 \rangle$

$= \langle 205, 143 \rangle$

ثم عبِّر عنها في صورة متجهٍ باستعمال متجهَي الوحدة القياسيَّين.

$205\,i + 143\,j$

المتَّجهات في الفضاء الثلاثي الأبعاد

15

عبِّر عن كل متَّجهٍ من المتَّجهات الآتية بدلالة متَّجهات الوحدة القياسية، وأوجد طول كلٍّ منها:

A) $v = \langle -4, 2, -3 \rangle = -4i + 2j - 3k$

$|v| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{29}$

B) $p = \langle -1, 0, 4 \rangle = -i + 4k$

$|p| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{17}$

16

أوجد كلًّا ممَّا يأتي للمتجهات $a = \langle -5, -4, 3 \rangle, b = \langle 6, -2, -7 \rangle, c = \langle -2, 2, 4 \rangle$

1) $7a - 5b$

$$7\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -65 \\ -18 \\ 56 \end{pmatrix}$$

$= \langle -65, -18, 56 \rangle$

2) $6b + 4c - 4a$

$$6\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} + 4\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 48 \\ 12 \\ -38 \end{pmatrix} = \langle 48, 12, -38 \rangle$$

$\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} = \langle 2,3,4\rangle = 2i+3j+4k$

الصورة العمودية — بدلالة متجهات الوحدة القياسية — الصورة الإحداثية

17

A) اكتب الصورة الإحداثية للمتجه AB الذي نقطة بدايته $A(-4,-2,1)$، ونقطة نهايته $B(3,6,-6)$.

$\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix}3\\6\\-6\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-4\\-2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\8\\-7\end{pmatrix} = \langle 7,8,-7\rangle$

B) اكتب $\overrightarrow{AB}$ بدلالة متّجهات الوحدة القياسية.

$7i+8j-7k$

C) أوجد طول $\overrightarrow{AB}$.

$\sqrt{7^2+8^2+(-7)^2} = 9\sqrt{2}$

الضرب القياسي

18

أوجد الضرب القياسي للمتجهين u, v ، ثم بيِّن ما إذا كانا متعامدين أم لا في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $\mathbf{u} = \langle 1,-4\rangle, \mathbf{v} = \langle 2,8\rangle$

$u \cdot v = (1\times 2) + (-4\times 8) = -30$

غير متعامدان

2) $\mathbf{u} = 9\mathbf{i} - 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

$u \cdot v = (9\times 1) + (-3\times 3) = 0$ صفر

متعامدان

19

إذا كان u, v متجهين متعامدين وغير صفريَّين، فأوجد قيمة k في كلٍّ ممَّا يأتي:

شرط التعامد $u \cdot v = 0$

1) $\mathbf{u} = \langle k,3\rangle, \mathbf{v} = \langle 5,k-2\rangle$

$(k\times 5) + (3\times(k-2)) = 0$

$5k + 3k - 6 = 0$

$\frac{8k}{8} = \frac{6}{8}$

$k = \frac{3}{4}$

2) $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 5\mathbf{j}, \mathbf{v} = k\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$

$(2\times k) + (-5\times 4) = 0$

$2k - 20 = 0$

$\frac{2k}{2} = \frac{20}{2}$

$k = 10$

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a| \times |b|}$$

$$\theta = \cos^{-1}(\quad)$$

20

استعمل الضرب القياسي؛ لإيجاد طول المتجه المُعطَى في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $m = \langle -3, 11 \rangle$

$|m| = \sqrt{(-3\times-3) + (11\times11)} = \sqrt{130}$

2) $r = 9i - 4j$

$|r| = \sqrt{(9\times9) + (-4\times-4)} = \sqrt{97}$

21

أوجد قياس الزاوية بين المتجهين u, v في كلٍّ ممَّا يأتي مقربًا إلى أقرب درجةٍ:

1) $u = \langle 0, -5 \rangle$, $v = \langle 1, -4 \rangle$

$$\cos\theta = \frac{(0\times1) + (-5\times-4)}{\sqrt{0^2+(-5)^2} \times \sqrt{1^2+(-4)^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{4\sqrt{17}}{17}\right) = 14^\circ$$

2) $u = \langle 3, -2 \rangle$, $v = \langle 6, -4 \rangle$

$$\cos\theta = \frac{(3\times6) + (-2\times-4)}{\sqrt{3^2+(-2)^2} \times \sqrt{6^2+(-4)^2}}$$

$$\cos\theta = 1$$

$$\theta = \cos^{-1}(1) = 0$$

3) $u = 7i + 10j$, $v = 4i - 4j$

$$\cos\theta = \frac{(7\times4) + (10\times-4)}{\sqrt{7^2+10^2} \times \sqrt{4^2+(-4)^2}}$$

$$\cos\theta = -0.17$$

$$\theta = \cos^{-1}(-0.17) = 100^\circ$$

4) $u = i - 3j$, $v = 3i + j$

$$\cos\theta = \frac{(1\times3) + (-3\times1)}{\sqrt{1^2+(-3)^2} \times \sqrt{3^2+1^2}}$$

$$\cos\theta = 0$$

$$\theta = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$$

22

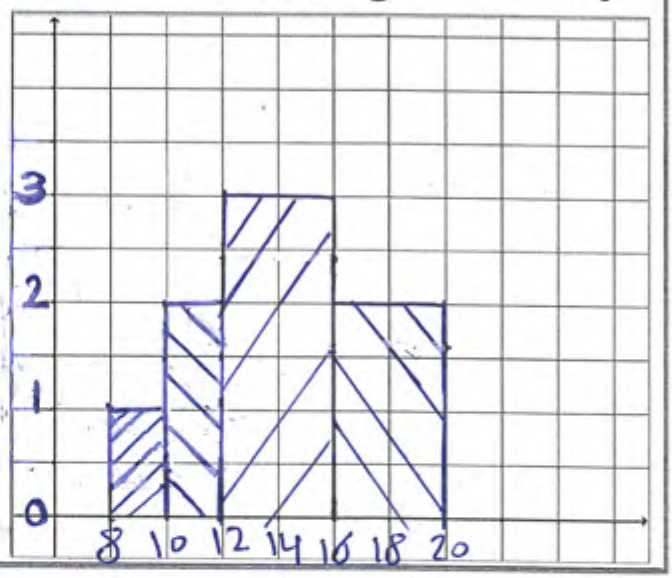
البيانات في الجدول أدناه تمثل درجات اختبار طلاب أحد الصفوف في مادة الرياضيات، علمًا بأن الدرجة العظمى هي 20

الفئات	$8 \le x < 10$	$10 \le x < 12$	$12 \le x < 16$	$16 \le x < 20$
أعداد الطلاب	2	4	12	8

التكرار / طول الفئة = كثافة التكرار

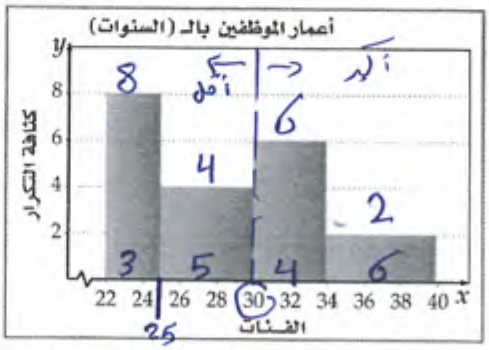
مثِّل هذه البيانات بالمُدرَّج التكراري.

الفئات	التكرار	طول الفئة	كثافة التكرار
$8 \le x < 10$	2	$10-8=2$	$\frac{2}{2}=1$
$10 \le x < 12$	4	2	$\frac{4}{2}=2$
$12 \le x < 16$	12	4	$\frac{12}{4}=3$
$16 \le x < 20$	8	4	$\frac{8}{4}=2$



23

البيانات في المدرج التكراري أدناه تمثل أعمار (80) موظفًا في إحدى الشركات:



A) كم عدد الموظفين الذين تقلّ أعمارهم عن 30 سنةً؟ $3\times8+5\times4=44$

B) كم النسبة المئوية للموظفين الذين تزيد أعمارهم على 30 سنةً؟ ① عدد الموظفين أعمارهم تزيد على 30 سنة $=4\times6+6\times2=36$ ② النسبة المئوية $=\frac{36}{80}\times100=45\%$

C) قارن بين عدد الموظفين في الفئة $25 < x \le 22$ وفي الفئة $34 < x \le 30$ ، وفسّر إجابتك $4\times6=24$ $3\times8=24$ عدد الموظفين متساوٍ

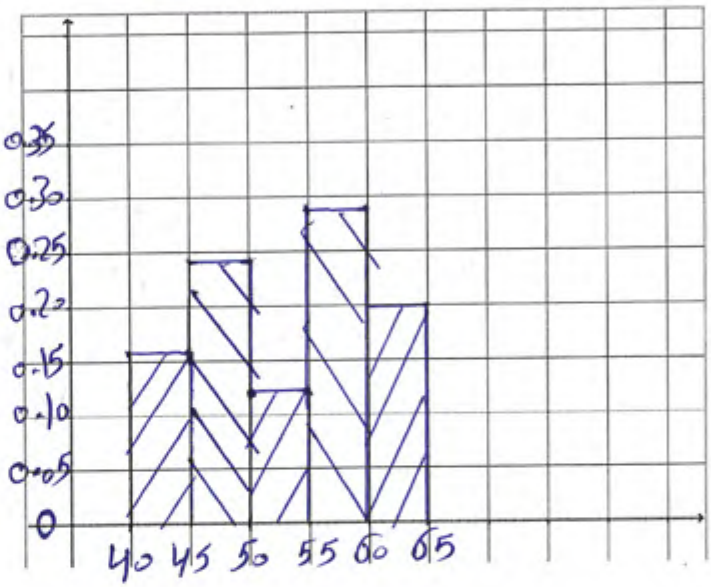
24

البيانات في الجدول أدناه تمثل كُتل 50 طالبًا إلى أقرب كيلوجرام.

الفئات (kg)	$40 \le x < 45$	$45 \le x < 50$	$50 \le x < 55$	$55 \le x < 60$	$60 \le x < 65$
أعداد الطلاب	8	12	6	14	10

مثِّل هذه البيانات بالمدرج التكراري النسبي.

الفئات	التكرار	التكرار النسبي
$40 \le x < 45$	8	$\frac{8}{50} = 0.16$
$45 \le x < 50$	12	$\frac{12}{50} = 0.24$
$50 \le x < 55$	6	$\frac{6}{50} = 0.12$
$55 \le x < 60$	14	$\frac{14}{50} = 0.28$
$60 \le x < 65$	10	$\frac{10}{50} = 0.2$



مقاييس التشتُّت.

25

أعطيت درجات خالد في خمسة اختبارات قصيرة.

2 ,4 ,5 ,8 ,6

① الوسط الحسابي $= \frac{2+4+5+8+6}{5} = 5$

احسب التباين (σ^2) للدرجات مع توضيح خطوات الحل.

② التباين $\sigma^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 + (6-5)^2}{5} = 4$

26

البيانات التالية تمثل درجات الحرارة العظمى (بالدرجات المئوية) خلال خمسة أيام في مدينة الدوحة .

34 , 30 , 33 , 27 , 26

A. أوجد الوسط الحسابي لدرجات الحرارة.

$$\bar{x} = \frac{34+30+33+27+26}{5} = 30$$

B. أحسب قيمة التباين لدرجات الحرارة.

$$\sigma^2 = \frac{(34-30)^2+(30-30)^2+(33-30)^2+(27-30)^2+(26-30)^2}{5} = 10$$

C. ما هو الانحراف المعياري لدرجات الحرارة، مقربة لأقرب منزلتين عشريتين؟

$$\sigma = \sqrt{10} = 3.16$$

27

أوجد كلًّا من التباين والانحراف المعياري للقيم 92 , 71 , 100 , 83 , 84 (1 2 3 4 5)

① الوسط الحسابي $= \frac{92+71+100+83+84}{5} = 86$

② التباين $= \frac{(92-86)^2+(71-86)^2+(100-86)^2+(83-86)^2+(84-86)^2}{5} = 94$

③ الانحراف المعياري $= \sqrt{94} = 9.7$

28

البيانات في الجدول أدناه تمثّل عدد النقاط التي سجّلها فريقان في **5** مبارياتٍ لكرة السلة:

الفريق A	72	88	83	90	77
الفريق B	84	89	80	90	85

أوجد الانحراف المعياري لعدد نقاط كل فريقٍ، ثم حدّد أيّ الفريقين أعداد نقاطه أكثر تجانسًا وثباتًا.

الفريق A

① الوسط الحسابي $= \frac{72+88+83+90+77}{5} = 82$

② التباين $= \frac{(72-82)^2+(88-82)^2+(83-82)^2+(90-82)^2+(77-82)^2}{5}$

$= 45.2$

③ الانحراف المعياري $= \sqrt{45.2} = 6.7$

الفريق B

$\frac{84+89+80+90+85}{5} = 85.6$

$\frac{(84-85.6)^2+(89-85.6)^2+(80-85.6)^2+(90-85.6)^2+(85-85.6)^2}{5}$

$= 13.04$

③ الانحراف المعياري $= \sqrt{13.04} = 3.6$

الفريق B أعداد نقاطه أكثر تجانساً وثباتاً

الأوساط الحسابية المتحركة

29

احسب الأوساط الحسابية المتحركة الثنائية للقيم: 8, 14, 18, 26

2

$\bar{X}_1 = \frac{8+14}{2} = 11$

$\bar{X}_2 = \frac{14+18}{2} = 16$

$\bar{X}_3 = \frac{18+26}{2} = 22$

30

احسب الأوساط الحسابية المتحركة الثلاثية للقيم: 13, 30, 20, 31, 6

3

$\bar{X}_1 = \frac{13+30+20}{3} = 21$

$\bar{X}_2 = \frac{30+20+31}{3} = 27$

$\bar{X}_3 = \frac{20+31+6}{3} = 19$

31

احسب قيمة الوسط الحسابي المتحرك الرابع في سلسلة الأوساط الحسابية المتحركة السداسية للقيم:

1 2 3 4

9, 12, 25, 30, 8, 19, 27, 2, 40

$$\bar{x}_4 = \frac{30+8+19+27+2+40}{6} = 21$$

الرابع

32

الجدول التالي يُبيِّن عدد زوَّار قلعة الزبارة الواقعة في الشمال الغربي لدولة قطر خلال 5 أيامٍ في أحد الأسابيع:

الأيام	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
أعداد الزوَّار	37	33	26	28	39

احسب القيم الاتجاهية للأيام باستعمال الأوساط الحسابية المتحركة الثلاثية.

$$\bar{x}_1 = \frac{37+33+26}{3} = 32$$ الثلاثاء

$$\bar{x}_2 = \frac{33+26+28}{3} = 29$$ الأربعاء

$$\bar{x}_3 = \frac{26+28+39}{3} = 31$$ الخميس

الجدول أدناه يمثل عدد العقارات المبيعة في بلدية الدوحة خلال الأشهر من يناير 2016 إلى يونيو 2016:

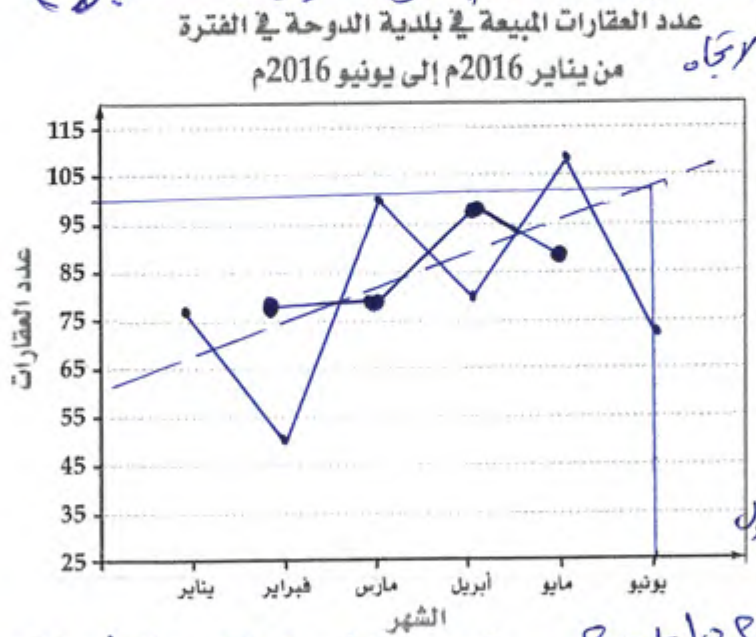
الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو
عدد العقارات المبيعة	77	51	100	80	108	73

مثّل بيانيًا كلًّا من: أعداد العقارات المبيعة والقيم الاتجاهية لهذه الشهور مستعملًا الأوساط الحسابية المتحركة الثلاثية، وخط الاتجاه العام لها في المستوى الإحداثي نفسه، ثم تنبأ بالقيمة الاتجاهية لشهر يونيو 2016.

(1) رسم الجدول.

(2) رسم الأوساط المتحركة (بعد حسابها)

(3) رسم خط الاتجاه العام: رسم خط حاره بين النقاط



آخر رقم في الجدول ← مايو

$\bar{X}_1 = \frac{77+51+100}{3} = 76$ فبراير

$\bar{X}_2 = \frac{51+100+80}{3} = 77$ مارس

$\bar{X}_3 = \frac{100+80+108}{3} = 96$ أبريل

$\bar{X}_4 = \frac{80+108+73}{3} = 87$

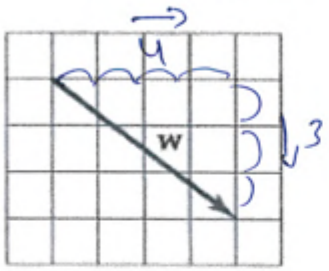
القيمة الاتجاهية لشهر يونيو 2016

101, 102, 103

أي رقم مقبول

الأسئلة الموضوعية:

1 أيٌّ ممَّا يأتي يمثل الصورة العمودية للمتجه الممثَّل في الشكل أدناه؟



A $\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$

B $\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$

D $\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$

2 إذا كان $\mathbf{u} = \langle 3, -1 \rangle , \mathbf{v} = \langle -2, 3 \rangle$ ، فأوجد $2\mathbf{u} - \mathbf{v}$

A $\langle 8, -5 \rangle$

C $\langle -5, 8 \rangle$

B $\langle 10, -4 \rangle$

D $\langle 5, -4 \rangle$

$2\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8\\-5\end{pmatrix} = \langle 8, -5 \rangle$

3 أوجد طول المتجه $\mathbf{w} = \langle 2, 0, -1 \rangle$.

A 1

C $\sqrt{5}$

B $\sqrt{3}$

D 5

$\sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$

4 إذا كان $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ متجهين، وكان $\mathbf{u} = 7\mathbf{i} - 3\mathbf{j} , \mathbf{v} = 5\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$

أوجد الضرب القياسي لهما. $(7 \times 5) + (-3 \times 12) = -1$

A 68

C 1

B 71

D -1

$$\cos\theta = \frac{(-9\times-1)+(0\times-1)}{\sqrt{(-9)^2+0^2}\times\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

5 كم قياس الزاوية بين المتجهين $\langle -9, 0\rangle, \langle -1, -1\rangle$؟

A 0° **B** 45° **D** 135° **C** 90°

شرط التعامد $a.b = 0$ صفر

6 أيٌّ مما يأتي متجهان متعامدان؟

A $\langle 1, 0\rangle, \langle 1, 3\rangle$ **B** $\langle -2, 3\rangle, \langle 4, 6\rangle$ **C** $\langle 3, -6\rangle, \langle 6, 3\rangle$ **D** $\langle 3, 9\rangle, \langle 6, 2\rangle$

$(1\times1)+(6\times3)=1$ ، $(-2\times4)+(3\times6)=10$ ، $(3\times6)+(-6\times3)=0$ متعامدان $(3\times6)+(9\times2)=36$

7 أوجد قياس الزاوية التي يصنعها المتَّجه $\mathbf{a} = \langle -3, 4\rangle$ مع الجزء الموجب من المحور x.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{-3}\right) = -53^\circ$$

$$\theta = 180 - 53^\circ = 127$$

A 127° **C** 143°

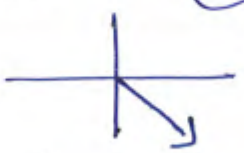
B 53° **D** 37°

8 إذا كان $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$، فكم قياس زاوية اتجاهه مع الجزء الموجب من المحور x مقربًا إلى أقرب درجة؟

A 111° **B** 69° **C** 249° **D** 291°

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-8}{3}\right) = -69^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - 69^\circ = 291^\circ$$



9 أوجد قيم k التي تجعل كلًّا من $\mathbf{p}, \mathbf{q}$ متعامدين، علمًا بأن: $\mathbf{p} = \langle 8, -k\rangle, \mathbf{q} = \langle 14, 16\rangle$.

A $\frac{64}{7}$ **B** -7 **C** 2 **D** 7

$$P \cdot q = 0$$

$$(8\times14)+(-k\times16)=0$$

$$112 - 16k = 0$$

$$-16k = -112 \Rightarrow k = 7$$

طول الفئة = 6

10 ما تكرار الفئة $12 \leq x < 18$ ، إذا كانت كثافة التكرار لها 4؟

$4 \times 6 = 24$

A 4 **C** 24

B 6 **D** 12

11 ما التكرار النسبيُّ لفئةٍ تكرارها 8 في جدول تكراريٍّ مجموع بياناته 25؟

$\frac{8}{25} = 0.32$

A 0.08 **C** 0.20

B 0.32 **D** 0.04

12 في جدول تكراري مجموع تكراراته 40، إذا كانت الفئة $3 \leq x < 5$ ، تكرارها النسبي 0.15 ، فما قيمة تكرار هذه الفئة؟

$0.15 \times 40 = 6$

A 6 **C** 3

B 15 **D** 5

13 ما الانحراف المعياري للقيم: 42, 38, 22, 59, 30, 49, 28. إلى أقرب عدد صحيح ؟

A 142 **C** 12

B 38 **D** 11

① الوسط الحسابي $= \frac{42+38+22+59+30+49+28}{7} = 38.3$

② التباين $= \frac{(42-38.3)^2+(38-38.3)^2+(22-38.3)^2+(59-38.3)^2+(30-38.3)^2+(49-38.3)^2+(28-38.3)^2}{7}$

$= 144.9$

③ الانحراف المعياري $= \sqrt{144.9} = 12$

التباين = مجموع مربعات انحرافات القيم عن المتوسط الحسابي / n

8

14 إذا كان التباين لثمانية قيم يساوي 31.5 ، فكم يكون مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي؟

$8 \times 31.5 = 252$

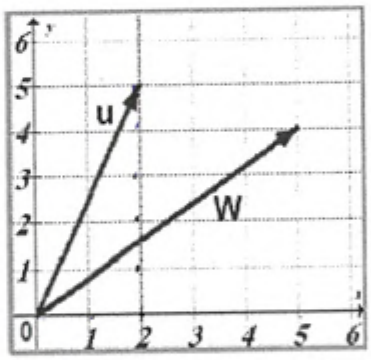
A 250

C 244

B 252

D 39.5

15 توضح شبكةالإحداثيات أدناه المتجهين u , w فأي مما يلي يمثل $u - w$ ؟



(A) $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$

$u = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$, $w = \begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$

$u - w = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

16 إذا كان لدينا المتجه $a = \begin{pmatrix}4\\-8\end{pmatrix}$ والمتجه $b = \begin{pmatrix}6\\6\end{pmatrix}$ فما هو المتجه الناتج عن جمع $a + b$؟

a $\begin{pmatrix}10\\-2\end{pmatrix}$

b $\begin{pmatrix}-10\\-2\end{pmatrix}$

c $\begin{pmatrix}24\\-48\end{pmatrix}$

d $\begin{pmatrix}2\\-14\end{pmatrix}$

$a + b = \begin{pmatrix}4\\-8\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}6\\6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10\\-2\end{pmatrix}$

$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{0^2+1^2+6^2} = \sqrt{37}$

17 إذا كانت النقطتان A, B في الفضاء الإحداثي حيث $A(2,1,0)$ و $B(2,2,6)$

فما هو طول المتجه $\overrightarrow{AB}$ ؟

a $|\overrightarrow{AB}| = 7$ b $|\overrightarrow{AB}| = 10$ c $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$ d $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{37}$

18 أي مما يلي أفضل وصف لما يحدث للمتجه v عند ضربه في الكمية القياسية (-2) ؟

- ☐ يتم ضرب طوله في 2 و يبقي اتجاهه دون تغيير
- ☐ لا يتغير طوله و يتم عكس اتجاهه بمقدار 180
- ☒ يتم ضرب طوله في 2 و يتغير اتجاهه بمقدار 180
- ☐ لا يتغير طوله و لا يتغير اتجاهه

19 لدينا المتجهين a, b في المستوي الإحداثي، بحيث

$$a = -2i + 4j$$

$$b = 2i + 6j$$

$(-2 \times 2) + (4 \times 6) = 20$

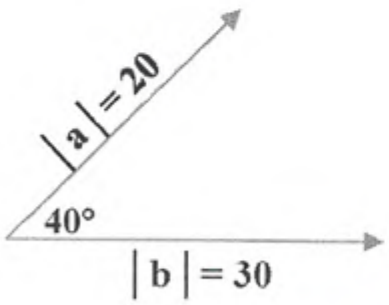
ما هو ناتج الضرب القياسي (scalar product) للمتجهين

a $a \cdot b = 0$ b $a \cdot b = 10$ c $a \cdot b = 20$ d $a \cdot b = 26$

20 لدينا المتجهين a, b في المستوي الإحداثي المرسومين في الشكل التالي

باستخدام المعطيات الموجودة على الرسم ما هو ناتج الضرب القياسي

للمتجهين a و b ؟



b 113.2 c 300.2 d 459.6

$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a| \times |b|}$ انتبه:

$a.b = |a| \times |b| \times \cos\theta$

$= 20 \times 30 \times \cos 40^\circ = 459.6$

21 يمثل الجدول التالي الفئات العمرية بالسنوات لمجموعة من الأشخاص .

الفئة العمرية	0-15	15-30	30-45	45-60	60-75
التكرار	15	22	20	9	14

المجموع 80

أوجد التكرار النسبي relative frequency للفئة العمرية 30-45 سنة $\frac{20}{80} = 0.25$

A 0.20 B 0.25 C 0.50 D 0.75

22 ما قيمة الوسط المتحرك الثاني في سلسلة الأوساط المتحركة من الرتبة الرابعة للقيم التالية؟

4

21 , 33 , 14 , 13 , 15 , 17 ,23 , 18 ,26

$\frac{33+14+13+15}{4} = 18.75$

a 14 b 18.75 c 20.25 d 26

23 قام مدرب بمقارنة أداء أربعة فرق لكرة السلة في عدد من المباريات، وكان الانحراف المعياري لعدد الأهداف لكل من الفرق الأربعة كما هو ملخص في الجدول أدناه:

	فريق N	فريق M	فريق L	فريق K
الانحراف المعياري	5.8	4.6	1.3	3.9

حدد أي الفرق ذو نتائج أكثر تجانساً وثباتاً في الأداء من الفرق الأخرى؟ الأقل انحرافا

A فريق N B فريق M فريق L D فريق K