

الرياضيات – الصف التاسع – الوحدة الأولى

تحليل المقادير الجبرية

تهيئة

1) جد حاصل ضرب المقادير الجبرية الآتية:

أ) $(3س)(5+س)$

ب) $(2س-5)(3س+4)$

ج) $(3س-2س^2)(1+س)$

د) $(2س-2س^2)(4+س)$

هـ) $(2ع+5)(2ع-5)$

و) $5(3س-1)(2س^2+2س-2)$

الحل:

أ) $س^2 + 2س - 15$

ب) $6س^2 - 7س - 20$

ج) $2س^3 - 7س^2 + 4س - 3$

د) $س^3 - 8$

هـ) $4ع^2 - 25$

و) $15س^3 + 25س^2 - 40س + 10$

2) جد مكعب كل من الأعداد والمقادير الآتية:

أ) 4

ب) 3

ج) 2س

د) 5س ع

$$\text{هـ) } \frac{3\text{س}}{2}$$

$$\text{و) } \frac{5-}{4\text{ص}} ، \text{ ص} \neq \text{صفرًا}$$

الحل:

$$\text{أ) } 64$$

$$\text{ب) } 27-$$

$$\text{ج) } 8\text{س}^3$$

$$\text{د) } 25\text{س}^3 \text{ع}^3$$

$$\text{هـ) } \frac{27\text{س}^3}{8}$$

$$\text{و) } \frac{125-}{64\text{ص}^3} ، \text{ ص} \neq \text{صفرًا}$$

3) جد القاسم (العامل) المشترك الأكبر، والمضاعف المشترك الأصغر لكل مما يأتي:

$$\text{أ) } 64، 16، 8$$

$$\text{ب) } 7، 3، 5$$

$$\text{ج) } 14، 12، 3$$

الحل:

$$\text{أ) } 8$$

$$\text{ب) } 1$$

$$\text{ج) } 1$$

4) عبّر جبرياً عن مساحة ملعب لكرة القدم مستطيل الشكل، طوله (3ف+5) متراً، وعرضه (3ف-2) متراً.

الحل:

مساحة الملعب = (9ف² + 9ف - 10) متراً مربعاً

5) حل كل معادلة من المعادلات الآتية:

أ) $12 = 6 + س$

ب) $14 = 4 + 2ص$

ج) $2 = 3(س - 5)$

د) $4ع + 3 = 7 - 4ع$

هـ) $3س - 9 = 5 - 2س$

و) $7 = 1 + \frac{3س}{2}$

الحل:

أ) $س = 6$

ب) $ص = 9$

ج) $س = \frac{17}{3}$

د) $ع = 11$

هـ) $س = \frac{14}{3}$

و) $س = 4$

الدرس (1-1) الفرق بين مربعين وتحليله

تدريب (1-1): حلل المقادير الجبرية الآتية:

$$\frac{s^2}{4} - 49 \text{ (أ)}$$

$$\text{ب) } s^2 - 1$$

الحل:

$$\text{أ) } \left(\frac{s}{2} + 7 \right) \left(\frac{s}{2} - 7 \right)$$

$$\text{ب) } (s-1)(s+1)$$

تدريب (2-1): حلل المقادير الآتية:

$$1) \quad 3s^3 - 12s^2$$

$$2) \quad 64(2s-5)^2$$

الحل:

$$1) \quad 3s^2(s-4)(s+4)$$

$$2) \quad (8-2s)(5+8)(5-2s) = (13-2s)(3+2s)$$

تدريب (3-1): جد قيمة المقدار العددي الآتي بطريقتين مختلفتين :

$$(8,5)^2 - (11,5)^2$$

الحل:

$$1) \quad 132,25 - 72,25 = 60$$

$$2) \quad (11,5 - 8,5)(11,5 + 8,5) = (-3)(20) = -60$$

إجابات تمارين ومسائل

1) حلل المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل:

$$\text{أ) } 121s^4 - 4s^2$$

$$\text{ب) } 28s^2 - 7$$

(ج) $5أ^3 - 20أ^3ب$

(د) $4^{-2}(2-ع)$

(هـ) $49أ^2 + 25س^2$

(و) $(م-ل)^2 - (م+ل)^2$

الحل:

(أ) $(11-2ص)(11+2ص)$

(ب) $7(2س-1)(2س+1)$

(ج) $5أ(أ^2-ب)(أ^2+ب)$

(د) $(2-ع)(2+ع) = (2+ع)(2-ع) = (4-ع^2)$

(هـ) $5(س-أ)(س+أ)$

(و) $((م-ل) - (م+ل))((م+ل) + (م-ل)) = (2م-2ل) = 4م-4ل$

2) جد القيمة العددية للمقدار $((497)^2 - (500)^2)$ اعتماداً على تحليل الفرق بين مربعين.

الحل:

$$2991- = (997)(3-) = (500 + 497)(500 - 497)$$

3) عبّر عن المقدار (98×102) بصورة فرق بين مربعين، ثم جد قيمته العددية.

الحل:

$$9996 = 4 - 10000 = 2^2 - 100^2 = (2 - 100)(2 + 100)$$

4) حديقة على شكل مربع طول ضلعه (10) م ، نريد إحاطتها بممر عرضه

(س) م، وتبليطه:

(أ) أكتب مساحة الممر بدلالة س

(ب) احسب تكلفة تبليط الممر عندما يكون عرض الممر س = (1,5) متراً، علماً

بأن تكلفة تبليط المتر المربع الواحد (8) دنانير.

الحل:

$$(10 + (س + 10))(10 - (س + 10)) = 2(10) - (س + 10)^2$$

$$(س + 20)(س) =$$

$$= س^2 + 20س$$

$$(ب) \text{ مساحة الممر} = 2(1,5) + 20(1,5)$$

$$= 32,25 م^2$$

$$\text{تكلفة التبليط} = (8)(32,25) = 258 \text{ ديناراً.}$$

الدرس (1-2) تحليل العبارة التربيعية

تدريب (1-4): أي من العبارات الآتية تمثل عبارة تربيعية؟

(أ) $س^2$

(ب) $3 - 2س$

(ج) $3 - 5س^2$

(د) $س^4 - 3س^3 + 6$

(هـ) $2س^3 - 4س^2 - 3س^3 + 3$

الحل:

(أ) عبارة تربيعية

(ب) ليست عبارة تربيعية

(ج) عبارة تربيعية

(د) ليست عبارة تربيعية

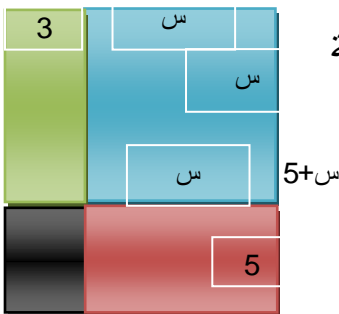
(هـ) ليست عبارة تربيعية

تدريب (1-5): اعتماداً على الشكل المجاور ، حل العبارة التربيعية

$$س^2 + 8س + 15 \text{ إلى عواملها الأولية.}$$

الحل:

$$(س + 5)(س + 3)$$



3+س

الشكل (1-6)

تدريب (1-6): حلل العبارات الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $5^2 - 6$

ب) $3^2 + 2 - 5$

ج) $3^2 - 5$

د) $(2-س)^2 + 5(2-س) + 6$

الحل:

أ) $(3-س)(2-س)$

ب) $(3+س)(5-س)$

ج) $س(3-5)$

د) $(2-س)(2-س+3) = (س+1)(س-1)$

إجابات تمارين ومسائل

1) حلل العبارات الآتية إلى عواملها الأولية:

أ) $9^2 + 14$

ب) $7^2 - 10$

ج) $3^2 - 18$

د) $5^2 - 14$

هـ) $2^2 + 13 - 7$

و) $6^2 - 5 + 1$

الحل:

أ) $(7+س)(2+س)$

ب) $(5-ص)(2-ص)$

ج) $(6-أ)(3+أ)$

د) $(7+ل)(2-ل)$

هـ) $(2-س)(7+س)$

و) (3م-1)(2م-1)

2) لوحة إعلانات مستطيلة الشكل مساحتها $(ن^2 + 4ن - 12)$ وحدة مربعة، بعدها عوامل العبارة التربيعية $ن^2 + 4ن - 12$ ، عبّر عن بعدي اللوحة بدلالة (ن).

الحل:

بعدي اللوحة: (ن+6) وحدة، (ن-2) وحدة.

3) سجادة مستطيلة الشكل مساحتها $(6س^2 + س - 2)$ متراً مربعاً، إذا كان بعدها هما عوامل العبارة التربيعية $6س^2 + س - 2$.

أ) عبّر عن بعديها بدلالة س.

ب) احسب بعديها عندما تكون قيمة س = 2 متراً.

الحل:

أ) $(3س + 2)$ متراً، $(2س - 1)$ متراً.

ب) بعدها: 8م، 3م

الدرس (1-3) مجموع مكعبين وتحليله

تدريب (1-7): حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عوامله:

أ) $1 + ج^3$

ب) $2ص^3 + \frac{2س^3}{27}$

ج) $40أ^4 + \frac{5}{8}أس^3$

د) $343س^3 + 0,008$

الحل:

أ) $(1 + ج)(ج^2 - ج + 1)$

ب) $2(ص + \frac{س}{3})(ص + \frac{س}{3} - \frac{س^2}{9})$

$$(ج) 5أ(2أ + \frac{1}{2})(4أ^2 - أ + \frac{1}{4})$$

$$(د) (7س + 0,2)(49س^2 - 7س + 0,02)$$

تدريب (1- 8): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

$$\text{حجم الماء الكلي} = 3س + 3ص$$

$$\text{حجم الخزان الجديد} = (س + ص)(1)(\text{البعد الثالث}) = 3س + 3ص$$

$$\text{لكن } 3س + 3ص = (س + ص)(س^2 - 2س + ص^2)$$

$$\text{إذن البعد الثالث} = (س^2 - 2س + ص^2) \text{ مترا}$$

إجابات تمارين ومسائل

1) اكتب كل مما يأتي على صورة مجموع مكعبين:

$$أ) 1 + 8س^3$$

$$ب) \frac{1}{0,027} = \frac{1}{\frac{27}{1000}} = \frac{1000}{27} = \frac{1000}{3^3} = \frac{1000}{27}$$

، س ≠ صفراً

الحل:

$$أ) (1)^3 + (2س)^3$$

$$ب) \left(\frac{1}{5س}\right)^3 = \frac{1}{125س^3}$$

2) حلل المقادير الجبرية الآتية إلى عوامله:

$$أ) 216ع^3 + 3م^3$$

$$ب) \frac{8ص^3}{27} + \frac{3س^3}{125}$$

$$ح) 250أ^3 + 54ب^3$$

$$د) 16ص^3 + 2س^3$$

$$\text{هـ) } (1-س)^3 + (1+ص)^3$$

$$\text{و) } \frac{27ص^3}{500} + \frac{س^6}{4}$$

$$\text{ز) } 1+9$$

$$\text{ح) } 6أ^3س^3 + 48س^3$$

$$\text{ط) } (1-س)^4 + (1-5س)$$

الحل:

$$\text{أ) } (ع+م)(ع^2-6ع+36م^2)$$

$$\text{ب) } \left(\frac{2ص}{3} + \frac{س}{5} \right) \left(\frac{4ص^2}{9} + \frac{2صس}{15} - \frac{س^2}{25} \right)$$

$$\text{د) } 2(أ+3ب)(25أ^2-15أب+9ب^2)$$

$$\text{د) } 2(2ص+س)(4ص^2-2صس+س^2)$$

$$\text{هـ) } ((1-س)+(1+ص))((1-س)^2-(1+ص)(1-س)+(1+ص)^2)$$

$$\text{و) } \frac{1}{4} (س^2 + \frac{3ص}{5}) (س^4 - \frac{3ص^2}{5} + \frac{9ص^2}{25})$$

$$\text{ز) } (1+3م)(1+3م^6-1)$$

$$\text{ح) } 6س^3(أ+2)(أ^2-4)$$

$$\text{ط) } (1-5س)(1+(1-5س))(1-(1-5س)^2)$$

$$(1-5س)(1+5س-2(1-5س)^2)$$

3) كرتان من البلاستيك طول نصف قطر الأولى (س) سم وطول نصف قطر الثانية

(أ) سم، تم صهرهما معا وتشكيلهما على شكل متوازي مستطيلات ارتفاعه

$$\left(\frac{\pi 4}{3} \right) \text{ سم، وأحد بعدي قاعدته } (س+أ) \text{ سم، جد البعد الآخر للقاعدة.}$$

الحل:

البعد الآخر = (س² - أ س + أ²) سم

الدرس (1-4) الفرق بين مكعبين وتحليله

تدريب (1-9): حلل المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل:

أ) $64س^3 - 1$

ب) $32 - 4س^3$

ج) $\frac{216}{54}س^3 - \frac{ص^6}{2}$

د) $1س + 1 - (س + 1)^4$

الحل:

أ) $(1س - 1)(16س^2 + 4س + 1)$

ب) $4(س - 2)(س^2 + 4س + 2)$

ج) $\frac{1}{2}(2س - ص^2)(4س^2 + 2س + ص + ص^4)$

د) $(1س + 1)(1س - 1)(1س + 1 + 1س + 1)(1س + 1)^2$

$= (1س + 1)(س - 1)(س + 2 + 1س + 1)^2$

تدريب (1-10): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

البعد الثالث = (أ² + أ ب + ب²) مترا.

إجابات تمارين ومسائل

1) حلل كلا من المقادير الآتية إلى العوامل:

أ) $125 - أ^3$

$$\text{ب) } \frac{729\text{س}}{125} - \text{س}^4\text{ص}^3$$

$$\text{ح) } 0,008\text{س}^3 - 8\text{ص}^3$$

$$\text{د) } 5 - 5(2+\text{س})^3$$

$$\text{هـ) } 2\text{ص} - \frac{250\text{ص}^4}{\text{ب}^3}, \text{ ب} \neq \text{صفرًا}$$

$$\text{و) } 5(3\text{س} - 2)^4 - 15\text{س} + 10$$

الحل:

$$\text{أ) } (5 - \text{أ})(5 + \text{أ}^2 + 5\text{أ} + 25)$$

$$\text{ب) } \text{س} \left(\frac{9}{5}\text{ص} \right) \left(\frac{81}{25} + \frac{9}{5}\text{س} + \text{ص}^2 \right)$$

$$\text{ح) } (0,2\text{س} - 2\text{ص})(0,04\text{س}^2 + 0,4\text{س} + 4\text{ص}^2)$$

$$\text{د) } 5(1 - \text{س})(2 + \text{س})((2 + \text{س}) + 1)(2 + \text{س})^2$$

$$\text{هـ) } 2\text{ص} \left(\frac{5\text{ص}}{\text{ب}} - 1 \right) \left(\frac{25\text{ص}^2}{\text{ب}^4} + \frac{5\text{ص}}{\text{ب}} + 1 \right)$$

$$\text{و) } 5(3\text{س} - 2)(3\text{س} - 2 - 1)((3\text{س} - 2)^2 + (3\text{س} - 2) + 1)$$

2) عبئت 27 عبوة صغيرة مكعبة الشكل طول حرف كل منها (ن) متراً من خزان مكعب الشكل مملوء بالزيت طول حرفه (ل) متراً، وبقي في الخزان كمية من الزيت، ما حجم تلك الكمية؟

الحل:

$$\text{ل}^3 - \text{ن}^3 = (\text{ل} - \text{ن})(\text{ل}^2 + \text{ل}\text{ن} + \text{ن}^2) \text{ مترا مكعبا}$$

الدرس (1- 5) العامل المشترك الأكبر

تدريب (1- 11): جد ع.م.أ للمقادير الجبرية الآتية:

أ) $s^2 + 2s - 15$ ، $s^2 - 5s + 2$ ، $s^2 - 6$

ب) $2s^2 + 2$ ، $s^3 + 6$ ، $s^2 - 6$

الحل:

أ) (س- 3)

ب) (ص+ 1)

إجابات تمارين ومسائل

1) جد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) لكل من المقادير الآتية:

أ) s^3 ، s^2 ، $s^2 - 15$

ب) $s^2 - 9$ ، $s^2 + 5s + 6$ ، $s^3 - 27$

ج) $2(s+3)$ ، $s^2 - 2$ ، $s^2 - 18$

د) $s^3 + s^2 + 5$ ، $s^4 - 5$ ، $s^2 + 5$

هـ) $s^2 - 2$ ، $s - 5$ ، $s^2 - 1$ ، $s^2 - 5$ ، $s^2 - 3$ ، $s + 2$

الحل:

أ) s^2

ب) 1

ج) $2(s+3)$

د) $s^2 + 1$

هـ) س- 1

2) ينتج مصنع صنفين من الزيت، بحيث ينتج (س²+2س-35) ليترًا من الصنف

الممتاز، وينتج (س²-49) ليترًا من الصنف العادي. فإذا قررت إدارة المصنع

تعبئة صنفى الزيت في عبوات متساوية السعة، فما سعة أكبر عبوة يمكن

استخدامها بدلالة (س)؟

الحل:

(س + 7) ليترا

(3) بلغ عدد طلبة الصف التاسع في إحدى المدارس (2ص²+9ص-5) طالباً، وعدد طلبة الصف العاشر (3ص³+125) طالباً، قرر معلم التربية الرياضية أن يكون أفرقة رياضية يتكون كل فريق من العدد نفسه من اللاعبين.
ما أكبر عدد من الطلبة يمكن أن يكون في الفريق الواحد (بدلالة (ص))؟

الحل:

(ص + 5) طالباً

الدرس (1- 6) المضاعف المشترك الأصغر

تدريب (1- 12): جد م.م.أ لكل من المقادير الآتية:

أ) (س²-ص²، س³+ص³)

ب) (ب²+4ب، ب²+5ب+4)

ج) (2س²+س-7، 14س+1س²+7س)

د) ((س-2ص)²، س²-4ص²، 2س³-16ص³)

الحل:

أ) ((س+ص)(ص-س)(س²-ص²) (س+ص+ص²))

ب) ب(ب+4)(ب+1)

ج) 14س(س+1)(س-1)

د) 2(س-2ص)²(س+2ص)(س²+2س+2ص+2ص²)

إجابات تمارين ومسائل

1) جد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكل من المقادير الآتية :

أ) 15س²+18س، 12س

ب) 3س²-12، 8س³-2س²

ج) ع²+4، ع²-4، ع-4

$$(د) 27م^3 - 3م^2 + 14م - 5م + 10$$

$$(هـ) س ص - س^2 ص^2 - 3س^2 - س$$

الحل:

$$(أ) 12س(5س + 6)$$

$$(ب) 3س(س - 2)(2 + س)(س^2 + 2س + 4)$$

$$(ج) (4 + 2ع)(2 - ع)(2 + ع)(4 - ع)$$

$$(د) 2(3م - 1)(9م^2 + 3م + 1)(5 + م)$$

$$(هـ) 3س(ص - س)(س - 1)(1 + س)$$

(2) حافلتان تسيران بالسرعة نفسها على الخط نفسه، الأولى تتوقف كل (2س² - 5س) كم، والثانية تتوقف كل (2س² - 3س - 5) كم. إذا انطلقنا من المكان نفسه، على أي بعد من نقطة انطلاقهما تلتقي الحافلتان لأول مرة ؟

الحل:

$$س(2س - 5)(س + 1)$$

(3) قامت إحدى البلديات بزراعة أشجار على أحد جانبي إحدى الطرق ووضع إشارة تحذيرية على الجانب الآخر ابتداءً من بداية الطريق، بحيث تزرع على الجانب الأيمن من الطريق شجرة كل (ك³ + 8) متراً، وعلى الجانب الأيسر منه تضع إشارة تحذيرية كل (5ك + 10) متراً.

(أ) على أي بعد من بداية الطريق يتم زراعة شجرة مقابل إشارة تحذيرية لأول مرة؟
(ب) على أي بعد من بداية الطريق يتم زراعة شجرة مقابل إشارة تحذيرية للمرة

الرابعة؟

الحل:

$$(أ) 5(ك + 2)(ك^2 - 2ك + 4) \text{ متراً}$$

$$(ب) 20(ك + 2)(ك^2 - 2ك + 4) \text{ متراً}$$

الدرس (1- 7) المقادير الكسرية

تدريب (1- 13): اكتب كل مقدار من المقادير الكسرية الآتية بأبسط صورة:

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad & \frac{125^3}{25^2} \quad , \quad \frac{5}{5} \neq 5- \\ \text{(ب)} \quad & \frac{25+10^2}{25+15^2} \quad , \quad \frac{5}{2} \neq 5, \quad \frac{5}{2} \neq 5 \\ \text{(ح)} \quad & \frac{8^3+3^3}{3^2-10^2} \quad , \quad \frac{5}{2} \neq 5, \quad \frac{5}{2} \neq 5 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad & \frac{25+5^2}{5} \quad , \quad \frac{5}{5} \neq 5- \\ \text{(ب)} \quad & \frac{5-5}{5-2} \quad , \quad \frac{5}{2} \neq 5, \quad \frac{5}{2} \neq 5 \\ \text{(ح)} \quad & \frac{2^2-4^2}{5-5} \quad , \quad \frac{5}{5} \neq 5, \quad \frac{5}{2} \neq 5- \end{aligned}$$

تدريب (1- 14): ملعب كرة قدم مستطيل الشكل مساحته (6 ص 5+2 ص 6) متراً

مربعاً، طوله (2 ص 3) متراً. ما عرض الملعب؟

الحل:

(3 ص 2) متراً

إجابات تمارين ومسائل

(1) اكتب كل مقدار من المقادير الكسرية الآتية بأبسط صورة:

(أ) $\frac{9^2 - م}{-15 م}$ ، $15 \neq$

(ب) $\frac{س^2 + 5س + 4}{س + 4}$ ، $س \neq -4$

(ج) $\frac{3س^2 + 12س - 15}{س^3 - 1}$ ، $س \neq 1$

(د) $\frac{27 + 3}{9 +}$

(هـ) $\frac{81 - 9س^4}{س^3 - 3}$ ، $س \neq 3$

(و) $\frac{16 - 2(1 + س^2)}{2س^2 - س - 15}$ ، $س \neq 3$ ، $س \neq 5$ ، $\frac{5 -}{2}$

(ز) $\frac{ص^2(2 + ص) - 2(2 - ص)}{8ص}$ ، $ص \neq 0$

الحل:

(أ) $\frac{9^2 - م}{-15 م}$ ، $15 \neq$

(ب) $\frac{س + 1}{س + 4}$ ، $س \neq -4$

(ج) $\frac{3س + 15}{س^2 + س + 1}$ ، $س \neq 1$

$$(د) \frac{ص^3 + 27ص}{ص^2 + 9ص}$$

$$(هـ) \frac{(ص+3)(ص^2+27)}{ص^2 + 3ص + 9ص - 27} ، ص \neq 3$$

$$(و) \frac{3-2ص}{3-ص} ، ص \neq 3 ، ص \neq \frac{5-}{2}$$

$$(ز) 1- ، ص \neq 0$$

(2) ناتج ضرب مقدارين جبريين $(ص^2 - 5ص - 14)$ ، إذا كان أحدهما $(ص - 7)$ ، فما المقدار الآخر؟ (حيث $ص \neq 7$)

الحل:

$$(ص + 2)$$

(3) أراد عبد الرحمن أن يوزع مبلغ $(10ص^2 - 13ص - 3)$ ديناراً بين أبنائه بالتساوي، فإذا كان نصيب كل منهم $(2ص - 3)$ ديناراً (حيث $ص \neq \frac{3}{2}$) فما عدد أبنائه؟

الحل:

$$(5ص + 1)$$

الدرس (1- 8) المعادلة الكسرية

إجابات تمارين ومسائل

(1) حل كل معادلة من المعادلات الكسرية الآتية:

$$(أ) \frac{2ص - 6}{ص - 1} \text{ حيث } ص \neq 1$$

$$(ب) \frac{3ص^2 + 10ص - 4}{ص - 2} ، \text{ حيث } ص \neq 2$$

$$\begin{aligned} \text{(ح)} \quad & \frac{1-3^3}{3^3+3^2+3+3} \\ \text{(د)} \quad & \frac{10ص-7^2ص+1}{2ص-1}, \text{ حيث } ص \neq \frac{1}{2} \\ \text{(هـ)} \quad & \frac{3^2+2ص-3}{2ص-3^2+1}, \text{ حيث } ص \neq 1, ص \neq \frac{1}{2} \\ \text{(و)} \quad & \frac{3ب^2+1-ب}{1-2ب}, \text{ حيث } ب \neq 1, ب \neq 3 \end{aligned}$$

الحل:

$$\text{(أ) } 3 = 3$$

$$\text{(ب) } 7 = 7$$

$$\text{(ج) } 16 = 16$$

$$\text{(د) } \frac{3-}{5} = 3$$

هـ) لا يوجد حل لهذه المعادلة.

$$\text{(و) } 2 = 2$$

2) لدى تاجر (6ج²+7ج+2) ليترًا من الزيت، وضعها في (3ج+2) وعاء لها السعة نفسها، إذا كانت سعة الوعاء الواحد (11) ليترًا:

أ) ما قيمة (ج)؟

ب) ما عدد الأوعية؟

ج) ما كمية الزيت الموجودة لدى التاجر؟

الحل:

$$\text{أ) } 5 = 5$$

ب) 17 وعاء

ج) 187 ليترا

3) تصدق حامد بمبلغ (5س²-14س-3) ديناراً حيث قسّم المبلغ على (س-3) من الفقراء بالتساوي، فكان نصيب كل منهم (51) ديناراً.
أ) ما قيمة (س)؟

ب) ما المبلغ الذي تصدق به حامد؟

الحل:

أ) س=10

ب) 427 ديناراً

مراجعة

1) حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى العوامل الأولية:

أ) 3س+12

ب) 100-س²

ج) 12ع-75

د) 27س³-1

هـ) 81أ³+24

و) 7ص²+6

ز) 3ع²-10ع-25

ح) $\frac{3س}{27} - 3س^4$

الحل:

أ) 3(س+4)

ب) (س-10)(س+10)

ج) 3(2ع-5)(2ع+5)

$$(د) (3س - 1)(9س^2 + 3س + 1)$$

$$(هـ) 3(3أ + 2)(9أ^2 - 6أ + 4)$$

$$(و) (6ص - 1)(ص - 1)$$

$$(ز) (3ع + 5)(5 - ع)$$

$$(ح) 3س(س - \frac{1}{3})(\frac{1}{3}س^2 + \frac{1}{3}س - \frac{1}{9})$$

2) اكتب كلاً من المقادير الكسرية الآتية بأبسط صورة:

$$(أ) \frac{س^2 + 4س}{س + 4} ، س \neq -4$$

$$(ب) \frac{س^2 - 25}{2س - 10} ، س \neq 5$$

$$(جـ) \frac{ص^2 + 2ص + 3}{ص^2 - 9} ، ص \neq -3 ، ص \neq 3$$

$$(د) \frac{ع^2 - 8ع + 16}{ع^3 - 64} ، ع \neq 4$$

$$(هـ) \frac{2س^2 + 5س - 33}{3س^3 - 5س^2 - 12س} ، س \neq 0 ، س \neq 3 ، س \neq \frac{4}{3}$$

الحل:

$$(أ) س ، س \neq -4$$

$$(ب) \frac{س + 5}{2} ، س \neq 5$$

$$(ج) \frac{ص^2 + 2ص + 3}{ص^2 - 9} ، ص \neq 3 ، ص \neq -3$$

$$(د) \frac{ع - 4}{ع^2 + 4ع + 16} ، ع \neq 4$$

$$(هـ) \frac{2س + 11}{س(3س + 4)} ، س \neq 0 ، س \neq 3 ، س \neq \frac{4}{3}$$

3) حل كلاً من المعادلات الكسرية الآتية:

$$(أ) \frac{س^2 - 4س}{4س - 4} = 5 ، حيث س \neq 4$$

$$(ب) \frac{س^2 - 36}{2س + 12} = 3 ، حيث س \neq -6$$

$$(ج) \frac{2ص + 3}{ص - 9} = 1 ، حيث ص \neq 9$$

$$(د) \frac{5س^2 - 2س - 7}{س^2 - 2س} = 3 ، حيث س \neq -1 ، س \neq 2$$

الحل:

$$(أ) س = 5$$

$$(ب) س = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ج) ص} &= 12 \\ \text{د) س} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

4) جد العامل المشترك الأكبر، والمضاعف المشترك الأصغر لكل من المقادير الجبرية الآتية:

$$\text{أ) } 2\text{س}^2 - 50, \text{س}^2 + 2\text{س} - 15$$

$$\text{ب) } \text{ص}^3 - 1, \text{ص}^3 - 3, \text{ص}^2 + 4\text{ص} - 5$$

$$\text{ج) } 2\text{ع}^2 - 5\text{ع} - 12, 3\text{ع} - 12$$

$$\text{د) } \text{ب} + 3, \text{ب}^2 - 4\text{ب} + 3, 2\text{ب}$$

الحل:

$$\text{أ) ع.م.أ} = (\text{س} + 5)$$

$$\text{م.م.أ} = 2(\text{س} + 5)(\text{س} - 5)(\text{س} - 3)$$

$$\text{ب) ع.م.أ} = (\text{ص} - 1)$$

$$\text{م.م.أ} = 3(\text{ص} + 1)(\text{ص} - 1)(\text{ص} + 5)(\text{ص} + 5)$$

$$\text{ج) ع.م.أ} = (4 - \text{ع})$$

$$\text{م.م.أ} = 3(4 - \text{ع})(3 + \text{ع})$$

$$\text{د) ع.م.أ} = 1$$

$$\text{م.م.أ} = 2\text{ب}(\text{ب} + 3)(\text{ب} - 3)(\text{ب} - 1)$$

اختبار ذاتي

1) حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى عوامله:

$$\text{أ) } 5\text{س}^3 + 15\text{س}^2$$

$$\text{ب) } -25 - \frac{4}{9\text{ب}^2}, \text{ ب} \neq \text{صفرًا}$$

$$\text{ج) } \text{س}^2 + 14\text{س} + 49$$

(د) $8-3ل^3$

(هـ) $1000+0,027س^3$

(و) $6س^2+5س-14$

(ز) $3ع^2-7ع-40$

(ح) $\frac{3س^2}{64} + 3س^5$

الحل:

(أ) $5س^2(س+3)$

(ب) $(-\frac{2}{3س} - 5)(\frac{2}{3س} + 5)$ ، ب \neq صفراً

(ج) $(س+7)(س+7)$

(د) $(ع-2ل)(ع^2+2عل+4ل^2)$

(هـ) $(10س+0,3)(س-0,09-3س+100س^2)$

(و) $(س-6)(س+2)$

(ز) $(3ع+8)(ع-5)$

(ح) $3س^2(س+\frac{1}{4})(-\frac{1}{4س^2} + س - \frac{1}{4} + \frac{1}{16س})$

2) اكتب كلاً من المقادير الكسرية الآتية بأبسط صورة:

(أ) $\frac{س^2-7س}{س}$ ، $س \neq 0$

(ب) $\frac{ص^2-144}{24+ص}$ ، $ص \neq 12$

$$\begin{aligned} \text{جـ)} \quad & \frac{35-ع-2^2}{49-ع^2} , \quad 7 \neq 7-ع , \\ \text{د)} \quad & \frac{36+م-2^2}{216-م^3} , \quad 6 \neq 6 , \\ \text{هـ)} \quad & \frac{4س+2^2-5س-9}{5س-3^2-6س+2س} , \quad 0 \neq 0 , 1 \neq 1س , 5 \neq \frac{1}{5} \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{أ)} \quad & (7-س) , \quad 0 \neq 0س , \\ \text{ب)} \quad & \frac{12-ص}{2} , \quad 12 \neq 12-ص , \\ \text{جـ)} \quad & \frac{35-ع-2^2}{49-ع^2} , \quad 7 \neq 7-ع , \\ \text{د)} \quad & \frac{6+م}{36+م+2^2} , \quad 6 \neq 6 , \\ \text{هـ)} \quad & \frac{4س+9}{س(5س+1)} , \quad 0 \neq 0س , 1 \neq 1س , 5 \neq \frac{1}{5} \end{aligned}$$

3) حل كل معادلة من المعادلات الكسرية الآتية:

$$\text{أ)} \quad 8 = \frac{س+2^2-5س}{5س+5} , \quad \text{حيث } 5 \neq 5س$$

$$(ب) \frac{7+س}{49-س^2} = 3, \text{ حيث } س \neq 7, س \neq -7$$

$$(ج) \frac{3+ك5}{1-ك} = 3, \text{ حيث } ك \neq 1$$

$$(د) \frac{7-س}{5} = 3, \text{ حيث } س \neq 1, س \neq \frac{7}{5}$$

الحل:

$$(أ) س = -8$$

$$(ب) س = \frac{20}{3}$$

$$(ج) ك = 3$$

$$(د) س = \frac{11-}{8}$$

4) جد العامل المشترك الأكبر، والمضاعف المشترك الأصغر لكل من المقادير الآتية:

$$(أ) 3س^2-12, 3س^2+10$$

$$(ب) 8ص^3-1, 12ص^2-3, 4ص^2-4ص+1$$

$$(ج) 3م^2-5م-8, 3م+3$$

الحل:

$$(أ) ع.م.أ = (س-2)$$

$$م.م.أ = 3(س-2)(س+2)(س+5)$$

$$\text{ب) ع.م.أ} = (2\text{ص} - 1)$$

$$\text{م.م.أ} = (2\text{ص} - 1)(4\text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1)(2\text{ص} + 1)(2\text{ص} - 1)$$

$$\text{ج) ع.م.أ} = (1 + \text{م})$$

$$\text{م.م.أ} = 3(1 + \text{م})(3 - 8)$$

5) قطع همّام مسافة $(6\text{ف}^2 + 17\text{ف} + 5)$ متراً في $(3\text{ف} + 1)$ ثانية، إذا كانت

سرعته ثابتة وتساوي (7) أمتار في الثانية:

أ) ما قيمة (ف) ؟

ب) ما المسافة التي قطعها همّام بالأمتار؟

الحل:

$$\text{أ) ف} = 1$$

ب) 28 متراً

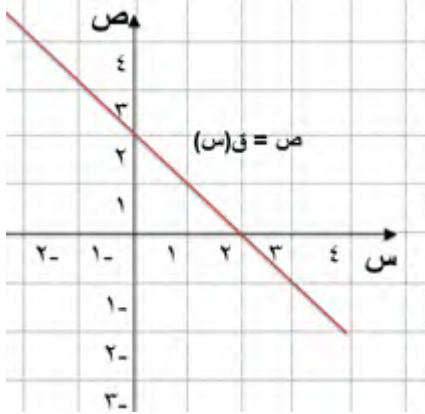
الاقتران التربيعي

التهيئة

1) صنف المقادير الآتية إلى تربيعية وغير تربيعية :

- أ) س-25 ب) $4س - 16$ ج) $(س-1)^2$ د) $3س - 2س^2$
هـ) $8س^2 - 4$ و) $4س + 2س^2 = 5س^2 - 5$

الحل:



أ، ب غير تربيعية

ج، د، هـ، و مقادير تربيعية

2) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق،

حيث $ص = ق(س)$ ، استعمل الرسم في

ايجاد قيمة كل مما يأتي:

ق(0)، ق(2)، ق(1)

الحل:

ق(0) = 2، ق(2) = 0، ق(1) = 1

3) استخدم برنامج إكسل

(Excel) لرسم منحنى

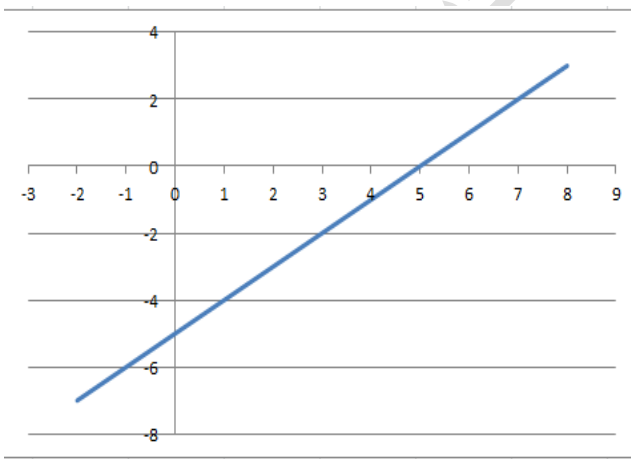
الاقتران هـ، حيث هـ: $ص = 5س - 5$

هـ = $5س - 5$

الحل:

باستخدام برنامج إكسل يظهر

الرسم المجاور

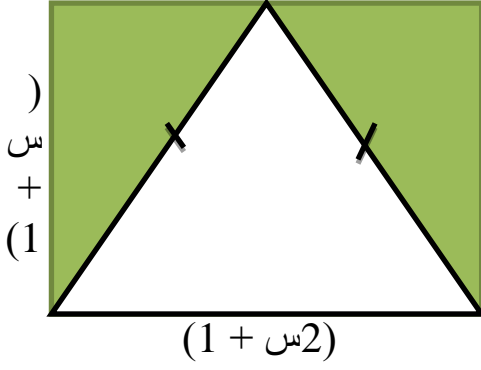


4) اذا كان حاصل ضرب مقدارين جبريين يساوي $5س^2 - 6س + 6$ ، وكان

احدهما يساوي $(س - 3)$ ، فما المقدار الثاني؟

الحل:

$(س - 2)$



(5) اعتمد الشكل الآتي لكتابة المقدار الجبري الدال على مساحة المنطقة المظلمة

الحل:

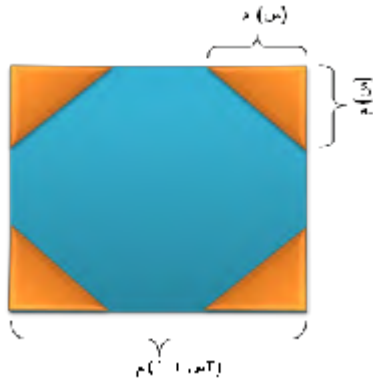
مساحة المنطقة المظلمة =

$$\frac{2}{1} (1+s) (1+s) =$$

(6) لوحة اعلانية مربعة الشكل طول ضلعها $(3+s)$ م، قُصت من زواياها

الأربع مثلثات متساوية، كما في الشكل

المجاور. اكتب مساحة ما تبقى من اللوحة الاعلانية بدلالة س.



الحل:

$$\text{المساحة المطلوبة} = (3+s)^2 - 2س^2$$

(7) حلل المقادير التربيعية الآتية:

- أ) $س^2 + 4س + 4$ ب) $س^2 + 7س - 30$ ج) $س^2 + 12س + 27$
 د) $س^2 + س - 56$ هـ) $س^2 - 9س - 4$ و) $س^2 - 9(3-س)$ ز) $س^2 + 8س$

الحل:

$$\text{أ) } س^2 + 4س + 4 = (س+2)(س+2)$$

$$\text{ب) } س^2 + 7س - 30 = (س-3)(س+10)$$

$$\text{ج) } س^2 + 12س + 27 = (س+3)(س+9)$$

$$\text{د) } س^2 + س - 56 = (س-7)(س+8)$$

$$\text{هـ) } س^2 - 9س - 4 = (س-3)(س+2)$$

$$\text{و) } س^2 - 9(3-س) = س(س-6)$$

$$\text{ز) } س^2 + 8س = س(س+8)$$

(8) إذا كان الاقتران ق: ق(س) = $6س - 7$ ، فجد س، حيث ق(س) = 5.

الحل:

$$س = 2$$

3 - 1 الاقتران التربيعي و رسم منحناه

تدريب (1-3): حدد الاقتران التربيعي في كل مما يأتي، واكتب معامل كل من

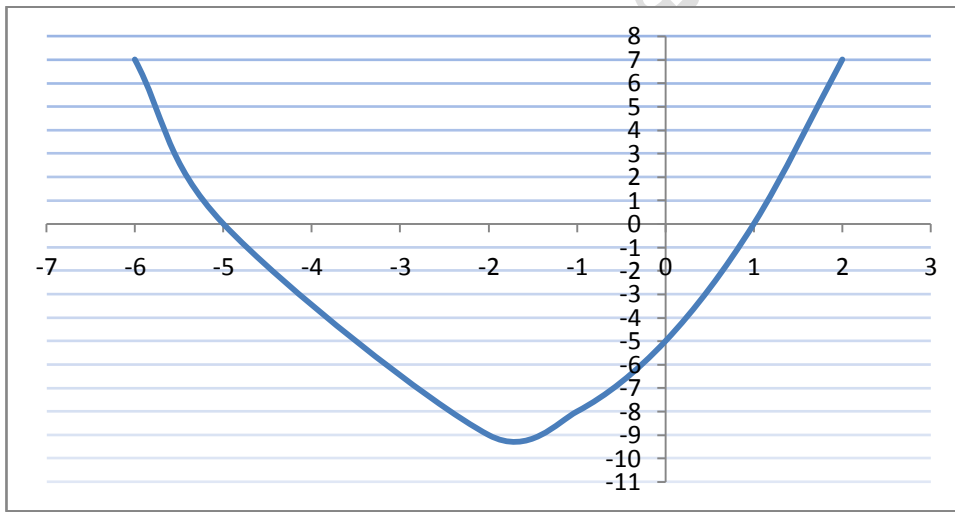
$$\begin{aligned} & \text{س}^2 \text{ ومعامل س، والحد المطلق في كل منها؟} \\ & \text{أ: ق: ق(س) = 2س}^2 \text{ ب: هـ: هـ(س) = س - س}^2 \quad \frac{1}{2} \\ & \text{ج: ك: ك(س) = س}^2 - 5س + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

الحل:

أ	تربيعي	معامل س ² = 2	معامل س = 0	الحد المطلق = 0
ب	ليس تربيعي			
ج	تربيعي	معامل س ² = 1	معامل س = -5	الحد المطلق = 2/1

تدريب (2-3): ارسم منحنى الاقتران التربيعي ق: ق(س) = س² + 4س - 5

ثم تأكد من الرسم مستخدماً برنامج إكسل (Excel).



تدريب (3-3): إذا كان ق اقتراناً تربيعياً، حيث ق(س) = س² + 2س

- هل منحنى الاقتران ق مفتوحاً إلى الأعلى أم إلى الأسفل؟
- هل للاقتران ق قيمة صغرى أو قيمة عظمى، جدها.
- ما مدى الاقتران ق؟

الحل:

(1) منحنى الاقتران ق مفتوحاً إلى الأعلى

(2) للاقتران ق قيمة صغرى = 0

3) مدى الاقتران ق مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة

تدريب (3-4): إذا كان ق اقتراناً تربيعياً، قيمته العظمى تساوي 4 ومعادلة محور

تماثله هي

س = 3، ارسم رسماً تقريبياً لمنحنى الاقتران ق.

الحل: رسم تقريبي

تدريب (3-5): استخدم الآلة الراسمة في ارسم منحنى الاقتران:

ق: ق(س) = 2س - س²، معتداً على الرسم جد: احداثيي نقطة الرأس

ومعادلة محور التماثل والقيمة العظمى للاقتران ق.

الحل:

(1) احداثيي نقطة الرأس (1، 1)

(2) معادلة محور التماثل. س = 1

(3) القيمة العظمى للاقتران ق هي: 1

تدريب (3-6): إذا كان ق: ق(س) = $\frac{1}{2}س^2 - 2س$

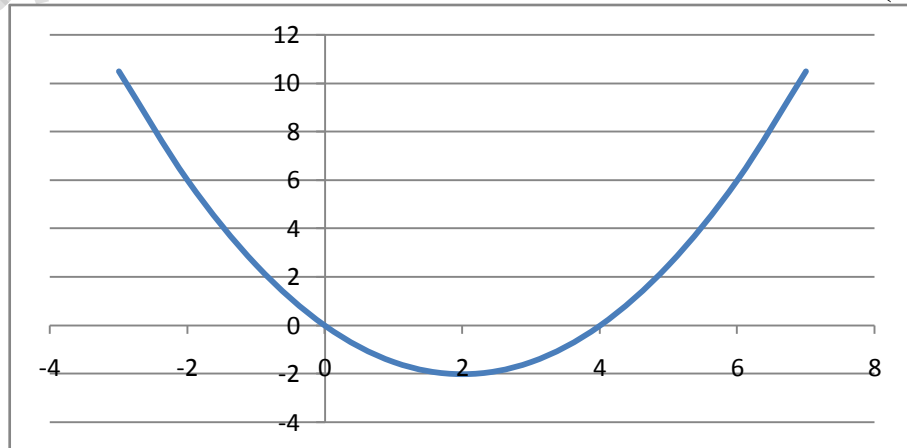
(1) استعمل برنامج اكسل في رسم منحنى الاقتران ق.

(2) ما النقط التي يقطع عندها المنحنى محور السينات؟

(3) ما النقطة التي يقطع عندها المنحنى محور الصادات؟

الحل:

(1)



- (2) النقط التي يقطع عندها المنحنى محور السينات (0,0)، (4,0)
 (3) ما النقطة التي يقطع عندها المنحنى محور الصادات (0,0)

تمارين ومسائل

(١) أي الاقترانات الآتية يعدُّ اقتراناً تربيعياً؟

أ (ق: ق(س) = $\frac{1}{2}س^2$ ، س < 0

ب (هـ: هـ(س) = $س(س-1) + 5$

ج (ل: ل(س) = $س^2 + 1$

د (ع: ع(س) = $س(س-3)^2 + س + 4$

الحل:

أ (ق: ق(س) = $س + \frac{2}{1}$ ليس تربيعي

ب (هـ: هـ(س) = $س(س-1) + 5$ تربيعي

ج (ل: ل(س) = $س^2 + 1$ ليس تربيعي

د (ع: ع(س) = $س(س-3)^2 + س + 4$ ليس تربيعي

(٢) ما معادلة محور تماثل الاقتران التربيعي ق، حيث ق(س) = $س^2 + 25$ ،

+0 س ؟

الحل:

$س = - \frac{2}{1}$

(٣) ما مجال ومدى الاقتران التربيعي ق، حيث ق(س) = $س^2 - 1$ ؟

الحل:

مجاله: مجموعة الاعداد الحقيقية

مداه: $ص \geq 1$

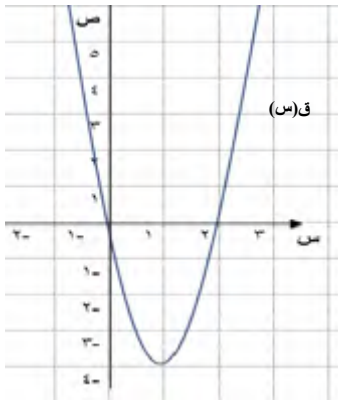
٤) إذا كان ق: ح تتح، حيث ق(س) = $s^2 - 5s + 4$ ، فجد ق(-2)، ق(1)، ق(4).

الحل:

$$ق(-2) = 18$$

$$ق(1) = 0$$

$$ق(4) = 0$$



٥) يبين الشكل (8-3)

منحنى الاقتران التربيعي ق،

معتمداً على الرسم، اكتب قاعدة الاقتران ق.

الحل:

$$ق(س) = s^2 - 2s$$

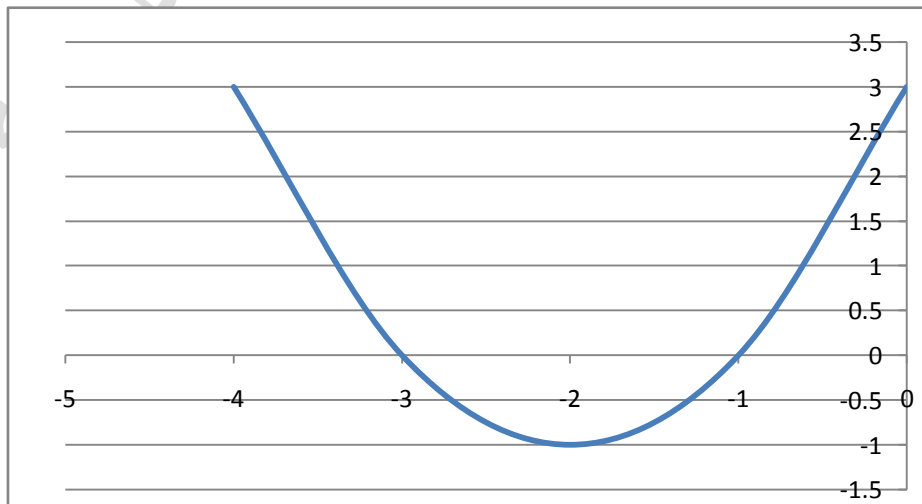
٦) ارسم منحنى كلاً من الاقترانات الآتية:

أ) ق: ق(س) = $1 - (2 + s)^2$

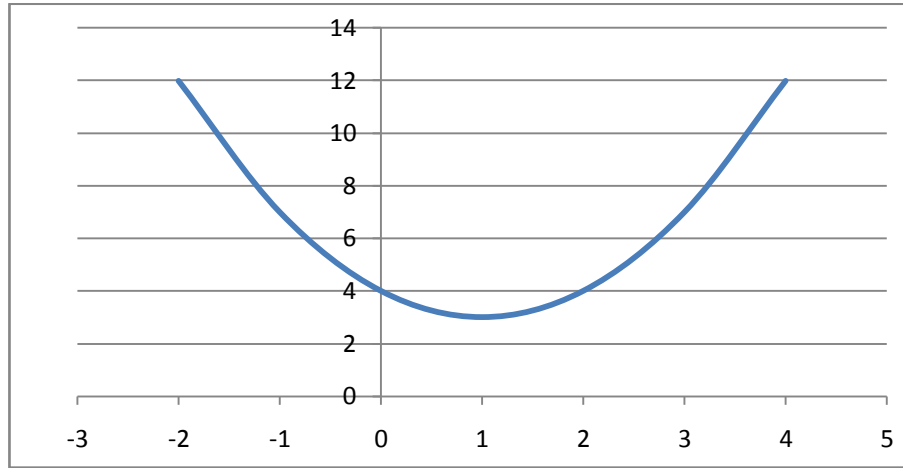
ب) هـ: هـ(س) = $4 - 2s^2$

الحل:

أ)



(ب)



٧) جد معادلة محور التماثل، ورأس القطع، والقيمة العظمى، أو القيمة الصغرى، والمجال، والمدى لكل من الاقتدرات الآتية:

أ) ل (س) $= س^2 + 6س - 7$ ب) و (س) $= 2س - س^2 + 4$
ج) هـ: هـ (س) $= س^2$

الحل:

أ) ل (س) $= س^2 + 6س - 7$

معادلة محور التماثل $س = -3$

رأس القطع $(-3, -16)$

القيمة الصغرى $= -16$

المدى $ص \leq -16$

المجال

ب) و (س) $= 2س - س^2 + 4$

معادلة محور التماثل $س = 1$

رأس القطع $(1, 5)$ ، المدى $ص \geq 5$

القيمة العظمى = 5، المجال

(ج) و(س) = s^2

معادلة محور التماثل $s = 0$

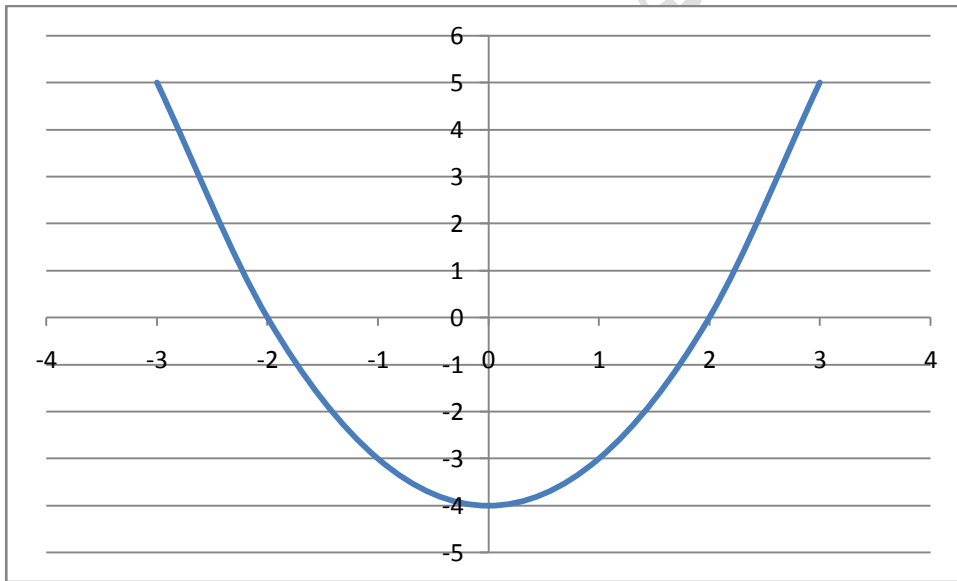
رأس القطع (0,0)، المجال: ح، المدى $s \leq 0$

القيمة الصغرى = 0،

٨) إذا علمت أن منحنى الاقتران التربيعي ق يقطع محور السينات عندما $s = -2$ ، $s = 2$ ، ويمر بالنقطة (1،-3). جد قاعدة الاقتران ق، ثم ارسم منحناه مستخدماً برنامج إكسل.

الحل:

قاعدة الاقتران هي $Q(s) = s^2 - 4$



٩) قذف جسيم الى أعلى وفق العلاقة: $f = 80 - 5t^2$ ، حيث ف: الارتفاع بالأمتار، ن: الزمن بالثواني. جد أقصى ارتفاع يصل اليه الجسيم.

الحل:

اقصى ارتفاع = 320 متر

١٠) جد العددين اللذين مجموعهما 40، وحاصل ضربهما اكبر ما يمكن؟

الحل:

العددان هما 20، 20

(١١) اتفقت شركة استيراد وتصدير مع أحد المصانع على استيراد نوع من الماكينات، بشرط أن يكون مقدار ما تربحه الشركة (مقدراً بالآلاف الدنانير) مرتبطاً مع الزمن اللازم للاستيراد (ن) مقدراً بالأسابيع حسب العلاقة،
ق(ن) = 4ن - ن² ، ما الزمن اللازم لتحصل الشركة على أكبر ربح ممكن؟

الحل:

أكبر ربح يعني القيمة العظمى للاقتران ق(ن)
فللزمن اللازم لتحصل الشركة على أكبر ربح ممكن يعني قيمة ن التي تجعل للاقتران قيمة عظمى = 2 ، أي بعد اسبوعين.

(١٢) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

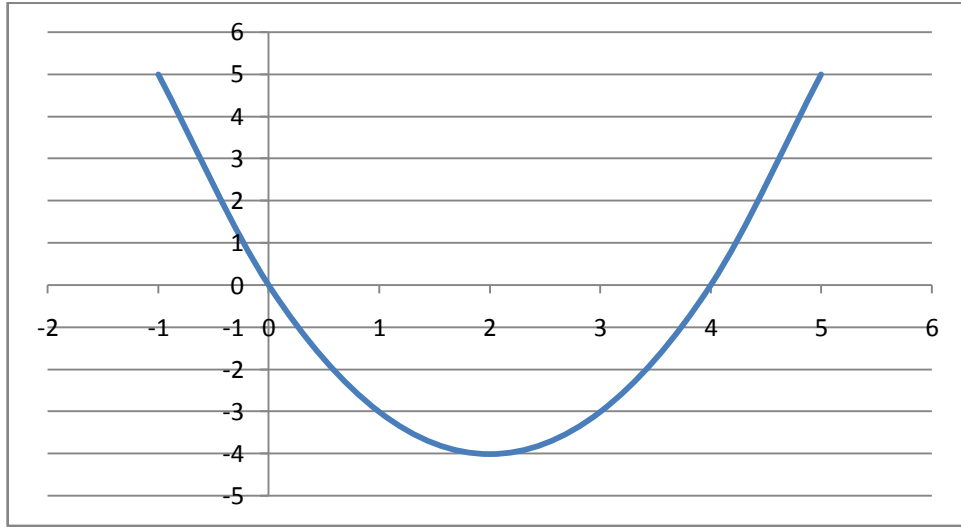
الحل:

الأبعاد هي 5، 5

الدرس 3 - 2 أصفار الاقتران التربيعي

تدريب (3-7): ارسم منحنى الاقتران ق بيانياً، حيث ق: ق(س) = $s^2 - 4s$ ، ثم اعتمد على الرسم في ايجاد أصفار الاقتران ق.

الحل:



الاصفار هي س = 0، س = 4

تدريب (3-8): إذا علمت أن العدد 7 صفراً للاقتران ق: ق(س) = $s^2 - 4s - 21$ ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل:

$$0 = 21 - 7 \times 4 - 49 \times 1$$

ومنه $1 = 1$

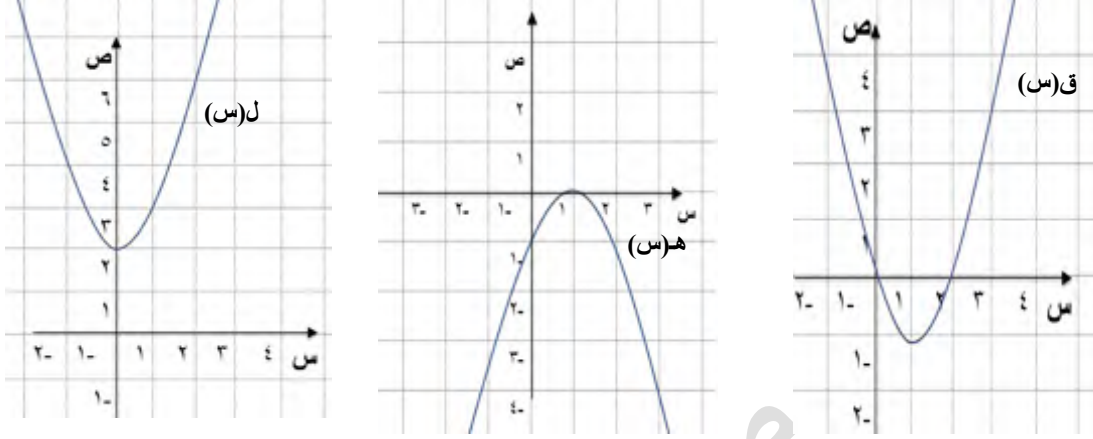
تدريب (3-9): يبيع مربى دواجن س بيضة يومياً، إذا كان الربح الذي يحصل عليه لدى بيعها معطى بالاقتران $s = 20s - s^2$ (قرشاً). استخدام برمجية اكسل (Excel) لمعرفة عدد البيضات التي عندها ينعدم الربح (يكون صفراً)؟ وما عدد البيضات التي يكون عندها الربح أكبر ما يمكن؟ وما مقدار الربح آنذاك؟

الحل:

ينعدم الربح عندما يكون عدد البيضات المباعة 0 أو 20
عدد البيضات التي يكون الربح عندها أكبر ما يمكن 10 ومقداره 100 قرشاً.

تمارين ومسائل

(١) الشكل (3-11) يبين منحنيات ثلاثة اقترانات تربيعية. ما أصفار كل منها؟



الشكل (3-11)

الحل:

اصفار ق(س) = 0، 2

اصفار هـ(س) = 1

اصفار ل(س) = لا يوجد

(٢) هل العدد 1 صفراً للاقتران ق: ق(س) = 5س² + س - 6؟
برر اجابتك.

الحل:

العدد 1 صفراً لأن

$$0 = 6 - 1 + 1 \times 5$$

(٣) ارسم منحنى كلاً من الاقترانات الآتية، ثم جد أصفار كل منها:

(أ) ق: ق(س) = 5س²

(ب) هـ: هـ(س) = س - 2س²

$$(ج) ل: ل(س) = 4 + س^2 - 4س$$

الحل: من الرسم نجد أن الأصفار هي:

$$(أ) ق: ق(س) = س^2 - 0$$

$$(ب) هـ: هـ(س) = س - 2س^2 - 0,2$$

$$(ج) ل: ل(س) = 4 + س^2 - 4س - 2$$

(٤) إذا كان العدد 2 صفراً للاقتران ق: ق(س) = أس² + ب س + 6، وكان ق(1) = 2، فجد كلا من العددين الحقيقيين أ، ب.

الحل:

$$أ = 1، ب = -5$$

(٥) يتغير بعدا مستطيل ، بحيث يبقى محيطه 24 سم، جد طوله عندما تصبح مساحته 20 سم².

الحل:

$$\text{الطول} = 10 \text{ سم}$$

(٦) اضيف مربع العدد الموجب س إلى العدد 25، وطرح من الناتج 10 امثال س، وكان ناتج الطرح صفراً، كيف يمكنك معرفة قيمة س؟

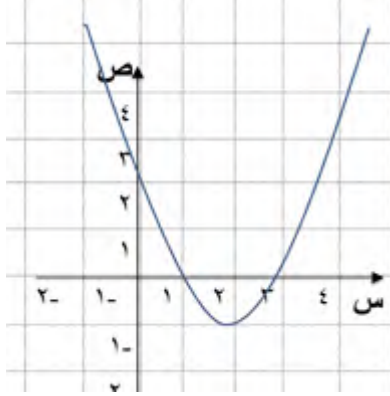
الحل:

نكون المعادلة المرافقة للاقتران التربيعي من المسألة ثم نجد صفر الاقتران فيكون هو س = 5

الدرس 3 - 3 حل المعادلة التربيعية بيانياً

تدريب (10-3): حل المعادلة التربيعية $2س - س^2 - 1 = 0$ بالرسم.

الحل: $س = 1$



تدريب (11-3): يبين الشكل (14-3)

منحنى الاقتران التربيعي لـ،

جد جذري المعادلة التربيعية

المرفقة للاقتران لـ.

الحل:

3، 1

تدريب (12-3): جد نقطة (نقاط) تقاطع منحنى الاقتران ق: $ق(س) = س^2$ مع منحنى

الاقتران ل: $ل(س) = 8س - س^2$.

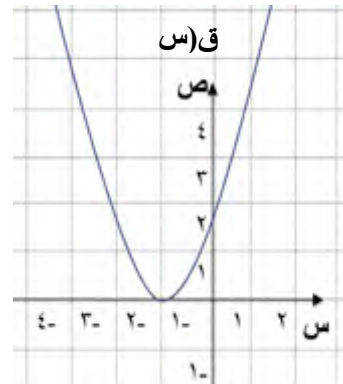
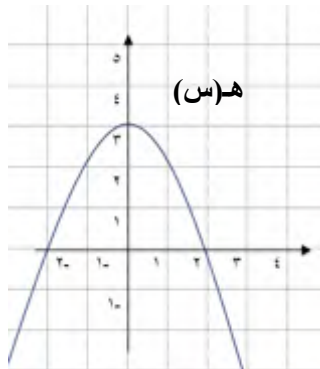
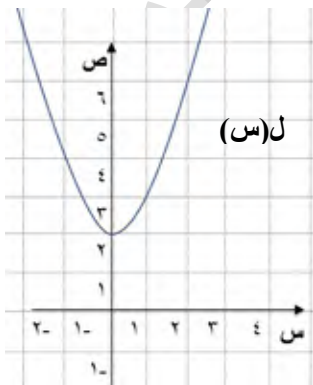
الحل:

(0,0)، (16,4)

تمارين ومسائل

١) يبين الشكل (16-3) رسم منحنى كل من الاقترانات التربيعية ق، هـ، ل،

على الترتيب جد جذور المعادلة المرفقة لكل منها.



الحل:

ق(س) ----- 1-

هـ(س) ----- 2، 2-

ل(س) ----- لا يوجد حل

٢) إذا قطع منحنى الاقتران التربيعي محور السينات عندما $s = -1$ ، $s = 5$ ، فما جذور المعادلة التربيعية المرافقة للاقتران ق؟

الحل:

الجذور هي 5، -1

٣) حل المعادلات الآتية بيانياً مستخدماً برنامج اكسل (Excel):

أ) $0 = 4 + 3s + 2s^2$

ب) $0 = 3 - 2s - s^2$

ج) $0 = 0,25 + s - s^2$

الحل:

أ) لا يوجد

ب) -3، 1

ج) 2/1

٤) يزيد طول مستطيل على عرضه بمقدار 7 سم، إذا علمت أن مساحته 60 سم²، جد كلاً من طوله وعرضه.

الحل:

العرض = 5 سم ، الطول = 12 سم

٥) حديقة على شكل مثلث قائم الزاوية، طول ضلعها الأكبر 13م، يزيد طول

أحد ضلعي القائمة على طول الضلع الآخر بمقدار 7م، جد طول ضلعي القائمة.

الحل: الضلع الأول = 5 م والضلع الثاني = 12 م

٦) حل المسألة الواردة في بداية الدرس مستخدماً الآلة الراسبة.

الحل:

عرض الاطار س = 2 سم

الدرس 3 - 4 حل المعادلة التربيعية بالتحليل إلى العوامل

تدريب (13-3): حل المعادلتين التربيعيتين الآتيتين:

$$(1) \text{ س}^2 - 7\text{س} + 10 = 0$$

$$(2) \text{ س}^2 = 8\text{س} - 4$$

الحل:

$$(1) \text{ س} = 2, 5$$

$$(2) \text{ س} = 0, 667, 2$$

تدريب (14-3): بطاقة مثلثة الشكل، اذا علمت أن طول قاعدتها يساوي مثلي

ارتفاعها، وكانت مساحتها 64 سم²، جد ارتفاعها.

الحل:

$$\text{س} = 8 \text{ سم}$$

تدريب (15-3): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

يقص الشريط بعد 28 سم

تمارين ومسائل

(1) اذا كان العدد 1 جذراً للمعادلة $\text{س}^2 - 4\text{س} + \text{ج} = 0$ ، جد قيمة ج، ثم

جد الجذر الآخر (إن وُجد).

الحل:

$$\text{ج} = 3$$

(2) حل المعادلة التربيعية الآتية بالتحليل الى العوامل:

$$\text{أ) س}^2 + \text{س} - 20 = 0$$

$$\text{ب) س}^2 + 7\text{س} = 0$$

$$\text{ج) س(س - 1) = 6}$$

الحل:

$$\text{أ) س} = 4, -5$$

(ب) 0 ، 7-

(ج) 3، -2

٣) إذا كان $s + 7$ ، $s - 5$ هما العاملين الأولين للمعادلة التربيعية المرافقة لقاعدة الاقتران التربيعي ق، فاكتب قاعدة ق.

الحل:

$$ق(س) = س^2 + 2س - 35$$

٤) ينوي وليد رسم صورة جدارية مربعة الشكل على سور المدرسة، جد طول ضلعها إذا علمت أن حاصل طرح محيطها من مساحتها يساوي 5.

الحل:

$$طول الضلع = 5$$

٥) سياج معدني طوله 20م يحيط بمبنى مستطيل الشكل مساحته $21م^2$ ، جد ابعاد المبنى.

الحل:

ابعاد المبنى هي 3م، 7م

الدرس 3 - 5 حل المعادلة التربيعية بإكمال المربع

تدريب (3-16): حل المعادلة $س^2 - 8س + 15 = 0$ بطريقة اكمال المربع.

الحل:

$$3، 5$$

تدريب (3-17): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

$$الارتفاع = 8 سم$$

تمارين ومسائل

1) جد جذور المعادلة $(2س - 1)^2 = 25$.

الحل: 2، 3

2) استخدم طريقة اكمال المربع في حل كل من المعادلات التربيعية الآتية:

أ) $س^2 - 4س - 12 = 0$

ب) $س^2 - 2س = 0$

ج) $س^2 - 6س = 7$

د) $س^2 - 2س + 6 = 0$

هـ) $س^2 + 9س = 10$

و) $س^2 - 2س = 16$

الحل:

أ) $-2، 6$

ب) $0، 2/1$

ج) $-1، 7$

د) $-3، 1$

هـ) $1، 9$

و) لا يوجد

3) هل يمكنك الحصول على عددين موجبين، مجموعهما 10، ومجموع مربعيهما 58؟ برر إجابتك.

الحل:

نعم ، العددان 3، 7

4) هل يمكنك ايجاد حلاً حقيقياً للمعادلة $س^2 - 12س + 20 = 0$ ؟ برر إجابتك.

الحل:

لا يمكن إيجاد حل حقيقي، ليس للمعادلة اصفار

الدرس 3 - 6 حل المعادلة التربيعية بالقانون العام

تدريب (3-18): حل المعادلة $2س^2 + 3س + 1 = 0$ باستخدام القانون العام لحل المعادلة التربيعية.

الحل: -1، -2/1

تدريب (3-19): جد قيمة المميز ثم حدد عدد الجذور لكل من المعادلات الآتية:

أ) $س^2 - 9س = 21$

ب) $2س^2 + 11س + 15 = 0$

ج) $9س^2 + 24س + 16 = 0$

الحل:

أ) لا يوجد

ب) -3، -2/5

ج) 1,3333

تدريب (3-20): إذا كان للمعادلة $س^2 - 8س + 4 = 0$ ،

حل واحد فما قيمة (قيم) أ ؟

الحل:

أ $= 1/2$ ، $- 1/2$

تمارين ومسائل

١) جد جذور المعادلة $س^2 - 3س = 10$.

الحل:

-2، 5

٢) استخدم القانون العام لحل كل من المعادلات التربيعية الآتية:

أ) $س^2 - 6س + 5 = 0$

$$\text{ب) } 3 \text{ س}^2 - 4 \text{ س} = 3$$

$$\text{ج) } 3 \text{ س} + 3 \text{ س}^2 = -4$$

الحل:

$$\text{أ) } 1,5$$

$$\text{ب) } 1,869 \text{ ، } -0,535$$

ج) لا يوجد

٣) عددان حقيقيان حاصل ضربهما 77، ويزيد أحدهما على الآخر بمقدار 4،
جد العددين.

الحل:

$$7 \text{ ، } 11$$

٤) هل يمكن إيجاد حلاً حقيقياً للمعادلة $14 \text{ س}^2 - 30 \text{ س} + 0 = 0$ ؟ برر ذلك.

الحل:

يمكن، لأن المميز موجب

٥) جد قيمة المميز ثم حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة فيما يأتي:

$$\text{أ) } \text{س}^2 + \text{س} + 9 = 0$$

$$\text{ب) } 2 \text{ س}^2 + 11 \text{ س} + 6 = 0$$

الحل:

$$\text{أ) } -35$$

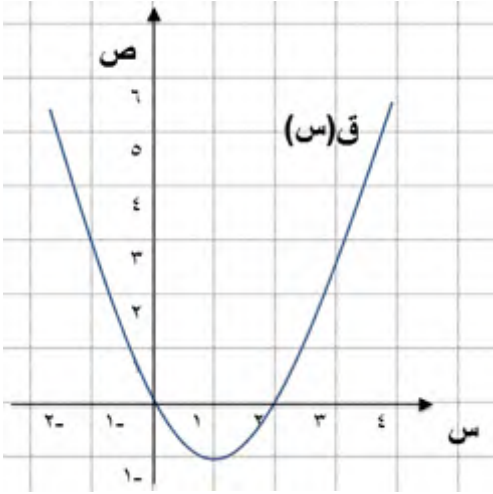
$$\text{ب) } -37$$

7) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

من الصعب حلها بالطرق السابقة ويمكن حلها بالقانون العام

مراجعة



الشكل (17-3)

1) تأمل الشكل 17-3 واجب عن الاسئلة الآتية:

- ما مجال ومدى الاقتران ق؟
- جد قيمة س التي يأخذ عندها الاقتران ق قيمة صغرى.
- جد معادلة محور تماثل الاقتران ق.
- جد احداثيي رأس منحنى الاقتران ق.
- ما اشارة مميز المعادلة المرافقة للاقتران ق.
- جد نقاط تقاطع منحنى ق مع محوري الاحداثيات.
- كم عدد الجذور الحقيقية للمعادلة المرافقة للاقتران ق.

(ح) ما قيمة ق(-1)؟

(ط) ما أصفار الاقتران ق؟

الحل:

(أ) مجال ح والمدى ص $= 1 -$

(ب) 1

(ج) س = 1

(د) (1، 1)

(هـ) موجبة

(و) (0، 0)، (0، 2)

(ز) 2

(ح) ق(-1) = 3

(ط) أصفار الاقتران هي 0، 2

2) اذا كان للاقتران ق صفر وحيد، حيث ق(س) = $س^2 + 6س + 9$ ،

فما قيمة الثابت أ؟

الحل:

$$1 = 1$$

3) اطلق مدفع قذيفة بسرعة ابتدائية مقدارها 19,6 متر/ ثانية من سطح الأرض، فإذا كانت المسافة التي تقطعها القذيفة (ف) بالأمتار بعد (ن) من الثواني معطاه بالعلاقة:

$$ف = -4,9 ن^2 + 19,6 ن$$

أ) جد اقصى ارتفاع تصل اليه القذيفة من سطح الارض.

ب) متى تصل القذيفة الى سطح الارض؟

الحل:

أ) اقصى ارتفاع تصل اليه القذيفة من سطح الارض = 19,6 م

ب) تصل القذيفة الى سطح الارض بعد 4 ثواني

4) حل المعادلات الآتية:

$$أ) (س + 5)^2 = 49$$

$$ب) 3 - س^2 = 2 س$$

$$ج) س^2 + 6 س + 7 = 0$$

$$د) 4 س^2 + 12 = 16 س$$

$$هـ) 20 = 12 س - 2 س^2$$

الحل:

$$أ) -12، 2$$

$$ب) -3، 1$$

$$ج) -1,586، -4,414$$

$$د) 1، 3$$

$$هـ) 1,359، -7,359$$

(5) أقيم سياج طوله 400 محول قطعة ارض مستطيلة الشكل وتقع على ضفة نهر مستقيم، فإذا لم تسيج الواجهة الواقعة على ضفة النهر، فجد ابعاد قطعة الارض بحيث يكون مساحتها أكبر ما يمكن.

الحل:

100، 200

اختبار ذاتي

(يتكون هذا السؤال من 9 فقرات من نوع الاختيار من متعدد ولكل منها أربعة بدائل واحد منها يمثل الاجابة الصحيحة، اختر رمز الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات الآتية:

(1) احد الاقترانات الآتية ليس تربيعياً:

(أ) ق: ق (س) $2 = 2^3 - 2$ س + 2
(ب) ل: ل (س) $2 = 2^2 - 2$ س + 2
(ج) هـ: هـ (س) $10 = 2^2$ س
(د) و: و (س) $4 = 8 - 2$ س - 2

(2) معادلة محور التماثل للاقتران التربيعي ق: ق (س) $2 = 2$ هي:

(أ) س = 1 (ب) س = 0 (ج) س = 2 (د) س = -2

(3) الاحداثي السيني لنقطة الرأس للاقتران التربيعي ل: ل (س) $2 = 2^2 - 2$ س هو:

(أ) س = 2/1 (ب) س = 0 (ج) س = 2 (د) س = -2/1

(4) مجال الاقتران التربيعي ق: ق (س) $2 = (1 - 2)$ يساوي:

(أ) ف (ب) مجموعة الاعداد الحقيقية
(ج) مجموعة الاعداد الصحيحة (د) مجموعة الاعداد الصحيحة الموجبة

(5) يقطع الاقتران التربيعي ق: ق (س) $3 = 2$ س - 2 محور الصادات في النقطة:

(أ) (3، 0) (ب) (0، 3) (ج) (1، -3) (د) (0، 0)

(6) اذا كان احداثيا رأس منحنى الاقتران التربيعي ق المفتوح للأسفل هما (1، 3)، فإن مدى الاقتران ق هو:

(أ) س جمس - 3 (ب) س جمس - 3 (ج) ص جمس 1 (د) ص جمس 1

(7) مجموعة حل المعادلة $س^2 + 2 = 3س$ هي:
 (أ) 1، 2 (ب) 2، -1 (ج) -1، -2 (د) ف

(8) مميز المعادلة التربيعية المرافقة للاقتان ق: ق(س) = $س^2 - 1س - 2$ يساوي:

(أ) مم = 3 (ب) مم = 4 (ج) مم = 5 (د) مم = 5

(9) النهاية الصغرى للاقتان التربيعي ق: ق(س) = $س^2 - 2س + 9$ تساوي:

(أ) صفر (ب) 1 (ج) 11 (د) 8

الحل:

الفقرة	رمز الإجابة الصحيحة
1	أ
2	ب
3	أ
4	ب
5	د
6	د
7	أ
8	د
9	د

(جد قيم ج التي تجعل الاقتان ق: ق(س) = $س^2 + 4س + ج$ ليس له جذور حقيقية؟

الحل:

ج < 4

(3) جد حل المعادلات التربيعية الآتية إن وجد:

(أ) $س^2 - 2س = 24$

(ب) $س(س + 2) = 4$

(ج) $س^2 + 6س = 0$

$$(د) -10 = س - 3 (س)$$

$$(هـ) س^2 - 4س - 5 = 0$$

الحل:

أ) {4، 6} ب) {3، 0} ج) {3، 0} د) {2، 5} هـ) {1، 5}
(4) جد ابعاد المستطيل الذي محيطه 68 سم، وطول قطره 26 سم.

الحل:

$$2س + 2ص = 68، ومنه ص = (34 - س)$$

$$\text{وباستخدام نظرية فيثاغورس، } (26)^2 = ص^2 + س^2$$

$$676 = 2س + 2(س - 34)$$

$$س - 2 = 34 + 240 = 0$$

وباستخدام القانون العام لحل هذه المعادلة

$$\text{أبعاد المستطيل } = 10، 24$$

٦) إذا علمت أن منحنى الاقتران التربيعي ق يقطع محور السينات

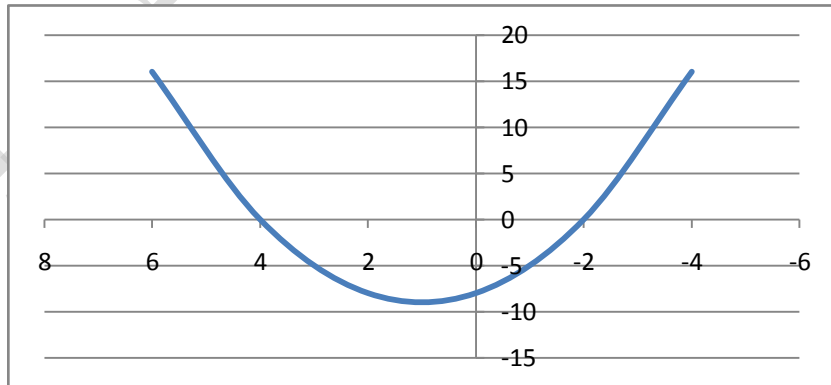
عندما س = -2، س = 4، ويمر بالنقطة (0، -8). جد قاعدة الاقتران ق، ثم

ارسم منحناه مستخدماً برنامج اكسل.

الحل:

$$(س + 2)(س - 4) = س^2 - 2س - 8$$

ومنه، ق(س) = $س^2 - 2س - 8$ ، وباستخدام برنامج اكسل نرسم المنحنى



الدرس 1-2 الفترات

تدريب (1-2):

أ) عبر عن كل من المجموعات الآتية باستعمال رمز الفترة، ثم احسب طولها.

$$د = \{س: 11 > س \geq 20، س \ni ح\} = [20، 11) \text{ وطولها } = 20 - 11 = 9$$

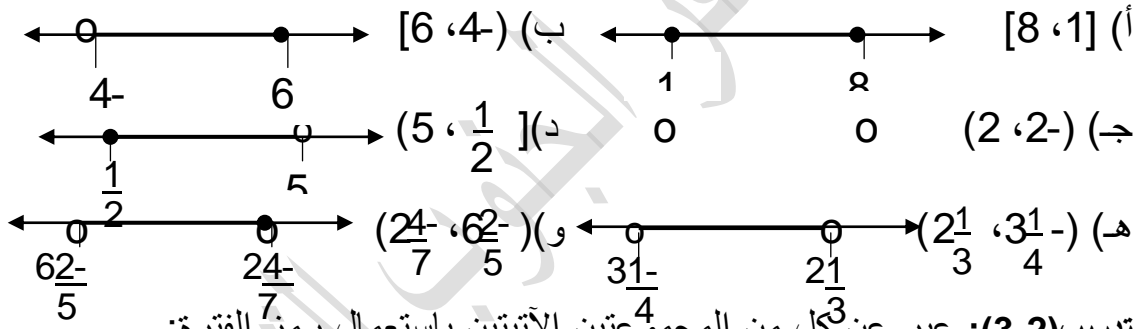
$$و = \{س: 10 > س > 2، س \ni ح\} = (-10، 2) \text{ وطولها } = 2 - (-10) = 12$$

ب) عبر عن كل فترة مما يلي بذكر الصفة المميزة لها.

$$(1) [4.5، 5) = \{س: 4.5 \leq س < 5، س \ni ح\}$$

$$(2) (-3.5، 1) = \{س: -3.5 < س \leq 1، س \ni ح\}$$

تدريب (2-2): مثل الفترات الآتية على خط الأعداد.

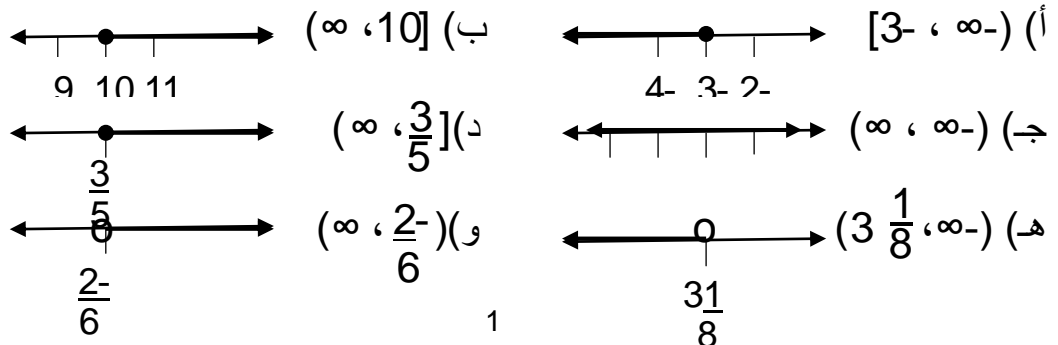


تدريب (3-2): عبر عن كل من المجموعتين الآتيتين باستعمال رمز الفترة:

$$ف_1 = \{س: 0 \leq س، س \ni ح\} = [0، \infty)$$

$$ف_2 = \{س: 4 > س، س \ni ح\} = (-\infty، 4)$$

تدريب (4-2): مثل الفترات الآتية على خط الأعداد.



إجابات التمارين والمسائل

1) إذا كان s عدداً حقيقياً، فعبر عن المجموعات الآتية باستعمال رمز الفترة واحسب طول كل منها إن أمكن:

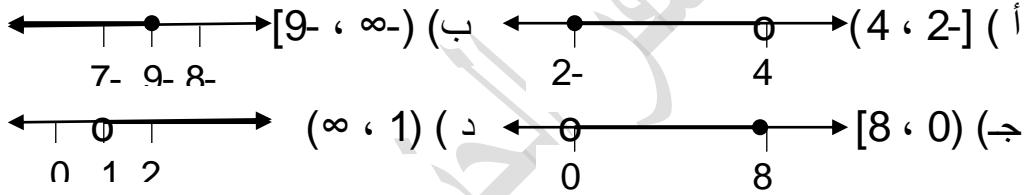
أ) $f_1 = \{s: 8 \geq s \geq 2\} = [2, 8]$ وطولها $= 8 - 2 = 6$

ب) $f_2 = \{s: 4 > s > 0\} = (0, 4)$ وطولها $= 4 - 0 = 4$

ج) $f_3 = \{s: s \geq 3\} = [3, \infty)$ لا يمكن حساب طولها

د) $f_4 = \{s: s < 1\} = (-\infty, 1)$ لا يمكن حساب طولها

2) مثل الفترات الآتية على خط الأعداد:



3) عبر عن الفترات الآتية بذكر الصفة المميزة لها:

أ) $[3, 5] = \{s: 3 \leq s \leq 5\}$

ب) $(0, 4) = \{s: 0 < s < 4\}$

ج) $(-\infty, 6] = \{s: s \leq 6\}$

د) $(4, \infty) = \{s: s > 4\}$

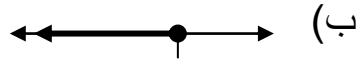
4) إذا كان طول فترة ما يساوي (5) فاكتب مثلاً على أنواع الفترات الآتية:

أ) فترة مغلقة $[1, 4]$

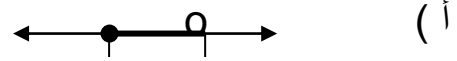
ب) فترة مفتوحة $(3, 8)$

ج) فترة نصف مغلقة = $[-6, 1)$

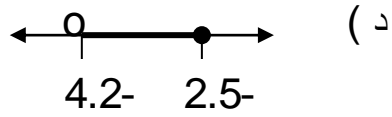
5) اكتب الفترة التي تُمثل مجموعة الأعداد المبينة على خط الأعداد فيما يأتي:



$6\frac{3}{4}$
ف₂ = $[-6\frac{3}{4}, \infty)$



ف₁ = $(1, 8]$



ف₄ = $(-2.5, -4.2]$



ف₃ = $(-7, \infty)$

الدرس 2-2 المتباينات وخصائصها

تدريب (2-5): إذا كانت أعمار طلاب في مدرسة ما تتراوح ما بين 6 و18 سنة، اكتب متباينتين تمثلان هذه المسألة ثم اكتبهما على صورة متباينة مركبة.

الحل: $6 < \text{س} < 18 \leftarrow 6 > \text{س} > 18$

تدريب (2-6): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل: $6 > \text{س} > 9$

تدريب (2-7): اكتب المتباينة الناتجة عن كل مما يأتي:

أ) قسمة طرفي المتباينة $24 \geq 12$ على العدد (6) $4 \leq 2$

ب) طرح العدد (10) من طرفي المتباينة $9 > 5$ $1 > 5$

ج) ضرب العدد (3) في طرفي المتباينة $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$ $1 > \frac{6}{5}$

تدريب (2-8): اعط ثلاثة أمثلة على كل خاصية من خواص المتباينات الآتية

إذا كان أ ، ب ، ج \exists ح ، وكان:

أ) $0 < \text{أ} \leq \text{ب}$ ، أو $\text{أ} \geq \text{ب} > \text{صفر}$ ، فإن $\frac{1}{\text{أ}} \leq \frac{1}{\text{ب}}$

ب) $\text{أ} \geq \text{ب}$ ، $\text{ب} \geq \text{ج}$ ، فإن $\text{أ} \geq \text{ج}$

ج) $\text{أ} \text{ ب} > \text{صفر}$ ، فإن أ ، ب لهما إشارتان مختلفتان وبالعكس.

الحل: أ) إذا كان $0 < 2 \leq 7$ ، فإن $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{2}$

ب) إذا كان $3 \geq 0$ ، $0 \geq 5$ ، فإن $3 \geq 5$

ج) إذا كان $6 > \text{صفر}$ ، فإن $6 = \text{عدد سالب} \times \text{عدد موجب}$

وبالتالي يكون أ \times ب عدد سالب.

إجابات التمارين والمسائل

(1) اجمع العدد 8 إلى كل من طرفي المتباينات الآتية، واكتب المتباينة الناتجة:

$$(أ) 4 < 5 \leftarrow 13 > 4 \quad (ب) 9 > 3 \leftarrow 11 < 17 \quad (ج) 8 > 2 \leftarrow 6 > 0$$

(2) اطرح العدد 3 من كل من طرفي المتباينات الآتية، واكتب المتباينة الناتجة:

$$(أ) 6 < 18 \leftarrow 3 < 15 \quad (ب) 3 > 2 \leftarrow 6 > 1 \quad (ج) 4 > 6 \leftarrow 7 > 9$$

(3) اضرب كلاً من طرفي المتباينات الآتية في العدد 4، واكتب المتباينة الناتجة:

$$(أ) 3 < 8 \leftarrow 32 > 12 \quad (ب) 7 < 3.5 \leftarrow 14 > 28 \quad (ج) 7 > 3 \leftarrow 28 < 12$$

(4) اقسم كلاً من طرفي المتباينات الآتية على العدد 2، واكتب المتباينة الناتجة:

$$(أ) 4 < 7 \leftarrow 2 < 3.5 \quad (ب) 3 > 1 \leftarrow 0.5 > 1.5 \quad (ج) 5 > 0 \leftarrow 2.5 > 0$$

(5) إذا علمت أن درجات الحرارة في فصل الشتاء في مدينة عجلون قد تراوحت خلال أحد الأعوام بين 2^- ، 10 درجة سيلسيوس، وأن درجات الحرارة خلال شتاء العام التالي، كانت أقل بدرجتين سيلسيوس، اكتب متباينة بتبين ت درجة حرارة في العامين؟

$$\text{الحل: } -2 - 10 > 2 \leftarrow 8 > 4$$

(6) إذا كان أقل راتب شهري للمهندسين العاملين في إحدى الشركات هو 500 دينار، وأكبر راتب 900 دينار، وقد قررت الشركة إعطاء كل مهندس علاوة شهرية بنسبة 12% من راتبه، اكتب متباينة بتبين الراتب قبل العلاوة وبعدها.

$$\text{الحل: الراتب قبل العلاوة } = 500 + 12\% \times 500 = 560$$

$$\text{الراتب بعد العلاوة } = 900 + 12\% \times 900 = 1080$$

المتباينة هي: $560 > 1080$ حيث س تمثل راتب الموظف

الدرس 2-3 المتباينات الخطية بمتغير واحد

تدريب (2-9): أي من المتباينات الآتية متباينة خطية بمتغير واحد؟

أ (ص $6 \geq 2$) (×) ب $2س + 3 < 8$ صفر (×)

ج $س + 2 \leq 15$ (×) د $5س - 3 > 7$ (✓)

تدريب (2-10): أي من الأعداد 1 ، 5 ، 6 هو حلاً للمتباينة $س - 2 < 8$ ؟

الحل: $س = 6$

تدريب (2-11): مثل على خط الأعداد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:

أ $س \leq 2$

ب $س > 21$

ج $س - 2 \geq 12$

تدريب (2-12): جد مجموعة حل المتباينات الآتية:

أ $س - 2 > 4 \leftarrow س + 4 > 2 \leftarrow س > 6 \leftarrow$ مجموعة الحل $= (-\infty, 6)$

ب $س \geq 2 \leftarrow س \geq \frac{6}{7} \leftarrow س \geq \frac{3}{7} \leftarrow$ مجموعة الحل $= (-\infty, \frac{3}{7}]$

ج $س - 3 \leq 4 \leftarrow س + 2 \leq 9 \leftarrow س \leq 6 \leftarrow س \geq 1 \leftarrow$ مجموعة الحل $= (-\infty, 1]$

تدريب (2-13): حصلت مريم في مبحث الرياضيات على العلامة (85). وحتى

ترفع معدلها العام عليها أن تحصل في مبحث اللغة العربية على علامة

تزيد (12 علامة) عن علامة الرياضيات على الأقل. فما هي أقل علامة

تحصل عليها في مبحث اللغة العربية؟

الحل: $س \leq 85 + 12 \leftarrow س \leq 97$

إجابات التمارين والمسائل

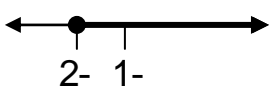
(1) أي المتباينات الخطية الآتية بمتغير واحد؟

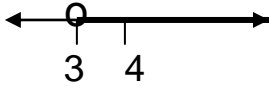
أ ($2س + 4 < \text{صفر}$) (✓) ب ($3س + 5 > 7$) (×)

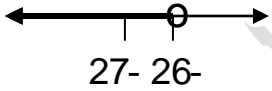
ج ($5 - 2ص \geq 7$) (✓) د ($س^2 + 4 \leq س$) (×)

(2) حل المتباينات الآتية ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد:

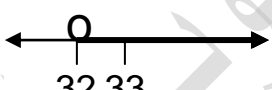
أ ($3س \geq 15 \leftarrow س \geq 5$)

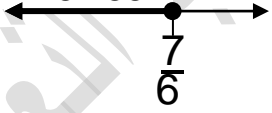

ب ($3س - 2 \leq 2س + 5 \leftarrow س \leq 7$)


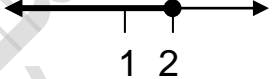
ج ($2.3س + 4.2 < 11.1 \leftarrow س < 3$)


د ($4س + 5 > 3س - 8 \leftarrow س > -26$)


هـ ($س - 5 \leq -12 \leftarrow س \leq -7$)


و ($س - 27 < 5 \leftarrow س < 32$)


ز ($\frac{3}{4}س \geq \frac{7}{8} \leftarrow س \geq \frac{7}{6}$)


ح ($\frac{2}{15} - \frac{2}{3}س \geq \frac{2}{5} \leftarrow س \geq 2$)


(3) تريد إحدى الشركات التعاقد مع فنيين، وهذه الشركة تمنح راتباً شهرياً للفني

مقداره (350) ديناراً، بالإضافة إلى (10) دنانير عن كل سنة خبرة، بحيث لا

يزيد الراتب عن (450) ديناراً، فإذا أراد فني لديه خبرة (س) من السنوات

التعاقد مع هذه الشركة، فاكتب المتباينة التي تبين حدود راتبه عند التعاقد مع

الشركة، واستخدم ذلك للإجابة عن الآتي:

أ (هل هنال فرق بين راتب فني لديه خبرة (7) سنوات ، وفني لديه خبرة (9)

سنوات؟ ولماذا؟

الحل: لا يوجد فرق لأن راتب كل منهما لا يزيد عن 450 دينار

$$\text{راتب الأول } 450 > 420 = 70 + 350$$

$$\text{راتب الثاني } 450 > 440 = 90 + 350$$

(ب) كم يكون راتب فني خبرته 17 سنة؟

$$\text{الحل: } 520 = 170 + 350 \text{ دينار}$$

(4) اشترى تاجر عدداً من علب الحلوى بمبلغ 212 ديناراً، فإذا علمت انع يبيع العلبة الواحدة بمبلغ 5 دنانير، ما أقل عدد من العلب يجب أن يبيعها حتى يُحقق ربحاً؟

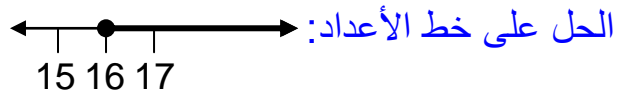
$$\text{الحل: } 43 \leq \text{علبة حلوى}$$

(5) عبر عن الموقف الآتي بمتباينة خطية بمتغير واحد ثم حلها، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد:

"عدنان صحيحان فرديان متتاليان مجموعهما أكبر من أو يساوي 68".

$$\text{المتباينة: } 68 \leq (2س + 1) + (2س + 3)$$

$$\text{الحل: } 4س + 4 \leq 68 \leftarrow س \leq 16$$



(6) أراد شخص استثمار مبلغ 20000 دينار في مشروعين تجاريين معاً، يدر أحدهما ربحاً سنوياً بمعدل 6% ، ويدر الثاني ربحاً سنوياً بمعدل 8% ، ما أكبر مبلغ يجب استثماره في المشروع الأول، بحيث يستثمر بقية المبلغ في المشروع الثاني، ليكون إجمالي الربح من المشروعين على الأقل 1500 دينار سنوياً؟

$$\text{المتباينة: } 6 \text{ مئة} \times س + 8 \text{ مئة} \times (20000 - س) \leq 1500$$

الحل: س ≤ 5000 دينار

7) يُقدم متعهد بناء عرضين على العمال مقابل حفر أساسات لإحدى العمارات التي يقوم بتنفيذها: الأول: تقاضي (20) ديناراً مقابل العمل بالإضافة إلى 0.3 من الدينار لكل ساعة عمل، والثاني: تقاضي 0.7 من الدينار لكل ساعة عمل .
ما أقل عدد من الساعات التي تجعل الأجرة التي يحصل عليها العامل وفق العرض الثاني أكبر من الأجرة التي يحصل عليها وفق العرض الأول؟

المتباينة: $20 + 0,3 \text{ س} > 0,7 \text{ س}$

الحل: س < 50 ساعة عمل

الدرس 2-4 المتباينات المركبة بمتغير واحد

تدريب (2-14): جد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:

أ) $4 > \text{س} - 5 > 10 \leftarrow \text{س} = (9, 15)$

ب) $5 \leq 2\text{س} + 1 \leq 3 - \leftarrow \text{س} = [-2, 2]$

ج) $0 < 3 - \text{س} \geq 9 \leftarrow \text{س} = [-6, 3)$

تدريب (2-15): حل المتباينة $1.8 \leq 2.5 \text{ س} - 1.2 < 1.8$

الحل: س $= (2, 4)$

تدريب (2-16): جد مجموعة حل المتباينة: $1 - 4 > \text{س} - 7 > 1$

الحل: س $= (1, 5)$

تدريب (2-17): جد مجموعة حل المتباينة: $2 + \text{س} > 4 + 5 > 3 - \text{س}$

الحل: س $= (-1, 75)$

إجابات التمارين والمسائل

(1) حل المتباينات الآتية:

أ) $4 > س + 2 > 5 \leftarrow س = (2, 3)$

ب) صفر $2 \leq س - 3 \leq 11 \leftarrow س = \emptyset$

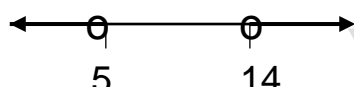
ج) $5 - 4 < س + 3 \leq 5 \leftarrow س = \emptyset$

د) $1 \geq 8 - 2س > 10 \leftarrow س = (-1, 3, 5]$

هـ) $8 > 3 - 5س > 8 \leftarrow س = \emptyset$

و) $2 < 9 - 4س < 9 \leftarrow س = (1, 75, 2, 75)$

(2) مثل مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:



أ) $2س + 10 > 3س - 4 > 2س + 1$



ب) $3س < 6س + 7 < 3س - 3$



ج) $0.9 \leq س + 1.8 \leq 0.9$



د) $5 > 2س - 5 \geq 5$

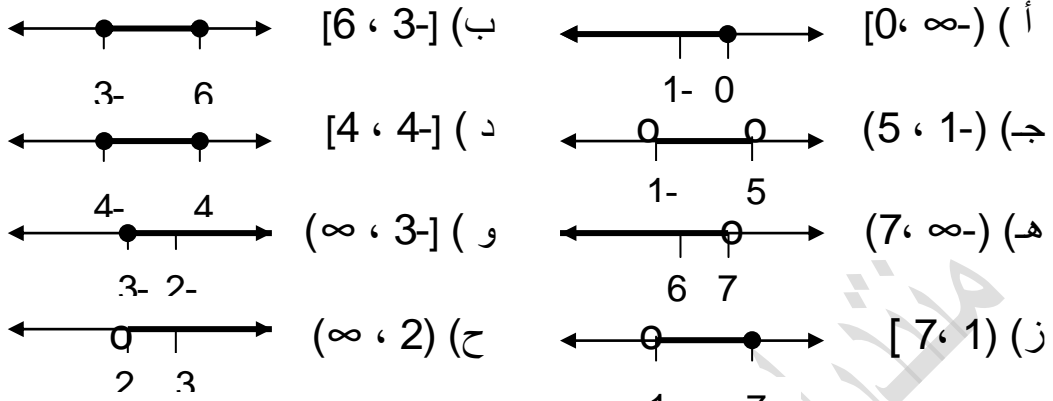
(3) أعلن أحد تجار الجملة عن حاجته لموزع بضائع، وقدم له عرضين: العرض الأول: راتب شهري مقداره 250 ديناراً مع عمولة 3% من إجمالي المبيعات. والعرض الثاني: راتب شهري مقداره 300 ديناراً مع عمولة 5% من المبيعات التي تزيد عن 3000 دينار. جد إجمالي المبيعات الذي يجعل العرض الأول أفضل من العرض الثاني، إذا كان إجمالي المبيعات يزيد عن 4000 دينار دائماً؟

المتباينة: $250 + 3\% س < 300 + 5\% (س - 3000)$

الحل: $س > 5000$ دينار

مراجعة

(1) مثل الفترات الآتية على خط الأعداد:



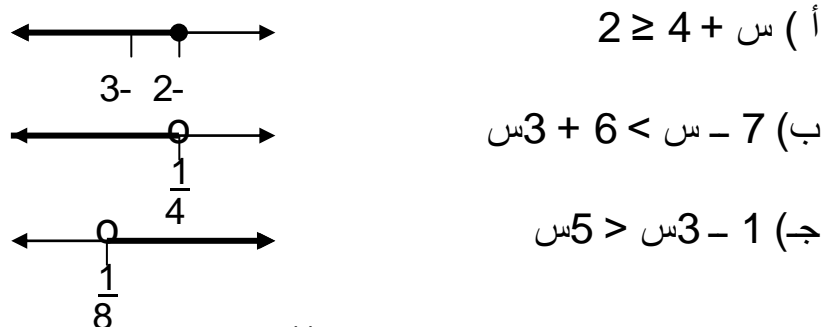
(2) جد طول كل من الفترات الآتية، إن أمكن:

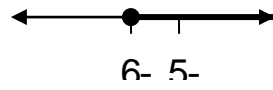
- (أ) $(∞, 2-]$ لا يمكن حساب الطول (ب) $[12, 5)$ الطول $= 5 - 12 = -7$
- (ج) $(1-, 6-)$ الطول $= -1 - (-6) = 5$ (د) $(0, 3-]$ الطول $= -3 - 0 = -3$
- (هـ) $[10, 2-]$ الطول $= -10 - (-2) = -12$ (و) $(4, ∞-)$ لا يمكن حساب الطول

(3) أي من المتباينات الآتية خطية بمتغير واحد وأيها غير ذلك؟ ولماذا؟

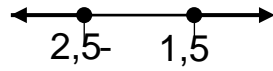
- (أ) $3س - 2 ≤ 5 - 4س$ (✓) لأن $س^1$ (ب) $س + 4 > 2$ (×) لوجود متغيرين
- (ج) $س^2 + 2س ≥ 6$ (×) لوجود $س^2$ (د) $3 < \frac{1}{س} + \frac{1}{س}$ (×) لوجود متغيرين
- (هـ) $27 + س^2 ≤ 3س^3$ (×) لوجود $س^3$ (و) $5 - 12 ≥ 4س$ (✓) لأن $س^1$

(4) مثل مجموعة حل كل من المتباينات الآتية:

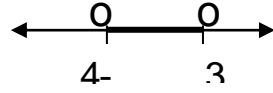




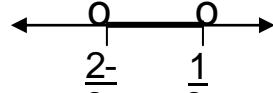
د) $10 \leq 5 + 8 - 7$



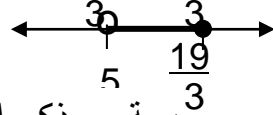
هـ) $2 \geq 4 + 1 - 4$



و) $21 > 3 + 6 - 21$



ز) $6.7 > 4 + 8.1 - 1.4$



ح) $8.5 \geq 1 - 1.5 + 6.5$

5) أي من العبارات الآتية صحيحة وأيها غير صحيحة مع ذكر السبب؟

ب) يوجد عدد حقيقي بحيث $2 > 3 > 3$ (✓)

أ) $4 > 2$ (×)

د) $\frac{1}{a} > a$ لكل أ عدد حقيقي غير الصفر (✓)

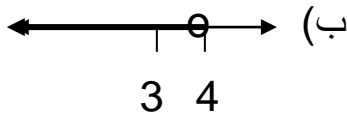
ج) $2 \geq 3 > 5$ (×)

6) ممثل شركة مبيعات عرض عليه راتب سنوي قدره 4200 دينار، بالإضافة إلى عمولة قدرها 2% من إجمالي المبيعات السنوية التي تزيد عن 10000 دينار، أو أن يأخذ ما قيمته 10% من إجمالي المبيعات. ما أقل قيمة للمبيعات التي تجعل العرض الثاني أفضل من العرض الأول؟

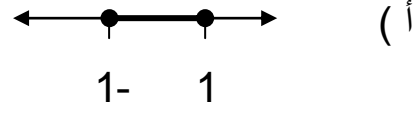
المتباينة: $10\% \text{ س } < 4200 + 2\% \text{ (س - 10000)}$

الحل: س < 50000 دينار

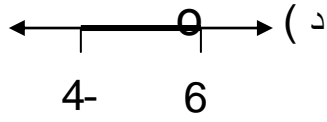
7) اكتب المتباينات التي مثلت مجموعة حلها على خط الأعداد كالاتي:



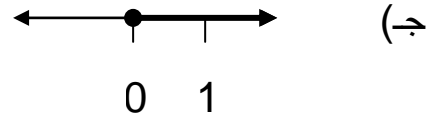
س > 4



1- ≤ س ≤ 1



$$4 < s \leq 6$$



$$0 \leq s < 1$$

اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من 5 فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح لكل منها:

(1) أي من الأعداد الآتية ينتمي لمجموعة حل المتباينة $3s > 4 - s$ ؟

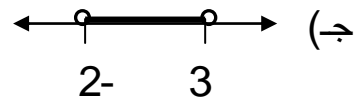
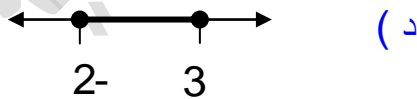
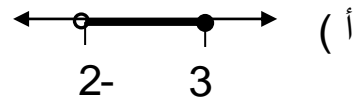
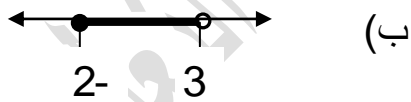
- أ (3) ب (2) ج (1) د (0)

(2) الفترة $[-2, 4]$ ، هي مجموعة الحل للمتباينة:

أ $5 < s + 1 < -1$ ب $5 \leq s + 1 \leq -1$

ج $5 \leq s + 1 < -1$ د $5 < s + 1 \leq -1$

(3) أي الآتي يُمثل مجموعة حل المتباينة $2 \geq s \geq 3$ ؟



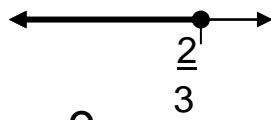
(4) طول الفترة $[3, 5]$ يساوي:

- أ (8) ب (8) ج (2) د (2)

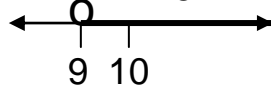
(5) أي من الفترات الآتية هي مجموعة حل المتباينة $7 < 2 - س$ ؟

- أ ($(-\infty, 9)$) ب ($[-9, \infty)$) ج ($(-\infty, 9)$) د ($[-9, \infty)$)

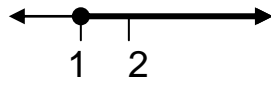
(2) مثل مجموعة حل كلاً من المتباينات الآتية على خط الأعداد:



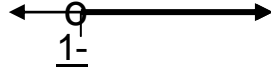
أ ($3س + 4 ≥ 6$)



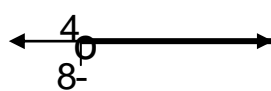
ب ($3س - 4 < 5 + 2س$)



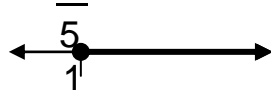
ج ($2س ≤ 1 + س$)



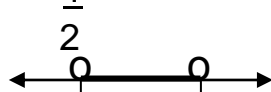
د ($2 > 4س - 1$)



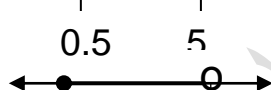
هـ ($9 > 5س - 1$)



و ($4 ≤ 3 + 2س$)



ز ($17.5 > 5 + 2.5س > 6.25$)



ح ($1.5 - 9س ≥ 4.8 + 2.7س > 6 - 5.4س$)



ط ($1 - 5س ≤ 6 - 3س < 1$)



ي ($2 - 7س > 1 - 3س$)

(3) جد مجموعة الحل للمتباينات الآتية، ثم اكتبها بذكر الصفة المميزة لها:

أ ($5.2س + 0.2 ≤ 2.8 ← س ≤ 0.5 = \{س: س ≤ 0.5, س ≥ 0\}$)

ب ($1 - 0.4س > 1 ← س < 5 = \{س: س < 5, س ≥ 0\}$)

ج ($0.2س - 3 ≥ 3.5 ← س ≥ 32.5 = \{س: س ≥ 32.5, س ≥ 0\}$)

د ($2.8 + 7س < 6س - 1.2 ← س < 4 = \{س: س < 4, س ≥ 0\}$)

4) ثمن تذكرة الدخول لمدينة الألعاب الترويحية (3) دنانير، وثمن تذكرة كل لعبة من الألعاب (75) قرشاً، فلذا ذهبت إلى مدينة الألعاب ومعك 15 ديناراً، فما أكبر عدد من الألعاب يمكن ان تلعبها؟

$$\text{المتباينة: } 3 + 0,75s \geq 15$$

$$\text{الحل: } s \geq 16$$

5) مثلث طول قاعدته (28) سم ، وارتفاعه (ع)سم، جد قيمة ع لتكون مساحة المثلث (574) سم² على الأكثر.

$$\text{المتباينة: } 28 \times \frac{1}{2} e \geq 574$$

$$\text{الحل: } e \geq 41$$

6) اشترك محمد وأحمد في مسابقة للركض وقطعا مسافة (2) كم حول مضمار رياضي، وفاز أحمد بالسباق. فإذا كان الزمن الذي استغرقه محمد في السباق (4) دقائق، اكتب المتباينة التي تصف معدل سرعة أحمد.

$$\text{المتباينة: } s < 500 \text{ متر / دقيقة}$$

تهيئة

1) اكتب جميع النواتج الممكنة لكل من التجارب الآتية:

أ) إلقاء قطعة نقد، وتسجيل الوجه الظاهر.

الحل:

{ص، ك}

ب) إلقاء حجر نرد، وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجه العلوي.

الحل:

{1، 2، 3، 4، 5، 6}

ج) سحب بطاقة من صندوق يحتوي 5 بطاقات مرقمة من 1 إلى 5 ، وتسجيل الرقم المكتوب على البطاقة.

الحل:

{1، 2، 3، 4، 5}

د) سحب كرة من صندوق يحتوي (8) كرات حمراء، و(6) كرات بيضاء، وتسجيل لون الكرة المسحوبة.

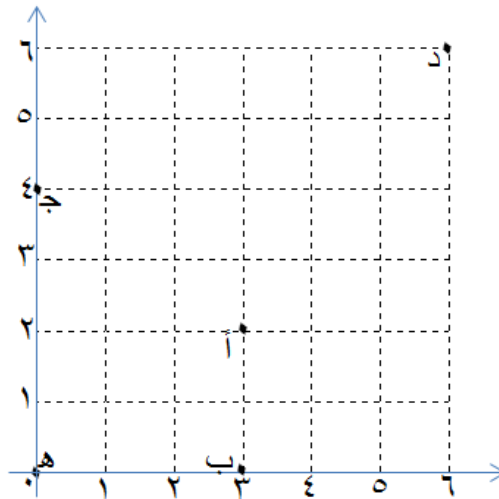
الحل:

{حمراء، بيضاء}

2) عين النقاط الآتية في المستوى الاحداثي:

أ) (2،3) ب) (0،3) ج) (4،0) د) (6،6) هـ) (0،0)

الحل:



3) إذا كانت $S = \{5, 6, 7, 8\}$ ، $V = \{3, 4, 5, 6\}$ ، فجد كلا مما يأتي ومثل الناتج بأشكال (فن).

أ) $S \cup V$ ب) $S \cap V$ ج) $S - V$ د) $V - S$
ومثل كل ناتج بأشكال (فن).

الحل:

$$A) S \cup V = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B) S \cap V = \{5, 6\}$$

$$C) S - V = \{7, 8\}$$

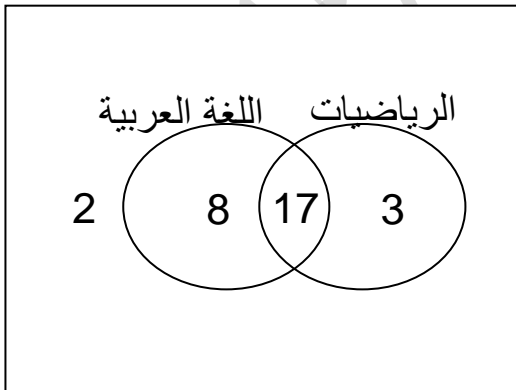
$$D) V - S = \{3, 4\}$$

4) إذا كان معدل نوم أحمد، (8) ساعات يومياً، فما نسبة ما ينامه من اليوم بأبسط صورة؟

الحل:

$$= \frac{1}{3} = \frac{8}{24}$$

5) صف فيه 30 طالباً، نجح منهم في امتحان الرياضيات 20 طالباً، وفي امتحان اللغة العربية 25 طالباً، وفي الامتحانين معاً 17 طالباً.
مثل معطيات السؤال بأشكال (فن) وجد:
أ) عدد الطلبة الذين نجحوا في الرياضيات فقط.
ب) عدد الطلبة الذين نجحوا في اللغة العربية فقط.
ج) عدد الطلبة الذين لم ينجحوا في المادتين معاً.



الحل:

أ) عدد الطلبة الذين نجحوا في الرياضيات فقط = 2

ب) عدد الطلبة الذين نجحوا في اللغة العربية فقط = 8

ج) عدد الطلبة الذين لم ينجحوا في المادتين معاً = 2

6) إذا كانت المجموعة $S = \{1, 3, 7, 9\}$ ، والمجموعة $V = \{أ, ب, ج\}$ فجد: أ) حاصل الضرب الديكارتي لكل مما يأتي:

$S \times V$ $S \times S$ $S \times S$

الحل:

$S \times V = \{(أ, 1), (ب, 1), (ج, 1), (أ, 3), (ب, 3), (ج, 3), (أ, 7), (ب, 7), (ج, 7)\}$

$S \times S = \{(أ, 1), (أ, 3), (أ, 7), (ب, 1), (ب, 3), (ب, 7), (ج, 1), (ج, 3), (ج, 7)\}$

$V \times S = \{(أ, 1), (أ, 3), (أ, 7), (ب, 1), (ب, 3), (ب, 7), (ج, 1), (ج, 3), (ج, 7)\}$

$V \times V = \{(أ, أ), (أ, ب), (أ, ج), (ب, أ), (ب, ب), (ب, ج), (ج, أ), (ج, ب), (ج, ج)\}$

$S \times S = \{(1, 1), (1, 3), (1, 7), (3, 1), (3, 3), (3, 7), (7, 1), (7, 3), (7, 7), (9, 1), (9, 3), (9, 7)\}$

$S \times S = \{(1, 1), (1, 3), (1, 7), (3, 1), (3, 3), (3, 7), (7, 1), (7, 3), (7, 7), (9, 1), (9, 3), (9, 7)\}$

$S \times S = \{(1, 1), (1, 3), (1, 7), (3, 1), (3, 3), (3, 7), (7, 1), (7, 3), (7, 7), (9, 1), (9, 3), (9, 7)\}$

ب) ما عدد عناصر كل من:

المجموعة S ، المجموعة V ، المجموعة $S \times V$ ،

المجموعة $V \times S$ ، المجموعة $S \times S$ ، ماذا تلاحظ؟

الحل: $E(S) = 4$ ، $E(V) = 3$ ، $E(S \times V) = 12$ ، $E(S \times S) = 16$

تلاحظ أن $E(S \times V) = E(S) \times E(V)$ وهكذا

الدرس (4-1): مبدأ العد

تدريب (4-1): لتكن $V = \{2, 4, 6, 8\}$ ، كم عدداً من منزلتين مختلفتين أصغر

يمكن تكوينه من أرقام المجموعة V ؟

الحل:

عدد طرق اختيار منزلة العشرات يساوي 4

عدد طرق اختيار منزلة الأحاد يساوي 3

وعليه فإن عدد الأعداد التي يمكن تكوينها يساوي $3 \times 4 = 12$

تدريب (2-4): أرادت آية شراء حاسوباً محمولاً من محل لبيع أجهزة الحاسوب يحتوي (5) أنواع مختلفة، بكم طريقة يمكن أن تختار نوع الحاسوب؟ وإذا كان في المحل (4) أحجام مختلفة لكل نوع، كم طريقة تستطيع أن تختار حاسوبها المحمول؟

الحل:

تختار آية جهاز الحاسوب بـ 5 طرق من حيث النوع.

بينما تختار حاسوبها من حيث النوع والحجم بـ $5 \times 4 = 15$ طريقة.

تدريب (3-4): بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب للرئيس للبرلمان المدرسي من أعضاء البرلمان البالغ عددهم 20 عضواً؟

الحل:

عدد طرق اختيار رئيس = 20

عدد طرق اختيار نائب الرئيس = 19

عدد طرق اختيار رئيس ونائب للرئيس للبرلمان المدرسي = $20 \times 19 = 380$ طريقة.

فكر وناقش:

هل تستطيع تطبيق مبدأ العد على الآتي:

يحتوي أحد الرفوف في المكتبة 8 كتب عربية، و 4 كتب إنجليزية، و 5 كتب فرنسية،
بكم طريقة يمكن لشهد أن تختار ثلاثة كتب أحدها بالعربية والثاني بالإنجليزية
والثالث بالفرنسية؟

الحل:

عدد طرق اختيار كتاب بالعربية = 8

عدد طرق اختيار كتاب بالإنجليزية = 4

عدد طرق اختيار كتاب بالفرنسية = 5

عدد طرق اختيار ثلاثة كتب أحدها بالعربية والثاني بالإنجليزية والثالث بالفرنسية =
 $160 = 5 \times 4 \times 8$ طريقة

إجابات التمارين والمسائل

(١) كم كلمة من حرفين مختلفين يمكن تكوينها من المجموعة
{ م، ن، ل، ع }، بغض النظر عن معنى الكلمة؟

الحل:

عدد طرق اختيار الحرف الأول = 4

عدد طرق اختيار الحرف الثاني = 3

عدد طرق اختيار كلمة من حرفين مختلفين $= 3 \times 4 = 12$ طريقة

(٢) تنتج شركة للألبان نوعين من الحليب (كامل الدسم، قليل الدسم)، من
خلال ثلاث أحجام من العبوات (صغير، وسط، كبير)، بكم طريقة يمكن
لمستهلك أن يشتري الحليب؟

الحل:

عدد طرق اختيار النوع = 3

عدد طرق اختيار الحجم = 3

عدد طرق اختيار شراء الحليب $= 3 \times 3 = 9$ طرق.

(٣) كم عددا مكونا من منزلتين مختلفتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {1، 2، 3، 4، 5} بحيث يكون رقم الآحاد 5؟

الحل:

عدد طرق اختيار منزلة الآحاد يساوي 1 لأن رقم الآحاد 5 دائماً.

عدد طرق اختيار منزلة العشرات = 4 لأن العدد 5 لا يمكن اختياره مرة ثانية.

وعليه فإن عدد الأعداد التي يمكن تكوينها يساوي $4 \times 1 = 4$ طرق.

(٤) ما عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار وعلي في 8 مقاعد مختلفة موضوعة على استقامة واحدة؟

الحل:

عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار = 8

عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها علي = 7

عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها بشار وعلي في 8 مقاعد مختلفة

موضوعة على استقامة واحدة = $7 \times 8 = 56$ طريقة.

(٥) ما عدد النواتج الممكنة عند اختيار بنطالاً من محل بيع البسة، يتوفر فيه 5 ألوان، و4 مقاسات مختلفة منه؟

الحل:

عدد الطرق = $4 \times 5 = 20$ طريقة.

(٦) ما عدد النواتج الممكنة عند إلقاء حجر نرد مرتين وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجه العلوي؟

الحل:

عدد النواتج للحجر الأول = 6

عدد النواتج للحجر الثاني = 6

عدد النواتج = $6 \times 6 = 36$

الدرس (2-4) الفضاء العيني والتجربة العشوائية

فكر وناقش: ما النتائج الممكنة في حالة تسجيل نتائج المؤشر الثاني ثم الأول؟

الحل:

النواتج الممكنة من عملية تدوير المؤشر الأول وهي: {1، 2} والنواتج الممكنة من عملية تدوير المؤشر الثاني هي: {أ، ب، ج، د} وبالتالي فإن جميع النواتج الممكنة لعملية الدوران في القرصين هي: { (أ، 1)، (أ، 2)، (ب، 1)، (ب، 2)، (ج، 1)، (ج، 2)، (د، 1)، (د، 2) }

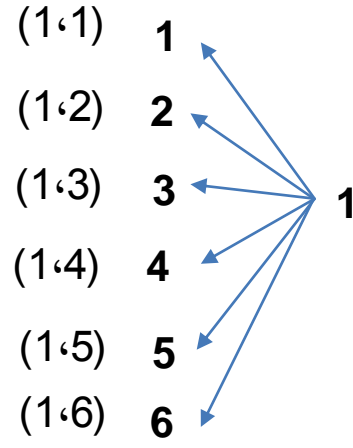
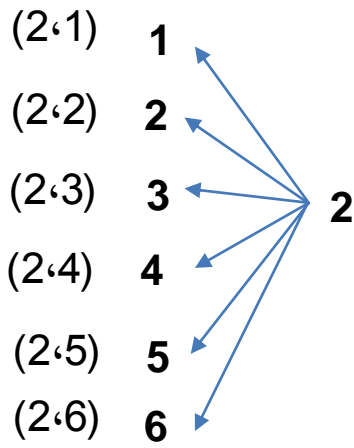
تدريب (4-4): أكتب الفضاء العيني للتجربة في المثال (4-6) إذا كان السحب بدون إرجاع، ثم فسر اختلاف الفضاء العيني لهذه التجربة عن الفضاء العيني في المثال (4-6).

الحل:

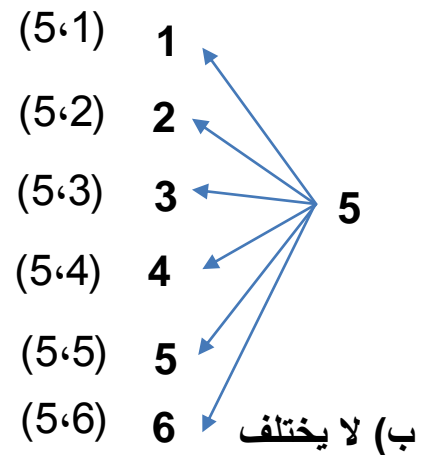
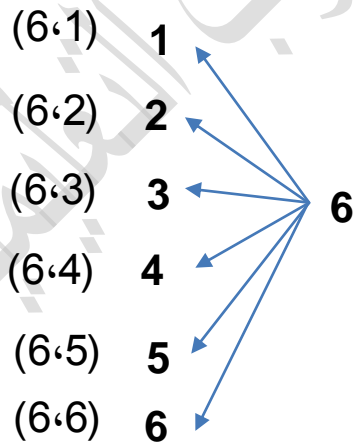
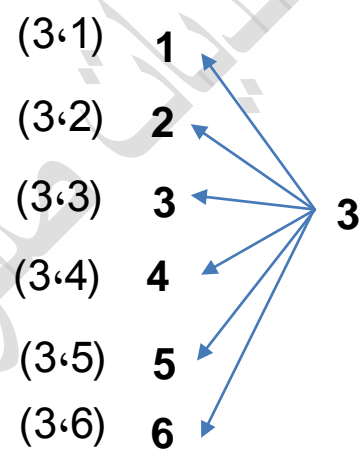
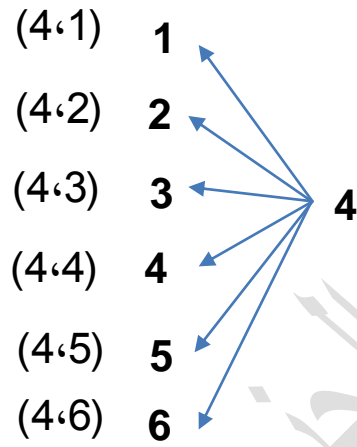
$\Omega = \{(1,3), (5,1), (7,1), (3,1), (3,5), (7,3), (1,5), (3,5), (5,7), (1,7), (3,7), (7,5)\}$

لا يتكرر الرقم مع نفسه لأن السحب بدون إرجاع.

تدريب (5-4): اكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء حجري نرد معاً مرة واحدة فقط، وتسجيل عدد النقاط على الوجه العلوي لحجري النرد باستخدام الشجرة البيانية.

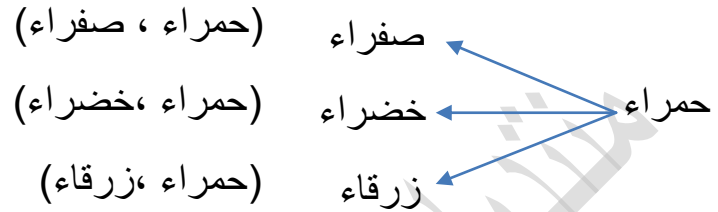
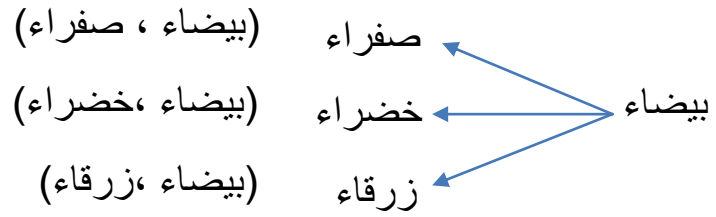


الحل:

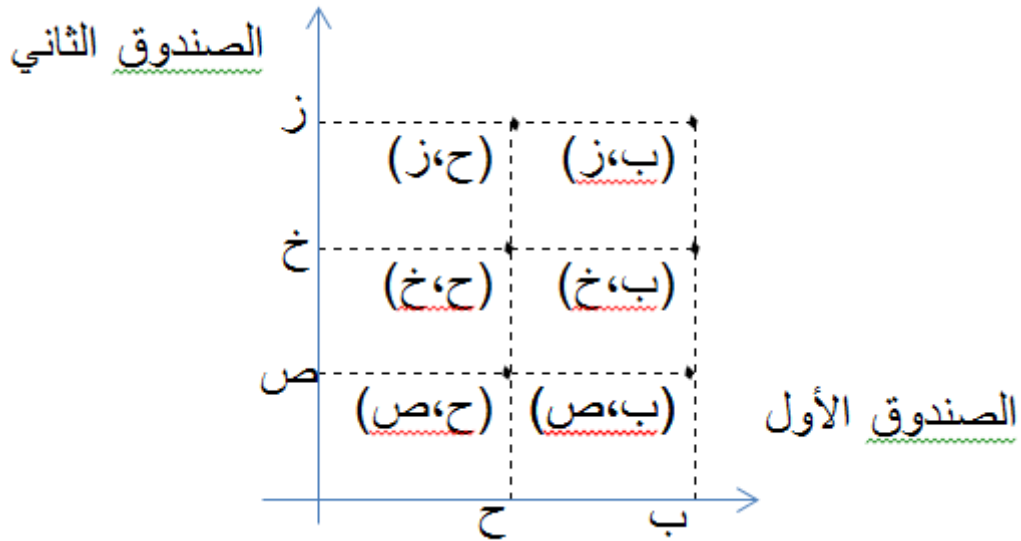


تدريب (4-6): صندوقان يحتوي أحدهما كرتان متماثلتان: بيضاء، حمراء، ويحتوي الصندوق الثاني ثلاث كرات متماثلة: صفراء، وخضراء، وزرقاء. في تجربة سحب كرة من الصندوق الأول، وكرة من الصندوق الثاني. مثل الفضاء العيني لهذه التجربة بطريقة الشجرة البيانية، والمستوى الاحداثي.

الحل: الشجرة البيانية:



المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للكرات بيضاء (ب)، وللحمراء (ح) وللصفراء (ص) وللخضراء (خ) وللزرقاء (ز) يكون الفضاء العيني بطريقة المستوى الإحداثي هو:



فكر وناقش وقدم تبريرًا: "في تجربة سحب كرة زرقاء من صندوق يحتوي (5) كرات زرقاء متماثلة وتسجيل اللون". هل التجربة تجربة عشوائية؟

الحل:

هذه التجربة علمية وليست عشوائية؛ لأن نتيجتها تبقى ثابتة مهما أعدنا إجراءها.

إجابات التمارين والمسائل

(١) أكتب الفضاء العيني للتجارب العشوائية الآتية:

أ) تجربة سحب كرة واحدة من صندوق يحتوي (10) كرات متماثلة، منها (2) حمراء، و(3) صفراء، و(5) بيضاء، وتسجيل لون الكرة.

الحل:

$$\Omega = \{\text{حمراء، صفراء، بيضاء}\}$$

ب) تجربة إلقاء حجر نرد، ثم إلقاء قطعة نقد وملاحظة عدد النقط على الوجه العلوي لحجر النرد، والوجه الظاهر لقطعة النقد.

الحل:

$$\Omega = \{(1, \text{ص}), (1, \text{ك}), (2, \text{ص}), (2, \text{ك}), (3, \text{ص}), (3, \text{ك}), (4, \text{ص}), (4, \text{ك}), (5, \text{ص}), (5, \text{ك}), (6, \text{ص}), (6, \text{ك})\}$$

ج) تكوين لجنة من عضوين يتم اختيارهما من القائمة الآتية: { أحمد، سالم، صهيب }.

الحل:

$$\Omega = \{\text{أحمد، سالم، صهيب}\}$$

د) تسجيل نتيجة منتخبنا الوطني لكرة اليد مع المنتخب السعودي.

الحل:

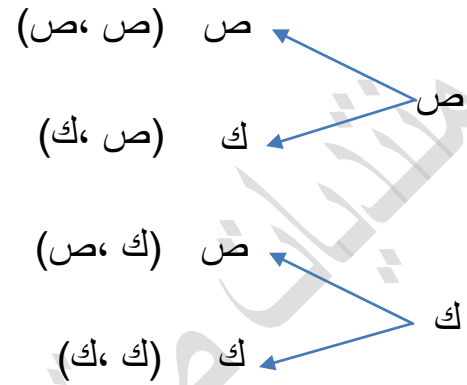
$$\Omega = \{\text{فوز، تعادل، خسارة}\}$$

(٢) مثل الفضاء العيني لتجربة إلقاء قطعتي نقد مرة واحدة مع ملاحظة الوجهين
الظاهرين باستخدام:

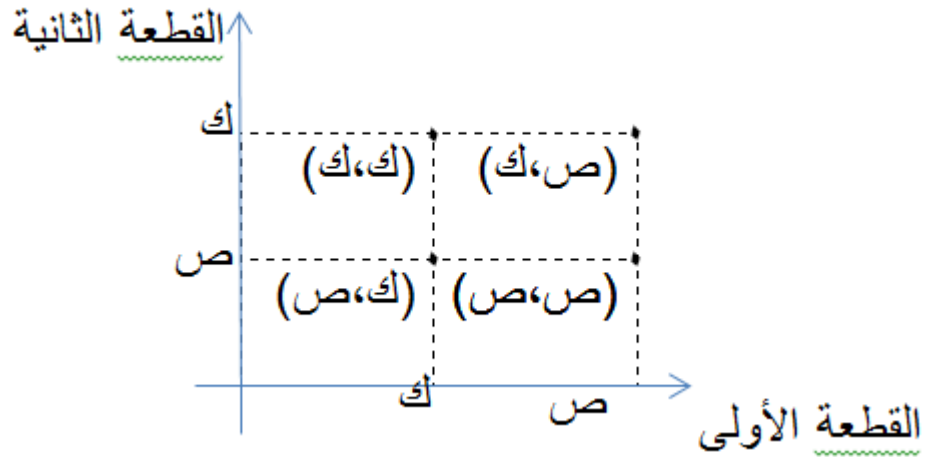
أولاً: الشجرة البيانية. ثانياً: المستوى الاحداثي.

الحل:

أولاً: الشجرة البيانية:

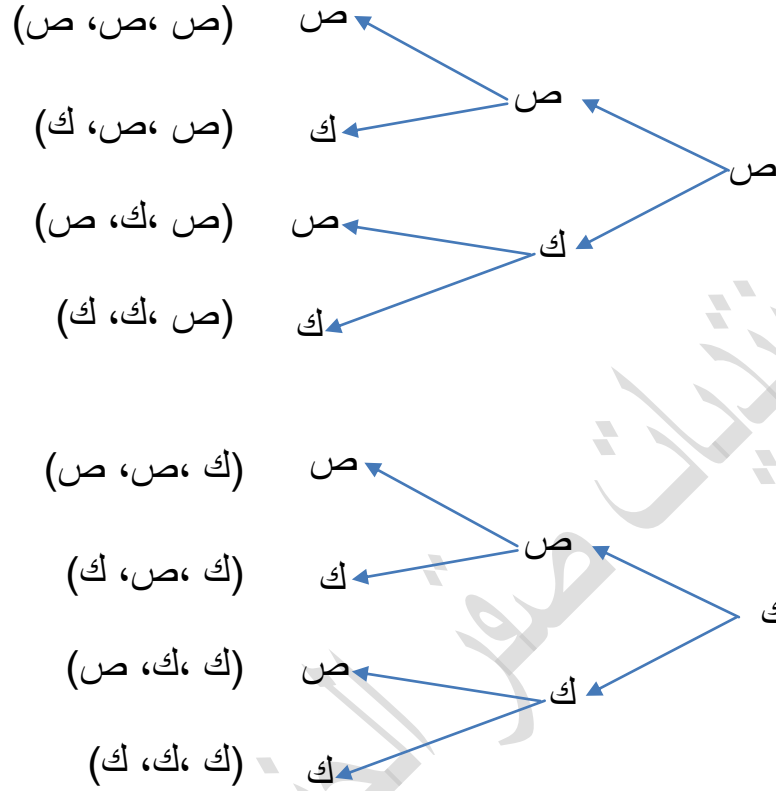


ثانياً: المستوى الاحداثي:



(٣) مثل الفضاء العيني لتجربة إلقاء ثلاث قطع نقدية مرة واحدة وملاحظة الأوجه الظاهرة باستخدام طريقة الشجرة البيانية.

الحل:



(٤) صمم حجر نرد بحيث يكون وجهان فيه يحملان الرقم 1، ووجهان يحملان الرقم 3، ووجهان يحملان الرقم 5، فإذا أُلقي هذا الحجر مرتين متتاليتين فأكتب الفضاء العيني.

الحل:

$$\Omega = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

(٥) أكتب الفضاء العيني لتجربة اختيار عدد من 1 إلى 4، وأحد الألوان: أحمر، أو أزرق، أو رمادي.

الحل:

$\Omega = \{(1, \text{أحمر}), (2, \text{أحمر}), (3, \text{أحمر}), (4, \text{أحمر}), (1, \text{أزرق}), (2, \text{أزرق}), (3, \text{أزرق}), (4, \text{أزرق}), (1, \text{رمادي}), (2, \text{رمادي}), (3, \text{رمادي}), (4, \text{رمادي})\}$

الدرس (3-4) الحادث

فكر: أ) هل يعتبر كل حادث أكيد حادثاً مركباً؟
ب) هل يعتبر كل حادث مركب حادثاً أكيداً؟

الحل:

أ) نعم

ب) لا

تدريب (4-7): في الشكل المجاور إذا تم تدوير المؤشر فأجب عما يأتي:

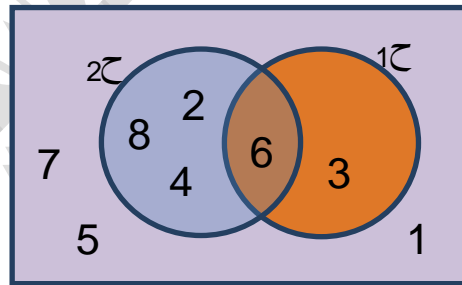


أ) أكتب الحوادث الآتية بذكر عناصرها ومثل كلاً منها بأشكال (فن):

أ) ح₁: وقوف المؤشر عند رقم يقبل القسمة على 3.

ب) ح₂: وقوف المؤشر عند رقم من مضاعفات الرقم 2.

الحل:



$H_1 = \{2, 4, 6, 8\}$

$H_2 = \{2, 4, 6, 8\}$

تدريب 4-8: أكتب مثالا لحادث: بسيط، مركب، مستحيل، أكيد، وناقش ما توصلت إليه مع زملائك.

الحل: ح₁ = {6} حادث بسيط

$$C_2 = \{3, 6\} \text{ حادث مركب}$$

$$C_3 = \phi \text{ حادث مستحيل}$$

$$C_4 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{ حادث أكيد}$$

تدريب (4-9): يحتوي صندوق على ثلاث كرات متماثلة ملونة: بيضاء، وحمراء، وزرقاء، سحب كرة ثم أعيدت إلى الصندوق، ثم سحب كرة ثانية، فإذا كان:

(١) C_1 : ظهور كرتين مختلفتين في اللون.

(٢) C_2 : ظهور كرتين لهما اللون نفسه.

(٣) C_3 : ظهور الكرة الثانية حمراء.

فجد ما يأتي: $C_1, C_2, C_3, C_1 \cap C_2, C_1 \cup C_2, \overline{C_1}, \overline{C_2}, \overline{C_3}$

$$(C_1 \cap C_2), (C_1 \cup C_2), (\overline{C_1 \cap C_2}), (\overline{C_1 \cup C_2})$$

ومثلها بأشكال (فن).

الحل:

$$C_1 = \{(بيضاء، حمراء)، (بيضاء، زرقاء)، (حمراء، زرقاء)\}$$

$$(حمراء، بيضاء)، (حمراء، زرقاء)، (بيضاء، زرقاء)، (بيضاء، حمراء)\}$$

$$C_2 = \{(بيضاء، بيضاء)، (حمراء، حمراء)، (زرقاء، زرقاء)\}$$

$$C_3 = \{(بيضاء، حمراء)، (حمراء، حمراء)، (زرقاء، حمراء)\}$$

$$C_1 \cup C_3 = \{(بيضاء، حمراء)، (بيضاء، زرقاء)، (حمراء، بيضاء)، (حمراء، زرقاء)، (بيضاء، بيضاء)، (بيضاء، حمراء)، (حمراء، حمراء)، (حمراء، زرقاء)\}$$

$$(بيضاء، زرقاء)، (بيضاء، بيضاء)، (بيضاء، حمراء)، (حمراء، بيضاء)، (حمراء، زرقاء)، (حمراء، حمراء)\}$$

$$(زرقاء، زرقاء)\}$$

$$C_1 \cap C_2 = \{ \}$$

$$C_1 - C_3 = \{(بيضاء، زرقاء)، (بيضاء، بيضاء)، (بيضاء، حمراء)، (حمراء، زرقاء)، (حمراء، بيضاء)\}$$

$$= \overline{C_1}$$

{(بيضاء، بيضاء)، (حمراء، حمراء)، (زرقاء، زرقاء)}

{(بيضاء، حمراء)، (بيضاء، زرقاء)، (حمراء، بيضاء)، (حمراء، زرقاء)، (زرقاء، بيضاء)، (زرقاء، حمراء)}

$$\Omega = \overline{(C_1 \cap C_2)}$$

$$\phi = \overline{(C_1 \cup C_2)}$$

$$\Omega = \overline{C_2} \cup \overline{C_1}$$

$$\phi = \overline{C_2} \cap \overline{C_1}$$

فكر: في التدريب (4-9) السابق،

أ) ما العلاقة بين: $\overline{(C_1 \cap C_2)}$ و $\overline{C_2} \cup \overline{C_1}$

ب) ما العلاقة بين: $\overline{(C_1 \cup C_2)}$ و $\overline{C_2} \cap \overline{C_1}$

ج) هل يوجد علاقة بين $C_1 - C_2$ ، $C_2 - C_1$

الحل:

$$\overline{C_2} \cup \overline{C_1} = \overline{(C_1 \cap C_2)} \quad \text{أ)}$$

$$\overline{C_2} \cap \overline{C_1} = \overline{(C_1 \cup C_2)} \quad \text{ب)}$$

ج) لا يوجد علاقة بينهما وهما غير متساويتان.

إجابات التمارين والمسائل

(١) في تجربة إلقاء قطعة نقد ثم حجر نرد، إذا كان:

ح₁ : ظهور صورة وعدد فردي.

ح₂ : ظهور كتابة وعدد أولي.

ح₃ : ظهور صورة وعدد أقل من 2.

فأكتب كلاً من الحوادث الآتية بذكر عناصرها:

$$ح_1، ح_2، ح_3 \cup ح_1، ح_2 \cap ح_1، ح_3 - ح_1$$

الحل:

$$ح_1 = \{(ص، 1)، (ص، 3)، (ص، 5)\}$$

$$ح_2 = \{(ك، 2)، (ك، 3)، (ك، 5)\}$$

$$ح_3 = \{(ص، 1)\}$$

$$ح_1 \cup ح_3 = \{(ص، 1)، (ص، 3)، (ص، 5)، (ك، 2)، (ك، 3)، (ك، 5)\}$$

$$ح_1 \cap ح_2 = \{\}$$

$$ح_1 - ح_2 = ح_1$$

(٢) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة، ما نوع الحوادث الآتية:

$$ح_1 = \{5\}، ح_2 = \{2، 4\}، ح_3 = \phi، ح_4 = \Omega$$

الحل: ح₁ حادث بسيط، ح₂ حادث مركب،

ح₃ حادث مستحيل ح₄ حادث مؤكد

(٣) ما ناتج اتحاد جميع الحوادث البسيطة لتجربة عشوائية؟

الحل:

ناتج اتحاد جميع الحوادث البسيطة لتجربة عشوائية هو الفضاء العيني.

(٤) في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين، إذا كان:

$$C_1 = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}.$$

$$C_2 = \{(1,2), (2,1), (1,1)\}.$$

صف بالكلمات كل حادث منها.

الحل:

ح₁: مجموع العددين يساوي 5

ح₂: مجموع العددين أقل أو يساوي 3

(٥) إذا كان ح₁، ح₂، حادثين وكان ح₁ ∩ ح₂، فجد ما يأتي بدلالة ح₁، ح₂:

$$A) (C_1 \cup C_2) \quad B) (C_1 \cap C_2) \quad C) (C_1 - C_2)$$

$$\text{الحل: } A) (C_1 \cup C_2) = C_2 \quad B) (C_1 \cap C_2) = C_1 - C_2 \quad C) \Phi$$

(٦) في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها طفلان، وتسجيل النتائج حسب

الجنس وتسلسل الولادة، فإذا كان:

ح₁: عند العائلة بنت واحدة على الأكثر.

ح₂: عند العائلة ولدين.

ح₃: عند العائلة ولد وبنت.

$$\text{فأكتب عناصر كل من: } \Omega, C_1, C_2, \overline{C_1}, C_1 \cup C_2$$

الحل:

$$\Omega = \{(و،و)، (و،ب)، (ب،و)، (ب،ب)\}$$

$$C_1 = \{(و،و)، (و،ب)، (ب،و)\}$$

$$C_2 = \{(و،و)\}$$

$$\overline{C_1} = \{(ب،ب)\}$$

$$C_1 \cup C_2 = \{(و،و)، (و،ب)، (ب،و)\}$$

الدرس (4-4) احتمال الحادث

فكر وناقش وقدم تبريراً: إذا كان ح حادثاً، وكان ل (ح) = $\frac{3}{4}$

وكان عدد عناصر الفضاء العيني = 12 عنصراً، فما عدد عناصر الحادث ح؟

الحل:

$$ل(ح) = \frac{ع(ح)}{ع(\Omega)} = \frac{3}{4} \text{ ومنه } \frac{ع(ح)}{12} = \frac{3}{4} \text{ ومنه } ع(ح) = 9$$

تدريب (4-10): صندوق يحتوي على 15 كرة متماثلة منها: 5 كرات حمراء، 3

كرات صفراء، 7 كرات زرقاء، سحبت من الصندوق كرة واحدة

عشوائياً. ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

أ) حمراء ب) صفراء ج) زرقاء

الحل:

$$ل(أ) = \frac{ع(أ)}{ع(\Omega)} = \frac{5}{15}$$

$$ل(ب) = \frac{ع(ب)}{ع(\Omega)} = \frac{3}{15}$$

$$ل(ج) = \frac{ع(ج)}{ع(\Omega)} = \frac{7}{15}$$

تدريب (4-11): صف فيه (25) طالباً، (15) منهم يلعبون كرة القدم، و(12) منهم

يمارسون كرة السلة، و(10) منهم يلعبون كرة القدم وكرة السلة معاً،

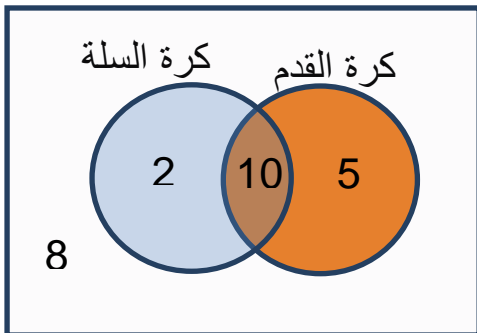
اختير أحد طلبة هذا الصف عشوائياً، أحسب احتمال أن يكون الطالب

الذي تم اختياره:

أ) يلعب كرة القدم ولا يلعب كرة السلة.

ب) يلعب كرة السلة فقط.

ج) لا يلعب أيًا من اللعبتين.



الحل:

$$\frac{5}{25}$$

$$أ) ل(ح_1) =$$

$$ب) ل(ح_2) = \frac{2}{25}$$

$$ج) ل(ح_3) = \frac{8}{25}$$

تدريب (4-12): صف فيه (35) طالباً، (16) منهم عيونهم سوداء، وبقية الطلبة عيونهم عسلىة، إذا اختير أحد الطلبة عشوائياً، فما احتمال أن تكون:

أ) عيناه سوداوين. ب) عيناه عسلتان.

الحل:

$$أ) ل(ح_1) = \frac{16}{35}$$

$$ب) ل(ح_2) = \frac{19}{36}$$

إجابات التمارين والمسائل

١) في تجربة إلقاء حجر نرد 300 مرة، إذا ظهر الرقم 5 في 48 مرة منها، ما التكرار النسبي لظهور الرقم 5؟

الحل:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{48}{300}$$

2) إذا كان عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة ما يساوي 15.

ما احتمال كلاً من الحوادث: البسيط، الأكيد، المستحيل؟

الحل:

$$\text{احتمال الحادث البسيط} = \frac{1}{15}$$

$$\text{احتمال الحادث الأكيد} = 1$$

$$\text{احتمال الحادث المستحيل} = 0$$

٣) ما احتمال اختيار عدد أولي من المجموعة {2، 4، 6، 12، 13، 15}؟

الحل:

$$L(\text{عدد أولي}) = \frac{1}{3}$$

4) يمثل الجدول الآتي أعداد طلبة الصفين الأول والثاني موزعين على شعبتين في مدرسة أساسية:

الصف	شعبة أ	شعبة ب	المجموع
الأول	18	22	40
الثاني	24	26	50
المجموع	42	48	90

إذا اخترنا من بينهم طالباً عشوائياً، فما احتمال أن يكون من طلبة الصف:

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الأول شعبة أ (د) الثاني شعبة ب

الحل:

$$(أ) L(\text{الأول}) = \frac{4}{9}$$

$$(ب) L(\text{الثاني}) = \frac{5}{9}$$

$$(ج) L(\text{الأول شعبة أ}) = \frac{1}{5}$$

$$(د) L(\text{الثاني شعبة ب}) = \frac{24}{45}$$

5) صندوق يحتوي (4) بطاقات تحمل الأسماء: محمد، أحمد، سالم، علي. سحبت

بطاقة عشوائياً من الصندوق.

(أ) ما احتمال ظهور اسم محمد على البطاقة المسحوبة؟

(ب) ما احتمال عدم ظهور اسم سالم على البطاقة المسحوبة؟

الحل:

$$\frac{1}{4}$$

أ) ل(محمد)=

ب) ل(عدم ظهور اسم سالم)= $\frac{3}{4}$

مراجعة

1) أعط مثالا لتجربة عشوائية وحدد فضاءها العيني، ثم أعط أمثلة على الأنواع المختلفة للحوادث.

الحل:

تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وتسجيل عدد النقاط الظاهرة على الوجه العلوي

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ الفضاء العيني

$H_1 = \{2\}$ حادث بسيط

$H_2 = \{2, 4, 6\}$ حادث مركب

$H_2 = \phi$ حادث مستحيل

$H_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ حادث أكيد

2) دخل ريان محلاً للأحذية فوجد فيه 4 ألوان، و 3 موديلات من المقاس الذي يناسبه، بكم طريقة يمكنه اختيار حذائه؟

الحل:

عدد الطرق $= 3 \times 4 = 12$

3) قام ثلاثة طلبة من طلبة الصف التاسع بتجربة قياس درجة غليان الماء في مختبر العلوم في المدرسة، وسلم كل منهم النتيجة إلى المعلم. هل يمكن اعتبار هذه التجربة تجربة عشوائية؟ لماذا؟

الحل:

هذه التجربة علمية وليست عشوائية؛ لأن نتيجتها تبقى ثابتة مهما أعدنا إجراءها.

4) في تجربة إلقاء حجرى نرد مرة واحدة، أكتب الحوادث الآتية بذكر عناصرها.

أ) H_1 : مجموع الرقمين الظاهرين يساوي 3.

ب) H_2 : مجموع الرقمين الظاهرين أكبر من 9.

ج) H_3 : الرقمان الظاهران متساويان.

د) H_4 : حاصل ضرب الرقمين الظاهرين عدد زوجي.

هـ) H_5 : $2H - 3H$

و) $\overline{H_1}$

ز) $H_1 \cap H_2$

الحل:

أ) $H_1 = \{(1, 2), (2, 1)\}$

ب) $H_2 = \{(6, 6), (5, 6), (6, 5), (5, 5)\}$

ج) $H_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

د) $H_4 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 6), (6, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 5), (5, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 4), (4, 3), (3, 5), (5, 3), (3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$

هـ) $H_5 = 3H - 2H = \{(5, 6), (6, 5)\}$

و) $\overline{H_1} = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (1, 4), (4, 1), (1, 5), (5, 1), (1, 6), (6, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (2, 4), (4, 2), (2, 5), (5, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (3, 5), (5, 3), (3, 6), (6, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (4, 6), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$

ز) $H_1 \cap H_2 = \emptyset$

5) لدى عامر (30) بطاقة متماثلة مرقمة من 1 إلى 30، سحب منها بطاقة واحدة عشوائياً، جد احتمال أن يكون العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة:

(أ) من مضاعفات الرقم 4.

(ب) يقبل القسمة على 2 أو 3.

الحل:

(أ) ح₁ = {4، 8، 12، 16، 20، 24، 28} العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة من مضاعفات الرقم 4

$$ل(ح_1) = \frac{7}{30}$$

(ب) ح₂ = {2، 3، 4، 6، 8، 9، 10، 12، 14، 15، 16، 18، 20، 21، 22، 24، 26، 27، 28، 30} العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة يقبل القسمة على 2 أو 3.

$$ل(ح_2) = \frac{2}{3}$$

6) تضم روضة أطفال (100) طفلاً، منهم (60) يحبون القراءة، و(70) يحبون الرسم، و(40) يحبون القراءة والرسم، اختير أحد الأطفال عشوائياً. ما احتمال أن يكون هذا الطفل:

(أ) يحب القراءة فقط.

(ب) يحب الرسم ولا يحب القراءة.

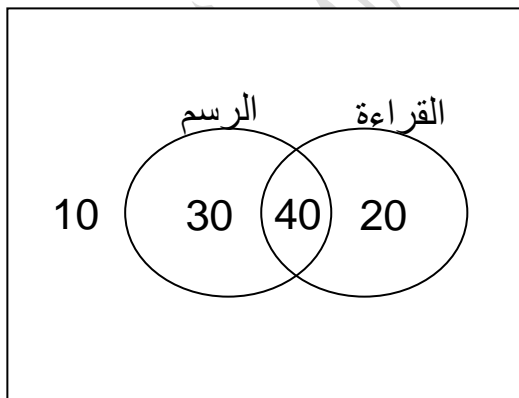
(ج) لا يحب القراءة ولا يحب الرسم.

الحل:

$$ل(أ) = \frac{2}{10} \text{ (يحب القراءة فقط)}$$

$$ل(ب) = \frac{3}{10} \text{ (يحب الرسم ولا يحب القراءة)}$$

$$ل(ج) = \frac{1}{10} \text{ (لا يحب القراءة ولا يحب الرسم)}$$



اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من 4 فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، أنقل إلى دفترك رقم الفقرة، وأمامه رمز البديل الصحيح:

(1) يصنع محل حلوى أربعة أنواع من الكعك، كل نوع بثلاث نكهات. عدد أنواع الكعك الذي يصنع في المحل يساوي:

أ) 3 ب) 4 ج) 12 د) 16

(2) واحدة من التجارب الآتية لا تمثل تجربة عشوائية:

أ) إلقاء حجر نرد.

ب) إلقاء قطعة نقد ثم حجر نرد.

ج) سحب كرة من صندوق به كرات مختلفة اللون دون النظر إليها.

د) قياس نسبة عدد ذرات الأوكسجين إلى عدد ذرات الهيدروجين في الماء.

(3) في مقصف المدرسة (6) علب عصير ليمون، و(14) علبة عصير برتقال، و(4) علب عصير تفاح. إذا اختيرت علبة عصير عشوائياً من المقصف، فإن احتمال أن تكون عصير تفاح يساوي:

أ) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{6}$

ج) $\frac{7}{12}$ د) $\frac{1}{5}$

(4) ألقى حجر نرد 30 مرة، وظهر الرقم (5) ست مرات منها، فإن التكرار النسبي لحادث ظهور الرقم (5)، يساوي:

أ) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{5}$

ج) $\frac{1}{6}$ د) $-\frac{1}{30}$

الحل:

(1)ج (2)د (3)ب (4)ج

(2) كم عدد أكبر من 50 مكون من منزلتين مختلفتين يمكن تكوينه من المجموعة:
 $\{2, 3, 5, 7\}$

الحل:

$$\text{عدد الأعداد} = 2 \times 4 = 8$$

(3) أكتب الفضاء العيني لتجربة سحب بطاقتين مع الإرجاع من صندوق يحتوي (3) بطاقات متماثلة مرقمة بالأرقام 2، 3، 6.

الحل:

$$\Omega = \{(2,2), (3,2), (6,2), (2,3), (3,3), (6,3), (2,6), (3,6), (6,6)\}$$

(4) لكتابة عدد مكون من منزلتين من مجموعة الأعداد $\{2, 3, 4, 5\}$ ، إذا كان

ح₁: رقم الآحاد فردياً.

ح₂: رقم العشرات أولياً.

فأكتب الحوادث الأتية بذكر عناصرها.

$$H_1 \cap H_2, H_1 \cup H_2, H_1 - H_2, \overline{H_1}$$

الحل:

$$H_1 = \{23, 33, 43, 53, 25, 35, 45, 55\}$$

$$H_2 = \{22, 23, 24, 25, 32, 33, 34, 35, 52, 53, 54, 55\}$$

$$H_1 \cap H_2 = \{23, 25, 33, 35, 53, 55\}$$

$$H_1 - H_2 = \{43, 45\}$$

$$\overline{H_1} = \{22, 24, 32, 34, 42, 44, 52, 54\}$$

(5) من (400) حالة ولادة، وجد أن عدد الإناث (270)، جد التكرار النسبي لحدث المولود ذكر؟

الحل:

التكرار النسبي = ———

6) يتكون صف من (25) طالبة، منهم (10) طالبات عيونهن عسلية، و(12) طالبة، شعرهن أسود، و(7) طالبات عيونهن عسلية وشعرهن أسود، إذا اختيرت طالبة عشوائياً فجد احتمال:

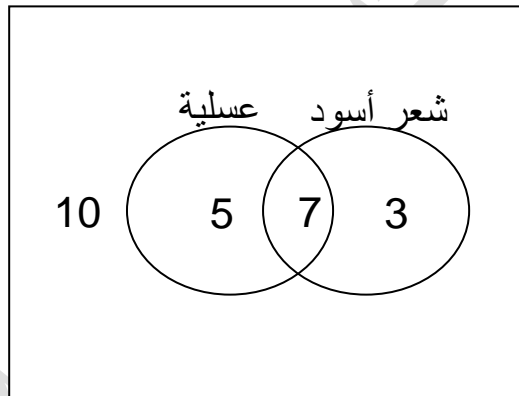
(أ) أن تكون الطالبة ذات شعر أسود فقط.

(ب) أن تكون الطالبة ذات عيون عسلية فقط.

(ج) أن تكون الطالبة ذات شعر أسود أو عيون عسلية.

(د) أن تكون الطالبة ذات عيون ليست عسلية و شعرها ليس أسود.

الحل:



$$\frac{3}{25} = \text{ل (ح}_1\text{)}$$

$$\frac{5}{25} = \text{ل (ح}_2\text{)}$$

$$\frac{3}{5} = \text{ل (ح}_3\text{)}$$

$$\frac{2}{5} = \text{ل (ح}_4\text{)}$$