

الرياضيات - الوحدة الأولى

تحليل المقادير الجبرية

تهيئة

1) جد حاصل ضرب المقادير الجبرية الآتية:

- (أ) $(s-3)(s+5)$
- (ب) $(s-2)(s+3)(s-5)$
- (ج) $(s-3)(s^2-1)$
- (د) $(s-2)(s^2+2s+4)$
- (ه) $(5+2s)(5+2s)$
- (و) $5(s-1)(s^2+2s+3)$

الحل:

- (أ) $s^2 - 2s - 15$
- (ب) $s^2 - 7s - 20$
- (ج) $s^3 - 7s^2 + 4s - 3$
- (د) $s^3 - 8$
- (ه) $25 - 4s^2$
- (و) $15s^3 + 25s^2 - 40s + 10$

2) جد مكعب كل من الأعداد والمقادير الآتية:

- (أ) 4
- (ب) 3 -
- (ج) s^2
- (د) s^5

$$\frac{s^3}{2} \text{ هـ}$$

و) $\frac{5-s^4}{s}$
الحل:

أ) 64

ب) 27-

ج) $8s^3$

د) $25s^3u^3$

$$\frac{s^3-27}{8} \text{ هـ}$$

و) $\frac{125-s^5}{64}$
، ص ≠ صفرأ

(3) جد القاسم (العامل) المشترك الأكبر، والمضاعف المشترك الأصغر لكل مما يأتي:

أ) 8، 16، 64

ب) 3، 5، 7

ج) 3، 12، 14

الحل:

أ) 8

ب) 1

ج) 1

4) عَبَرَ جُبْرِيًّا عن مساحة ملعب لكرة القدم مستطيل الشكل، طوله (3f+5) متراً، وعرضه (3f-2) متراً.

الحل:

$$\text{مساحة الملعب} = (9f^2 + 9f - 10) \text{ مترا مربعا}$$

5) حل كل معادلة من المعادلات الآتية:

$$a) s + 6 = 12$$

$$b) c - 2 = 4 + 2$$

$$c) (s - 5)3 = 2$$

$$d) u - 4 = 7 + 3$$

$$e) 3s - 5 = 2s - 9$$

$$f) 7 = 1 + \frac{s^3}{2}$$

الحل:

$$a) s = 6$$

$$b) c = 9$$

$$c) s = \frac{17}{3}$$

$$d) u = 11$$

$$e) s = \frac{14}{3}$$

$$f) s = 4$$

الدرس(1-1) الفرق بين مربعين وتحليله

تدريب(1-1): حل المقادير الجبرية الآتية:

$$\frac{s^2 - 49}{4}$$

ب) $s^2 - 1$

الحل:

$$(\frac{s}{2} + 7) (\frac{s}{2} - 7)$$

ب) $(s+1)(s-1)$

تدريب(1-2): حل المقادير الآتية:

$$s^3 - 12s^2 + 3s - 1$$

$$= (s-2)^2(5s-64)$$

الحل:

$$s^3 - 2s^2 + s - 2$$

$$= (s-5)(s-2)^2 + 8(s-5) = (s-13)(s-2)^2 + 8$$

تدريب(1-3): جد قيمة المقدار العددي الآتي بطريقتين مختلفتين :

$$(11,5)^2 - (8,5)^2$$

الحل:

$$60 = 132,25 - 72,25 \quad (1)$$

$$60 = (20)(3) = (11,5 + 8,5)(11,5 - 8,5) \quad (2)$$

إجابات تمارين وسائل

1) حل المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل:

$$s^2 - 4 - 121$$

ب) $28s^2 - 7$

ج) $5ab^3 - 20a^3b$

د) $4^2(2 - 3x)$

هـ) $-49 + 25x^2$

و) $(m - l)^2 - (m + l)^2$

الحل:

أ) $(11 - 2s)(11 + 2s)$

ب) $7(1 + 2s)(1 - 2s)$

ج) $5ab(b - 2a)(b + 2a)$

د) $(2 - 3x)(2 + (2 - 3x)) = (2 - 3x)(4 - 2x)$

هـ) $(5s - 7)(5s + 7)$

و) $((m - l) - (m + l))((m - l) + (m + l)) = (2l)(2m) = 4ml$

2) جد القيمة العددية للمقدار $(497^2 - 500^2)$ اعتماداً على تحليل الفرق بين مربعين.

الحل:

$$2991 - (997)(3) = (500 + 497)(500 - 497)$$

3) عَبَرْ عن المقدار (102×98) بصورة فرق بين مربعين، ثم جد قيمته العددية.

الحل:

$$9996 = 4 - 10000 = 2^2 - 100^2 = (2 - 100)(2 + 100)$$

4) حديقة على شكل مربع طول ضلعه (10) م ، نريد إحاطتها بمحرك عرضه (s) م، وتبليطه:

أ) أكتب مساحة الممر بدلالة s

ب) احسب تكلفة تبليط الممر عندما يكون عرض الممر $s = 1,5$ متراً، علماً بأن تكلفة تبليط المتر المربع الواحد (8) دنانير.

الحل:

$$(10 + s)(10 - s) = (10 + s)(10 - s)$$

$$= (s + 20)(s)$$

$$= s^2 + 20s$$

$$\text{ب) مساحة الممر} = (1,5)(20 + 1,5)^2$$

$$= 32,25 \text{ م}^2$$

$$\text{تكلفة التبليط} = (8)(32,25) = 258 \text{ دينارا.}$$

الدرس(1-2) تحليل العبارات التربيعية

تدريب(1-4): أي من العبارات الآتية تمثل عبارة تربيعية؟

أ) s^2

ب) $-3s^2$

ج) $3s^2 - 5$

د) $s^4 - 3s^3$

هـ) $2s^3 - 4s^2 - 2s^3 + 3$

الحل:

أ) عبارة تربيعية

ب) ليست عبارة تربيعية

ج) عبارة تربيعية

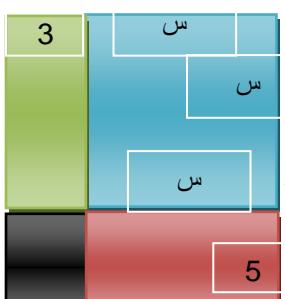
د) ليست عبارة تربيعية

هـ) ليست عبارة تربيعية

تدريب(1-5): اعتماداً على الشكل المجاور ، حلل العبارة التربيعية $s^2 + 8s + 15$ إلى عواملها الأولية.

الحل:

$$(s + 5)(s + 3)$$



الشكل(6-1)

تدريب(1-6): حلل العبارات الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $s^2 - 5s + 6$

ب) $s^3 - s^2 + 3s$

ج) $s^3 - 5s^2$

د) $(s-2)(s+5)^2(s-2)$

الحل:

أ) $(s-2)(s-3)(s-2)$

ب) $(s-1)(s+5)^3$

ج) $5(s-3)s$

د) $(s-2)(s+2)=(s+1)(s-2)(s+3)$

إجابات تمارين وسائل

1) حلل العبارات الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $s^2 + 9s + 14$

ب) $s^2 - 7s + 10$

ج) $-3s^2 - 18$

د) $l^2 - 14l + 5$

هـ) $s^2 - 13s + 2$

وـ) $m^2 - 5m + 1$

الحل:

أ) $(s+7)(s+2)$

ب) $(s-2)(s-5)$

جـ) $(-3s)(-6s)$

دـ) $(l-7)(l+2)$

هـ) $(s+1)(s-2)$

و) $(1 - 2m^3)$

2) لوحة إعلانات مستطيلة الشكل مساحتها $(n^2 + 4n - 12)$ وحدة مربعة، بعدها عوامل العبارة التربيعية $n^2 + 4n - 12$ ، عبر عن بعدي اللوحة بدلاله (ن).

الحل:

بعدي اللوحة: $(n + 6)$ وحدة، $(n - 2)$ وحدة.

3) سجادة مستطيلة الشكل مساحتها $(6s^2 + s - 2)$ متراً مربعاً، إذا كان بعدها هما عوامل العبارة التربيعية $6s^2 + s - 2$.

أ) عبر عن بعديها بدلاله س.

ب) احسب بعديها عندما تكون قيمة س = 2 متراً.

الحل:

أ) $(s + 2)$ مترا، $(s - 1)$ مترا.

ب) بعدها: 8م، 3م

الدرس(1-3)مجموع مكعبين وتحاليله

تدريب(1-7): حل المقادير الجبرية الآتية إلى عوامله:

$$أ) ج^{1+3}$$

$$ب) \frac{3s^2 + 2s^3}{27}$$

$$ج) 40s^4 + \frac{5}{8}s^3$$

$$د) 343s^3 + 0,008$$

الحل:

$$أ) (ج + 1)(ج^2 - ج + 1)$$

$$ب) 2\left(\frac{s}{3} + ص\right)\left(\frac{s^2}{9} - ص + ص^2\right)$$

$$\left(\frac{1}{4} + 2\alpha_4 \right) \left(\frac{1}{2} + 2\alpha_5 \right)$$

$$(0,02s^2 + 7s + 49)(0,2s + 7)$$

تدريب (1-8): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

$$\text{حجم الماء الكلي} = s^3 + 8s^3$$

$$\text{حجم الخزان الجديد} = (s + 8)(s + 1)(s + 2) = s^3 + 8s^3$$

$$\text{لـكن } s^3 + 8s^3 = (s + 8)(s^2 - 8s + 64)$$

$$\text{إذن بعد الثالث} = (s^2 - 8s + 64) \text{ متر}^3$$

إجابات تمارين وسائل

1) اكتب كل مما يأتي على صورة مجموع مكعبين:

$$a) 8s^3 + 1$$

$$b) \frac{1}{0,027s^3 - 125}$$

الحل:

$$a) (s^3 + 2)^3$$

$$b) \frac{1}{(s^3 - 125)}$$

2) حل المقادير الجبرية الآتية إلى عوامله:

$$a) m^3 + 216$$

$$b) \frac{8s^3}{27} + \frac{s^3}{125}$$

$$c) b^3 + 250\alpha^3$$

$$d) 2s^3 + 16\alpha^3$$

$$ه(س-1)(ص+3)^3$$

$$\frac{3ص27}{500} + \frac{6س}{4}$$

$$ز(م^9)$$

$$ح(6أ^3س^3+48س^3)$$

$$ط(5س-1)(س^4+5)$$

الحل:

$$أ) (ع^2+6)(ع^2-36)$$

$$ب) (1-\frac{s}{5}) - (\frac{2}{3}s^2 + \frac{2}{9}s^4)$$

$$ح) 2(3+5أ)-15ب+9ب^2$$

$$د) 2(s^2+4ص)-2ص(s^2+ص)$$

$$ه) ((س-1)+(ص+1))((س-1)-(ص+1))$$

$$و) (\frac{3}{5}s^4 - \frac{3}{25}s^6) - (\frac{1}{4}s^2 + \frac{9}{25}s^4)$$

$$ز) (1+3م)(1+3م)$$

$$ح) 6س^3(2+أ)-2أ^2(2+أ)$$

$$ط) (س-5)(1+(س-5)) - (1+(س-5))(س-5)$$

$$(س-5)(1-5^2)$$

(3) كرتان من البلاستيك طول نصف قطر الأولى (س) سم وطول نصف قطر الثانية

(أ) س، تم صهرهما معاً وتشكيلهما على شكل متوازي مستطيلات ارتفاعه

$$(\frac{\pi 4}{3}) \text{ سم، وأحد بعدي قاعدته } (س+أ) \text{ سم، جد البعد الآخر للقاعدة.}$$

الحل:

$$\text{البعد الآخر} = (s^2 - As + A^2) \text{ سم}$$

الدرس(1-4) الفرق بين مكعبين وتحليله

تدريب(1-9): حل المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل:

$$1 - s^3(64)$$

$$b - s^3(32)$$

$$c - \frac{s^6}{2} - \frac{216}{54}$$

$$d - (s+1)^4$$

الحل:

$$a - (s-4)(s+1)(s^2+4s+16)$$

$$b - (s-2)(s+4)(s^2+2s+4)$$

$$c - \frac{1}{2}(s^2 - s^4)(s^2 + 2s + s^4)$$

$$d - (s+1)(s-1)(s+1)(s+1)(s+1)$$

$$= (s+2)(s+1)(s+1)$$

تدريب(1-10): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

$$\text{البعد الثالث} = (A^2 + Ab + B^2) \text{ مترا.}$$

إجابات تمارين وسائل

1) حل كلا من المقادير الآتية إلى العوامل:

$$a^3 - 125$$

$$ب) \frac{س^4 - س^3}{125}$$

$$\text{د} 0,008 س^3 - س^3$$

$$د(س+5)^3 - 5(س)^3$$

$$ه) 2 س^4 - س^3 \frac{250}{ب}$$

$$\text{و} (س-3)^4 + (س-5)^3$$

الحل:

$$(25 + 5 + 1)(5 - 1)$$

$$\text{ب) } س(\frac{9}{5} + س^2)$$

$$\text{د} (س-2)(0,2 + س^2) + (س-4)(0,04 + س^2)$$

$$\text{د} (س+1)(2+س) + (س+2)(1+س)$$

$$\text{ه) } 2 س(\frac{5}{ب} + \frac{5}{ب} + 1)$$

$$\text{و} (س-3)(2-س) + (س-3)^2(2+س)$$

(2) عبّنت 27 عبوة صغيرة مكعبية الشكل طول حرف كل منها (ن) متراً من خزان مكعب الشكل مملوء بالزيت طول حرفه (ل) متراً، وبقي في الخزان كمية من الزيت، ما حجم تلك الكمية؟

الحل:

$$ل^3 - ن^3 = (ل - ن)(ل^2 + لن + ن^2)$$

الدرس(1-5) العامل المشترك الأكبر

تدريب(1-11): جد ع.م.أ للمقادير الجبرية الآتية:

(أ) $s^2 + 2s - 15$, $s^2 - 5s + 6$, $s^2 - 6s$

(ب) $s^3 + s^2 + 2s$, $s^2 - 6s + 1$

الحل:

(أ) $(s-3)$

(ب) $(s+1)$

إجابات تمارين وسائل

1) جد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ.) لكل من المقادير الآتية:

(أ) $s^3 - 15s^2 + 6$

(ب) $s^2 - 9s + 27$

(ج) $(s+2)^2(s-18)$

(د) $s^4 - 5s^3 + s^2 - 1$

(هـ) $s^2 - 5s + 1s^2 - 3s + 2$

الحل:

(أ) $s^2 - 3s$

(ب) $s - 1$

(ج) $(s+3)(s+2)$

(د) $s^2 - 1$

(هـ) $s - 1$

2) ينتج مصنع صنفين من الزيت، بحيث ينتج $(s^2 + 2s - 35)$ لترًا من الصنف

الممتاز، وينتج $(s^2 - 49)$ لترًا من الصنف العادي. فإذا قررت إدارة المصنع

تعبئة صنفي الزيت في عبوات متساوية السعة، فما سعة أكبر عبوة يمكن

استخدامها بدلالة (س)؟

الحل:

(س+7) ليترا

(3) بلغ عدد طلبة الصف التاسع في إحدى المدارس $(2s^2 + 9s - 5)$ طالبًاً، وعدد طلبة الصف العاشر $(s^3 + 125)$ طالبًاً، قرر معلم التربية الرياضية أن يكون أفرقة رياضية يتكون كل فريق من العدد نفسه من اللاعبين.

ما أكبر عدد من الطلبة يمكن أن يكون في الفريق الواحد (بدالة(ص))؟

الحل:

(ص+5) طالباً

الدرس (1-6) المضاعف المشترك الأصغر

تدريب (1-12): جد م.م.أ لكل من المقادير الآتية:

- أ) $s^2 - s^3 + s^3$
- ب) $b^2 + b^4 + b^5$
- ج) $2s^2 - s^7 + s^{14} + s^7$
- د) $(s-2)^2(s^2 - s^3 - s^4 + s^6)$

الحل:

أ) $(s + s)(s - s)(s^2 - s + s^2)$

ب) $b(b + 4)(b + 1)$

ج) $14s(s + 1)(s - 1)$

د) $2(s - 2)^2(s^2 + 2s + 2s^2)$

إجابات تمارين وسائل

1) جد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكل من المقادير الآتية :

أ) $15s^2 + 18s + 12s$

ب) $3s^2 - 12s - 8s^3 - 2s^2$

ج) $4 - 4u^2 - u^4$

$$d) 27m^3 - 14m^2 + 5m - 1$$

$$e) s^2 - 3s^2 + 3s^2 - s$$

الحل:

$$a) 12s(5s + 6)$$

$$b) 3s(s - 2)(s + 2)(s^2 + 2s + 4)$$

$$c) (4 + 2)(2 + 4)(4 - 2)(4 - u)$$

$$d) 2(3m^2 + m^3 + 3m + 1)(m^3 - 1)$$

$$e) 3s(s - 1)(s + 1)$$

2) حافلتان تسيران بالسرعة نفسها، الأولى تتوقف كل

$$2s^2 - 5s \text{ كم، والثانية تتوقف كل } (2s^2 - 3s - 5) \text{ كم. إذا انطلقتا من المكان}$$

نفسه، على أي بعد من نقطة انطلاقهما تلتقي الحافلتان لأول مرة؟

الحل:

$$s(2s - 5)(s + 1)$$

3) قامت إحدى البلديات بزراعة أشجار على أحد جانبي إحدى الطرق ووضع إشارة تحذيرية على الجانب الآخر ابتداءً من بداية الطريق، بحيث تزرع على الجانب الأيمن من الطريق شجرة كل $(k^3 + 8)$ متراً، وعلى الجانب الأيسر منه تضع إشارة تحذيرية كل $(10k + 5)$ متراً.

a) على أي بعد من بداية الطريق يتم زراعة شجرةً مقابل إشارة تحذيرية لأول مرة؟

b) على أي بعد من بداية الطريق يتم زراعة شجرةً مقابل إشارة تحذيرية للمرة

الرابعة؟

الحل:

$$a) 5(k^2 - 2k + 4) \text{ متراً}$$

$$b) 20(k^2 - 2k + 4) \text{ متراً}$$

الدرس(1-7)المقادير الكسرية

تدريب(13): اكتب كل مقدار من المقادير الكسرية الآتية بأسط صورة:

$$\frac{125^3 ج}{25^2 ج} \quad (أ)$$

$$\frac{25+10س^2}{25+15س^2} \quad (ب)$$

$$\frac{3ب+8^3}{أ-3^2 ب-10ب} \quad (ج)$$

الحل:

$$\frac{25+5+ج^2}{5+ج} \quad (أ)$$

$$\frac{5-س}{5-س^2} \quad (ب)$$

$$\frac{أ-2^2 ب+4ب^2}{أ-5} \quad (ج)$$

تدريب(14): ملعب كرة قدم مستطيل الشكل مساحته $(6ص^2+5ص-6)$ متراً مربعاً، طوله $(2ص+3)$ متراً. ما عرض الملعب؟

الحل:

$(ص-2)$ مترا

إجابات تمارين وسائل

1) اكتب كل مقدار من المقادير الكسرية الآتية بأبسط صورة:

$$\frac{9-m^2}{m-15} \quad (أ)$$

$$\frac{4+s^2+5s}{s+4} \quad (ب)$$

$$\frac{s^3-15s^2+12s-3}{s-1} \quad (ج)$$

$$\frac{27+s^3}{s+9} \quad (د)$$

$$\frac{81s^4-9}{s-3} \quad (هـ)$$

$$\frac{16s^2(1+2s)}{15s^2-2s-3} \quad (و)$$

$$\frac{(s-2)^2(s+2)^2}{8s} \quad (ز)$$

: الحل

$$\frac{9-m^2}{m-15} \quad (أ)$$

$$s+1 \quad (ب)$$

$$\frac{15+s^3}{s^2+s+1} \quad (جـ)$$

$$\frac{s^3 + 27}{s^2 + 9} \quad (d)$$

$$\frac{(s+3)(s^2 - 3s + 9)}{s^3 + 27} \quad (e)$$

$$\frac{\frac{5-s}{2}, s \neq 3, s \neq 0}{s-3} \quad (f)$$

$$1- \frac{3-s^2}{s-3} \quad (g)$$

2) ناتج ضرب مقدارين جبريين $(s^2 - 5s - 14)$ ، إذا كان أحدهما $(s - 7)$ ، فما المقدار الآخر؟ (حيث $s \neq 7$)

الحل:

$$(s + 2)$$

3) أراد عبد الرحمن أن يوزّع مبلغ $(10s^2 - 13s - 3)$ ديناراً بين أبنائه بالتساوي، فإذا كان نصيب كل منهم $(2s - 3)$ ديناراً (حيث $s \neq \frac{3}{2}$) فما عدد أبنائه؟

الحل:

$$(s + 5)$$

الدرس(1-8)المعادلة الكسرية

إجابات تمارين وسائل

1) حل كل معادلة من المعادلات الكسرية الآتية:

$$\frac{6-s^2}{s-1} \quad (a)$$

$$\frac{s^2 + 3s - 10}{4s - 2} \quad (b)$$

$$\frac{1-s^3}{3+s^2s^3} \quad (س)$$

$$\frac{1}{2}, \text{ حيث } s \neq -\frac{1+7s^2}{2s-1} \quad (د)$$

$$\frac{1}{2}, \text{ حيث } s \neq 1, s \neq -\frac{s^2s^3-3}{s^2-3s^2} \quad (هـ)$$

$$1 = \frac{1-b^2}{b-1}, \text{ حيث } b \neq 1, b \neq -3 \quad (و)$$

الحل:

(أ) $s = -3$

(ب) $s = 7$

(ج) $s = 16$

(د) $s = -\frac{3}{5}$

هـ) لا يوجد حل لهذه المعادلة.

و) $b = -2$

2) لدى تاجر $(6j^2 + 7j + 2)$ ليترًا من الزيت، وضعها في $(3j + 2)$ وعاءً لها السعة نفسها، إذا كانت سعة الوعاء الواحد (11) ليترًا:

(أ) ما قيمة (j) ؟

(ب) ما عدد الأواني؟

ج) ما كمية الزيت الموجودة لدى التاجر؟

الحل:

(أ) $j = 5$

ب) 17 وعاء

ج) 187 ليترا

(3) تصدق حامد بمبلغ $(5s^2 - 3)$ ديناراً حيث قسم المبلغ على $(s-3)$ من الفقراء بالتساوي، فكان نصيب كل منهم (51) ديناراً.
أ) ما قيمة (s) ؟

ب) ما المبلغ الذي تصدق به حامد؟

الحل:

$$s = 10$$

$$427 \text{ دينارا}$$

مراجعة

1) حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل الأولية:

$$12 + s^3$$

$$s^2 - 100$$

$$12 - 75^2$$

$$s^3 - 27$$

$$81 + s^3$$

$$s^2 - 7 + s^6$$

$$3 - 10^2 \cdot 10^3$$

$$\frac{s^3}{27} - s^4$$

الحل:

$$(s+4)(s+3)$$

$$(s-10)(s+10)$$

$$(5+2)(5-2)$$

$$(d) (s-3)(s^2+9)(1+s)$$

$$(e) (2+3s)(2-s^2+9s)$$

$$(f) (s-6)(s-1)$$

$$(g) (5-u)(5+u)$$

$$(h) (s-3s)(s^2+9s)$$

2) اكتب كلاً من المقادير الكسرية الآتية ببساط صورة:

$$(a) \frac{s^2+4s}{4+s}, s \neq -4$$

$$(b) \frac{25s^2}{10s-2}, s \neq 5$$

$$(c) \frac{s^2+2s+3}{s^2-9}, s \neq -3, s \neq 3$$

$$(d) \frac{8-u^2+16}{u^3-64}, u \neq 4$$

$$(e) \frac{3s^2+5s-33}{s^3-12s^2-5s^3}, s \neq 0, s \neq 3, s \neq -3$$

الحل:

$$(a) s, s \neq -4$$

$$(b) \frac{s+5}{2}, s \neq 5$$

$$\frac{ص^2+2+ص}{ص-9} \quad (ج)$$

$$\frac{ع-4}{ع^2+4+16} \quad (د)$$

$$\frac{س+2}{س(3س+4)} \quad (ه)$$

3) حل كلاً من المعادلات الكسرية الآتية:

$$4 = \frac{س^2-4س}{س-4} \quad (أ)$$

$$3 = \frac{س^2-36}{س^2+12} \quad (ب)$$

$$1 = \frac{ص^2+3}{ص-9} \quad (ج)$$

$$3 = \frac{س^2-2س-5}{س^2-2} \quad (د)$$

الحل:

$$س=5 \quad (أ)$$

$$س=0 \quad (ب)$$

$$\begin{aligned} ج) ص &= 12 \\ د) س &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

4) جد العامل المشترك الأكبر ، والمضاعف المشترك الأصغر لكل من المقادير

الجبرية الآتية:

$$أ) 2s^2 - 50, s^2 + 2s - 15$$

$$ب) s^3 - 3s^2 + 4s - 5$$

$$ج) 2u^2 - 5u - 12, 3u^2 - 12u - 3$$

$$د) b^3 + 3b^2 - 4b + 2$$

الحل:

$$أ) ع.م.أ = (s+5)(s-5)$$

$$م.م.أ = 2(s+5)(s-5)(s-3)$$

$$ب) ع.م.أ = (s-1)$$

$$م.م.أ = (s+1)(s^2 - s + 1)(s+1)(s+5)$$

$$ج) ع.م.أ = (4-u)(4-u-3)$$

$$م.م.أ = (3+2u)(4-u-3)$$

$$د) ع.م.أ = 1$$

$$م.م.أ = 2b(b-3)(b+3)(b-1)$$

اختبار ذاتي

1) حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى عوامله:

$$أ) 5s^3 + 15s^2$$

$$ب) \frac{4}{b^2} - 25, b \neq صفرًا$$

$$ج) s^2 + 14s + 49$$

$$د) ع^3 - 8L^3$$

$$هـ) 1000 + 0,027 s^3$$

$$و) 6s^2 + 5s^2$$

$$ز) 40 - 7ع^2$$

$$ح) \frac{s^2 + 5s^5}{64}$$

الحل:

$$أ) 5s^2(s+3)$$

$$ب) \left(\frac{2}{b^3} + 5 \right) \left(\frac{2}{b^3} - 5 \right)$$

$$ج) (s+7)(s+7)$$

$$د) (ع-2L)(ع^2+2L+4L^2)$$

$$هـ) (10s + 3s + 0,09s^2)(s^2 + 0,3s)$$

$$و) (s-7)(s+2)$$

$$ز) (5 - ع)(8 + ع3)$$

$$ح) 3s^2(s^2 + \frac{1}{4}) - \frac{1}{16} + \frac{1}{4}s^2$$

2) اكتب كلاً من المقادير الكسرية الآتية بأسط صورة:

$$أ) \frac{s^2 - 7s}{s}$$

$$ب) \frac{144s^2}{24 + s^2}$$

$$\frac{35-ع^2}{49-ع^2} \quad (ج)$$

$$\frac{36+م^2}{216^3} \quad (د)$$

$$\frac{1}{5} \neq س، س \neq 0، س \neq 1 \quad (ه)$$

$$\frac{9+س^2}{س^2+س^3-6^3} \quad (ه)$$

الحل:

$$(أ) (س-7)$$

$$ب) \frac{ص-12}{2}$$

$$\frac{35-ع^2}{49-ع^2} \quad (ج)$$

$$\frac{6+م}{36+م^2} \quad (د)$$

$$\frac{9+س^2}{س(1+س^5)} \quad (ه)$$

(3) حل كل معادلة من المعادلات الكسرية الآتية:

$$8 = \frac{س^2+5}{س+5} \quad (أ)$$

$$ب) \frac{7+s}{49-s^2} = 3, \text{ حيث } s \neq -7, s \neq 7$$

$$ج) \frac{3+k}{1-k} = 3, \text{ حيث } k \neq 1$$

$$د) \frac{1-s^2}{5s^2+2s-7} = 3, \text{ حيث } s \neq 1, s \neq -7$$

الحل:

$$أ) s = 8$$

$$ب) s = \frac{20}{3}$$

$$ج) k = 3$$

$$د) s = \frac{11}{8}$$

4) جد العامل المشترك الأكبر، والمضاعف المشترك الأصغر لكل من المقادير

الآتية:

$$أ) 3s^2-12, s^2+3s-10$$

$$ب) 8s^3-12s^2+4s^2-4s$$

$$ج) 3m^2-8m+3$$

الحل:

$$أ) ع.م.أ = (s-2)$$

$$م.م.أ = (s+2)(s-3)(s+2)$$

$$ب) ع.م.أ = (ص - 2)$$

$$م.م.أ = 3(ص - 1)(ص^2 + 2ص + 1)(ص + 2)$$

$$ج) ع.م.أ = (1 + م)$$

$$م.م.أ = (8 - م)(1 + 3)$$

5) قطع همام مسافة $(6f^2 + 17f + 5)$ متراً في $(3f + 1)$ ثانية، إذا كانت

سرعته ثابتة وتساوي (7) أمتارٍ في الثانية:

أ) ما قيمة (f) ؟

ب) ما المسافة التي قطعها همام بالأمتار؟

الحل:

$$أ) f = 1$$

$$ب) 28 \text{ مترا}$$

الاقتران التربيعي

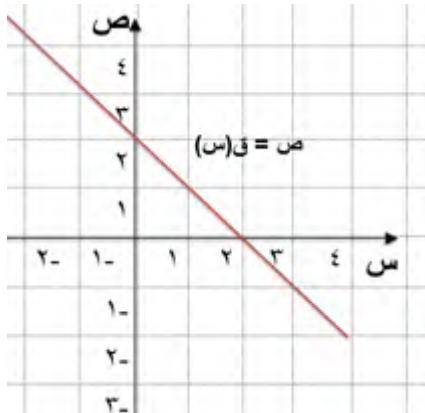
التهيئة

1) صنف المقادير الآتية إلى تربيعية وغير تربيعية :

(أ) $s - 25$ (ب) $16 - 4s$ (ج) $(s-1)^2$ (د) $3s - 2s^2$

(هـ) $8s^2 - 4$ (و) $s^2 + 4s = s^2 - 5$

الحل:



أ، ب غير تربيعية

ج، د، هـ، و مقادير تربيعية

2) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران q ,

حيث $s = q(s)$ ، استعمل الرسم في

إيجاد قيمة كل مما يأتي:

$q(0)$ ، $q(2)$ ، $q(1)$

الحل:

$q(0) = 2$ ، $q(2) = 0$ ، $q(1) = 1$

3) استخدم برنامج إكسل

(Excel) لرسم منحنى

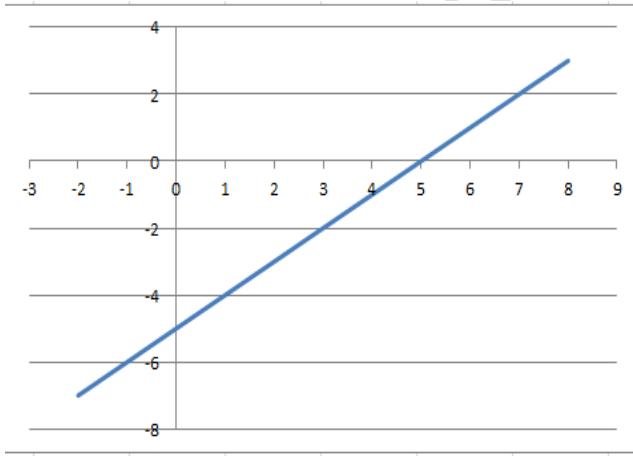
الاقتران h ، حيث $h(s)$

$= s - 5$

الحل:

باستخدام برنامج إكسل يظهر

الرسم المجاور

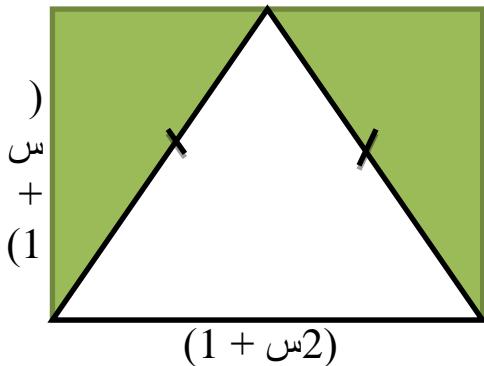


4) اذا كان حاصل ضرب مقدارين جبريين يساوي $s^2 - 5s + 6$ ، وكان

احدهما يساوي $(s - 3)$ ، فما المقدار الثاني؟

الحل:

$(s - 2)$

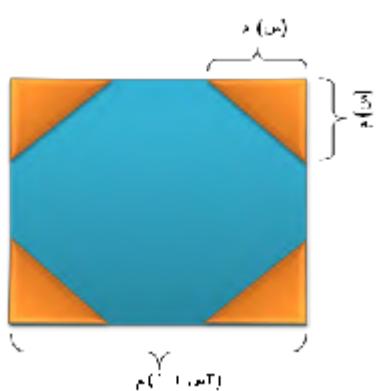


5) اعتمد الشكل الآتي لكتابة المقدار الجبري الدال على مساحة المنطقة المظللة

الحل:

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \frac{1}{2}(s+1)(s+2)$$

6) لوحة اعلانية مربعة الشكل طول ضلعها $(3s+1)$ م، قُصت من زواياها الأربع مثلثات متساوية، كما في الشكل المجاور. اكتب مساحة ما تبقى من اللوحة الاعلانية بدلالة s .



المساحة المطلوبة = $(3s+1)^2 - 4s^2$

7) حل المقادير التربيعية الآتية:

- أ) $s^2 + 4s + 4 = 0$ ب) $s^2 + 7s - 30 = 0$ ج) $12s + s^2 - 30 = 0$
 د) $s^2 + s - 56 = 0$ هـ) $9s^2 - 4s - 56 = 0$ و) $(s-3)(s+8) = 0$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{أ) } s^2 + 4s + 4 &= 0 \\ (s+2)^2 &= 0 \\ s+2 &= 0 \\ s &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } s^2 + 7s - 30 &= 0 \\ (s+10)(s-3) &= 0 \\ s+10 &= 0 \quad \text{أو} \quad s-3 = 0 \\ s &= -10 \quad \text{أو} \quad s = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } 12s + s^2 - 30 &= 0 \\ (s+9)(s-2) &= 0 \\ s+9 &= 0 \quad \text{أو} \quad s-2 = 0 \\ s &= -9 \quad \text{أو} \quad s = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د) } s^2 + s - 56 &= 0 \\ (s+8)(s-7) &= 0 \\ s+8 &= 0 \quad \text{أو} \quad s-7 = 0 \\ s &= -8 \quad \text{أو} \quad s = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{هـ) } 9s^2 - 4s - 56 &= 0 \\ (2s+7)(3s-8) &= 0 \\ 2s+7 &= 0 \quad \text{أو} \quad 3s-8 = 0 \\ s &= -\frac{7}{2} \quad \text{أو} \quad s = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\text{و) } (s-3)(s+8) = 0 \\ s-3 = 0 \quad \text{أو} \quad s+8 = 0 \\ s = 3 \quad \text{أو} \quad s = -8$$

8) إذا كان الاقتران $Q(s) = 6s - 7$ ، فجد s ، حيث $Q(s) = 5$

الحل:

$$s = 2$$

3 – الاقتران التربيعي و رسم منحناه

تدريب (1-3): حدد الاقتران التربيعي في كل مما يأتي، واتكتب معامل كل من

$$\frac{1}{2}s^2 \text{ ومعامل } s, \text{ والحد المطلق في كل منها؟}$$

(أ) $Q(s) = 2s^2$ (ب) $H(s) = s - s^2$

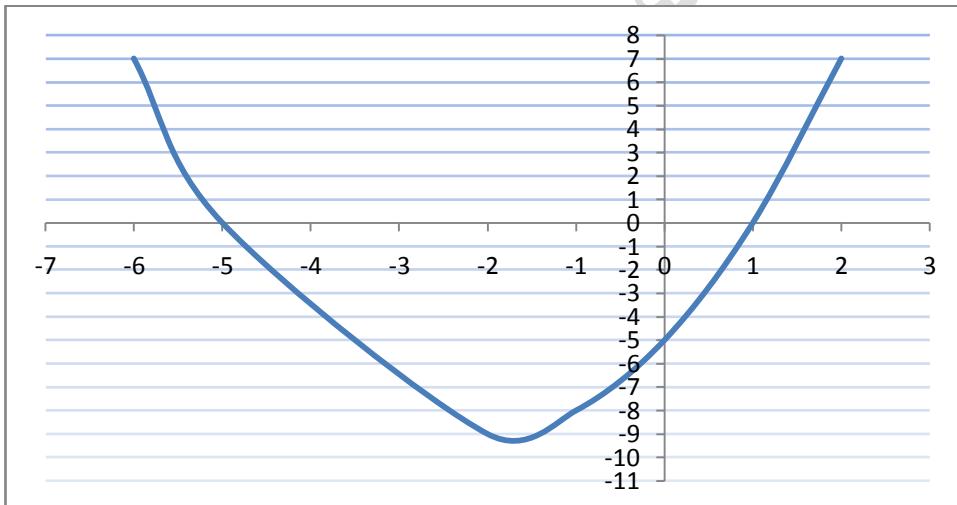
(ج) $K(s) = s^2 - 5s + \frac{1}{2}$

الحل:

الحد المطلق = 0	معامل $s = 0$	معامل $s^2 = 2$	تربيعي	أ
			ليس تربيعي	ب
الحد المطلق = $\frac{2}{1}$	معامل $s = 5$	معامل $s^2 = 1$	تربيعي	ج

تدريب (2-3): ارسم منحنى الاقتران التربيعي $Q(s) = s^2 + 4s - 5$

ثم تأكد من الرسم مستخدماً برنامج إكسل (Excel).



تدريب (3-3): اذا كان Q اقتراناً تربيعياً، حيث $Q(s) = s^2 + 2s$

1) هل منحنى الاقتران Q مفتوحاً إلى الأعلى أم إلى الأسفل؟

2) هل للاقتران Q قيمة صغرى أو قيمة عظمى، جداً.

3) ما مدى الاقتران Q ؟

الحل:

1) منحنى الاقتران Q مفتوحاً إلى الأعلى

2) للاقتران Q قيمة صغرى = 0

(3) مدى الاقتران ق مجموعه الأعداد الحقيقية الموجبة

تدريب (4-3): إذا كان Q اقتراناً تربيعياً، قيمته العظمى تساوي 4 ومعادلة محور تماثله هي

$s = 3$ ، ارسم رسمأً تقربياً لمنحنى الاقتران Q .

الحل: رسم تقربي

تدريب (5-3): استخدم الآلة الراسمة في ارسم منحنى الاقتران:
 $Q: Q(s) = 2s - s^2$ ، معتمداً على الرسم جد: احداثي نقطة الرأس
ومعادلة محور التماثل والقيمة العظمى للاقتران Q .

الحل:

1) احداثي نقطة الرأس $(1, 1)$

2) معادلة محور التماثل. $s = 1$

3) القيمة العظمى للاقتران Q هي: 1

تدريب (6-3): إذا كان $Q: Q(s) = \frac{1}{2}s^2 - 2s$

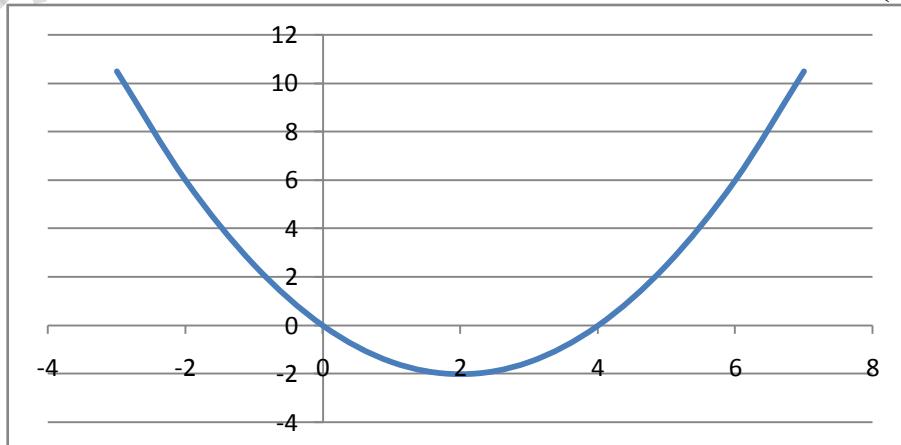
1) استعمل برنامج اكسل في رسم منحنى الاقتران Q .

2) ما النقطة التي يقطع عندها المنحنى محور السينات؟

3) ما النقطة التي يقطع عندها المنحنى محور الصادات؟

الحل:

(1)



- (2) النقطة التي يقطع عندها المنحنى محور السينات (4,0)
 (3) ما النقطة التي يقطع عندها المنحنى محور الصادات (0,0)

تمارين ومسائل

١) أي الاقترانات الآتية يُعد اقترانًا تربيعيًا؟

$$\text{أ) } \text{ق: } \text{ق}(s) = \frac{1}{s^2} s, \quad s > 0$$

$$\text{ب) } \text{هـ: } \text{هـ}(s) = s(s-1) + 5$$

$$\text{جـ) } \text{لـ: } \text{لـ}(s) = s^2 + 1$$

$$\text{دـ) } \text{عـ: } \text{عـ}(s) = s^2(3-s^2) + s + 4$$

الحل:

أ) ق: $\text{ق}(s) = s^{2/1} + s$ ليس تربيعي

بـ) هـ: $\text{هـ}(s) = s(s-1) + 5$ تربيعي

جـ) لـ: $\text{لـ}(s) = s^2 + 1$ ليس تربيعي

دـ) عـ: $\text{عـ}(s) = s^2(3-s^2) + s + 4$ ليس تربيعي

٢) ما معادلة محور تماثل الاقتران التربيعي ق، حيث $\text{ق}(s) = s^2 + 25$,

$+0s$ ؟

الحل:

$$s = -\frac{2}{1}$$

٣) ما مجال ومدى الاقتران التربيعي ق، حيث $\text{ق}(s) = 1 - s^2$ ؟

الحل:

مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية

مداه: $s < 1$

٤) إذا كان q : ح تتح، حيث $q(s) = s^2 - 5s + 4$ ، فجد $q(-2)$ ، $q(1)$ ،

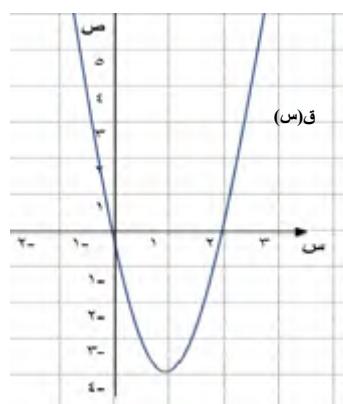
$q(4)$.

الحل:

$$q(2) = 18$$

$$q(1) = 0$$

$$q(4) = 0$$



٥) يبين الشكل (8-3)

منحنى الاقتران التربيعي q ،

معتمداً على الرسم، اكتب قاعدة الاقتران q .

الحل:

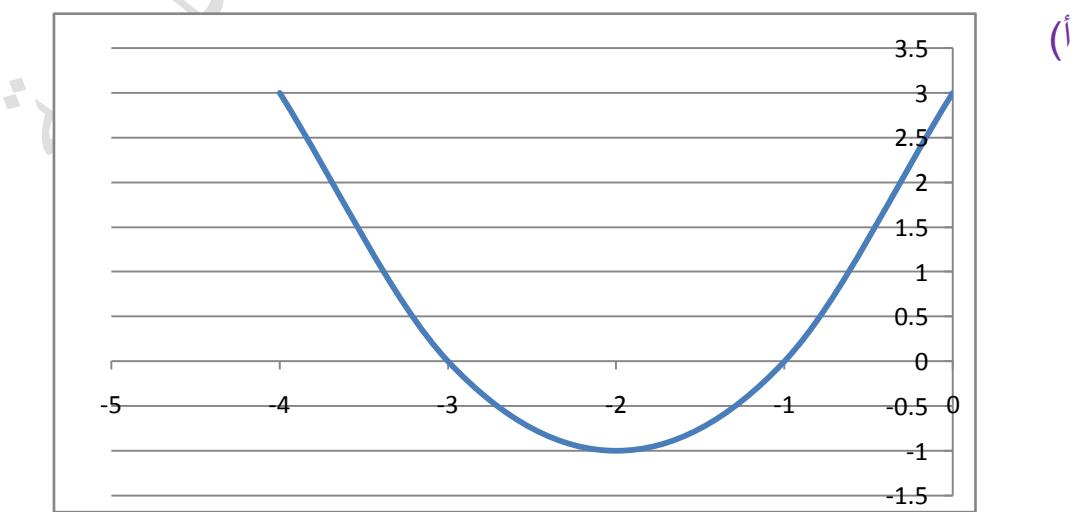
$$q(s) = s^2 - 2s$$

٦) ارسم منحنى كلاً من الاقترانات الآتية:

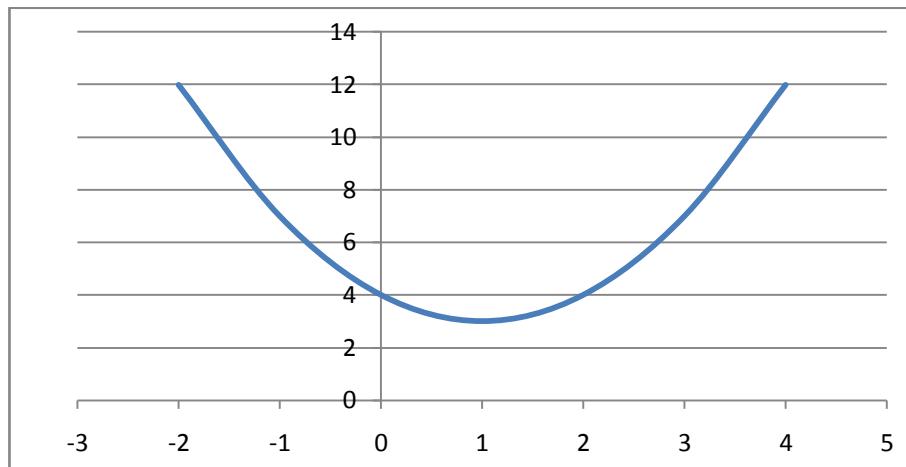
أ) $q: q(s) = (s - 2)^2 + 1$

ب) $h: h(s) = s^2 - 2s + 4$

الحل:



(ب)



٧) جد معادلة محور التمايل، ورأس القطع، والقيمة العظمى، أو القيمة الصغرى، والمجال، والمدى لكل من الاقترانات الآتية:

أ) $L(s) = s^2 + 6s - 7$ ب) $w(s) = 2s - s^2$

ج) هـ: $h(s) = s^2$

الحل:

أ) $L(s) = s^2 + 6s - 7$

معادلة محور التمايل $s = -3$

رأس القطع $(-3, -16)$

القيمة الصغرى $= -16$

المدى $s \in [-\infty, 3]$

المجال

ب) $w(s) = 2s - s^2$

معادلة محور التمايل $s = 1$

رأس القطع $(1, 1)$ ، المدى $s \in [-5, 5]$

القيمة العظمى = 5، المجال

$$ج) و(s) = s^2$$

معادلة محور التماثل s = 0

رأس القطع (0,0)، المجال: ح، المدى ص ≤ 0

القيمة الصغرى = 0،

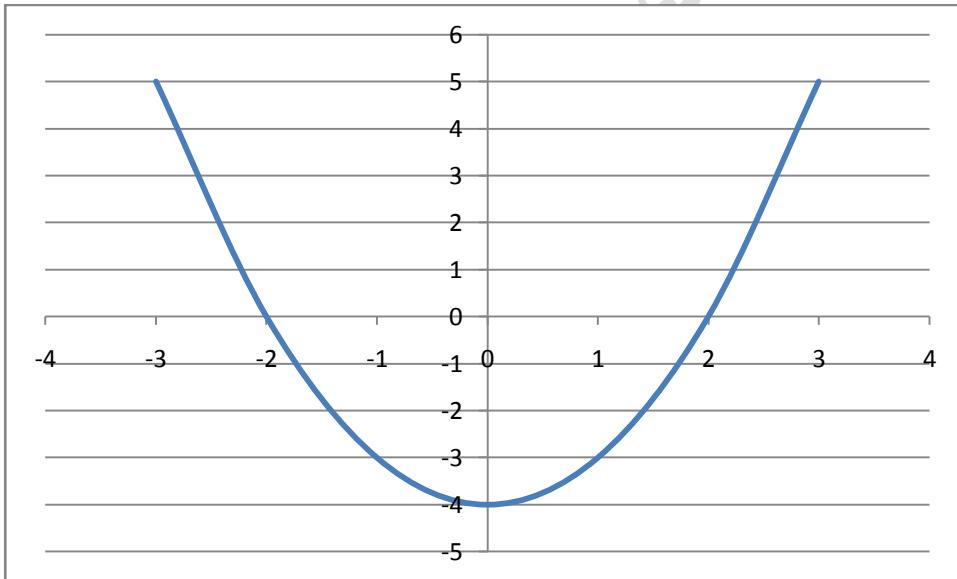
٨) إذا علمت أن منحنى الاقتران التربيعى ق يقطع محور السينات عندما s =

-2، s = 2، ويمر بالنقطة (1، -3). جد قاعدة الاقتران ق، ثم ارسم

منحناه مستخدماً برنامج إكسل.

الحل:

$$\text{قاعدة الاقتران هي } q(s) = s^2 - 4$$



٩) قذف جسيم الى أعلى وفق العلاقة: $f = 80n - 5n^2$ ، حيث f: الارتفاع

بالمتر، n: الزمن بالثوانى. جد أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم.

الحل:

$$\text{أقصى ارتفاع} = 320 \text{ متر}$$

١٠) جد العدددين اللذين مجموعهما 40، وحاصل ضربهما اكبر ما يمكن؟

الحل:

العدان هما 20، 20

(١١) انفقت شركة استيراد وتصدير مع أحد المصانع على استيراد نوع من الماكينات، بشرط أن يكون مقدار ما تربحه الشركة (مقدراً بالآلاف الدنانير) مرتبطةً مع الزمن اللازم للاستيراد (ن) مقدراً بالأسباب حسب العلاقة، $Q(n) = 4n - n^2$ ، ما الزمن اللازم لتحصل الشركة على أكبر ربح ممكن؟

الحل:

أكبر ربح يعني القيمة العظمى للاقتران $Q(n)$ فللزمن اللازم لتحصل الشركة على أكبر ربح ممكن يعني قيمة n التي تجعل للاقتران قيمة عظمى = 2 ، أي بعد أسبوعين.

(١٢) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

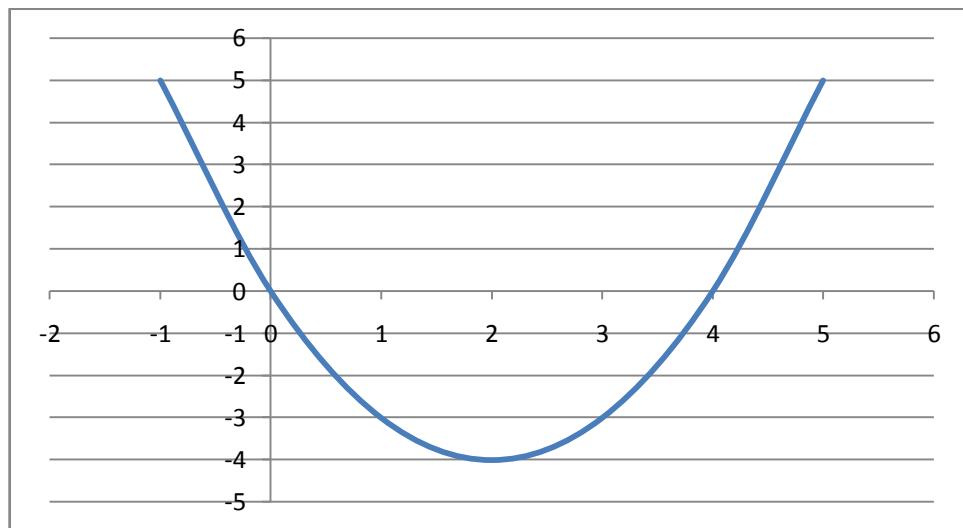
الحل:

الأبعاد هي 5، 5

الدرس 3 – 2 أصفار الاقتران التربيعي

تدريب (7-3): ارسم منحنى الاقتران Q بيانيًّا، حيث $Q: Q(s) = s^2 - 4s$ ، ثم اعتمد على الرسم في إيجاد أصفار الاقتران Q .

الحل:



الاصفار هي $s = 0, s = 4$

تدريب (8-3): إذا علمت أن العدد 7 صفرًا للاقتران $Q: Q(s) = As^2 - 4s$ - 21، فجد قيمة الثابت A .

الحل:

$$0 = 21 - 7 \times 4 - 49A \\ 1 = A$$

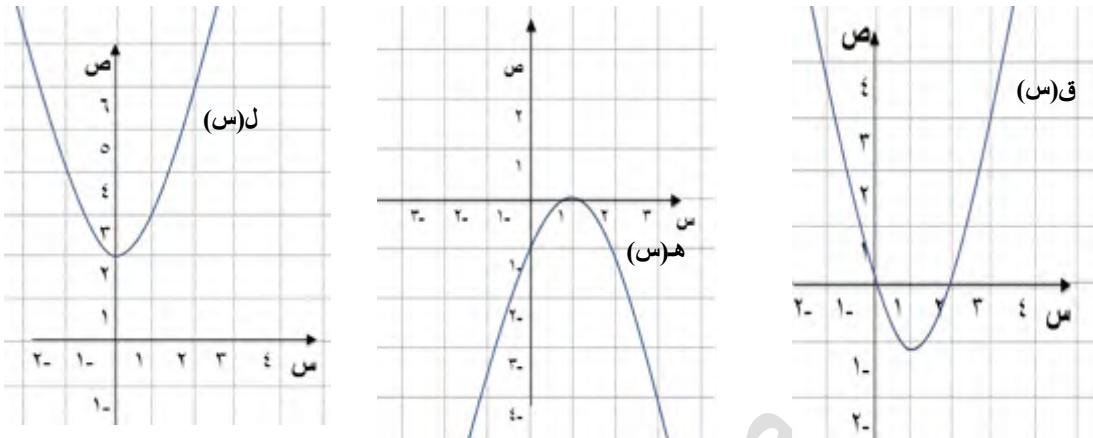
تدريب (9-3): يبيع مربى دواجن س بيضة يوميًّا، إذا كان الربح الذي يحصل عليه لدى بيعها معطى بالاقتران $ص = 20s - s^2$ (قرشاً). استخدام برمجية اكسل (Excel) لمعرفة عدد البيضات التي عندها ينعدم الربح (يكون صفرًا)؟ وما عدد البيضات التي يكون عندها الربح أكبر ما يمكن؟ وما مقدار الربح آنذاك؟

الحل:

ينعدم الربح عندما يكون عدد البيضات المباعة = 0 أو 20
عدد البيضات التي يكون الربح عندها أكبر ما يمكن = 10 و مقداره = 100 قرشًا.

تمارين ومسائل

(١) الشكل(3-11) يبين منحنيات ثلاثة اقترانات تربيعية. ما أصفار كل منها؟



الشكل(11-3)

الحل:

$$\text{اصفار } Q(s) = 0, 2$$

$$\text{اصفار } H(s) = 1$$

$$\text{اصفار } L(s) = \text{لا يوجد}$$

(٢) هل العدد 1 صفرأً للاقتران Q : $Q(s) = 5s^2 + s - 6$ ؟

برر اجابتك.

الحل:

العدد 1 صفرأً لأن

$$0 = 6 - 1 + 1 \times 5$$

(٣) ارسم منحنى كلاً من الاقترانات الآتية، ثم جد أصفار كل منها:

$$ا) Q: Q(s) = s^2$$

$$ب) H: H(s) = s - 2s^2$$

$$\text{ج) } L(L(s)) = s^4 + s^2 - 4s$$

الحل: من الرسم نجد أن الأصفار هي:

$$0) \quad Q(s) = s^2 -$$

$$B) \quad H(s) = s - s^2 - 0,2$$

$$C) \quad L(L(s)) = s^4 + s^2 - 4s - 2$$

٤) اذا كان العدد 2 صفرأً للاقتران $Q: Q(s) = As^2 + Bs + 6$,

وكان $Q(1) = 2$ ، فجد كلا من العددين الحقيقيين A ، B .

الحل:

$$A = 1, B = -5$$

٥) يتغير بعدها مستطيل ، بحيث يبقى محيطه 24 سم، جد طوله عندما

تصبح مساحته 20 سم².

الحل:

$$\text{الطول} = 10 \text{ سم}$$

٦) اضيف مربع العدد الموجب s إلى العدد 25، وطرح من الناتج 10

امثل s ، وكان ناتج الطرح صفرأً، كيف يمكنك معرفة قيمة s ؟

الحل:

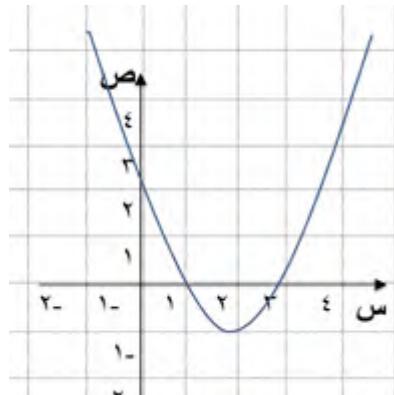
نكون المعادلة المرافقية للاقتران التربيعي من المسألة ثم نجد صفر الاقتران

$$\text{فيكون هو } s = 5$$

الدرس 3 - 3 حل المعادلة التربيعية بيانياً

تدريب (10-3): حل المعادلة التربيعية $s^2 - s - 1 = 0$ بالرسم.

الحل: $s = 1$



تدريب (11-3): يبين الشكل (14-3)

منحنى الاقتران التربيعى ل،
جد جذري المعادلة التربيعية
المرافقة للاقتران ل.

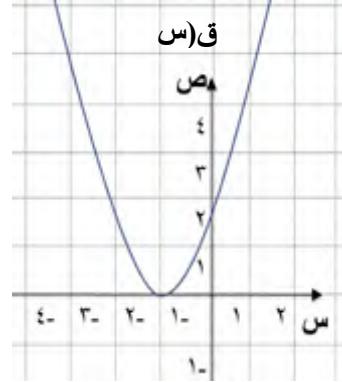
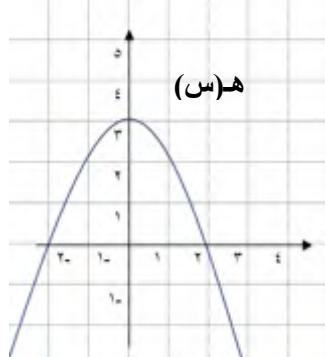
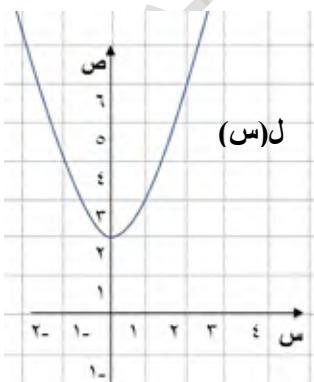
الحل:
3, 1

تدريب (12-3): جد نقطة (نقط) تقاطع منحنى الاقتران ق: $Q(s) = s^2$ مع منحنى
الاقتران ل: $L(s) = 8s - s^2$.

الحل:
(16,4), (0,0)

تمارين وسائل

(1) يبين الشكل (3-16) رسم منحنى كل من الاقترانات التربيعية ق، هـ، ل،
على الترتيب جد جذور المعادلة المرافقة لكل منها.



الحل:

- 1- ----- $Q(s)$
2- ----- $H(s)$

ل(س) ----- لا يوجد حل

٢) إذا قطع منحنى الاقتران التربيعي محور السينات عندما $s = -1$ ، $s = 5$ ،
فما جذور المعادلة التربيعية المرافقه للاقتران ق؟

الحل:

الجذور هي 5، -1

٣) حل المعادلات الآتية بيانيًّا مستخدماً برنامج اكسل (**Excel**):

(أ) $2s^2 + 3s + 4 = 0$

(ب) $3 - 2s - s^2 = 0$

(ج) $s^2 - s - 0,25 = 0$

الحل:

(أ) لا يوجد

(ب) 1، -3

(ج) 2/1

٤) يزيد طول مستطيل على عرضه بمقدار 7 سم، إذا علمت أن مساحته 60
 سم^2 ، جد كلاً من طوله وعرضه.

الحل:

العرض = 5 سم ، الطول = 12 سم

٥) حديقة على شكل مثلث قائم الزاوية، طول ضلعها الأكبر 13م، يزيد طول
أحد ضلوعي القائمة على طول الضلع الآخر بمقدار 7م، جد طول ضلوعي
القائمة.

الحل: الضلع الأول = 5 م والضلع الثاني = 12 م

٦) حل المسألة الواردة في بداية الدرس مستخدماً الآلة الراسمة.

الحل:

عرض الاطار س = 2 سم

الدرس 3 – 4 حل المعادلة التربيعية بالتحليل إلى العوامل

تدريب (13-3): حل المعادلتين التربيعيتين الآتتين:

$$0 = s^2 - 7s + 10 \quad (1)$$

$$4s^2 - 8s = 3 \quad (2)$$

الحل:

٥ ، ٢ (١)

٢ ، ٠,٦٦٧ (٢)

تدريب (14-3): بطاقة مثلثة الشكل، اذا علمت أن طول قاعدتها يساوي مثلي ارتفاعها، وكانت مساحتها 64 سم^2 ، جد ارتفاعها.

الحل:

$s = 8 \text{ سم}$

تدريب (15-3): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

يقص الشريط بعد 28 سم

تمارين ومسائل

١) اذا كان العدد 1 جذراً للمعادلة $s^2 - 4s + ج = 0$ ، جد قيمة ج ، ثم جد الجذر الآخر (إن وجد).

الحل:

$ج = 3$

٢) حل المعادلة التربيعية الآتية بالتحليل الى العوامل:

$$أ) s^2 + s - 20 = 0$$

$$ب) s^2 + 7s = 0$$

$$ج) s(s - 6) = 0$$

الحل:

٥ - ٤ (أ)

ب) 0 ، 7 -

ج) 3 ، 2 -

(٣) إذا كان $s + 7$ ، $s - 5$ هما العاملين الأولين للمعادلة التربيعية المرافقة لقاعدة الاقتران التربيعي q ، فاكتتب قاعدة q .

الحل:

$$q(s) = s^2 + 2s - 35$$

(٤) ينوي وليد رسم صورة جدارية مربعة الشكل على سور المدرسة، جد طول ضلعها إذا علمت أن حاصل طرح محيطها من مساحتها يساوي 5.

الحل:

$$\text{طول الضلع} = 5$$

(٥) سياج معدني طوله 20م يحيط بمبني مستطيل الشكل مساحته 21m^2 ، جد ابعاد المبني.

الحل:

$$\text{ابعاد المبني هي } 3\text{m} \text{، } 7\text{m}$$

الدرس 3 – 5 حل المعادلة التربيعية بإكمال المربع

تدريب (16-3): حل المعادلة $s^2 - 8s + 15 = 0$ بطريقة إكمال المربع.

الحل:

$$5, 3$$

تدريب (17-3): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

$$\text{الارتفاع} = 8 \text{ سم}$$

$$.25 = 2(s - 1)^2$$

الحل: 3 ، 2

(2) استخدم طريقة اكمال المربع في حل كل من المعادلات التربيعية الآتية:

أ) $s^2 - 4s - 12 = 0$

ب) $2s^2 - s = 0$

ج) $s^2 - 6s = 7$

د) $4s - 2s^2 + 6 = 0$

هـ) $s^2 + 9s = 10$

و) $8s - 2s^2 = 16$

الحل:

أ) 6 ، -2

ب) 0 ، 1/2

ج) -1 ، 7

د) -3 ، 1

هـ) 1 ، 9

و) لا يوجد

(3) هل يمكنك الحصول على عددين موجبين، مجموعهما 10، ومجموع

مربعيهما 58؟ بره إجابتك.

الحل:

نعم ، العددان 3 ، 7

(4) هل يمكنك ايجاد حلًّا حقيقيًّا للمعادلة $2s^2 + 12s + 20 = 0$ ؟ بره

إجابتك.

الحل:

لا يمكن ايجاد حل حقيقي، ليس للمعادلة اصفار

الدرس 3 - 6 حل المعادلة التربيعية بالقانون العام

تدريب (18-3): حل المعادلة $s^2 + 3s + 1 = 0$ باستخدام القانون العام لحل المعادلة التربيعية.

الحل: 2/1 - 1

تدريب (19-3): جد قيمة المميز ثم حدد عدد الجذور لكل من المعادلات الآتية:

أ) $s^2 - 9s = 21$

ب) $2s^2 + 11s + 15 = 0$

ج) $9s^2 + 24s + 16 = 0$

الحل:

أ) لا يوجد

ب) 2/5 ، 3

ج) 1,3333

تدريب (20-3): اذا كان للمعادلة $s^2 - 8s + 4 = 0$ حل واحد فما قيمة(قيم) أ ؟

الحل:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \alpha$

تمارين ومسائل

1) جد جذور المعادلة $s^2 - 3s = 10$.

الحل:

5, 2-

2) استخدم القانون العام لحل كل من المعادلات التربيعية الآتية:

أ) $s^2 - 6s + 5 = 0$

$$ب) 3s^2 - 4s = 3$$

$$ج) 3s + s^2 - 4 = 3$$

الحل:

$$أ) 1,5$$

$$ب) 0,535, 1,869$$

ج) لا يوجد

٣) عددين حقيقيان حاصل ضربهما ٧٧، ويزيد احدهما على الآخر بمقدار ٤،
جد العددين.

الحل:

$$7, 11$$

٤) هل يمكن ايجاد حللاً حقيقياً للمعادلة $14s^2 - 30s + 30 = 0$ ؟ برهن ذلك.

الحل:

يمكن، لأن المميز موجب

٥) جد قيمة المميز ثم حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة فيما يأتي:

$$أ) s^2 + s + 9 = 0$$

$$ب) 2s^2 + 6s + 11 = 0$$

الحل:

$$أ) 35-$$

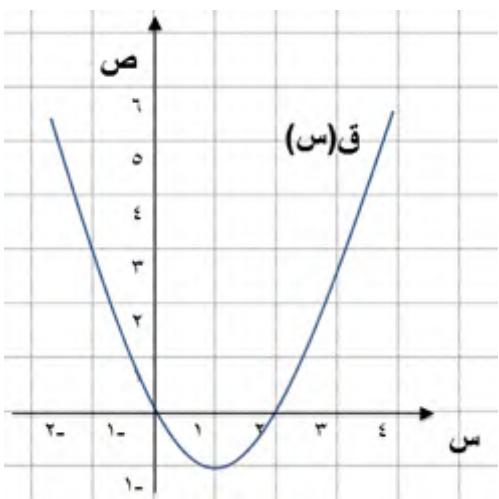
$$ب) 37-$$

٧) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

من الصعب حلها بالطرق السابقة ويمكن حلها بالقانون العام

مراجعة



الشكل (17-3)

1) تأمل الشكل 3-17 واجب عن الاسئلة الآتية:

- أ) ما مجال ومدى الاقتران Q ؟
- ب) جد قيمة s التي يأخذ عنها الاقتران Q قيمة صغرى.
- ج) جد معادلة محور تماثل الاقتران Q .
- د) جد احداثي رأس منحنى الاقتران Q .
- هـ) ما اشاره مميز المعادلة المرافقة للاقتران Q .
- و) جد نقاط تقاطع منحنى Q مع محوري الاحداثيات.
- ز) كم عدد الجذور الحقيقية للمعادلة المرافقة للاقتران Q .

حـ) ما قيمة $Q(-1)$ ؟

طـ) ما أصفار الاقتران Q ؟

الحل:

أ) مجال Q والمدى $\{s \mid s \in \mathbb{R}\}$

ب) 1

ج) $s = -3$

د) $(-3, 0)$

هـ) موجة

و) $(0, 9), (0, 0), (2, 9)$

ز) 2

حـ) $Q(-1) = 4$

طـ) أصفار الاقتران هي 0, 2

2) اذا كان للاقتران Q صفر وحيد، حيث $Q(s) = As^2 + Bs + C$ ،

فما قيمة الثابت A ؟

الحل:
 $1 =$

3) اطلق مدفع قذيفة بسرعة ابتدائية مقدارها 19,6 متر/ثانية من سطح الأرض، فإذا كانت المسافة التي تقطعها القذيفة (ف) بالأمتار بعد (ن) من الثانية معطاه
بالعلاقة:

$$f = -4,9n^2 + 19,6$$

- أ) جد أقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة من سطح الأرض.
ب) متى تصل القذيفة إلى سطح الأرض؟

الحل:

- أ) أقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة من سطح الأرض = 19,6 م
ب) تصل القذيفة إلى سطح الأرض بعد 4 ثواني

4) حل المعادلات الآتية:

أ) $(s + 5)^2 = 49$

ب) $3 - s^2 = 2s$

ج) $s^2 + 6s + 7 = 0$

د) $4s^2 + 12s = 16$

هـ) $12s - 2s^2 = 20$

الحل:

أ) 2,12-

ب) 1,3-

ج) 1,586 ، 4,414

د) 1,359 ، 7,359

(5) أقيم سياج طوله 400 م حول قطعة ارض مستطيلة الشكل وتقع على ضفة نهر مستقيم، فإذا لم تسيج الواجهة الواقعة على ضفة النهر، فجد ابعاد قطعة الارض بحيث يكون مساحتها أكبر ما يمكن.

الحل:

100، 200

اختبار ذاتي

(يتكون هذا السؤال من 9 فقرات من نوع الاختيار من متعدد ولكل منها أربعة بدائل واحد منها يمثل الاجابة الصحيحة، اختر رمز الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات الآتية:

(1) احد الاقترانات الآتية ليس تربيعياً:

- أ) $Q(s) = s^3 - 2s^2 + 2$
 ب) $L(s) = s^2 - 2s + 2$
 ج) $H(s) = 10s^2 - 8s$
 د) $W(s) = -s^2 + 4s$

(2) معادلة محور التماثل للاقتران التربيعي $Q(s) = s^2$ هي:

- أ) $s=1$ ب) $s=0$ ج) $s=2$ د) $s=-2$

(3) الاحداثي السيني لنقطة الرأس للاقتران التربيعي $L(s) = 2s^2 - 2s$

- هو:
 أ) $s=2/1$ ب) $s=0$ ج) $s=2$ د) $s=1/2$

(4) مجال الاقتران التربيعي $Q(s) = (s-1)^2$ يساوي:

- أ) ف
 ب) مجموعة الاعداد الحقيقة
 ج) مجموعة الاعداد الصحيحة د) مجموعة الاعداد الصحيحة الموجبة

(5) يقطع الاقتران التربيعي $Q(s) = 3s^2 - s - 3$ محور الصادات في النقطة:

- أ) $(0,0)$ ب) $(0,3)$ ج) $(1,-3)$ د) $(3,0)$

(6) اذا كان احداثيا رأس منحنى الاقتران التربيعي Q المفتوح للأسفل هما $(-1,3)$ ، فإن مدى الاقتران Q هو:

- أ) س جمس-3 ب) س حمس-3 ج) ص جمس 1 د) ص حمس 1

(7) مجموعه حل المعادلة $s^2 + 2s = 3$ هي:
 د) ف (أ) 1، 2، ب) 2، 1، ج) -1، -2

(8) مميز المعادلة التربيعية المرافق للاقتران ق: $Q(s) = s^2 - s - 5$
 يساوي:
 د) 5 ج) -5 ب) -4 أ) -3

(9) النهاية الصغرى للاقتران التربيعى ق: $Q(s) = s^2 - 2s + 9$
 تساوى:
 د) 8 ج) 11 ب) 1 صفر أ)

الحل:

الفقرة	رمز الإجابة الصحيحة
1	أ
2	ب
3	أ
4	ب
5	د
6	د
7	أ
8	د
9	د

() جد قيمة ج التي يجعل الاقتران ق: $Q(s) = s^2 + 4s + ج$ ليس له جذور حقيقة؟

الحل:

$$ج < 4$$

(3) جد حل المعادلات التربيعية الآتية إن وجد:

$$(أ) s^2 - 2s = 24$$

$$(ب) (s+2)^2 = s$$

$$(ج) 2s^2 + 6s = 0$$

$$d = s - 3 \quad (d)$$

$$0 = s^2 - 4s - 5 \quad (e)$$

الحل:

$$\{1-5\}, \{2-5\}, \{3-0\}, \{4-0\} \rightarrow (a)$$

(4) جد ابعاد المستطيل الذي محطيه 68 سم، وطول قطره 26 سم.

الحل:

$$2s + 2c = 68 \quad \text{ومنه } c = 34 - s$$

$$\text{وباستخدام نظرية فيثاغورس، } c^2 + s^2 = 26^2$$

$$2(s - 34) + 2s = 676$$

$$2s - 68 + 2s = 676$$

وباستخدام القانون العام لحل هذه المعادلة

$$\text{أبعاد المستطيل} = 10, 24$$

٦) إذا علمت أن منحنى الاقتران التربيعي Q يقطع محور السينات

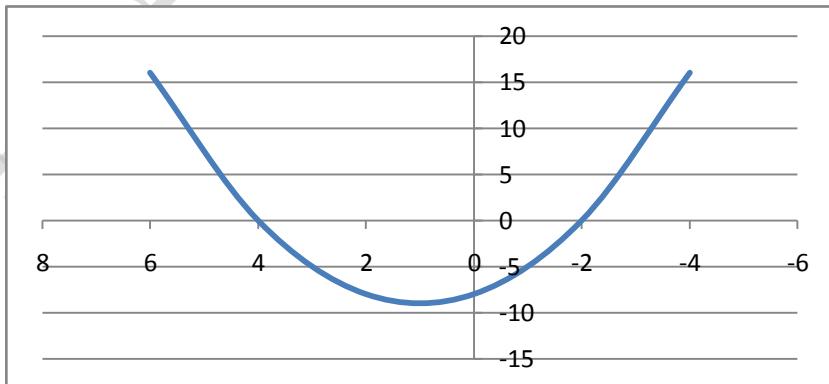
عندما $s = -2$ ، $s = 4$ ، ويمر بالنقطة $(0, -8)$. جد قاعدة الاقتران Q ، ثم

ارسم منحناه مستخدماً برنامج اكسل.

الحل:

$$(s+2)(s-4) = s^2 - 2s - 8$$

ومنه، $Q(s) = s^2 - 2s - 8$ ، وباستخدام برنامج اكسل نرسم المنحنى



الدرس 1-2 الفترات

تدريب(1-2):

أ) عبر عن كل من المجموعات الآتية باستعمال رمز الفترة، ثم احسب طولها.

$$d = \{s : s > 20, s \in \mathbb{H}\} \quad \text{[20, 11]} \quad \text{وطولها} = 20 - 11 = 9$$

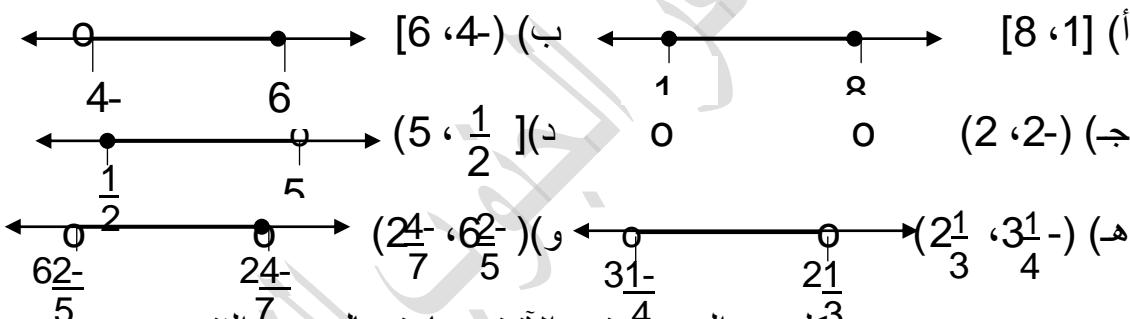
$$w = \{s : s > 2, s \in \mathbb{H}\} \quad \text{[10, 2]} \quad \text{وطولها} = 10 - 2 = 8$$

ب) عبر عن كل فترة مما يلي بذكر الصفة المميزة لها.

$$(1) \quad \{s : s \geq 4.5\} = [4.5, 5]$$

$$(2) \quad \{s : s < 3.51\} = (-\infty, 3.51)$$

تدريب(2-2): مثل الفترات الآتية على خط الأعداد.

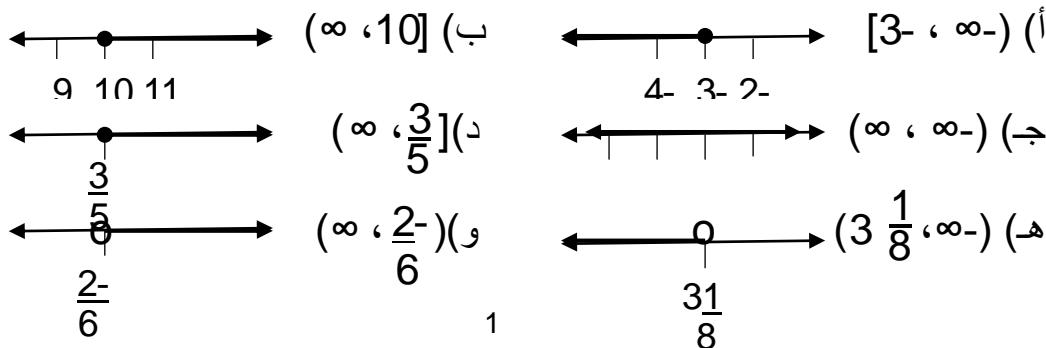


تدريب(3-2): عبر عن كل من المجموعتين الآتيتين باستعمال رمز الفترة:

$$f_1 = \{s : s \leq 0, s \in \mathbb{H}\} = [-\infty, 0]$$

$$f_2 = \{s : s > -4, s \in \mathbb{H}\} = (-4, \infty)$$

تدريب(4-2): مثل الفترات الآتية على خط الأعداد.



إجابات القمارين والمسائل

1) إذا كان س عدداً حقيقياً، فعبر عن المجموعات الآتية باستعمال رمز الفترة واحسب طول كل منها إن أمكن:

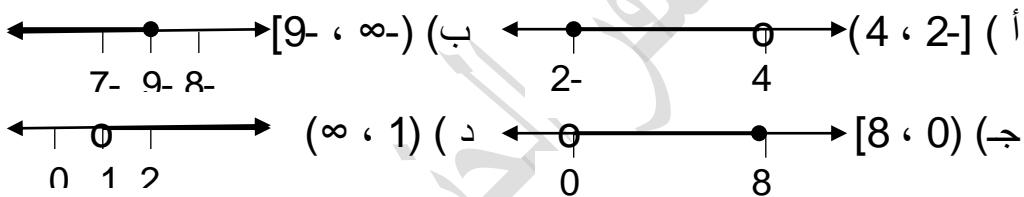
أ) $F_1 = \{s : s - 8 \geq 2\}$ وطولها $= 2 - (-8) = 10$

ب) $F_2 = \{s : s > 4 - 0\}$ وطولها $= 4 - (-4) = 8$

ج) $F_3 = \{s : s \geq 3\}$ لا يمكن حساب طولها

د) $F_4 = \{s : s < 1 - (-1)\}$ لا يمكن حساب طولها

2) مثل الفترات الآتية على خط الأعداد:



3) عبر عن الفترات الآتية بذكر الصفة المميزة لها:

أ) $\{s : s \geq 3 - 5\} = [5, 3]$

ب) $\{s : s > 4 - 0\} = [0, 4)$

ج) $\{s : s \leq 6 - \infty\} = (-\infty, 6]$

د) $\{s : s > 4 - \infty\} = (4, \infty)$

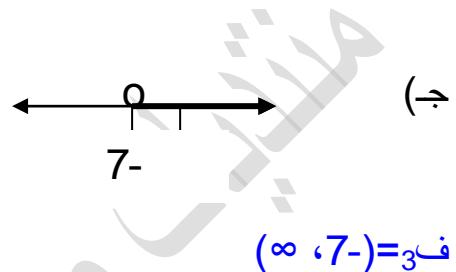
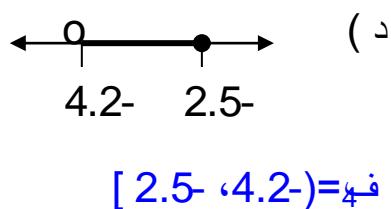
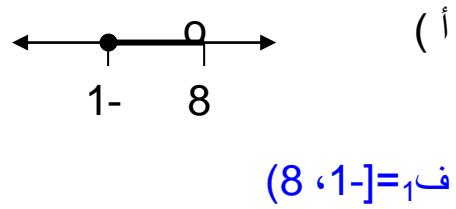
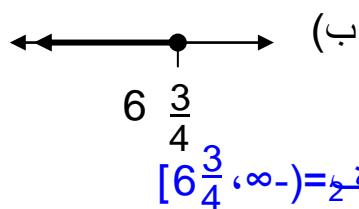
4) إذا كان طول فترة ما يساوي (5) فاكتتب مثلاً على أنواع الفترات الآتية:

أ) فترة مغلقة $= [4, 1]$

ب) فترة مفتوحة $= (8, 3)$

ج) فتره نصف مغلقة = [1-، 6]

5) اكتب الفتره التي تمثل مجموعة الأعداد المبينة على خط الأعداد فيها يأتي:



الدرس 2-2 المتباينات وخصائصها

تدريب(2-5): إذا كانت أعمار طلاب في مدرسةٍ ما تتراوح ما بين 6 و 18 سنة، اكتب متباينتين تمثلان هذه المسألة ثم اكتبهما على صورة متباينة مركبة.

$$\text{الحل: } 6 < s < 18 \leftarrow 18 > s > 6$$

تدريب(2-6): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

$$\text{الحل: } 6 > s > 9$$

تدريب(2-7): اكتب المتباينة الناتجة عن كل مما يأتي:

أ) قسمة طرفي المتباينة $-12 \geq 24$ على العدد (6)

ب) طرح العدد (10) من طرفي المتباينة $5 > 9$

ج) ضرب العدد (3) في طرفي المتباينة $1 > \frac{6}{5}$ $\frac{1}{3} > \frac{2}{5}$

تدريب(2-8): اعط ثلاثة أمثلة على كل خاصية من خواص المتباينات الآتية

إذا كان a ، b ، $c \in \mathbb{H}$ ، وكان:

أ) $0 > a \geq b$ ، أو $a \geq b > 0$ ، فإن $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$

ب) $a \geq b$ ، $b \geq c$ ، فإن $a \geq c$

ج) $a < b < 0$ ، $b < c < 0$ لهما إشارتان مختلفتان وبالعكس.

الحل: أ) إذا كان $0 > 2 \geq 7$ ، فإن $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{2}$

ب) إذا كان $-3 \geq 0 \geq 5$ ، فإن $-3 \geq 0 \geq 5$

ج) إذا كان $-6 < 0 < 6$ عدد سالب \times عدد موجب

وبالتالي يكون $a \times b$ عدد سالب.

إجابات التمارين والمسائل

1) اجمع العدد 8 إلى كل من طرفي المتباينات الآتية، واكتب المتباينة الناتجة:

$$6 > 0 \leftarrow 2 - > 8 \quad 11 < 17 \leftarrow 3 < 9 \quad (ج) \quad 13 > 4 \leftarrow 5 > 4 \quad (أ)$$

2) اطرح العدد 3 من كل من طرفي المتباينات الآتية، واكتب المتباينة الناتجة:

$$7 - > 9 \leftarrow 4 - > 6 \quad (ج) \quad 1 - > 6 \leftarrow 2 > 3 \quad (ب) \quad 3 < 15 \leftarrow 6 < 18 \quad (أ)$$

3) اضرب كلاً من طرفي المتباينات الآتية في العدد 4، واكتب المتباينة الناتجة:

$$28 < 12 \leftarrow 7 > 3 > 14 > 28 \leftarrow 3.5 < 7 \quad (ج) \quad 32 > 12 \leftarrow 8 - < 3 - > 3 \quad (أ)$$

4) اقسم كلاً من طرفي المتباينات الآتية على العدد 2، واكتب المتباينة الناتجة:

$$0 > 2.5 \leftarrow 1 - > 3 - > 0.5 \quad (ج) \quad 5 - > 0.5 - > 1.5 \leftarrow 2 - < 3.5 \quad (أ)$$

5) إذا علمت أن درجات الحرارة في فصل الشتاء في مدينة عجلون قد تراوحت خلال أحد الأعوام بين -2°C و 10°C سيلسيوس، وأن درجات الحرارة خلال شتاء العام التالي، كانت أقل بدرجتين سيلسيوس، اكتب متباينة تبين ت درجة حرارة في العامين؟

$$\text{الحل: } -2 - > 2 - 10 > 2 \leftarrow 4$$

6) إذا كان أقل راتب شهري للمهندسين العاملين في إحدى الشركات هو 500 دينار، وأكبر راتب 900 دينار، وقد قررت الشركة إعطاء كل مهندس علاوة شهرية بنسبة 12% من راتبه، اكتب متباينة تبين الراتب قبل العلاوة وبعدها.

$$\text{الحل: الراتب قبل العلاوة} = 500 + 60 = 500 + \%12 \times 500$$

$$\text{الراتب بعد العلاوة} = 900 + 108 = 900 + \%12 \times 900$$

المتباينة هي: $560 < س < 1080$ حيث س تمثل راتب الموظف

الدرس 2-3 المتباينات الخطية بمتغير واحد

تدريب(2-9): أي من المتباينات الآتية متباينة خطية بمتغير واحد؟

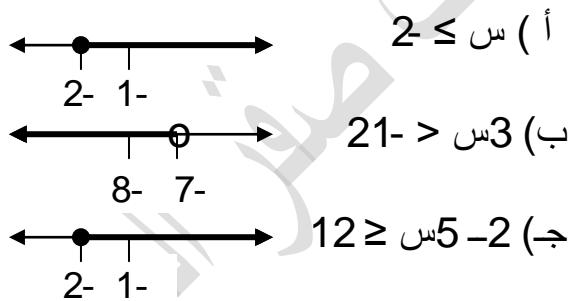
أ) $s^2 \geq 6$ (x) ب) $2s^3 + 8 < 0$ صفر (x)

ج) $s+2s \leq 15$ (x) د) $s-5 > 3$ (✓)

تدريب(2-10): أي من الأعداد 1 ، 5 ، 6 هو حلًّا للمتباينة $2s - 8 < 3$ ؟

الحل: $s=6$

تدريب(2-11): مثل على خط الأعداد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:



تدريب(2-12): جد مجموعة حل المتباينات الآتية:

أ) $s < 2 < s < 4 < s < 6$ ← مجموعة الحل = $(-\infty, 6)$

ب) $2 \leq s \leq \frac{6}{7}$ ← مجموعة الحل = $[\frac{3}{7}, \infty)$

ج) $-1 \leq s \leq 6$ ← مجموعة الحل = $[-1, 6]$

تدريب(2-13): حصلت مريم في مبحث الرياضيات على العلامة (85). وحتى ترفع معدلها العام عليها أن تحصل في مبحث اللغة العربية على علامة تزيد (12 علامة) عن علامة الرياضيات على الأقل. فما هي أقل علامة تحصل عليها في مبحث اللغة العربية؟

الحل: $s \leq 12 + 85$ ← $s \leq 97$

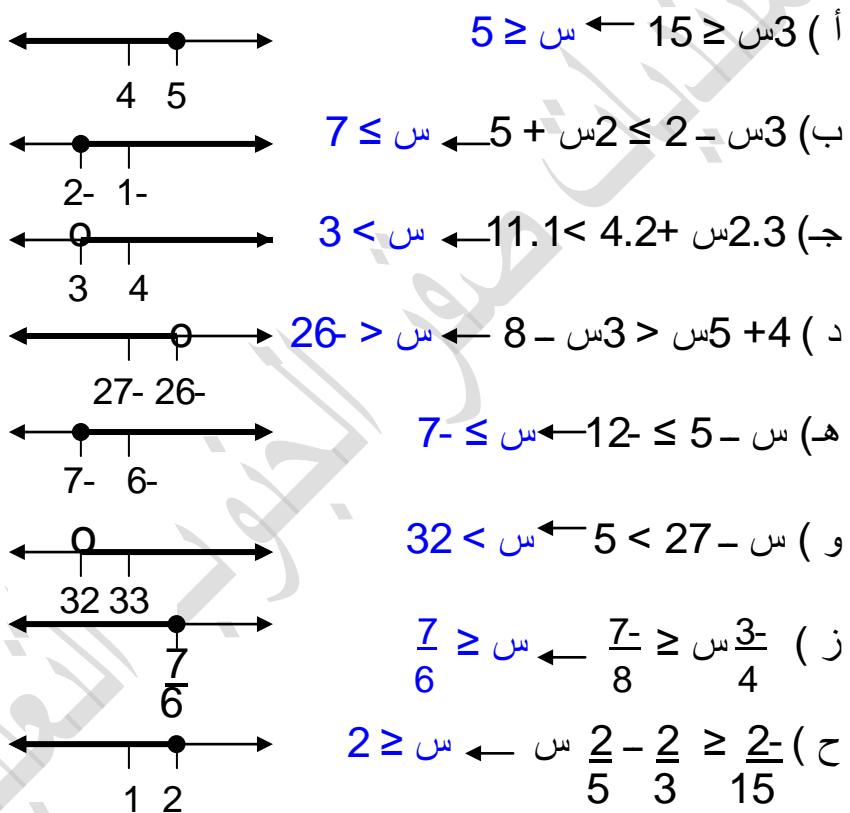
إجابات التمارين والمسائل

1) أي المتباينات الخطية الآتية بمتغير واحد؟

أ) $s + 4 < 0$ (✓) ب) $3s + 5 > 7$ (✗)

ج) $7s \geq 5 - 2$ (✓) د) $s^2 + 4 \leq s$ (✗)

2) حل المتباينات الآتية وممثل مجموعة الحل على خط الأعداد:



3) تريد إحدى الشركات التعاقد مع فنيين، وهذه الشركة تمنح راتباً شهرياً للفني مقداره (350) ديناراً، بالإضافة إلى (10) دنانير عن كل سنة خبرة، بحيث لا يزيد الراتب عن (450) ديناراً، فإذا أراد فني لديه خبرة (س) من السنوات التعاقد مع هذه الشركة، فاكتتب المتباينة التي تبين حدود راتبه عند التعاقد مع الشركة، واستخدم ذلك للإجابة عن الآتي:

أ) هل هناك فرق بين راتب فني لديه خبرة (7) سنوات ، وفني لديه خبرة (9) سنوات؟ ولماذا؟

الحل: لا يوجد فرق لأن راتب كل منهما لا يزيد عن 450 دينار

$$\text{راتب الأول } 450 = 70 + 350$$

$$\text{راتب الثاني } 450 = 90 + 350$$

ب) كم يكون راتب فني خبرته 17 سنة؟

$$\text{الحل: } 520 = 170 + 350 \text{ دينار}$$

4) اشتري تاجر عدداً من علب الحلوي بمبلغ 212 ديناراً، فإذا علمت أن العلبة الواحدة بمبلغ 5 دنانير، ما أقل عدد من العلب يجب أن يبيعها حتى يتحقق ربحاً؟

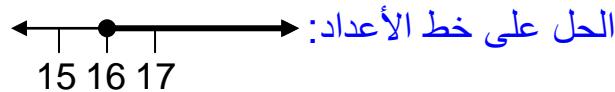
$$\text{الحل: } s \leq 43 \text{ علبة حلوي}$$

5) عبر عن الموقف الآتي بمتباينة خطية بمتغير واحد ثم حلها، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد:

"عدان صحيحان فرديان متتاليان مجموعهما أكبر من أو يساوي 68".

$$\text{الممتباينة: } (2s+1)+(2s+3) \leq 68$$

$$\text{الحل: } s \leq 16 \leftarrow s \leq 4 + 68$$



6) أراد شخص استثمار مبلغ 20000 دينار في مشروعين تجاريين معاً، يدر أحدهما ربحاً سنوياً بمعدل 6% ، ويدر الثاني ربحاً سنوياً بمعدل 8% ، ما أكبر مبلغ يجب استثماره في المشروع الأول، بحيث يستثمر بقية المبلغ في المشروع الثاني، ليكون إجمالي الربح من المشروعين على الأقل 1500 دينار سنوياً؟

$$\text{الممتباينة: } 6\% \times s + 8\% \times (20000 - s) \leq 1500$$

الحل: $s \leq 5000$ دينار

7) يقدم متعهد بناء عرضين على العمال مقابل حفر أساسات لأحدى العمارات التي يقوم بتنفيذها: الأول: تقاضي (20) ديناراً مقابل العمل بالإضافة إلى 0.3 من الدينار لكل ساعة عمل، والثاني: تقاضي 0.7 من الدينار لكل ساعة عمل. ما أقل عدد من الساعات التي تجعل الأجرة التي يحصل عليها العامل وفق العرض الثاني أكبر من الأجرة التي يحصل عليها وفق العرض الأول؟

$$\text{المتباينة: } 0.7s + 20 > 0.3s$$

الحل: $s < 50$ ساعة عمل

الدرس 4-2 المتباينات المركبة بمتغير واحد

تدريب(14-2): جد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:

$$a) 4 < s - 5 < 10 \rightarrow s = [9, 15]$$

$$b) 5 \leq 2s + 1 \leq 2 \rightarrow s = [-0.5, 2]$$

$$c) 0 < 3 - s \leq 9 \rightarrow s = [-6, 3]$$

تدريب(15-2): حل المتباينة $1.8 - 2.5s \leq 1.2 - 1.8s$

$$\text{الحل: } s = [1.2, 2.4]$$

تدريب(16-2): جد مجموعة حل المتباينة: $1 - 4s > 7 - s > 4$

$$\text{الحل: } s = (1.5, 2)$$

تدريب(17-2): جد مجموعة حل المتباينة: $2 + s > 4s + 5 > 3 - s$

$$\text{الحل: } s = (0.5, 1.75)$$

إجابات التمارين والمسائل

(1) حل المتباينات الآتية:

أ) $4 > s + 2 \rightarrow s = 2, 3$

ب) $s = 2 - 3 \leq 11 \rightarrow s = \emptyset$

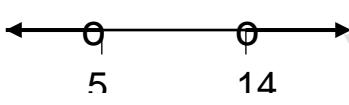
ج) $s = 5 - 3 \leq 4 < s \rightarrow s = \emptyset$

د) $1 \geq 8 - 2s \rightarrow s = [1, 5]$

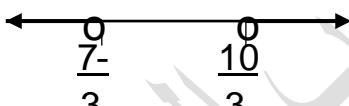
ه) $8 > 5 - 3s \rightarrow s = \emptyset$

و) $9 < 4s < 2,75 \rightarrow s = (1,75, 2,75)$

(2) مثل مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:



أ) $1 + 2s > 3 \rightarrow s = 2 < s + 1$



ب) $3 < s + 6 < 7 \rightarrow s = 3 < s < 1$



ج) $0.9 \leq s + 1.8 \rightarrow s = 0.9 \leq s \leq 2.7$



د) $5 \geq 2s - 5 \rightarrow s = 5 < s + 5$

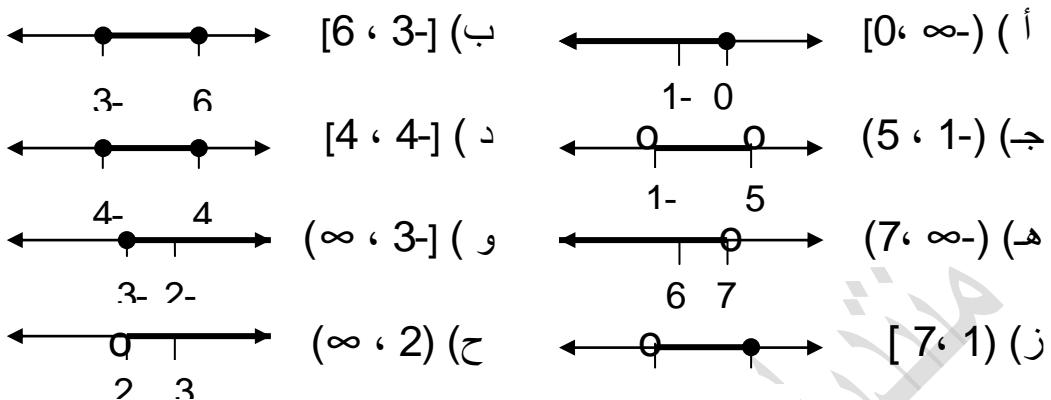
(3) أعلن أحد تجار الجملة عن حاجته لموزع بضائع، وقدم له عرضين: العرض الأول: راتبً شهريً مقداره 250 ديناراً مع عمولة 3% من إجمالي المبيعات. والعرض الثاني: راتبً شهريً مقداره 300 ديناراً مع عمولة 5% من المبيعات التي تزيد عن 3000 دينار. جد إجمالي المبيعات الذي يجعل العرض الأول أفضل من العرض الثاني، إذا كان إجمالي المبيعات يزيد عن 4000 دينار دائمًا؟

المتباعدة: $3000 < s < 250 + 3\%s$

الحل: $s > 5000$ دينار

مراجعة

1) مثل الفترات الآتية على خط الأعداد:



2) جد طول كل من الفترات الآتية، إن أمكن:

أ) $(2, \infty)$ لا يمكن حساب الطول ب) $(5, 12)$ الطول = $12 - 5 = 7$

ـجـ) $(1, 6)$ الطول = $6 - 1 = 5$ د) $(0, 3)$ الطول = $3 - 0 = 3$

ـهـ) $(-2, 10)$ الطول = $10 - (-2) = 12$ و) $(4, \infty)$ لا يمكن حساب الطول

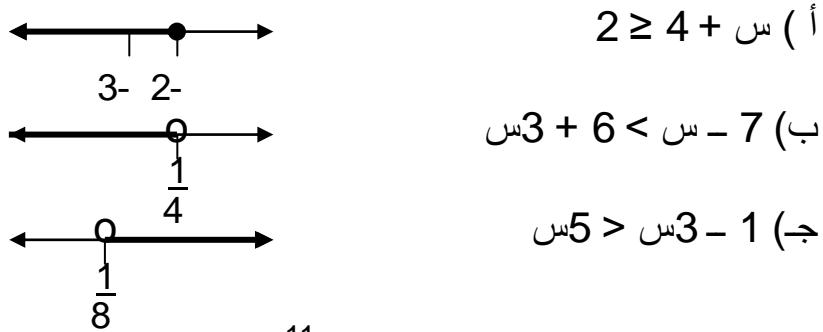
3) أي من المتباينات الآتية خطية بمتغير واحد وأيها غير ذلك؟ ولماذا؟

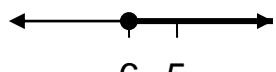
أ) $s^3 - 5 \leq 2 - 4s$ (✓) لأن s^3 لوجود متغيرين

ـجـ) $s^2 + 2s \geq 6$ (✗) لوجود s^2 د) $\frac{1}{s} + \frac{1}{s} < 3$ (✗) لوجود متغيرين

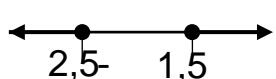
ـهـ) $27 + s^2 \leq s^3$ (✗) لوجود s^3 و) $s - 12 \geq 5s - 4$ لأن s^3

4) مثل مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:

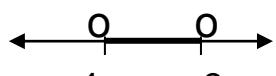




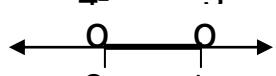
$$\text{د) } 10 \leq s + 5 \quad \text{س} - 7$$



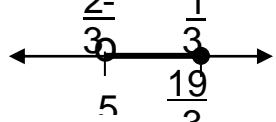
$$\text{ه) } 4 \geq s + 2 \quad s \geq 4$$



$$\text{و) } 21 > s + 3 \quad s < 21 - 3$$



$$\text{ز) } 8.1 > s + 4 \quad s < 8.1 - 4$$



$$\text{ح) } 6.5 < s - 1.5 \quad s > 6.5 + 1.5$$

5) أي من العبارات الآتية صحيحة وأيها غير صحيحة مع ذكر السبب؟

ب) يوجد س عدداً حقيقياً بحيث $s > 3$ ✓

أ) $4 > 2 - s$ ✗

د) $\frac{1}{s} > 1$ لـ كل أ عدد حقيقي غير الصفر ✓

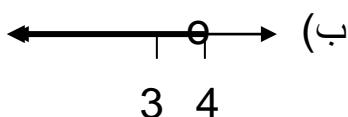
ج) $2 \geq s > 3$ ✗

6) ممثل شركة مبيعات عرض عليه راتب سنوي قدره 4200 دينار، بالإضافة إلى عمولة قدرها 2% من إجمالي المبيعات السنوية التي تزيد عن 10000 دينار، أو أن يأخذ ما قيمته 10% من إجمالي المبيعات. ما أقل قيمة للمبيعات التي تجعل العرض الثاني أفضل من العرض الأول؟

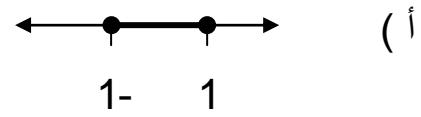
$$\text{المتباعدة: } 10\%s < 4200 + 2\% (s - 10000)$$

$$\text{الحل: } s < 50000 \text{ دينار}$$

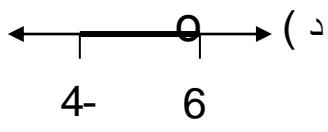
7) اكتب المتباينات التي مثلت مجموعة حلها على خط الأعداد كالتالي:



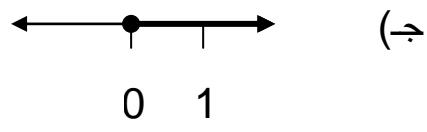
$$s > 4$$



$$1 \leq s \leq 1$$



$4 < s < 6$



$s \leq 0$

اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من 5 فقرات من نوع الاختيار من متعدد، وكل منها أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح لكل منها:

(1) أي من الأعداد الآتية ينتمي لمجموعة حل الممتباينة $3s > 4 - s$ ؟

د) 0

ج) 1

ب) 2

أ) 3

(2) الفترة $[2, 4]$ ، هي مجموعة الحل للممتباينة:

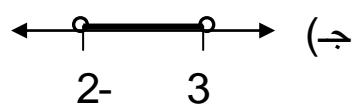
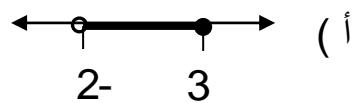
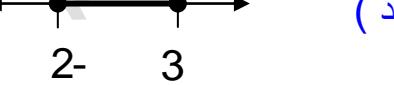
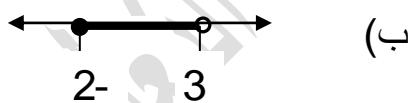
ب) $1 \leq s + 1 \leq 5$

أ) $1 < s + 1 < 5$

د) $1 \leq s + 1 < 5$

ج) $1 < s + 1 \leq 5$

(3) أي الآتي يمثل مجموعة حل الممتباينة $-2 \geq s \geq 3$ ؟



(4) طول الفترة $[3, 5]$ يساوي:

د) 2

ج) 2

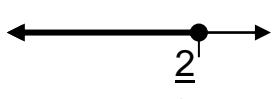
ب) 8

أ) 8

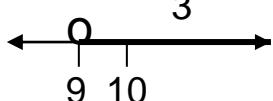
(5) أي من الفقرات الآتية هي مجموعة حل المتباينة $s - 2 < 7$ ؟

- أ) $(\infty, 9)$ ب) $[9, \infty)$ ج) $(-\infty, 9)$ د) $[9, \infty)$

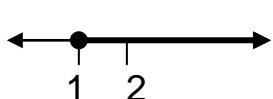
(2) مثل مجموعة حل كلاً من المتباينات الآتية على خط الأعداد:



$$s \geq 3 + 6$$



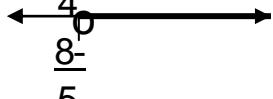
$$s < 2 + 3$$



$$s \leq 2 + 1$$



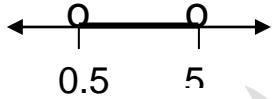
$$s > 4 - 1$$



$$s > 5 - 1$$



$$s \geq 2 + 1$$



$$s > 6.25 + 2.5$$



$$s > 9 + 2.7$$



$$s < 6 - 3$$



$$s > 1 - 3$$

(3) جد مجموعة الحل للمتباينات الآتية، ثم اكتبها بذكر الصفة المميزة لها:

$$s \leq 0.5 \rightarrow s \leq 0.2 + 5.2 \quad \text{أ) } s \leq 5.2$$

$$s > 0.5 \rightarrow s > 1 - 0.4 \quad \text{ب) } s > 0.5$$

$$s \geq 32.5 \rightarrow s \geq 3 - 0.2 \quad \text{ج) } s \geq 32.5$$

$$s < 4 \rightarrow s < 1.2 - 7 + 2.8 \quad \text{د) } s < 6$$

4) ثمن تذكرة الدخول لمدينة الألعاب الترويحية(3) دنانير ، وثمن تذكرة كل لعبة من الألعاب (75) قرشاً، فإذا ذهبت إلى مدينة الألعاب ومعك 15 ديناراً، فما أكبر عدد من الألعاب يمكن ان تلعبها؟

$$\text{المتباعدة: } 15 \geq 0,75s + 3$$

$$\text{الحل: } s \leq 16$$

5) مثلث طول قاعدته (28) سم ، وارتفاعه (ع)سم، جد قيمة ع لتكون مساحة المثلث (574) سم² على الأكثر.

$$\text{المتباعدة: } 574 \geq 28 \times \frac{1}{2}u$$

$$\text{الحل: } u \leq 41$$

6) اشترك محمد وأحمد في مسابقة للركض وقطعوا مسافة(2) كم حول مضمار رياضي، وفاز أحمد بالسباق. فإذا كان الزمن الذي استغرقه محمد في السباق(4) دقائق، اكتب المتباعدة التي تصف معدل سرعة أحمد.

$$\text{المتباعدة: } s < 500 \text{ متر / دقيقة}$$

تهيئة

1) اكتب جميع النواتج الممكنة لكل من التجارب الآتية:

أ) إلقاء قطعة نقد، وتسجيل الوجه الظاهر.

الحل:

{ص، ك}

ب) إلقاء حجر نرد، وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجه العلوي.

الحل:

{6, 1, 2, 3, 4, 5}

ج) سحب بطاقة من صندوق يحتوي 5 بطاقات مرقطة من 1 إلى 5 ،

وتسجيل الرقم المكتوب على البطاقة.

الحل:

{5, 1, 2, 3, 4}

د) سحب كرة من صندوق يحتوي (8) كرات حمراء، و(6) كرات بيضاء،

وتسجيل لون الكرة المسحوبة.

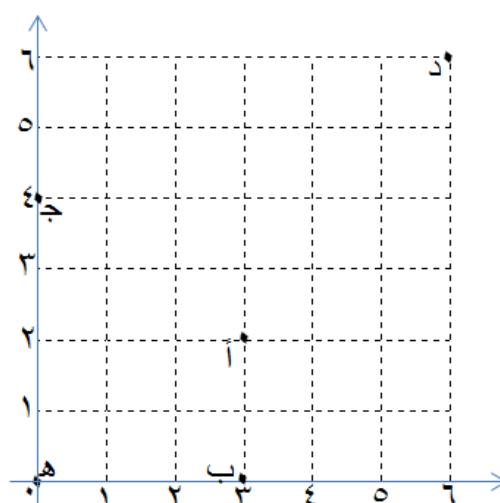
الحل:

{حمراء، بيضاء}

2) عين النقاط الآتية في المستوى الاحدي:

أ) (2,3) ب) (0,3) ج) (4,0) د) (6,6) هـ) (0,0)

الحل:



(3) إذا كانت $S = \{5, 6, 7, 8\}$ ، $C = \{3, 4, 5, 6\}$ ، فجد كلاً مما يأتي ومثل الناتج بأشكال (فن).

$$A) S \cup C \quad B) S \cap C \quad C) S - C \quad D) C - S$$

ومثل كل ناتج بأشكال (فن).

الحل:

$$A) S \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B) S \cap C = \{5, 6\}$$

$$C) S - C = \{8, 7\}$$

$$D) C - S = \{3, 4\}$$

(4) إذا كان معدل نوم أحمد، (8) ساعات يومياً، فما نسبة ما ينامه من اليوم بأبسط صورة؟

الحل:

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$$

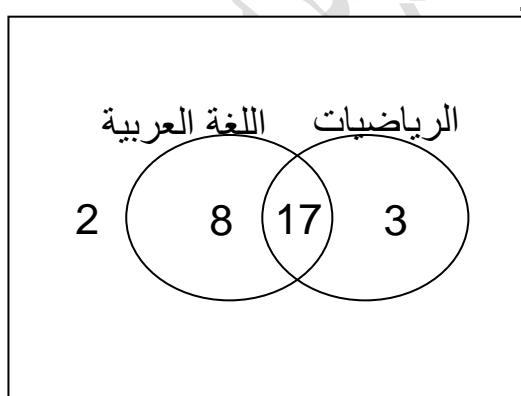
(5) صف فيه 30 طالباً، نجح منهم في امتحان الرياضيات 20 طالباً، وفي امتحان اللغة العربية 25 طالباً، وفي الامتحانين معاً 17 طالباً.

مثل معطيات السؤال بأشكال (فن) وجد:

A) عدد الطلبة الذين نجحوا في الرياضيات فقط.

B) عدد الطلبة الذين نجحوا في اللغة العربية فقط.

C) عدد الطلبة الذين لم ينجحوا في المادتين معاً.



الحل:

أ) عدد الطلبة الذين نجحوا في الرياضيات فقط = 2

ب) عدد الطلبة الذين نجحوا في اللغة العربية فقط = 8

ج) عدد الطلبة الذين لم ينجحوا في المادتين معاً = 2

(6) إذا كانت المجموعة $S = \{1, 3, 7, 9\}$ ، والمجموعة $C = \{أ, ب, ج\}$

فجد: أ) حاصل الضرب الديكارتي لكل مما يأتي:

$$S \times C \quad C \times S \quad S \times S$$

الحل:

$$S \times C = \{(1, أ), (1, ب), (1, ج), (3, أ), (3, ب), (3, ج), (7, أ), (7, ب), (7, ج), (9, أ), (9, ب), (9, ج)\}$$

$$C \times S = \{(أ, 1), (أ, 3), (أ, 7), (أ, 9), (ب, 1), (ب, 3), (ب, 7), (ج, 1), (ج, 3), (ج, 7), (ج, 9)\}$$

$$S \times S = \{(1, 1), (1, 3), (1, 7), (1, 9), (3, 1), (3, 3), (3, 7), (3, 9), (7, 1), (7, 3), (7, 7), (7, 9), (9, 1), (9, 3), (9, 7), (9, 9)\}$$

ب) ما عدد عناصر كل من:

المجموعة S ، المجموعة C ، المجموعة $S \times C$ ،

المجموعة $C \times S$ ، المجموعة $S \times S$ ؟ ماذ تلاحظ؟

الحل: $U(S) = 4$, $U(C) = 3$, $U(S \times C) = 12$, $U(S \times S) = 16$

تلاحظ أن $U(S \times C) = U(S) \times U(C)$ وهذا

الدرس (1-4): مبدأ العد

تدريب (1-4): لتكن $C = \{2, 4, 6, 8\}$ ، كم عدداً من منزلتين مختلفتين أصغر يمكن تكوينه من أرقام المجموعة C ؟

الحل:

عدد طرق اختيار منزلة العشرات يساوي 4

عدد طرق اختيار منزلة الأحادي يساوي 3

وعلية فإن عدد الأعداد التي يمكن تكوينها يساوي $3 \times 4 = 12$

تدريب (4-2): أرادت آية شراء حاسوباً محمولاً من محل لبيع أجهزة الحاسوب يحتوي (5) أنواع مختلفة، بكم طريقة يمكن أن تختار نوع الحاسوب؟ وإذا كان في المحل (4) أحجام مختلفة لكل نوع، كم طريقة تستطيع أن تختار حاسوبها المحمول؟

الحل:

تختار آية جهاز الحاسوب بـ 5 طرق من حيث النوع.

بينما تختار حاسوبها من حيث النوع والحجم بـ $5 \times 4 = 20$ طريقة.

تدريب (4-3): بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب للرئيس للبرلمان المدرسي من أعضاء البرلمان البالغ عددهم 20 عضواً؟

الحل:

عدد طرق اختيار رئيس = 20

عدد طرق اختيار نائب الرئيس = 19

عدد طرق اختيار رئيس ونائب للرئيس للبرلمان المدرسي = $20 \times 19 = 380$ طريقة.

فكرة ونقاش:

هل تستطيع تطبيق مبدأ العد على الآتي:

يحتوي أحد الرفوف في المكتبة 8 كتب عربية، و4 كتب إنجليزية، و5 كتب فرنسية،
بكم طريقة يمكن لشهد أن تختار ثلاثة كتب أحدها بالعربية والثاني بالإنجليزية
والثالث بالفرنسية؟

الحل:

عدد طرق اختيار كتاب بالعربية = 8

عدد طرق اختيار كتاب بالإنجليزية = 4

عدد طرق اختيار كتاب بالفرنسية = 5

عدد طرق اختيار ثلاثة كتب أحدها بالعربية والثاني بالإنجليزية والثالث بالفرنسية =

$160 = 5 \times 4 \times 8$ طريقة

إجابات التمارين والمسائل

(١) كم كلمة من حرفين مختلفين يمكن تكوينها من المجموعة
 $\{ م، ن، ل، ع \}$ ، بغض النظر عن معنى الكلمة؟

الحل:

عدد طرق اختيار الحرف الأول = 4

عدد طرق اختيار الحرف الثاني = 3

عدد طرق اختيار كلمة من حرفين مختلفين = $4 \times 3 = 12$ طريقة

(٢) تنتج شركة للألبان نوعين من الحليب (كامل الدسم، قليل الدسم)، من
خلال ثلاثة أحجام من العبوات (صغير، وسط، كبير)، بكم طريقة يمكن
لمستهلك أن يشتري الحليب؟

الحل:

عدد طرق اختيار النوع = 3

عدد طرق اختيار الحجم = 3

عدد طرق اختيار شراء الحليب = $3 \times 3 = 9$ طرق.

(٣) كم عدداً مكوناً من منزلتين مختلفتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 } بحيث يكون رقم الآحاد 5 ؟

الحل:

عدد طرق اختيار منزلة الآحاد يساوي 1 لأن رقم الآحاد 5 دائمًا.

عدد طرق اختيار منزلة العشرات = 4 لأن العدد 5 لا يمكن اختياره مرة ثانية.

وعليه فإن عدد الأعداد التي يمكن تكوينها يساوي $1 \times 4 = 4$ طرق.

(٤) ما عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار وعلي في 8 مقاعد مختلفة موضوعة على استقامة واحدة؟

الحل:

عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار = 8

عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها علي = 7

عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار وعلي في 8 مقاعد مختلفة موضوعة على استقامة واحدة = $7 \times 8 = 56$ طريقة.

(٥) ما عدد النواتج الممكنة عند اختيار بنطالاً من محل بيع ألبسة، يتتوفر فيه 5 ألوان، و4 مقاسات مختلفة منه؟

الحل:

عدد الطرق = $4 \times 5 = 20$ طريقة.

(٦) ما عدد النواتج الممكنة عند إلقاء حجر نرد مرتين وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجه العلوي؟

الحل:

عدد النواتج للحجر الأول = 6

عدد النواتج للحجر الثاني = 6

عدد النواتج = $6 \times 6 = 36$

الدرس (4-2) الفضاء العيني والتجربة العشوائية

فكرة ونماذج: ما النتائج الممكنة في حالة تسجيل نتائج المؤشر الثاني ثم الأول؟

الحل:

النواتج الممكنة من عملية تدوير المؤشر الأول وهي: {1، 2}

والنواتج الممكنة من عملية تدوير المؤشر الثاني هي: {أ، ب، ج، د}

وبالتالي فإن جميع النواتج الممكنة لعملية الدوران في القرصين هي:

{(أ، 1)، (ب، 2)، (ج، 1)، (د، 2)، (أ، 2)، (ب، 1)، (ج، 2)، (د، 1)}

تدريب (4-4): أكتب الفضاء العيني للتجربة في المثال (4-6) إذا كان السحب بدون

إرجاع، ثم فسر اختلاف الفضاء العيني لهذه التجربة عن الفضاء العيني

في المثال (4-6).

الحل:

$\{(1,3), (5,1), (7,1), (3,1), (7,3), (3,5), (1,5), (5,7)\} = \Omega$

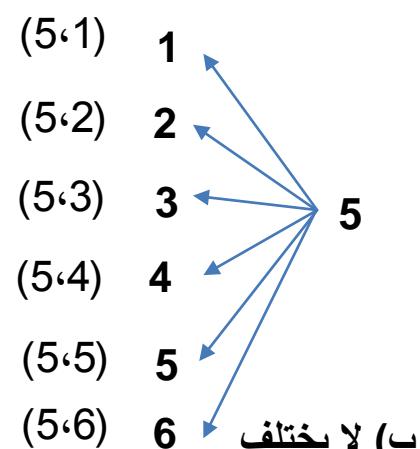
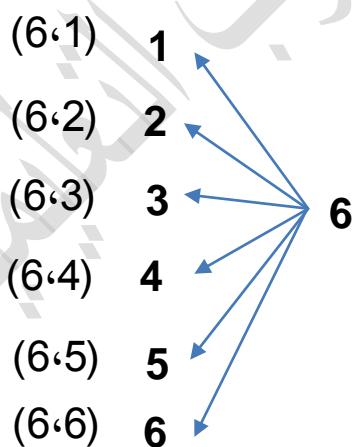
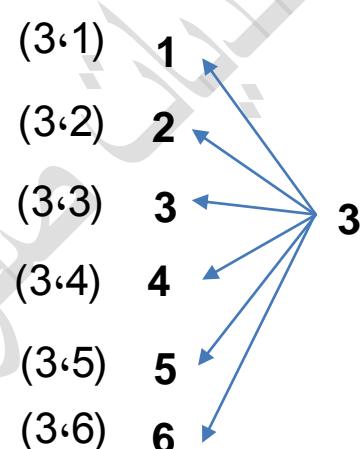
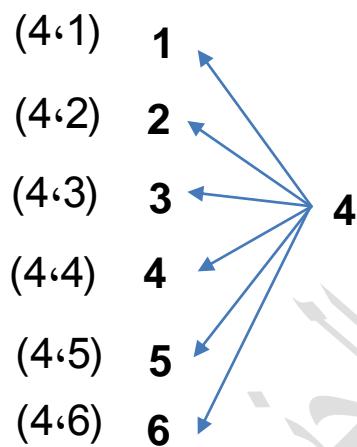
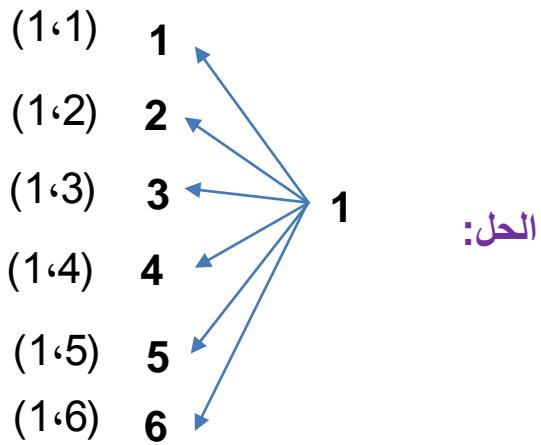
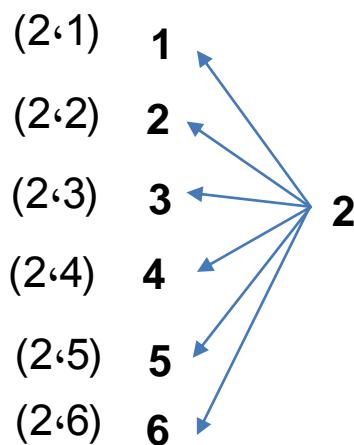
{(1,7)، (3,7)، (7,5)}

لا يتكرر الرقم مع نفسه لأن السحب بدون إرجاع.

تدريب (5-4): أكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء حجري نرد معاً مرة واحدة فقط،

وتسجيل عدد النقاط على الوجه العلوي لحجري النرد باستخدام الشجرة

البيانية.



تدريب(6-4): صندوقان يحتوي أحدهما كرتان متماثلتان: بيضاء، حمراء، ويحتوي الصندوق الثاني ثلث كرات متماثلة: صفراء، وخضراء، وزرقاء. في تجربة سحب كرة من الصندوق الأول، وكرة من الصندوق الثاني. مثل الفضاء العيني لهذه التجربة بطريقة الشجرة البيانية، والمستوى الاحصائي.

الحل: الشجرة البيانية:

صفراء (بيضاء ، صفراء) ← بيضاء

خضراء (بيضاء ، خضراء) ← بيضاء

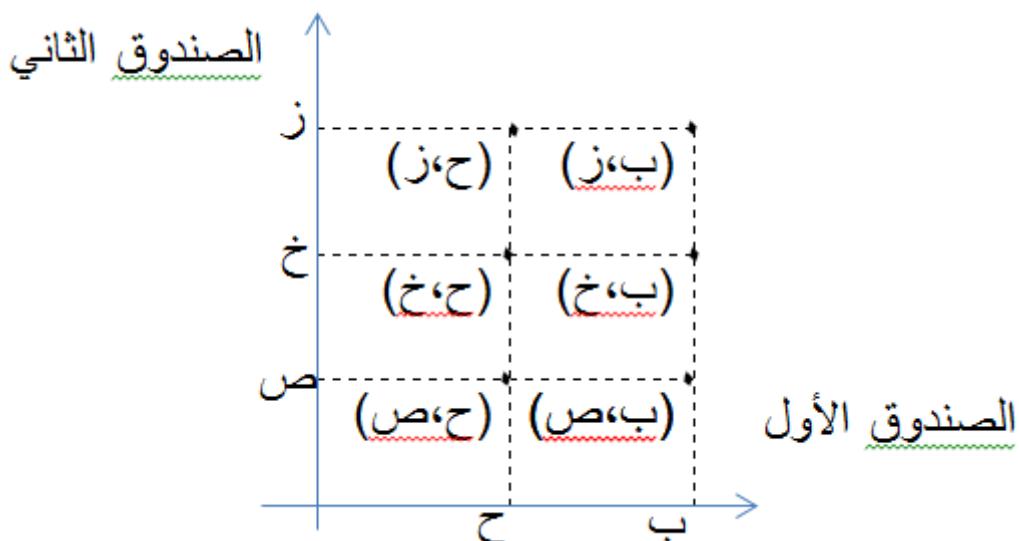
زرقاء (بيضاء ، زرقاء) ← زرقاء

صفراء (حرماء ، صفراء) ← حمراء

خضراء (حرماء ، خضراء) ← حمراء

زرقاء (حرماء ، زرقاء) ← زرقاء

المستوى الإحداثي: إذا رمزاً لكرات بيضاء (ب)، وللحرماء (ح) وللصفراء (ص)
وللخضراء (خ) وللزرقاء (ز) يكون الفضاء العيني بطريقة المستوى
الإحداثي هو:



فكرة وناقش وقدم تبريراً: "في تجربة سحب كرة زرقاء من صندوق يحتوي (5)
كرات زرقاء متماثلة وتسجيل اللون". هل التجربة تجربة عشوائية؟

الحل:

هذه التجربة علمية وليس عشوائية؛ لأن نتيجتها ثابتة مهما أعدنا إجراءها.

إجابات التمارين والمسائل

(١) أكتب الفضاء العيني للتجارب العشوائية الآتية:

أ) تجربة سحب كرة واحدة من صندوق يحتوي (١٠) كرات متماثلة، منها

(٢) حمراء، و(٣) صفراء، و(٥) بيضاء، وتسجيل لون الكرة.

الحل:

$$\Omega = \{\text{حمراء، صفراء، بيضاء}\}$$

ب) تجربة إلقاء حجر نرد، ثم إلقاء قطعة نقد وملاحظة عدد النقط على الوجه العلوي لحجر النرد، والوجه الظاهر لقطعة النقد.

الحل:

$$\Omega = \{(1, \text{ص}), (1, \text{ك}), (2, \text{ص}), (2, \text{ك}), (3, \text{ص}), (3, \text{ك}), (4, \text{ص}), (4, \text{ك}), (5, \text{ص}), (5, \text{ك}), (6, \text{ص}), (6, \text{ك})\}$$

ج) تكوين لجنة من عضوين يتم اختيارهما من القائمة الآتية: {أحمد، سالم، صهيب}.

الحل:

$$\Omega = \{\text{أحمد، سالم، صهيب}\}$$

د) تسجيل نتيجة منتخبنا الوطني لكرة اليد مع المنتخب السعودي.

الحل:

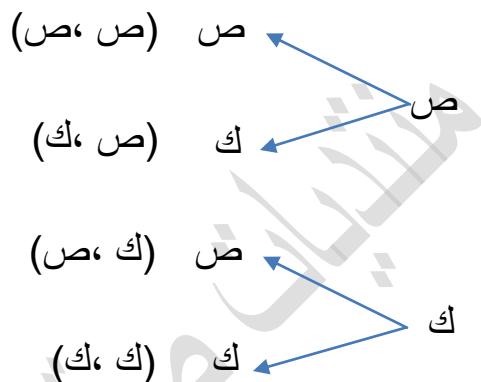
$$\Omega = \{\text{فوز، تعادل، خسارة}\}$$

(٢) مثل الفضاء العيني لتجربة إلقاء قطعتي نقد مرة واحدة مع ملاحظة الوجهين الظاهرين باستخدام:

أولاً: الشجرة البيانية. ثانياً: المستوى الاحادي.

الحل:

أولاً: الشجرة البيانية:

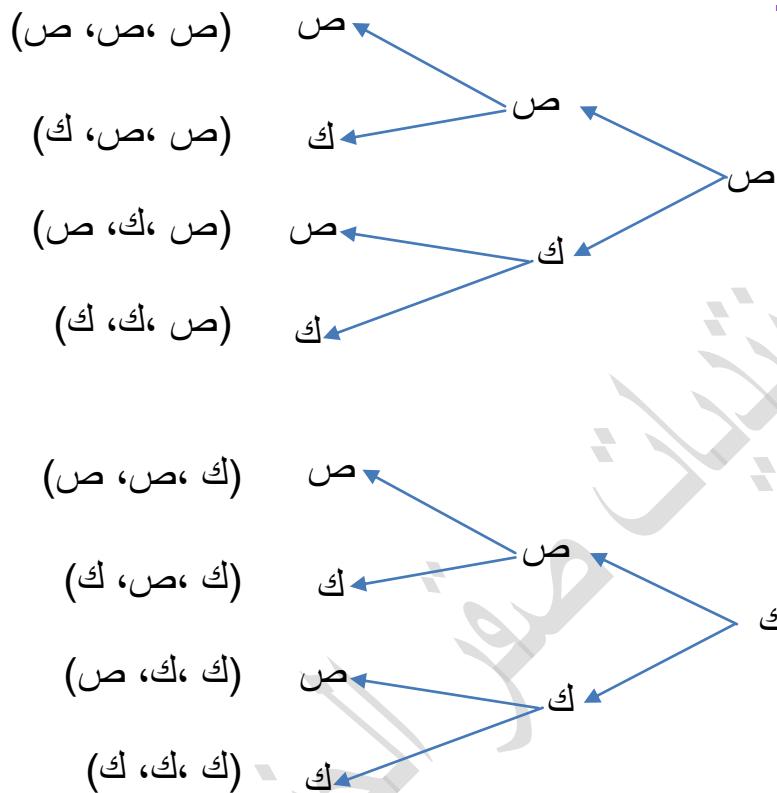


ثانياً: المستوى الاحادي:



(٣) مثل الفضاء العيني لتجربة إلقاء ثلات قطع نقدية مرة واحدة وملحوظة الأوجه الظاهرة باستخدام طريقة الشجرة البيانية.

الحل:



(٤) صم حجر نرد بحيث يكون وجهاً فيه يحملان الرقم ١، ووجهاً يحملان الرقم ٣، ووجهاً يحملان الرقم ٥، فإذا ألقى هذا الحجر مرتين متتاليتين فأكتب الفضاء العيني.

الحل:

$$\{ (1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (5,1), (5,3) \} = \Omega$$

$$\{ (5,5), (3,5) \}$$

(٥) أكتب الفضاء العيني لتجربة اختيار عدد من ١ إلى ٤، وأحد الألوان: أحمر، أو أزرق، أو رمادي.

الحل:

$\{(1, \text{أحمر}), (2, \text{أحمر}), (3, \text{أحمر}), (4, \text{أحمر}), (1, \text{أزرق}), (2, \text{أزرق}),$
 $(3, \text{أزرق}), (4, \text{أزرق}), (1, \text{رمادي}), (2, \text{رمادي}), (3, \text{رمادي}), (4, \text{رمادي})\} = \Omega$

الدرس (3-4) الحادث

- فكرة: أ) هل يعتبر كل حادث أكيد حادثاً مركباً؟
 ب) هل يعتبر كل حادث مركب حادثاً أكيداً؟

الحل:

أ) نعم

ب) لا

تدريب (4-7): في الشكل المجاور إذا تم تدوير المؤشر فأجب بما يأتي:



١) أكتب الحوادث الآتية بذكر عناصرها ومثل كل منها
بأشكال (فن):

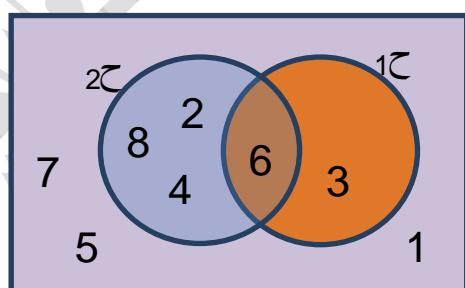
أ) H_1 : وقوف المؤشر عند رقم يقبل القسمة على 3.

ب) H_2 : وقوف المؤشر عند رقم من مضاعفات الرقم 2.

الحل:

$$H_1 = \{6, 3\}$$

$$H_2 = \{8, 6, 4, 2\}$$



تدريب 4-8: أكتب مثالاً للحادث: بسيط، مركب، مستحيل، أكيد، وناقش ما
توصلت إليه مع زملائك.

الحل: $H_1 = \{6\}$ حادث بسيط

$H_2 = \{H_1, H_3\}$ حادث مركب

$H_3 = \emptyset$ حادث مستحيل

$H_4 = \{H_1, H_2, H_3, H_5, H_6, H_7, H_8\}$ حادث أكيد

تدريب (4-9): يحتوي صندوق على ثلاثة كرات متماثلة ملونة: بيضاء، وحمراء، وزرقاء، سحبت كرة ثم أعيدت إلى الصندوق، ثم سحبت كرة ثانية، فإذا كان:

- ١) H_1 : ظهور كرتين مختلفتين في اللون.
- ٢) H_2 : ظهور كرتين لهما اللون نفسه.
- ٣) H_3 : ظهور الكرة الثانية حمراء.

فجد ما يأتي: $H_1, H_2, H_3, H_1 \cap H_2, H_1 \cap H_3, H_2 \cap H_3$

$(H_1 \cap H_2), (H_1 \cap H_3), (H_2 \cap H_3)$

ومثلها بأشكال (فن).

الحل:

$H_1 = \{(بيضاء, حمراء), (بيضاء, زرقاء),$
 $(حمراء, بيضاء), (حمراء, زرقاء), (زرقاء, بيضاء), (زرقاء, حمراء)\}$

$H_2 = \{(بيضاء, بيضاء), (حمراء, حمراء), (زرقاء, زرقاء)\}$

$H_3 = \{(بيضاء, حمراء), (حمراء, حمراء), (زرقاء, حمراء)\}$

$H_1 \cap H_3 = \{(بيضاء, حمراء), (بيضاء, زرقاء), (حمراء, بيضاء), (حمراء, زرقاء), (زرقاء, بيضاء), (زrقاء, حمراء), (بيضاء, بيضاء), (حمراء, حمراء)\}$

$\{ \} = H_1 \cap H_2$

$H_1 \cap H_3 = \{(بيضاء, زرقاء), (حمراء, بيضاء), (حمراء, زرقاء), (زرقاء, بيضاء)\}$

$= \overline{H_1}$

{(بيضاء، بيضاء)، (حمراء، حمراء)، (زرقاء، زرقاء)}

{(بيضاء، $\overline{\text{حمراء}}_2$)، (بيضاء، زرقاء)، (حمراء، بيضاء)، (حمراء، زرقاء)، (زرقاء،
بيضاء)، (زرقاء، حمراء)}

$$\Omega = \overline{(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2)}$$

$$\phi = \overline{(\mathcal{H}_1 \cup \mathcal{H}_2)}$$

$$\Omega = \overline{\mathcal{H}_2} \cup \overline{\mathcal{H}_1}$$

$$\phi = \overline{\mathcal{H}_2} \cap \overline{\mathcal{H}_1}$$

فكرة: في التدريب (9-4) السابق،

أ) ما العلاقة بين: و $\overline{(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2)}$

ب) ما العلاقة بين: و $\overline{(\mathcal{H}_1 \cup \mathcal{H}_2)}$

ج) هل يوجد علاقة بين $\overline{\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2}$ ، $\overline{\mathcal{H}_1 \cup \mathcal{H}_2}$

الحل:

أ) $\overline{(\mathcal{H}_1 \cap \mathcal{H}_2)} = \overline{\mathcal{H}_2} \cup \overline{\mathcal{H}_1}$

ب) $\overline{(\mathcal{H}_1 \cup \mathcal{H}_2)} = \overline{\mathcal{H}_1} \cap \overline{\mathcal{H}_2}$

ج) لا يوجد علاقة بينهما وهم غير متساويان.

(١) في تجربة إلقاء قطعة نقد ثم حجر نرد، إذا كان:

ح_١ : ظهور صورة وعدد فردي.

ح_٢ : ظهور كتابة وعدد أولي.

ح_٣ : ظهور صورة وعدد أقل من ٢.

فأكتب كلاً من الحوادث الآتية بذكر عناصرها:

$$\text{ح}_1, \text{ح}_2, \text{ح}_3 \cup \text{ح}_1 \cap \text{ح}_2, \text{ح}_1 - \text{ح}_2$$

الحل:

$$\text{ح}_1 = \{(ص, 1), (ص, 3), (ص, 5)\}$$

$$\text{ح}_2 = \{(ك, 2), (ك, 3), (ك, 5)\}$$

$$\text{ح}_3 = \{(1, ص)\}$$

$$\text{ح}_1 \cup \text{ح}_3 = \{(ص, 1), (ص, 3), (ص, 5), (ك, 2), (ك, 3), (ك, 5)\}$$

$$\{\} = \text{ح}_1 \cap \text{ح}_2$$

$$\text{ح}_1 - \text{ح}_2 = \text{ح}_1$$

(٢) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة، ما نوع الحوادث الآتية:

$$\Omega = \{4, 2\}, \text{ح}_2 = \{5\}, \text{ح}_3 = \{\phi\}, \text{ح}_4 = \{4, 2\}$$

الحل: ح_١ حادث بسيط، ح_٢ حادث مركب،

ح_٣ حادث مستحيل ح_٤ حادث مؤكد

(٣) ما ناتج اتحاد جميع الحوادث البسيطة لتجربة عشوائية؟

الحل:

ناتج اتحاد جميع الحوادث البسيطة لتجربة عشوائية هو الفضاء العيني.

(٤) في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين، إذا كان:

$$H_1 = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$$

$$H_2 = \{(1,2), (2,1), (1,1)\}$$

صف بالكلمات كل حادث منها.

الحل:

$$H_1: \text{مجموع العدددين يساوي } 5$$

$$H_2: \text{مجموع العدددين أقل أو يساوي } 3$$

(٥) إذا كان H_1, H_2 ، حادثين وكان $H_1 \cap H_2$ ، فجد ما يأتي بدلالة H_1, H_2 :

$$A) H_1 \cup H_2 \quad B) H_1 \cap H_2 \rightarrow H_1 - H_2$$

$$\text{الحل: } A) H_1 \cup H_2 = H_2 \quad B) H_1 \cap H_2 = H_1 - H_2$$

(٦) في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها طفلان، وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة، فإذا كان:

H_1 : عند العائلة بنت واحدة على الأكثر.

H_2 : عند العائلة ولد وابنة.

H_3 : عند العائلة ولد وبنات.

فأكتب عناصر كل من: Ω, H_1, H_2, H_3

الحل:

$$\Omega = \{(و,و), (و,ب), (ب,و), (ب,ب)\}$$

$$H_1 = \{(و,و), (و,ب), (ب,و)\}$$

$$H_2 = \{(و,و)\}$$

$$H_3 = \{(ب,ب)\}$$

$$H_1 \cup H_2 = \{(و,و), (و,ب), (ب,و)\}$$

الدرس (4-4) احتمال الحادث

فكرة وناشر وقدم تبريراً: إذا كان H حادثاً، وكان $L(H)$ = $\frac{3}{4}$ وكان عدد عناصر الفضاء العيني = 12 عنصراً، فما عدد عناصر الحادث H ؟

الحل:

$$L(H) = \frac{U(H)}{U(\Omega)} = \frac{3}{12} \quad \text{ومنه } U(H) = 3$$

تدريب (4-10): صندوق يحتوي على 15 كرة متماثلة منها: 5 كرات حمراء، 3 كرات صفراء، 7 كرات زرقاء، سُحبَت من الصندوق كرة واحدة عشوائياً. ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

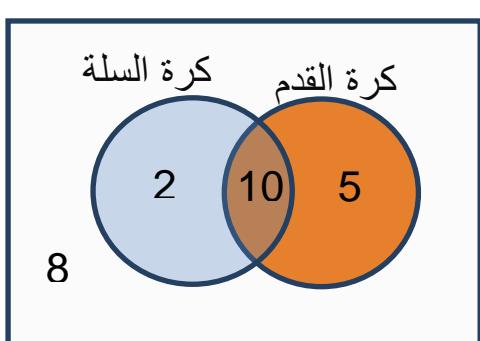
- أ) حمراء ب) صفراء ج) زرقاء

الحل:

$$\begin{aligned} A) L(\text{حمراء}) &= \frac{5}{15} \\ B) L(\text{صفراء}) &= \frac{3}{15} \\ C) L(\text{زرقاء}) &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

تدريب (4-11): صف فيه (25) طالباً، (15) منهم يلعبون كرة القدم، و(12) منهم يمارسون كرة السلة، و(10) منهم يلعبون كرَّة القدم وكرَّة السلة معاً، اختير أحد طلبة هذا الصف عشوائياً، أحسب احتمال أن يكون الطالب الذي تم اختياره:

- أ) يلعب كرَّة القدم ولا يلعب كرَّة السلة.
ب) يلعب كرَّة السلة فقط.
ج) لا يلعب أياً من اللعبتين.



الحل:

$$\frac{5}{25}$$

$$ا) L(H_1) =$$

$$ب) L(H_2) = \frac{2}{25}$$

$$ج) L(H_3) = \frac{8}{25}$$

تدريب (4-12): صف فيه (35) طالباً، (16) منهم عيونهم سوداء، وبقية الطلبة عيونهم عسلية، إذا اختير أحد الطلبة عشوائياً، فما احتمال أن تكون:

أ) عيناه سوداويتين. ب) عيناه عسليتان.

الحل:

$$ا) L(H_1) = \frac{16}{35}$$

$$ب) L(H_2) = \frac{19}{36}$$

إجابات التمارين والمسائل

1) في تجربة إلقاء حجر نرد 300 مرة، إذا ظهر الرقم 5 في 48 مرة منها، ما التكرار النسبي لظهور الرقم 5؟

الحل:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{48}{300}$$

2) إذا كان عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة ما يساوي 15.

ما احتمال كلاً من الحوادث: البسيط، الأكيد، المستحيل؟

الحل:

$$\text{احتمال الحادث البسيط} = \frac{1}{15}$$

$$\text{احتمال الحادث الأكيد} = 1$$

$$\text{احتمال الحادث المستحيل} = 0$$

٣) ما احتمال اختيار عدد أولي من المجموعة {2، 4، 6، 12، 13، 15}؟

الحل:

$$L(\text{عدد أولي}) = \frac{1}{3}$$

٤) يمثل الجدول الآتي أعداد طلبة الصفين الأول والثاني موزعين على شعبتين في مدرسة أساسية:

المجموع	شعبة ب	شعبة أ	الصف
40	22	18	الأول
50	26	24	الثاني
90	48	42	المجموع

إذا اخترنا من بينهم طالباً عشوائياً، فما احتمال أن يكون من طلبة الصف:

- أ) الأول ب) الثاني ج) الأول شعبة أ د) الثاني شعبة ب

الحل:

$$A) L(\text{الأول}) = \frac{4}{9}$$

$$B) L(\text{الثاني}) = \frac{5}{9}$$

$$C) L(\text{الأول شعبة أ}) = \frac{1}{5}$$

$$D) L(\text{الثاني شعبة ب}) = \frac{24}{45}$$

٥) صندوق يحتوي (4) بطاقات تحمل الأسماء: محمد، أحمد، سالم، علي. سُحبت

بطاقة عشوائياً من الصندوق.

أ) ما احتمال ظهور اسم محمد على البطاقة المسحوبة؟

ب) ما احتمال عدم ظهور اسم سالم على البطاقة المسحوبة؟

الحل:

$$\frac{1}{4}$$

أ) $L(M)$

ب) $L(\text{عدم ظهور اسم سالم}) = \frac{3}{4}$

مراجعة

1) أعط مثلاً لتجربة عشوائية وحدد فضاءها العيني، ثم أعط أمثلة على الأنواع المختلفة للحوادث.

الحل:

تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجه العلوي

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ الفضاء العيني

$H_1 = \{2\}$ حادث بسيط

$H_2 = \{2, 4, 6\}$ حادث مركب

$H_3 = \emptyset$ حادث مستحيل

$H_4 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ حادث أكيد

2) دخل ريان محلًا للأحذية فوجد فيه 4 ألوان، و 3 موديلات من المقاس الذي يناسبه، بكم طريقة يمكنه اختيار حذائه؟

الحل:

عدد الطرق = $12 = 3 \times 4$

3) قام ثلاثة طلبة من طلبة الصف التاسع بتجربة قياس درجة غليان الماء في مختبر العلوم في المدرسة، وسلم كل منهم النتيجة إلى المعلم. هل يمكن اعتبار هذه التجربة تجربة عشوائية؟ لماذا؟

الحل:

هذه التجربة علمية وليس عشوائية؛ لأن نتائجها ثابتة مهما أعدنا إجراءها.

4) في تجربة إلقاء حجري نرد مرة واحدة، أكتب الحوادث الآتية بذكر عناصرها.

أ) ح₁: مجموع الرقامين الظاهرين يساوي 3.

ب) ح₂: مجموع الرقامين الظاهرين أكبر من 9.

ج) ح₃: الرقامان الظاهران متساويان.

د) ح₄: حاصل ضرب الرقامين الظاهرين عدد زوجي.

هـ) ح₅: ح₂ - ح₃

و) $\overline{H_1}$

ز) $H_1 \cap H_2$

الحل:

أ) $H_1 = \{(1, 2), (2, 1)\}$

ب) $H_2 = \{(6, 6), (5, 6), (6, 5), (5, 5)\}$

ج) $H_3 = \{(6, 6), (5, 5), (4, 4), (3, 3), (2, 2), (1, 1)\}$

د) $H_4 = \{(3, 2), (2, 2), (1, 6), (6, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 2), (2, 1)\}$

هـ) $H_5 = \{(3, 4), (4, 3), (2, 6), (6, 2), (2, 5), (5, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 3)\}$

و) $H_1 = \{(5, 6), (6, 5)\}$

ز) $H_2 = \{(6, 6), (5, 5), (4, 4), (3, 3), (2, 2), (1, 1)\}$

ف) $H_3 = \{(6, 1), (1, 5), (5, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 3), (3, 1), (1, 1)\}$

ج) $H_4 = \{(2, 5), (5, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 3), (2, 2), (1, 6)\}$

د) $H_5 = \{(6, 3), (3, 5), (5, 3), (3, 4), (4, 3), (3, 3), (2, 6), (6, 2)\}$

هـ) $H_6 = \{(6, 5), (5, 5), (4, 6), (6, 4), (4, 5), (5, 4), (4, 4), (3, 6)\}$

و) $H_7 = \{(6, 6), (5, 6)\}$

ز) $\phi = H_1 \cap H_2$

(5) لدى عامر (30) بطاقة متماثلة مرقمة من 1 إلى 30، سحب منها بطاقة واحدة عشوائياً، جد احتمال أن يكون العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة:

أ) من مضاعفات الرقم 4.

ب) يقبل القسمة على 2 أو 3.

الحل:

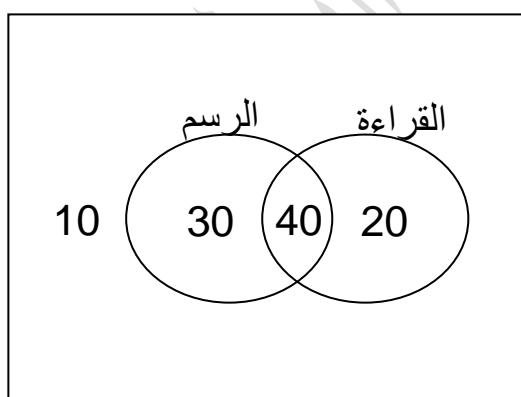
أ) $H_1 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة من مضاعفات الرقم 4

$$L(H_1) = \frac{7}{30}$$

ب) $H_2 = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 30\}$ العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة يقبل القسمة على 2 أو 3.

$$L(H_2) = \frac{2}{3}$$

(6) تضم روضة أطفال (100) طفلاً، منهم (60) يحبون القراءة، و (70) يحبون الرسم، و (40) يحبون القراءة والرسم، اختير أحد الأطفال عشوائياً. ما احتمال أن يكون هذا الطفل:



أ) يحب القراءة فقط.

ب) يحب الرسم ولا يحب القراءة.

ج) لا يحب القراءة ولا يحب الرسم.

الحل:

$$أ) L(\text{يحب القراءة فقط}) = \frac{2}{10}$$

$$ب) L(\text{يحب الرسم ولا يحب القراءة}) = \frac{3}{10}$$

$$ج) L(\text{لا يحب القراءة ولا يحب الرسم}) = \frac{1}{10}$$

اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من 4 فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، أنقل إلى دفترك رقم الفقرة، وأمامه رمز البديل الصحيح:

(1) يصنع محل حلوي أربعة أنواع من الكعك، كل نوع بثلاث نكهات. عدد أنواع الكعك الذي يصنع في المحل يساوي:

16 (د) 12 (ج) 4 (ب) 3 (أ)

(2) واحدة من التجارب الآتية لا تمثل تجربة عشوائية:

أ) إلقاء حجر نرد.

ب) إلقاء قطعة نقد ثم حجر نرد.

ج) سحب كرة من صندوق به كرات مختلفة اللون دون النظر إليها.

د) قياس نسبة عدد ذرات الأوكسجين إلى عدد ذرات الهيدروجين في الماء.

(3) في متصف المدرسة (6) علب عصير ليمون، و(14) علبة عصير برتقال، و(4) علب عصير تفاح. إذا اختيرت علبة عصير عشوائياً من المتصف، فإن احتمال أن تكون عصير تفاح يساوي:

$\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (أ)
 $\frac{1}{5}$ (د) $\frac{7}{12}$ (ج)

(4) أُلقي حجر نرد 30 مرة، وظهر الرقم (5) ست مرات منها، فإن التكرار النسبي لحدث ظهور الرقم (5)، يساوي:

$\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (أ)
 $\frac{1}{30}$ (د) $\frac{1}{6}$ (ج)

الحل:

(1) ج (2) ب (3) د (4) ج

(2) كم عدد أكبر من 50 مكون من منزلتين مختلفتين يمكن تكوينه من المجموعة:

$$\{2, 3, 5, 7\}$$

الحل:

$$\text{عدد الأعداد} = 8 = 2 \times 4$$

(3) أكتب الفضاء العيني لتجربة سحب بطاقتين مع الإرجاع من صندوق يحتوي

بطاقات متماثلة مرقمة بالأرقام 2، 3، 6.

الحل:

$$\{(6,6), (3,6), (2,6), (6,3), (3,3), (2,3), (6,2), (3,2), (2,2)\} = \Omega$$

(4) لكتابه عدد مكون من منزلتين من مجموعة الأعداد {2، 3، 4، 5}، إذا كان

ح₁: رقم الآحاد فردياً.

ح₂: رقم العشرات أولياً.

فأكتب الحوادث الأئية بذكر عناصرها.

$$\overline{H_1} H_2, H_1 \overline{H_2}, H_1 - H_2,$$

الحل:

$$H_1 = \{23, 25, 33, 43, 53, 35, 45, 55\}$$

$$H_2 = \{22, 23, 24, 25, 32, 33, 34, 35, 52, 53, 54, 55\}$$

$$H_1 \cap H_2 = \{23, 25, 33, 35, 53, 55\}$$

$$H_1 - H_2 = \{43, 45\}$$

$$\overline{H_1} = \{22, 24, 32, 34, 42, 44, 52, 54\}$$

(5) من (400) حالة ولادة، وجد أن عدد الإناث (270)، جد التكرار النسبي لحدث المولود ذكر؟

الحل:

التكرار النسبي =

(6) يتكون صف من (25) طالبة، منهم (10) طالبات عيونهن عسلية، و(12) طالبة، شعرهن أسود، و(7) طالبات عيونهن عسلية وشعرهن أسود، إذا اختيرت طالبة عشوائياً فجد احتمال:

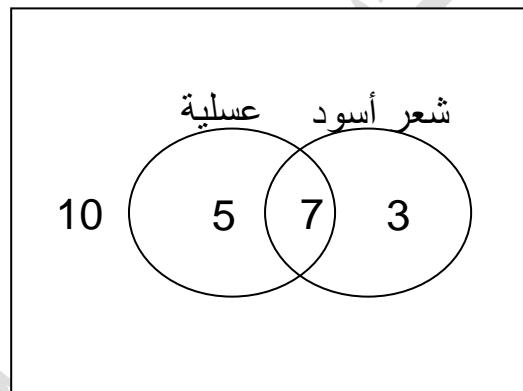
أ) أن تكون الطالبة ذات شعر أسود فقط.

ب) أن تكون الطالبة ذات عيون عسلية فقط.

ج) أن تكون الطالبة ذات شعر أسود أو عيون عسلية.

د) أن تكون الطالبة ذات عيون ليست عسلية وشعرها ليس أسود.

الحل:



$$\text{أ) } L(H_1) = \frac{3}{25}$$

$$\text{ب) } L(H_2) = \frac{5}{25}$$

$$\text{ج) } L(H_3) = \frac{3}{5}$$

$$\text{د) } L(H_4) = \frac{2}{5}$$