# مراجعة الوحدة 11 مقاييس إحصائية

## أولا : مقاييس التمركز : وهي المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال

### A) المتوسط الحسابي :

**المتوسط الحسابي : هو مجموع البيانات مقسوما على عدد البيانات .**

**مثال : اوجد المتوسط الحسابي للبيانات في الجدول :**

| الحد الاقصى للسرعات |
|---|
| 40 38 |
| 40 37 |
| 33 |
| 20 24 21 |
| 17 19 |
| 30 |

$$\frac{40 + 38 + 40 + 37 + 33 + 20 + 24 + 21 + 17 + 19 + 30}{11} = 29$$

**إيجاد القيمة المجهولة إذا علم المتوسط**

**(المتوسط الحسابي x عدد القيم ) – مجموع القيم المعطاة**

**مثال : تعمل بثينة جليسة أطفال تسع مرات وتكسب , 18AED , 80AED , 16EAED , 20AED 12AED , 10AED , 20AED , 15 AED مقابل ثمان مهام كجليسة أطفال . فكم كسبت في المرة التاسعة اذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات هو 24 AED ؟**

**الحل :**

$$(24 \times 9) - (10 + 12 + 20 + 16 + 80 + 18 + 15 + 20) = 25$$

## B ) الوسيط والمنوال :

**الوسيط : يمثل القيمة التي تظهر في مركز او منتصف البيانات بعد ترتيبها**

**المنوال : هي القيمة الأكثر تكرارا .**

**مثال 1 : أوجد الوسيط والمنوال للبيانات الموضحة في الجدول :**

| الحد الاقصى للسرعات |
|---|
| 40 38 |
| 24 37 |
| 33 |
| 20 40 21 |
| 17 19 |
| 30 |

← **تذكر ( يجب أولا ترتيب البيانات من الاصغر الى الاكبر لايجاد الوسيط )**

**17, 19, 20, 21, 24, 30, 33, 37, 38, 40, 40**

**الوسيط = 30** **المنوال = 40**

← **( اذا كان عدد القيم يمثل عددا زوجي فيكون الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين المتوسطتين القيم )**

**مثال 2: أوجد الوسيط والمنوال للقيم الآتية ( 22 , 30 , 27 , 22 , 25 , 22 )**

← **أولا ترتيب القيم من الأصغر إلى الأكبر 22 , 22 , 22 , 25 , 27 , 30**

← **فيكون الوسيط هو** $\frac{22 + 25}{2} = 23.5$

← **أما المنوال وهو 22 وهي القيمة الأكثر تكرارا بين القيم**

## ثالثا : مقاييس التباين

مقاييس التباين تتمثل بـ ( المدى / الربيع الاول $Q_1$ / الربيع الثالث $Q_3$ / المدى الربيعي IQR )

المدى هو : الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة

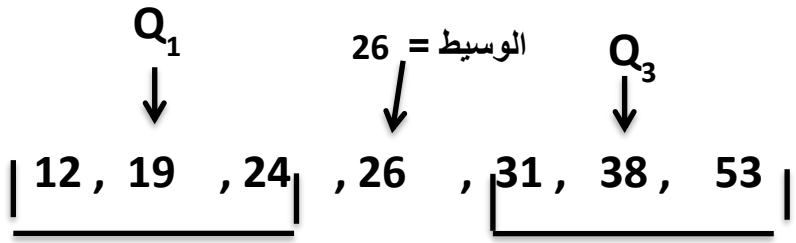
الربيع الاول $Q_1$ : هو وسيط قيم البيانات الاقل من الوسيط

الربيع الثالث $Q_3$ : هو وسيط قيم البيانات الاكبر من الوسيط

المدى الربيعي IQR : الفرق بين الربيعين الاول والثالث في مجموعة بيانات Q3 – Q1

مثال : أوجد مقاييس التباين لمجوعة البيانات 24 , 53 , 38 , 12 , 31 , 19 , 26

أولا يجب ترتيب البيانات من الأصغر إلى الأكبر 12 , 19 , 24 , 26 , 31 , 38 , 53




قيم البيانات الأقل من الوسيط ووسيطها هو 19/ $Q_1$

قيم البيانات الأكبر من الوسيط ووسيطها هو 38/ $Q_2$

المدى : أكبر قيمة – أصغر قيمة / 53 - 12 = 41

الربيع الاول $Q_1$ = 19

الربيع الثالث $Q_3$ = 38

المدى الربعي = Q3 – Q1 / 38 – 19 = 19

## القيمة المتطرفة أو القيم المتطرفة :

**هي قيمة تكون اما اكبر كثيرا او اقل كثيرا عن القيم الاخرى في مجموعة البيانات .**

**ملحوظة لتحديد ما إذا كانت القيمة متطرفة أم لا :**

**القيمة المتطرفة اليسرى تكون أقل من ناتج ( Q1 - 1.5 X IQR) ( الربيع الأول - 1.5 X المدى الربعي )**

**القيمة المتطرفة اليمنى تكون أكبر من ناتج ( Q3 + 1.5 X IQR ) ( الربيع الثالث + 1.5 X المدى الربعي )**

**مثال 1: أوجد القيمة المتطرفة لمجموعة القيم الآتية : ( 30 , 200 , 20 , 50 , 35 , 30 , 70)**

**الترتيب** 20 , 30 , 30 , 35 , 50 , 70 , 200

**الحل : بالملاحظة المباشرة نلاحظ أن 200 قيمة متطرفة من جهة اليمين عن باقي القيم ولا توجد قيم متطرفة جهة اليسار .**

**مثال 2: أوجد القيمة المتطرفة لمجموعة القيم الآتية : ( 7.6 , 9 , 9.5 , 7.7 , 7.5 , 11 , 8.9)**

**الترتيب** 7.5 , 7.7 , 7.6 , 8.9 , 9 , 9.5 , 11

**الحل : بالملاحظة المباشرة نلاحظ أنه لا توجد قيم متطرفة من جهة اليمين أو من جهة اليسار**

**مثال 3: أوجد القيمة المتطرفة لمجموعة القيم الآتية : ( 72 , 23 , 63 , 57 , 55 , 49 , 48)**

**الترتيب** 23 , 48 , 49 , 55 , 57 , 63 , 72

**الحل :**

❖ **لكي نستطيع أن نحدد ما اذا كانت القيمة ( 23 ) قيمة متطرفة من جهة اليسار أم لا**

$Q_1$ ↓ $Q_3$ ↓

23 , 48 , 49 , 55 , 57 , 63 , 72

**الربيع الأول $Q_1 = 48$ الربيع الثالث $Q_3 = 63$**

**المدى الربعي IQR : $63 - 48 = 15$**

**إذا القيمة المتطرفة اليسرى تكون أقل من $48 - (1.5 \times 15) = 25.5$**

**إذا بما أن 23 أقل من 25.5 إذا فهي قيمة متطرفة**

❖ **لكي نستطيع أن نحدد ما اذا كانت القيمة (72 ) قيمة متطرفة من جهة اليمين أم لا**

**إذا القيمة المتطرفة اليمنى تكون أكبر من $63 + (1.5 \times 15) = 85.5$**

**إذا بما أن 72 ليست أكبر من 85.5 إذا فهي ليست قيمة متطرفة**

## رابعا : متوسط الانحراف المطلق :

متوسط الانحراف المطلق هو متوسط المسافة بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لجميع القيم

**تذكر : عند مقارنة متوسط الانحراف المطلق لمجموعتين يكون متوسط الانحراف المطلق الاقل هو الافضل لان البيانات تكون قريبة من بعضها ؟**

| الحد الاقصى للسرعات |
|---|
| 60 40 88 58 |
| 48 80 60 72 |

**مثال : أوجد متوسط الانحراف المطلق لمجموعة القيم**

**أولا نوجد المتوسط الحسابي للقيم :**

$$\frac{40 + 48 + 58 + 60 + 66 + 72 + 80 + 88}{8} = 64$$

**ثانيا: نوجد انحراف القيم عن المتوسط كما في الجدول المقابل :**

| |
|---|
| 64 – 40 = 24 |
| 64 – 48 = 16 |
| 64 – 58 = 6 |
| 64 – 60 = 4 |
| 66 – 64 = 2 |
| 72 – 64 = 8 |
| 80 – 64 = 16 |
| 88 – 64 = 24 |

$$\text{متوسط الانحراف المطلق} = \frac{\text{مجموع الانحرافات عن المتوسط}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\frac{24 + 16 + 6 + 4 + 2 + 8 + 16 + 24}{8} = 12.5$$

**اذا متوسط الانحراف المطلق هو 12.5 وهذا يعني أن متوسط بعد كل قيمة من البيانات عن المتوسط الحسابي يساوي 12.5**

## خامسا : المقاييس الأكثر ملائمة :

**أولا: عندما لا تشتمل البيانات على قيم قصوى أو متطرفة يفضل حساب المتوسط الحسابي**

**ثانيا : عندما تشتمل البيانات على قيم قصوى أو متطرفة أو لا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات يفضل في هذه الحالة حساب الوسيط**

**ثالثا : عندما تشتمل البيانات على قيم مكررة يفضل حساب المنوال**

**مثال 1: أوجد المقياس الأفضل استخداما لمجموعة البيانات :**

| عدد الاغاني |
|---|
| 2 |
| 4 |
| 6 |
| 12 |
| 8 |
| 0 |
| 10 |

**نظرا لان مجموعة البيانات لا تشتمل على قيم قصوى أو اعداد مكررة يكون المتوسط الحسابي هو الافضل في تمثيل البيانات .**

$$\text{المتوسط الحسابي } 6 = \frac{0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12}{7}$$

**مثال2 : أوجد المقياس الأفضل استخداما لمجموعة البيانات : 82 , 78 , 82 , 81 , 82 , 85 , 82**

**توجد درجة مكررة أربع مرات اذا المنوال هو مقياس التمركز الافضل لتمثيل البيانات .**

**إذا المنوال هو 82**

**مثال 3 : أوجد المقياس الأفضل استخداما لمجموعة البيانات : 20 , 70 , 30 , 200 , 50 , 30, 35**

**بما أن القيم تحتوي على قيمة قصوى فيكون المقياس المناسب هو حساب الوسيط**

**20 , 30 , 30 , 35 , 50 , 70 , 200**

**إذا الوسيط هو 35**

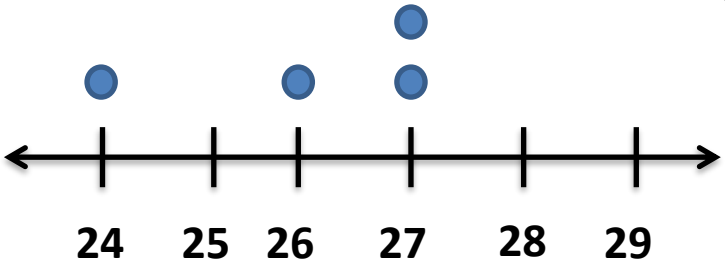
1- يوضح الجدول عدد الأقراص المدمجة التي اشتراها مجموعة من الاصدقاء .احسب المتوسط الحسابي للاقراص المدمجة التي اشترتها المجموعة ؟

| عدد الأقراص المدمجة التي تم شرائها |
|---|
| 3 4 6 0 2 |

a) 3 b) 5

c) 4 d) 6

2- أوجد المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات التالية :




a) 26 b) 25

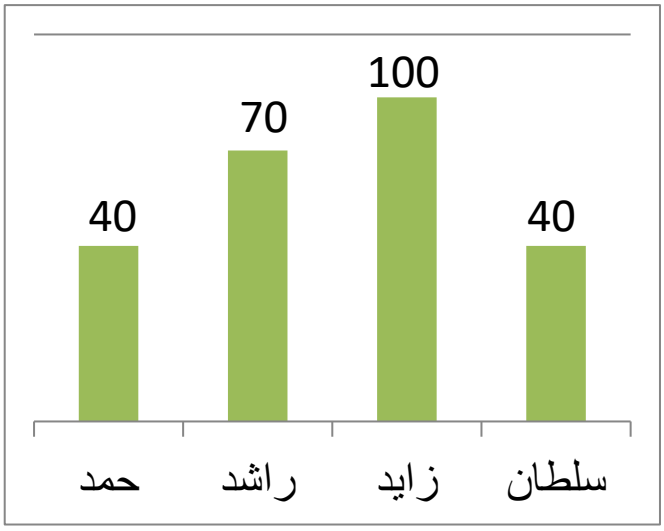
c) 27 d) 23

3- أوجد المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات التالية 5 , 7 , 8 , 7 , 7 , 8 :

a) 7 b) 9

c) 8 d) 5

4- أوجد المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات التالية :




a) 62.4 b) 52.5

c) 62.5 d) 40

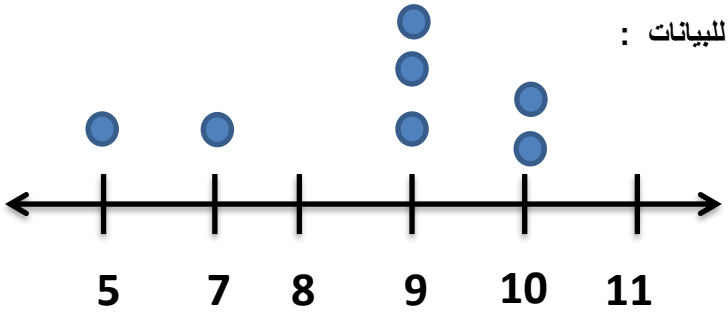
5- ما الوسيط لمجموعة البيانات التالية ( 8, 6, 1, 10, 16 ) :

a) 6 b) 10 c) 1 d) 8

6- ما الوسيط لمجموعة البيانات التالية ( 12, 100, 9, 0, 3, 3 ) :

a) 3 b) 9 c) 6 d) 4.5

7- من خلال مخطط النقاط المجمعة أوجد الوسيط للبيانات :




a) 10 b) 7

c) 9 d) 5

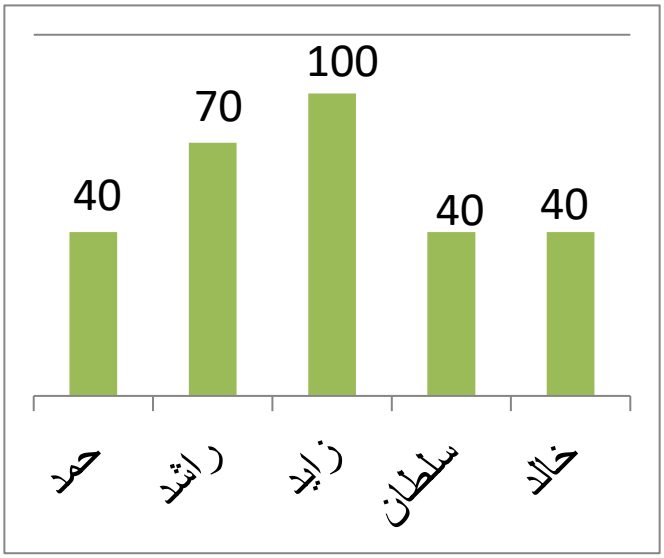
8- يوضح الجدول عدد الأقراص المدمجة التي اشتراها مجموعة من الاصدقاء . أوجد الوسيط لهذه البيانات ؟

| عدد الأقراص المدمجة التي تم شرائها | | |
|---|---|---|
| 23 | 44 | 22 |
| 44 | 15 | |

a) 23 b) 22

c) 44 d) 15

9- أوجد الوسيط لمجموعة البيانات التالية :




a) 40 b) 70

c) 100 d) 20

انتبه أن الوسيط ليس 100 , يجب ترتيب البيانات أولا من الأصغر إلى الأكبر فبذلك يكون الوسيط 40

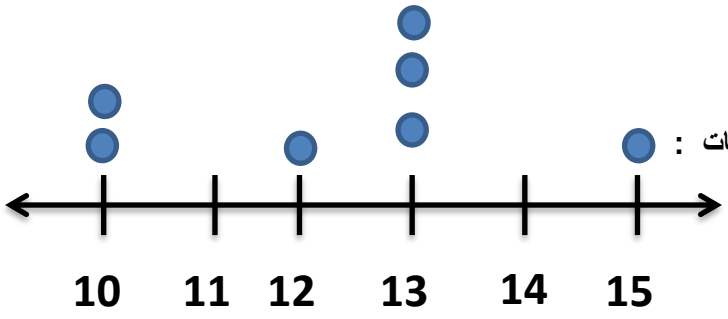
10- ما المنوال لمجموعة البيانات التالية ( 8, 9, 8, 7, 1 ):

a) 1 b) 8 c) 9 d) 7

11- ما المنوال لمجموعة البيانات التالية ( 4, 9, 9, 4, 2 ) :

a) 4 b) 9 c) 2 d) a + b

12- من خلال مخطط النقاط المجمعة أوجد منوال البيانات :




a) 13 b) 10

c) 12 d) 15

تذكر أن المنوال القيمة الأكثر تكرارا

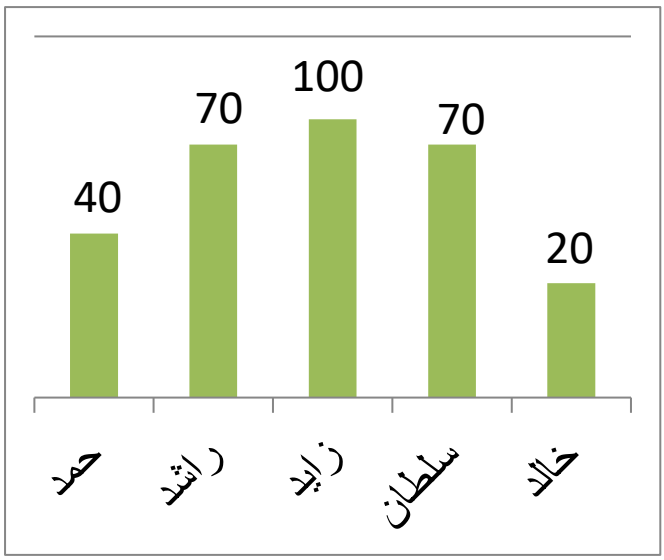
13- يوضح الجدول عدد الأقراص المدمجة التي اشتراها مجموعة من الاصدقاء . أوجد المنوال لهذه البيانات :

| عدد الأقراص المدمجة التي تم شرائها |
|---|
| 18 20 18 22 |
| 18 19 11 |

a) 19 b) 18

c) 22 d) 20

14- أوجد المنوال لمجموعة البيانات التالية :




a) 40 b) 70

c) 100 d) 20

انتبه أن المنوال ليس 100 , فالمنوال هو القيمة الأكثر تكرارا وهي 70

15- عدد الدقائق التي قضتها هند في التحدث في هاتفها الخلوي كل شهر على مدار الأشهر الخمسة الماضية كانت 494 , 502 , 486 , 690 , 478 لنفترض أن المتوسط الحسابي الخاص بستة أشهر هو 532 دقيقة . فكم عدد الدقائق التي قطتها في التحدث في هاتفها الخلوي أثناء الشهر السادس ؟

a) 544 b) 542 c) 543 d) 541

16- أحرز فريق الأبطال مرات الفوز خلال 5 دورات وكانت 31 , 50 , 31 , 42 , 38 لنفترض أن المتوسط الحسابي لستة دورات هو 40 . فكم عدد مرات الفوز في الدورة السادسة ؟

a) 40 b) 31 c) 48 d) 24

17- يوضح الجدول الأعماق الأكبر لأربعة من بين خمسة محيطات على مستوى العالم . اذا كان متوسط الأعماق الأكبر هو 8.094 كيلو متر . فما أكبر عمق للمحيط الجنوبي ؟

| المحيط | أكبر عمق |
|---|---|
| الهادي | 10.92 |
| الأطلنطي | 9.22 |
| الهندي | 7.46 |
| الشمالي | 5.63 |
| الجنوبي | ؟ |

a) 7.24 b) 7.23

c) 7.22 d) 7.25

18- يوضح الجدول عدد القرود الموجودة في إحدى عشر حديقة حيوان مختلفة . احسب الوسيط والمنوال للبيانات ؟

| عدد القرود |
|---|
| 44 12 25 18 36 28 30 16 34 42 18 |

a) الوسيط 28 والمنوال 18

b) الوسيط 18والمنوال 28

c) الوسيط 25 والمنوال 18

d) الوسيط 28 والمنوال 44

19- من خلال الجدول وضح درجات الحرارة العظمى اليومية مستخدما مقاييس التمركز ؟

| درجة الحرارة العظمى اليومية |
| --- |
| 35 37 43 42 |
| 41 34 41 |

a) المتوسط 39 والوسيط 41 والمنوال 41

b) المتوسط 39 والوسيط 41 والمنوال 42

c) المتوسط 39 والوسيط 42 والمنوال 41

d) المتوسط 39 والوسيط 43 والمنوال 43

20- قارن بين الوسيط والمنوال لمجموعة البيانات التالية لمختلف أعمار الموظفين 44 , 44 , 15 , 22 , 23

a) المنوال أكبر من الوسيط بـ 21 عاما

b) الوسيط أكبر من المنوال بـ 21 عاما

c) المنوال أصغر من الوسيط بـ 21 عاما

d) الوسيط أصغر من المنوال بـ 21 عاما

21- متوسط القيم التي تقل عن المتوسط الأصلي تسمى :

a) متوسط الانحراف المطلق

b) الوسيط

c) الربيع الاول

d) الربيع الثالث

**22- الفرق بين الربيع الاول والربيع الثالث يسمى :**

**a) المدى**

**b) الوسيط**

**c) المدى الربيعي**

**d) المتوسط**

**23- الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة بيانات تسمى :**

**a) المدى**

**b) الوسيط**

**c) المدى الربيعي**

**d) المتوسط**

**24- أحد المقاييس الآتية يتأثر بالقيم المتطرفة :**

**a) الوسيط**

**b) المتوسط الحسابي**

**c) المنوال**

**d) a , c**

25- أحد المقاييس الآتية لا يتأثر بالقيم المتطرفة :

a) المتوسط الحسابي

b) الوسيط

c) المنوال

d) b , c

26- اذا كان المنوال للقيم 4, 3, 4, 5, 3, x هو 3 فما قيمة x :

a) 3 b) 4 c) 5 d) 2

27- اذا كان المتوسط الحسابي لخمسة قيم هو 10 فان مجموع هذه القيم هو :

a) 2 b) 12 c) 50 d) 5

28- اذا كان مجموع خمسة قيم هو 35 فان المتوسط الحسابي لهذه القيم هو :

a) 5 b) 7 c) 30 d) 175

29- حصل أحمد على الدرجات التالية في اربع اختبارات 98, 89, 87, 88 واراد أن يكون مستواه 92% فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الخامس ؟

a) 89 b) 98 c) 90 d) 95

30- الربيع الأول $Q_1$ في مجموعة البيانات 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8 هو :

a) 2.5 b) 1 c) 1.5 d) 2

31- الربيع الثالث $Q_3$ في مجموعة البيانات 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8 هو :

a) 7 b) 1 c) 6.5 d) 5.5

32- أوجد القيم المتطرفة في مجموعة البيانات التالية إن وجدت 175 , 325 , 325 , 350 , 350 , 350 , 400 , 450

a) 450

b) لا يوجد

c) 175

d) 350

33- أوجد القيم المتطرفة في مجموعة البيانات التالية إن وجدت 71 , 45 , 41 , 33 , 30 , 6

a) لا يوجد

b) 6

c) 71

d) b , c

34- حدد أي قيم متطرفة في البيانات :

| درجة الحرارة العظمى اليومية |
| --- |
| 8.9 7.5 9.5 9 |
| 11 7.7 7.6 |

a) 11

b) لا يوجد

c) 9

d) 9.5

35- يوضح الجدول عدد الميداليات التي فاز بها نادي رياضي . ما مقاييس التمركز الأفضل في تمثيل البيانات ؟

| العام | عدد الميداليات |
|---|---|
| 1992 | 112 |
| 1996 | 101 |
| 2000 | 97 |
| 2004 | 103 |
| 2008 | 110 |

a) المتوسط الحسابي

b) الوسيط

c) المنوال

d) b , c

36- يوضح الجدول درجة الحرارة العظمى . ما مقاييس التمركز الأفضل في تمثيل البيانات :

| درجة الحرارة العظمى اليومية |
|---|
| 42 32 42 40 |
| 42 36 42 |

a) المتوسط الحسابي

b) المنوال

c) الوسيط

d) لايوجد

**37- يوضح الجدول الاغاني التي تم تنزيلها في الشهر . ما مقاييس التمركز الافضل في تمثيل البيانات :**

| عدد الاغاني |
|---|
| 8 |
| 12 |
| 4 |
| 2 |
| 10 |
| 0 |

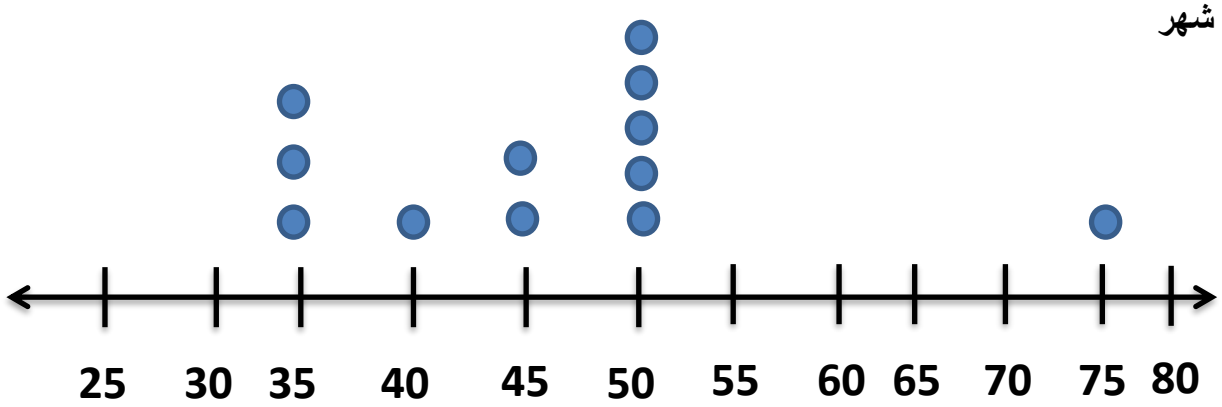
**a) المتوسط الحسابي**

**b) الوسيط**

**c) المنوال**

**d) A , B**

يوضح مخطط النقاط المجمعة المبلغ الذي قام يوسف بادخاره في حساب التوفير الخاص به كل شهر




38- المتوسط الحسابي هو :

a) 47.5 b) 45 c) 46.7 d) 49

39- المنوال هو :

a) 75 b) 50 c) 35 d) 40

40- الوسيط هو :

a) 45 b) 50 c) 47.5 d) 40

41- الربيع الاول $Q_1$ هو :

a) 35 b) 37.5 c) 40 d) 50

42- الربيع الثالث $Q_3$ هو :

a) 35 b) 37.5 c) 40 d) 50

43- المدى هو :

a) 55 b) 40 c) 50 d) 75

44- المدى الربعي هو :

a) 12.5 b) 25 c) 35 d) 15.5

45- القيم المتطرفة هي :

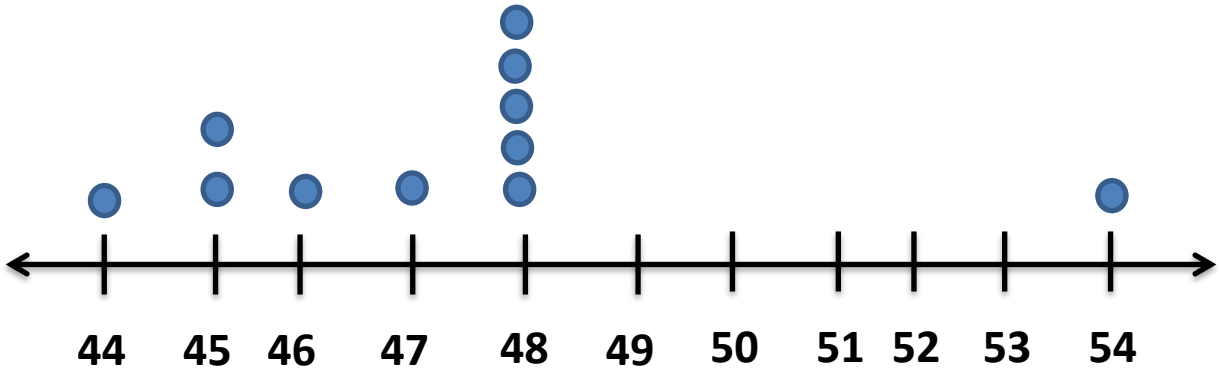
a) 75

b) 50

c) لا يوجد

d) 35

**أجب عن الأسئلة الآتية من خلال مخطط النقاط المجمعة :**




1- **المتوسط الحسابي :**

.....

2- **المنوال :**

.....

3- **الوسيط :**

.....

4- **الربيع الاول Q1 :**

.....

5- **الربيع الثالث :**

.....

6- **المدى الربعي IQR :**

.....

7- **المدى :**

.....

8- **القيم المتطرفة :**

.....

صف درجات الحرارة العظمى اليومية مستخدما مقاييس التمركز :

| درجات الحرارة العظمى |
| --- |
| 36 31 35 34 |
| 23 24 31 |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

إذا كان لعدد 99 طالب متوسط حسابي لدرجات اختبار قدره 82 . فما مدى الزيادة التي سيزيدها المتوسط الحسابي الخاص بدرجات الاختبار إذا ما أضفنا درجة طالب واحدة قدرها 99 ؟

.....

.....

.....

.....

.....

**صل بين المفهوم والوصف المناسب :**

| | |
|---|---|
| مقاييس التمركز | |
| المتوسط الحسابي | القيمة التي تظهر في مركز البيانات أو المتوسط الحسابي الخاص بقيمتين مركزيتين |
| الوسيط | الأعداد المستخدمة في وصف مركز البيانات |
| المنوال | العدد أو الأعداد التي تظهر بشكل أكبر في مجموعة البيانات |

**يوضح الجدول الدول التي تشمل على معظم مستخدمي الانترنت**

| الملايين من مستخدمي الانترنت | |
|---|---|
| الصين | 99.8 |
| المانيا | 41.88 |
| الهند | 36.97 |
| اليابان | 78.05 |
| كوريا الجنوبية | 31.67 |
| المملكة المتحدة | 33.11 |
| الولايات المتحدة | 185.55 |

**1- أوجد مدى البيانات**

.....

**2- أوجد الوسيط**

.....

.....

**3- أوجد الربيع الاول $Q_1$ والربيع الثالث $Q_3$**

.....

.....

**4- أوجد المدى الربعي**

.....

**5- أذكر اية قيم متطرفة**

.....

**حدد مقاييس التباين للبيانات : ( 56 , 71 , 57 , 58 , 60 , 59 , 67 , 62 , 64 , 61 )**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**لمجموعة البيانات أوجد كل مما يلي :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 24 | 53 | 38 | 12 |
| | 31 | 19 | 26 |

**الوسيط :**

.....

.....

**الربيع الأول والربيع الثالث :**

.....

.....

.....

**المدى الربعي :**

.....

.....

**المدى :**

.....

**اوجد متوسط الانحراف المطلق لمجوعة البيانات قرب الى أقرب جزء من المئة إذا لزم الامر ثم صف ما الذي يمثله متوسط الانحراف المطلق ؟**

| اسعار الكاميرات الرقمية AED | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 156 | 148 | 190 | 125 | 140 | 224 | 196 | 188 | 178 | 212 |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**يوضح الجدول درجات الحرارة العظمى لستة أيام . إذا كانت درجة الحرارة العظمى لليوم السابع هي 21 . كيف يتغير متسوط الانحراف المطلق ؟**

| درجة الحرارة العظمى | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 26 | 29 | 28 | 32 | 18 | 35 |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

يوضح الجدول أعمار المشاركين في سباق تتابع . أوجد كل ما يلي :

| أعمار المشاركين | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 12 | 15 | 14 | 13 |
| 15 | 22 | 16 | 12 | |

**حدد القيمة المتطرفة :**

.....

.....

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال مع وجود القيمة المتطرقة :**

.....

.....

.....

.....

.....

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال بدون وجود القيمة المتطرقة :**

.....

.....

.....

.....

.....

**حدد كيفية تأثر القيمة المتطرفة على المتوسط الحسابي و الوسيط والمنوال**

.....

.....

**أذكر مقاييس التمركز الأفضل في وصف البيانات مع وجود القيمة المتطرفة وبدونها ؟**

.....