

الوحدة الأولى

الاقترانات كثيرات الحدود

الدرس الأول / تحليل كثيرات الحدود

تدريب (١) صفحة ١١

خارج القسمة هو $٦س^٢ + ٦س + ١٠$

بأقي القسمة ١٢

تدريب (٢) صفحة ١٢

$$(١) \quad ٢٠ = ٢ + س \leftarrow ٠ = ٢ - س \text{ ، الباقي } = ق(٢ - س) = ٤ - (٢ - س) - ٢(٢ - س) = ٥ - (٢ - س) = ٣ - س$$

$$(٢) \quad ٣٩ = ٣س - ٠ \leftarrow ٣ = س \text{ ، الباقي } = ق(٣) = - (٣) - ٢(٣) + ١(٣) = ٢ - س$$

$$(٣) \quad ٤س + ١ = ٠ \leftarrow س = (٤/١) \text{ ، الباقي } = ق(٤/١) = ٥ - (٤/١) - ١٢(٤/١) = ٣٥/٤$$

تدريب (٣) صفحة ١٣

$$١ - س = ٠ \leftarrow ١ = س$$

$$\text{الباقي} = ق(١) = ١٠$$

$$\therefore ٣(١) + ٢(١) - ١(١) = ٦ - ١٠ \leftarrow ٤ = ١٦ - ١ \leftarrow ٤ = ٤$$

تدريب (٤) صفحة ١٤

$$ق(س) \text{ من الدرجة الثانية } \leftarrow ق(س) = أس^٢ + ب س + ج$$

$$س - ٢ = ٠ \leftarrow س = ٢ \text{ ، الباقي } ق(٢) = ٤ + ٢ب + ج = ٥ \text{ (معادلة ١)}$$

$$س + ١ = ٠ \leftarrow س = -١ \text{ ، الباقي } ق(-١) = -١ - ب + ج = ٤ \text{ (معادلة ٢)}$$

$$ق(٠) = ٣ \leftarrow ج = ٣$$

يصبح

$$٢ = ٢ + ٠$$

$$أ - ب = ١ \text{ وبحل هاتين المعادلتين يكون } ٣/٢ = أ، ٣/١ - ب = ٣/١$$

$$ق(س) = (٣/٢)س - (٣/١)س + ٣$$

تدريب (٥) صفحة ١٥

$$(١) ق(١) = \text{صفر} \leftarrow ك(س) \text{ عامل من عوامل ق(س)}$$

$$(٢) ق(٢) = ٩ - \text{صفر} \leftarrow ك(س) \text{ ليس عاملا من عوامل ق(س)}$$

$$(٣) ق(٢/٥) = ٨/٧٧ \neq \text{صفر} \leftarrow ك(س) \text{ ليس عاملا من عوامل ق(س)}$$

تدريب (٦) صفحة ١٥

نعم

الأسئلة

السؤال الاول

$$أ) \text{ الباقي } = ق(١) = ١ -$$

$$ب) \text{ الباقي } = ق(٣) = ٢٥ -$$

$$ج) \text{ الباقي } = ق(٣/١) = ٣/١٣ -$$

السؤال الثاني أ = ٢

السؤال الثالث

$$أ) م(س) \text{ ليس عاملا من عوامل ق(س)}$$

$$ب) م(س) \text{ ليس عاملا من عوامل ق(س)}$$

جـ) م (س) ليس عاملا من عوامل ق(س)

السؤال الرابع

ق(١) = صفر

م (س) عامل من عوامل ق(س) ، رأي أحمد صحيح.

السؤال الخامس

$$ق(س) = -٢س^٣ + ١٢س^٢ - ٢٢س + ١٢$$

الدرس الثاني / تحليل كثيرات الحدود ال عواملها الأولية

تدريب (١)

$$١) ق(س) = (س-٢)(س^٢+٣س+٦)$$

$$٢) ق(س) = (س-٤)(س^٢+٤س+١٦)$$

تدريب (٢)

$$ق(س) = (س-٢)(س+٤)$$

تدريب (٣)

$$٥٢س^٢ + ٧٠س + ٤٩ = (٥س+٧)(٧س+٧)$$

$$\text{طول الضلع} = ٥س+٧$$

$$\text{المحيط} = ٤(٥س+٧) = ٤(٧٠) = ٢٨٤ \text{ مترا}$$

الأسئلة

السؤال الأول

$$أ) ق(س) = (س-٢)(س-٣)(س-٢)$$

$$(ب) ل (س) = (س - ٣) (س^٢ + ٣س + ٩)$$

$$(ج) م (س) = (س - ١) (س - ٤) (س + ٢)$$

$$(د) و (س) = س (س - ٣) (س + ٣)$$

السؤال الثاني : لا ، لأن حاصل ضرب اربع عوامل اولية يكون من الدرجة الرابعة
عل الأقل.

$$\text{السؤال الثالث : ق (س) = س}^٣ - ١ = (س - ١) (س^٢ + س + ١) \text{ عاملان اوليان فقط}$$

$$\text{السؤال الرابع : البعد الثالث (س - ٣) .}$$

الفصل الثاني / التعابير النسبية

تدريب (١)

$$(١) (س - ٥) / (س + ٢)$$

$$(٢) (٩ + س^٣ + س^٢) / ٢$$

تدريب (٢)

$$(١) (س - ١) / (س + ٣)$$

$$(٢) (س^٢ - ٧) / (س + ٢)$$

$$(٣) ١ / (س^٢ - س + ٢)$$

$$(٤) (س^٣ + س^٢ + ١) / (س + ٣)$$

$$(٥) - (س + ١)$$

الاسئلة

السؤال الأول

أ) نعم

ب) نعم

ج) لا : البسط ليس كثير حدود

د) لا : المقام ليس كثير حدود

السؤال الثاني

أ) $(س^3 - س^2) / (س^3 - س^2)$ (س-3)

ب) $(س^2 + س^4 + 1) / (س^2 - 1)$

ج) $(س^3 - س^2) / (س^4 + س^2)$ (س-3)

د) $س^2 + 2$

الفصل الرابع / المتباينات غير الخطية

تدريب (١)

١) $س^2 - س - 8 \geq 0$ صفر ، المميز سالب ، وبالتالي الإشارة للمتباينة موجبة

مجموعة الحل $\emptyset$

٢) $س^2 - 5س + 6 \geq 0$ صفر

$(س-3)(س-2) \geq 0$ صفر

مجموعة الحل $[2, 3]$

٣) $س^4 + س^2 + 1 \leq 0$ صفر ، المميز سالب

مجموعة الحل $(-\infty, \infty)$

تدريب (٢)

$س(س-10) \leq 0$ صفر

عدد الحقائق على الأقل ١٠

الاسئلة

السؤال الأول

$$س^2 + 1 \leq 4$$

السؤال الثاني

بالتعويض $28 \geq 28$ نعم ، ٣ تنتمي ال مجموعة الحل .

السؤال الثالث

$$(أ) \quad 5س^2 - س - 10 \geq \text{صفر}$$

$$(ب) \quad 3س^2 - 9س - 1 \leq \text{صفر}$$

$$(ج) \quad 3س^2 + س - 2 \geq \text{صفر}$$

السؤال الرابع

$$(أ) \quad (5, 4)$$

$$(ب) \quad س = 4$$

(ج) جميع الاعداد الحقيقية

السؤال الخامس

$$ر(س) = د(س) - ك(س)$$

$$ر(س) = 3س^2 - 6س = 3س(س - 2) \leq \text{صفر}$$

مجموعة الحل $س \leq 2$ ، $س \geq \text{صفر}$ (مستحيل)

عدد القطع عل الأقل ٢

اسئلة الوحدة

السؤال الأول

$$\begin{aligned} \text{أ) ل(1-)} &= (1-)^2 - (1-) - 3 = 0, \text{ الباقي} = \text{صفر} \\ \text{ب) ل(3-)} &= (3-)^3 + (3)^3 - 4 = 0, \text{ الباقي} = 76- \end{aligned}$$

السؤال الثاني

$$\begin{aligned} \text{أ) ق(2)} &= 2 \neq \text{صفر}, \text{ م(س) ليس عاملا من عوامل ق(س).} \\ \text{ب) ق(3-)} &= 36 \neq \text{صفر}, \text{ م(س) ليس عاملا من عوامل ق(س).} \end{aligned}$$

السؤال الثالث

$$\text{ق(س)} = (2-س)(3-س)(3+س) = 3س^3 - 3س^2 - 2س + 24$$

السؤال الرابع

$$\begin{aligned} \text{أ) ق(س)} &= (1-س)(1+س) \\ \text{ب) ق(س)} &= (2-س)^2(س^2+2س+4) \\ \text{ج) ق(س)} &= (2-س)(2-س)(1+س) \end{aligned}$$

السؤال الخامس

$$\begin{aligned} \text{أ) ليس تعبيراً نسبياً} \\ \text{ب) تعبير نسبياً} \end{aligned}$$

السؤال السادس

$$\begin{aligned} \text{أ) } &(س^2+2س+6) / (س-4) \\ \text{ب) } &2 / (س^2+3س+6) \end{aligned}$$

(ج) - ١ / (س-٥)

السؤال السابع / رسم باستخدام اكسل

السؤال الثامن

(أ) مجموعة الحل $\emptyset$

(ب) [٣، ٢]

(ج)

السؤال التاسع

س > ٢ او س < ٢٥

السؤال العاشر

(١) ب

(٢) أ

(٣) ب

(٤) ب

(٥) د

الوحدة: الاقترانات الاسية واللوغاريتمية

الفصل الاول: الإقرانات والمعادلات الأسية

اولا: الاقتران الأسّي

التدريب ١ :

أي من الاقترانات الاتية اقتراناً أسياً

$$\begin{array}{ll} (١) \text{ ق(س)} = ٥ \times (٤)^{\text{س}} & (٢) \text{ ه(س)} = | \text{س}^٣ - ٥ | \\ (٣) \text{ ع(س)} = (س)^{\text{س}} + ٣ & (٤) \text{ م(س)} = (٣)^{\text{س}^٢} \end{array}$$

الحل:

الاقتران الأسّي هو فرع ١ ، ٤

التدريب (٢):

أعط امثلة لثلاثة اقترانات اسية:

الحل:

$$(١) \text{ ق: ق(س)} = (٤)^{-\text{س}}$$

$$(٢) \text{ ه: ه(س)} = (٣)^{\text{س}+١} \quad (٣) \text{ ل: ل(س)} = (٤)^{\text{س}} - ٢$$

التدريب (٣):

إذا كان ق(س) = ٢ × (٣)^س فجد كلاً من:

$$\text{ق(١)} ، \text{ق(٢)} ، \text{ق(-٢)}$$

الحل:

$$\text{ق(١)} = ٢ \times ٣ = ٦ ، \text{ق(٢)} = ٢ \times ٣^٢ = ١٨$$

$$\text{ق(-٢)} = ٢ \times ٣^{-٢} = \frac{١}{٩} \times ٢ = \frac{٢}{٩}$$

التدريب (٤):

$$\text{ليكن ق(س) = (هـ)}^{-س+1}$$

أوجد ق(٣) ، ق(-٢) ، ق(٠,٣) باستخدام الآلة الحاسبة

(الى أقرب منزلتين عشريتين)

الحل:

$$\text{ق(٣) = (هـ)}^{-٣+1} = \text{(هـ)}^{-٢} = ٠,١٤$$

$$\text{ق(-٢) = (هـ)}^{-٢+1} = \text{(هـ)}^{-1} = ٠,٣٧$$

$$\text{ق(٠,٣) = (هـ)}^{-٠,٣+1} = \text{(هـ)}^{٠,٧} = ٢,٠١$$

التدريب (٥):

أودع سفيان مبلغ (٦٠٠٠) دينار في مصرف لمدة ١٠ سنوات بفائدة مركبة بمعدل ٦% سنوياً. كم دينار تصبح جملة المبلغ في نهاية المدة؟

الحل:

المبلغ : ٦٠٠٠ ، المدة : ١٠ سنوات ، نسبة الفائدة : ٦%

$$\text{ج} = \text{م} (١ + \text{ف})^{\text{ن}}$$

$$\text{ج} = ٦٠٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{١٠}$$

$$\text{ج} = ٦٠٠٠ \times (١,٠٦)^{١٠}$$

$$\text{ج} = ١,٧٩٠,٨ \times ٦٠٠٠$$

$$\text{ج} = ١٠٧٤٥,٠٨٦ \text{ دينار}$$

التدريب (٦):

أودع عمر مبلغ ٢٠٠٠ دينار في حساب التوفير بمعدل فائدة قدرها ٦% سنوياً فإذا كان المصرف يضيف الفائدة باستمرار ، ماهي جملة المبلغ بعد ١٠ سنوات؟

الحل:

المبلغ : ٢٠٠٠ ، المدة : ١٠ سنوات ، نسبة الفائدة : ٦%

$$\text{ج} = \text{م} (\text{هـ})^{\text{ف} \times \text{ن}}$$

$$\text{ج} = ٢٠٠٠ (\text{هـ})^{٠,٠٦ \times ١٠}$$

$$\text{ج} = ٢٠٠٠ \times \text{هـ}^{٠,٦}$$

$$\text{ج} = ٣٦٤٤,٢٣٧٦ \text{ دينار}$$

التدريب (٧):

اكتب قاعدة الاقتران الاسي الذي يمر بالنقطتين (٣، ٠)، (٢، ١٢).

الحل:

$$ق(س) = أ \times ب^س$$

$$ق(٠) = أ \times ب^٠$$

$$أ = ٣$$

$$ق(٢) = أ \times ب^٢$$

$$١٢ = ٣ \times ب^٢$$

$$٤ = ب^٢$$

$$٢ = ب$$

$$ق(س) = ٣ \times ٢^س$$

الأسئلة

(١) أي من الاقترانات الاتية يعد اقتراناً أسياً:

(ب) ه(س) = ١

(أ) ق(س) = س - (٤) س

(د) م : م(س) = $\sqrt[س]{١}$ + ١

(ج) ع(س) = ٣ × ه(س) س

الحل:

الإقتران الأسى هو فرع جـ

(٢) اذا كان ق(س) = ٣^(س-٢) فجد قيمة كلاً مما يأتي:

ق(٢) ، ق(٤) ، ق(١-)

الحل:

$$ق(٢) = (٣) = ٣^{٢-٢} = ١$$

$$ق(٤) = (٣) = ٣^{٢-٤} = ٩$$

$$ق(١-) = (٣) = ٣^{٢-١-} = \frac{١}{٢٧}$$

(٣) اذا كان ق(س) = ٢ - ه(س) + ١، استخدم الآلة الحاسبة لايجاد قيمة كلاً مما يأتي:

ق(٣) ، ق(٢-) ، ق(٢)

الحل:

$$ق(٣) = ٢ - ه(٣) + ١ = ٢ - ه(٤) = ٥٢,٥٩٨$$

$$ق(٢-) = ٢ - ه(٢-) + ١ = ٢ - ه(١-) = ١,٦٣٢$$

$$ق(٢) = ٢ - (هـ)^{١+٢} = ٢ - (هـ)^٣ = ١٨,٠٨٦$$

٤) اكتب قاعدة الاقتران الاسي الذي يمر بالنقطتين (١، ٤) ، (٢، ٨).

الحل:

$$ق(١) = أ \times ب^١$$

$$٤ = أ \times ب \text{ ----- (١)}$$

$$ق(٢) = أ \times ب^٢$$

$$٨ = أ \times ب^٢ \text{ ----- (٢)}$$

بقسمة المعادلة الثانية على المعادلة الاولى ينتج أن $ب = ٢$

باتعويض في المعادلة الاولى ينتج $أ = ٢$

$$\therefore ق(س) = ٢ \times ٢^س$$

٥) اذا كان النمو السكاني في احدى البلديات يخضع لقانون النمو وكان عدد سكان البلدة ٣٠٠ نسمة عام ٢٠٠٠م، وازداد العدد بمعدل ٤% سنوياً، فاحسب عدد سكان البلدة عام ٢٠٢٥م ، علما النمو السكاني يعطى بالعلاقة:

$$ع(ن) = ع. \times (هـ)^{أ ن} \text{ ، حيث ع. : عدد السكان الأصلي}$$

أ: معدل النمو

ن: الزمن بالسنوات

هـ: (العدد النايبييري)

ع(ن): عدد السكان الحالي.

الحل:

$$ع(ن) = ع. \times (هـ)^{أ ن}$$

$$٣٠٠ = ع. \times (هـ)^{٢٥ \times ٠,٠٤}$$

$$٣٠٠ = ع. \times (هـ)^١$$

$$ع. = ١١٠$$

٦) أودع أحمد مبلغاً من المال في مصرف بفائدة مركبة قدرها ٦% سنوياً لمدة ٥ سنوات، فإذا كانت جملة المبلغ بعد انقضاء المدة ٣٣٧,٠٠٨ دينار، فكم قيمة المبلغ الذي أودعه أحمد.

الحل:

$$ج = م (١ + ف) ^ ن$$

$$٠ (٠,٠٦ + ١) م = ٣٣٧٠,٨$$

$$٠ (١,٠٦) م = ٣٣٧٠,٨$$

$$م = ٢٥١٨,٨٦ \text{ دينار}$$

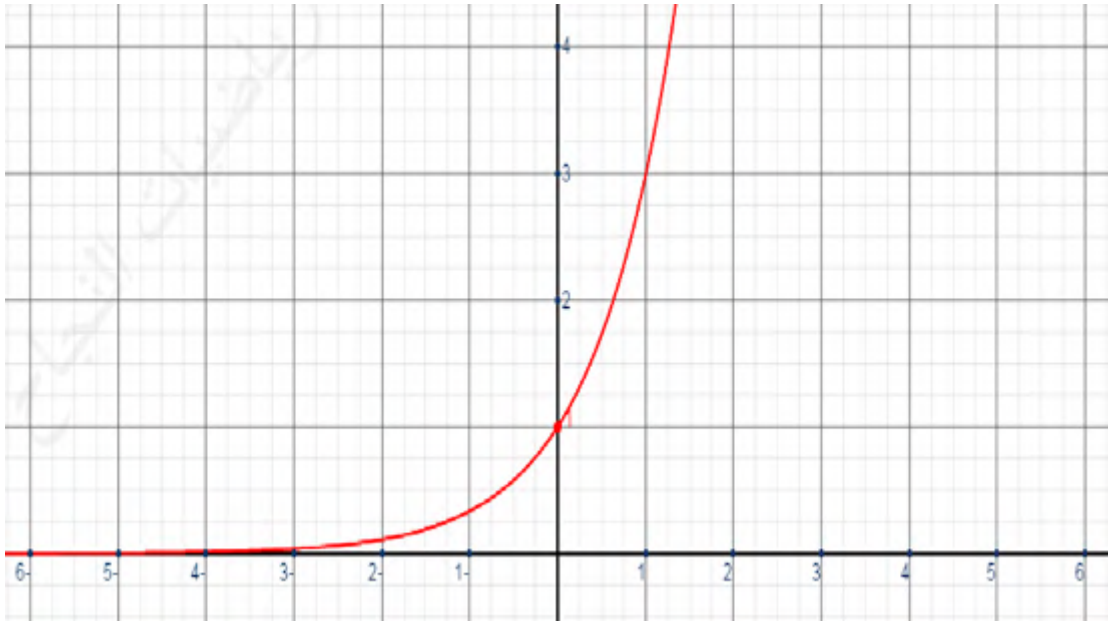
ثانيا: رسم الإقتران الأسّي

التدريب (١):

ارسم منحنى الاقترانات التالية

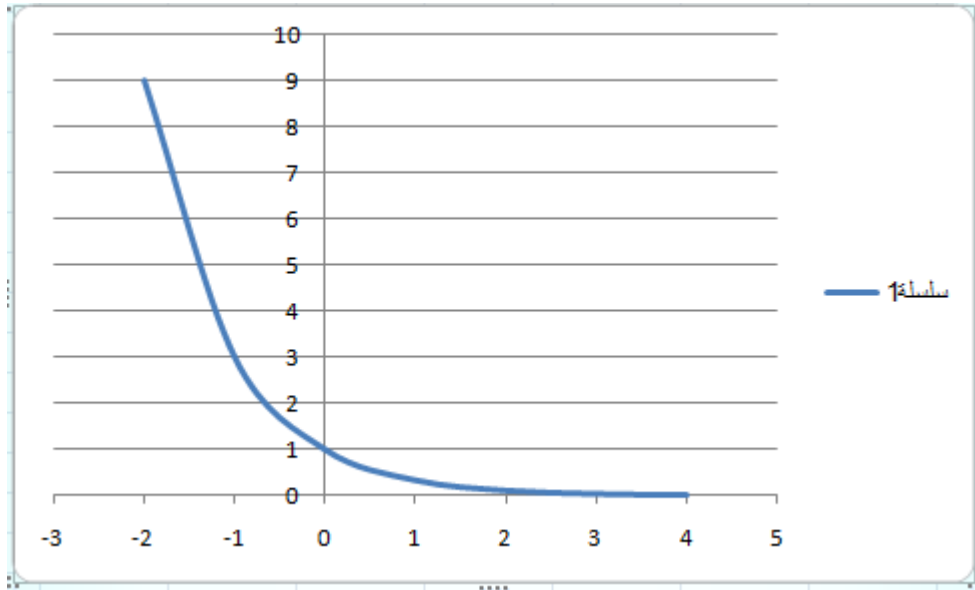
$$(١) \quad ق (س) = ٣^س \quad (٢) \quad ل(س) = \left(\frac{١}{٣}\right)^س$$

الحل: ق (س) = ٣^س



$$٢) ل(س) = \left(\frac{١}{٣}\right)^س$$

الحل



التدريب (٢):

الجدول الآتي يمثل بعض قيم س وقيم ص المناظرة لها للاقتران الأسّيّ الذي قاعدته

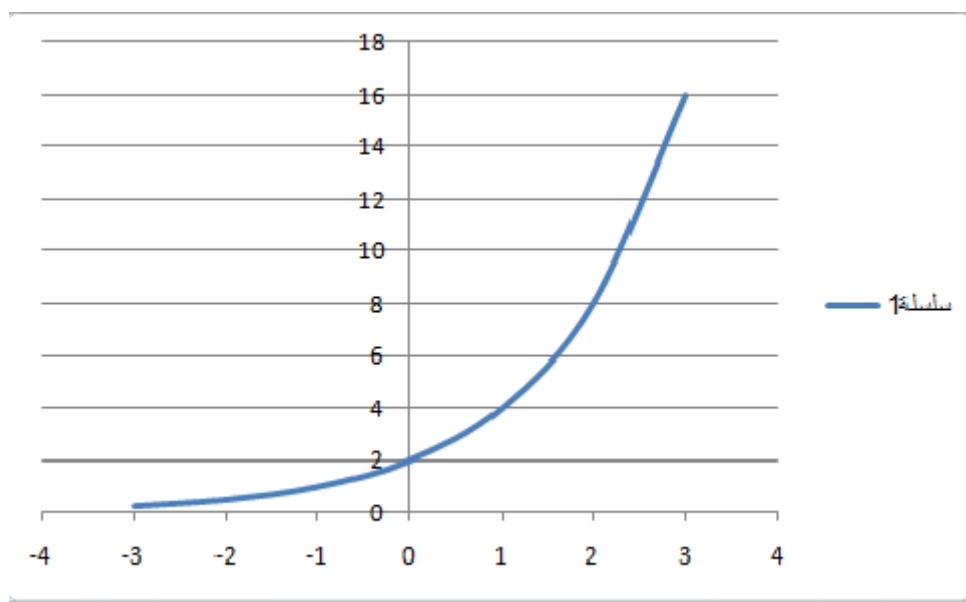
$$ق(س) = ٢^{(س+١)}$$

س	٣	٢	١	٠	-١	-٢	-٣
ص	١٦	٨	٤	٢	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$

أ) ارسم منحنى ق(س) ؟ ب) ما مجال الاقتران ق؟

ج) ما مدى الاقتران ق؟ د) ما المقطع الصادي للاقتران ق؟

هـ) ما المقطع السيني للاقتران ق (إن وجد)؟
 و) هل الاقتران (ق) متزايد ام متناقص
 على مجاله؟
الحل:



ب) المجال هو $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ج) المدى هو $\{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16\}$

د) المقطع الصادي $= 2$

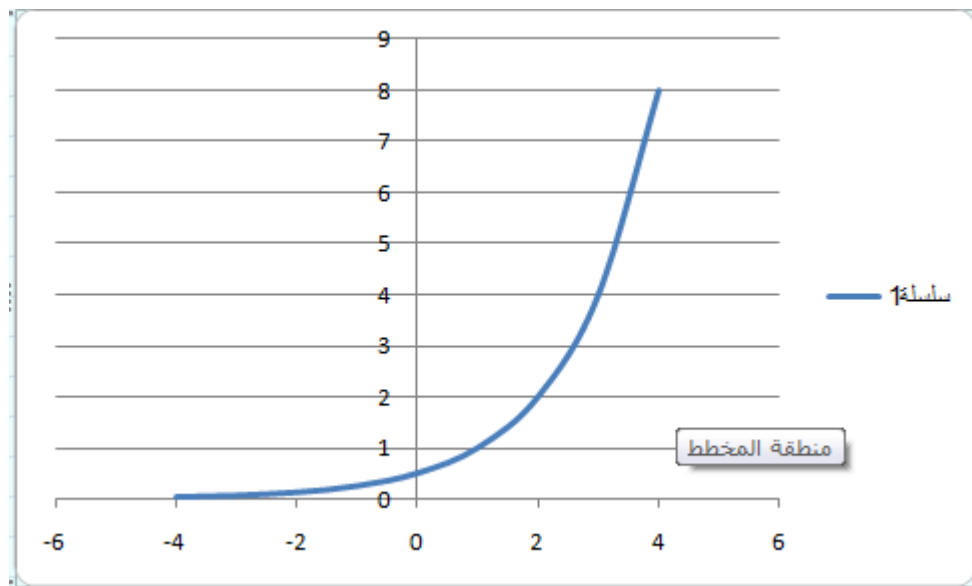
هـ) لا يوجد مقطع سيني

و) الاقتران متزايد

الأسئلة :

(١) ارسم منحنى الاقتران $Q(s) = (s^2)^{-1}$ مستقصيا خصائصه

الحل:



الخصائص

(١) مجال الإقتران هو $\{s : s \neq 0\}$

(٢) لا يوجد مقطع السيني

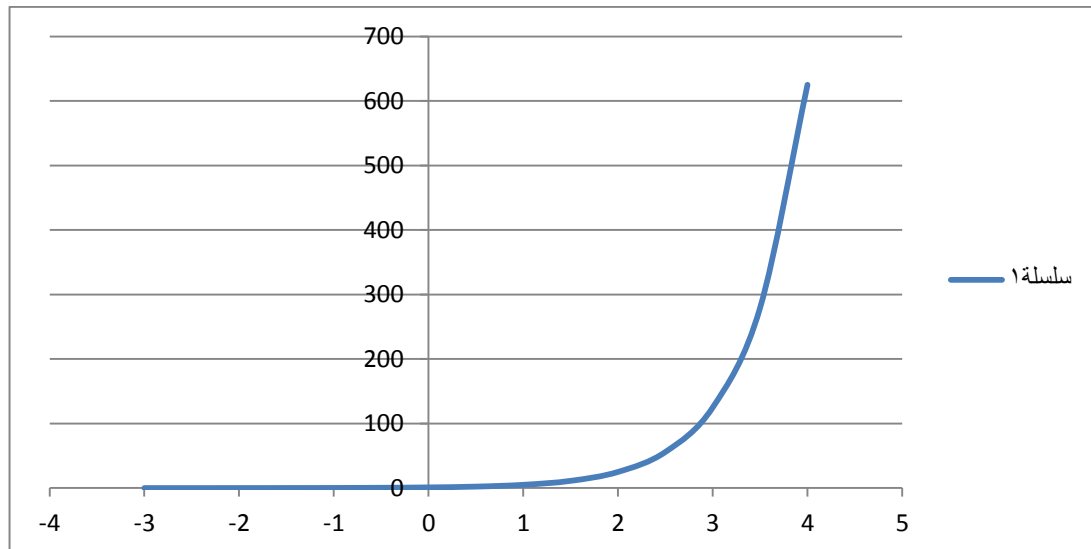
(٣) المقطع صادي : $v = 2$

(٤) لإقتران واحد لواحد

(٥) الإقتران متزايد

(٢) ارسم منحنى الاقتران $Q(s) = (s, 5)$: $s \in [-3, 4]$ باستخدام برمجية اكسل مستقصيا خصائصه:

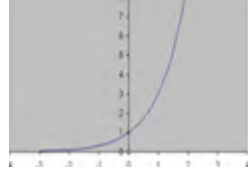
الحل:



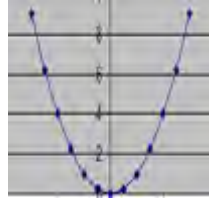
الخصائص:

- (١) مجال الإقتران هوس : $s \in [-3, 4]$
- (٢) لا يوجد مقطع السيني
- (٣) المقطع صادي : $v = 1$
- (٤) الإقتران واحد لواحد
- (٥) الإقتران متزايد

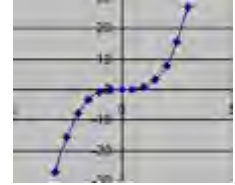
٣) أي من الأشكال الآتية يمثل اقتراناً أسياً.



(أ)



(ب)

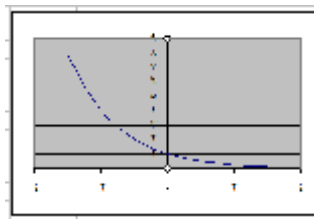


(ج)

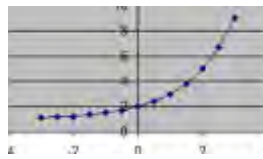
الحل:

الأشكال التي تمثل اقتراناً أسياً هي شكل (ج)

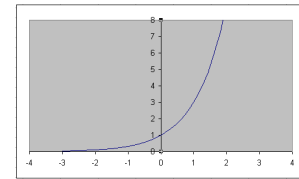
٤) حدد رقم الشكل المناسب لكل قاعدة الاقترانات الآتية مع ذكر السبب:



(١)



(٢)



(٣)

الحل:

أ) $q(s) = (s)^{-2}$ ، لان الإقتران متناقص (٣)

ب) $h(s) = (s)^2$ ، لان المقطع الصادي = ١ (٢)

ج) $l(s) = (s)^{2+1}$ ، لأن المقطع الصادي = ٢ (١)

ثالثا: المعادلة الأسية

التدريب (١):

أي من المعادلات الآتية تعد معادلة أسية.

$$(٢) \quad (٨)^س + ٣ = ٢س$$

$$(٤) \quad ٤س = ٣س$$

$$(١) \quad ٢٧ = ٣س$$

$$(٣) \quad ٩ = ٥ \times (٤)^س$$

الحل:

المعادلة الاسية هي فرع ١ ، ٣

التدريب (٢):

حل المعادلات الأسية الآتية:

$$(٢) \quad ٣٢ = ٢س \left(\frac{١}{٢} \right)$$

$$(٤) \quad (٤)^س - ١ = ٨س$$

$$(١) \quad ٥س = ٥٢س$$

$$(٣) \quad ١ = ٧س - ٢س$$

الحل:

$$(١) \quad ٥س = ٥٢س$$

$$س٢ = س$$

$$س(س-١) = ٠$$

$$٠ = ١-س \quad \text{أو} \quad ٠ = س$$

مجموعة الحل { ١ ، ٠ }

$$(٢) \quad ٣٢ = ٢س$$

$$(٢) = ٢س$$

$$س = ٥$$

$$(٣) \quad (٧) \text{ س}^٢ - \text{س} = ١$$

$$\text{س}^٢ = \text{س}$$

$$\text{س} (\text{س} - ١) = ٠$$

$$\text{اما س} = ٠ \quad \text{أو س} = ١$$

$$\text{مجموعة الحل } \{ ١, ٠ \}$$

$$(٤) \quad (٤) \text{ س}^٢ - \text{س} = ٨ \text{ س}^٢$$

$$(٢) \text{ س}^٢ - (١ - \text{س}^٢) = ٨ \text{ س}^٢$$

$$\text{س}^٤ - ٢ = ٨ \text{ س}^٢$$

$$\text{س}^٢ = ٢$$

$$\text{س} = ١$$

التدريب (٣):

حل المعادلتين الأسيتين الآتيتين :

$$(١) \quad (٥) \text{ س} - \text{س} = (١٢٥) \text{ س} - (٢) \quad (٢) \quad (٤) \text{ س} + \text{س} = \frac{(٢) \text{ س}}{(٢) \text{ س}}$$

الحل:

$$(١) \quad (٥) \text{ س} - \text{س} = (١٢٥) \text{ س} - (٢)$$

$$(٥) \text{ س}^٢ - (٥) \text{ س}^٣ = ٢$$

$$\text{س}^٣ - \text{س}^٢ = ٢$$

$$\text{س} = \frac{٢}{٣}$$

$$(٢) \quad ١٦ = \frac{(٢)^{س+٤}}{(٢)^س}$$

$$(٢)^٤ = (٢)^{س+٤}$$

$$٤ = س+٤$$

$$٠ = س$$

التدريب (٤):

إذا كان النمو السكاني في إحدى المدن يخضع لقانون النمو والاضمحلال ، وكان عدد سكان المدينة ٢٧٠٠٠ نسمة عام ٢٠٠٠م ، وازداد العدد بانتظام بمعدل ٤% سنوياً ، فكم كان عدد سكان المدينة عام ١٩٧٥م، علماً بأن النمو معطى بالعلاقة :

$$ع(ن) = ع. هـ \times أن ؟$$

الحل:

$$٢٧٠٠٠ = ع(٢٥) ، \quad ٢٥ = ن$$

$$٤\% = أ ، \quad ع. هـ = ؟$$

بالتطبيق بالعلاقة السابقة:

$$٢٧٠٠٠ = ع. هـ \times (٢٥)^{٠,٠٤}$$

$$٢٧٠٠٠ = ع. هـ \times$$

$$٢٦٤٨٧ = ع.$$

الأسئلة

(١) حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$\text{أ) } (٢) \text{ س}^٣ = ٦٤ \quad \text{ب) } (٥) \text{ س}^٣ - \text{س} = ١$$

$$\text{ج) } (٣) \text{ س}^٢ - ١ = ٣٤٣ \quad \text{د) } (٩) \text{ س} - ١ = (٢٧) \text{ س} + ١$$

الحل:

$$\text{أ) } (٢) \text{ س}^٣ = ٦٤ \leftarrow (٢) \text{ س}^٣ = ٦٤$$

$$(٢) \text{ س}^٣ = (٢) \text{ س}^٣ \leftarrow ٣ \text{ س} = ٦ \leftarrow ٢ = \text{س}$$

$$\text{ب) } (٥) \text{ س}^٣ - \text{س} = ١$$

$$\text{س}^٣ - \text{س} = ١ \leftarrow \text{س} (\text{س}^٢ - ١) = ١ \leftarrow \text{س} = \{١, -١, ٠\}$$

$$\text{ج) } (٣) \text{ س}^٢ - ١ = ٣٤٣$$

$$(٣) \text{ س}^٢ - ١ = ٣٤٣$$

$$٢ \text{ س} - ١ = ٥ \leftarrow ٢ \text{ س} = ٦ \leftarrow ٣ = \text{س}$$

$$\text{د) } (٩) \text{ س} - ١ = (٢٧) \text{ س} + ١$$

$$(٣) \text{ س}^٢ - ١ = (٣) \text{ س} + ١$$

$$٢ \text{ س} - ١ = (٣) \text{ س} + ١$$

$$٢ \text{ س} - ٢ = ٣ + \text{س} \leftarrow \text{س} = ٥$$

(٢) حل كل من المعادلات الآتية:

$$\text{أ) } (٣) \text{ س}^٢ \times (٣) \text{ س}^٢ = ٢٧ \quad \text{ب) } \frac{(٥) \text{ س} + ١}{(٢٥) \text{ س} - ١} = \frac{١}{١٢٥}$$

$$(د) (٣) \times \text{س}^{-١} ٤ = ١٢$$

$$(ج) (٢) \text{س}^{+١} = ١٦$$

الحل:

$$(أ) (٣) \text{س}^{-٢} \times (٣) \text{س}^٢ = ٢٧$$

$$(٣) \text{س}^{-٢} = ٣ \text{س}^٣ \leftarrow \text{س}^{-٣} ٣ = ٢ \leftarrow ٣ = ٢ \text{س}^{-٣} \leftarrow ٣ = ٥ \text{س}^٣$$

$$\frac{٣}{٥} = \text{س}^٣$$

$$(ب) \frac{١}{١٢٥} = \frac{(٥) \text{س}^{+١}}{(٢٥) \text{س}^{-١}}$$

$$\frac{١}{١٢٥} = \frac{(٥) \text{س}^{+١}}{(٥) \text{س}^{-٢}}$$

$$(٥) \text{س}^{-٣} = (٥) \text{س}^{-٢} \leftarrow \text{س}^{-٣} ٣ = ٣ + \text{س}^{-٣} \leftarrow \text{س}^{-٣} ٦ = \text{س}^{-٣} \leftarrow \text{س}^{-٣} ٦ = \text{س}^{-٣}$$

$$\therefore \text{س} = ٦$$

$$(ج) (٢) \text{س}^{+١} = ١٦$$

$$(٢) \text{س}^{+١} = (٢) \text{س}^{+١} \leftarrow \text{س}^{+١} ١ = ١ + \text{س}^{+١} \leftarrow \text{س}^{+١} ٤ = ٣ \text{س}^{+١}$$

$$(د) (٣) \times (٤) \text{س}^{-١} = ١٢$$

$$(٤) \text{س}^{-١} = ٤ \text{س}^{-١} \leftarrow ١ = ١ - \text{س}^{-١} \leftarrow ٢ = ٢ \text{س}^{-١}$$

$$(٣) \text{اثبت أنه إذا كان (هـ) س} + ٥ = (٦) \text{هـ س} ، \text{ فإن س} = ٠$$

الحل:

$$(هـ) \text{س} + ٥ = ٦ \times (هـ) \text{س}$$

$$٥ = \text{س} (\text{هـ}) \times ٥$$

$$١ = \text{س} (\text{هـ})$$

$$٠ = \text{س}$$

$$٤) \text{ اثبت أنه اذا كان } \text{س} (\text{هـ}) + ٢١ = ٤ (\text{هـ}) \text{ س} ، \text{ فإن } \text{س}^٢ (\text{هـ}) = ٤٩$$

الحل:

$$\text{س} (\text{هـ}) + ٢١ = ٤ (\text{هـ}) \text{ س}$$

$$٢١ = \text{س}^٣ (\text{هـ})$$

$$\text{س} (\text{هـ}) = ٧ \quad \therefore \text{س}^٢ (\text{هـ}) = ٤٩$$

٥) اذا كان $٥٠٠ - ٠,٥ = ٢ (\text{س}^٠,٠٠٤)$ تمثل معادلة (السعر - الطلب) حيث (س) عدد الوحدات المباعة من سلعة ما، (ع) السعر بالدينار للوحدة الواحدة جد عدد الوحدات المباعة اذا كان السعر = ٤٩٢ دينار.

الحل:

$$٥٠٠ - ٠,٥ = ٢ (\text{س}^٠,٠٠٤) \text{ ع}$$

$$٤٩٢ = ٥٠٠ - ٠,٥ = ٢ (\text{س}^٠,٠٠٤)$$

$$٨ = ٢ (\text{س}^٠,٠٠٤) \times ٠,٥$$

$$١٦ = ٢ (\text{س}^٠,٠٠٤)$$

$$٤ (\text{س}^٠,٠٠٤) = ٢ (\text{س}^٠,٠٠٤)$$

$$٤ = \text{س}^٠,٠٠٤$$

$$\therefore \text{س} = ١٠٠٠$$

الفصل الثاني: الإقترانات اللوغاريتمية

اولاً : اللوغاريتمات:

التدريب (١)

عبر عن كل مما يأتي بالصورة اللوغاريتمية:

$$\frac{1}{125} = 3^{-5} \quad (2) \quad 3 = \frac{1}{327} \quad (1)$$

$$1 = 0.5 \quad (4) \quad 243 = 3^5 \quad (3)$$

الحل:

$$\frac{1}{3} = 3^{-1} \quad (1)$$

$$3^{-5} = \frac{1}{125} \quad (2)$$

$$3^5 = 243 \quad (3)$$

$$0.5 = 2^{-1} \quad (4)$$

التدريب (٢):

عبر عن كل مما يأتي بالصورة الاسية:

$$1 = 5^0 \quad (2) \quad 4 = 81^{\frac{1}{4}} \quad (1)$$

$$4 = 10000^{\frac{1}{4}} \quad (4) \quad 2 = 10^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

الحل:

$$5^0 = 1 \quad (2) \quad 81^{\frac{1}{4}} = 3 \quad (1)$$

$$10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} \quad (3) \quad 10000^{\frac{1}{4}} = 10 \quad (4)$$

التدريب (٣):

احسب قيمة كل مما يلي :

$$(١) \text{ لو } ٨^{-١} \quad (٢) \text{ لو } ١٢٥$$

$$(٣) \text{ لو } \sqrt[٢]{٨} \quad (٤) \text{ لو } ٥$$

الحل:

$$(١) \text{ لو } ٨^{-١} \times ٨ = ٨^{-١} \times ٨^١ = ٨^{-١+١} = ٨^٠ = ١$$

$$(٢) \text{ لو } ١٢٥ = ٣ = ١$$

$$(٣) \text{ لو } \sqrt[٢]{٨} = \frac{١}{٢}$$

$$(٤) \text{ لو } ٥ = ١,٦٠٩٤$$

التدريب (٤):

احسب قيمة كل مما يأتي:

$$(١) \text{ لو } ٢^{-١} , \text{ لو } ٣^{-١} , \text{ لو } ١$$

$$(٢) \text{ لو } ٢^{-٢} , \text{ لو } ٣^{-٣} , \text{ لو } ٥ \quad \text{ج) ماذا تستنتج؟}$$

الحل:

$$(١) \text{ لو } ٢^{-١} = ٠,٥ , \text{ لو } ٣^{-١} = ٠,٣٣٣ , \text{ لو } ١ = ١$$

$$\text{نلاحظ أن لو } ١ = ٠$$

$$(٢) \text{ لو } ٢^{-٢} = ٠,٢٥ , \text{ لو } ٣^{-٣} = ٠,٠٣٧ , \text{ لو } ٥ = ٠,٠٠٠١$$

نلاحظ أن لو أ = ١

التدريب (٥):

احسب قيمة كل مما يأتي:

$$(١) \text{ لو } ٢^٢ \times (٢) \times \text{ لو } ٢$$

$$(٣) \text{ لو } ٧^٢ - (٤) \times \text{ لو } ٧ \text{ هـ) ماذا تستنتج؟}$$

الحل:

$$(١) \text{ لو } ٢^٢ = ٨ \text{ لو } ٢ = ٨ \times ٢ = ١٦$$

$$(٣) \text{ لو } ٧^٢ - ٢ = ٤٩ - ٢ = ٤٧$$

نلاحظ أن لو أ = ن

التدريب (٦):

أوجد قيمة ما يلي:

$$(١) \text{ لو } ٧٥ \times (٢) \text{ لو } ٥$$

$$(٣) \text{ لو } ١٦ \times (٤) \text{ لو } \frac{١}{٤}$$

الحل:

$$(١) \text{ لو } ٧٥ = ٠ \quad (٢) \text{ لو } ٥ = ١$$

$$(٣) \text{ لو } ١٦ = ٤ \quad (٤) \text{ لو } \frac{١}{٤} = ١$$

$$٢ =$$

التدريب (٧):

جد قيمة كل مما يأتي :

$$(١) \text{ لو } (٦٤ \times ٣٢) \quad (٢) \text{ لو } \left(\frac{١٢٨}{١٦} \right)$$

$$(٣) \text{ لو } ١٤ - \text{ لو } ٢ \quad (٤) \text{ لو } ٥٠ + \text{ لو } ٢$$

الحل:

$$(1) \text{ لو } (64 \times 32) = \text{لو } 32 + \text{لو } 64$$

$$= \text{لو } (2) + \text{لو } 2^6$$

$$= 5 + 6 = 11$$

$$(2) \text{ لو } \left(\frac{128}{16} \right) = \text{لو } 128 - \text{لو } 16$$

$$= \text{لو } 2^7 - \text{لو } 2^4$$

$$= 7 - 4 = 3$$

$$(3) \text{ لو } 14 - \text{لو } 7 = \text{لو } \left(\frac{14}{7} \right) = \text{لو } 2 = 1$$

$$(4) \text{ لو } 50 + \text{لو } 2 = \text{لو } (2 \times 50) = \text{لو } 100 = 2$$

التدريب (٨):

إذا علمت أن $\text{لو } 2 = 3$ جد :

$$(1) \text{ لو } (\sqrt{2}) = \text{لو } (2) - \text{لو } \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$(3) \text{ لو } (\sqrt{2} \times 4) = \text{لو } 4 + \text{لو } 2 - \text{لو } 6$$

الحل:

$$(1) \text{ لو } (\sqrt{2}) = \text{لو } (2) - \text{لو } \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{2} = \text{لو } 2 \times \frac{1}{2} = \text{لو } 1 = 0$$

$$(2) \text{ لو } \left(\frac{1}{8} \right) = \text{لو } 8 - \text{لو } 2 = \text{لو } (2) - 3 = \text{لو } 2 \times 3 - \text{لو } 2 = 3 - 3 = 0$$

$$(3) \text{ لو } (\sqrt{2} \times 4) = \text{لو } 4 + \text{لو } 2 - \text{لو } 6 = \text{لو } 2 + \text{لو } 2 - \text{لو } 6 = \frac{3}{2} + 3 - 6 = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$$

$$= \frac{15}{2}$$

$$(٤) \text{ لو } ٦ - \text{ لو } ٣ = \frac{٦}{٣} \text{ لو } ١ = \text{ لو } ٢ = ٣$$

التدريب (٩):

$$\text{جد قيمة: } ٢٧ \text{ لو } ٢ \times ٢ \text{ لو } ٦ \times ٦ \text{ لو } ٣$$

الحل:

$$\text{لو } ٢٧ \times \text{ لو } ٢ \times ٢ \text{ لو } ٦ = (\text{لو } ٢٧ \times ٢ \text{ لو } ٦) \times ٢ \text{ لو } ٣$$

$$= \text{لو } ٢٧ \times ٢ \text{ لو } ٦ \times ٢ \text{ لو } ٣ = ٣$$

التدريب (١٠):

جد قيمة تقريبية (لأقرب منزلتين عشريتين) باستخدام الآلة الحاسبة العلمية:

$$(١) \text{ لو } ٣٧٢ \quad (٢) \text{ لو } ٥,٧ \quad (٣) \text{ لو } ٦$$

الحل:

$$(١) \text{ لو } ٣٧٢ = ٢,٥٧$$

$$(٢) \text{ لو } ٥,٧ = ١,٧٤$$

$$(٣) \text{ لو } ٦ = \frac{\text{لو } ٦}{٥} = \frac{٠,٧٧٨}{٠,٦٩٩} = ١,١١٣$$

التدريب (١١):

إذا كانت القوة المحددة للإبصار (ل) لتلسكوب قطر عدسته ق تعطى بالعلاقة:

$$ل = ٨٠٨ + ١٠٥ \text{ لو ق فجد قيمة قوة الإبصار}$$

المحددة للإبصار لتلسكوب قطر عدسته ٦٠ سم

الحل:

$$ل = ٨,٨ + ١,٥ \text{ لوق} = ٨,٨ + ١,٥ \text{ لو} = ٦٠$$

$$١١,٤٧ = ٢,٦٧ + ٨,٨ = ١,٧٨ \times ١,٥ + ٨,٨ =$$

الأسئلة:

(١) عبر عن كل مما يأتي بالصورة اللوغاريتمية

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } ١٢٥ = ٣^٥ & \text{ب) } ٤^{-٣} = \frac{١}{٦٤} & \text{ج) } ٧ = \frac{١}{٢٤٩} \end{array}$$

الحل:

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } \text{لوه } ١٢٥ = ٣ & \text{ب) } \text{لوه } \frac{١}{٦٤} = ٣^- & \text{ج) } \text{لوه } ٧ = \frac{١}{٢} \\ \text{(٢) عبر عن كل مما يأتي بالصيغة الاسية:} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } \text{لوه } ٣٢ = ٥ & \text{ب) } \text{لوه } ٢ = \frac{١}{٢} & \text{ج) } \text{لوه } ٥ = ١ \end{array}$$

الحل:

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } (٢) = ٥^٣ & \text{ب) } (٤) = \frac{١}{٢} & \text{ج) } (٥) = ١^٥ \end{array}$$

(٣) جد قيمة كل مما يأتي:

$$\begin{array}{lll} \text{أ) } \text{لوه } ٦٢٥ & \text{ب) } \text{لوه } \frac{١}{٢٧} & \text{ج) } \text{لوه } ١٢٥ + \text{لوه } ١٠٠٠ \quad \text{د) } \text{لوه } ٢٥ \end{array}$$

الحل:

$$\text{أ) } \text{لوه } ٦٢٥ = س$$

$$\text{ب) } ٦٢٥ = س$$

$$\text{ج) } (٥) = س$$

$$\text{د) } س = ٤$$

$$\text{هـ) } \text{لوه } \frac{١}{٢٧} = س$$

$$3^- = 3 \leftarrow 3^0 = 3 \leftarrow 3^1 = \frac{1}{27}$$

$$3 = 3 + 0 = 10^2 + 10^1 = 1000$$

$$2 = 10^2$$

(٤) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) 10^2 \times 10^3 \times \left(\frac{27}{81}\right) \quad (ب) 10^2 \times 10^3 \times \left(\frac{27}{81}\right)$$

$$(ج) 10^2 + 10^3 \quad (د) 10^2 - 10^3 \quad (هـ) 10^2 + 10^3 + 10^4$$

الحل:

$$(أ) 10^2 \times 10^3 \times \left(\frac{27}{81}\right) = 10^2 + 10^3 = 10^2 + 10^3 = 10^5$$

$$6 = 2 + 4 =$$

$$(ب) 10^2 \times 10^3 \times \left(\frac{27}{81}\right)$$

$$10^2 \times 10^3 \times \left(\frac{27}{81}\right)$$

$$(ج) 10^2 + 10^3 = 10^2 \times (10^3 - 10^2) = 10^2 \times (10 - 1) =$$

$$2 = 2 \times 1 = 2 \times (4 - 3) =$$

$$(د) 10^2 - 10^3 = 10^2 \times (10^3 - 10^2) = 10^2 \times (10 - 1) =$$

$$(هـ) 10^2 + 10^3 + 10^4 = 10^2 \times (10^3 + 10^4 + 10^5) = 10^2 \times (10^3 + 10^4 + 10^5) =$$

$$10^2 + 10^3 + 10^4 = 10^2 \times (10^3 + 10^4 + 10^5) = 10^2 \times (10^3 + 10^4 + 10^5) =$$

$$3 = 2 + 1 = 10^2 + 10^3 = 10^2 + 10^3 = 10^5$$

٥) اذا كان لو ٢ = ٠,٣٠١٠ ، لو ٣ = ٠,٤٧٧١ جد:

أ) لو ٦ ب) لو ١,٥ ج) لو ٤ د) لو ٣

الحل:

$$\text{أ) لو } ٦ = \text{لو } (٣ \times ٢) = \text{لو } ٢ + \text{لو } ٣$$

$$٠,٧٧٨١ = ٠,٤٧٧١ + ٠,٣٠١٠ =$$

$$\text{ب) لو } ١,٥ = \frac{\text{لو } ٣}{٢} = \text{لو } ٣ - \text{لو } ٢$$

$$٠,١٧٦١ = ٠,٣٠١٠ - ٠,٤٧٧١ =$$

$$\text{ج) لو } ٤ = \text{لو } ٢ \times ٢ = ٢ \times \text{لو } ٢ = ٠,٣٠١٠ \times ٢ = ٠,٦٠٢٠$$

$$\text{د) لو } ٣ = \frac{\text{لو } ٣}{٢} = \frac{٠,٤٧٧١}{٠,٣٠١٠} = ١,٥٨٥٠$$

٦) اكتشف الخطأ وصححه في كل مما يأتي:

$$\text{أ) لو } (٢٧ \times ٩) = \text{لو } ٩ \times \text{لو } ٧ \quad \text{ب) لو } (٤ + ٢) = \text{لو } ٢ + \text{لو } ٤$$

$$\text{ج) لو } (٤ \times ٢) = \text{لو } ٢ \times \text{لو } ٤ \quad \text{د) لو } (٩ \times ٢) = \text{لو } ٢ \times \text{لو } ٩$$

$$\text{هـ) لو } (٤ - ٨) = \text{لو } ٨ - \text{لو } ٤ \quad \text{و) لو } (٨ - ٤) = \text{لو } ٤ - \text{لو } ٨$$

الحل:

أ) الخطأ : عند توزيع اللوغاريتم في عملية الضرب بقيت عملية الضرب كما هي

: يجب أن تتحول عملية الضرب الى جمع

$$\text{تصحيح الخطأ: لو } (٢٧ \times ٩) = \text{لو } ٩ + \text{لو } ٢٧ = ٣ + ٢ = ٥$$

ب) الخطأ : لا يجوز توزيع اللوغاريتم في حالة عملية الجمع

تصحيح الخطأ: يجب إجراء عملية الجمع ثم ايجاد قيمة اللوغاريتم

$$\text{لو } (٤ + ٢) = \text{لو } ٦ = ١$$

ج) الخطأ : عند توزيع اللوغاريتم في عملية الضرب بقيت عملية الضرب كما هي

تصحيح الخطأ : يجب أن تتحول عملية الضرب الى جمع

$$\text{لو } 2 = (2 \times 4) = \text{لو } 2 + \text{لو } 4 = 2 + 1 = 3$$

(د) الخطأ : يجب أن يكون العدد 2 مرفوع للعدد 9 حتى نستطيع وضع العدد 2 في

الجانب

تصحيح الخطأ : نجد قيمة اللوغاريتم ثم نرفع للعدد 2

$$(\text{لو } 9) = 2 = (2) = 4$$

(هـ) الخطأ : لا يجوز توزيع اللوغاريتم في عملية الطرح

تصحيح الخطأ : يجب إجراء عملية الطرح ثم إيجاد قيمة اللوغاريتم

$$\text{لو } 2 = (4 - 8) = \text{لو } 4 - \text{لو } 8 = 2 - 3 = -1$$

(و) الخطأ : تم توزيع اللوغاريتم في عملية القسمة وبقت العملية كما هي

تصحيح الخطأ : يجب إجراء عملية القسمة أولاً ثم إيجاد قيمة اللوغاريتم

$$\text{لو } 8 = \left(\frac{32}{4} \right) = \text{لو } 8 = 3$$

ثانياً الإقتران اللوغاريتمي

التدريب (١):

$$\text{ليكن ق: ق(س) = لو } 2 \text{ س ج د : ق(١) ، ق(٣) ، ق(} \frac{1}{3} \text{)}$$

الحل:

$$\text{ق(١) = لو } 2 = 1$$

$$\text{ق(٣) = لو } 2 = 3 = 5 \times \text{لو } 2 = 5 \times 1 = 5$$

$$\text{ق(} \frac{1}{3} \text{) = لو } 2 = -3 = 1 - \text{لو } 2 = 1 - 3 = -2$$

التدريب (٢):

حدد المجال لكل اقتران مما يأتي :

$$(١) \text{ ق(س) = لوھ (س}^٣ - ٦) \quad (٢) \text{ ل(س) = لو (س}^٢ - ٥س + ٦) \\ \text{الحل:}$$

$$(أ) \text{ ق(س) = لوھ (س}^٣ - ٦)$$

$$٠ < س^٣ - ٦$$

$$٦ < س^٣$$

$$٢ < س$$

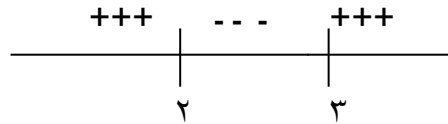
المجال هو {س : س > ٢} ، ح

$$(ب) \text{ ل(س) = لو (س}^٢ - ٥س + ٦)$$

$$٠ = س^٢ - ٥س + ٦$$

$$٠ = (س - ٢)(س - ٣)$$

$$س = ٢ ، س = ٣$$



∴ المجال = {س : س > ٣} ، ح ، س > ٢

التدريب (٣):

ارسم منحنى الاقتران ق: ق(س) = لو س واستقص خصائصه

الحل:



الخصائص

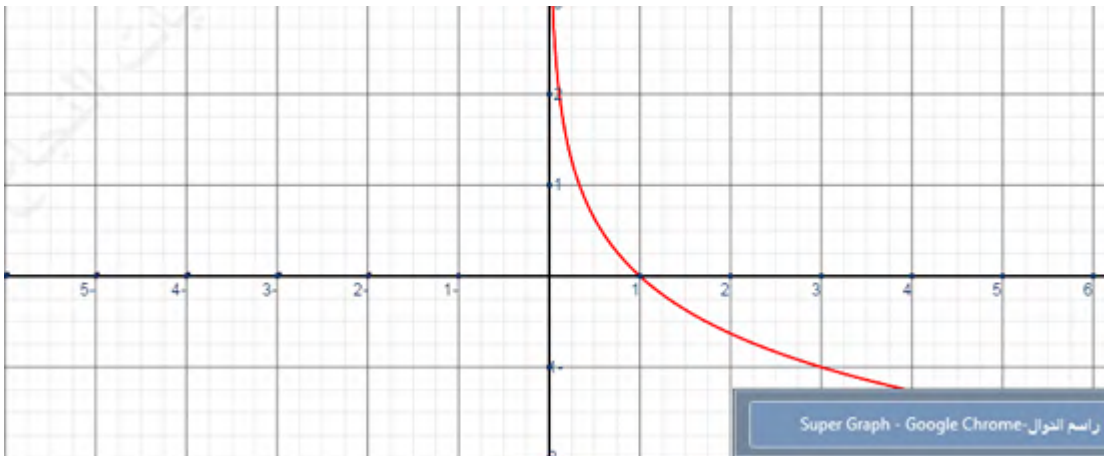
- (١) مجال الإقتران هو $\{s : s \in \mathbb{R}, s > 0\}$
- (٢) المقطع السيني $s = 1$
- (٣) لا يوجد مقطع صادي
- (٤) الإقتران واحد لواحد
- (٥) الاقتران متزايد

التدريب (٤):

ارسم منحنى الاقتران $q: (s) = \frac{1}{s}$ لو s واستقص خصائصه

٣

الحل:



الخصائص:

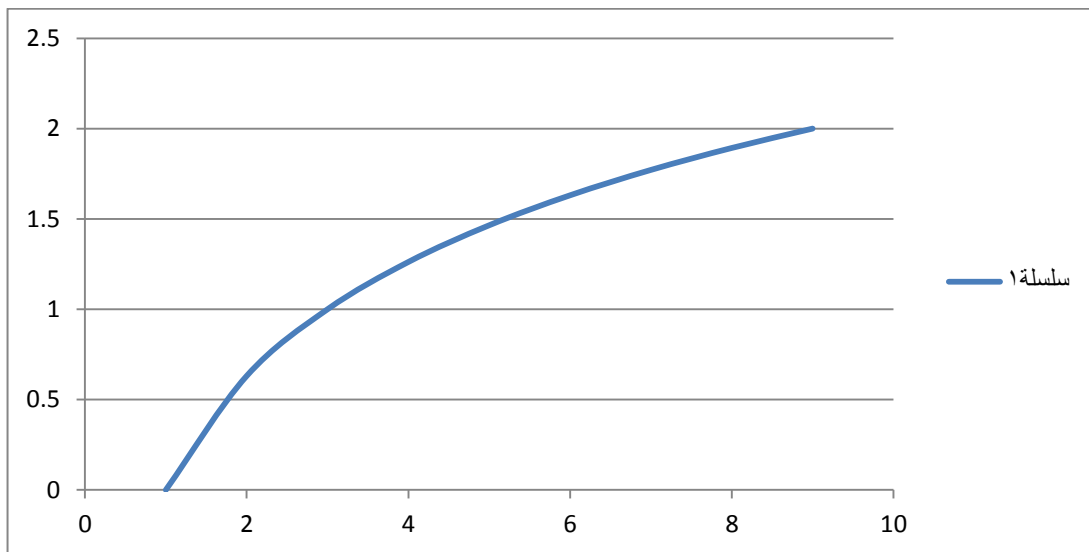
- (١) مجال الإقتران هو $\{s : s \in \mathbb{R}, s \neq 0\}$
- (٢) المقطع السيني $s = 1$
- (٣) لا يوجد مقطع صادي
- (٤) الإقتران واحد لواحد
- (٥) الاقتران متناقص

التدريب (٥):

ارسم منحنى الاقتران اللوغاريتمي ق:ق(س) = لو_٣ س باستخدام برمجية اكسل (EXCEL)

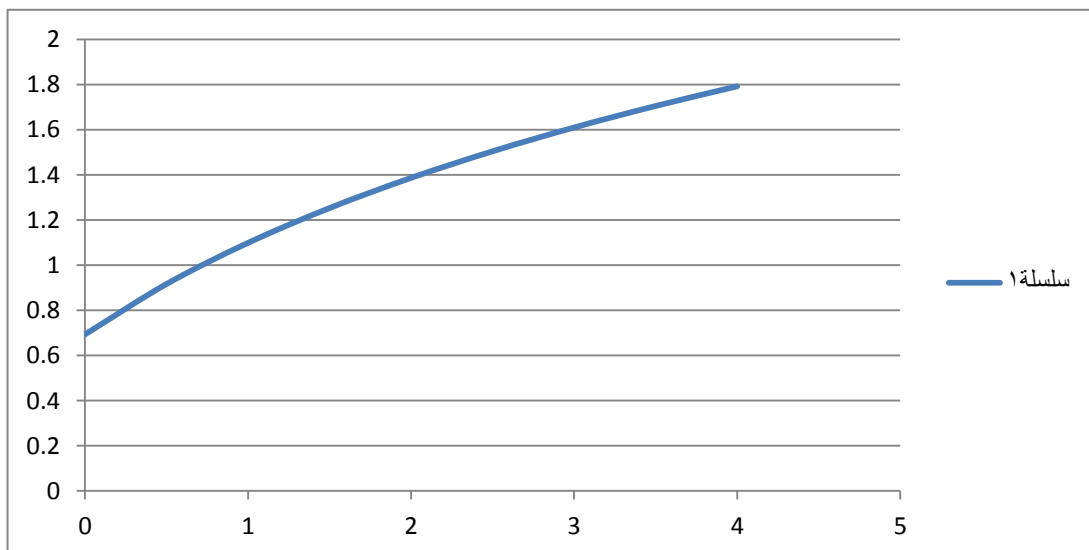
س، $\ni [١, ٩]$

الحل:



التدريب (٦):

ارسم منحنى الاقتران ق:ق(س) = لو_٣(س+٢)، س $\ni [٠, ٤]$ الحل:



الأسئلة:

(١) اذا كان ق: ق(س) = لو_٣ (س-٢) أجب عما يأتي:

(أ) ما قيمة ق(٣) ، ق(١١) ، ق(٢٩) ، ق $(\frac{٧}{٣})$

(ب) حدد مجال الاقتران ق

(ج) ما احداثي نقطة تقاطع منحنى ق مع محور السينات

(هـ) ما مدى الاقتران ق.

الحل:

$$(أ) ق(٣) = لو_٣(٣-٢) = لو_٣ ١ = ٠$$

$$ق(١١) = لو_٣(١١-٢) = لو_٣ ٩ = ٢$$

$$ق(٢٩) = لو_٣(٢٩-٢) = لو_٣ ٢٧ = ٣$$

$$ق\left(\frac{٧}{٣}\right) = لو_٣\left(٢ - \frac{٧}{٣}\right) = لو_٣\left(\frac{١}{٣}\right) = لو_٣(٣^{-١}) = ١ - لو_٣ ٣ = ١ - ١ = ٠$$

$$(ب) ٠ < ٢ \leftarrow ٢ < ٣$$

$$\text{المجال} = \{س: س \in \mathbb{R} \mid ٢ < ٣\}$$

$$(ج) ٠ = لو_٣(س-٢)$$

$$٠ = ٢ - س \leftarrow ١ = س - ٢ \leftarrow ٣ = س$$

$$(د) \text{مدى الإقتران : } ح / \{٠\}$$

(٢) ارسم منحنى الاقتران ق: ق(س) = لو_٢ (س+١) ثم حدد خصائصه

الحل:

٤) حدد مجال كل من الاقتترانات الآتية:

أ) ل: $(س) = لو_٩ (١٢ + س٤)$

ب) م: $(س) = لو (س^٢ - س)$

الحل:

أ) $٠ < ١٢ + س٤$

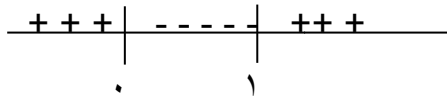
$١٢ - < س٤$

$٣ - < س$

∴ المجال = $\{س: س \geq ٣\}$ ح $٣ > س$

ب) $٠ = س^٢ - س$

$س(س - ١) = ٠ \leftarrow$ اما $س = ٠$ أو $س = ١$



∴ المجال = $\{س: س \geq ١\}$ ح $١ > س$ ، $س > ٠$

أسئلة الوحدة

(١) اكمل الجدول الآتي

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
(أ) $81 = 3^4$	
(ب)	لو $81 = 3^4$
(ج) $\frac{1}{8} = 2^{-3}$	
(د)	لو $1 = 10^0$

الحل:

الصورة الأسية للمقدار	الصورة اللوغاريتمية للمقدار
أ) $81 = 3^4$	لـ $81 = 3^4$
ب) $2 = \frac{1}{2(4)}$	لـ $2 = \frac{1}{2}$
ج) $2^{-3} = \frac{1}{8}$	لـ $2^{-3} = \frac{1}{8}$
د) $1 = 5^0$	لـ $1 = 5^0$

٢) إذا كان ق: ق(س) = (٢) $\times$ لـ (س+٢)

أ) جد: ق(٠) ، ق(٢) ، ق(٦)

ب) قيمة س حيث ق(س) = صفر

ج) ما إحداثي نقطة تقاطع منحنى ق مع محور السينات؟

الحل:

أ) ق(س) = (٢) $\times$ لـ (س+٢)

ق(٠) = (٢) $\times$ لـ (٠+٢) = ٢ $\times$ ١ = ٢ $\times$ ١ = ١

$$192 = 3 \times 64 = 8 \times 24 = (2+6) \times 24 = (6) \times (2) = (6)$$

(ب) $\bullet = (2)^s \times \text{لو } 2 (s+2)$

اما (۲) $\bullet = \text{س}$ تهمل او لو ۲ (س+۲) $\bullet =$

$$۱- = س \leftarrow ۲ + س = ۱ \leftarrow ۲ + س = ۲۰$$

(٠ ، ١ -) (جـ)

(٣) حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$(أ) (٥)^{٣} = ١٢٥ \quad (ب) (٨)^{٢} = (٤)^{٣}$$

$$(ج) \quad (V)^{s_2-9} = 1 \quad (د) \quad (H)^{s_1-1} = (H)^2$$

$$\frac{\epsilon}{\binom{n}{1+}} = \text{و) } \binom{n}{1+}$$

الحل:

$$۱۲۵ = ۳س-۶ (۵) (۱)$$

$${}^3(5) = {}^{3-6}(5)$$

$$3 = 6 - 3 \leftarrow 3 = 9 - 6 \leftarrow 3 = 3 - 0$$

(ب) (۸) ^۲س = (۴) ^۳س

$$(3-s) \times 2 \quad (2) = s^2 \times 3 \quad (2)$$

$$\frac{\gamma_-}{\xi} = s \leftarrow \gamma_- = s^4 \leftarrow \gamma_- s^2 = s^6 \leftarrow \gamma_- s^2 (2) = s^6 (2)$$

(ج) (۷) س ۲-۹ = ۱

$$\{3-, 3\} = \text{س} \leftarrow 9 = \text{س}^2 \leftarrow 0 = 9 - \text{س}^2$$

$${}^2(\text{هـ}) = {}^1\text{س}(\text{هـ})(\text{د})$$

س۔ ۱ = ۲ ← س = ۳

(هـ) $(3)_{س-2} = (9)_{س+2}$

$$6 = s \leftarrow 4 + s^2 = 2 - s \leftarrow (s+2)^2 \quad (3) = 2 - s \quad (3)$$

$$\frac{\varepsilon}{(8)^{1+s}} = (8)^s$$

بالضرب التبادلي

$$\varepsilon = (8)^s \times (8)^{1+s}$$

$$\varepsilon = (8)^{1+s^2}$$

$$2 = (2)^2 \leftarrow (2)^3 = (2)^{1+2^2}$$

$$1 - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} \leftarrow 1 - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} \leftarrow 1 - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6}$$

(٤)

أ) اذا علمت أن ق: ق(س) = أ × ب^س

وكان ق(٠) = ٥ ، ق(١) = ١٠ جد قيمة أ ، ب

ب) اذا علمت أن لو_٣^٣ = ٥ فجد قيمة (٢)^ن

ج) اذا علمت أن (٢)^ن = ١٦ فجد لو_٤ ن

الحل:

$$أ) ق(س) = أ \times ب^s$$

$$ق(٠) = أ \times ب^٠ \leftarrow أ = ٥$$

$$ق(١) = أ \times ب^١ \leftarrow ١٠ = ٥ \times ب \leftarrow ب = ٢$$

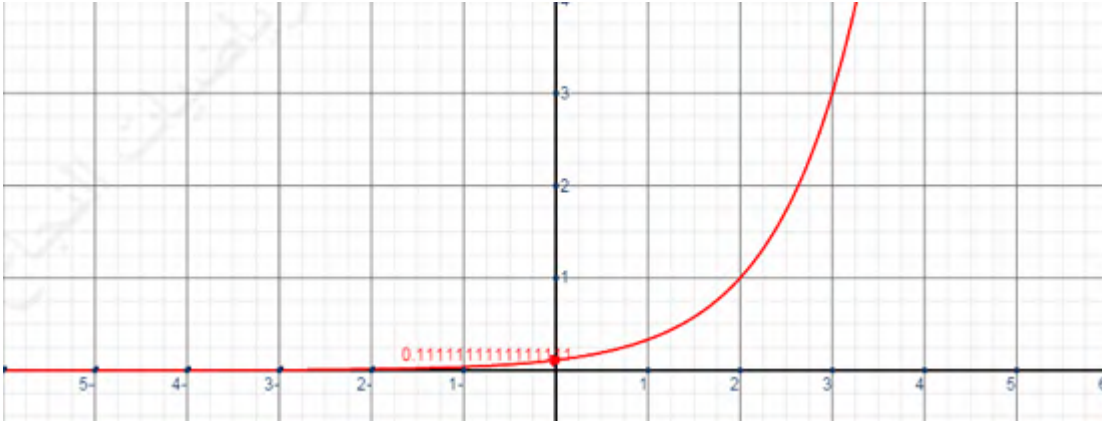
$$ب) لو_٣^٣ = ٥ \leftarrow ٥ = ن \leftarrow ٥ = (٢)^٠ \leftarrow ٣٢ = ٥$$

$$ج) (٢)^ن = ١٦ \leftarrow (٢)^٤ = ١٦ \leftarrow ٤ = ن \leftarrow ٤ = لو_٤ ١$$

٥) أ) ارسم منحنى الاقتران ق: ق(س) = (٣)^س ثم استقص خصائصه

ب) ارسم منحنى الاقتران ق: ق(س) = لو_٣ س

الحل: فرع أ



الخصائص

(١) مجال الإقتران هو ح (جميع الاعداد الحقيقية)

(٢) لا يوجد مقطع سيني

(٣) المقطع الصادي $= \frac{1}{e}$

(٤) الإقتران واحد لواحد

(٥) الاقتران متزايد

(ب)

الحل:



٦) جد قيمة كل مما يأتي :

$$\text{أ) } \frac{١٦ \text{ لو}_٢}{٤ \text{ لو}_٢} \quad \text{ب) } ٢ \text{ لو}_{٢٧} \times ٣ \text{ لو}_٩ = ٢٧$$

$$\text{ج) لو}_٢ - \text{لو}_٢ \times \text{لو}_٩ = ٩$$

الحل:

$$\text{أ) } \frac{١٦ \text{ لو}_٢}{٤ \text{ لو}_٢} = \text{لو}_٩ = ٢$$

$$\text{ب) } ٢ \text{ لو}_{٢٧} \times ٣ \text{ لو}_٩ = ٢٧ \text{ لو}_{٢٧} \times ٩ \text{ لو}_٩ = ٢٧ \text{ لو}_٩ = ٩ = ١$$

$$\text{ج) } \text{لو}_٢ - \frac{٢٠}{٧} \text{ لو}_٢ \times \frac{١}{٢} \text{ لو}_٩ = ٩$$

$$= \text{لو}_٢ - \frac{١٠}{٧} \text{ لو}_٣ \times ٣ \text{ لو}_٢ =$$

$$= \text{لو}_٢ - \frac{٢٠}{٧} \text{ لو}_٢ - \frac{١٠}{٧} \text{ لو}_٢ =$$

$$= \text{لو}_٢ = ١$$

٧) جد قيمة كل مما يأتي باستخدام الآلة الحاسبة:

$$\text{أ) } \frac{١}{٥} \text{ (٦-) } \quad \text{ب) } \frac{١}{٥} \text{ (٧)}$$

$$\text{ج) } \text{لو } ٠٠٣٢ \quad \text{د) } \text{لو } ١٠ \quad \text{هـ) } \text{لو } ٧$$

الجل:

$$\text{أ) } \frac{١}{٥} \text{ (٦-) } = ١,٤٣١ \quad \text{ب) } \frac{١}{٥} \text{ (٧) } = ١,٤٧٦ \quad \text{ج) } \text{لو } ٠٠٣٢ = -٠,٠٣٢$$

$$(د) \text{ لو } ١٠ = ٢,٣$$

$$(هـ) \text{ لو } ٧ = \frac{\text{لو } ٧}{٥} = \frac{٠,٨٤٥}{٠,٦٩٩} = ١,٢٠٨٩$$

٨) أودع زيد مبلغ (٣٠٠٠) دينار في مصرف مدة (١٥) سنة بفائدة مركبة بمعدل ٨% سنوياً
جد جملة المبلغ بعد انقضاء هذه المدة؟

الحل:

$$ج = م (١ + ف)^ن$$

$$= ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٨)^{١٥} = ٣٠٠٠ (١,٠٨)^{١٥} = ٣,١٧٢ \times ٣٠٠٠ = ٩,٥٢ \text{ دينار}$$

٩) إذا كان لو ٢ = س ، لو ٣ = ص ، اكتب ما يلي بدلالة س، ص

$$(أ) \text{ لو } ١٢ \quad (ب) \text{ لو } ١,٥ \quad (ج) \text{ لو } ٦٠ \quad (د) \text{ لو } ٣ \times ٣٢ \times \text{لو } ٣$$

الحل:

$$(أ) \text{ لو } ١٢ = \text{لو} (٣ \times ٤) = \text{لو } ٤ + \text{لو } ٣ = ٢س + ص$$

$$(ب) \text{ لو } ١,٥ = \text{لو } \frac{٣}{٢} = \text{لو } ٣ - \text{لو } ٢ = ص - س$$

$$(ج) \text{ لو } ٦٠ = \text{لو} (١٠ \times ٣ \times ٢) = \text{لو } ٢ + \text{لو } ٣ + \text{لو } ١٠$$

$$= س + ص + ١$$

$$(د) \text{ لو } ٣ \times ٣٢ \times \text{لو } ٣ = \text{لو } ٣٢ = \text{لو} (٢)^٥ = ٥س$$

١٠) إذا كانت العلاقة بين عدد عناصر البكتيريا (ع) في تجمع جرثومي والزمن (ن) تعطى
بالعلاقة: $ع = ٨ \times (٢)^ن$ حيث (ن) بالساعات، فما عدد الساعات اللازم ليصل عدد البكتيريا في
هذا التجمع (٥١٢) عنصراً.

الحل:

$$ع = ٨ \times (٢)^ن$$

$$٥١٢ = ٨ \times (٢) \cup$$

$$٦٤ = (٢) \cup \leftarrow (٢) = (٢) \cup \leftarrow \text{ن} = ٦$$

١١) يتكون هذا السؤال من احدى عشرة فقرة من نوع الاختيار من متعدد لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

$$(١) \text{ الصيغة الأسية للمعادلة لـ } ٢٧ = \frac{٣}{٢} \text{ هي:}$$

$$(أ) \quad ٢٧ = \frac{٣}{٢٧} \quad (ب) \quad ٢٧ = \frac{٣}{٢٧}$$

$$(ج) \quad ٩ = \frac{٣}{٧٢٧} \quad (د) \quad ٢٧ = \frac{٣}{٢٩}$$

(٢) الصيغة اللوغاريتمية للمعادلة (٨) $٤ = \frac{٣}{٢}$ هي:

$$(أ) \text{ لـ } ٤ = \frac{٢}{٣} \quad (ب) \text{ لـ } ٨ = \frac{٢}{٣}$$

$$(ج) \text{ لـ } ٨ = \frac{٢}{٣} \quad (د) \text{ لـ } ٤ = \frac{٣}{٢}$$

(٣) قيمة المقدار $(٢٧ - ٣) + ٣٢$ تساوي:

$$(أ) \quad ٣ \quad (ب) \quad ٢ \quad (ج) \quad ٨ \quad (د) \quad ٧$$

(٤) مجموعة قيم (س) التي تحقق المعادلة $٣ \times ٩ = ٣$ هي:

$$(أ) \quad \{٣\} \quad (ب) \quad \{٢\} \quad (ج) \quad \{٤-\} \quad (د) \quad \{٤\}$$

(٥) اذا كان ق(س) = $٣س + ١$ فإن ق(٢) تساوي:

$$(أ) \quad ٨ \quad (ب) \quad ٧ \quad (ج) \quad ٦ \quad (د) \quad ٠$$

(٦) اذا كان ق(س) = $٣ \times ل$ وكان ق(س) يمر بالنقطة (١، ٦)، فإن قيمة الثابت

(ل) تساوي:

$$(أ) \quad ٦ \quad (ب) \quad ١ \quad (ج) \quad ٣ \quad (د) \quad ٢$$

(٧) قيمة المقدار $٢ \text{ لو } ٣ + \text{ لو } ١٠^{-٣}$ تساوي

- (أ) ٢ (ب) ١- (ج) ٢- (د) ١

(٨) اذا كان $\text{لو } ٨ (٢) \times \text{لو } ٢ م = ٥$ فإن قيمة م تساوي:

- (أ) ٣٢ (ب) ٢ (ج) ٨ (د) ٥

(٩) المقطع الصادي في الاقتران ق: ق(س) = لو(س+١٠) يساوي:

- (أ) ١٠ (ب) صفر (ج) ١ (د) لا يوجد

(١٠) مجال الاقتران ق: ق(س) = لو (س-١) هو

- (أ) $\{ \text{س: س} \mid \text{س} < ٠, \text{ح} \mid \text{س} > ١ \}$ (ب) $\{ \text{س: س} \mid \text{س} < ٠, \text{ح} \mid \text{س} > ١ \}$

- (ج) $\{ \text{س: س} \mid \text{س} < ١, \text{ح} \mid \text{س} > ٠ \}$ (د) $\{ \text{س: س} \mid \text{س} < ١, \text{ح} \mid \text{س} > ٠ \}$

(١١) اذا كان $\text{لو } ٢ = \frac{١}{٣}$ فإن $\text{لو } ٣٢$ يساوي:

- (أ) ٢ (ب) ٥ (ج) $\frac{٣-}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

الإجابة:

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
رمز الإجابة	د	أ	ب	د	ج	د	ب	أ	ج	ج	د

الاقتوانات

Functions

الوحدة الثانية

تهيئة

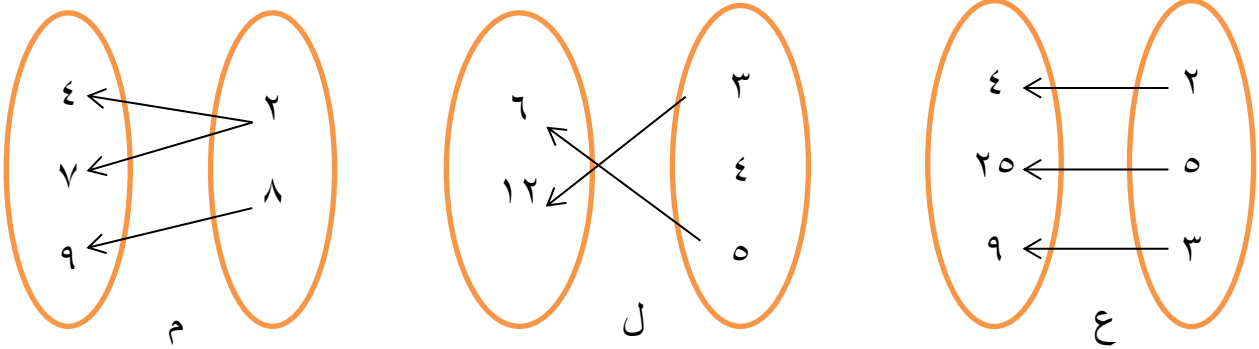
(١) هل يوجد فرق بين العلاقة والاقتوان؟

هل كل علاقة اقتوان؟

هل كل اقتوان علاقة؟

الإقتوان هو علاقة تربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى، هذا يعني أن كل إقتوان علاقة وليس كل علاقة إقتوان.

(٢) أي العلاقات الآتية تمثل اقتوانا ولماذا؟



العلاقة (ع) تمثل إقتوان لأن كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد فقط في المدى، بينما العلاقة (ل) لا تمثل إقتوان لأن العنصر (٤) لم يرتبط بعنصر في المدى، أما العلاقة (م) لا تمثل إقتوان لأن العنصر (٢) مرتبط بعنصرين في المدى.

٣) ليكن ق: ق(س) = $-س^2 + س + ١$ ، أجب عما يأتي:

أ) ماذا يسمى هذا الاقتران؟ وما هي درجته؟ حدد معاملات حدوده.

هذا الاقتران يسمى إقتران تربيعي من الدرجة الثانية، معاملاته هي: $أ = ١$ ، $ب = -٢$ ، $ج = ١$.

ب) جد قيمة ق(٢-)، ق($\frac{١}{٢}$)، ق(أ)، ق(١+أ).

بتعويض قيم س في الاقتران أعلاه يكون:

$$ق(٢-) = ١، ق(\frac{١}{٢}) = ٠,٢٥، ق(أ) = -١ + ١ + ١ = ١، ق(١+أ) = ١.$$

٣) أعد كتابة العلاقات الآتية بدلالة س:

لكتابة العلاقات الآتية بدلالة س يجب جعل س موضوع للقانون.

$$أ) ص = ٣س + ٥:$$

$$س = (ص - ٥) / ٣$$

$$ب) ص^٢ + ٤س = ٧$$

$$س = (ص^٢ - ٧) / ٤$$

$$ج) ٣ - ٥س + ٢ص = صفر$$

$$س = (٣ + ٢ص) / ٥$$

٤) حل المعادلات الآتية:

حل المعادلات الآتية لإيجاد قيم س:

$$أ) ٥س = ٣ + ٢س$$

$$س = ١ -$$

$$ب) س^٢ + ٤س = ٢١$$

$$س^٢ + ٤س - ٢١ = صفر$$

$$(س + ٧)(س - ٣) = صفر، ومنه فإن س = {٣، -٧}.$$

$$(ج) \text{ س}^2 - 6 = - \text{س}$$

$$\text{س}^2 + \text{س} - 6 = \text{صفر}$$

$$(\text{س} + 3)(\text{س} - 2) = \text{صفر}، \text{ ومنه فإن س} = \{2, -3\}.$$

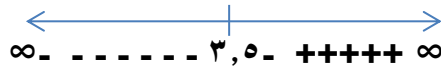
$$(د) \text{ س}^2 + 2\text{س} + 1 = 0$$

$$(\text{س} + 1)(\text{س} + 1) = \text{صفر}، \text{ ومنه فإن س} = \{-1\}.$$

٦) جد مجموعة حل المتباينات التالية ومثل الحل على خط الأعداد:

$$(أ) \text{ س}^2 + 5 \leq 2$$

$$\text{س}^2 \leq -7$$



$$\text{س} \leq -3.5$$

$$(ب) \text{ س}^2 + 4 \leq 0$$

حل المتباينة هو مجموعة الأعداد الحقيقية (ح). ∞ - + + + + + + + + + ∞

$$(ج) (3 - \text{س})^2 < 0$$



$$\text{س} = 3$$

ومنه حل المتباينة هو ح/ {3}

$$(د) \text{ س}^2 + 5\text{س} + 6 > 0$$

$$(\text{س} + 2)(\text{س} + 3) > 0$$



$$\text{س} = -2، \text{ س} = -3$$

حل المتباينة هو (-3، -2)

$$\text{هـ) } 2 - s > -s$$

$$s^2 + s - 2 > \text{صفر.}$$

$$(s+2)(s-1) > \text{صفر}$$

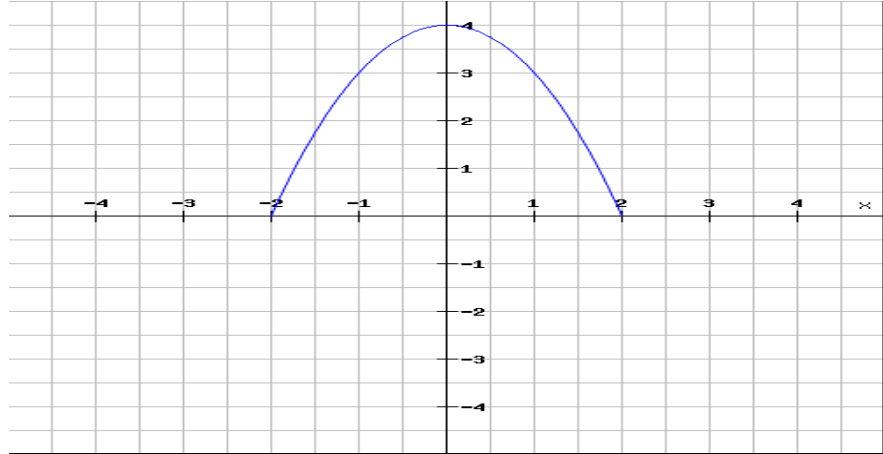
$$\text{ومنه } s = -2, s = 1$$

حل المتباينة $(-2, 1)$.



الاقتران الحقيقي Real Function

تدريب (١): ليكن $ق: ق(س) = -س^2 - ٤$:
أ) أرسم منحنى الاقتران ق.



ب) جد أكبر قيمة للاقتران ق من خلال الرسم.

أكبر قيمة هي عند $س=٠$ وهي $ق(٠) = -٤$

ج) حدد مجال الاقتران ق ومداه من خلال الرسم.

مجاله مجموعة الأعداد الحقيقية ح، ومداه $[-٤, \infty)$.

تدريب (٢): ليكن $ق: ق(س) = \sqrt[٣]{س + ١}$ ، ما مجال ق(س)؟

$س + ١ \leq \text{صفر}$

ومنه مجال ق(س) هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

تدريب (٣): ليكن $ق: ق(س) = \sqrt[٣]{س - ١}$ جد ق(٩)، ثم حدد المجال.

مجال ق(س) هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

ق(٩) = $\sqrt[٣]{٩ - ١} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$.

تدريب (٤): إذا كان $Q(s) = \frac{s^2 - 1}{s + 5}$ ، $s \neq -5$ ، فحدد مجال $Q(s)$.

مجال البسط مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

مجال المقام مجموعة الأعداد الحقيقية ح / $\{-5\}$.

وعليه فإن مجال $Q(s)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح / $\{-5\}$.

تدريب (٥): ليكن $H(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 1}$:

(١) ما مجال $H(s)$.

مجال البسط: $[-5, \infty)$.

مجال المقام مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

وعليه فإن مجال $H(s)$ هو $[-5, \infty)$.

(٢) جد: $H(-5) =$ صفر.

$$H(-5) = \frac{-5 + 5}{(-5)^2 + 1} = \frac{0}{26} = 0$$

$$H(5) = \frac{5 + 5}{5^2 + 1} = \frac{10}{26}$$

٢٦

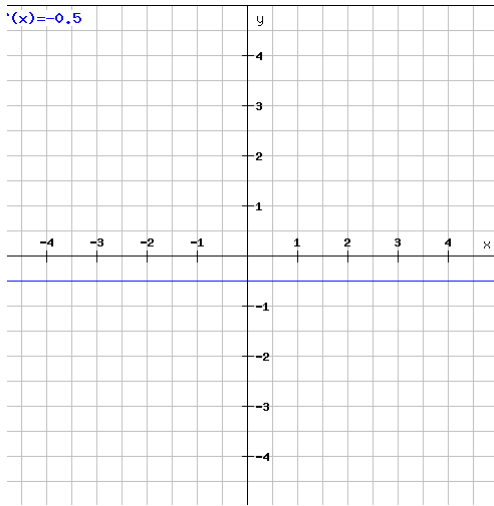
تمارين ومسائل

١) أرسم منحنى كلاً من الاقترانات الآتية ثم حدد نوع كل اقتران واذكر مجاله ومداه؟

أ) ق: ق (س) = $\frac{1}{2}$

مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

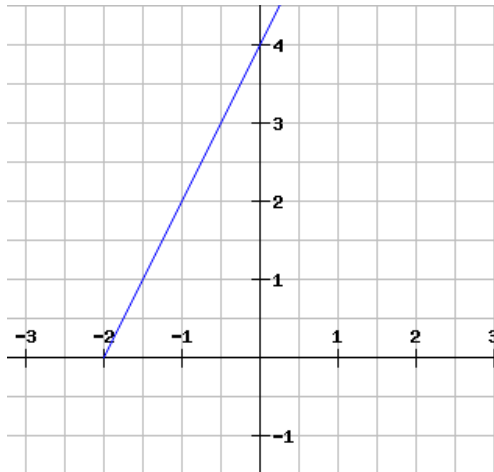
مداه: $\frac{1}{2}$



ب) هـ: هـ (س) = $2 + 4$

مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح).

مداه: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح).

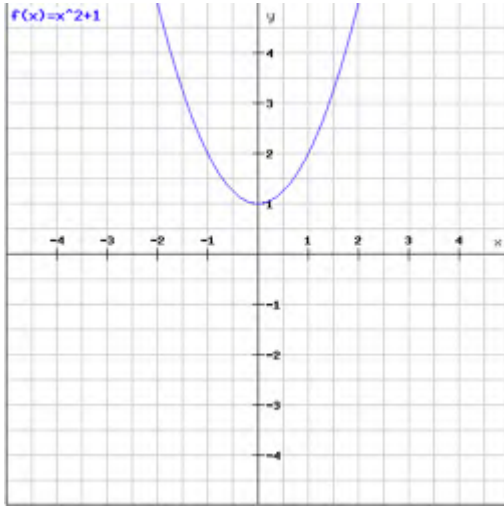


جـ) د: د (س) = $1 + 2$

لتحديد المجال نجد إحداثيات رأس القطع المكافئ.

س = صفر

ق(٠) = ١



س	١	٠	-١
ق(س)	٢	١	٢

مجاله: مجموع الأعداد الحقيقية (ح).

مداه: $[-١, \infty)$.

٢) ليكن ق: ق(س) = $\sqrt{٩ - س^٢}$ جد:

أ) ق(٣)، ق(-٣)، ق(٥).

ق(٣) = صفر.

ق(-٣) = صفر.

ق(٥) = ٤.

ب) مجال ق(س).

س $\leq ٩ - س^٢$ صفر.

س $\neq ٣$

مجال ق(س) = $[-٣, \infty)$ ، $[-٣, ٣]$.



٣) جد مجال الاقتترانات الآتية:

أ) $ق: ق(س) = \frac{س^2}{س + 3}$ مجاله: $(-\infty, 3)$.

ب) $هـ: هـ(س) = \frac{س}{س^2 + 5}$ مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح).

جـ) $د: د(س) = \frac{3-}{س + 5}$ مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) $\setminus \{5\}$.

د) $ل: ل(س) = \sqrt{س^2 + 5س + 6}$ مجاله: $(-\infty, -2]$ ، $[-3, \infty)$.

هـ) $م: م(س) = \frac{1 - س^2}{س^2 + 3س - 4}$ مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) $\setminus \{-1, 4\}$.

و) $ك: ك(س) = \frac{س^3}{(س - 2)^2}$ مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) $\setminus \{2\}$.

ز) $ع(س) = \sqrt{س - 4}$ مجاله: $[4, \infty)$.

د(س) $= \sqrt{(س - 1)^2}$ مجاله: مجموعة الأعداد الحقيقية (ح).

٤) حل المسألة الواردة في بداية الدرس .

$$٢ - ٦ \leq \text{صفر}.$$

$$٣ \leq ن، \text{ إذاً مجاله } [٣, \infty).$$

الإقترانات المتشعبة Piecewise Functions

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + \text{س} + 1, \text{س} \geq 1 \\ \text{س}^2, 1 > \text{س} > -3 \\ \text{س} - 1, \text{س} \leq -3 \end{array} \right\} = \text{ق(س)} \text{ : ليكن ق: ق(س) =}$$

جد: ق(١) ، ق(٢،٥) ، ق(٠) ، ق(٣) ، ق(٤).

$$\text{ق(١)} = ٣.$$

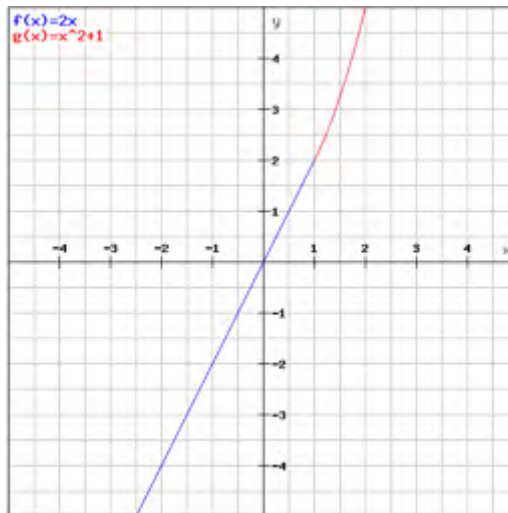
$$\text{ق(٢،٥)} = ٢٥، ٦.$$

$$\text{ق(٠)} = ١.$$

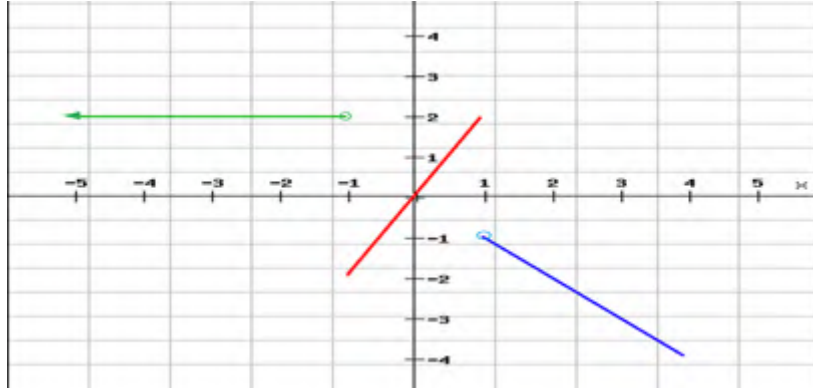
$$\text{ق(٣)} = ٢.$$

$$\text{ق(٤)} = ٣.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2, \text{س} \geq 1 \\ \text{س}^2 + 1, \text{س} < 1 \end{array} \right\} = \text{ق(س)} \text{ : ارسم منحنى الاقتران ق: ق(س) =}$$



تدريب (٣): اكتب قاعدة الاقتران الممثل بالشكل (٢ - ٨).



الشكل (٢ - ٨)

$$\left. \begin{array}{l} ٢, س > ١ \\ ١ \geq س \geq ١ - ٢, س \\ س, س < ١ \end{array} \right\} = (س) ق$$

تمارين ومسائل

$$(1) \text{ ليكن ق: ق(س) = } \left. \begin{array}{l} 1 - س , \quad س > 2 \\ 2 - س , \quad 1 \leq س \leq 2 \\ 0 , \quad س \leq 1 \end{array} \right\}$$

جد: ق(2) = 0

ق(-4) = 0

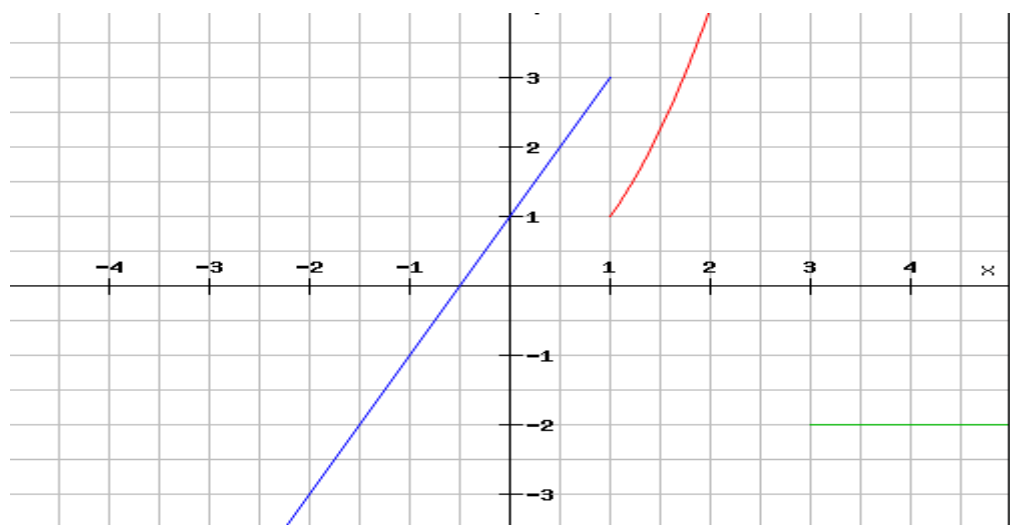
ق(-2) = 0

ق(0) = 0

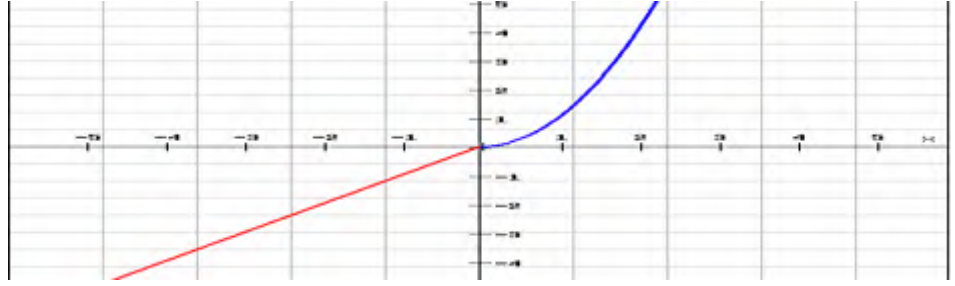
ق(1) = 0

ق(-, 0, 2) = 0

$$(2) \text{ مثل بيانياً الاقتران هـ: هـ(س) = } \left. \begin{array}{l} 1 + س^2 , \quad س \geq 1 \\ 2س , \quad 1 > س \geq 3 \\ 2 - س , \quad س \leq 3 \end{array} \right\}$$

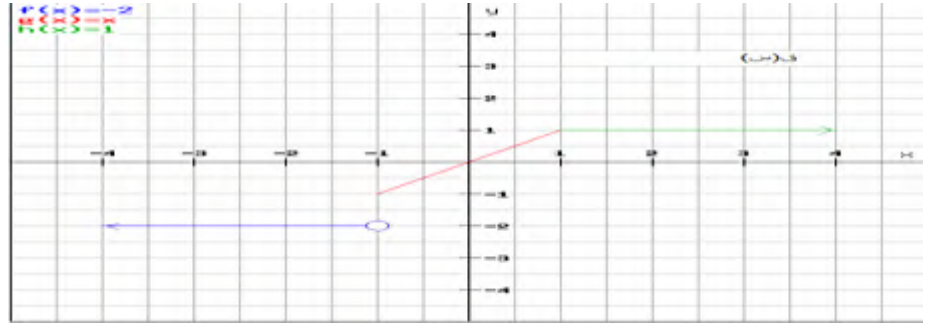


٣) أكتب قاعدة كل اقتران من الاقترانات الممثلة بالشكل (٩-٢ / أ ، ب):



الشكل (٩-٢ / أ)

$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} س \\ س \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} س \geq ٠ \\ س < ٠ \end{array} \right\}$$



$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢ \\ ١ \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} ١ - > س \\ ١ \geq س > ١ - \\ ١ \leq س \end{array} \right\}$$

٤) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

اقتران القيمة المطلقة Absolute Value Function

تدريب (١): ليكن ق: ق(س) = | ٥ + س | ، جد:

$$\text{ق } (-٢) = ٣$$

$$\text{ق } (-٦, ٥) = ١, ٥$$

$$\text{ق } (٠) = ٥$$

$$\text{ق } (-١٠) = ٥$$

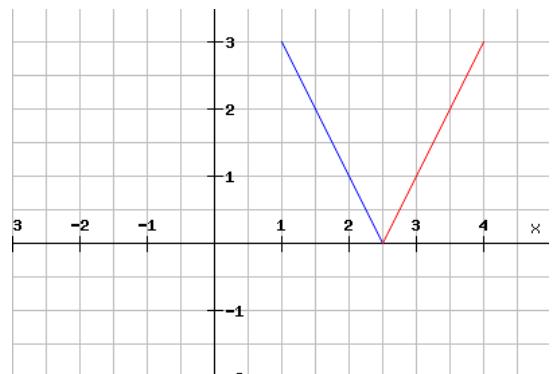
$$\text{ق } (٠, ٢٥) = ٥, ٢٥$$

$$٢, ٥$$

تدريب (٢):

أكتب قاعدة الاقتران ق: ق(س) = | ٢ س - ٥ | بصورة مجزأه دون استخدام رمز القيمة المطلقة ثم مثله بيانياً.

$$\text{ق } (س) = \left\{ \begin{array}{l} ٢س - ٥ \text{ ، } ٢س - ٥ \geq ٢.٥ \\ ٥ - ٢س \text{ ، } ٥ - ٢س < ٢.٥ \end{array} \right.$$



تمارين ومسائل

(١) ليكن ق: ق(س) = $|٢س + ٤|$ ، جد:

$$\text{ق (٢-)} = ٠$$

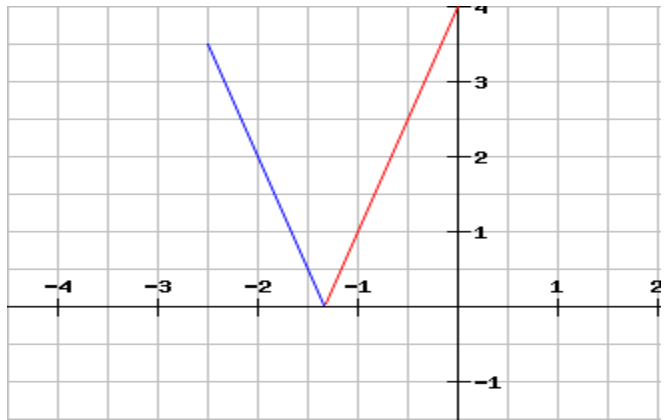
$$\text{ق (٣)} = ١٠$$

$$\text{ق (٠)} = ٤$$

$$\text{ق (٥-)} = ٦$$

(٢) أعد تعريف الاقتران ق: ق(س) = $|٣س + ٤|$ ثم مثله بيانياً.

$$\text{ق (س)} = \left\{ \begin{array}{ll} ٣س + ٤ & , \quad س < -\frac{٤}{٣} \\ -٣س - ٤ & , \quad س \geq -\frac{٤}{٣} \end{array} \right.$$



(٣) أعد تعريف الاقتران ق: ق(س) = $|س - ٢|$.

$$\text{ق (س)} = \left\{ \begin{array}{ll} س - ٢ & , \quad س > ٢ \\ ٢ - س & , \quad س \leq ٢ \end{array} \right.$$

٤) أكتب قاعدة الاقتران ق: ق(س) = |س - ١| - ٣ بصورة مجزأة دون استخدام القيمة المطلقة.

$$\text{ق: ق(س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} - ٢ \\ \text{س} - ٤ \end{array} \right\} \text{ ، } \left. \begin{array}{l} \text{س} > ١ \\ \text{س} \leq ١ \end{array} \right\}$$

٥) أعد تعريف الاقتران ق: ق(س) = |س^٢ - ٥س + ٦|.

$$\text{ق(س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} - ٢ - ٥\text{س} + ٦ \\ (\text{س} - ٢ - ٥\text{س} + ٦) - \text{س} \\ \text{س} - ٢ - ٥\text{س} + ٦ \end{array} \right\} \text{ ، } \left. \begin{array}{l} \text{س} \geq ٢ \\ ٢ > \text{س} > ٣ \\ \text{س} \leq ٣ \end{array} \right\}$$

$$\text{٦ ق: ق(س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} - ٦ \\ \text{س} - ٦ \end{array} \right\} \text{ ، } \left. \begin{array}{l} \text{س} \leq ٦ \\ \text{س} > ٦ \end{array} \right\}$$

أعد كتابة قاعدة الاقتران ق باستخدام رمز القيمة المطلقة.

$$\text{ق(س)} = |س - ٦|.$$

٧) أكتب قاعدة الاقتران م: م(س) = |س^٢ - س| دون استخدام رمز القسمة المطلقة.

$$\text{ق(س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س} - ٢ \\ \text{س} - ٢ \end{array} \right\} \text{ ، } \left. \begin{array}{l} \text{س} \geq ٠ \\ ١ > \text{س} > ٠ \\ \text{س} \leq ١ \end{array} \right\}$$

العمليات على الاقترانات Operations on Functions

تركيب الإقترانات composition of Functions

أولاً

تدريب (١): ليكن $q: (s) = \sqrt{s}$ ، $s \geq 0$ ، $h(s) = s^2 - 1$ جد:

(أ) $(q \circ h)(1) =$ صفر

(ب) $(h \circ q)(1) =$ صفر

(ج) $(h \circ q)(3) = 2$

(د) $(q \circ h)(3) = \sqrt{8}$

(هـ) $(q \circ q)(4) = \sqrt{2}$

(و) $(h \circ h)(-2) = 8$

تدريب (٢): إذا كان $q(s) = \frac{1}{1+s}$ ، $s \neq -1$ ، $h(s) = \sqrt{s}$ ، $s \geq 0$ ، فجد

قاعدة كل من: (١) $(q \circ h)(s) = q(\sqrt{s}) = \frac{1}{1+\sqrt{s}}$

(٢) $(h \circ q)(s) = h\left(\frac{1}{1+s}\right) = \sqrt{\frac{1}{1+s}}$

تدريب (٣): إذا كان $q(s) = |s+2|$ ، $h(s) = s^2 - 2$ ، فجد:

(١) $(q \circ h)(1) = 1$

(٢) $(h \circ q)(3) = -25$

تدريب (٤): إذا كان $ق(س) = س^2 + ١$ ، $هـ(س) = س^3$ ، فجد قيم $س$ علماً بأن

$$(هـ \circ ق)(س) = ١٥ .$$

$$س = \pm ٢$$

تدريب (٥):

أ) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

$$ر = \frac{٢}{٣}$$

$$م = \pi ر^2$$

$$م = \frac{\pi^4}{٩}$$

تمارين

(١) جد قيم (ق ○ هـ) (١) ، (هـ ○ ق) (٠) ، (هـ ○ ق) (٢-) في كل مما يأتي:

$$\text{أ) ق: ق} = (\text{س}) = \text{س}^2 \quad , \quad \text{هـ: هـ} = (\text{س}) = \frac{1}{2+2\text{س}}$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ}) = (١) = \frac{1}{9} \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٠) = \frac{1}{2} \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٢-) = \frac{1}{18}$$

$$\text{ب) ق: ق} = (\text{س}) = \text{س}^3 \quad , \quad \text{هـ: هـ} = (\text{س}) = |١ + \text{س}|$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ}) = (١) = ٨ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٠) = ١ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٢-) = ٧$$

$$\text{ج) ق: ق} = (\text{س}) = ٢ - \text{س} \quad , \quad \text{هـ: هـ} = (\text{س}) = \text{س}^3 + ١$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ}) = (١) = -٢ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٠) = ٧ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٢-) = ١٣$$

$$\text{د) ق: ق} = (\text{س}) = ٥ - \text{س} \quad , \quad \text{هـ: هـ} = (\text{س}) = \left. \begin{array}{l} \text{س}^2 \\ \text{س} \end{array} \right\} \quad , \quad \begin{array}{l} \text{س} < ١ \\ \text{س} \geq ١ \end{array}$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ}) = (١) = -٣ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٠) = ٢ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (٢-) = ٢$$

(٢) جد قاعدة (ق ○ هـ) (س) ، (ق ○ ق) (س) ، (هـ ○ ق) (س) في كل مما يأتي:

$$\text{أ) ق: ق} = (\text{س}) = ١ - \text{س}^3 \quad , \quad \text{هـ: هـ} = (\text{س}) = \frac{\text{س} + ١}{3}$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ}) = (\text{س}) = \text{س} \quad , \quad (\text{ق} \circ \text{ق}) = (\text{س}) = ٩\text{س} - ٤ \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (\text{س}) = \text{س}$$

$$\text{ب) ق: ق} = (\text{س}) = \text{س}^2 \quad , \quad \text{هـ: هـ} = (\text{س}) = \sqrt[3]{\text{س}}$$

$$(\text{ق} \circ \text{هـ}) = (\text{س}) = \sqrt[3]{٢\text{س}} \quad , \quad (\text{ق} \circ \text{ق}) = (\text{س}) = ٤\text{س} \quad , \quad (\text{هـ} \circ \text{ق}) = (\text{س}) = \sqrt[3]{٢\text{س}}$$

٣) أجب عما يلي، مستعيناً بالجدولين الظاهرين في الشكل (١٢-٢):

أ) جد قيمة ما يأتي:

٥	٤	٣	٢	س
٣	٢	١	٠	ق(س)

$$١) (هـ \circ ق)(٥) = ٤$$

$$٢) (ق \circ هـ)(٣) = ٢$$

$$٣) (هـ ق)(٤) = ٢$$

$$٤) (ق(هـ)(٢) = \text{صفر}$$

٤	٣	٢	١	س
٨	٤	٢	١	هـ(س)

الشكل (١٢-٢)

ب) هل يمكن إيجاد ق(هـ(٥) ؟ لماذا؟

لا يمكن لأنه لا يوجد صورة لـ هـ (س) ضمن الجدول.

$$٤) \text{ إذا كان } ق(س) = ٣س + ٥, \text{ هـ: هـ(س)} = \frac{١}{٣}س - \frac{٥}{٣}, \text{ فجد:}$$

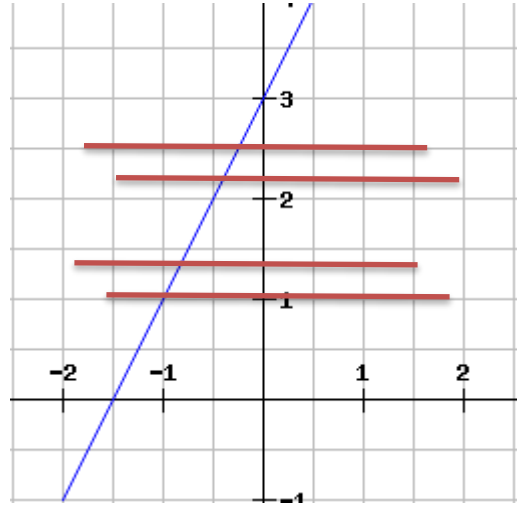
$$أ) (ق \circ هـ)(س) = س$$

$$ب) (هـ \circ ق)(س) = س.$$

Inverse Function الاقتران العكسي

تدريب (١):

(١) أرسم منحنى الاقتران ق: ق(س) = $س^2 + ٣$ ، مبيناً إذا كان ق(س) اقتران واحد لواحد أم لا.



(٢) أي الاقترانات الآتية تمثل اقتران واحد لواحد:

أ) $ق = \{(١٧, ٤), (١٠, ٣), (٥, ٢)\}$.

ب) $هـ = \{(٧, ٥), (٢, ٢), (٣, ٠), (٢, -١)\}$.

الإقتران ق يمثل إقتران واحد لواحد، لأن كل عنصر في المدى هو صورة لعنصر واحد فقط في المجال.

تدريب (٢):

إذا كان $H = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)\}$ ، فجد:

١- H^{-1} بوصفها مجموعة أزواج مرتبة.

$H^{-1} = \{(4, 1), (5, 2), (6, 3), (7, 4)\}$

٢- $H^{-1}(2) = 5$

$H^{-1}(4) = 7$

$H(5) = 2$

$H(7) = 4$

$H^{-1} \circ H(6) = 3$

$H \circ H^{-1}(2) = 5$

تدريب (٣): إذا كان $f(s) = 3s - 6$ اقتران واحداً لواحد:

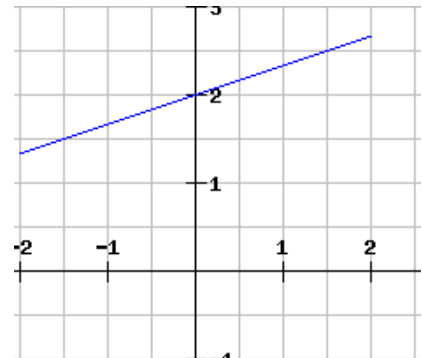
(١) جد $f^{-1}(s)$.

$$f^{-1}(s) = \frac{s+6}{3}$$

(٢) جد $(f \circ f^{-1})(s)$.

$$(f \circ f^{-1})(s) = s$$

(٣) مثل $f^{-1}(s)$ بيانياً.



تدريب (٤): بين إذا كان ل(س) هو الإقتران العكسي للإقتران ع(س) في ما يأتي:

$$(١) \text{ ل(س) = س}^2, \quad \text{ع(س) = } \frac{\text{س}}{٢}$$

(ل ∘ ع)(س) = ل(ع(س)) = ل($\frac{\text{س}}{٢}$) = $(\frac{\text{س}}{٢})^2 = \frac{\text{س}^2}{٤} = \text{س}$ ، إذا ل (س) اقتران عكسي لـ ع(س).

$$(٢) \text{ ل(س) = س} - \frac{١}{٣}, \quad \text{ع(س) = س}^3 - \frac{١}{٥}$$

$$(٣) (\text{ل} \circ \text{ع})(\text{س}) = \text{ل}(\text{ع}(\text{س})) = \text{ل}(\text{س}^3 - \frac{١}{٥}) = (\text{س}^3 - \frac{١}{٥})^3 - \frac{١}{٥}$$

$$= \text{س}^9 - \frac{١}{٥} - \frac{٣}{٥} \text{س}^6 + \frac{٣}{٥} \text{س}^3 - \frac{١}{٥} = \text{س}^9 - \frac{١}{٥} - \frac{٣}{٥} \text{س}^6 + \frac{٣}{٥} \text{س}^3 - \frac{١}{٥}$$

تمارين ومسائل

(١) جد قاعدة الاقتران Q^{-1} لكل مما يأتي:

$$\begin{aligned} \text{أ) } Q &= \{ (1, -2), (2, -3), (3, -4), (4, -5) \} \\ Q^{-1} &= \{ (2, -1), (3, -2), (4, -3), (5, -4) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } Q(s) &= -s \\ Q^{-1}(s) &= -s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } Q(s) &= 3s - 2 \\ Q^{-1}(s) &= \frac{s+2}{3} \end{aligned}$$

(٢) بين فيما إذا كان الاقتران $Q(s)$ هو الاقتران العكسي للاقتران $H(s)$ في ما يأتي:

$$\text{أ) } Q(s) = 2s - 6, \quad H(s) = \frac{s}{4} + 3,$$

$$\begin{aligned} (Q \circ H)(s) &= (3 + \frac{s}{4})2 = (3 + \frac{s}{4})2 = 6 - s \\ Q &\text{ هو العكسي لـ } H(s). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } Q(s) &= s + 1, \quad H(s) = s - 1 \\ (Q \circ H)(s) &= (s - 1)(s + 1) = s^2 - 1 \neq s \\ Q &\text{ ليس إقتراناً عكسياً لـ } H(s). \end{aligned}$$

(٣) إذا كان Q^{-1} هو الاقتران العكسي للاقتران Q ، جد:

$$\text{أ) } (Q \circ Q^{-1})(2) = 2.$$

$$\text{ب) } (Q^{-1} \circ Q)(5) = 5.$$

$$\text{ج) } Q^{-1}(3) = 3 \text{ إذا كان } Q(5) = 3.$$

٤) لتحويل درجات الحرارة من سلسيوس إلى مقياس فهرنهايت، تستخدم العلاقة:

$$F = \frac{9}{5}S + 32, \text{ حيث:}$$

ف: درجة الحرارة بالفهرنهايت .

س: درجة الحرارة بالسلسيوس.

أ) أكتب علاقة التحويل من فهرنهايت إلى سلسيوس.

$$S = \frac{5}{9}(F - 32)$$

ب) أكمل جدول الحرارة التالي:

س	٢٠	٤٥	٣٥	٣٠
ف	٦٨	١١٣	٩٥	٨٦

٥) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

$$S = \frac{5}{9}(H - 60)$$

٩

أسئلة الوحدة

١) إذا كان ق(س) = $\frac{\sqrt[3]{س + ٥}}{\sqrt[3]{س^٢ - ٤}}$ ، فجد:

أ) مجال ق(س): $(-\infty, ٢)$ ، $(٢, \infty)$.

ب) ق(٦-) = $\frac{١-}{\sqrt[3]{٣٢}}$

ق(٣) = $\frac{٢}{٥}$.

ق(٠) = غير معرف.

٢) إذا كان ق: ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ٢س^٢ + ٢س + ١ \\ |١ - س| \end{array} \right\}$ ، $س \geq ٢$ ، $س < ٢$ ، فجد:

أ) ق(٥-) = ١٦ ، ب) ق(١,٥ -) = ٢,٥ ، ج) ق(٢-) = ١ ، د) ق(٠) = ١

إذا كان ق(س) = $٣ + ٧س$ ، فهل يعد ق(س) اقتران واحداً لواحد؟

جد ق^{-١}(س) (إن أمكن).

ق(س) إقترانا واحد لواحد.

ق^{-١}(س) = $\frac{٧-س}{٣-}$

٤) إذا كان الاقتران $E = \{(1, -1), (0, 5), (2, \text{ص}), (3, 7)\}$ ، فأجب عما يأتي:

أ) جد قيمة L ص تجعل الإقتران E واحداً لواحد.

ح/ $\{-1, 3, 5\}$.

ب) جد قيمة L ص لا تجعل الإقتران E واحداً لواحد.

$\{-1, 5, 3\}$.

٥) إذا كان $Q(س) = 3س + 5$ ، $H(س) = \frac{1}{4}س^2 - 6$ ، فجد:

أ) $(Q \circ Q)(س) = 9س + 20$.

ب) $(Q \circ H)(س) = \frac{3}{4}س^2 - 13$.

ج) $(H \circ Q^{-1})(س)$

$Q^{-1}(س) = \frac{س-5}{3}$

$(H \circ Q^{-1})(س) = \frac{1}{4}(\frac{س-5}{3})^2 - 6$.

د) $(Q \circ Q^{-1})(س) = س$

هـ) $(H \circ H)(-4) = -4$

٦) أعد تعريف كل من الاقترانين الآتيين:

$$أ) ق(س) = |٢س - ٤|$$

$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س - ٤ \\ ٤ - ٢س \end{array} \right\} \begin{array}{l} , ٢س > ٢ \\ , ٢ \geq س \geq ٢ \\ , ٢ < س \end{array}$$

$$ب) هـ(س) = \frac{|س|}{س} , س \neq ٠$$

$$هـ(س) = \left. \begin{array}{l} ١ - \\ ١ \end{array} \right\} \begin{array}{l} , س > ٠ \\ , س < ٠ \end{array}$$

$$٧) إذا كان ق(س) = \frac{\sqrt{٤ + س^2}}{س - ٣}$$

أ) حدد مجال ق(س).

$$[-٢, \infty) / \{٣\}.$$

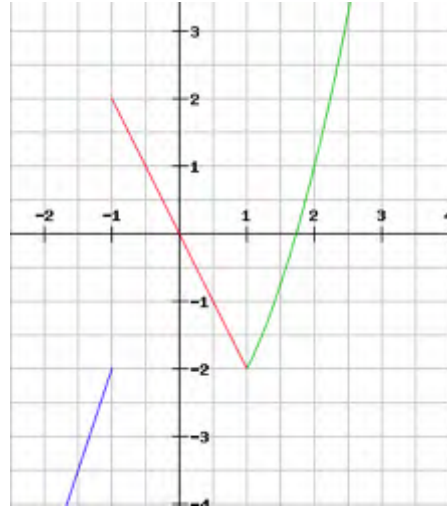
$$ب) جد: ق(١) = \frac{٦}{٢} , ق(-١) = \frac{٢}{٤}$$

ج) هل يمكن إيجاد ق(٣) ، ق(٤) ، ق(-٥) ، ولماذا؟

لا يمكن إيجاد كل من ق(٣) و ق(-٥) ، لأنهم لا ينتموا إلى مجال الإقتران.

$$\left. \begin{array}{l} 1 - \geq s \quad , \quad 1 + s^3 \\ 1 > s > 1 - \quad , \quad s^2 - \\ 1 \leq s \quad , \quad s^2 - 3 \end{array} \right\} = \text{إذا كان الاقتران ق(س)}$$

أ) أرسم منحنى الاقتران ق.



ب) جد: ق(٠) = صفر ، ق(١-) = ٢- ، ق(١) = ٢- ، ق(٣-) = ٨- ، ق(٢) = ١

٩) بين إذا كان الاقتران ق(س) = ٢ - ٣س هو الاقتران العكسي للاقتران

هـ: هـ(س) = $\frac{1}{3}s + 2$.

ق(٢ + $\frac{1}{3}s$) = هـ(س) (ق ○ هـ)

= ٣($\frac{1}{3}s + 2$) - ٢ = ٤ + س. إذا الإقتران ق(س) لا يمثل الإقتران العكسي للاقتران هـ(س).

١٠) يقود رياضي دراجته الهوائية بسرعة ٥٠ كم / ساعة:

أ) أكتب الاقتران الذي يدل على المسافة المقطوعة.

$$f = 50n$$

ب) جد الاقتران العكسي لهذا الاقتران.

$$n = \frac{f}{50}$$

١١) يتكون هذا السؤال من سبع فقرات من نوع الاختيار من متعدد ، ولكل فقرة أربعة بدائل، واحدٌ منها فقط صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:

$$١) \text{ مجال ق(س) = } \frac{س - ٧}{س - ٤} \text{ هو :}$$

- أ) $(٤, \infty)$ ب) $[-\infty, ٤]$ ج) $(٤, \infty)$ د) $[-\infty, ٤]$

$$٢) \text{ إذا كان ق(س) = } \left\{ \begin{array}{l} ٥س - ١ , \quad ٥ > س \\ ٣س - ٣ , \quad ٥ \geq س > ٢ \\ ٥س - ٢ , \quad ٢ \leq س \end{array} \right. \text{، فإن ق(٢-) =}$$

- أ) ٩ ب) ١١ ج) ٥- د) ٧

$$٣) \text{ إذا كان ق(س) = } |س + ٣| \text{، فإن ق(٥-) =}$$

- أ) ٢- ب) ٥ ج) ٢ د) ٥-

$$٤) \text{ إذا كان ق(س) = } س^٢ + ١ \text{، فإن ق(ق(٥) =}$$



$$\text{أ) } s^4 + s^2 + 1 \quad \text{ب) } s^4 + s^2 + 2 \quad \text{ج) } s^2 + 1 \quad \text{د) } s^4 + 1$$

٥) إذا كان $Q(s) = s^3 - 2$ ، فإن قاعدة ق-^١(س) هي:

$$\text{أ) } \frac{s}{3} + 2 \quad \text{ب) } \frac{s+2}{3} \quad \text{ج) } \frac{s-2}{2} \quad \text{د) } 2 - s^3$$

$$\text{٦) } \textcircled{\text{د}}$$

$$\text{٧) } \textcircled{\text{ب}}$$

الوحدة الرابعة
الفصل الأول
المتتالية

تدريب (١)

(١) $ح_٢ = ٣$ ، $ح_٤ = ١٠$ ،

(٢) الحد السابع

تدريب (٢)

(١) $ح_٢ = ١$ ، $ح_٢ = ١ - ٢$

(٣) $ح_٣ = ٣$ ، $ح_٣ = ٣ - ١$

(٤) $ح_٤ = ١ - ٢$ ، $ح_٤ = ١ - ٢$

تدريب (٣)

٤ ، ٩ ، ١٤ ، ١٩ ، ٢٤ ،

تدريب (٤)

(١) $٣ -$ ، $٨ -$ ، $١٣ -$ ، $١٨ -$ ، $٢٣ -$ ،

(٢) ٢ ، $\frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{١٨}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٤}{١٠٠٠}$ ، $\frac{٧٢}{١٠٠٠٠}$ ،

تدريب (٥)

$ح_٢ = ١ - ٢$ ، $٢ \leq ن$ ،

الأسئلة

السؤال الأول

(أ) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ١٢٥ ،

(ب) ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧ ،

(ج) ١ ، ٣ ، ٧ ، ١٥ ، ٣١ ،

(د) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٨}{٢٧}$ ، $\frac{١٦}{٨١}$ ، $\frac{٣٢}{٢٤٣}$ ،

(هـ) $٣ -$ ، $٢ -$ ، $١ -$ ، ٠ ، ١ ،

(و) ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ،

السؤال الثاني

(أ) $ح_٢ = ١$ ، $ح_٢ = ١ - ٢$ ،

(ب) $ح_٢ = ١ - ٢$ ، $٢ \leq ن$ ،

(ج) $ح_٢ = ١ - ٢$ ، $٢ \leq ن$ ،

$$\text{هـ) ح}_n = (1 - \frac{1}{2})^n \times 4 \quad \text{و) ح}_n = (\frac{1}{2})^n$$

السؤال الثالث

$$\text{ح}_n = (80)^2 - 1 = 6399$$

السؤال الرابع

لا، لأن عدد حدودها غير منتهى

السؤال الخامس

أ) ١ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٢ ، ٢٩

ب) الاثنين

السؤال السادس

المرّة الرابعة عام ٢٠١١

المرّة العاشرة ٢٠٣٥

الوحدة الرابعة
الفصل الأول
المتسلسلة

تدريب (١)

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$$

تدريب (٢)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1)$$

تدريب (٣)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1)$$

تدريب (٤)

$$(1) \quad 3+6+9+12+15+18+21 \\ (2) \quad 3+9+27+81+\dots$$

تدريب (٥)

$$(1) \quad 3+5+7+9=24 \\ (2) \quad 4k = k+k+k+k$$

تدريب (٦)

$$\text{عدد مقاعد المسرح} = 660 \text{ مقعد}$$

الأسئلة

السؤال الأول

$$(أ) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (7n-5) \quad (ب) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)$$

$$(ج) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (1-n)^{1+n} (3-n)^{1-n}$$

السؤال الثاني

$$(أ) \quad ٦٤ + ٣٢ + ١٦ + ٨ + ٤ + ٢ + ١$$

$$(ب) \quad \dots + \frac{٤}{٥} + \frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٣} + \frac{١}{٢}$$

السؤال الثالث

$$(أ) \quad ٠,٩٦٨٧٥ \quad (ب) \quad ٢٦ \quad (ج) \quad ٧٢$$

السؤال الرابع

$$\sum_{n=1}^{١٢} ٢٥٠$$

السؤال الخامس

المتتالية: ٤، ١٢، ٢٤، ٤٠

المتسلسلة: ٤ + ١٢ + ٢٤ + ٤٠

الوحدة الرابعة
الفصل الثاني
المتتالية الحسابية

تدريب (١)

(١) حسابية (٢) حسابية (٣) غير حسابية (٤) حسابية

تدريب (٢)

٢٩ ، ٢٥ ، ٢١ ، ١٧ ، ١٣

تدريب (٣)

(١) $ح_n = ٢٤ + (٦ - ١)(١ - ن)$

(٢) $ح_n = ٥ + (١ - ن)^٢$

تدريب (٤)

$١ = أ$ ، $٤ = د$ ، لان $ح = ١٣$

$٥ = ح$ ، $٩ = ح$

تدريب (٥)

$ح.١٠ = ٢٠ + ٥(١٠ - ١) = ٦٥$ دقيقة

= ساعة وخمس دقائق

الأسئلة

السؤال الأول

(أ) حسابية (ب) حسابية (ج) ليست حسابية (د) ليست حسابية

السؤال الثاني

(أ) $ح_{٦٠} = ٧ - ٥٥ \times ٢ = ١٠٣$

(ب) $ح_{٦٠} = ٣ - ٥٥ \times ٧ = ٣٨٢$

السؤال الثالث

(أ) $ح_n = ٣ + (١ - ن)^٦$

(ب) $ح_n = ٧,٠ + (١ - ن)^٠,٢$

السؤال الرابع

$٣ = أ$ ، $٣ = د$

$٦ = س$ ، $٩ = ص$

السؤال الخامس

$٢,٣٥ = أ$ ، $٠,٧٥ = د$

$ح_{١٠} = ٢,٣٥ + ١٤(٠,٧٥ - ٠)$

السؤال السادس

$$د = ٤$$

$$٨ = أ + ٤$$

$$أ = ٤$$

الحدود هي: ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠

السؤال السابع

$$أ = ٣٦٠٠$$

$$د = ٦٠$$

$$ح = ٣٦٠٠ + ١٤ \times ٦٠ = ٤٤٤٠ \text{ ديناراً}$$

الوحدة الرابعة
الفصل الثاني
مجموع المتسلسلة الحسابية

تدريب (١)

$$\begin{aligned} (١) \quad ٥ &= أ، \\ ٥٠ &= ٥ \times ٩ + ٥ = ١٠. ح، \end{aligned}$$

$$\frac{٥٥٠}{٢} = (٥٠ + ٥) \frac{١٠}{٢} = ١٠. ج$$

$$(٢) \quad ١ = ١ ح، \quad ٩ = ٥ ح،$$

$$٢٥ = (٩ + ١) \frac{٥}{٢} = ٥. ج$$

تدريب (٢)

$$٢ = د، \quad ٤٠ = ٢٠. ج، \quad أ = ؟؟$$

$$\frac{٢٠}{٢} = ٤٠. \quad (٢ \times (١ - ٢٠) + ١٢)$$

$$١٧ = أ. اذن$$

الأسئلة

السؤال الأول

$$(أ) \quad ١ = ١ ح، \quad ١٠٠ = ن، \quad ١٠٠ = ١٠٠. ح،$$

$$٥٠٥٠ = (١٠٠ + ١) \frac{١٠٠}{٢} = ١٠٠. ج$$

$$(ب) \quad ٢١ = ١ ح، \quad ٢١ = ٢٢ ح،$$

$$٢٢ = ٢٢ ح، \quad ٢٢ = (٢١ + ٢١) \frac{٢٢}{٢} = ٢٢. ح$$

$$(ج) \quad ٣ = ١ ح، \quad ٢٥ = ١٢ ح$$

$$١٦٨ = (٢٥ + ٣) \frac{١٢}{٢} = ١٢. ج$$

السؤال الثاني

$$١١ = أ، \quad ٢ = د، \quad ٢٠ = ن. ج$$

$$٢٠ = \frac{ن}{٢} \quad (٢ \times (١ - ن) + (١١) \times ٢)$$

$$\begin{aligned}
 40 &= 24 - 2n \\
 2n - 24 &= 40 + 2n \\
 0 &= 20 + 12n \\
 0 &= 20 + 12n
 \end{aligned}$$

السؤال الثالث

$$3 = د ، ج. 126 = ، أ = ؟؟$$

$$(3 \times 9 + 12) \frac{10}{2} = 126$$

$$135 + 10 = 126$$

$$10 = 9, 0$$

السؤال الرابع

$$12 = (د + أ) + أ + (د - أ)$$

$$12 = 3أ$$

$$4 = أ$$

$$28 = (د + أ) \times أ \times (د - أ)$$

$$28 = (د + 4) \times 4 \times (د - 4)$$

$$7 = (د + 4)(د - 4)$$

$$7 = 16 - د^2$$

$$3 \pm = د$$

$$\text{الأعداد } 1, 4, 7 \text{ أو } 7, 4, 1$$

السؤال الخامس

$$20 = ن ، أ = 14 ، د = 2$$

$$48 = ج (مقاعد أعضاء مجلس الآباء والمعلمين)$$

$$660 = ج (مجموع عدد المقاعد)$$

$$\text{عدد مقاعد الطلبة} = ج - ج - ج = 660 - 48 = 612$$

السؤال السادس

$$(8 \times (1 - ن) + 4 \times 2) \frac{ن}{2} = 100$$

$$200 = ن (8 - 8ن + 8)$$

$$200 = 8ن$$

$$5 = ن ، 5 - تهمل لان الزمن موجب$$

الوحدة الرابعة
الفصل الثالث
المتتالية الهندسية

تدريب (١)

$$(١) \text{ هندسية لان: } \frac{٥}{٥٠} = \frac{٥٠}{٥٠٠} = \frac{٥٠٠}{٥٠٠٠}$$

$$(٢) \text{ هندسية لان: } \frac{٢٧}{٩} = \frac{٩}{٣} = \frac{٣}{١}$$

$$(٣) \text{ ليست هندسية لان: } \frac{٢٨}{٣٢} \neq \frac{٣٢}{٦٤}$$

$$(٤) \text{ ليست هندسية لان: } \frac{١٥}{١٠} \neq \frac{١٠}{٥}$$

تدريب (٢)

$$(١) \text{ أ} = ٣ \quad \text{ر} = ٣$$

$$\text{ح} = ٣ = ٣ \times (٣)^٤ = ٢٤٣$$

$$(٢) \text{ أ} = ٢٠٠ \quad \text{ر} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{ح} = ١٢,٥ = \left(\frac{١}{٢}\right)^٤ \times ٢٠٠$$

تدريب (٣)

$$(١) \text{ أ} = ١ \quad \text{ر} = ٣ \quad \text{ن} = ?$$

$$٢٤٣ = ١ \times (٣)^{١-٢}$$

$$١-٢ = ٥$$

$$٢ = ٦$$

$$(٢) \text{ أ} = \frac{١}{٢} \quad \text{ر} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{١}{٢٥٦} = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{١-٢}$$

$$\frac{١}{٢٥٦} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$n = 8$$

تدريب (٤)

المبلغ ١٠٠٠٠ دينار، فائدة مركبة ٤% تضاف سنوياً

$$ح = ؟؟$$

$$أ = ح = ١٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠ \times ٠,٠٤ = ١٠٤٠٠$$

$$ر = ١,٠٤$$

$$ح = ١٠٤٠٠ \times (١,٠٤)^8$$

الأسئلة

السؤال الأول

$$أ) \text{ هندسية لأن: } \frac{٣}{٠,٣} = \frac{٠,٣}{٠,٠٣} = \frac{٠,٠٣}{٠,٠٠٣}$$

$$ب) \text{ هندسية لان: } \frac{٦٤}{١٦} = \frac{١٦}{٤} = \frac{٤}{١}$$

$$ج) \text{ هندسية لان: } \frac{\frac{١}{٩}}{\frac{١}{٣}} = \frac{\frac{١}{٣}}{\frac{١}{٩}}$$

$$د) \text{ ليست هندسية لان: } \frac{٤}{١} \neq \frac{٩}{٤}$$

السؤال الثاني

$$أ) \begin{cases} ٣ = أ \\ ٢ = ر \end{cases}$$

$$ح = ١ \times ٣^9 = ١٩٦٨٣$$

$$ح = ٥ \times ٣^{٤٩}$$

$$ب) \frac{١}{٥} \quad , \quad ١ - ر = ١ - \frac{١}{٥}$$

$$ح = ١ \times \left(١ - \frac{١}{٥}\right)^9 = \frac{١}{٥}$$

$$ح = ٥ \times \left(١ - \frac{١}{٥}\right)^{٤٩} = \frac{١}{٥}$$

السؤال الثالث

(أ) ١، ٢، ٤، ...

(ب) $2^n = 1$

(ج) $2^3 = 8$ ، $2^4 = 16$

السؤال الرابع

$128 = 2^7$ ، $2 = 2^1$

$2^7 \times 2^1 = 2^8$

السؤال الخامس

(أ) $\frac{3}{125}$ ، $\frac{3}{25}$ ، $\frac{3}{5}$ ، ٣

(ب) ٢، ٢، ٢، ٢

السؤال السادس

$128 = 2^7$ ، $\frac{1}{2} = 2^{-1}$

(أ) $2^7 \times 2^{-1} = 2^6 = 64$

(ب) المجال هو رقم الجولة

{ ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧ }

السؤال السابع

$2 = 2^1$ ، $1.05 \times 2 = 2.1$

$2.1 \times 2 = 4.2$

الوحدة الرابعة
الفصل الثالث
مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية

تدريب (١)
(١) $أ = ٨١$ ، $ر = \frac{١}{٣}$ ، $ن = ٤$

$$ج = \frac{٨١ \left(1 - \left(\frac{١}{٣} \right)^٤ \right)}{1 - \frac{١}{٣}} = ١٢٠$$

(٢) $أ = ٤$ ، $ر = ١$ ، $ن = ٥٠$ ،
ج. $٥٠ = ٤ \times ٥٠ = ٢٠٠$

تدريب (٢)
(١) $أ = ٢$ ، $ر = -٢$ ، $ن = ٧$

$$ج = \frac{٢ \left(1 - (-٢)^٧ \right)}{1 - (-٢)} = ٨٦$$

(٢) $أ = ٢$ ، $ر = \frac{١}{٢}$

$$ج = \frac{٢ \left(1 - \left(\frac{١}{٢} \right)^٧ \right)}{1 - \frac{١}{٢}} = ٢٥٥ - \times ٤ = ٢٥٦ \approx ٤$$

تدريب (٣)

(١) المتسلسلة الهندسية حدودها:

٨١ ، ٢٤٣ ، ...

$أ = ٨١$ ، $ر = ٣$

$$\sum_{ن=١}^٦ ٨١ (٣)^{ن-١} = \frac{٨١ (١ - ٣^٦)}{١ - ٣} = \frac{٨١ \times ٢٤٢}{٢}$$

تدريب (٤)

(١) $ج = م (١ + \frac{ر}{ن})$

$٥٠٠٠٠ = م (١ + \frac{٠,٠٨}{٢})$

$$م = \frac{2}{2,08} \times 50000$$

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{0,11}{5} + 1 \right) 4000 = ج$$

$$\frac{10}{5} \times \left(\frac{5,11}{5} \right) \times 4000 =$$

الأسئلة

السؤال الأول

$$(أ) ج = \frac{128 (1 - 4^0)}{1 - 4} = \frac{128}{3} \times (1 - 4^0)$$

$$(ب) ج = \frac{1 (1 - 3^6)}{1 - 3} = \frac{1}{2} \times (1 - 3^6)$$

$$(ج) ج = \frac{0,1 (1 - 4^7)}{1 - 4} = \frac{1}{30} \times (1 - 4^7)$$

السؤال الثاني

(أ) المتسلسلة هندسية حدودها : 1 ، 2 ، 4 ، 8 ، ...
 $1 = أ$ ، $2 = ب$

$$ج = \frac{1 (1 - 2^9)}{1 - 2} = 511 = 1 - 2^9$$

(ب) $5 = أ$ ، $3 = ب$

$$ج = \frac{5 (1 - 3^6)}{1 - 3}$$

السؤال الثالث

$$\frac{3}{64} = ح ، \quad \frac{3}{32} = ح$$

$$اذن ر = \frac{ح}{ح} = \frac{1}{2}$$

$$ح = \frac{3}{4} أ$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} - \right) \times أ = \frac{3}{32}$$

$$\frac{1}{8} - \times أ = \frac{3}{32}$$

$$\frac{3}{4} - = أ$$

$$\frac{(1 - (\frac{1}{2})) \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \text{ج} = \frac{3}{4}$$

السؤال الرابع

$$\text{ج} = \frac{39630}{8} = 4953.75, \quad ر = 4, \quad أ = ??$$

$$\frac{(1 - 4^8) أ}{1 - 4} = 39630$$

$$\text{اذن } 1.8 \approx أ$$

السؤال الخامس

$$\text{كمية الماء المتبقية نهاية اليوم الأول} = \frac{2}{3} \times 27 = 18 = أ$$

$$\frac{2}{3} = ر$$

$$\frac{32}{9} \times م = \frac{16}{81} \times 18 = 4 \left(\frac{2}{3} \right) \times 18 = \text{ح} = 4$$

السؤال السادس

$$أ = 1, \quad ر = 3, \quad \text{ج} = 182, \quad ن = ??$$

$$\frac{(1 - 3^3) 1}{1 - 3} = 182$$

$$1 - 3^3 = 728$$

$$3^3 = 729$$

$$3^3 = 27$$

$$ن = 6$$

الوحدة الرابعة
الفصل الثالث
مجموع المتتالية الهندسية غير المنتهية

تدريب (١)

$$١٠ = (أ) \quad ٠,٢$$

$$\frac{١٠٠}{٨} = \frac{١٠}{٠,٨} = \frac{١٠}{٠,٢ - ١} = \infty \text{ ج}$$

$$\frac{١}{٢} = ر \quad \frac{٣}{٢} = أ (٢)$$

$$٣ = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٢}{\frac{١}{٢} - ١} = \infty \text{ ج}$$

تدريب (٢)

$$...٠,٥٤٧٥٤٧٥٤٧ = ٠,٥٤٧$$

$$... + \frac{٥٤٧}{١٠٠٠٠٠٠٠٠} + \frac{٥٤٧}{١٠٠٠٠٠٠} + \frac{٥٤٧}{١٠٠٠} =$$

$$(... + \frac{١}{١٠٠٠٠٠٠} + \frac{١}{١٠٠٠} + ١) \frac{٥٤٧}{١٠٠٠} =$$

$$٠,٠٠١ = \frac{١}{١٠٠٠} = ر، \quad ١ = أ$$

$$\frac{٥٤٧}{٩٩٩} = \frac{١}{٠,٠٠١ - ١} \times \frac{٥٤٧}{١٠٠٠} = \text{ج}$$

الأسئلة

السؤال الأول

$$١ > \frac{١}{٢} = |ر| \text{ لان } (أ) \text{ ممكن ، لان } |ر| = \frac{١}{٢}$$

$$١ < ٣ = |ر| \text{ لان } (ب) \text{ غير ممكن ، لان } |ر| = ٣$$

$$١ < ٣ = |ر| \text{ لان } (ج) \text{ غير ممكن ، لان } |ر| = ٣$$

السؤال الثاني

$$(أ) \quad \frac{48}{3} = \frac{24}{\frac{3}{2}} = \frac{24}{1 - \frac{1}{2}}$$

- (ب) غير ممكن
(ج) غير ممكن
(د) غير ممكن

السؤال الثالث

$$(أ) \quad \dots + \frac{4}{1000} + \frac{4}{100} + \frac{4}{10} = \overline{0,4}$$

$$\left(\dots + \frac{1}{100} + \frac{1}{10} + 1 \right) \frac{4}{10} =$$

$$\frac{4}{9} = \frac{1}{0,1 - 1} \times \frac{4}{10} =$$

$$(ج) \quad \frac{25}{99}$$

$$(ب) \quad \frac{405}{999}$$

السؤال الرابع

$$ر = \frac{1}{\dots}, \quad ج = 300, \quad أ = ??$$

$$\frac{\frac{2}{أ}}{1 - \frac{1}{2}} = 300$$

$$أ = 150$$

السؤال الخامس

$$ج = \frac{18}{\frac{1}{2}} = \frac{18}{1 - \frac{1}{2}}$$

السؤال السادس

المسافات المقطوعة أثناء السقوط للأسفل =

$$٧٥ = \frac{٣٠}{\frac{٦}{١٠} - ١} = \dots + {}^٢\left(\frac{٦٠}{١٠٠} \right) \times ٣٠ + \frac{٦٠}{١٠٠} \times ٣٠ + ٣٠$$

مجموع المسافات المقطوعة التي قطعها في الارتداد للأعلى =

$$٤٥ = \frac{١٨}{\frac{٦}{١٠} - ١} = \dots + {}^٢\left(\frac{٦}{١٠} \right) \times ٣٠ + \frac{٦}{١٠} \times ٣٠$$

مجموع المسافات في الاتجاهين = $٧٥ + ٤٥ = ١٢٠$ متراً

اسئلة الوحدة الرابعة

السؤال الأول

$$\text{أ) } \frac{9}{1-2^n} = \text{ح ن}$$

$$\text{ب) } \text{ح ن} = 27 + 5 - (1-n)$$

$$\text{ج) } \text{ح ن} = 3 \times 2^{1-n}$$

$$\text{د) } \text{ح ن} = 3^n$$

السؤال الثاني

$$\text{أ) } 10, 5, 0, 5, 10$$

$$\text{ب) } 1, \frac{1}{25}, \frac{1}{5}, 1, 5, 25$$

$$\text{ج) } 12, 36, 108, 324, 972$$

السؤال الثالث

أ) المتسلسلة حسابية

$$\text{ج ن} = \frac{n}{2} (12 + (1-n))$$

$$= \frac{45}{2} (2 + 2 \times 44) =$$

$$2025 =$$

ب) هندسية اساسها $\frac{4}{3}$ لكنها غير منتهية ، لا يمكن جمع حدودها

$$\text{ج) } \text{هندسية منتهية } 1 = \text{ر} = 2$$

$$\text{ج ٨} = \frac{1 - (2^{-1})^8}{2^{-1} - 1} = 255$$

$$\text{د) } \text{هندسية غير منتهية اساسها } \frac{1}{2} , \text{ ج} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - 1} = 1$$

السؤال الرابع

المتتالية الحسابية : 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، 10

المتتالية الهندسية : 2 ، 4 ، 8 ، 16 ، 32

السؤال الخامس

أ $٥٧ =$ ح $٣٧ = ٥٧ + ٤٤$ ، ومنها د $٥ =$
المتتالية هي : ٥٧ ، ٥٢ ، ٤٧ ، ٤٢ ، ٣٧

السؤال السادس

أ $١٢٨ =$ ح $١٢٨ \times ٢ = ٨$ ، ومنها ر $\frac{١}{٢} =$
المتتالية هي : ١٢٨ ، ٦٤ ، ٣٢ ، ١٦ ، ٨

السؤال السابع

$$\frac{٤١}{٩٩} = \frac{٤١}{٩٩}$$

السؤال الثامن

أ $٥٠٠٠ = ٤٠٠٠ + ١٠٠ (١-ن)$
ن = ١١ سنة

ب $٥٠٠٠ ن = \frac{ن}{٢} (٨٠٠٠ + ١٠٠ (١-ن))$

$$٥٠٠٠ ن = ٤٠٠٠ ن + ٥٠ (١-ن)$$

$$١٠٠٠ ن = ٥٠ ن - ٥٠$$

$$١٠٠٠ ن = ٥٠ ن - ٥٠$$

$$٥٠ ن = (٢١ - ن) ٥٠$$

$$ن = ٢١ سنة$$

السؤال التاسع

م $١٠٠٠ =$ ن $٥ =$ ف $٣\% =$

ح $١٠٣٠ = (١٠٠) \frac{٣}{١٠٠} + ١٠٠٠ =$

ح $١٠٣٠ \times (١,٠٣) =$

السؤال العاشر

ح $٢٥٥٠٠٠ = (٢٥٠٠٠٠) \frac{٢}{١٠٠} + ٢٥٠٠٠٠ =$

ح $٢٥٥٠٠٠ \times (١,٠٢) =$

السؤال الحادي عشر

$$١٧٦٠٠ = ٢٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} - ٢٠٠٠٠ = \text{ح}$$

$$\text{ح} = \left(\frac{٨٨}{١٠٠} \right) \times ١٧٦٠٠ = \text{هـ}$$

السؤال الثاني عشر

(متتالية هندسية)

$$\text{ح} = ١٤ \times ٢^٦ = ٨٩٦$$

السؤال الثالث عشر

متتالية حسابية

$$٦ = أ + (١ - ن)$$

$$٦ = ١٢ - \frac{٣}{٤} (١ - ن)$$

$$٩ = ن$$

نهاية اليوم الثامن تبقى نصف الكمية

السؤال الرابع عشر

المتتالية : ٤٨ ، ٤٦ ، ٤٤ ، ...

$$\frac{ن}{٢} = ٤٩٠ - (٢ \times ٤٨ + (١ - ن) \times ٢)$$

$$٠ = ٤٩٠ - ٩٦ + ٢ن$$

ن = ١٤ ، ٣٥ (تُهمل لان المبلغ يصبح سالب)

السؤال الخامس عشر

(١) د

(٢) د

(٣) ج

(٤) د

(٥) ج

(٦) ب