التهيئة

رقم السؤال	الإجابة
(1	$2x^4 + 14x^2 + 18x$
(2	$x^2 + 6x + 8$
(3	$5x^3 - 25$
(4	$(x + 3)(x + 2)$
(5	$(x - 4)(x + 2)$
(6	$(x + 2)^2$
(7	$(3x - 1)(x + 5)$
(8	$(2x - 5)(2x + 5)$
(9	$\left(\frac{1}{5}\right)^7$
(10	2
(11	5
(12	3

الدرس 1 - 1

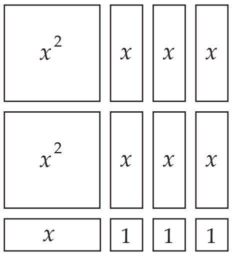
رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1A)	$x^3 + y^3$
1B)	$6x^3 - 14x^2 + 19x - 5$
1C)	$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
2A)	$(4x + 5y)(16x^2 - 20xy + 25y^2)$
2B)	$5(1 - 4y)(1 + 4y + 16y^2)$
3A)	كثيرة حدودٍ أوليةٌ.
3B)	$(3x^2 + 1)(x - 4)$
3C)	$2(x^2 + 2)(x^2 + 3)$
3D)	$(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$
4A)	$\frac{15x^2-7x+4}{(3x-1)(x+3)}, x \neq \frac{1}{3}, x \neq -3$
4B)	$\frac{4}{x+1}, x \neq -1, x \neq -7$
4C)	$\frac{x^2 - 8x + 1}{x^2}, x \neq 0$
5A)	$\frac{-1}{x-5}, x \neq \frac{5}{3}, x \neq 1, x \neq 5$
5B)	$\frac{(x-4)^2}{x-2}, x \neq -3, x \neq 2, x \neq 4$
6)	$\frac{1}{(x+4)(x+5)}$
إجابات تأكد	
1)	$64x^3 - 144x^2 + 108x - 27$
2)	$27b^3 + 125$
3)	$(2x + 1)(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$
4)	أولية.
5)	$(x - 2)(x + 2)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

رقم السؤال	الإجابة
6)	$5(x+1)(x^2-x+1)$
7)	$\frac{x+8}{(x+6)(x-3)}, \quad x \neq 3, x \neq -6$
8)	$\frac{6x+1}{x-4}, x \neq \mp 4$
9)	$\frac{3x(x-5)}{(x+3)}, \quad x \neq 0, x \neq -2, x \neq -3$
10)	$\frac{4(x^2+2x+4)}{x^2+4x+8}, \quad x \neq +2, x \neq 3$
11)	$\frac{x+2}{x}$
إجابات تدرب وحل المسائل	
12)	$x^3+x^2y-xy^2-y^3$
13)	$64y^3+48y^2+12y+1$
14)	$8x^3+27$
15)	$(x-4)(3x^2+1)$
16)	أولية.
17)	$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})(x^2+2)$
18)	$-3(2x+3)(x-1)(x+1)$
19)	$(x-1)^3$
20)	$\frac{2(x-1)}{(x-4)(x+3)(x+2)}, \quad x \neq -2, x \neq -3, x \neq 4$
21)	$\frac{-x-1}{x+2}, \quad x \neq \pm 2$
22)	$\frac{1}{(3x+2)(4x+1)}, x \neq \frac{-2}{3}, x \neq -\frac{1}{4}, x \neq 1$
23)	$\frac{4x}{x-2}, \quad x \neq \pm 2, x \neq 6$
24)	$\frac{(x+2)(x+4)}{x^7}, \quad x \neq 0, x \neq 2, x \neq -4$
25)	$\frac{y(y^2+3)}{(y+3)(y-2)}, \quad y \neq \pm 3, y \neq 2, y \neq -7$
26)	$\frac{5x+2}{2x-1}, x \neq 1, x \neq \frac{1}{2}$

رقم السؤال	الإجابة
(27	$\frac{4x^2+29x+50}{x+3}$ units
(28	$(x+1)\ m$
(29	$1\ \text{m}^2$
(30	$\frac{9x^3(x+1)}{2x+1}\ ,\quad x\neq 0\ , x\neq\mp\frac{1}{2}\ , x\neq -1$
(31	$\frac{(x+5)^2}{x^2\ (2x+5)}\ ,\quad x\neq 0\ , x\neq\frac{-5}{2}$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(32	$(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+5)$، 9
(33	إجابة ممكنة: $(a+b)^3=(1+1)^3=2^3=8\ , a^3+b^3=(1)^3+(1)^3=1+1=2\ , a=1, b=1$
(34	الطريقة الأولى: اضرب البسط والمقام في x^2 ، $\frac{4x^2-12x+9}{2x^2-5x+3}=\frac{(2x-3)\cancel{(2x-3)}}{(x-1)\cancel{(2x-3)}}=\frac{2x-3}{x-1}\ ,\ x\neq 0\ , x\neq 1, x\neq\frac{3}{2}$ الطريقة الثانية: أوجد ناتج البسط وناتج المقام، ثم اقسم.
(35	كلاهما أخطأ؛ لأن سعيدًا اعتمد على طرح المقدار نفسه من البسط والمقام، وذلك يُغيِّر من قيمة الكسر، أمَّا خالد فأخطأ في التحليل .
(36	$a^3-b^3=a^3+(-b)^3=(a+(-b))(a^2-a(-b)+(-b)^2)=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
إجابات تدريب على اختبار	
(37	C
(38	$2(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$
إجابات "استعد للدرس اللاحق"	
(39	$5x^2$
(40	$3x^3+4x+\frac{34}{5}+\frac{1}{x}$
(41	$5x^4+3+\frac{8}{x},\ x\neq 0$

الدرس 2 - 1

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
1A)	$2x + 5$
1B)	$4x^2 - 2x + 1 + \frac{63}{2x+1}$
2A)	$2x^2 - 4x + 2$
2B)	$x^2 - 5 + \frac{10}{x^2 + 9}$
3A)	$3x^2 - 2x + 7$
3B)	$4a^3 - 8a^2 + 18a - 40 + \frac{92}{a + 2}$
4A)	$4x^3 - 2x^2 - x + 1 + \frac{3}{2x + 1}$
4B)	$2c^2 - 3c - 2$
إجابات تأكد	
1)	$2a - 6 - \frac{2}{a + 1}$
2)	$y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10$
3)	$2x^3 + 3x^2 - 4x + 6$
4)	$3x - 2 + \frac{4x - 2}{x^2 + 1}$
5)	$2x + 1 + \frac{3}{x + 1}$
6)	$a^3 + 2a^2 + a + 2$
7)	$\frac{1}{2} b^2 - \frac{9}{4} b + \frac{13}{8} + \frac{\frac{-13}{8}}{2b + 1}$
8)	$3y^4 + 2y^3 + \frac{31}{3} y^2 + \frac{59}{9} y + \frac{145}{27} + \frac{\frac{290}{9}}{9y - 6}$
إجابات تدرب وحل المسائل	
9)	$z^3 - 2z^2 - 4$
10)	$x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 52x + 208 + \frac{832}{x - 4}$
11)	$y^2 + 9y - 28 + \frac{62}{y + 2}$

رقم السؤال	الإجابة
(12	$x^2 - 4x + 4 + \frac{8}{-1 + x}$
(13	$3x^2 + 2x + 1 + \frac{1}{x^2 - x + 3}$
(14	$x^2 + x + 7$
(15	$3x^2 - 8x + 30 - \frac{121}{x + 4}$
(16	$2a + \frac{1}{3} + \frac{29}{9a - 6}$
(17	$2x^4 + x^3 - x + \frac{2}{3} - \frac{2}{9x + 3}$
(18	$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$
(19	$6x^2 + 19x + 15$
(20	$V(t) = t^2 + 5t + 6$
(21	**(a** $\begin{array}{r\|l} & 3500 \\ \hline a^2 + 100 & 3500\,a^2 + 0\,a + 0 \\ (-) & 3500\,a^2 + 0\,a + 350000 \\ \hline & \quad\quad - 350000 \end{array}$ إذن $\frac{3500a^2}{a^2 + 100} = 3500 - \frac{350000}{a^2 + 100}$ المعادلة الأساسية $n = 3500 - \frac{350000}{a^2 + 100}$ عوِّض $a = 60$ $= 3500 - \frac{350000}{(60)^2 + 100}$ ≈ 3405 **(b** إذن عدد النسخ يساوي 3405 نسخٍ تقريبًا.
(22	**(a**  العرض يساوي $x + 3$. **(b** $(2x^2 + 7x + 3) \div (2x + 1)$

<table>
<tr><th>رقم السؤال</th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td></td><td>c) $\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \\ \hline 1 & 3 & 0 & \end{array}$
نعم.</td></tr>
<tr><td colspan="2">إجابات مسائل مهارات التفكير العليا</td></tr>
<tr><td>(23</td><td>جمال؛ لأنه قسم على $x + 3$.</td></tr>
<tr><td>(24</td><td>$x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \ldots\ldots + x + 1$</td></tr>
<tr><td>(25</td><td>بما أن درجة الباقي أقل من درجة المقسوم عليه؛ إذن الباقي سيكون من الدرجة صفر؛ أي سيكون حدًّا ثابتًا.</td></tr>
<tr><td>(26</td><td>إجابة ممكنة: $\frac{x^2 + 5x + 9}{x + 2}$.</td></tr>
<tr><td>(27</td><td>القسمة الطويلة
$\begin{array}{rl} & 3x + 12 \\ x - 2 & \overline{\big)\, \cancel{3x^2} + 6x + 8} \\ (-) & \underline{\cancel{3x^2} - 6x} \\ & 12x + 8 \\ (-) & \underline{12x - 24} \\ & 32 \end{array}$
القسمة التركيبية
$\begin{array}{ccc|c} 3 & 6 & 8 & 2 \\ & 6 & 24 & \\ \hline 3 & 12 & 32 & \end{array}$
نلاحظ أن الحد الأول في ناتج القسمة الطويلة $3x = \frac{3x^2}{x}$؛ أي أن معامله = معامل x^2؛ لذا وضعنا العدد 3 أول معاملٍ في الناتج في القسمة التركيبية (معامل x^2).
الخطوة 2: في القسمة الطويلة، نلاحظ أن الحد الثاني في ناتج القسمة كان الفرق بين 6 وَ $(-2)3$، وهو نفسه مجموع 6 وَ $3(2)$
الخطوة 3: نلاحظ أن الباقي في القسمة الطويلة يساوي 32، وهو الفرق بين 8 وَ $(-2)12$، وهو نفسه حاصل جمع 8 وَ$12(2)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">إجابات تدريب على اختبار</td></tr>
<tr><td>(28</td><td>C</td></tr>
<tr><td>(29</td><td>$2x^2 + 1 + \frac{4x-7}{x^2-2}$</td></tr>
</table>

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مراجعة تراكمية	
(30	$8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$
(31	$(x - 6)(x^2 + 6x + 36)$
(32	$3(y + 2)(y^2 - 2y + 4)$
(33	$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$
(34	$(x + 3)(x + 1)(x - 1)$
إجابات "استعد للدرس اللاحق"	
(35	32
(36	0

الدرس 3 - 1

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
(1	-3
(2	$\frac{529}{64}$
(3A	-15
(3B	$0, -4, -3$
(4	عامل، $(x+1), (x-6)$ ، $2, 6, -1$
(5A	$(x-1)(x-(-3+\sqrt{7}))(x-(-3-\sqrt{7}))$
(5B	$2(x+1)(x+5)(x-2)(x+3)$
إجابات تأكد	
(1	-1095
(2	-82
(3	128.75
(4	$\mp 2, \mp\sqrt{5}$
(5	$x-2, x-3$ ، $1, 2, 3$
(6	ليست عاملًا.
(7	$x+3, 3x+4$, $1, -3, -\frac{4}{3}$
(8	$x-5, 2x-1$, $-3, 5, \frac{1}{2}$
(9	$(x-1)(x-(1+\sqrt{5}))(x-(1-\sqrt{5}))$
(10	$2(x-2)(x^2+9)$
إجابات تدرَّب وحل المسائل	
(11	$10; 778$
(12	$\frac{53}{8}$

رقم السؤال	الإجابة
13)	450
14)	3
15)	8
16)	$1 , 4$
17)	-3
18)	$-2 , 4 , -1 ; x - 4, x + 1$
19)	ليست عاملًا.
20)	$1 , -6 , -\frac{7}{2} ; x + 6, 2x + 7$
21)	ليست عاملًا.
22)	$-1(x + 1)(x + 2)^2(x - 3)$
23)	$(x - 6)(2x - 1)(2x + 1)$
24)	$(x - 4)(x + 5)(x - 2)^2$
25)	$(x + 1)(x^2 + 5x + 10)$
26)	$x - 2 ; (x - 2) (4x - 3) (5x + 2)$
27)	$(x - 3) , (x + 2) ; (x + 2) (x - 3) (x^2 - x + 4)$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
28)	$f(x) = \frac{2}{3} x^2 - \frac{7}{3}x - 5$
29 a)	$x - c$ عامل للدالة $f(x)$
29 b)	$x - c$ ليس عاملًا للدالة $f(x)$
29 c)	$f(x) = x - c$
30)	إجابة ممكنة: $f(x) = -x^3 + x^2 + x + 10$

رقم السؤال	الإجابة
31)	إجابة ممكنة: لأن نظرية الباقي تُمكِّنك من إيجاد $P(r)$ (باقي قسمة $P(x)$ على $x - r$ بشكل عام)، ونظرية العوامل تُعالج الحالة الخاصة عندما $P(r) = 0$.
إجابات تدريب على اختبار	
32)	A
33)	-6
إجابات مراجعة تراكمية	
34)	$\frac{1}{x-2}, x \neq \pm 2$
35)	$8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$
36)	$x^2 + 3x + 9 , x \neq 3$
37)	$x^2 - 2x + \frac{7x+7}{x^2 + 2x + 1}$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
38)	$\frac{1}{6}$
39)	5^7
40)	3^{20}
41)	2^5

اختبار منتصف الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
(1	أولية.
(2	$(2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$
(3	$(x - 1)(x + 1)^2$
(4	$\frac{5x + 2}{2x - 1}, x \neq \frac{1}{2}, x \neq 1$
(5	$\frac{(x - 8)(x + 9)}{(x + 1)(x + 7)}, x \neq -1, x \neq \frac{4}{3}, x \neq -7, x \neq -9$
(6	$1, x \neq \frac{5}{2}$
(7A	$x^2 + 4x - 5 + \frac{x + 8}{x^2 + x + 1}$
(7B	$x^4 + x^3 + 8x^2 + 10x + 10 + \frac{11}{x - 1}$
(8	D
(9	$w + 8$
(10	يمثل عاملاً؛ $(x + 3)$, $(x + 2)$, $(x + 1)$ ؛ -1 , -2 , -3 , 5
(11	285
(12	A

الدرس 4 - 1

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1A)	$\left(\frac{b}{a}\right)^6$
1B)	3^{15n}
1C)	8^5
2A)	$2x^2$
2B)	$-(y+7)^8$
2C)	$6\lvert y^3\rvert$
2D)	$2\lvert(x-3)^3\rvert$
3A)	$2dc^6\sqrt{3d}$
3B)	$3y^4z^2\sqrt[3]{z}$
3C)	$\frac{\sqrt[5]{24y^4}}{2y}$
3D)	$2x^2y^3\sqrt[12]{2y}$
4A)	2
4B)	$\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a}$
4C)	$\frac{y+4y^{\frac{1}{2}}+4}{y-4}$
5A)	165 in^2 تقريبًا.
5B)	295.4 in^3 تقريبًا.

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تأكد	
1)	$\frac{b^3}{a^8}$
2)	$\left(\frac{1}{5}\right)^{11}$
3)	$(12)^{10}$
4)	$-7u^4 v^6$
5)	$(y-6)^4$
6)	$2g^4h^6$
7)	-5
8)	$2\left\|(2y+1)^3\right\|$
9)	$6b^2 c^2\sqrt{ac}$
10)	$\frac{c^2\sqrt{cd}}{d^5}$
11)	$\frac{\sqrt[4]{10xy^3}}{2y}$
12)	$60x$
13)	$36xy$
14)	$3xy$
15)	$2xy^2\sqrt[18]{2^7x\,y^3}$
16)	32
17)	$\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2}$
18)	$6b^2c^2\sqrt{ac}$
19)	$6\sqrt{5}\,\|a\|\,b^4$
20)	$a^{\frac{1}{10}}$

رقم السؤال	الإجابة
(21	$4.088 \times 10^8 \mathrm{m}$ تقريبًا.
إجابات تدرَّب وحل المسائل	
(22	$\frac{1}{x^3y^4}$
(23	3^{5n}
(24	$(15)^5$
(25	$\pm 15a^8b^{18}$
(26	$-20x^{16}y^{20}$
(27	$(a^2+4a)^6$
(28	$-3b^6c^4$
(29	-3
(30	$-(y-9)^3$
(31	$\lvert x^3 \rvert$
(32	$3\lvert (x+4) \rvert$
(33	$(y^3+5)^6$
(34	$x^2\lvert y \rvert$
(35	$2a^3b^2$
(36	$3\lvert a^3 \rvert bc^2\sqrt{2bc}$
(37	$\frac{\sqrt[4]{28b^2x^3}}{2\lvert b \rvert}$
(38	$32a^5b^3\sqrt{b}$
(39	$16a\ \lvert b^3 \rvert\ \sqrt[10]{a^3}$
(40	$10a\ b^2\ \sqrt[9]{100\ a^4\ b^7}$

رقم السؤال	الإجابة
(41	$\frac{4}{9}$
(42	$3\|a^3\|b^2$
(43	x^3y^4
(44	$\frac{1}{x^5y^6z^2}$
(45	$\|ab\|^3$
(46	3
(47a	6.2, 12.4, 24.8
(47b	يصبح حجم الكرة 8 أمثال حجمها الأصلي.
(48	141 مليون ميلٍ تقريبًا.
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(49	$(x^6)^{\frac{1}{2}} = \|x\|^3$ $(x^{\frac{1}{2}})^6 = x^3$ الناتجان غير متساويين؛ لأنه في العبارة $(x^6)^{\frac{1}{2}}$ يمكن أن تكون قيم x موجبة أو سالبةً؛ لذا نضع رمز القيمة المطلقة في الناتج، أمَّا في العبارة $(x^{\frac{1}{2}})^6$، فيجب أن تكون قيم x غير سالبةٍ.
(50	إجابة ممكنة: 1
(51	خالد؛ لأن مرافق المقدار $y^{\frac{1}{3}}$ هو $y^{\frac{2}{3}}$ وليس $y^{\frac{1}{2}}$.
(52a	78
(52b	100:9
(53	إذا كان n عددًا فرديًّا، فهناك جذر حقيقي واحد فقط، وبناءً على ذلك، لا حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة، أمَّا إذا كان n عددًا زوجيًّا، فإن $\sqrt[n]{x^n} = \|x\|$.
إجابات تدريب على اختبار	
(54	C
(55	$\frac{3\sqrt[4]{y}}{5y}$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مراجعة تراكمية	
(56	$(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
(57	-123
(58	لا؛ لأن $P(3) = 27 + 15 + 2 \neq 0$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(59	1
(60	0
(61	3
(62	5

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
(1A	0.4
(1B	3.7
(1C	7.8
(2A	$\frac{2}{3}$
(2B	$\frac{1}{3}$
(3A	$\log_{13} 6 + 3 \log_{13} \lvert a\rvert + \log_{13} \lvert b\rvert + 4 \log_{13} \lvert c\rvert$
(3B	$\log_6 5 + 3 \log_6 \lvert x\rvert + 7 \log_6 \lvert y\rvert + 0.5 \log_6 \lvert z\rvert$
(3C	$\frac{1}{3} \log_4 \lvert 1 - x\rvert - \log_4 \lvert 2x+1\rvert$
(4A	$\log_2 \frac{54x^3}{(x+1)^5}$
(4B	$\ln \frac{2x-1}{\sqrt[4]{x+1}} = \ln \frac{(2x-1)\sqrt[4]{(x+1)^3}}{x+1}$
(5	$\frac{\ln 8}{\ln 6} = \frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 6} \approx 1.1606$
(6	$I \approx 4570882$
إجابات تأكد	
(1	-0.9
(2	2.5
(3	-1.5
(4	1
(5	$\frac{1}{2}$
(6	$4 + 4 \log_3 \lvert x\rvert - 3 \log_3 y$
(7	$\ln \lvert x-5\rvert - \frac{1}{7} \ln \lvert 2 + 4x\rvert$

رقم السؤال	الإجابة
(8	$\log_9 6 + 3\log_9 \lvert x\rvert + 5\log_9 \lvert y\rvert + \log_9 \lvert z\rvert$
(9	$\log_8 \frac{41472\,x^2}{2x - 5}$
(10	$\ln \frac{x^3}{\sqrt{6-x}} = \ln \frac{x^3\sqrt{6-x}}{6-x}$
(11	$\frac{\log 7}{\log 3} \approx 1.771$ $\frac{\ln 7}{\ln 3} \approx 1.771$ الناتجان متساويان.
(12	1.995×10^{25} إيرج تقريبًا.
إجابات تدرّب وحل المسائل	
(13	2.8
(14	-0.9
(15	11.8
(16	9.8
(17	1
(18	6
(19	75
(20	$\frac{5}{6}$
(21	$\log_{11} \lvert a\rvert - 4\log_{11} \lvert b\rvert + 12\log_{11} \lvert c\rvert + 7\log_{11} \lvert d\rvert$
(22	$2\log_7 \lvert h\rvert + 11\log_7 \lvert j\rvert - 5\log_7 \lvert k\rvert$
(23	$\log_4 10 + 2\log_4 \lvert t\rvert + \log_4 \lvert u\rvert - 3\log_4 \lvert v\rvert$
(24	$6\log_5 \lvert a\rvert - 3\log_5 b + 4\log_5 \lvert c\rvert$
(25	$\log_2 \lvert 3x+ 2\rvert - \frac{1}{7}\log \lvert 1 - 5x\rvert$
(26	$\ln \frac{(2x)^5}{(5x+1)^{\frac{1}{3}}} = \ln \frac{32x^5\,(5x+1)^{\frac{2}{3}}}{5x+1}$

رقم السؤال	الإجابة
(27	$\ln \frac{a^7 b}{64 c^2 e^2}$
(28	$\log_6 25a^2 bc^7$
(29	$\log_2 \frac{16x}{yz^3}$
(30	$\frac{\ln 16}{\ln 2} = \frac{\log 16}{\log 2} = 4$
(31	$\frac{\ln 9}{\ln 4} = \frac{\log 9}{\log 4} \approx 1.5850$
(32	$\frac{\ln 21}{\ln 3} = \frac{\log 21}{\log 3} \approx 2.7712$
(33	$\frac{\ln 7.29}{\ln 5} = \frac{\log 7.29}{\log 5} \approx 1.2343$
(34	$\frac{\ln \sqrt{5}}{\ln 7} = \frac{\log \sqrt{5}}{\log 7} \approx 0.4135$
(35	إفرست 26855.44 باسكال، تريسوني 34963.34 باسكال، بونيتي 36028.42 باسكال.
(36a	سنتان تقريبًا.
(36b	5 سنواتٍ تقريبًا.
(37a	$\log K_w = \log [H^+] + \log [OH^-]$
(37b	$-14 = \log [H^+] + \log [OH^-]$
(37c	1×10^{-5} mol / L
(38a	أرمينيا ويوغسلافيا، أو تركيا وأرمينيا؛ لحساب شدة هزة أرمينيا $7 = 1 + \log x$ $6 = \log x \Longrightarrow x = 10^6$ ولحساب شدة هزة يوغوسلافيا $6 = 1 + \log x_1 \Longrightarrow 5 = \log x_1 \Rightarrow x_1 = 10^5$ $10^6 = 10(10)^5$ وكذلك تركيا وأرمينيا حيث شدة هزة تركيا تساوي 10^7 $10^7 = 10(10)^6$ بما أن شدة هزة تركيا تساوي 10^7 وشدة هزة يوغوسلافيا تساوي 10^5 $10^7 = 100(10)^5$ إذن شدة هزة تركيا تساوي 100 مرة شدة هزة يوغوسلافيا.

رقم السؤال	الإجابة
(38b	افترض أن x_1 شدة هزة يوغوسلافيا M_1 قوة هزة يوغوسلافيا وتساوي 6 $M_1 = 1 + \log x_1$ $6 = 1 + \log x_1$ احسب قوة هزة تعادل $1000\ x_1$ $M = 1 + \log 1000\ x_1$ $= 1 + \log 1000 + \log x_1$ $= 1 + \log x_1 + \log 1000$ $= 6 + 3 = 9$ 9.0 درجاتٍ.
(39	$\log_{\sqrt{a}} (a^2) = x$ $(\sqrt{a})^x = a^2$ $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^x = a^2$ $a^{\frac{x}{2}} = a^2$ $\frac{x}{2} = 2$ $x = 4$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(40a	إجابة ممكنة: $\log_b \frac{xz}{5} = \log_b \|x\| + \log_b \|z\| - \log_b 5$
(40b	إجابة ممكنة: $\log_b\ m^4 p^6 = 4\ \log_b\ \|m\| + 6\ \log_b \|p\|$
(40c	إجابة ممكنة: $\log_b \frac{x^3 y^4}{z^5} = 3 \log_b \|x\| + 4 \log_b \|y\| - 5 \log_b \|z\|$
(41	افترض أن $b^m = x , b^n = y; x, y, b > 0, b \neq 1$ ، وعليه فإن $\log_b x = m , \log_b y = n$ عوِّض عن b^m , b^n بالمتغيرين x, y على الترتيب $\frac{b^m}{b^n} = \frac{x}{y}$ خاصية قسمة القوى $b^{m-n} = \frac{x}{y}$ خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية $\log_b b^{m-n} = \log_b \frac{x}{y}$ الخصائص الأساسية للوغاريتمات $m - n = \log_b \frac{x}{y}$ عوِّض عن m , n بالقيمتين $\log_b x , \log_b y$ على الترتيب $\log_b x - \log_b y = \log_b \frac{x}{y}$

رقم السؤال	الإجابة
(42	لاحظ أن $b^{p\log_b m} = \left(b^{\log_b m}\right)^p = m^p$ لأن $b^{\log_b m^p} = m$ من جهة أخرى $m^b = b^{\log_b (m^p)}$ إذن $b^{p\log_b \text{m}} = b^{\log_b (m^p)}$ بما أن الأساسات متساوية؛ إذن الأسس متساوية أيضًا $p\log_b \text{m} = \log_b (m^p)$.
(43	$\log_b 20 + \log_b 4$ جميع العبارات الأخرى تساوي $\log_b 24$
(44	$\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$ $\log_b x = \dfrac{\ln x}{\ln b}$ أوجد $\ln x$ من كل من المعادلتين من المعادلة الأولى $\ln x = \ln a \log_a x$ من المعادلة الثانية $\ln x = \ln b \log_b x$ إذن: $\ln a \log_b x = \ln b \log_b x$ اقسم الطرفين على $\ln a$ $\log_a x = \dfrac{\ln b}{\ln a}\log_b x$
إجابات تدريب على اختبار	
(45	A
(46	D
إجابات مراجعة تراكمية	
(47	$5(2x-1)(4x^2+2x+1)$
(48	$(x+1)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$
(49	$x^2-3x+13+\dfrac{-39x-13}{x^2+3x+1}$
(50	$\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$
(51	$3, 2, -5, -4 ;\ \ x-2,\ x+5, x+4 ; P(3) = 0$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(52	2

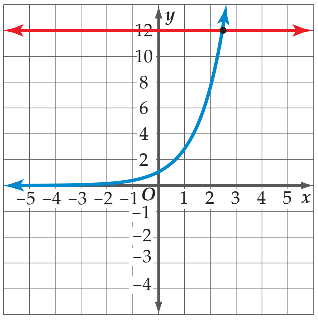
رقم السؤال	الإجابة
(53	81
(54	2
(55	0.26 تقريبًا.
(56	1.11 تقريبًا.
(57	1.31 تقريبًا.

الدرس 6 - 1

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
1A)	0.434
1B)	-1.07
1C)	$\ln 4 \approx 1.39 \text{ or } \ln 7 \approx 1.95$
2A)	$e^{-2} \approx 0.135$
2B)	-9 حل مرفوض. 9 حل مقبول.
2C)	-5.49 مرفوض. 0.49 مقبول.
3)	في العام الثاني عشر من بدء التأسيس تقريبًا.
4A)	0.44 تقريبًا.
4B)	3.23 تقريبًا.
	إجابات تأكد
1)	لا يوجد حل حقيقي.
2)	-7.93
3)	0 حل مقبول، و $\ln\left(-\frac{2}{3}\right)$ حل مرفوض.
4)	$\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ حل مقبول، و $\ln\left(\frac{-2}{3}\right)$ حل مرفوض.
5)	$\frac{e}{3} \approx 0.91$
6)	$\frac{12-2e^{2}}{1-e^{2}} \approx 0.43$ حل مفروض. لا يوجد حل حقيقي.
7)	$\frac{-8e^{4}+\sqrt{64e^{8}+16e^{4}}}{2e^{4}} \approx 0.01$ حل مقبول، والحل $\frac{-8e^{4}-\sqrt{64e^{8}+16e^{4}}}{2e^{4}} \approx -8.01$ مرفوض.

رقم السؤال	الإجابة
(8	8.76
(9a	$N_A \approx QR\ 15086$, $N_B \approx QR\ 26798$.
(9b	بعد 5 أيامٍ تقريبًا من يوم البداية.
(9c	نعم، يكون ذلك بعد 4.1 أيامٍ تقريبًا.
إجابات تدرَّب وحل المسائل	
(10	لا يوجد حل حقيقي.
(11	$\frac{4 \ln 6}{\ln \left(\frac{32}{9}\right)} \approx 5.65$
(12	$\frac{\ln \left(\frac{64}{27}\right)}{\ln 648} \approx 0.13$
(13	$\ln 2 \approx 0.69$ حل مقبول، و $\ln(-8)$ حل مرفوض.
(14	$\ln 7 \approx 1.95, \ln 8 \approx 2.08$
(15	$\frac{-900+\sqrt{810000+400e^3}}{200} \approx 0.02$ حل مقبول، والحل $\frac{-900-\sqrt{810000+400e^3}}{200} \approx -9.02$ مرفوض.
(16	$\pm\sqrt{e^5-1} \approx \pm 12.14$
(17	$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.62$ حل مقبول، و $\frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0.62$ حل مرفوض.
(18	لا يوجد حل حقيقي.
(19	$\pm e^{\frac{3}{10}} \approx \pm 1.35$
(20	71.41
(21	2.80

رقم السؤال	الإجابة
(22	$P = 0.93\,e^{0.3328\,(t-1)}$ $5 = 0.93\,e^{0.3328\,(t-1)}$ $\frac{5}{0.93} = e^{0.3328\,(t-1)}$ $\ln\left(\frac{5}{0.93}\right) = 0.3328\,(t-1)$ $\frac{\ln\left(\frac{5}{0.93}\right)}{0.3328} + 1 = t$ ≈ 6 في العام السادس من التأسيس.
(23	$\frac{1}{e^2},\ e^5$
(24	$e^{-1},\ e^{-5}$
25 a	$T = \frac{\ln n}{\ln 2}$
25 b	256 خطوةً.
26 a	$M = \frac{2}{3}(\log E - \log 10^{4.4}) = \frac{2}{3}\log E - \frac{2}{3}(4.4) = \frac{2}{3}\log E - \frac{44}{15}$
26 b	$M = \frac{2 \ln E}{3 \ln 10} - \frac{44}{15}$
26 c	4.47×10^{12} جول تقريبًا.
27 a	2.72, 7.39, 20.09, 54.60
27 b	2 , 3

<table>
<tr><th>رقم السؤال</th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td>27 c</td><td>بين 2.4 و 2.5
<table>
<tr><th>e^x</th><th>x</th></tr>
<tr><td>7.39</td><td>2</td></tr>
<tr><td>8.17</td><td>2.1</td></tr>
<tr><td>9.03</td><td>2.2</td></tr>
<tr><td>9.97</td><td>2.3</td></tr>
<tr><td>11.023</td><td>2.4</td></tr>
<tr><td>12.18</td><td>2.5</td></tr>
</table>
2.4 , 2.5</td></tr>
<tr><td>27 d</td><td>

$x = 2.4849$</td></tr>
<tr><td>27 e</td><td>$x = \ln 12 \approx 2.5$، نعم.</td></tr>
</table>

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
	حلُّ بلالٍ هو الصحيح؛ إجابة ممكنة: لأن خالدًا غيَّر في قيم x المسموح بها عند استخدام اللوغاريتمات، فكتب $\ln x^2 = 2\ln x$ ، وهذه العلاقة تكون صحيحة مع قيم x الموجبة فقط، بينما القيمة $\ln x^2$ تشترط أن تكون $x^2 > 0$ ؛ أي قيم $\mathbb{R} - \{0\}$ جميعها.
	لأن بعض الحلول تكون مرفوضةً؛ كأن يظهر لوغاريتم عددٍ سالبٍ.
	إجابة ممكنة: $\ln (x + 4) = \ln (3x + 12)$.
	إذا وجد في المعادلة أكثر من لوغاريتم لعبارات جبرية تحوي متغيرات، مثال: $\ln(5x + 7) + \ln (6x) = 6$
إجابات تدريب على اختبار	
	B
	$\ln \sqrt{\frac{2}{3}}$
إجابات مراجعة تراكمية	
	$3\, x^2 \lvert y^3 \rvert\, z^2 \sqrt[4]{2z}$
	$3 \log \lvert x \rvert + \log \lvert x+1 \rvert - \log \lvert x - 2 \rvert$
	$\frac{107}{27}$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
	$5(4 + h)$
	$\frac{3x\,(2x + \sqrt{2x}\,)}{4x^2 - 2x} = \frac{3\,(2x + \sqrt{2x}\,)}{4x - 2}$

دليل الدراسة والمراجعة

رقم السؤال	الإجابة
1)	remainder theorem
2)	factor theorem
3)	prime polynomial
4)	divisor
5)	remainder
6)	exponential equation
7)	change of base formula
8)	$(5x-2)(25x^2+10x+4)$
9)	$5(x+1)(x^2-x+1)$
10)	$(x-2)(x+2)(x+7)$
11)	$(3x-1)(3x+1)(x-2)(x+2)$
12)	$\frac{x^2-8x-5}{(x+5)(x-5)^2}, x \neq \pm 5$
13)	$\frac{2(x+2)(2x-5)}{(x-4)^2}, x \neq 4$
14)	$-(4+2x+x^2), x \neq \mp 2, x \neq 3$
15)	$x^2+2x, x \neq 0, x \neq 5$
16)	$\frac{x^2+10x-41}{x^2-9}, x \neq \pm 3$
17)	$2y^2+3y-\frac{16}{3}+\frac{\frac{-40}{3}}{3y+2}$
18)	$a^3+8a^2+26a+72+\frac{220}{a-3}$

رقم السؤال	الإجابة
19)	$4a^4 - 9a^2 + 12 - \frac{a + 12}{a^2 + 1}$
20)	$x^2 + 3x - 40$
21)	-80
22)	-21
23)	عامل، $x + 2 , 3x - 1$ ، $-2, \frac{1}{3}, -5$
24)	عامل، $x^2 + 3x + 5$, $-\frac{5}{2}$
25)	ليست عاملًا.
26a)	إجابة ممكنة: 2
26b)	$(x - 2)$
26c)	$(x - 2)(x - 1)(3x + 1)$
26d)	$\{2, 1, -\frac{1}{3}\}$
27)	± 11
28)	-5
29)	6
30)	$(x^2 + 2)^3$
31)	$3(x + 3)$
32)	$a^2 \mid b^3 \mid$
33)	$3x^2y^5$
34)	$12 \mid x \mid y\sqrt{42}$
35)	$\frac{m^2\sqrt{6mp}}{p^6}$

رقم السؤال	الإجابة
(36	$x^{\frac{7}{6}}$
(37	$\frac{m^{\frac{1}{4}}}{m}$
(38	$\frac{d^{\frac{5}{12}}}{d}$
(39	$\frac{y^{\frac{3}{4}}}{y}$
(40	3
(41	$x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{2}{3}}$
(42	10 m /s
(43	$4a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{4}{5}}c^{2}\pi$ وحدةً مربعةً.
(44	-1.9
(45	0.4
(46	$\frac{3}{5}$
(47	$\log_3 2 + 5\log_3\|x\| + 2\log_3\|y\| + 3\log_3\|z\|$
(48	$\log_5\|a\| - 3\log_5\|b\| + 4\log_5\|c\| - 2\log_5\|d\|$
(49	$\log_2 \frac{x^6}{\sqrt[3]{x-4}}$
(50	$\log_2 \frac{(z-1)^2}{2z-1}$
(51a	$t = \frac{-16(\log N - \log N_0)}{\log 2}$
(51b	28 سنة تقريبًا.
(51c	18 %
(52a	$\frac{\ln 11}{\ln 4} \approx 1.7297$

رقم السؤال	الإجابة
(52b	$\frac{\ln 15}{\ln 2} \approx 3.9069$
(53	1.6931
(54	0.9299
(55	0
(56	4.6102
(57	3.8171
(58	−0.4323
(59	لا يوجد حل حقيقي.
(60	0.2801
(61a	8 سنواتٍ تقريبًا.
(61b	14 سنةً تقريبًا.

اختبار الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
(1	C
(2	$\frac{-4x^3 + 8x^2 - 16x + 3}{(2x + 4)(4x^2 - 8x + 16)}, x \neq -2$
(3	$\frac{-4x}{2x - 1}, x \neq 0, \ x \neq \pm\frac{1}{2}$
(4	57
(5	B
(6	$x^3 - 3x^2 + 11x - 28 + \frac{73x + 31}{x^2 + 3x + 1}$
(7	$x^2 + 5x + 15 + \frac{50}{x - 3}$
(8	$\frac{e^2}{9} \approx 0.821$
(9	لا يوجد حل حقيقي.
(10	$x = \frac{-3+\sqrt{53}}{2} \approx 2.140$ حل مقبول، و $x = \frac{-3-\sqrt{53}}{2} \approx -5.140$ حل مرفوض.
(11	5.419 تقريبًا.
(12	$\ln 3 \approx 1.099$
(13	$\log_4 \frac{5x + 2}{3\sqrt[3]{x + 1}} = \log_4 \frac{(5x + 2)\sqrt[3]{(x+1)^2}}{3(x+1)}$
(14	$\frac{5}{6}$
(15	$\frac{1}{3}$
(16	$(x - 3)(x + 1)(x + 2)(x - 2)$ ، $3, -1, \mp 2$
(17	14 عامًا تقريبًا.

التهيئة للاختبارات

رقم السؤال	الإجابة
1)	B
2)	C
3)	D
4)	C

الاختبار التراكمي

رقم السؤال	الإجابة
1)	B
2)	D
3)	C
4)	B
5)	C
6)	D
7)	A
8)	C
9)	A
10)	11 min تقريبًا.

رقم السؤال	الإجابة
11a)	$(x^2+9y^2)(x+3y)(x-3y)$
11b)	أولية.
11c)	$3xy(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$
11d)	$(3x-1)(-x+1)$
11e)	$(3x^2+2)(x-4)$
12)	518
13a)	0
13b)	−1.199
13c)	3.42
13d)	1.42 تقريبًا.
14a)	$\frac{x+2}{(x+4)^2}$, $x \neq 0$, $x \neq -4$
14b)	$\frac{20(x^2-x+1)}{(x+2)^2}$, $x \neq -2$, $x \neq -1$
15)	$x^3+x^2+4x+9+\frac{15}{x-1}$
16)	$(x-2)(x+5)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$ ، $2, -5, \mp\sqrt{3}$

التهيئة

رقم السؤال	الإجابة
(1	$\frac{1}{\sqrt{x}+3}$
(2	$\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}}$
(3	$x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$
(4	$\frac{\sqrt{x+1}+1}{x}$
(5	• يشير سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة أنه عندما تزيد قيم x بلا حدود، فإن قيم $f(x)$ تقترب من العدد 2، كذلك عندما تقل قيم x بلا حدود، تقترب قيم $f(x)$ ومن العدد 2 • التمثيل البياني للدالة $f(x)$ يقترب من المستقيم $y = 2$ ولا يمسه، أي أن له خط تقارب أفقي عند $y = 2$ • التمثيل البياني للدالة يقترب من المستقيم $x = 4$ ولا يمسه، أي أن له خط تقارب رأسي عند $x = 4$
(6	• الدالة غير متصلة عند قيم x التالية: • عند $x = -4$ ؛ لانه يوجد انقطاع في التمثيل البياني عند $x = -4$ • عند $x = 0$ ؛ لأن الدالة غير معرّفة عندها، حيث كلما اقتربت x من الصفر تقترب y من السالب ما لانهاية. • عند $x = 3$ ؛ لوجود قفزة في التمثيل البياني عند $x = 3$

الدرس 1 - 2

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1A)	$\lim_{x\to -1} (1-2x) = 3$
1B)	$\lim_{x\to 5} \frac{x^2-4x-5}{x-5} = 6$
2A)	4
2B)	4
2C)	4
2D)	3
2E)	5
2F)	غير موجودة.
3A)	$-\infty$
3B)	غير موجودة.
4A)	-3
4B)	1
5)	$\lim_{t\to\infty} f(t) = 1$ أي أن مستوى الأكسجين في البحيرة كلما زاد الزمن t سيعود إلى المستوى غير الملوث وذلك بسبب التوازن، وذوبان الأكسجين من الغلاف الجوي.
إجابات تأكد	
1)	$\lim_{x\to 5} (4x-14) = 6$
2)	$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{x-3} = 5$
3)	-1
4)	-2
5)	غير موجودة.
6)	2
7)	0
8)	غير موجودة.
9)	2
10)	4

رقم السؤال	الإجابة
11)	غير موجودة.
12)	-2
13)	-2
14)	-2
15)	$\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{-17}{x^2+8x+16}=-\infty$
16)	∞
17)	غير موجودة.
18)	غير موجودة.
19)	غير موجودة.
20)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x}{x^2+1}=0$
21)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4-\dfrac{2x}{x+1}\right)=2$
22)	**افهم:** **المعطيات:**

- دالة تركيز أحد الأدوية في دم المريض بوحدة ملجرام لكل مللتر، في الزمن بالساعات بعد حقن المريض بالدواء
- التمثيل البياني للدالة.

المطلوب: إيجاد نهاية الدالة عندما يقترب الزمن بعد حقن المريض (بالساعات) من المالانهاية.

خطط: ادرس سلوك التمثيل البياني للدالة عندما يقترب الزمن (t) من المالانهاية.

حل: من التمثيل البياني المعطى يتضح أنه كلما زادت قيم (t) بلا حدود فإن منحنى الدالة يقترب من الصفر، أي أن تقدير نهاية الدالة $C(t)$ عند المالانهاية يكون صفرًا إذن $\lim\limits_{x\to\infty}C(t)=0$

تفسير النتيجة: إن تقدير قيمة النهاية بالعدد صفر في هذه المسألة تعني أنه مع مرور الزمن، فإن تركيز الدَّواء في دم المريض سيصبح قريبًا من الصفر.

تحقق: كوّن جدول قيم واختر قيمًا كبيرة لـ t

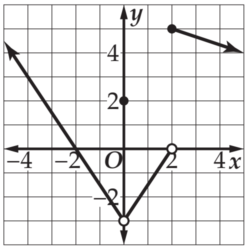
t تقترب من المالانهاية

t	10	50	100	500	1000	10000
$C(x)$	2.8717	0.0977	0.0004	4.04×10^{-25}	6.53×10^{-52}	≈ 0

$C(t)$ تقترب من الصفر

نلاحظ من الجدول أن قيم $C(t)$ تقترب من الصفر كلما زادت قيم t ، وهذا يتفق مع تقدير النهاية بيانيًّا؛ لذا فالإجابة صحيحة ✓.

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تدرب وحل المسائل	
(23	$\lim\limits_{x\to-2}(x^2+2x-15)=-15$
(24	$\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2+x-20}{x+5}=-9$
(25	$\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}=4$
(26	$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$
(27	2
(28	3
(29	غير موجودة.
(30	4
(31	3
(32	4
(33	2
(34	غير موجودة.
(35	$\lim\limits_{x\to6}\dfrac{5}{(x-6)^2}=\infty$
(36	2
(37	غير موجودة.
(38	غير موجودة.
(39	-1.5
(40	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x-1}=\infty$
(41	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-6x}{3x+7}=-2$
(42	$\lim\limits_{t\to\infty}P(t)=230$ ، سيصل عدد الذباب 230 ذبابةً مع مرور الزمن.

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(43	كلاهما على خطأ؛ لأنه إذا اقتربت الدالة من قيمتين مختلفتين عن اليمين واليسار، فإن النهاية تكون غير موجودةٍ عند تلك النقطة.
(44	إجابة ممكنة: $f(x) = \frac{\sin x}{x}, g(x) = \begin{cases} 2x & , x \leq 0 \\ x+1 & , x > 0 \end{cases}$
(45	أحيانًا؛ إجابة ممكنة: نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c لا تعتمد على قيمة الدالة عند النقطة c ، فإذا كانت الدالة غير متصلة عند c ، و $f(c) = L$، فإن نهاية الدالة قد تكون قيمةً مختلفةً عن L.
(46	إجابة ممكنة: 
(47	**(a** غير موجودة. **(b** غير موجودة. **(c** -1
(48	إجابة ممكنة: إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلةً عند $x = 5$ ، فإنه يُمكنك إيجاد النهاية من خلال إيجاد قيمة $f(5)$ باستعمال التمثيل البياني وتحديد النقطة $(5, f(5))$ وذلك بالتعويض عن x بـ 5 في الدالة مباشرة: $\lim_{x \to 5} (x^2 + 2) = 5^2 + 2$ $= 27$
إجابات تدريب على اختبار	
(49	C
(50	∞
(51	$-\infty$
(52	1
(53	2
إجابات مراجعة تراكمية	
(54	$x = 0 \text{ or } x \approx 1.609$

رقم السؤال	الإجابة
(55	$x = 21$
(56	15
(57	$\frac{x+1}{x-2}$, $x \neq 1$, $x \neq 2$
(58	$\frac{7n^2}{(n+8)(n+6)}$, $n \neq -6$, $n \neq -8$, $n \neq 3$, $n \neq -4$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(59	1
(60	1
(61	1
(62	0
(63	0
(64	0
(65	5
(66	2
(67	غير موجودة.

الدرس 2 - 2

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
(1A	-4
(1B	$\frac{1}{9}$
(1C	$\sqrt{2}$
(2A	3
(2B	$\frac{-1}{7}$
(2C	غير ممكن؛ لأنه إذا كانت $f(x)=x+6$، فإن $f(-8)=-8+6<0$ أي أنه لا يمكن حساب $\lim\limits_{x\to -8}\sqrt{f(x)}$
(3A	$\frac{1}{5}$
(3B	20
(3C	$\frac{1}{4}$
(4A	10
(4B	$-\frac{1}{4}$
(5A	غير موجودة
(5B	-3

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تأكد	
(1	-25
(2	21.11
(3	6
(4	ليس ممكنًا؛ لأن مجال الدالة، $f(x)=\frac{x^2+9}{\sqrt{x}-4}$ هو $[0,\infty[-\{16\}$ ، والعدد -16 لا ينتمي إلى مجال الدالة، لذا لايمكن حساب النهاية بالتعويض المباشر.
(5	30
(6	2
(7	3
(8	$\frac{1}{6}$
(9	24
(10	$\frac{3}{8}$
(11	-1
(12	48
(13	2
(14	5
إجابات تدرب وحل المسائل	
(15	29
(16	-46
(17	42
(18	ليس ممكنًا؛ لأن قيمة الدالة $f(x)=\sqrt{2-x}$ هي $\sqrt{-1}$ عندما $x=3$ وهي ليست مُعَرَّفةً.
(19	188
(20	-66.84
(21	1.46

رقم السؤال	الإجابة
22)	-12
23)	$\frac{4}{3}$
24)	-2
25)	24
26)	2
27)	$\frac{2}{3}$
28)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
29)	2
30)	3
31)	27
32)	2
33)	10
34)	1
35)	$-\frac{1}{4}$
36)	30
37)	5
38)	32
39)	-48
40)	$k = -2$
41)	$n = -1$
42)	$a = b = 1$

رقم السؤال	الإجابة
43)	$a = 4 , b = 3$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
44)	كلاهما إجابتها صحيحة، لكن مريم استعملت التعويض المباشر، بينما فاطمة حللت ثم عوّضت، لذا يفضل استعمال التعويض المباشر أولًا واستعمال التحليل عند الوصول إلى $\frac{0}{0}$
45)	لا، إجابة ممكنة: $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1} = 2$ ، بينما $\lim_{x\to1}(x^2-1) = 0 , \lim_{x\to1}(x-1) = 0$
46)	$m = 3 , b = -2.5$
47)	بالتعويض المباشر ينتج $\frac{0}{0}$، وعندها نستعمل الضرب في المرافق $\lim_{x\to m}\frac{\sqrt{x-n}-\sqrt{m-n}}{x-m} = \lim_{x\to m}\frac{\sqrt{x-n}-\sqrt{m-n}}{x-m}\cdot\frac{\sqrt{x-n}+\sqrt{m-n}}{\sqrt{x-n}+\sqrt{m-n}}$ $= \lim_{x\to m}\frac{x-n-m+n}{(x-m)\left(\sqrt{x-n}+\sqrt{m-n}\right)}$ $= \lim_{x\to m}\frac{x-m}{(x-m)\left(\sqrt{x-n}+\sqrt{m-n}\right)}$ $= \lim_{x\to m}\frac{1}{\sqrt{x-n}+\sqrt{m-n}}$ $= \frac{1}{2\sqrt{m-n}}$
48)	عند التعويض المباشر تُقبَل الإجابات باستثناء أن يكون الناتج قيمةً غير محدَّدةٍ؛ لأنه عندئذٍ نقوم بما يلي: • نُحلِّل أو نضرب في المرافق، أو القسمة الطويلة أو توحيد المقامات. • نختصر المقادير المتشابهة بين البسط والمقام. • نُعوِّض مرّةً أخرى، بحيث لا تنتج قيمة غير محدَّدةٍ بعد التعويض.
إجابات تدريب على اختبار	
49)	A
50)	D
إجابات مراجعة تراكمية	
51)	$\frac{x+7}{7} , x \neq 8 , x \neq -5$

رقم السؤال	الإجابة
(52	$\frac{(r+2)(r-1)}{(r+1)(r+5)}$, $r \neq -1$, $r \neq -5$
(53	$2x^3 + x^2 - 3x - 3 + \frac{2}{x-2}$
(54	$x = 49.5$
(55	$x = 1.5$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(56	1
(57	0
(58	-1

الدرس 3 - 2

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1A)	$\frac{\pi}{12}$
1B)	3
2A)	$\frac{2}{3}$
2B)	$\frac{2}{7}$
3A)	$\frac{4}{5}$
3B)	2
3C)	$\frac{9}{5}$
إجابات تأكد	
1)	$-\frac{\pi}{\sqrt{3}}$
2)	$\frac{12\sqrt{3}}{\pi}$
3)	2
4)	1
5)	$-\sqrt{2}$
6)	0
7)	$\frac{5}{2}$
8)	1
9)	9
10)	$\frac{1}{2}$
11)	2
12)	$\frac{1}{2}$
إجابات تدرب وحل المسائل	
13)	$2\pi^2$
14)	$\frac{16}{\pi}$

رقم السؤال	الإجابة
15)	$\frac{3}{2}$
16)	-3
17)	$\frac{1}{5}$
18)	3
19)	$\frac{2}{3}$
20)	$\frac{5}{2}$
21)	$\frac{8}{27}$
22)	1
23)	يتغير تعريف الدالة عند $x = 0$ $\lim_{x\to0^+} g(x) = \lim_{x\to0^+} \frac{x^2+4x}{x}$ $= \lim_{x\to0^+} \frac{\cancel{x}(x+4)}{\cancel{x}}$ $= 0 + 4 = 4$ $\lim_{x\to0^-} g(x) = \lim_{x\to0^-} \frac{\sin 8x}{2x}$ $= \frac{8}{2} = 4$ بما أن $\lim_{x\to0^+} g(x) = \lim_{x\to0^-} g(x) = 4$ فإن $\lim_{x\to0} g(x) = 4$
24)	غير موجود
25)	غير موجود
26)	$a = 12, b = 3.5$
27)	1
28)	$\frac{1}{3}$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
29)	سعد، أخطأ سالم فبسّط $\frac{\sin^2 3x}{3x^2}$ إلى $\frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{\sin x}{x}$ بدلًا من $\frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{\sin 3x}{x}$

رقم السؤال	الإجابة
30)	افترض $y = x - \frac{\pi}{2}$ أي أن $x = y + \frac{\pi}{2}$ عندما $x \to \frac{\pi}{2}$ فإن $y \to \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ أو $y \to 0$ $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}} = \lim\limits_{y\to 0}\frac{\cos\left(y+\frac{\pi}{2}\right)}{y}$ $= \lim\limits_{y\to 0}\frac{-\sin y}{y}$ $= -\lim\limits_{y\to 0}\frac{\sin y}{y}$ $= -1$
31)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{x}\cdot\frac{\sin x}{\sin x}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{\sin x}\cdot\frac{\sin x}{x}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{\sin x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$ افترض $y = \sin x$ $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{\sin x}(1)$ عندما $x \to 0$ $= \lim\limits_{y\to 0}\frac{\sin y}{y} = 1$ فإن $y \to \sin 0 = 0$ أو $y \to 0$
32)	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{x}$ بسّط $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x\cos x}$ افصلِ الكسر $= \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1}{\cos x}\right)$ خاصية الضرب $= \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)\cdot\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos x}\right)$ نظرية $= (1)\frac{1}{\cos 0}$ بسّط $= (1)\frac{1}{1} = 1$
33)	إجابة ممكنة: استعمل التعويض المباشر، وعند الوصول إلى الصيغة غير المحددة $\frac{0}{0}$ يمكن استعمال المتطابقات والتحليل، وإذا كانت النهاية تعتمد على حساب $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$ فنستعمل تلك النظرية ونتائجها.

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تدريب على اختبار	
(34	C
(35	D
إجابات مراجعة تراكمية	
(36	$\frac{1}{2}$
(37	$-\frac{1}{8}$
(38	غير موجود
(39	$\frac{6(b+1)}{b-3}, b \neq 3, b \neq -3$
(40	$x \approx 7.46$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(41	0
(42	$-\infty$
(43	2

ملحق الإجابات

اختبار منتصف الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
(1	1
(2	1
(3	1
(4	3
(5	3
(6	3
(7	3
(8	-2
(9	غير موجودة.
(10	0
(11	∞
(12	B
(13	A
(14	C
(15	B
(16	4
(17	$\frac{1}{4}$
(18	$\frac{1}{4}$
(19	0
(20	$\frac{3}{8}$
(21	1

الدرس 4 - 2

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1A)	$-\infty$
1B)	∞
1C)	$-\infty$
2A)	0
2B)	$-\infty$
2C)	3.5
3)	$a = 0, b = 6$
4A)	0، متقاربة.
4B)	∞، متباعدة.
إجابات تأكد	
1)	∞
2)	$-\infty$
3)	∞
4)	$\frac{3}{4}$
5)	∞
6)	0
7)	∞
8)	2
9)	$-\frac{4}{7}$
10)	5

رقم السؤال	الإجابة
11)	$a = 0, b = -1$
12)	$m = -1, n = \frac{3}{2}$
13)	0، متقاربة.
14)	∞، متباعدة.
إجابات تدرَّب وحل المسائل	
15)	∞
16)	$-\infty$
17)	∞
18)	2
19)	0
20)	∞
21)	$\frac{-1}{2}$
22)	0
23)	2
24)	$\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$
25)	$a = 1, b = 2$
26)	$a = 5, b = 2$
27)	−4، متقاربة.
28)	∞، متباعدة.
29)	4، متقاربة.
30)	$m = 3, n = 2$

<table>
<tr><th>رقم السؤال</th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td>(31</td><td>

المطلوب في المسألة هو وصف قوة الجذب F عندما تزداد d مسافةً كبيرةً جدًّا، أي $\lim_{d\to\infty} F$، وبما أن G, m_1 , m_2 ثوابت، فإن ناتج الضرب $G\, m_1\ \ m_2$ عدد ثابت أيضًا؛ لذا فالنهاية هي $\lim_{d\to\infty} G\,\frac{m_1\, m_2}{d^2} = G\, m_1\, m_2 \lim_{d\to\infty} \frac{1}{d^2} = 0$، أي أنه إذا تحرك الجسم مسافة كبيرة جدًّا مبتعدًا عن الأرض فإنه قوة الجذب العام لهذا الجسم تنعدم أو تقترب من الصفر.

</td></tr>
<tr><td>(32 a</td><td>

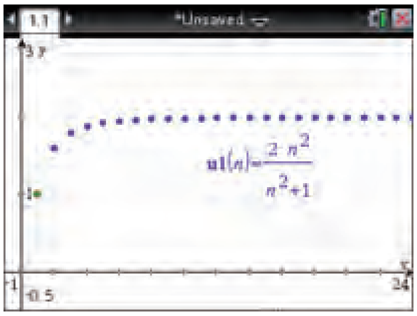
a

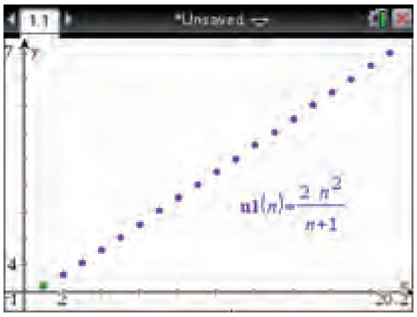
<table>
<tr><td>n</td><td>10</td><td>100</td><td>1000</td><td>10000</td><td>100000</td></tr>
<tr><td>a_n</td><td>0.198</td><td>0.012</td><td>0.002</td><td>0.0</td><td>0</td></tr>
</table>

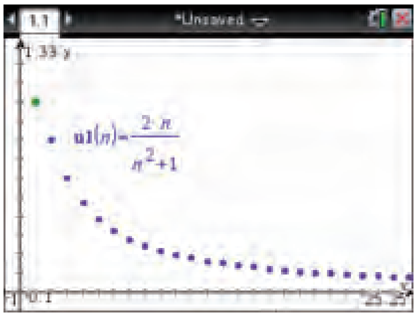
<table>
<tr><td>n</td><td>10</td><td>100</td><td>1000</td><td>10000</td><td>100000</td></tr>
<tr><td>b_n</td><td>1.980</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>n</td><td>10</td><td>100</td><td>1000</td><td>10000</td><td>100000</td></tr>
<tr><td>c_n</td><td>18.182</td><td>198.02</td><td>1998.002</td><td>19998.000</td><td>199998</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>(32 b</td><td>







</td></tr>
</table>

رقم السؤال	الإجابة
32 c)	$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n}{n^2+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{2n}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2}+\frac{1}{n^2}}$ $= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1+0} = 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n^2+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{2n^2}{n^2}}{\frac{n^2}{n^2}+\frac{1}{n^2}}$ $= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{1+\frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1+0} = 2$ $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{2n^2}{n^2}}{\frac{n}{n^2}+\frac{1}{n^2}}$ $= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}} = \frac{2}{0+0} = \frac{2}{0} = \infty$
32 d)	a_n متقاربة، وتتقارب من الصفر. b_n متقاربة، وتتقارب من 2. c_n متباعدة.
32 e)	إجابة ممكنة: تكون المتتالية متقاربة إذا كانت النهاية موجودة عند المالانهاية وتقترب من عدد حقيقي، وإلا فإنها تكون متباعدة.
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
33)	جاسم؛ حيث أخطأ خالد إذ قسم البسط على x^2 قبل أن يبسطة ويفك القوس
34)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$، التمثيل البياني لسلوك الدالة عند $-\infty$ يجب أن يكون مشابهًا لسلوكها عند ∞ للدالة الزوجية.
35)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ ، التمثيل البياني لسلوك الدالة عند $-\infty$ يجب أن يكون معاكسًا لسلوكها عند ∞ للدالة الفردية.
36)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ؛ لأن $(x, y)\to(-x, -y)$ في التماثل حول نقطة الأصل.
37)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ ؛ لأن $y = f(-x) = f(x)$ في التماثل حول المحور y .

رقم السؤال	الإجابة
38)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$؛ يكون لمنحنى الدالة خط تقارب أفقي إذا تحقق $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = b$ أو كلاهما، ومعادلة خط التقارب الأفقي هنا هي $y = b$؛ أي أنها تساوي نهاية الدالة عند المالانهاية.
39)	$x^3 + 3$
40)	إجابة ممكنة: $f(x) = \dfrac{x^2}{(x-1)(x-3)}$
41)	إذا كانت النهاية في الصورة $\frac{\infty}{\infty}$، فإنها لا تساوي 1؛ لأن ∞ ليس عددًا حقيقيًّا؛ بل يمثِّل رمزًا.
42)	افترض $u = \frac{1}{x}$ أي أن $x = \frac{1}{u}$ عندما $x \to \infty$ فإن $u \to \frac{1}{\infty}$ $u \to 0$ $\lim\limits_{x\to\infty} x \sin \frac{1}{x} = \lim\limits_{u\to 0} \frac{1}{u} \sin u$ $= \lim\limits_{u\to 0} \dfrac{\sin u}{u} = 1$
43)	إجابة ممكنة: يمكن حساب نهاية دالة عندما تؤول x إلى المالانهاية كما يلي: – استعمال التعويض المباشر وخصائص النهايات. – إذا كانت الدالة نسبية فلا يمكن استعمال التعويض المباشر وخصائص النهايات؛ لأن الناتج سيكون $\frac{\infty}{\infty}$ وهذا لا يمثل عددًا؛ لذا تتم القسمة على أعلى قوة لمتغير الدالة في كل من البسط والمقام، ثم تبسيط الناتج بالاستفادة من نظرية $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^n} = 0$ ويمكن التحقق من الحل بتمثيل الدالة النسبية الأصلية بيانيًّا، وملاحظة سلوكها عندما تتقارب x من ∞ أو $-\infty$.
إجابات تدريب على اختبار	
44)	B
45)	$n = 2, b = -2$
إجابات مراجعة تراكمية	
46)	-1
47)	0

رقم السؤال	الإجابة
48)	4
49)	نعم عامل، والعوامل الأخرى هي: $(2x-1), (3x-2)$ $6x^3-19x^2+16x-4=(x-2)(2x-1)(3x-2)$ مجموعة الحل هي $\{2, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\}$
50)	$4x^5y^3\sqrt[3]{y}$
51)	$\frac{3x-16x^{\frac{1}{2}}+16}{x-16}$
52)	$\frac{4}{3}$
53)	$\frac{4}{5}$
54)	2
55)	$\frac{1}{2}\ln x+2\ln y$
56)	$\ln x+\frac{1}{6}\ln y$
57)	$\frac{2}{3}\ln x+\frac{1}{6}\ln y$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
58)	الدالة غير متصلة عند $x=2$.
59)	الدالة غير متصلة عند $x=0$.
60)	الدالة متصلة.

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1A)	**1)** هل $f(3)$ معرّفة؟ $f(x) = 4 - x$ $f(3) = 4 - 3 = 1$ أي أن الدالة معرّفة عند $x = 3$ **2)** هل $\lim_{x\to3} f(x)$ موجودة؟ يتغير تعريف الدالة $f(x)$ عند $x = 3$؛ لذا نجد النهاية عندما تقترب x من 3 عن اليمين وعن اليسار $\lim_{x\to3^-} f(x) = \lim_{x\to3^-} (4 - x) = 4 - 3 = 1$ $\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim_{x\to3^+} (-x^2 + 6x - 8)$ $= -(3)^2 + 6(3) - 8$ $= -9 + 18 - 8 = 1$ بما أن النهايتين عندما تقترب x من 3 متساويتان فإن النهاية تساويهما، أي أن $\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim_{x\to3^-} f(x) = 1$ إذن $\lim_{x\to3} f(x) = 1$ **3)** هل $\lim_{x\to3} f(x) = f(3)$ بما أن $\lim_{x\to3} f(x) = 1$, $f(3) = 1$ فإن $\lim_{x\to3} f(x) = f(3)$ إذن الدالة متصلة عند $x = 3$

رقم السؤال	الإجابـــــة
1B)	**1)** هل $g(1)$ معرّفة؟ نعم لأن $g(1) = 3$ **2)** هل $\lim_{x\to1} g(x)$ موجودة؟ نبحث نهاية الدالة عند القاعدة $\frac{x^2-1}{x-1}$ $\lim_{x\to1} g(x) = \lim_{x\to1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}} = 2$ إذن $\lim_{x\to1} g(x) = 2$ **3)** هل $\lim_{x\to1} g(x) \neq g(1)$ ؟ بما أن $g(1) = 3,\ \lim_{x\to1} g(x) = 2$ فإن $\lim_{x\to1} g(x) \neq g(2)$ إذن الدالة غير متصلة عند $x = 1$
2A)	مجال الدالة هو $D = \mathbb{R} - \{0\}$ أي أن $f(0)$ غير معرَّفة؛ لذا فهي غير متصلة عند $x = 0$، وبما أن قيم الدالة تتزايد بلا حدود عندما تقترب x عن يمين العدد 0 وعن يساره، ولها خط تقارب رأسي عند $x = 0$؛ لذا للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = 0$.
2B)	غير متصلة عند $x = 0$؛ لأن $f(2) = 0$ أي $f(x)$ معرّفة عند $x = 2$، $\lim_{x\to2^+} f(x) = \lim_{x\to2^+} (5x+4) = 10 + 4 = 14$ $\lim_{x\to2^-} f(x) = \lim_{x\to2^-} (2-x)$ $= 2 - 2 = 0$ وبما أن $\lim_{x\to2^+} f(x) \neq \lim_{x\to2^-} f(x)$ فإن $\lim_{x\to2} f(x)$ غير موجودة، وللدالة عدم اتصال قفزي عند $x = 2$
3)	بما أن $\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}}$ $= \lim_{x\to1} (x+1)$ $= 2$ فيمكن إعادة تعريف الدالة على النحو التالي: $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & , \quad x \neq 1 \\ 2 & , \quad x = 1 \end{cases}$

رقم السؤال	الإجابة
4)	$a = 11 , b = \frac{1}{6}$
إجابات تأكد	
1)	**1)** هل $f(x)$ معرّفة؟ $f(x) = 7x - 2$ $f(1) = 7\,(1) - 2 = 5$ أي أن الدالة معرَّفة عند $x = 1$ **2)** هل $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ موجودة؟ يتغير التعريف $f(x)$ عند $x = 1$؛ لذا نجد النهاية عندما تقترب x من 1 عن اليمين وعن اليسار $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} (7x - 2)$ $= 7 - 2 = 5$ $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} 5x^2$ $= 5\,(1)^2 = 5$ بما أن النهايتين عندما تقترب x من 1 متساويتان فإن النهاية تساويهما. أي أن $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-} f(x) = 5$ إذن $\lim\limits_{x\to1} f(x) = 5$ **3)** هل $\lim\limits_{x\to1} f(x) = f(1)$ ؟ بما أن $\lim\limits_{x\to1} f(x) = 5 , f(1) = 5$ فإن $\lim\limits_{x\to1} f(x) = f(1)$ إذن الدالة متصلة عند $x = 1$

رقم السؤال	الإجابـــــة
2)	**1)** هل $h(2)$ معرّفة؟ نعم لأن $h(2) = 8$ **2)** هل $\lim\limits_{x\to2} h(x)$ موجودة؟ نبحث نهاية الدالة عند القاعدة $\frac{x^3-8}{x-2}$ $\lim\limits_{x\to2} h(x) = \lim\limits_{x\to2} \frac{x^3-8}{x-2} = \lim\limits_{x\to2} \frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}} = 4+4+4 = 12$ **3)** هل $\lim\limits_{x\to2} h(x) = h(2)$ ؟ بما أن $\lim\limits_{x\to2} h(x) = 12$, $h(2) = 8$ فإن $\lim\limits_{x\to2} h(x) \neq h(2)$ إذن الدالة غير متصلة عند $x = 2$
3)	الدالة معرّفة عند $x = -5$ ، تؤول قيم الدالة إلى 4.58 عندما تقترب x من −5 من الجهتين؛ $f(-5) = 4.58$. الدالة متصلة عند −5
4)	للدالة عدم اتصال قابل للإزالة عند $x = -6$ ، الدالة معرّفة عند $x = 6$ وتقترب قيم الدالة من 0 عندما تقترب x إلى 6 من الجهتين $h(6) = 0$ الدالة متصلة عند $x = 6$.
5)	للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = 0$، الدالة معرّفة عند $x = 6$، وتقترب قيم الدالة من 0 عندما تقترب x من 6 من الجهتين؛ $h(6) = 0$ ، الدالة متصلة عند $x = 6$.
6)	للدالة عدم اتصال قفزي عند $x = -6$ ، حيث $f(x)$ تقترب من −25 عندما تقترب x من −6 من جهة اليسار، وتقترب من 8 عندما تقترب x من −6 من جهة اليمين.
7)	$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-6}{2-x} & , \quad x \neq 2 \\ -5 & , \quad x = 2 \end{cases}$
8)	$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{2-x} & , \quad x \neq 1 \\ \frac{3}{4} & , \quad x = 1 \end{cases}$
9)	$h(x) = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x^2-1} & , \quad x \neq 1 \\ 2 & , \quad x = 1 \end{cases}$

رقم السؤال	الإجابة
10)	$a = 2$ $b = 1$
11)	$b = 4$
إجابات تدرب وحل المسائل	
12)	**1)** هل $g(2)$ معرّفة؟ $g(x) = 2x^2$ $g(x) = 2(2)^2 = 8$ أي أن الدالة معرّفة عند $x = 2$ **2)** هل $\lim_{x\to 2} g(x)$ موجودة؟ يتغير تعريف الدالة $g(x)$ عند $x = 2$؛ لذا نجد النهاية عندما تقترب x من 2 عن اليمين وعن اليسار $\lim_{x\to 2^+} g(x) = \lim_{x\to 2^+} 2x^2 = 2(2)^2 = 8$ $\lim_{x\to 2^-} g(x) = \lim_{x\to 2^-} (2x + 4)$ $= 2(2) + 4 = 8$ بما أن النهايتين عندما تقترب x من 2 متساويتان فإن النهاية تساويهما، أي أن $\lim_{x\to 2^+} g(x) = \lim_{x\to 2^-} g(x) = 8$ إذن $\lim_{x\to 2} g(x) = 8$ **3)** هل $\lim_{x\to 2} g(x) = g(2)$ ؟ بما أن $\lim_{x\to 2} g(x) = 8$, $g(2) = 8$ فإن $\lim_{x\to 2} g(x) = g(2)$ إذن الدالة غير متصلة عند $x = 2$
13)	**1)** هل $f(-3)$ معرّفة؟ نعم؛ لأن $f(-3) = -6$ **2)** هل $\lim_{x\to -3} f(x)$ موجودة؟ نبحث نهاية الدالة عند القاعدة $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$ $\lim_{x\to -3} f(x) = \lim_{x\to -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ $= \lim_{x\to -3} \frac{(x - 3)\cancel{(x + 3)}}{\cancel{x + 3}} = -3 - 3 = -6$ إذن $\lim_{x\to -3} f(x) = -6$ بما أن $\lim_{x\to -3} f(x) = -6$, $f(-3) = -6$ فإن $\lim_{x\to -3} f(x) = f(-3)$ إذن الدالة متصلة عند $x = -3$

رقم السؤال	الإجابة
14)	الدالة معرّفة عند $x = 8$، تؤول قيم الدالة إلى $\sqrt{13}$ عندما تقترب x من 8 من الجهتين $f(8) = \sqrt{13}$ ، الدالة متصلة عند $x = 8$
15)	للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = 1$ حيث $h(1)$ غير معرّفة، والنهاية عندما تقترب x من 1 غير موجودة، وللدالة عدم اتصال قابل للإزالة عند $x = 4$، حيث $h(4)$ غير معرّفة لكن النهاية عندما تقترب x من 4 من الجهتين موجودة وتساوي $\frac{1}{3}$
16)	للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = 3$ ، حيث $g(3)$ غير معرّفة، والنهاية عندما تقترب x من 3 غير موجودة.
17)	للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = 2$، حيث $f(x)$ تقترب من 5 عندما تقترب x من 2 من جهة اليمين، وتقترب من 4 عندما تقترب x من 2 من جهة اليسار.
18)	$g(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} & , \quad x \neq 4 \\ 4 & , \quad x = 4 \end{cases}$
19)	$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-27}{x-3} & , \quad x \neq 3 \\ 27 & , \quad x = 3 \end{cases}$
20)	$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x^2+x-6} & , \quad x \neq 2 \\ \frac{3}{5} & , \quad x = 2 \end{cases}$
21)	$b = 2 , a = 1$
22)	للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = -1$، وعدم اتصال قفزي عند $x = 1$، وعدم اتصال نقطي قابل للإزالة عند $x = -5$
23)	$k = 1 \text{ or } k = -2$
24)	$a = 2 , b = 8$
	إجابات مسائل مهارات التفكير العليا
25)	صحيحة أحيانًا، افترض: $a = 2$, $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x-2}$, $g(x) = \frac{x^2+2}{x-2}$ $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)} = 3$ $\lim_{x\to 2} g(x) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2+2}{x-2} = \frac{6}{0}$ أي أن النهاية غير موجودة
26)	صحيحة دائمًا؛ لأن $f(a) = \frac{g(a)}{h(a)} = \frac{g(x)}{0}$ أي أنها غير معرّفة؛ لذا فالدالة $f(x)$ غير متصلة

رقم السؤال	الإجابة
27)	$k = -3$ ، $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x^2 - x - 2} & , x \neq 2 , x \neq -1 \\ 1 & , x = 2 \end{cases}$
28)	إجابة ممكنة $f(x) = \frac{\lvert x - 1 \rvert}{x - 1}$
29)	إجابة ممكنة: يمكن إزالة عدم الاتصال إذا كان نوعه نقطيًّا (قابل للإزالة)، وذلك وفق الخطوات التالية: • أوجد نهاية الدالة عند النقطة (النقاط) التي عندها عدم اتصال نقطي. • أعد كتابة الدالة لتصبح متصلة بقاعدة خاصة بالنقاط التي ليس عندها عدم اتصال وقاعدة (أو أكثر) بالنقاط التي كان عندها عدم اتصال نقطي قيمته تساوي النهاية التي أوجدتها في الخطوة السابقة.
إجابات تدرب على اختبار	
30)	D
31)	$b = -2$
إجابات مراجعة تراكمية	
32)	$3x^2 + 7x + 24 + \frac{68}{x - 3}$
33)	نعم عامل، والعوامل الأخرى هي: $(x + 3) , (x + \sqrt{5}) , (x - \sqrt{5})$
34)	$\frac{5}{2}$
35)	$\frac{1}{4}$
36)	3
37)	6
38)	1
39)	$x \approx 0.463$
40)	$\ln \left(\frac{2x^3}{3y}\right)$

رقم السؤال	الإجابة
(41	$\ln\left(\frac{\sqrt{e}}{x}\right)$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(42	1
(43	$x^2 - 1$
(44	$x + 1$
(45	$h^2 + 2h + 1$
(46	$h^2 + 2h$
(47	$h + 2$

دليل الدراسة والمراجعة

رقم السؤال	الإجابة
(1	limit
(2	one side limit
(3	unbounded
(4	direct substitution
(5	indetminate form
(6	continuous function
(7	nonremovable discontinuity
(8	does not exist
(9	-1
(10	-1.5
(11	6
(12	3
(13	-2
(14	غير موجودة.
(15	1
(16	1
(17	1
(18	0
(19	$\frac{1}{6}$
(20	$\frac{1}{3}$
(21	16

رقم السؤال	الإجابة
(22	$\frac{1}{2}$
(23	$-\frac{1}{4}$
(24	1
(25	$\frac{6}{\pi}$
(26	$\frac{1}{4}$
(27	-2
(28	2
(29	-4
(30	$\frac{1}{2}$
(31	0
(32	∞
(33	$\frac{7}{2}$
(34	0
(35	$-\infty$
(36	$\frac{1}{2}$
(37	0
(38	∞
(39	2
(40	$a = 0, b = -4$

رقم السؤال	الإجابة
(41	**1)** $f(x)$ معرّفة؛ لأن $f(x) = 2x$ $f(1) = 2(1) = 2$ **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من 1 عن اليمين وعن اليسار $\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+} 2x = 2(1) = 2$ $\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^-} (3x - 1)$ $= 3(1) - 1 = 2$ بما أن النهايتين متساويتان عندما تقترب x من 1؛ فإن النهاية تساويهما. أي $\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^-} (x)$ إذن $\lim_{x\to1} f(x) = 2$ **3)** هل $\lim_{x\to1} f(x) = f(1)$ بما أن $\lim_{x\to1} f(x) = 2$, $f(1) = 2$ فإن $\lim_{x\to1} f(x) = f(1)$ إذن الدالة متصلة عند $x = 1$
(42	**1)** $f(x)$ معرّفة؛ لأن $f(x) = \frac{3x+1}{2}$ $= \frac{3(3) + 1}{2} = 5$ **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من 3 عند اليمين وعن اليسار. $\lim_{x\to3^+} f(x) = \lim_{x\to3^+} (x^2 - 1)$ $= (3)^2 - 1 = 8$ $\lim_{x\to3^-} f(x) = \lim_{x\to3^-} \frac{3x+1}{2}$ $= \frac{3(3) + 1}{2} = 5$ بما أن $\lim_{x\to3^+} f(x) \neq \lim_{x\to3^-} f(x)$ فإن $\lim_{x\to3} f(x)$ غير موجودة لذا فإن للدالة $f(x)$ عدم اتصال قفزي عند $x = 3$
(43	**1)** $f(5)$ معرّفة؛ لأن $f(x) = 25$ **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من 5 $\lim_{x\to5} \frac{x^2 - 125}{x - 5} = \lim_{x\to5} \frac{\cancel{(x-5)}(x^2 + 5x + 25)}{\cancel{(x-5)}}$ $= 75$ بما أن $f(5)$ معرّفة، وَ $\lim_{x\to5} f(x)$ موجودة لكن $\lim_{x\to5} f(x) \neq f(5)$ فإن للدالةعدم اتصال قابلة للإزالة عند $x = 5$

رقم السؤال	الإجابة
(44	$f(x) = \begin{cases} \frac{9-x^2}{x+3} & , \quad x \neq 3 \\ 6 & , \quad x = 3 \end{cases}$
(45	$b = 2$
(46	**1)** هل $f(\pi)$ معرّفة؟ نعم، مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية. $f(x) = \sin x + \cos x$ $f(\pi) = \sin \pi + \cos \pi$ $= 0 + (-1) = -1$ **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من π $\lim_{x\to\pi} f(x) = \lim_{x\to\pi} (\sin x + \cos x)$ $= \sin \pi + \cos \pi$ $= 0 + (-1) = -1$ **3)** هل $\lim_{x\to\pi} f(x) = f(\pi)$ ؟ بما أن $f(\pi) = -1, \lim_{x\to\pi} f(x) = -1$ فإن $\lim_{x\to\pi} f(x) = f(\pi)$ إذن الدالة متصلة عند $x = \pi$
(47	**1)** هل $f(-4)$ معرّفة؟ نعم، مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية. $f(x) = \frac{x+1}{9+x^2}$ $f(-4) = \frac{-4+1}{9+(-4)^2} = -\frac{3}{25}$ **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من -4 $\lim_{x\to-4} f(x) = \lim_{x\to-4} \frac{x+1}{9+x^2} = \frac{-4+1}{9+(4)^2} = -\frac{3}{25}$ **3)** هل $\lim_{x\to-4} f(x) = f(-4)$ ؟ بما أن $f(-4) = -\frac{3}{25}, \lim_{x\to-4} f(x) = -\frac{3}{25}$ فإن $\lim_{x\to-4} f(x) = f(-4)$ إذن الدالة متصلة عند $x = \pi$

رقم السؤال	الإجابة
(48	**1)** هل $f(-4)$ معرّفة؟ نعم، مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية. $f(x) = \frac{\sqrt[5]{x}}{x^2+1}, f(-1) = \frac{\sqrt[5]{-1}}{(-1)^2+1} = \frac{-1}{2}$ **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من -1 $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \lim\limits_{x\to-1} \frac{\sqrt[5]{x}}{x^2+1} = \frac{\sqrt[5]{-1}}{(-1)^2+1} = \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2}$ **3)** هل $f(-1) = \lim\limits_{x\to-1} f(x)$ ؟ بما أن $\lim\limits_{x\to-1} f(-1) = \frac{-1}{2}$, $f(-1) = \frac{-1}{2}$ فإن $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = f(-1)$ إذن الدالة متصلة عند $x = -1$

اختبار الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
(1	1
(2	3
(3	غير موجودة.
(4	1
(5	1
(6	1
(7	∞
(8	$-\infty$
(9	غير موجودة.
(10	∞
(11	0
(12	D

رقم السؤال	الإجابة
13)	C
14)	12
15)	1
16)	2
17)	$\frac{1}{2}$
18)	8
19)	$-\frac{1}{2}$
20)	1
21)	2
22)	$\frac{1}{9}$
23)	B
24)	∞
25)	∞
26)	0
27)	A
28)	$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} & , \quad x \neq 2 \\ 3 & , \quad x = 2 \end{cases}$
29)	$k = -3$

التهيئة للاختبارات

رقم السؤال	الإجابة
1)	A
2)	D

الاختبار التراكمي

رقم السؤال	الإجابة
(1	B
(2	A
(3	D
(4	C
(5	A
(6	C
(7	C
(8	D
(9	B
(10	D
(11	A
(12a	3
(12b	1
(12c	غير موجودة.
(12d	0
(13a	$x = 3$
(13b	$x = 0, x \approx 2.708$

رقم السؤال	الإجابة
14)	$a = -3$ $b = 3$
15)	**1)** $f(3) = -4$ معرّفة **2)** ابحث نهاية الدالة عندما تقترب x من 3 عن اليمين وعن اليسار. • النهاية عن يمين $x = 3$ $\lim\limits_{x\to3^+} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} = \lim\limits_{x\to3^+} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} \cdot \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2}$ $= \lim\limits_{x\to3^+} \frac{(3+x)(\sqrt{x+1}+2)}{x+1-4}$ $= \lim\limits_{x\to3^+} \frac{\cancel{(3-x)}(\sqrt{x+1}+2)}{-\cancel{(3-x)}} = -4$ • النهاية عن يسار $x = 3$ $\lim\limits_{x\to3^-} \frac{x^2-2x-3}{3-x} = \lim\limits_{x\to3^-} \frac{(x+1)\cancel{(x-3)}}{-\cancel{(x-3)}} = -4$ بما أن النهايتين متساويتان عندما تقترب x من 3؛ فإن النهاية تساويهما. أي أن $\lim\limits_{x\to3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to3^-} f(x)$ إذن $\lim\limits_{x\to3} f(x) = -4$ **3)** هل $\lim\limits_{x\to3} f(x) = f(3)$ بما أن $f(3) = -4 , \lim\limits_{x\to3} f(x) = -4$ فإن $\lim\limits_{x\to3} f(x) = f(3)$ إذن الدالة متصلة عند $x = 3$
16)	**a** $3x^2 - 4x + 9 + \frac{4x+4}{x^2+1}$ **b** $x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 20x + 60 + \frac{182}{x-3}$

رقم السؤال	الإجابة
(17	**a** $\frac{1}{3}$
	b $-\infty$
	c $\frac{9}{2}$
	d غير موجودة.
	e 1
	f $\frac{1}{8}$

التهيئة

رقم السؤال	الإجابة
1)	$\frac{1}{2}$
2)	4
3)	$\frac{3}{2}$
4)	$y = 2x + 1$
5)	$y = \frac{2}{3}x + 2$
6)	$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$
7)	$y = -2x + 4$
8)	$y = \frac{2x - 10}{x - 1}, x \neq 1$
9)	$y = \frac{2x}{9x - 5} , \quad x \neq 0, x \neq \frac{5}{9}$
10)	$y = \frac{-x}{2x - 2} , \quad x \neq 1$

الدرس 1 - 3

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
(1A	6
(1B	2
(2	17ft /s إلى أعلى.
(3A	-1
(3B	$-2\sqrt{3}$
(4	10
إجابات تأكد	
(1	28
(2	0.05
(3	0.183
(4	$\frac{27}{4}$
(5	-3
(6	41 m /sec
(7	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
(8	0
(9	$\sqrt{3}$
(10	23
إجابات تدرب وحل المسائل	
(11	-2550
(12	1

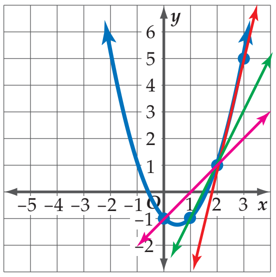
رقم السؤال	الإجابة
(13	$\frac{e^2-1}{2e^2}$
(14	$\frac{1}{2}\ln 2$
(15	1.8
(16	$\frac{-8}{\pi}$
(17	7 ft /sec
(18	$3\,\text{m}/s$
(19	$2\sqrt{3}$
(20	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
(21	1
(22	-7
(23	$a = 2$
(24	$b = 20$
(25	1
(26	2.18
(27	-2.18
(28	24
(29	-112 ft /sec
(30	67 ft /sec
(31	**(a** $f(2) = (2)^2 - 2 - 1 = 4 - 2 - 1 = 1$ $f(2+h) = (2+h)^2 - (2+h) - 1 = 4 + 4h + h^2 - 2 - h - 1 = h^2 + 3h + 1$ $\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{h^2+3h+1-1}{h} = \frac{h^2+3h}{h} = \frac{h(h+3)}{h} = h+3$
	(b $1, 2, 4$

رقم السؤال | **الإجابة**

(c,d (0, −1) , (2, 1) الميل 1

(1, −1) , (2, 1) الميل 2

(3, 5) , (2, 1) الميل 4



(e

ميل المستقيم ab	النقطتان $A(2, f(2)), B(2+h, f(2+h))$	قيمة $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$	قيمة h
1	(2, 1) , (0, −1)	1	−2
2	(2, 1) , (1, −1)	2	−1
4	(2, 1) , (3 ,5)	4	1

(f نلاحظ أن ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, f(2)), (2+h, f(2+h))$ يساوي $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$.

إجابات مسائل مهارات التفكير العليا

(32 جاسم؛ إجابة ممكنة: أخطأ علي في تطبيق صيغة متوسط معدّل التغير، حيث بدل x_1 مكان x_2 في المقام فأعطى سالب الناتج الصحيح.

(33

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{h(b)-h(a)}{b-a}$$

$$= \frac{[f(b)+g(b)]-[f(a)+g(a)]}{b-a}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{[f(b)-f(a)]}{b-a} + \frac{[g(b)+g(a)]}{b-a}$$

(34 خاطئة؛ إجابة ممكنة: نقطتان على الأقل، لكن قد يقطع القاطع المنحنى في أكثر من نقطتين وذلك حسب منحنى الدالة وموقع القاطع له.

(35 إجابة ممكنة: يكون موجبًا إذا كانت الدالة متزايدةً في المتوسط على فترة التغير، ويكون سالبًا إذا كانت الدالة متناقصةً في المتوسط على فترة التغير، ويكون صفرًا إذا كانت الدالة ثابتةً في المتوسط على فترة التغير.

إجابات تدريب على اختبار

(36 D

(37 30 m / s

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مراجعة تراكمية	
(38	0
(39	-1
(40	2
(41	$\frac{3}{2}$
(42	0
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(43	$2x$
(44	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

الدرس 2 - 3

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
(1A	18
(1B	-4
(2A	$f'(x) = -10x + 2$
(2B	$f'(x) = \frac{-3}{x^2}$
(3A	$m_{tan} = \frac{-1}{2x^2}, -2$
(3B	$m_{tan} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}, \frac{1}{5}$
(4	$v(t) = 24 - 12t$ $v(1) = 12\,\text{m/s}$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تأكد	
1)	-3
2)	12
3)	$f'(x) = 4x$ $f'(4) = 16$
4)	$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$ $g'(1) = \frac{1}{4}$
5)	$m_{tan} = \frac{-1}{(1+x)^2} \; , \; \frac{-1}{9}$
6)	$m_{tan} = 6x + 1 \; , \; -2$
7)	$v(t) = 50 - 32t$ $v(1) = 18\,\text{ft/s}$
إجابات تدرب وحل المسائل	
8)	2
9)	-1
10)	$g'(x) = -6x + 2$ $g'(-2) = 14$
11)	$m_{tan} = \frac{3}{2\sqrt{3x-2}} \; , \; \frac{3}{8}$
12)	$v(t) = 70 - 20t$ $v(3) = 10\,\text{m/s}$
13)	$f'(c) > 0$
14)	$f'(c) = 0$
15)	$f'(c)$ D.N.E
16)	$40\,\text{cm}^2$
17)	$44\,\text{m}, 152\,\text{m}, 332\,\text{m}$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(18	صح، إجابة ممكنة: بما أن $s(t)$ دالة خطية، فإن ميلها ثابت ويساوي a ، وعليه فإن السرعة المتجهة اللحظية للجسم تساوي a دائمًا.
(19	$\lim_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{(a+h)^2+1-(a^2+1)}{h}$ $=\lim_{h\to0}\frac{a^2+2ah+h^2+1-a^2-1}{h}$ $=\lim_{h\to0}\frac{h(2a+h)}{h}$ $=\lim_{h\to0}(2a+h)=2a$ $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{(x^2+1)-(a^2+1)}{x-a}$ $=\lim_{x\to a}\frac{x^2+1-a^2-1}{x-a}$ $=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)(x+a)}{x-a}$ $=a+a=2a$
(20	$f(x)=ax+b$ $f(x)=3a+b=4$ $f'(x)=a$ $f'(3)=a=5$ $a=5$ $3a+b=4$ $3(5)+b=4$ $b=-11$ $f(x)=5x-11$
(21	$a=5\ ,\ b=4$
(22	• معدّل التغير اللحظي للدالة $f(x)$ عند $x=a$ • ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند $x=a$ • ظل الزاوية التي يصنعها مماس منحنى الدالة $f(x)$ مع الاتجاه الموجب للمحور عند $x=a$
إجابات تدريب على اختبار	
(23	A
(24	$f'(x)=5\ ,\ f'(-3)=5$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مراجعة تراكمية	
(25	$\frac{-1}{4}$
(26	6
(27	$\frac{1}{5}$
(28	غير موجودة
(29	-1
(30	1
(31	$k = \frac{1}{2}$
(32	4
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(33	$f'(x) = 0$
(34	$g'(x) = 1$
(35	$p'(x) = 2x$
(36	$r'(x) = 2$

رقم السؤال	الإجابــــــة
إجابات تحقق من فهمك	
(1A	$j'(x) = 4x^3$
(1B	$k'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$
(1C	$m'(x) = -\frac{5}{x^6}$
(1D	$g'(x) = \frac{-3}{5\sqrt[5]{x^8}}$
(2A	$f'(x) = 10x^4 - 3x^2$
(2B	$g'(x) = 15x^4 + 24x^3$
(2C	$h'(x) = 12x^2 - 3 - \frac{5}{2\sqrt{x^3}}$
(3A	سرعة الجسم الابتدائية v_0 **الخطوة 1:** أوجد السرعة. السرعة = مشتقة الإزاحة $v(t) = d'(t)$ اشتق $v(t) = 30 - 10t$ **الخطوة 2:** أوجد السرعة الابتدائية. السرعة الابتدائية v_0 هي السرعة عند اللحظة $t = 0$ دالة السرعة $v(t) = 30 - 10t$ عوّض $t = 0$ $v_0 = 30 - 10(0)$ بسّط $v_0 = 30$ أي أن سرعة الجسم الابتدائية تساوي $30\,m/s$

رقم السؤال	الإجابة
3B)	ما أقصى ارتفاع سيصل إليه الجسم؟ **الخطوة 1:** أوجد الزمن الذي يحتاجه الجسم حتى يصل إلى أقصى ارتفاع. عندما يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع ستصبح سرعته صفرًا. **دالة السرعة** $v(t) = 30 - 10t$ **أقصى ارتفاع عندما $v = 0$** $0 = 30 - 10t$ **اجمع $10t$ لكلا الطرفين** $10t = 30$ **بسّط** $t = 3$ أي أن الجسم يحتاج إلى $3sec$ حتى يصل إلى أقصى ارتفاع. **الخطوة 2:** أوجد أقصى ارتفاع سيصل إليه الجسم. لإيجاد أقصى ارتفاع، نعوّض زمن أقصى ارتفاع في دالة الإزاحة. **دالة المسافة** $d(t) = 30t - 5t^2$ **عوّض** $d(3) = 30(3) - 5(3)^2$ **بسّط** $= 45$ أي أن أقصى ارتفاعٍ سيصل إليه الجسم هو $45\,m$
3C)	الزمن الذي يحتاجه الجسم حتى يعود إلى سطح الأرض عندما يعود الجسم إلى سطح الأرض ستكون الإزاحة $d = 0$ **دالة الإزحة** $d(t) = 30t - 5t^2$ **$d = 0$** $0 = 30t - 5t^2$ **حلل** $0 = 5t(6 - t)$ **خاصية الضرب الصفري** $5t = 0$ or $6 - t = 0$ **حل** (مرفوض)$t = 0$ or $t = 6$ أي أن الجسم سيحتاج $6\,sec$ ليعود إلى سطح الأرض
4A)	$y = \frac{3}{4}x - 1$
4B)	$(0, 0), (2, 4)$
إجابات تأكد	
1)	0
2)	2
3)	$15x^4 - \frac{4}{x^3}$

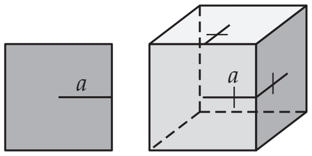
رقم السؤال	الإجابة
4)	$100x^{99} + \frac{100}{x^{101}}$
5)	$\frac{-2}{x^2} + 2$
6)	$\frac{10}{3\sqrt[3]{x}}$
7)	$6\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2\sqrt{x^3}}$
8)	$\frac{-5}{3\sqrt[3]{x^8}}$
9)	$6x^2 + 20x$
10)	$6x^2 + 1$
11 a)	سرعة الجسم الابتدائية v_0 **الخطوة 1:** أوجد السرعة. **السرعة = مشتقة الإزاحة** $v(t) = d'(t)$ **اشتق** $v(t) = 128 - 32t$ **الخطوة 2:** أوجد السرعة الابتدائية. السرعة الابتدائية v_0 هي السرعة عند اللحظة $t = 0$ **دالة السرعة** $v(t) = 128 - 32t$ **عوّض $t = 0$** $v_0 = 128 - 32(0)$ **بسّط** $= 128$ أي أن سرعة الجسم الابتدائية تساوي 128 ft /s

رقم السؤال	الإجابة
(11 b	**الخطوة 1:** أوجد الزمن الذي يحتاجه الجسم حتى يصل إلى أقصى ارتفاع عندما يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع ستصبح سرعته صفرًا. دالة السرعة $v(t) = 128 - 32t$ أقصى ارتفاع عند $v = 0$ $0 = 128 - 32t$ اجمع $32t$ لكلا الطرفين $32t = 128$ بسّط $t = 4$ أي أن الجسم يحتاج 4 sec حتى يصل إلى أقصى ارتفاع **الخطوة 2:** أوجد أقصى ارتفاع سيصل إليه الجسم لإيجاد أقصى ارتفاع نعوّض زمن أقصى ارتفاع في دالة المسافة دالة المسافة $d(t) = 128 - 15t^2$ عوّض $t = 4$ $d(4) = 128(4) - 16(4)^2$ بسّط $= 256$ أي أن أقصى ارتفاع سيصل إليه الجسم هو 256 ft

رقم السؤال	الإجابة
11 c)	**أولًا:** الزمن الذي يحتاجه الجسم حتى يعود إلى سطح الأرض عندما يعود الجسم إلى سطح الأرض ستكون الإزاحة $d = 0$ دالة الإزاحة $d(t) = 128t - 16t^2$ $d = 0$ $0 = 128t - 16t^2$ حلل $0 = 16t\,(8 - t)$ خاصية الضرب الصفري $16t = 0 \text{ or } 8 - t = 0$ حلل $t = 0 \text{ or } t = 8$ أي أن الجسم سيحتاج إلى 8 sec ليعود إلى سطح الأرض **ثانيًا:** سرعة الجسم عند وصوله أو ارتفاعه بسطح الأرض دالة السرعة $v(t) = 128 - 32t$ $t = 8$ $v(8) = 128 - 32(8)$ بسّط $= -128$ أي أن سرعة الجسم عندما يعود إلى سطح الأرض هي 128 ft /s والإشارة السالبة تعني أن الجسم في حالة الهبوط .
12)	$y = -5x - 1$
13)	$(0, 0), (2, -\frac{4}{3})$
إجابات تدرب وحل المسائل	
14)	ex^{e-1}
15)	$2x + \frac{4}{x^2}$
16)	$\frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{9}{7x^{\frac{16}{7}}}$
17)	$1 + \frac{4}{x^2} + \frac{16}{x^3}$
18)	$2 + \frac{9}{2x^2\sqrt{x}}$
19)	$6x - \frac{3}{2}\sqrt{x}$
20)	$6x^2 - 18x$

رقم السؤال	الإجابة
(21	$8x - 4$
(22	1
(23	$2 - 6\sqrt{x}$
(24 a	سرعة ركل الكرة الابتدائية **الخطوة 1:** أوجد السرعة. **السرعة = مشتقة الإزاحة** $v(t) = d'(t)$ **اشتق** $v(t) = 128 - 32t$ **الخطوة 2:** أوجد السرعة الابتدائية. السرعة الابتدائية هي السرعة عند $t = 0$ **دالة السرعة** $v(t) = 64 - 32t$ **عوّض $t = 0$** $v_0 = 64 - 32(0)$ **بسّط** $v_0 = 64$ أي أن سرعة الكرة الابتدائية تساوي 64 ft /s
(24 b	أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة **الخطوة 1:** أوجد الزمن الذي ستحتاجه الكرة حتى تصل إلى أقصى ارتفاع عندما تصل الكرة إلى أقصى ارتفاع ستصبح سرعتها صفرًا. **دالة السرعة** $v(t) = 64 - 32t$ **أقصى ارتفاع عندما $v = 0$** $0 = 64 - 32t$ **اجمع $32t$ لكلا الطرفين** $32t = 64$ **بسّط** $t = 2$ أي أن الكرة تحتاج 2 sec حتى يصل إلى أقصى ارتفاع **الخطوة 2:** أوجد أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة لإيجاد أقصى ارتفاع نعوّض زمن أقصى ارتفاع في دالة الإزاحة **دالة الإزاحة** $d(t) = 64t - 16^2 + 3$ **عوّض $t = 0$** $d(2) = 64(2) - 16(2)^2 + 3$ **بسّط** $= 67$ أي أن أقصى ارتفاع سيصل إليه هو 67 ft

رقم السؤال	الإجابة
(24 c	الزمن اللازم لتكون الكرة على ارتفاع 51 ft عندما تكون الكرة على ارتفاع 51 ft تكون $d = 51$ دالة الإزاحة $d(t) = 64 - 16t^2 + 3$ عوّض $d = 51$ $51 = 64t - 16t^2 + 3$ رتب المعادلة وبسطها $16t^2 - 64t + 48 = 0$ اقسم كل حد على 16 $t^2 - 4t + 3 = 0$ حلل $(t - 3)(t - 1) = 0$ خاصية الضرب الصفري $t - 3 = 0$ or $t - 1 = 0$ حل $t = 3$ or $t = 1$ وهذا يعني أن الكرة ستكون على ارتفاع 51 ft من سطح الأرض مرتين؛ الأولى بعد ثانية واحدة وهي صاعدة، والأخرى بعد ثلاث ثوانٍ أثناء هبوطها.
(25	$\theta = 135°, y = -x + 3$
(26	$(-1, -3), (1, 1)$
(27	$y = x + 3$
(28	10
(29	20
(30	-1
(31	0
(32	$y = -5x - 14$

رقم السؤال	الإجابة
(33	**(a** $A' = 2\pi r$ **(b** إجابة ممكنة: مشتقة صيغة مساحة الدائرة هي صيغة محيط الدائرة. **(c**  **(d** $A = 4a^2, A' = 8a, V = 8a^3, V = 24a^2$ **(e** عند كتابة مساحة المربع بدلالة بُعد المركز عن الأضلاع، فإن مشتقة صيغة المساحة تساوي محيط المربع، وعند كتابة حجم المكعب بدلالة بُعد المركز عن الأوجه، فإن مشتقة صيغة الحجم تساوي مساحة السطح الكلية للمكعب. **(f** $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ $S.A = \quad V' = 4 r^2 \pi$ **(g** $V = r^2 \pi h$ $\frac{dV}{dr} = 2r \pi h$ **(h** إجابة ممكنة: مشتقة صيغة حجم الكرة يعطي صيغة مساحتها السطحية؛ ومشتقة حجم الأسطوانة بالنسبة لنصف قطرها يعطي مساحتها الجانبية.
	إجابات مسائل مهارات التفكير العليا
(34	مريم؛ لأن نورة أخطأت إذ لم تجعل مشتقة الثابت (π^2) صفرًا.
(35	$a = 3, b = 2$

رقم السؤال	الإجابة
(36	$m_{tan} = f'(x)$ $= 4x + 1$ افترض نقطة التماس $(a, f(a))$ فيكون ميل المماس عندها $4a + 1$ لكن ميل المماس يساوي 5 $m_{tan} = 4a + 1 = 5$ $a = 1$ أي أن نقطة التماس هي $(1, f(1)) = (1, 0)$ لكن هذه النقطة تقع على المماس أي أنها تحقق معادلته معادلة المماس $y = 5x + b$ $(1, 0)$ تقع على المماس $0 = 5(1) + b$ بسّط $b = -5$ أي أن قيمة الثابت b تساوي -5
(37	إجابة ممكنة: من الممكن أن يكون لدالتين مختلفتين المشتقة نفسها؛ لأن مشتقة أي ثابت هي 0، أي أنه لأي دالتين تختلفان بانسحاب رأسي، فإن لهما المشتقة نفسها. فمثلًا للدالتين $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^2 + 3$ المشتقة نفسها وهي $2x$.
إجابات تدرب على اختبار	
(38	C
(39	A
إجابات مراجعة تراكمية	
(40	-8
(41	$-\frac{1}{3}$
(42	$-\frac{1}{2}$
(43	7
(44	3

رقم السؤال	الإجابة
إجابات استعد للدرس اللاحق	
45)	$f'(x) = 3x^2 + 10x$
46)	$g'(x) = 2x + 1 + \frac{2}{x^2}$
47)	$h'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$
48)	$m'(x) = 1$

الدرس 4 - 3

رقم السؤال	الإجـــابـة
تحقق من فهمك	
1A)	$\frac{dy}{dx} = 24x^7 - 20x^4 + 2x$
1B)	$\frac{dy}{dx} = \frac{8}{x^3} + 25x^4 - 15x^2$
1C)	$\frac{dy}{dx} = 24x^5 - 36x^2$
2A)	$f'(x) = \frac{-71}{(5x-8)^2}$
2B)	$g'(x) = \frac{x^4 - 6x^2 + 6x}{(x^3-3)^2}$
3)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-30}{(7-6x)^2}$
4)	$y = -2.5x + 5.5$
5)	-3.6 درجة فهرنهايتية تقريبًا
إجابات تأكد	
1)	$\frac{dy}{dx} = -15x^2 + 80x + 6$
2)	$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^2} - \frac{8}{x^3} - 6$
3)	$\frac{dy}{dx} = 36x^3 - 24x$
4)	$f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$
5)	$g'(x) = \frac{2x^4 + 6x^2 + 6x}{(x^2+1)^2}$
6)	$h'(x) = \frac{144x}{(9x^2+7)^2}$
7)	$y = -5x - 56$
8)	171 وحدة مربعة

رقم السؤال	الإجـــابـة
تدرب وحل المسائل	
9)	$\frac{dy}{dx} = 160x^3 - 48x^2 + 15$
10)	$\frac{dy}{dx} = \frac{6}{x^3} - \frac{12}{x^4} + 3$
11)	$\frac{dy}{dx} = 150x^5 + 30x^2$
12)	$f'(x) = \frac{-69}{(9x-1)^2}$
13)	$g'(x) = \frac{10x}{(1-x^2)^2}$
14)	$h'(x) = \frac{50x}{(6-5x^2)^2}$
15)	$y = 2x + 7$
16)	الدالة الأصلية $v(t) = \frac{t^2+2}{2t+1}$ مشتقة قسمة دالتين $v'(t) = \frac{(2t)(2t+1) - (t^2+2)(2)}{(2t+1)^2}$ بسّط $= \frac{2t^2+2t-4}{(2t+1)^2}$ عوِّض $t = 2$ $v'(2) = \frac{2(2)^2 + 2(2) - 4}{(2(2)+1)^2}$ بسِّط $= 0.32$ إذن تغير سرعة الجسم يتزايد بمعدل $0.32\,m/sec$ عند $t = 2\,sec$
17)	$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^4}$
18)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$
19)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$
20)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-30x}{(3x^2-2)^2}$
21)	16

رقم السؤال	الإجابة
(22	$-\frac{4}{9}$
(23	1
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(24	$y = (x+1)^3$ $= (x+1)(x+1)(x+1)$ $y' = (1)(x+1)(x+1) + (x+1)(1)(x+1) + (x+1)(x+1)(1)$ $y' = 3\,(x+1)^2$
(25	حامد إجابته صحيحة؛ لأنه استعمل قاعدة مشتقة قسمة دالتين، بينما اشتق سالم البسط والمقام وبسَّط.
(26	تُحوّل التربيع إلى ضرب دالتين، ثم تشتق باستعمال قاعدة مشتقة ضرب دالتين.
إجابات تدرب على اختبار	
(27	B
(28	D
إجابات مراجعة تراكمية	
(29	$\frac{4}{5}$
(30	$\frac{1}{10}$
(31	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2x^2}$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(32	$x^2 + 6x + 11$
(33	$2x + 6$

اختبار منتصف الوحدة

رقم السؤال	الإجابة	
1)	B	
2)	C	
3)	صيغة المشتقة	$g'(x) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{g(x+h) - g(t)}{h}$
	عوّض $f(x+h)\ ,f(x)$	$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{2(x+h)+5} - \sqrt{2x+5}}{h}$
	اضرب بالمرافق	$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{2x+2h+5} - \sqrt{2x+5}}{h} \cdot \dfrac{\sqrt{2x+2h+5}+\sqrt{2x+5}}{\sqrt{2x+2h+5}+\sqrt{2x+5}}$
	اضرب	$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\cancel{2x}+2h+\cancel{5}-\cancel{2x}-\cancel{5}}{h\left(\sqrt{2x+2h+5}+\sqrt{2x+5}\right)}$
	بسّط	$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{2\cancel{h}}{\cancel{h}\left(\sqrt{2x+2h+5}+\sqrt{2x+5}\right)}$
	أوجد النهاية	$= \dfrac{2}{\sqrt{2x+5}+\sqrt{2x+5}}$
	اجمع	$= \dfrac{2}{2\sqrt{2x+5}}$
	بسّط	$g'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+5}}$
	عوّض $x = 2$	$g'(2) = \dfrac{1}{\sqrt{2(2)+5}} = \dfrac{1}{3}$
4)	C	
5)	$y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$	
6)	$(3\ ,-5)\ ,(-1, 27)$	
7)	5	
8)	6	
9)	22	
10)	$\frac{17}{8}$	
11)	$f'(x) = \dfrac{3x^4+4x^3+1}{x^2}$	
12)	$g'(x) = \dfrac{9}{(2x+1)^2}$	
13)	$h'(x) = 4x^3 + 12x$	

رقم السؤال	الإجابة
(14	$r'(x) = \frac{1}{2}(5\sqrt{x^3} + 2)$
(15	$p'(x) = \frac{-12}{(3x-2)^2}$
(16	D
(17 a	20 m|s
(17 a	20 m

الدرس 5 - 3

رقم السؤال	الإجابة
تحقق من فهمك	
1A)	$\frac{dy}{dx} = 6x^5 - 12x^2$
1B)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-6}{x^7}$
2A)	$36x - 12$
2B)	$12x$
2C)	112
3A)	$\frac{dy}{dx} = 7\,(3x^2 - 4x)\,(x^3 - 2x^2 + 5)^6$
3B)	$\frac{dy}{dx} = 2x^3(3x^2 - 1)^4\,(21x^2 - 2)$
3C)	$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{3\sqrt[3]{1 + x}}$
4A)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$
4B)	$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{\sqrt[5]{(5x^3 + 1)^4}}$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تأكد	
(1	$48x\,(3x^2+1)^7$
(2	$10x^9+6x$
(3	$\frac{-9x^2}{(x^3+1)^4}$
(4	$\frac{-48}{x^7}$
(5	$18x+6$
(6	$6x$
(7	16
(8	9
(9	$24x^2\,(x^3-3)^7$
(10	$(x^2+1)(x-1)^2\,(7x^2-4x+3)$
(11	$\frac{8}{3}\sqrt[3]{x^2+3}$
(12	$\frac{-6\,(x+1)^2}{(x-1)^4}$
(13	$\frac{2}{5\,\sqrt[5]{(2x+1)^4}}$
(14	$\frac{2x^2}{3\,\sqrt[3]{(x^2-3)^2}}+\sqrt[3]{x^2-3}$
(15	$\frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$
(16	$\frac{-3}{(x+2)^4}$

رقم السؤال	الإجابــــة
تدرب وحل المسائل	
17)	$3(2x+3)(x^2+3x)^2$
18)	$\frac{3}{2}\sqrt{x}$
19)	$80x^3-120x$
20)	$\frac{8x}{(1-4x^2)^2}$
21)	$9(3x-6)^2$
22)	$9x^2$
23)	36
24)	9
25)	$24x\,(3x^2-1)^3$
26)	$\frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$
27)	$\frac{9x^2}{7\sqrt[7]{(x^3-3)^4}}$
28)	$\frac{(x+3)^2\,(x-6)}{x^3}$
29)	$\frac{3x^2+2}{4\sqrt[4]{(x^3+2x+1)^3}}$
30)	$\frac{-2x}{3\sqrt[3]{(x^2+4)^4}}$
31)	4
32)	$\frac{1}{4}$
33)	120

رقم السؤال	الإجابة
(34	قاعدة السلسلة $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$ اشتق $= (2u-2)(2t)(2)$ بسّط $= 8ut - 8t$ عوّض $u = t^2 + 1$ $= 8\,(t^2 + 1)t - 8t$ بسّط $= 8\,t^3 + 8t - 8t$ بسّط $= 8t^3$ عوّض $t = 2x+1$ $= 8\,(2x+1)^3$
(35	$f(x^2) = x^3 - 6x + 1$ $2x\,f'(x^2) = 3x^2 - 6$ $2 \times 2\,f'(4) = 3(2)^2 - 6$ $4\,f'(4) = 6$ $f'(4) = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(36	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{2x(1 + \sqrt{2x})}}$
(37	أحمد؛ لأن يوسف أوجد مشتقة المقام فقط، ولم يطبِّق قاعدة مشتقة قسمة دالتين.
(38	إجابة ممكنة: تُسهِّل اشتقاق تركيب دالتين واشتقاق دالة القوى العامة، واشتقاق دالة الجذر التربيعي والجذر النوني.
إجابات تدرب على اختبار	
(39	B
(40	C

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مراجعة تراكمية	
(41	$x^2 - 5$
(42	4
(43	2
(44	6
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(45	3
(46	4
(47	e

الدرس 6 - 3

رقم السؤال	الإجابة
تحقق من فهمك	
(1A	$\frac{dy}{dx} = (x+6)\,e^{x}$
(1B	$\frac{dy}{dx} = \frac{4-(x+1)e^{x}}{(x+2)^{2}}$
(1C	$\frac{dy}{dx} = 2\,(12x^{2}-1)\,e^{4x^{3}-x} + 15e^{-5x}$
(2A	$\frac{dy}{dx} = 3e^{3x} - \frac{5}{x} + 6x$
(2B	$\frac{dy}{dx} = \ln\,(3x^{2}+x) + \frac{(x-1)(6x+1)}{3x^{2}+x}$
(3	$y = x + ex$
(4A	$C'(x) = -34\,e^{-0.34t}$
(4B	تتناقص درجة حرارة الجسم بعد 30 دقيقة بمعدل 0.00126 درجة مئوية بالدقيقة تقريبًا.
إجابات تأكد	
(1	$\frac{dy}{dx} = 10\,e^{5x} + 6x\,e^{x^{2}-4}$
(2	$\frac{dy}{dx} = 2(x^{2}+x-1)e^{2x}$
(3	$\frac{dy}{dx} = \frac{2e^{x}-xe^{x}-1}{(x-1)^{2}}$
(4	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} - e^{x} + 3$
(5	$\frac{dy}{dx} = -2x\ln\,(x^{2}-1) - 2x$
(6	$\frac{dy}{dx} = \frac{2-\frac{x+1}{x}-2\ln(x+1)+\ln x}{(x+1)^{2}}$
(7	$y = 6x - 3$
(8	$M'(x) = 0.015e^{0.05t}$

رقم السؤال	الإجابة
(9	تتزايد كتلة التجمُّع البكتيري بعد 5 ساعاتٍ بمعدل 0.01926 كيلو جرامٍ لكل ساعةٍ تقريبًا.
تدرب وحل المسائل	
(10	$\frac{dy}{dx} = x + 6e^{-3x} + e^{2x^3-x}(6x^2-1)$
(11	$\frac{dy}{dx} = -2e^{-x} + 6e^{-2x}$
(12	$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2xe^x + e^x}{(2x+1)^2}$
(13	$\frac{dy}{dx} = 2e^x - \frac{3}{x} - 1$
(14	$\frac{dy}{dx} = -\frac{\ln(2-x)}{x^2} - \frac{1+2x}{x(2-x)}$
(15	$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2}{x} - 1 + e^{-x} - xe^{-x} + \ln x}{(2-x)^2}$
(16	$y = -4x + 3$
(17	$C'(x) = 300 - \frac{300}{x}$
(18	معدل التغير في التكلفة عند إنتاج 100 قطعةٍ من السلعة هو $QR\,297$ للقطعة.
(19	$\frac{dy}{dx} = 1$
(20	$\frac{dy}{dx} = 1$
(21	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{x}$
(22	$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x}$
(23	$\frac{1}{3x}$

رقم السؤال	الإجابــــــة
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(24	الدالة الأصلية $f(x) = \ln x^x$ من خواص اللوغاريتمات $f(x) = x \ln x$ مشتقة ضرب دالتين $f'(x) = (1) \ln x + x(\frac{1}{x})$ بسِّط $= \ln x + 1$
(25	الدالة الأصلية $g(x) = \ln (x\sqrt{x})$ من خواص الضرب $g(x) = \ln \left(x^{\frac{3}{2}}\right)$ من خواص اللوغاريتمات $g(x) = \frac{3}{2} \ln x$ اشتق $g'(x) = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{x}\right)$ بسِّط $= \frac{3}{2x}$
(26	سامر إجابته صحيحة؛ حيث لم ينتبه خالد إلى أن $\ln 5$ عدد حقيقي ومشتقته تساوي صفرًا.
(27	إجابة ممكنة: تكتب نفس دالة الأس الطبيعي ثم تُضيف لها عددًا حقيقيًّا في كل مرةٍ، مثال: $f(x) = e^x$ وَ $g(x) = e^x + 1$ وَ $h(x) = e^x - 2$
إجابات تدرب على اختبار	
(28	B
(29	D
إجابات مراجعة تراكمية	
(30	$\frac{-4}{(3x+1)(x^2-4)}, x \neq \{-2, \frac{-1}{3}, 2\}$
(31	$B = 12$

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات استعد للدرس اللاحق
(32	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(33	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
(34	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$
(35	2
(36	$\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$
(37	$-\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)$

الدرس 7 - 3

رقم السؤال	الإجابة
تحقق من فهمك	
(1A	$f'(x) = -3\sec^2 x + \cos x + 2\sin x$
(1B	$f'(x) = 2x\cos x - x^2 \sin x$
(1C	$f'(x) = \dfrac{\cos x + \sin x - \sec x \tan x}{(1 + \tan x)^2}$
(2A	$f'(x) = -\frac{3}{x^2}\cos\frac{3}{x}$
(2B	$f'(x) = -3x^2 \sin(3x + 1) + 2x\cos(3x + 1)$
(2C	$f'(x) = 3x^2 \sec^2(x^3 + 1)$
(3A	ميل المماس يساوي $\sqrt{3}$
(3B	ميل المماس يساوي 1
(4	$120\sqrt{3}$ m/s

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تأكد	
1)	$f'(x) = -4\cos x - 3\sin x + 5\sec^2 x$
2)	$f'(x) = x^2\cos x + 2x\sin x$
3)	$f'(x) = \frac{2x^2\sec^2 x^2 - \tan x^2}{x^2}$
4)	$f'(x) = \frac{2x\cos 4x + 4x^2\sin 4x}{\cos^2 4x}$
5)	$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}\cos\sqrt{2x+1}$
6)	$f'(x) = \frac{-2(\sin(2x) + \cos(2x))}{e^{2x}}$
7)	$f'(x) = \sec^2(\ln x) + \tan(\ln x)$
8)	$f'(x) = 2x\cos x^2 - 3\sin 3x + \frac{2}{x^2}\sec^2\frac{2}{x}$
9)	ميل المماس يساوي 1
10)	ميل المماس يساوي -3
11)	ميل المماس يساوي -5
12)	ميل المماس يساوي $\frac{\pi}{2} + 1$
13)	$\frac{147\sqrt{3}}{2}$ ft/h
تدرب وحل المسائل	
14)	$f'(x) = 9x^2 + 4\sin x + 6\sec^2 x$

رقم السؤال	الإجابة
15)	$g'(x) = 4\cos 2x$
16)	$h'(x) = \frac{3x\sin x + 6\cos x}{x^3}$
17)	$h'(x) = \cot^2 x - x\csc^2 x$
18)	$f'(x) = \cos x - x\sin x \ln x + 2x$
19)	$-2\sin x^2 \sin 2x + 2x\cos 2x \cos x^2$
20)	$\frac{2t(\cos t^2)^2 + 2t\sin t^2(1 + \sin t^2)}{(\cos t^2)^2}$
21)	$\frac{x+1}{x}\cos(x + \ln x)$
22)	ميل المماس يساوي 2
23)	-3
24)	$\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$
25)	ميل المماس يساوي $-2\sqrt{3}$
26)	$90\sqrt{2}$ ft /sec
27)	$\frac{dy}{dx} = -4x\sin(2x^2 + 6)$
28)	$\frac{dy}{dx} = 6x^2\sin(x^3)\cos(x^3)$
29)	$\frac{1}{3}\cos x$
30)	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$

رقم السؤال	الإجابة	
31)		$f(x) = (\sin x + \cos x)^2$
	مشتقة قاعدة السلسلة	$f'(x) = 2(\cos x - \sin x)(\sin x + \cos x)$
	بسِّط	$= 2(\cos^2 x - \sin^2 x)$
	متطابقة $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$	$= 2\cos 2x$
32)	تعريف $\tan\theta$	$\tan\theta = \frac{\sin x}{\cos x}$
	قاعدة القسمة في الاشتقاق	$\frac{d}{dx}(\tan x) = \frac{\cos x \cos x + \sin x \sin x}{\cos^2 x}$
	بسِّط	$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$
	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	$= \frac{1}{\cos^2 x}$
	$\frac{1}{\cos x} = \sec x$	$= \sec^2 x$
33)		$y = e^x \cos x$
	مشتقة ضرب دالتين	$y' = e^x \cos x + e^x \sin x$
	عوِّض $e^x \cos x = y$	$y' = y + e^x \sin x$
	بسِّط	$y - y' = e^x \sin x$
34)		$y = \sin x - \cos x$
	مشتقة جمع دالتين	$y' = \cos x + \sin x$
	اجمع y , y'	$y + y' = \sin x - \cos x + \cos x + \sin x$
	بسِّط	$= 2 \sin x$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
35)	$f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$ الفرق بين مربعين $= (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 - \cos^2 x)$ عوِّض $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $= \sin^2 x - \cos^2 x$ اشتق $f'(x) = 2\sin x \cos x + 2\cos x \sin x$ بسِّط $= 2\sin 2x$
36)	أحمد؛ لأن عثمان أوجد المشتقة دون استعمال قاعدة مشتقة قسمة دالتين أو توزيع البسط على المقام.
37)	بإعادة كتابة $u = g(x)$, $y = \sin u$ ، وتطبيق قاعدة السلسلة، ثم إيجاد مشتقة كلٍّ منهما والتعويض بعد ذلك، حيث: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ $= \cos u \cdot g'(x)$ $= g'(x) \cos g(x)$
إجابات تدرب على اختبار	
38)	D
39)	$f'(x) = 2\cos x + 4\sin x$
إجابات مراجعة تراكمية	
40)	$f'(x) = 9x^2 - 4x + 9$
41)	$f'(x) = \frac{2x^2 + 2x + 13}{(2x+1)^2}$
42)	$f'(x) = \frac{x^2+1}{x} + 2x \ln x$
43)	10

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات استعد للدرس اللاحق
(44	$y x^2 + 3x = 5$ اطرح $3x$ من كلا الطرفين $yx^2 = 5 - 3\ x$ قسمة الطرفين على x^2 $y = \frac{5-3x}{x^2}$ مشتقة قسمة دالتين $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2\ (-3)\ -2x\ (5-3x)}{x^4}$ بسِّط $= \frac{3x\ -\ 10}{x^3}$

الدرس 8 - 3

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
(1	$\frac{dy}{dx}\Big\|_{(3\,,\,16)} = 48$
(2	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - 2e^{y}}{2xe^{y} - 3y^{2}}$
(3	$5x - 4y - 9 = 0$
إجابات تأكد	
(1	$\frac{dy}{dx}\Big\|_{(9\,,\,1)} = -\frac{2}{3}$
(2	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2y - x + \sin y}$
(3	$3x - 2y + 13 = 0$
إجابات تدرب وحل المسائل	
(4	$\frac{dy}{dx}\Big\|_{(\sqrt{2}\,,\,1)} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$
(5	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = \frac{y^{2}}{-2xy + 3y^{2} + 2}$
(6	$x + 2y - 1 = 0$
(7	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = -\left(\sqrt{\frac{y}{x}}\right)^{3}$
(8	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos y}{1 + x\sin y}$
(9	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = 2x + y - 2$
(10	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - 2xye^{yx^{2}}}{x^{2}e^{yx^{2}} - e^{y}}$
(11	$\frac{2}{3}$
(12	$-\frac{1}{2}$

رقم السؤال	الإجابة
(13	المعادلة الأصلية $y^3 = f(x^3 + 1)$ قواعد الاشتقاق $3y^2 \frac{dy}{dx} = f'(x^3 + 1) \times 3x^2$ عوّض $f'(x^3 + 1) = 8$ $3y^2 \frac{dy}{dx} = 8 \times 3x^2$ اقسم كلا الطرفين على $3y^2$ $\frac{dy}{dx} = \frac{8 \times 3x^2}{3y^2}$ بسّط $\frac{dy}{dx} = \frac{8x^2}{y^2}$
(14	المعادلة الأصلية $x = f(y^2 - 2)$ قواعد الاشتقاق $1 = f'(y^2 - 2) \times 2y \frac{dy}{dx}$ عوّض $y = 3$ $1 = f'(7) \times 6 \times \frac{dy}{dx}$ عوّض $f'(7) = 5$ $1 = 5 \times 6 \times \frac{dy}{dx}$ بسّط $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{30}$ إذن $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{y=3} = \frac{1}{30}$

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات مسائل مهارات التفكير العليا
15	لإيجاد معادلتي المماس، لا بد من إيجاد نقطتي التماس، افترض أن نقطة التماس هي (x_1 , y_1) بما أن المماس يمر بنقطة الأصل؛ فإن ميله يساوي $m_{\tan} = \frac{y_1}{x_1}$ تعلم أن ميل المماس عند النقطة (x_1 , y_1) هو $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{(x_1, y_1)}$ أيضًا. العلاقة الأصلية $(x-3)^2 + y^2 = 1$ قواعد الاشتقاق $2(x-3) \times 1 + 2y\frac{dy}{dx} = 0$ بسِّط $2x - 6 + 2y\frac{dy}{dx} = 0$ أضف $6 - 2x$ لكلا الطرفين $2y\frac{dy}{dx} = 6 - 2x$ حل المعادلة بالنسبة لـ $\frac{dy}{dx}$، ثم بسط $\frac{dy}{dx} = \frac{6-2x}{2y} = \frac{2(3-x)}{2y} = \frac{3-x}{y}$ عوّض $(x , y) = (x_1 , y_1)$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{(x_1, y_1)} = \frac{3-x_1}{y_1}$ ميل المماس عند (x_1 , y_1) يساوي المشتقة الأولى عندها $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{(x_1, y_1)} = m_{tan}$ عوّض، واضرب تبادليًّا $\frac{3-x_1}{y_1} = \frac{y_1}{x_1} \Rightarrow y_1^2 = 3x_1 - x_1^2$ $y_1^2 = 3x_1 - x_1^2$ (1) نقطة التماس (x_1 , y_1) تقع على منحنى العلاقة الأصلية $(x_1-3)^2 + y_1^2 = 1 \Rightarrow y_1^2 = 6x_1 - x_1^2 - 8$ (2) بطرح 1 من 2 $3x_1 - 8 = 0$ (3) حل المعادلة 3 $x_1 = \frac{8}{3}$ المعادلة (1) $y_1^2 = 3x_1 - x_1^2$ عوض: $x_1 = \frac{8}{3}$، ثم بسط $y_1^2 = 3 \times \frac{8}{3} - \left(\frac{8}{3}\right)^2 = 8 - \frac{64}{9} = \frac{72}{9} - \frac{64}{9} = \frac{8}{9}$ $y_1 = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$ إذن نقطتا التماس هما: $\left(\frac{8}{3} , \frac{2\sqrt{2}}{3}\right), \left(\frac{8}{3} , \frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)$ وتكون معادلتا المماس هما: $y - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{8}{3}}\left(x - \frac{8}{3}\right) \Rightarrow y - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(x - \frac{8}{3}\right)$ $y + \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\frac{-2\sqrt{2}}{3}}{\frac{8}{3}}\left(x - \frac{8}{3}\right) \Rightarrow y + \frac{2\sqrt{2}}{3} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(x - \frac{8}{3}\right)$

رقم السؤال	الإجابة
16)	• إجابة ممكنة: يفضل استعمال الاشتقاق الضمني، عندما يصعب إيجاد العلاقة الصريحة أو عندما توجد أكثر من علاقة صريحة للعلاقة الضمنية. مثال: إيجاد المشتقة الأولى $\frac{dy}{dx}$ للعلاقة $x^2 + y^2 = 49$ ضمنيًّا أسهل بكثير من إيجادها بعد تحويل العلاقة $x^2 + y^2 = 49$ إلى علاقتين صريحتين. • يفضل إعادة كتابة العلاقة الضمنية في صورة علاقة صريحة، عندما يكون من السهل إيجاد العلاقة الصريحة المكافئة للعلاقة الضمنية وتكون علاقة واحدة. مثال: إيجاد المشتقة الأولى للعلاقة $xy = 8$ بعد تحويلها إلى علاقة صريحة $\left(y = \frac{8}{x}\right)$ أسهل من إيجادها باستعمال الاشتقاق الضمني.
إجابات تدريب على اختبار	
17)	D
18)	C
إجابات مراجعة تراكمية	
19)	$2x^2 + 8x$
20)	$x \approx 0.46$
21)	-9
22)	$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{(x+3)^2}$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
23)	$y' = 12x^3 - 10x$
24)	$\frac{d}{dx}(y') = 36x^2 - 10$
25)	$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 2$
26)	$\frac{dy}{dx} = 3\cos x$
27)	$\frac{dy}{dx} = \cos x - x\sin x$
28)	$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{(2-x)^2}$
29)	$\frac{dy}{dx} = 3e^{3x} - \frac{1}{x}$
30)	$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y+1}$

الدرس 9 - 3

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
(1	$1\,\mathrm{m}/s^2$
(2A	$f^{(4)}(x) = 72$
(2B	$f'''(x) = \frac{-6}{(x-1)^4}$
(2C	$1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$
(3	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-2}{(2y-1)^3}$
إجابات تأكد	
(1	$a(t) = -8\,\mathrm{ft}/s^2$
(2	$f^{(5)}(x) = 360x$
(3	$f'''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 27$
(4	$\frac{d^2y}{dx^2}\Big\|_{(1,1)} = \frac{10}{9}$
إجابات تدرب وحل المسائل	
(5	$-\frac{9}{32}\,\mathrm{m}/s^2$
(6	$f'''(x) = -72$
(7	$\frac{d^2y}{dx^2}\Big\|_{x=1} = \frac{3}{2}$
(8	$\frac{d^2y}{dx^2}\Big\|_{y=2} = \frac{1}{4}$
(9	$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^5}} + \frac{1}{8\sqrt{x^3}}$

رقم السؤال	الإجابة
(10	إجابة ممكنة: $\frac{d^2y}{dx^2} = 2\cos 2x$
(11	إجابة ممكنة: $\frac{d^2y}{dx^2} = 4e^x(e^x + 3)^3 + 12e^{2x}(e^x + 3)^2$
(12	$\frac{d^2y}{dx^2} = 2\ln x + 3$
(13	$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right\|_{x=0} = 0 \ , \ \left.\frac{d^2y}{dx^2}\right\|_{x=9} = -81$
(14	$k = 420$
(15	$n = 10$
(16	$h''(-3) = -14$
(17	-504
(18	$(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ $(f \cdot g)''(x) = f''(x)g(x) + g'(x)f'(x) + g''(x)f(x) + f'(x)g'(x)$ $= f''(x) \cdot g(x) + 2f'(x)g'(x) + f(x) \cdot g''(x)$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(19	محمد؛ لأن عبد اللّه اعتبر أن المطلوب هو إيجاد مشتقة المقدار الثابت $f'(1)$، وليس إيجاد المشتقة الثانية للدالة f عندما $x = 1$
(20 a	$f'(x) = \frac{-1}{x^2}, f''(x) = \frac{2}{x^3}, f'''(x) = \frac{-6}{x^4}, f^{(4)}(x) = \frac{24}{x^5}, f^{(5)}(x) = \frac{-120}{x^6}$
(20 b	بما أن: $\frac{f'(x)}{f'(x)} = \frac{\frac{2}{x^3}}{\frac{-1}{x^2}} = \frac{-2}{x}, \frac{f'''(x)}{f''(x)} = \frac{-3}{x}, \frac{f^{(4)}(x)}{f^{(3)}(x)} = \frac{-4}{x}$ فإن $\frac{f^{(20)}(x)}{f^{(19)}(x)} = \frac{-20}{x}$
(21	$f^{(n)}(x) = 3^n e^{3x}, n = 1, 2, 3, \ldots$

رقم السؤال	الإجابة
22)	إجابة ممكنة: إذا كانت $f(x)$ كثيرة حدود من الدرجة n فإن درجة $f'(x)$ تكون من الدرجة $n - 1$، ودرجة $f''(x)$ تكون من الدرجة $n - 2$، وهكذا فإن $f^{(n)}(x)$ تكون من الدرجة $n - n = 0$ (أي أنها دالة ثابتة)؛ لذا فإن $f^{(n+1)}(x) = 0$. مثال: $f(x) = x^3 + x^2$ $f'(x) = 3x^2 + 2x$ $f''(x) = 6x + 2$ $f'''(x) = 6$ $f^{(4)}(x) = 0$
	إجابات تدريب على اختبار
23)	B
24)	C
	إجابات مراجعة تراكمية
25)	-21
26)	$a = \frac{2}{3}$
27)	$f'(x) = -\frac{2}{x^2}$
28)	إجابة ممكنة: $\frac{dy}{dx} = -10 \sin 5x \cos 5x$
	إجابات استعد للدرس اللاحق
29)	الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترة $]-2, 3[$ ، ومتناقصة على الفترتين $]3, 4[$, $]-4, -2[$
30)	يكون المقدار $2x - 6$ موجبًا على الفترة $]3, \infty[$، وسالبًا على $]-\infty, 3[$
31)	يكون المقدار $x^2 - x - 20$ موجبًا على الفترتين $]5, \infty[$, $]-\infty, -4[$ ، وسالبًا على $]-4, 5[$
32)	يكون المقدار $x^3 - 27$ موجبًا على $]3, \infty[$ وسالبًا على $]-\infty, 3[$
33)	يكون المقدار $\frac{5}{x-1}$ موجبًا على الفترة $]1, \infty[$ ، وسالبًا على $]-\infty, 1[$
34)	$f'(x) = 9x^2$
35)	$f'(x) = \frac{2}{(2+x)^2}$
36)	$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$

دليل الدراسة والمراجعة

رقم السؤال	الإجابة
1)	function derivative
2)	quotient derivative
3)	product derivative
4)	the chain rule
5)	higher-order derivative
6)	differentiation
7)	instantaneous velocity
8)	-18
9)	$\frac{1}{19}$
10)	10
11)	$\frac{3}{2\pi}$
12)	2
13)	-4
14)	$18\,m/s$
15)	$\sqrt{3}$
16)	$g'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}$, $g'(-8) = \frac{-1}{6}$
17)	$f'(x) = \frac{-5}{(x+5)^2}$, $f'(0) = \frac{-1}{5}$
18)	$m_{tan} = -6x$ $f'(-4) = 24$
19)	$v(t) = 80 - 32t$ $v(2) = 16\,ft/s$
20)	$m_{tan} = 6$
21)	(هابط) $v = 32$ ft /sec
22)	$f'(x) = 7$

رقم السؤال	الإجابة
23)	$g'(x) = 6x^2 - \frac{21}{x^4}$
24)	$h'(x) = \frac{6}{5\sqrt[5]{x^2}}$
25)	$f'(x) = 2017\,x^{2016}$
26)	$g'(x) = \frac{-x+2}{x^3}$
27)	$p'(x) = \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x^5}}$
28a)	$40\,\text{m/s}$
28b)	$80\,\text{m}$
28c)	بعد 1 sec صاعدًا، وبعد 7 sec هابطًا
29)	$y = -5x - 4$
30)	$(0, 2), (2, -14), (-2, -14)$
31)	$\frac{dy}{dx} = 37 - 20x$
32)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-13}{(3x-2)^2}$
33)	$\frac{dy}{dx} = 18x - 48$
34)	$\frac{dy}{dx} = \frac{18x+12}{(x^3+2x)^2}$
35)	$y = 4x + 16$
36)	$y = 2x + 6$
37)	يتناقص بمعدل 0.188 مترًا مكعبًا كل دقيقة
38)	$f'(x) = 3(4x-3)(2x^2 - 3x + 1)^2$
39)	$f'(x) = \frac{4x}{3\sqrt[3]{(2x^2+3)^2}}$
40)	$f'(x) = \frac{25x^3 + 40}{2\sqrt{x^3+4}}$
41)	$f'(x) = \frac{2-2x}{\sqrt{(1-2x)^3}}$
42)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-24}{x^4}$

رقم السؤال	الإجابة
43)	$\frac{dy}{dx} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$
44)	$(f o g)'(x) = -16\,(4x+1)^3$
45)	$(g o f)'(x) = -16\,x^3$
46)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + 1$
47)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{x(\ln x)^2}$
48)	$\frac{dy}{dx} = -15e^{-3x}$
49)	$\frac{dy}{dx} = \frac{xe^x + xe^{-x} - e^x + e^{-x}}{x^2}$
50)	$\frac{dy}{dx} = 6x$
51)	$y = x + 1$
52)	$y = 3x - 3$
53)	$N'(t) = \frac{91.2\,e^{-0.12t}}{(1 + 8e^{-0.12t})^2}$
54)	يتزايد معدل سرعة الطباعة بـ 0.2 كلمة بالدقيقة تقريبًا.
55)	$f'(x) = -5\sin x - 9\sec^2 3x$
56)	$f'(x) = \frac{3\sin}{x} + 3\cos x \ln x$
57)	$f'(x) = 3(1 + 8x\cos 4x^2)(x + \sin 4x^2)^2$
58)	$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{9y}$
59)	$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{\sin y}$
60)	$\frac{dy}{dx} = -\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$
61)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - 3x^2y^3}{3x^3y^2 - 1}$
62)	$\frac{1}{e^2}\,m/s^2$
63)	$\frac{d^2y}{dx^2} = -12x$

رقم السؤال	الإجابة
64)	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{\left(4\sqrt{x}\right)^3} - 40x^3$
65)	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{18}{x^4}$
66)	$\frac{d^2y}{dx^2} = 4\cos 2x - 4x\sin 2x$
67)	$\frac{d^2y}{dx^2} = -26$

اختبار الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
1)	C
2)	$-50x$
3)	$\frac{-36}{(6x-5)^2}$
4)	$5(2x-3)(x^2-3x+1)^4$
5)	$-3\, e^{x^2} \sin 3x + 2\, xe^{x^2} \cos 3x$
6)	$\frac{\cos x \ln x - \frac{\sin x}{x}}{(\ln x)^2}$
7)	$\frac{3x^2+5}{2x^{\frac{3}{2}}}$
8)	$-\frac{1}{2}$
9)	$\frac{dy}{dx} = 2\cos 2x\,(2\sin 2x - 1)$
10)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1-x}{y-2}$
11)	D
12)	$\frac{14}{5}$

رقم السؤال	الإجابة
(13	$g'(x) = \frac{-3}{x^2}$
(14a	$96\,\mathrm{m/s}$
(14b	$3\,\mathrm{s}$
(14c	$144\,\mathrm{m}$
(15	A
(16	B
(17	$\frac{d^3y}{dx^3} = 8\sin 2x\,,\,8$
(18	$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{3}{8}x^{\frac{-5}{2}}\,,\,\frac{3}{256}$
(19	$6y^2y' = 6x$ $y^2y' = x$ $2\,y\,y' \times y' + y'' \times y^2 = 1$ $2\,y(y')^2 + y^2 \times y'' = 1$ اقسم على y $2\,(y')^2 + y\,y'' = \frac{1}{y}$

التهيئة للاختبارات

رقم السؤال	الإجابة
(1	$f'(x) = -2\sin 2x\,(1 + \ln(\cos 2x))$
(2	$f'(x) = 4\,(2\sin x\cos x + \sec^2 x)(\sin^2 x + \tan x)^3$
(3	$f'(x) = \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$
(4	$f'(x) = \frac{-6\cos 3x \cdot \sin 3x - 3\cos^2 3x}{e^{3x}}$

الاختبار التراكمي

رقم السؤال	الإجابة
1)	D
2)	B
3)	C
4)	B
5)	B
6)	A
7)	C
8)	D
9)	C
10)	B
11)	$y'= \cos 2x$ $y'' = -2 \sin 2x$ $y''+4y = -2 \sin 2x+4 \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)$ $= -2 \sin x + 2 \sin 2x=0$
12)	2
13)	$y = -x + 7$
14)	$\frac{1}{2}$
15)	$\frac{1}{4}$

رقم السؤال	الإجابة
(16	$k = 2$
(17 a	$y' = \frac{e^x(\cos x+\sin x)}{\cos^2 x}$
(17 b	$y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{1+\sin x}}$
(17 c	$y' = \frac{4}{x} + 3 \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{4}{x} + 3 \cot x$
(18 a	$v(t) = d'(t) = t^2 - 6t+5$ $v_{\circ} = v(0) = 0-0+5 = 5\,\text{m}/\text{sec}$
(19 b	$v(t) = 0$ $t^2 - 6t+5 = 0$ $(t-5)(t-1) = 0 \rightarrow t = 5 , t = 1$ $a(t) = 2t-6$ $a(1) = 2(1) - 6 = -4\,\text{m}\|\text{s}^2$ $a(5) = 2(5) - 6 = 4\,\text{m}\|\text{s}^2$

التهيئة

رقم السؤال	الإجابة
(1	$f'(x) = 3x^2$
(2	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$
(3	$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-2)^2}}$
(4	$f'(x) = \frac{-6x}{(x^2+7)^2}$
(5	$x = 5$
(6	$x = 1 , x = 8$
(7	$x = 0$
(8	$x = -\sqrt{2} , x = 0 , x = \sqrt{2}$
(9	$f''(x) = 6x$
(10	$f''(x) = \frac{6}{(1+x)^3}$
(11	$f''(x) = \frac{4}{9\sqrt[3]{(4+x)^2}}$

الدرس 1 - 4

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
1)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]1, \infty[$, $]-1, 0[$ ، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]0, 1[$, $]-\infty, -1[$.
2)	الدالة متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]-3, 0[$, $]-\infty, -3[$ ، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]3, \infty[$, $]0, 3[$.
3)	الدالة متزايدة على الفترة $]1, \infty[$ ، ومتناقصة على الفترة $]-\infty, 1[$.
4A)	الدالة $f(x)$ متزايدة على $]-3, 3[$ ، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]3, \infty[$, $]-\infty, -3[$
4B)	$]-\infty, 0[$
	إجابات تأكد
1)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]1, \infty[$, $]-\infty, 0[$، ومتناقصة على الفترة $]0, 1[$.
2)	الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترة $]4, \infty[$، ومتناقصة على الفترة $]-\infty, 4[$.
3)	الدالة $f(x)$ متناقصة على كلٍّ من الفترتين $]0, \infty[$, $]-\infty, 0[$.
4)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]0, \infty[$, $]-\infty, -6[$، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]-6, -3[$, $]-3, 0[$.
5)	الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترة $]-\infty, \infty[$.
6)	الدالة $f(x)$ متناقصة على الفترة $]-\infty, \infty[$.
7)	الدالة $f(x)$ متزايدة على $]-\infty, 2[$ ، ومتناقصة على $]2, \infty[$
8)	$]-\infty, \infty[$
	إجابات تدرب وحل المسائل
9)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]1, \infty[$, $]-\infty, 0[$، ومتناقصة على الفترة $]0, 1[$.
10)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]1, \infty[$, $]-\infty, -1[$، ومتناقصة على الفترة $]-1, 1[$.
11)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]\frac{1}{2}, \infty[$, $]-\infty, -\frac{1}{2}[$ ، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]0, \frac{1}{2}[$, $]-\frac{1}{2}, 0[$.

رقم السؤال	الإجابة
12)	الدالة $f(x)$ متناقصة على كلٍّ من الفترتين $]\sqrt{3}, \infty[$, $]-\infty , -\sqrt{3}[$، ومتزايدة على الفترة $]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$.
13)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]2 , \infty[$, $]-2 , 0[$ ، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]0 , 2[$, $]-\infty , -2[$.
14)	الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترة $]\frac{3}{2} , \infty[$ ، ومتناقصة على $]-\infty , \frac{3}{2}[$.
15)	$]0 , 1[$
16)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]2 , \infty[$, $]-\infty , -6[$ ، ومتناقصة على كل من الفترتين $]-2 , 2[$, $]-6 , -2[$.
17)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]\frac{6}{5}, \infty[$, $]-\infty , 0[$ ، ومتناقصة على الفترة $]0 , \frac{6}{5}[$.
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
18)	افترض أن $h(x) = f(x) - g(x)$ الدالة الأصلية $h(x) = f(x) - g(x)$ أوجد $h'(x)$ $h'(x) = f'(x) - g'(x)$ وبما أن $f'(x) = g'(x)$ فإن $h'(x) = 0$ وهذا يعني أن الدالة $h(x)$ ثابتة على $\mathbb{R}$ ، أي أن $h(x) = c$ ، حيث c عدد ثابت إذن $f(x) - g(x) = c$ ، وهذا يعني أن $f(x) = g(x) + c$
19)	$h(x)$ متزايدة على $\mathbb{R}$ ؛ لأن: الدالة الأصلية $h(x) = f(x) - g(x)$ أوجد $h'(x)$ $h'(x) = f'(x) - g'(x)$ بما أن $f(x)$ متزايدة، فإن $f'(x)$ موجبة على $\mathbb{R}$، وبما أن $g(x)$ متناقصة، فإن $g'(x)$ سالبة على $\mathbb{R}$، وعليه تكون $h'(x)$ موجبة على $\mathbb{R}$؛ لأن قيمة المقدار $(f'(x) - g'(x))$ تكون موجبة على $\mathbb{R}$، وهذا يعني أن $h(x)$ دالة متزايدة على $\mathbb{R}$. مثال الدالة $f(x) = x^3 + 3x$ متزايدة على $\mathbb{R}$، والدالة $g(x) = -x$ متناقصة على $\mathbb{R}$، والدالة $h(x) = x^3 + 4x$ متزايدة على $\mathbb{R}$.
20)	بما أن $f'(x) = a$ ، و $a \neq 0$ ، فإننا نميّز الحالتين الآتيتين: أولًا: $a > 0$، وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تكون متزايدة على $\mathbb{R}$، مثال: الدالة $f(x) = 6x$ متزايدة على $\mathbb{R}$ ؛ لأن $f'(x) = 6$ (موجبة دائمًا). ثانيًا: $a < 0$، وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تكون متناقصة على $\mathbb{R}$، مثال: الدالة $f(x) = -3x$ متناقصة على $\mathbb{R}$ ؛ لأن $f'(x) = -3$ (سالبة دائمًا).

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تدريب على اختبار	
21)	C
22)	B
إجابات مراجعة تراكمية	
23)	$\frac{x}{(x+1)^2}$
24)	$\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$
25)	$(f \circ g)(x) = 6x^2$
26)	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2y}{x^2}$
إجابات "استعد للدرس اللاحق"	
27)	$f'(x) = 3x^2 - 12x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$
28)	$f'(x) = \frac{9}{(x+3)^2}$
29)	$x = \frac{1}{3}, x = 2$
30)	$x = 4$

الدرس 2 - 4

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1)	للدالة ثلاث نقاط ثبات هي: $(-2,16), (0,0), (2,16)$
2A)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x=-2$ هي $f(-2)=-17$ للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=0$ هي $f(0)=-1$ للدالة قيمة صغرى محلية عندما $x=2$ هي $f(2)=-17$
2B)	للدالة قيمة عظمى محلية عند $x=0$ هي $f(0)=3$
3A)	للدالة قيمة صغرى محلية عندما $x=-1$ هي $f(-1)=\frac{-2}{15}$ ، ولها قيمة عظمى محلية عندما $x=1$ هي $f(1)=\frac{2}{15}$
3B)	للدالة قيمة صغرى محلية عندما $x=-1$ هي $f(-1)=-\frac{1}{4}$، وقيمة صغرى محلية عندما $x=1$ هي $f(1)=-\frac{1}{4}$، ولها قيمة عظمى محلية عندما $x=0$ هي $f(0)=0$
إجابات تأكد	
1)	للدالة نقطتا ثبات هما: $(-3,9), \left(1,-1\frac{2}{3}\right)$
2)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x=0$ هي $f(0)=3$، ولها قيمة عظمى محلية عندما $x=2$ هي $f(2)=11$
3)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x=-1$ هي $f(-1)=-1$، ولها قيمة عظمى محلية عند $x=1$ ، هي $f(1)=3$
4)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=1$ هي $f(1)=4$، ولها قيمة صغرى محلية عندما $x=3$ هي $f(3)=0$
5)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=\frac{1}{4}$ هي $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{768}$، ولا توجد قيمة قصوى محلية عندما $x=0$
إجابات تدرب وحل المسائل	
6)	لا توجد نقاط ثبات لهذه الدالة.
7)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=-4$ هي $f(-4)=300$ ، ولها قيمة صغرى محلية عندما $x=4$ هي $f(4)=-212$.
8)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=0$ هي $f(0)=1$
9)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=1$ هي $f(1)=1\frac{1}{4}$، ولها قيمة صغرى محلية عندما $x=0$ هي $f(0)=0$، وقيمة صغرى محلية أيضًا عندما $x=3$ هي $f(3)=-6\frac{3}{4}$
10)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x=\frac{1}{3}$ هي $f(\frac{1}{3})=\frac{1}{9}$، ولها قيمة صغرى محلية عندما $x=0$ هي $f(0)=0$
11)	$k=-4$

رقم السؤال	الإجابة
(12	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x = -3$ ، وقيمة صغرى محلية عندما $x = 1$
(13	$a = 1 , b = -5$
(14	**(a** $x = 0 , x = 2$ **(b** الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترة $]2 , \infty[$ ، ومتناقصة على الفترة $]-\infty , 2[$ **(c** للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ **(d** تكون $f''(x)$ سالبة على $]0 , \frac{4}{3}[$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
(15	$f'(x) = 3x^2 + 2x + c$ ، وحتى يكون لهذه المشتقة قيمتان لـ x تجعل كل منهما $f'(x) = 0$ ، فإن المميز $b^2 - 4ac$ يجب أن يكون موجبًا $b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 3 \times c = 4 - 12c > 0 \to c < \frac{1}{3}$ ، وبما أن إشارة الدالة التربيعية تكون مثل إشارة معامل x^2 ما عدا بين صفريها، فهذا يؤكد أن إشارة المشتقة الأولى سوف تتغير حول كل من صفريها، وهذا يبين أن للدالة $f(x)$ قيمتين إحداهما عظمى محلية والأخرى صغرى محلية.
(16	غير صحيحة بشكل عام. مثال الدالة $f(x) = x^2 + 2$ متصلة على $]-2 , 3[$ ، ولها قيمة صغرى محلية عندما $x = 0$ هي $f(0) = 2$ **الشرط الإضافي:** إذا كانت الدالة $f(x)$ ومتصلة ومتزايدة أو متناقصة على $]a, b[$ فإنه لا توجد لها قيم قصوى محلية.
(17	*** كل نقطة ثبات هي نقطة حرجة، ولكن العكس غير صحيح.** **مثال:** – النقطة $(1 , -8)$ هي نقطة ثبات للدالة $f(x) = 4x^3 - 12x$ ، وهي نقطة حرجة للدالة أيضًا. – النقطة $(1 , 0)$ هي نقطة حرجة للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، ولكنها ليست نقطة ثبات للدالة.
إجابات تدريب على اختبار	
(18	B
(19	$(0 , -4)$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات مراجعة تراكمية	
20)	$k = 2$
21)	$f'(x) = 10x^4 + \frac{6}{x^4}$
22)	8
23)	$\frac{dy}{dx} = 6x^2\sqrt{y}$
24)	الدالة متناقصة على الفترة $]-\infty , +\infty[$
إجابات "استعد للدرس اللاحق"	
25)	$f''(x) = 36x^2 - 12x$
26)	$f''(x) = \frac{-12}{(6+x)^3}$

الدرس 3 - 4

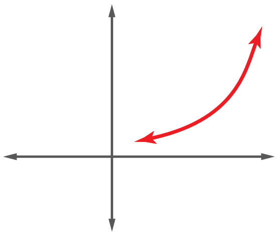
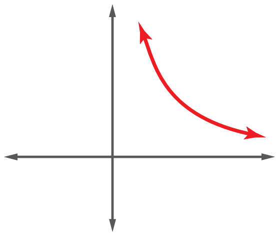
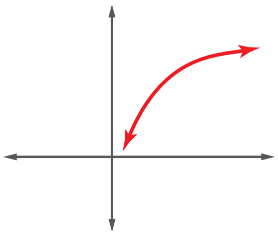
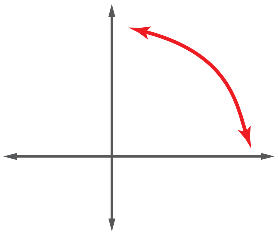
رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
1A)	المنحنى مقعر إلى أسفل في الفترة $]-\infty, 1[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]1, \infty[$.
1B)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, 2[$. الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]2, \infty[$.
2A)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترات $]-\infty, 0[\cup]2, \infty[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]0, 2[$ ، ونقطتا الانعطاف هما $(2, -6)$, $(0, 10)$.
2B)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]-\infty, 8[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]8, \infty[$ ونقطة انعطاف الدالة هي $(8, 0)$.
2C)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترات $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$ ، ولايوجد نقاط انعطاف.
3A)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]-\infty, 0[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]0, \infty[$ ، ونقطة الانعطاف هي $(0, -0.67)$.
3B)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty , 5[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]5 , \infty[$ ، $(5 , 6)$ نقطة انعطاف أفقي.
4A)	التمثيل عبارة عن مساحة سطح الكرة بدلالة نصف قطرها.
4B)	الدالة متزايدة في الفترة $]0, 2[$.
4C)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]0, 2[$.
4D)	بما أن تقعر الدالة لم يتغير؛ إذن لاتوجد نقاط انعطاف لدالة الحجم.
إجابات تأكد	
1)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترات $]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$ ، وليس لها نقاط انعطافٍ.
2)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, -3[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]-3, \infty[$ ، وليس لها نقاط انعطاف.
3)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]-\infty, -3[$. الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-3, \infty[$. نقطة الانعطاف هي $(-3, 0)$.
4)	الدالة مقعرة إلى أعلى على $\mathbb{R}$ ، لا يوجد لها نقاط انعطاف.
5)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, -\frac{2}{15}[$ وإلى أعلى في الفترة $]-\frac{2}{15}, \infty[$ ، نقطة الانعطاف $(-0.13 , 0.4)$ غير أفقي.
6)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]-\infty , 1[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]1 , \infty[$ ؛ $(1 , 9)$ نقطة انعطاف أفقي.

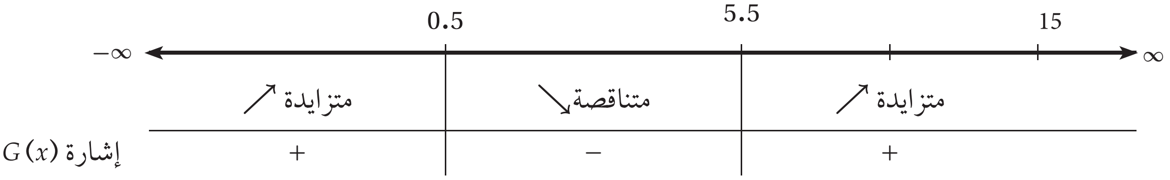
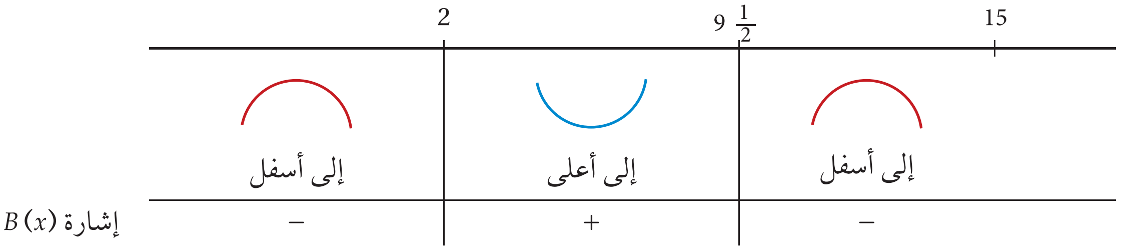
رقم السؤال	الإجابة
7)	المشتقة الأولى للدالة متزايدة؛ لذا فالمشتقة الثانية موجبة ، ومنحنى دالة النمو مقعر إلى أعلى، وبما أنه لا يوجد تغيُّر في اتجاه التقعر؛ إذن ليس للدالة نقاط انعطاف.
	إجابات تدرب وحل المسائل
8)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, -1[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]-1, \infty[$ ، ونقطة الانعطاف هي $(-1, 18)$.
9)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, 0[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]0, \infty[$ وليس للدالة نقاط انعطاف.
10)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, 0[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]0, \infty[$ ، وليس للدالة نقاط انعطاف.
11)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترة $]-\infty, -3[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]-3, \infty[$ ، ونقطة الانعطاف هي $(-3, 0)$.
12)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترات $]-\infty, 1[\cup]2, \infty[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]1, 2[$ ونقطتا الانعطاف هما $(1, -1)$, $(2, 0)$.
13)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترات $]-\infty, -4[\cup]4, \infty[$ وإلى أسفل في الفترة $]-4, 4[$ ولا يوجد للدالة نقاط انعطاف.
14)	الدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, 2[$ ، وإلى أعلى في الفترة $]2, \infty[$ ، ونقطة انعطافها $(2, 3)$ أفقية.
15)	الدالة مقعرة إلى أعلى في الفترات $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$ ، ولايوجد نقاط انعطاف للدالة.
16)	$f(x)$ مقعرة إلى أعلى في الفترات $]0, 2[\cup]5, 7[$ ، وإلى أسفل في الفترة $]2, 5[$ ، ونقطتا الانعطاف هما $(2, f(2)), (5, f(5))$.
17)	**a)** $]-1, \infty[$ **b)** $]-1, \infty[$ **c)** $]-\infty, -1[$ **d)** سالبة؛ لأن الدالة عندها مقعرة إلى أسفل، وهي مُعرَّفة. **e)** موجبة؛ لأن الدالة عندها مقعرة إلى أعلى، وهي مُعرَّفة. **f)** صفر؛ لأن للدالة نقطة انعطاف عند $x = -1$ ، و $f''(0)$ مُعرَّفة.
18)	بما أن $f''(x)$ سالبة في الفترات $]-\infty, -5[\cup]0, 5[$ ؛ إذن $f(x)$ مقعرة إلى أسفل في هذه الفترات، وبما أن $f''(x)$ موجبة في الفترات $]-5, 0[\cup]5, \infty[$ ؛ إذن $f(x)$ مقعرة إلى أعلى في هذه الفترات، ونقاط الانعطاف هي: $(-5, f(-5))$, $(0, f(0))$, $(5, f(5))$.
19)	$a = -1.5, b = -4.5$

رقم السؤال	الإجابة
(20	(a خاطئة (b صحيحة (c صحيحة (d خاطئة (e خاطئة (f صحيحة
(21	(a $2, 4, 6$ (b $3, 7$ (c $1, 5$

إجابات مسائل مهارات التفكير العليا

(22

$f'(x) > 0$	$f'(x) < 0$	x
إجابة ممكنة: 	إجابة ممكنة: 	$f''(x) > 0$
إجابة ممكنة: 	إجابة ممكنة: 	$f''(x) < 0$

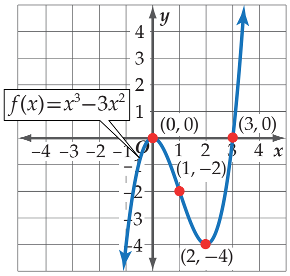
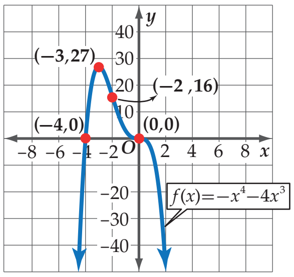
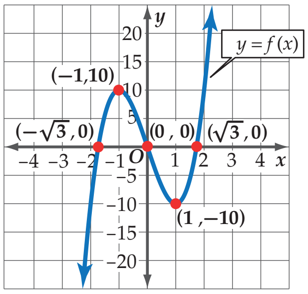
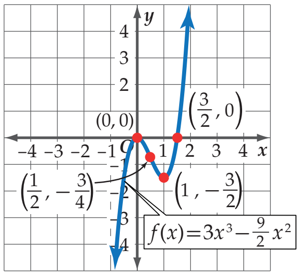
رقم السؤال	الإجابة
23)	الدالة الأساسية هي $R(x)$ $R'(x) = G(x)$ $R''(x) = B(x)$ فمن خلال دراسة سلوك الدالة $R(x)$ (تزايد وتناقص) أي دراسة إشارة $R'(x)$ ومقارنتها باشارة $G(x)$ نجد أنه يمكن تلخيص تزايد وتناقص الدالة في الجدول التالي: 
	من الملاحظ أن إشارات $G(x)$ تتفق مع إشارات $R'(x)$ ومن خلال دراسة تقعر الدالة $R(x)$ أي إشارة $R''(x)$ ومقارنتها بإشارة $B(x)$نجد أنه يمكن تلخيص النتيجة في الجدول التالي:  نلاحظ أن إشارات $B(x)$ تتفق مع إشارات $R''(x)$
24)	مروان؛ لأن خالدًا ساوى المشتقة الأولى بالصفر بدلًا من المشتقة الثانية.
25)	$y' = nax^{n-1}$ $y'' = n\,a\,(n-1)\,x^{n-2}$ إذا كان n عددًا زوجيًّا، فإن $n - 2$ أيضًا تكون عددًا زوجيًّا؛ أي أن $x^{n-2} \geq 0$ ، وكذلك $n(n-1) > 0$ ، وعليه تكون إشارة y'' مماثلة لإشارة a دائمًا، ما عدا عندما $x = 0$ ؛ إذن تكون $y'' \geq 0$ إذا كانت أكبر من الصفر، و $y'' \leq 0$ إذا كانت $a < 0$ ؛ وعليه لا توجد نقاط انعطاف للدالة.

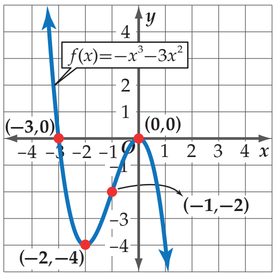
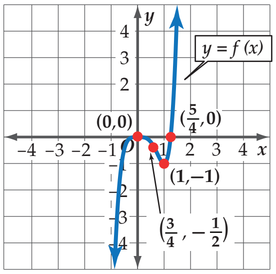
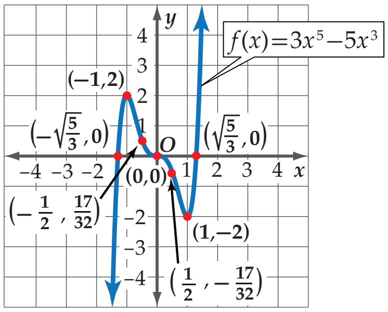
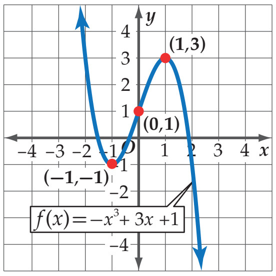
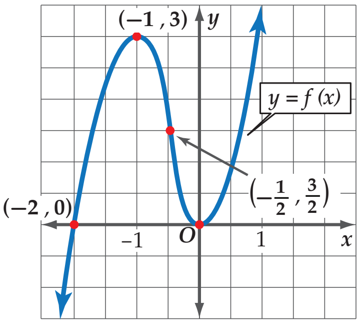
رقم السؤال	الإجابة
(26	معادلة القطع المكافئ $y = ax^2$ $y' = 2xa$ $y'' = 2a$ إذا كانت $a > 0$ ، فإن $y'' > 0$ دائمًا ، وعليه يكون منحنى الدالة مقعرًا إلى أعلى، وإذا كانت $a < 0$ ، فإن $y'' < 0$ وعليه يكون منحنى الدالة مقعرًا إلى أسفل.
إجابات تدريب على اختبار	
(27	A
(28	D
إجابات مراجعة تراكمية	
(29	$21x^6 + 35x^4$
(30	$\frac{9}{(x+7)^2}$
(31	$\frac{3x^2}{x^3+3}$
(32	$(2x+7)e^{x^2+7x}$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(33	الدالة متزايدة في الفترات $]-\infty, -7[\cup]-\frac{1}{3}, \infty[$ ، ومتناقصة في الفترة $]-7, -\frac{1}{3}[$ ، وللدالة قيمة عظمى محلية عند $x = -7$ وتساوي 155 وقيمة صغرى محلية عند $x = -\frac{1}{3}$ وتساوي 6.85 ، والدالة مقعرة إلى أسفل في الفترة $]-\infty, -\frac{11}{3}[$ وإلى أعلى في الفترة $]-\frac{11}{3}, \infty[$ ، ولها نقطة انعطاف هي $(-3.67, 81.04)$.

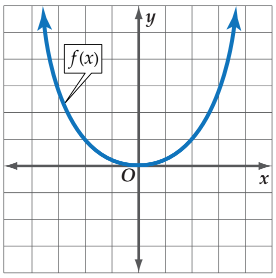
اختبار منتصف الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
1)	A
2)	D
3)	B
4)	B
5)	$a = -1$
6)	الدالة متزايدة على $]0 , \infty[$ ، ومتناقصة على $]-\infty , 0[$
7)	$m = -\frac{3}{2} , n = 5\frac{1}{2}$
8)	الدالة متناقصة على كل من الفترتين $]-\infty, -\sqrt{2}[$, $]0, \sqrt{2}[$ والدالة متزايدة على كل من الفترتين $]\sqrt{2} , \infty[$, $]-\sqrt{2} , 0[$
9)	نقاط الثبات هي $(0, 0)$, $(\sqrt{2}, -4)$, $(-\sqrt{2}, -4)$
10)	للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند $x = -\sqrt{2}$ وهي -4 ولها قيمة صغرى محلية عند $x = \sqrt{2}$ وهي -4 ولها قيمة عظمى محلية عند $x = 0$ وهي 0
11)	الدالة $f(x)$ مقعرة إلى الأعلى على كل من الفترتين $]2 , \infty[$, $]-\infty , -2[$ ، ومعقرة إلى الأسفل على $]-2 , 2[$

الدرس 4 - 4

رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
(1	
(2	
(3	
إجابات تأكد	
(1	

رقم السؤال	الإجابة
(2	
(3	
إجابات تدرب وحل المسائل	
(4	
(5	
(6	

رقم السؤال	الإجابة
7a)	$f'(4) = 0$ ، لأن للدالة $f(x)$ عندها قيمة صغرى محلية
7b)	$f'(x)$ موجبة على كل الفترتين: $]-\infty, 0[$ ، $]4, \infty[$ ؛ لأن $f(x)$ متزايدة على هاتين الفترتين، وسالبة على $]0, 4[$ ؛ لأن الدالة $f(x)$ متناقصة على هذه الفترة.
7c)	إشارة $f''(4)$ موجبة، لأن للدالة قيمة صغرى عندما $x = 4$
إجابات مسائل مهارات التفكير العليا	
8)	 
9)	إجابة ممكنة:  تقبل أي إجابة تمثل الدالة $y = x^2 + c$، حيث c عدد ثابت
10)	إجابة ممكنة: بدراسة إشارات $f'(x), f''(x)$ في جوار أصفار هذه الدالة نحصل على أهم المعلومات التي تساعدنا على رسم منحنى الدالة $f(x)$ حيث: • أصفار $f'(x)$ تبين قيم x التي يُتوقع وجود قيم قصوى محلية للدالة $f(x)$ عندها، وبدراسة إشارة $f'(x)$ في جوارها، نحدّد مجالات التزايد والتناقص. • أصفار $f''(x)$ تبين قيم x التي يُتوقع وجود نقاط انعطاف عندها، وبدراسة إشارة $f''(x)$ في جوارها، نحدّد مجالات التقعر إلى الأعلى وإلى الأسفل.

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تدريب على اختبار	
(11	A
إجابات مراجعة تراكمية	
(12	$k = -14 , x , 8x - 7$
(13	$n = -4$
(14	$y = -3x + 3\pi$
(15	$f'(1) = \frac{3}{4}$
(16	$]4 , \infty[$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(17	$x = 10$
(18	$x = -2 , x = 2$

الدرس 5 - 4

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تحقق من فهمك	
1)	العددان هما 5 , 5
2)	بُعدا الحديقة هما 20 m , 20 m وطول السياج 80 m
3)	$x = 2\,\text{cm}$
4)	قيمة t التي تجعل عدد البكتيريا أكبر ما يمكن هي $t = 20$ ، ويكون عدد البكتيريا عندها 18679 تقريبًا.
إجابات تأكد	
1)	العددان هما 7 , 2
2)	$12\,\text{cm}^2$
3)	$432\,\text{ft}^2$
4)	قيمة t التي تجعل عدد المصابين أكبر ما يمكن هي $t = 1$ ، ويكون عدد المصابين عندها 544 مصابًا تقريبًا.
إجابات تدرب وحل المسائل	
5)	8 , 2
6)	طول الحديقة 30 m وعرضها 15 m ، وتكاليف السياج هي QR 2400
7)	$\frac{400}{\sqrt{5}}\pi\, cm^3$
8)	قيمة x التي تحقق للمصنع أكبر ربح ممكن هي $x = 11$ ، وتكون قيمة الأرباح عندها QR 4329
9)	$h = 144\,\text{ft}$
10)	$6\,\text{units}^2$

الإجابة	رقم السؤال

11) اكتب الدالة $f(x)$؛ لتصف الإنتاج الكلي للحقل، بحيث تمثل x عدد أشجار البرتقال الجديدة التي ستتم زراعتها.

الإنتاج الكلي للحقل	=	إنتاج الشجرة الواحدة × عدد الأشجار
$f(x)$	=	$(75 + x) \times (400 - 2x)$

الدالة الأساسية: $f(x) = (75 + x)(400 - 2x)$

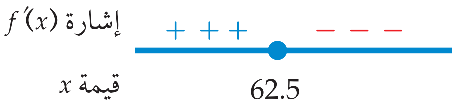
أوجد $f'(x)$: $f'(x) = (400 - 2x) - 2(75 + x)$

بسّط: $= 400 - 2x - 150 - 2x$

بسّط: $= -4x + 250$

اجعل $f'(x) = 0$: $-4x + 250 = 0$

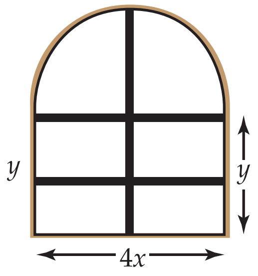
حل المعادلة: $x = 62.5$



بما أن إشارة المشتقة الاولى تتغير من موجب إلى سالب حول العدد 62.5 ، لذا توجد قيمة عظمى للدالة عندما $x = 62.5$ وهذا يعني أن إنتاج الحقل يكون أكبر ما يمكن عند زراعة 62 أو 63 شجرة جديدة.

إجابات مهارات التفكير العليا

12) افترض أن بعدي المنطقة المستطيلة الشكل هما $4x, y$



$$4x + 2y + 2\pi x = 5$$
$$2y = 5 - 4x - 2\pi x$$
$$y = \frac{5}{2} - 2x - \pi x$$

الدالة الأساسية: $A = 4xy + 2\pi x^2$

عوّض قيمة y: $A = 4x\left(\frac{5}{2} - 2x - \pi x\right) + 2\pi x^2$

بسّط: $A = 10x - 8x^2 - 4\pi x^2 + 2\pi x^2$

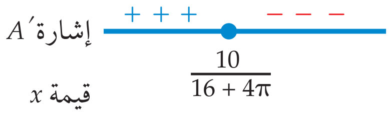
بسّط: $A = 10\,x - 8x^2 - 2\pi x^2$

أوجد A': $A' = 10 - 16x - 4\pi x = 0$

أضف $16x + 4\pi x$ لكلا الطرفين: $10 = 16x + 4\pi x$

أخرج x عاملًا مشتركًا: $10 = x(16 + 4\pi)$

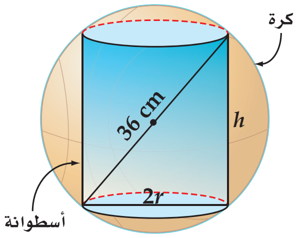
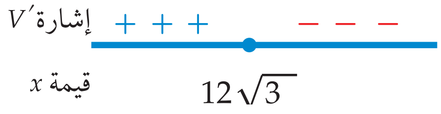
حل المعادلة: $x = \frac{10}{16 + 4\pi}$



إذن للدالة A قيمة عظمى عندما m $x = \frac{10}{16 + 4\pi}$ ، وتكون قيمة y هي:

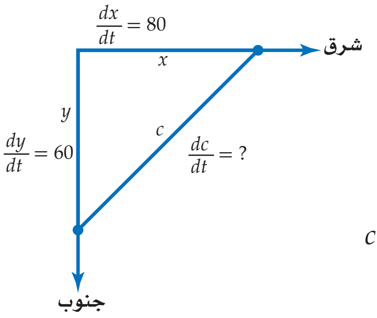
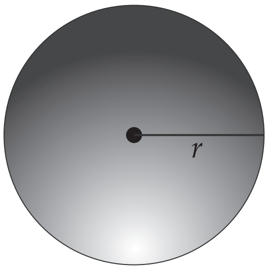
$$y = \frac{5}{2} - \frac{20}{16 + 4\pi} - \frac{10\pi}{16 + 4\pi} = \frac{5}{2} - \frac{20 + 10\pi}{16 + 4\pi} = \frac{20}{16 + 4\pi}$$

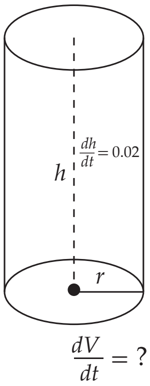
إذن بُعدا المنطقة المستطيلة الشكل هما $\frac{20}{16 + 4\pi}$ ، $\frac{40}{16 + 4\pi}$

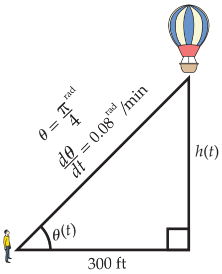
رقم السؤال	الإجابة
13)	الدالة الأساسية $V = \pi r^2 h$ $V = \pi h\left(\frac{1296 - h^2}{4}\right)$ بسِّط $V = \frac{\pi}{4}(1296h - h^3)$ أوجد V' واجعلها تساوي صفرًا $V' = \frac{1}{4}\pi(1296 - 3h^2) = 0$ حل المعادلة $3h^2 = 1296 \Rightarrow h^2 = 432 \Rightarrow h = \sqrt{144 \times 3}$ بسِّط $\Rightarrow h = 12\sqrt{3}$  $4r^2 + h^2 = (36)^2$ $4r^2 = 1296 - h^2$ $r^2 = \frac{1296 - h^2}{4}$  إذن توجد قيمة عظمى عندما $h = 12\sqrt{3}$، لأن إشارة المشتقة تغيرت من موجب إلى سالب حول العدد $12\sqrt{3}$، ولإيجاد قيمة r استعمل العلاقة: $r^2 = \frac{1296 - 432}{4} = 216 \Rightarrow$ $r = 6\sqrt{6}$ إذن بُعدا الأسطوانة هما $r = 6\sqrt{6}$ cm , $h = 12\sqrt{3}$ cm
14)	إجابة ممكنة: 1) عرّف المتغيرات، وارسم شكلًا توضيحيًّا (إن أمكن). 2) اكتب المتغير الذي ثميل قيمة عظمى / صغرى محلية في صورة دالة بمتغير واحد. 3) أوجد نقاط الثبات للدالة التي كتبها في الخطوة 2 4) اختبر نقاط الثبات التي أوجدتها باستعمال المشتقة الأولى أو الثانية، للتأكد من القيم القصوى المطلوب التحقق عندها. 5) أوجد القيمة / القيم ا لمطلوبة.
	إجابات تدريب على اختبار
15)	$x = 4$
16)	$\frac{1}{8}m^2$
	إجابات مراجعة تراكمية
17)	الجواب نعم، والعاملان الآخران هما $(x - 3)$, $(x + 2)$

رقم السؤال	الإجابة
(18	$\frac{1}{6}$
(19	$\frac{1}{3}$
(20	2
(21	38
(22	60
(23 a	الدالة متزايدة على كل من الفترتين $]2 , \infty[$, $]-\infty , 0[$ ، ومتناقصة على $]0 , 2[$
(23 b	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x = 0$، وقيمة صغرى محلية عندما $x = 2$
(23 c	للدالة نقطة انعطاف عندما $x = 1$
إجابات استعد للدرس اللاحق	
(24	$\frac{da}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$
(25	$5 \frac{dy}{dt} = 3 \frac{dx}{dt}$
(26	$\frac{dv}{dt} = 7\pi r^2 \frac{dr}{dt}$
(27	$\frac{dh}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} - 2 \frac{dx}{dt}$

الدرس 6 - 4

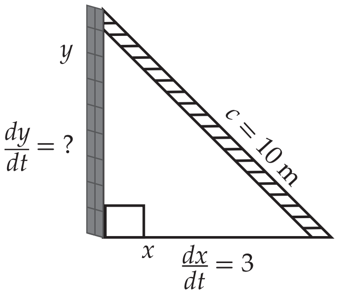
رقم السؤال	الإجابة
	إجابات تحقق من فهمك
(1	$c^2 = x^2 + y^2 ...(1)$ $2c\frac{dc}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} ...(2)$  المسافة التي قطعتها السفينة المتجهة جنوبًا: $3(60) = 180$ المسافة التي قطعتها السفينة المتجهة شرقًا : $3(80) = 240$ عوض $y = 240, x = 180$ في المعادلة (1) للحصول على قيمة c $c^2 = (180)^2 + (240)^2$ $= 90000$ $= 300$ ولإيجاد $\frac{dc}{dt}$ عوض في المعادلة (2) $2(300)\frac{dc}{dt} = 2(240)(80) + 2(180)(60)$ $600\frac{dc}{dt} = 60000$ $\frac{dc}{dt} = \frac{60000}{600} = 100$ إذن معدل تغير المسافة بين السفينتين بعد مرور 3h من بدء الحركة هو $\frac{dc}{dt} = 100 \text{ mil}/\text{h}$
(2	افترض أن مساحة سطح القرص = A طول نصف قطر القرص : r ابحث عن علاقة بين مساحة السطح وطول نصف القطر لإيجاد $\frac{dA}{dt}$ عندما $r = 5$  $\frac{dr}{dt} = 0.3 \text{ cm}/\text{sec}$ $\frac{dA}{dt} = ?$ مساحة الدائرة $A = \pi r^2$ اشتق طرفي المعادلة ضمنيًا بالنسبة للزمن $\frac{dA}{dt} = 2\pi r\frac{dr}{dt}$ عوّض $r = 5, \frac{dr}{dt} = 0.3$ $= 2\pi(5)(0.3)$ $= 3\pi$ إذن معدل تغير المساحة يساوي: $\frac{dA}{dt} = 3\pi \text{ cm}^2/\text{sec}$

رقم السؤال	الإجابة
3	ارسم شكلًا، وحدّد عليه جميع البيانات المحددة في المسألة.  افترض أن طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة هو r وأن ارتفاع الأسطوانة هو h بما أن ارتفاع الأسطوانة يساوي $\frac{5}{8}$ طول قطر قاعدتها فإن: $h=\frac{5}{8}\times 2r$ بسِّط $r=\frac{4}{5}h$ ربع طرفي المعادلة $r^2=\frac{16}{25}h^2$ عندما $r=4$ فإن $h=\frac{5}{4}(4)=5$ استعمل قاعدة حجم الأسطوانة والتي تربط بين متغيرات طول نصف القطر والارتفاع. $V=\pi r^2h$ عوِّض $r^2=\frac{16}{25}h^2$ $V=\pi\left(\frac{16}{25}h^2\right)(h)$ بسِّط $V=\frac{16}{25}\pi h^3$ اشتق طرفي المعادلة ضمنيًّا بالنسبة للزمن $\frac{dV}{dt}=\frac{16\pi}{25}\times 3h^2\frac{dh}{dt}\ldots(1)$ عوِّض $\frac{dh}{dt}=0.02$, $h=5$ في المعادلة (1) لإيجاد $\frac{dV}{dt}$ $\frac{dV}{dt}=\frac{16\pi}{25}\times 3(5)^2\times(0.02)$ $=\frac{24}{25}\pi$ إذن معدل تغير حجم الأسطوانة يساوي $\frac{24}{25}\pi\,\text{cm}^3/\text{sec}$

رقم السؤال	الإجابة
4)	ارسم شكلًا يوضح المسألة، ثم اكتب عليه كافة البيانات المحددة في المسألة كما في الشكل المجاور.  افرض أن θ هي زاوية ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض. استعمل العلاقة $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\tan\theta(t) = \frac{h(t)}{300}$ اشتق الطرفين ضمنيًا بالنسبة للزمن $\frac{dh}{dt} = 300\sec^2\theta\frac{d\theta}{dt}$ عوض $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{d\theta}{dt} = 0.18$ $\frac{dh}{dt} = (300)\sec^2\frac{\pi}{3}(0.18)$ بسط $\frac{dh}{dt} = (300)\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}(0.18)$ بسط $= 216$ إذن معدل انخفاض المنطاد يساوي $\frac{dh}{dt} = 216\,\text{ft}/\text{min}$

رقم السؤال	الإجابة
إجابات تأكد	

1) **الخطوة 1**: ارسم شكلًا يوضح المسألة، واكتب عليه جميع البيانات المحدَّدة في المسألة كما في الشكل المجاور.



افترض أن ارتفاع السلَّم هو y، وأن بُعد طرفه السفلي عن الحائط هو x

الخطوة 2: حدد المتغيرات والثوابت والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة.

المعطيات: $c = 10$ و $\frac{dx}{dt} = 3$

المطلوب: إيجاد $\frac{dy}{dt}$ عندما $x = 6$

استعمل نظرية فيثاغورس $c^2 = x^2 + y^2$

وستحصل على $100 = x^2 + y^2$

الخطوة 3: اشتق الطرفين ضمنيًّا بالنسبة للزمن (1) $0 = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$

استعمل العلاقة $c^2 = x^2 + y^2$ ؛ لإيجاد قيمة y عندما $x = 6, c = 10$

$$100 = 36 + y^2$$

$$y^2 = 64$$

$$y = 8$$

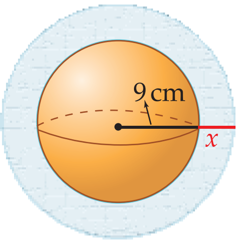
الخطوة 4 : عوّض $x = 6, y = 8, \frac{dx}{dt} = 3$ في المعادلة (1)

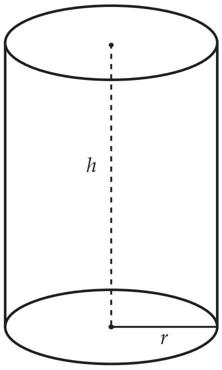
$$2(3)(6) + 2(8)\frac{dy}{dt} = 0$$

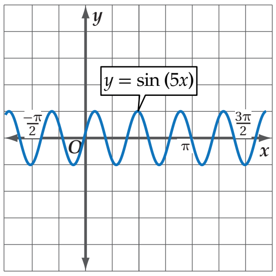
$$36 + 16\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-36}{16} = -2.25\,\text{m/sec}$$

إذن معدل سرعة انخفاض طرف السُّلَّم العلوي يساوي 2.25 m / sec

رقم السؤال	الإجابة
2	**الخطوة 1**: ارسم شكلًا، وحدِّد عليه جميع البيانات المحدَّدة في المسألة كما في الشكل المجاور.
	
	افترض أن سُمك طبقة الشمع هو x، وعليه يكون طول نصف قطر الكرة مع الشمع $(x + 15)$.
	افترض أن حجم الكرة هو (V) ، وبما أن الشمع يذوب مع الزمن، فإن معدل تغير الحجم بالنسبة للزمن يساوي $\frac{dV}{dt} = 2\,cm^3/min$
	الخطوة 2: حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة كما يلي:
	المعطيات: $\frac{dV}{dt} = -2$
	المطلوب: إيجاد $\frac{dx}{dt}$ عندما $x = 4$
	الخطوة 3: ابحث عن علاقة تربط بين الحجم وطول نصف القطر؛ لإيجاد معدل تغير سُمك الجليد، أي ابحث عن علاقة لإيجاد $\frac{dx}{dt}$ عندما $x = 4$
	حجم الكرة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
	عوّض $r = x + 15$ $V = \frac{4}{3}\pi(x + 15)^3 \dots\dots\dots\dots\dots\; (1)$
	الخطوة 4: اشتقَّ طرفَي المعادلة ضمنيًّا بالنسبة للزمن، ستحصل على: $\frac{dV}{dt} = 4\pi(x + 15)^2\frac{dx}{dt} \dots\dots\dots\; (2)$
	الخطوة 5: عوّض $\frac{dV}{dt} = -2$, $x = 4$ في المعادلة (2) $-2 = 4\pi(4 + 15)^2\frac{dx}{dt}$
	اقسم الطرفين على 1444π $-2 = 1444\pi\frac{dx}{dt}$
	$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{722}\pi$
	إذن معدل سرعة تناقص سُمك طبقة الشمع عندما يكون سُمكه 4cm سيساوي $\frac{\pi}{722}\,cm/min$

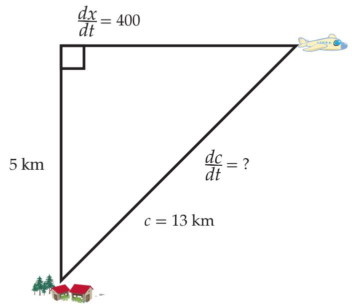
رقم السؤال	الإجابة
3)	**الخطوة 1**: ارسم شكلًا توضيحيًّا، وحدِّد عليه جميع البيانات المحدَّدة في المسألة.  افترض أن طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة هو r، وأن ارتفاعها هو h، وعليه فإن $r = \frac{1}{2}h$ **الخطوة 2**: حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعطاة والطلوبة: $\frac{dh}{dt} = 0.002$ $\frac{dV}{dt} = ?$ **المعطيات**: $\frac{dh}{dt} = 0.002$ ، طول نصف القطر = الارتفاع **المطلوب**: إيجاد $\frac{dV}{dt}$ عندما $h = 8$ استعمل قانون حجم الأسطوانة. حجم الأسطوانة $V = \pi r^2 h$ **الخطوة 3**: ابحث عن علاقة تربط بين كلٍّ من الحجم وطول نصف القطر والارتفاع لإيجاد المطلوب. استبدل المتغير r بدلالة h ، حيث إن $r = \frac{1}{2}h$ في قانون الحجم؛ وستحصل على h $V = \pi\left(\frac{1}{2}h\right)^2 h$ $V = \pi \frac{1}{4} h^3$................................. (1) **الخطوة 4** : اشتقَّ طرفَي المعادلة (1) ضمنيًّا بالنسبة للزمن $\frac{dV}{dt} = \pi\left(\frac{1}{4}\right)3h^2 \frac{dh}{dt}$..........................(2) **الخطوة 5**: عوّض $h = 8$, $\frac{dh}{dt} = 0.002$ في المعادلة (2)؛ لإيجاد معدل التغيُّر في الحجم $\frac{dV}{dt} = \pi\left(\frac{3}{4}\right)(8)^2(0.002)$ $= 0.096\pi$ إذن معدل تغيُّر حجم الأسطوانة عندما يكون ارتفاعها 8 cm هو $0.096\pi \text{ cm}^3/\text{min}$

رقم السؤال	الإجابة
4)	**الخطوة 1**: ارسم الدالة $y = \sin(5x)$ ، وعيِّن عليها جميع البيانات المحدَّدة في المسألة.  **الخطوة 2** : حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة **المعطيات**: $\frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{10}$ **المطلوب**: إيجاد $\frac{dy}{dt}$ عندما $x = \frac{\pi}{15}$ **الخطوة 3**: ابحث عن علاقة تربط بين y , x لإيجاد $\frac{dy}{dx}$ استعمل العلاقة $y = \sin(5x)$ **الخطوة 4**: اشتقَّ الدالة $y = \sin(5x)$ ضمنيًّا بالنسبة للزمن $\frac{dy}{dt} = 5\cos(5x)\frac{dx}{dt}$ **الخطوة 5**: عوِّض $\frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{10}$, $x = \frac{\pi}{15}$ لتجد $\frac{dy}{dt}$ $\frac{dy}{dt} = 5\cos\left(5\frac{\pi}{15}\right)\left(\frac{\pi}{10}\right)$ $= \frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $= \frac{\pi}{4}$ إذن معدل التغيُّر في الإحداثي y عندما $x = \frac{\pi}{15}$ يساوي $\frac{\pi}{4}$ rad / sec

رقم السؤال | **الإجابة**

إجابات تدرب وحل المسائل

5) **الخطوة 1:** ارسم شكلًا، وحدِّد عليه جميع البيانات المحدَّدة في المسألة كما في الشكل المجاور.



افترض أن المسافة الأفقية التي قطعتها الطائرة هي x ،
وأن بُعد الطائرة عن المنزل في لحظةٍ ما هو c

الخطوة 2: حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة كما يلي:

المعطيات: $y = 5 , c = 13 , \frac{dx}{dt} = 400$

المطلوب: إيجاد $\frac{dc}{dt}$

الخطوة 3: ابحث عن علاقة تربط بين المتغيرات x, y, c

استعمل العلاقة $c^2 = x^2 + 5^2 ....(1)$

الخطوة 4: اشتقَّ طرفي المعادلة (1) ضمنيًّا بالنسبة للزمن؛ لإيجاد معدل تغيُّر المسافة بين الطائرة والمنزل.

$$2c \frac{dc}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} \quad ....(2)$$

أوجد قيمة x باستعمال نظرية فيثاغورس $c^2 = x^2 + y^2$

عوِّض $c = 13, y = 5$ $(13)^2 = x^2 + (5)^2$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x = 144$$

$$x = 12$$

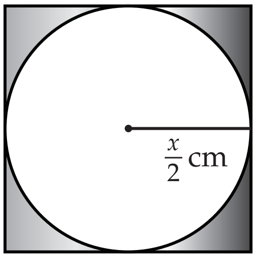
الخطوة 5: عوِّض $c = 13$, $\frac{dx}{dt} = 400$, $x = 12$ في المعادلة (2) لإيجاد قيمة $\frac{dc}{dt}$

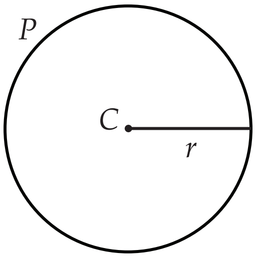
$$2(13) \frac{dc}{dt} = 2(12)(400)$$

$$26 \frac{dc}{dt} = 9600$$

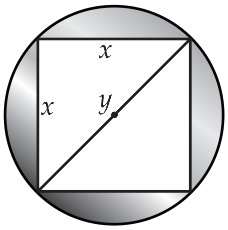
$$\frac{dc}{dt} = \frac{9600}{26} = 369.23$$

إذن معدل تغيُّر بُعد الطائرة عن المنزل يساوي 369.23 km / h

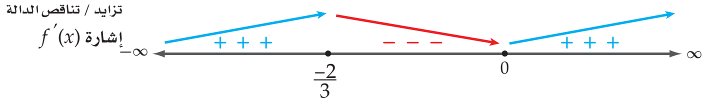
رقم السؤال	الإجابة
6)	**الخطوة 1:** ارسم شكلًا، وحدِّد عليه البيانات المحدَّدة في المسألة كما في الشكل المجاور:  افترض أن طول نصف قطر الدائرة يساوي $\frac{x}{2}$، وطول ضلع المربع x، وأن مساحة المنطقة المظلَّلة هي A **الخطوة 2:** حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة كما يلي: **المعطيات:** $\frac{dx}{dt} = 1$ **المطلوب:** إيجاد $\frac{dA}{dt}$ **الخطوة 3:** ابحث عن علاقة تربط بين A, x استعمل العلاقة : مساحة المنطقة المظلَّلة = مساحة المربع − مساحة الدائرة $A = x^2 - \frac{\pi}{4}x^2 ....(1)$ **الخطوة 4:** اشتقَّ الطرفين ضمنيًّا بالنسبة للزمن $\frac{dA}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} - \frac{\pi}{2}x\frac{dx}{dt}$ $= \left(2x - \frac{\pi x}{2}\right)\frac{dx}{dt}$ **الخطوة 5:** عوِّض $x = 18, \frac{dx}{dt} = 1$ $= \left(2(18) - \frac{18\pi}{2}\right)(1)$ $= 7.72$ إذن معدل التغيُّر في مساحة سطح الصفيحة يساوي $7.72\,\text{cm}^2/\text{min}$

رقم السؤال	الإجابة
7)	**الخطوة 1:** ارسم شكلًا وحدد عليه كافة البيانات المحددة في المسألة كما في الشكل المجاور.  **الخطوة 2:** حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة كما يلي: **المعطيات:** $r = 5 , \frac{dA}{dt} = 12$ **المطلوب:** إيجاد $\frac{dp}{dt}$ **الخطوة 3:** ابحث عن علاقة تربط بين r , p **افترض أن طول نصف قطر الموجة هو r ، وأن محيطها هو P، ومساحتها هي A،** **وعليه فإن $\frac{dA}{dt} = 12\pi \text{in}^2 / \text{min}$ ، والمطلوب هو إيجاد $\frac{dP}{dt}$ عندما $r = 5\text{in}$** محيط الموجة = محيط الدائرة $P = 2\pi r$ .... (1) **الخطوة 4:** اشتقَّ طرفَي المعادلة (1) ضمنيًّا بالنسبة للزمن $\frac{dP}{dt} = 2\pi\frac{dr}{dt}$ .... (2) والآن يجب معرفة $\frac{dr}{dt}$ ؛ لذا استعمل قانون مساحة الدائرة $A = r^2\pi$ لإيجاد المطلوب قانون مساحة الدائرة $A = r^2\pi$ اشتقَّ طرفَي المعادلة ضمنيًّا بالنسبة للزمن لتحصل على $\frac{dA}{dt} = 2r\pi\frac{dr}{dt}$ .... (3) **الخطوة 5:** عوِّض $r = 5 , \frac{dA}{dt} = 12\pi$ في المعادلة (3) $12\pi = 2(5)\pi\frac{dr}{dt}$ بسِّط $\frac{dr}{dt} = \frac{12}{10}$ $= 1.2$ عوِّض $\frac{dr}{dt} = 1.2$ في المعادلة (2) $\frac{dP}{dt} = 2\pi(1.2)$ $= \frac{12}{5}\pi$ إذن معدل التغيُّر في محيط الموجة يساوي $\frac{12}{5}\pi$ in/min

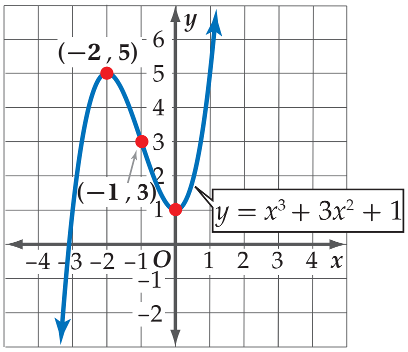
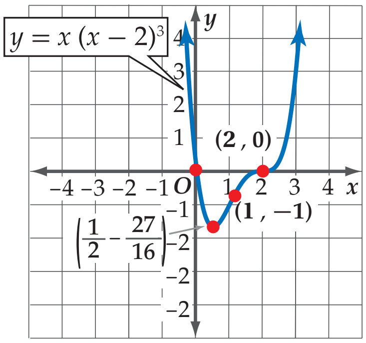
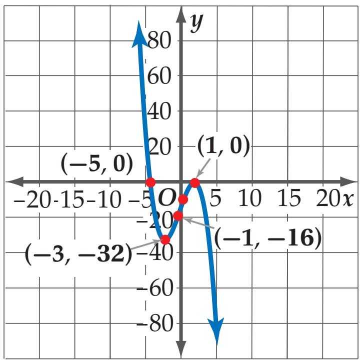
رقم السؤال	الإجابة
8)	$y = -2\cos x$ ....(1) اشتقَّ طرفَي المعادلة ضمنيًّا بالنسبة للزمن $\frac{dy}{dt} = 2\sin x \frac{dx}{dt}$ بما أن $\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt}$ ؛ إذن عوِّض $\frac{dx}{dt}$ بدلًا من $\frac{dy}{dt}$ $\frac{\cancel{dx}}{\cancel{dt}} = 2\sin x \frac{\cancel{dx}}{\cancel{dt}}$ $1 = 2\sin x$ $\sin x = \frac{1}{2}$ $x = \frac{\pi}{6}$ عوِّض $x = \frac{\pi}{6}$ في المعادلة (1)؛ لتجد قيمة y $y = -2\cos\frac{\pi}{6} = -2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$ إذن موضع النقطة هو $\left(\frac{\pi}{6}, -\sqrt{3}\right)$

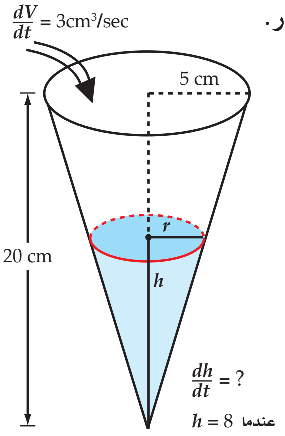
رقم السؤال	الإجابة
إجابات مهارات التفكير العليا	
9)	ريم؛ حيث أخطأت كوثر عندما عوَّضت بـ $h = B$ بدلًا من $h = \frac{1}{2}B$
10)	**الخطوة 1:** ارسم شكلًا كالمجاور، وحدِّد عليه جميع البيانات المحدَّدة في المسألة.  افترض أن طول ضلع المربع = x، وطول قطر الدائرة = y، ومساحة الدائرة = A **الخطوة 2:** حدد المتغيرات والثوابت والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة **المعطيات:** $\frac{dy}{dt} = 4$ **المطلوب:** إيجاد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين محيط القرص المعدني والمربع بالنسبة للزمن عندما يكون طول نصف قطر القرص المعدني يساوي 12cm **الخطوة 3:** ابحث عن علاقة تربط بين المتغيرات والثوابت في المسألة. مساحة الدائرة $A_1 = \pi r^2$ $A_1 = \pi(\frac{y}{2})^2$ $A_1 = \frac{\pi}{4} y^2$...............(1) مساحة المربع $A_2 = x^2$ لكن $x^2 + x^2 = y^2$ إذن: $2x^2 = y^2$ $x^2 = \frac{y^2}{2}$ إذن مساحة المربع $A_2 = \frac{y^2}{2}$ وبشكل عام فإن مساحة المنطقة المظللة هي: $A = A_1 - A_2$ $A = \frac{\pi}{4} y^2 - \frac{y^2}{2}$ **الخطوة 4: اشتق الطرفين ضمنيًا بالنسبة للزمن** $\frac{dA}{dt} = \frac{\pi}{4}(2y)\frac{dy}{dt} - y\frac{dy}{dt}$ $\frac{dA}{dt} = (\frac{\pi}{2} y - y)\frac{dy}{dt}$...............(2) **الخطوة 5: عوِّض** $y = 12$, $\frac{dy}{dt} = 4$ **في المعادلة (2) لتحصل على:** $\frac{dA}{dt} = (\frac{\pi}{2} \times 12 - 12)\ (4)$ $= 24\pi - 48$ إذن معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين المربع ومحيط القرص المعدني يساوي $(24\pi - 48)\,cm^2/min$

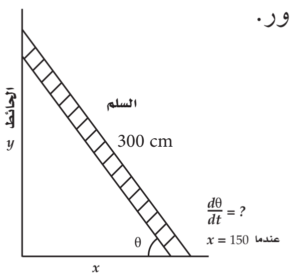
رقم السؤال	الإجابة
(11	إذا تغيرت كمية مثل x مع مرور الزمن، فإن المشتقة $\frac{dx}{dt}$ تعني معدل تغير الكمية x بالنسبة للزمن. **خطوات حل مسائل المعدلات المرتبطة بالزمن.** • أرسم شكلًا توضيحيًّا للمسألة إذا أمكن، وأحدّد عليه جميع البيانات المحدَّدة في المسألة. • أحدِّد المتغيرات والثوابت والمعدلات الزمنية المعطاة والمطلوبة. • أبحث عن علاقة رياضية تربط بين المتغيرات والثوابت في المسألة، بحيث تكون معدلات جميع المتغيرات معلومة باستثناء المتغير المطلوب إيجاد معدل تغيُّره. • أشتقُّ طرفَي العلاقة ضمنيًّا بالنسبة للزمن. • أعوِّض في العلاقة بعد الاشتقاق بالقيم المعلومة لإيجاد المطلوب.
إجابات تدريب على اختبار	
(12	A
(13	C
إجابات مراجعة تراكمية	
(14	$\frac{dy}{dx} = 10x - 3 + 12x^2$
(15	$\frac{dy}{dx} = x^3$
(16	$\frac{dy}{dx} = \frac{(5x+1)(2x-3)-(x^2-3x)(5)}{(5x+1)^2}$
(17	$\frac{dy}{dx} = 8(3x^2-4x)^7(6x-4)$
(18	$6x - 15y^2\frac{dy}{dx} = 0$ $\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{15y^2}$

رقم السؤال	الإجابة
19)	$f'(x) = 3x^2 + 2x$ $3x^2 + 2x = 0$ $x(3x + 2) = 0$ $x = 0 \quad \text{or} \quad x = \frac{-2}{3}$ إذن للدالة نقطتا ثبات هما $(0, f(0)), \left(\frac{-2}{3}, f\left(\frac{-2}{3}\right)\right)$  يُبيِّن الشكل أعلاه أن $f'(x) > 0$ في الفترتين $]0, \infty[$, $]-\infty, \frac{-2}{3}[$ ، وعليه تكون الدالة $f(x)$ متزايدة في الفترتين $]0, \infty[$, $]-\infty, \frac{-2}{3}[$ كما يُبيِّن أن $f'(x) > 0$ في الفترة $]\frac{-2}{3}, 0[$ ؛ أي أن الدالة متناقصة في الفترة $]\frac{-2}{3}, 0[$
20)	لإيجاد القيم العظمى أو الصغرى باستعمال اختبار المشتقة الثانية، أوجد المشتقة الثانية $f''(x) = 6x + 2$ $f''(0) = 6(0) + 2 = 2 > 0$ إذن للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عندما $x = 0$ ، وهي $f(0) = -5$ $f''\left(\frac{-2}{3}\right) = -2 < 0$ إذن للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عندما $x = \frac{-2}{3}$ ، وهي $f\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{-131}{27}$

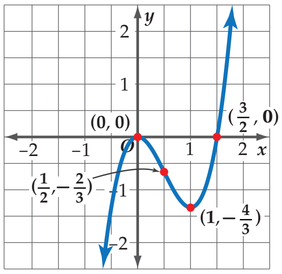
رقم السؤال	الإجابة
1)	increasing
2)	stationary point
3)	local minimum value
4)	inflection point
5)	related rates
6)	optimal solution
7)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]-\infty , -2[$, $]0 , \infty[$، ومتناقصة على الفترة $]-2 , 0[$
8)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]-\infty , -\sqrt{2}[$, $]0 , \sqrt{2}[$ ، ومتناقصة على كلٍّ من الفترتين $]-\sqrt{2} , 0[$, $]\sqrt{2}, \infty[$
9)	الدالة $f(x)$ متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]-\infty , -1[$, $]-1 , \infty[$
10)	الدالة $f(x)$ متزايدة على $]2 , \infty[$
11)	للدالة نقطتا ثبات هما $(0 , 0), (1 , 3)$
12)	للدالة قيمة عظمى محلية عند $x = 2$ هي $f(2) = \frac{2}{3}$
13)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x = -1$ هي $f(-1) = -\frac{1}{3}$ ، ولها قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ هي $f(1) = \frac{1}{3}$
14)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ هي $f(0) = 0$ ، ولها قيمة عظمى محلية عند $x = 4$ هي $f(4) = -8$
15)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ هي $f(0) = 4$
16)	للدالة قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -16$ ؛ لأن $f''(2) = 8$ وهي موجبة.
17)	للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x = 1$ هي $f(1) = \frac{6}{5}$ ؛ لأن $f''(1) = -18$ وهي سالبة، ولها قيمة صغرى محلية عندما $x = -1$ هي $f(-1) = -\frac{6}{5}$ ؛ لأن $f''(-1) = 18$ وهي موجبة. لا توجد للدالة قيمة قصوى محلية عندما $x = 0$ (حيث يفشل اختبار المشتقة الثانية في تحديد القيمة القصوى ونوعها عند $x = 0$ ، وإشارة المشتقة الأولى لا تتغير حولها).
18)	الدالة $f(x)$ مقعرة إلى الأسفل على الفترة $]-\infty, 0[$، ومقعرة إلى الأعلى على الفترة $]0, \infty[$ ، وللدالة نقطة انعطاف أفقي هي $(0, 16)$
19)	الدالة $f(x)$ مقعرة إلى الأعلى على كل من الفترتين $]-\infty, -3[$, $]2, \infty[$، ومقعرة إلى أسفل على الفترة $]-3, 2[$، ولها نقطتا انعطاف غير أفقي هما $\left(2 , -\frac{28}{3}\right), \left(-3 , -\frac{99}{4}\right)$
20)	الدالة $f(x)$ مقعرة إلى الأعلى على كل من الفترتين $\left]-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right[$, $\left]\frac{\sqrt{3}}{3}, \infty\right[$ ، ومقعرة إلى الأسفل على الفترة $\left]-\frac{\sqrt{3}}{3} , \frac{\sqrt{3}}{3}\right[$، ولها نقطتا انعطاف غير أفقي هما $\left(\frac{\sqrt{3}}{3} , 3\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} , 3\right)$

<table>
<tr><th>رقم السؤال</th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td>21)</td><td>الدالة $f(x)$ مقعرة إلى أسفل على الفترة $]0 , \infty[$ ، ومقعرة إلى الأعلى على الفترة $]-\infty , 0[$، وللدالة نقطة انعطاف أفقي هي $(0 , 2)$</td></tr>
<tr><td>22)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>23)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>24)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>25)</td><td>العددان هما 9 , 18</td></tr>
<tr><td>26)</td><td>بعدا الورقة هما $10\sqrt{2}$, $10\sqrt{2}$</td></tr>
<tr><td>27)</td><td>$x = 3\frac{1}{3}$ cm</td></tr>
<tr><td>28)</td><td>$x = 10$</td></tr>
<tr><td>29)</td><td>12 units^2</td></tr>
</table>

رقم السؤال	الإجابة
30)	**الخطوة 1:** أرسم شكلاً وحدد عليه كافة البيانات المحددة في المسألة كما في الشكل المجاور.  افترض أن طول نصف قطر سطح الماء هو r وأن ارتفاع الماء هو h، وأن حجمه هو V **الخطوة 2:** حدد الثوابت والمتغيرات والمعدلات الزمنية المعلومة والمطلوبة كما يأتي: **المعطيات:** طول نصف قطر قاعدة المخروط = 5 cm ارتفاع المخروط = 20 cm $\frac{dV}{dt}=3$ **المطلوب:** إيجاد $\frac{dh}{dt}$ عندما $h=8\text{ cm}$ **الخطوة 3:** ابحث عن علاقة تربط بين المتغيرات r, h, V من خلال تشابه المثلثات نجد أن $\frac{r}{h}=\frac{5}{20}$ $\frac{r}{h}=\frac{1}{4}$ $r=\frac{h}{4}\ldots(1)$ والآن استعمل العلاقة (2) للربط بين المتغيرات $V=\frac{1}{3}r^2h\ldots(2)$ عوِّض $r=\frac{h}{4}$ في المعادلة (2) لتحصل على $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{4}\right)^2h$ بسِّط $=\frac{\pi}{3}\times\frac{h^3}{16}$ ....(3) **الخطوة 4:** اشتق طرفي المعادلة (3) ضمنيًّا بالنسبة للزمن، للحصول على علاقة تربط بين المعدلات $\frac{dh}{dt}, \frac{dV}{dt}$ وستجد أن: $\frac{dV}{dt}=\frac{\pi}{3}\times\frac{3h^2}{16}\times\frac{dh}{dt}$ بسِّط $\frac{dV}{dt}=\frac{\pi}{1}\times\frac{h^2}{16}\times\frac{dh}{dt}$ ....(4) **الخطوة 5:** عوض $h=8$, $\frac{dV}{dt}=3$ في المعادلة (4) لإيجاد $\frac{dh}{dt}$ لتحصل على: $3=\frac{\pi}{1}\times\frac{(8)^2}{16}\times\frac{dh}{dt}$ بسِّط $3=\frac{64\pi}{16}\times\frac{dh}{dt}$ بسِّط $3=4\pi\frac{dh}{dt}$ بسِّط $\frac{dh}{dt}=\frac{3}{4\pi}$ إذن معدل ارتفاع الماء في المخروط عندما يكون ارتفاعه 8 cm يساوي $\frac{3}{4\pi}$ cm /sec

رقم السؤال	الإجابة
31)	$y = 4\sin x$ $\frac{dy}{dx} = 4\cos x$ $2 = 4\cos x$ $\frac{1}{2} = \cos x$ $\cos^{-1}\frac{1}{2} = x$ $\frac{\pi}{3} = x$ ملحوظة: حتى يكون للدالة $y = \cos x$ دالة عكسية، يجب أن يكون مجالها $[0, \pi]$، لتكون الدالة واحد لواحد. إذن النقطة هي $\left(\frac{\pi}{3}, 2\sqrt{3}\right)$
32)	 **الخطوة 1:** ارسم شكلًا وحدد عليه كافة البيانات المحددة في المسألة كما في الشكل المجاور. افترض أن بعد الطرف السفلي للسلم عن الحائط $= x$ ، وأن ارتفاع الطرف العلوي للسلم عن الأرض $= y$. **الخطوة 2:** حدد المتغيرات والثوابت والمعدلات الزمنية المعلومة والمطلوبة كما يأتي: **المعطيات:** طول السلم $= 300$ cm ، ومعدل ابتعاد الطرف السفلي للسلم عن الحائط $\frac{dx}{dt} = 60$ cm /sec **المطلوب:** إيجاد $\frac{d\theta}{dt}$ عندما $x = 150$ **الخطوة 3:** ابحث عن علاقة تربط بين المتغيرات x, y, θ استعمل العلاقة $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $\cos\theta = \frac{x}{300}$ ....(1) **الخطوة 4:** اشتق طرفي المعادلة (1) ضمنيًّا بالنسبة للزمن، للحصول على علاقة تربط بين المعدلات $\frac{dx}{dt}$ ، $\frac{d\theta}{dt}$ $-\sin\theta\,\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{300}\,\frac{dx}{dt}$ ....(2) يلزم معرفة $\sin\theta$ $\cos\theta = \frac{150}{300} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **الخطوة 5:** لإيجاد $\frac{d\theta}{dt}$ ، عوِّض $\frac{dx}{dt} = 60 , \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ في المعادلة (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{300} \times 60$ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{-2}{5\sqrt{3}}$ إذن معدل تغير الزاوية بين السلم والأرض تساوي $\frac{-2}{5\sqrt{3}}$ cm / sec

اختبار الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
(1	C
(2	$(0, 0), (-4, -16)$
(3	نقاط التقاطع مع المحور x هي $(\frac{3}{2}, 0)$, $(0, 0)$ ، ونقاط التقاطع مع المحور y هي $(0, 0)$
(4	الدالة $f(x)$ متزايدة على الفترتين $]1, \infty[$, $]-\infty, 0[$ ، ومتناقصة على $]0, 1[$
(5	للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = 0$ هي 0 ، وللدالة قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ هي $\frac{-4}{3}$
(6	الدالة $f(x)$ مقعرة إلى أسفل على الفترة $]-\infty, \frac{1}{2}[$ ، ومقعرة إلى الأعلى على الفترة $]\frac{1}{2}, \infty[$
(7	للدالة نقطة انعطاف غير أفقي هي $\left(\frac{1}{2}, \frac{-2}{3}\right)$
(8	
(9	$(-1, -1)$
(10	للدالة قيمة صغرى محلية عندما $x = -1$ هي $f(-1) = -1$.
(11	بما أن $f'(0) = 0$, $f''(0) = -\frac{1}{3}$ فإن للدالة قيمة عظمى محلية عندما $x = 0$
(12	$x = \frac{1}{\sqrt{3}}$
(13	$\frac{5}{3\pi}$ ft/s

التهيئة للاختبارات

(1	للدالة قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = \frac{4}{3}$، ولها قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ هي $f(0) = 0$
(2	للدالة نقطة انعطاف هي $(3, -9)$

الاختبار التراكمي

رقم السؤال	الإجابة
1)	C
2)	D
3)	C
4)	A
5)	C
6)	B
7)	$x^2 + 3$
8)	$k = \frac{1}{2\sqrt{22}}$
9)	$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y}{1-x}$
10)	$f'(x) = e^{4x}\,(4\sin 3x + 3\cos 3x)$
11)	$\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{3}{x^2\sqrt{x}}$
12)	18
13 a)	الدالة متزايدة على كلٍّ من الفترتين $]0, 1[$ ، $]-\infty, -1[$، ومتناقصة على كل من الفترتين $]1, \infty[$ ، $]-1, 0[$
13 b)	للدالة قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ هي 2 ولها قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ هي 2 ولها قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ هي 0
13 c)	الدالة مقعرة إلى الأسفل على كلٍّ من الفترتين: $\left]\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty\right[$ ، $\left]-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right[$، ومقعرة إلى الأعلى $\left]\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right[$
13 d)	للدالة نقطتا انعطاف غير أفقي هما: $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{10}{9}\right)$, $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{10}{9}\right)$

رقم السؤال	الإجابة
(13 e