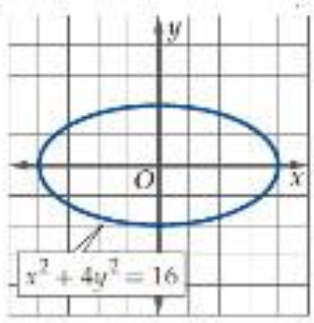
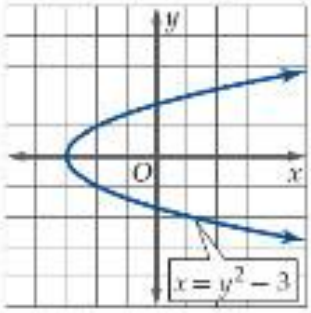
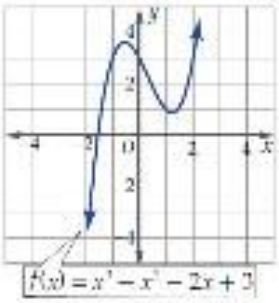
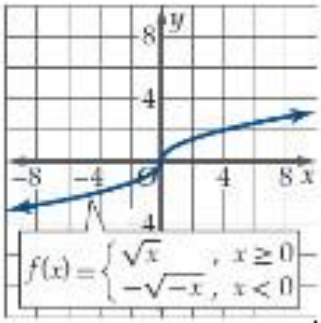
اختبار الخط الرأسي و **اختبار الخط الأفقي**

أكمل الجدول بكتابة دالة او ليست دالة

			
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

العلاقة الأصلية	.....
العلاقة المعكوس	.....

ارسم الدالة العكسية لكل ماياتي:

f(x)=x-4

1

f(x)=-(x-4)/2

2

محمد فياض

خطوات إيجاد الدالة العكسية

الخطوة 1: أعد كتابة الدالة كمعادلة بدلالة المتغيرين x, y

الخطوة 2: بدّل بين كلٍّ من المتغير x والمتغير y في المعادلة

الخطوة 3: حل المعادلة بالنسبة للمتغير y.

الخطوة 4: ضع $f^{-1}(x)$ بدلًا من المتغير y، إذا كان المعكوس دالةً.

أوجد معكوس كلٍّ من الدوال الآتية

1 $g(x) = 4x - 6$

2 $f(x) = x + 2$

3 $f(x) = -3x$

محمد فياض

4 $h(x) = \frac{x-4}{3}$

5 $h(x) = x^2 - 3$

مفهوم أساسي — الدالة العكسية

التعبير اللفظي: تكون كلٌ من الدالتين f, g دالة عكسيةً للأخرى، إذا وفقط إذا كان تركيب كلٌ منهما يساوي الدالة المحايدة $I(x) = (x)$.

الرموز: الدالتان $f(x), g(x)$ كلٌ منهما تمثل دالة عكسية للأخرى، إذا وفقط إذا كان $[g \circ f](x) = [f \circ g](x) = x$.

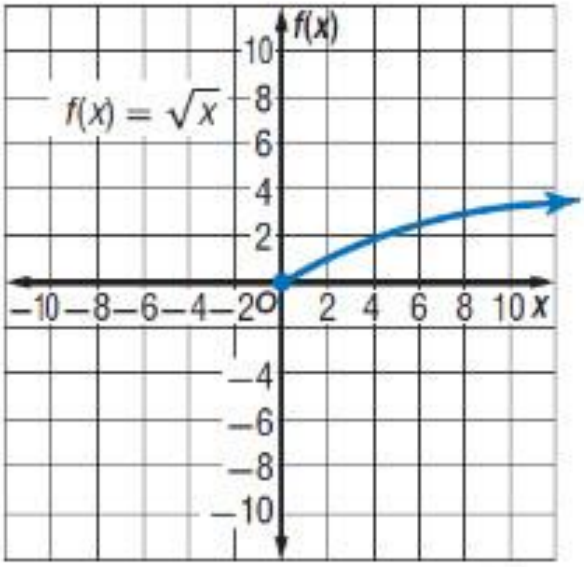
في كلٍّ زوجٍ ممَّا يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا؟ ووضِّح إجابتك.

a) $f(x) = 3x + 9 \, , g(x) = \frac{1}{3}x - 3$

b) $f(x) = 4x^2, g(x) = 2\sqrt{x}$

الدالة الرئيسة (الأم) لدوال الجذر التربيعي

$$f(x) = \sqrt{x}$$



المجال.....

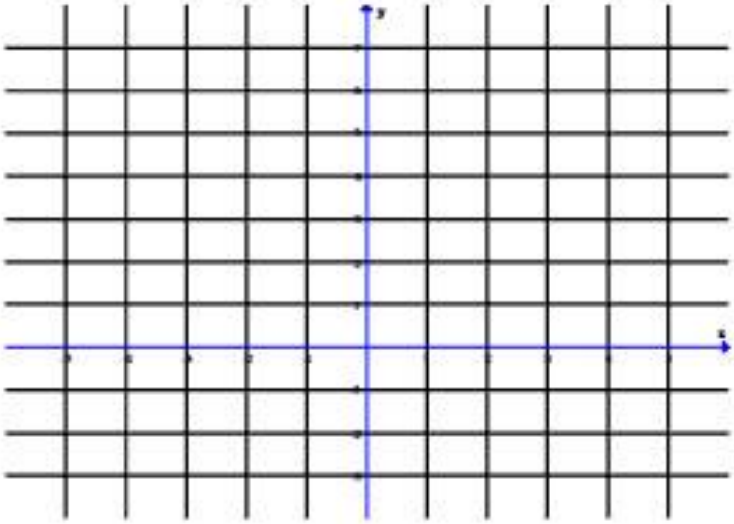
المدي.....

الاصفار.....

مقطع y.....

مثّل كلَّ دالة مما يأتي بيانيًا، وحدِّد مجالها ومداها:

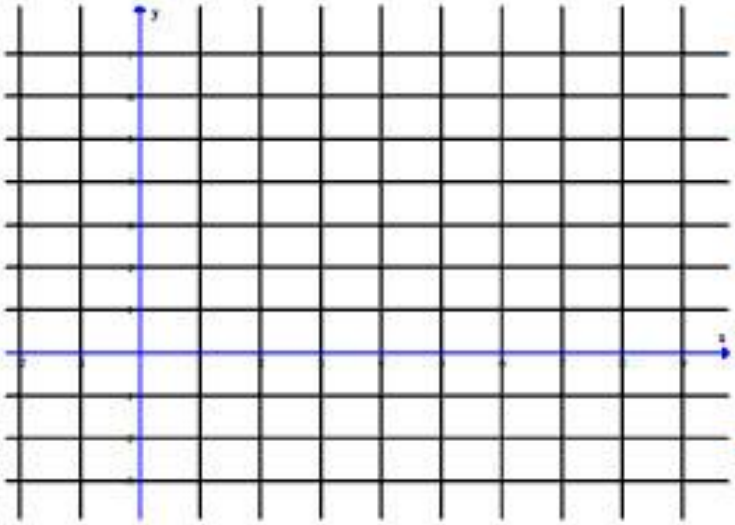
1) $f(x) = \sqrt{x+4}$



x				
y				

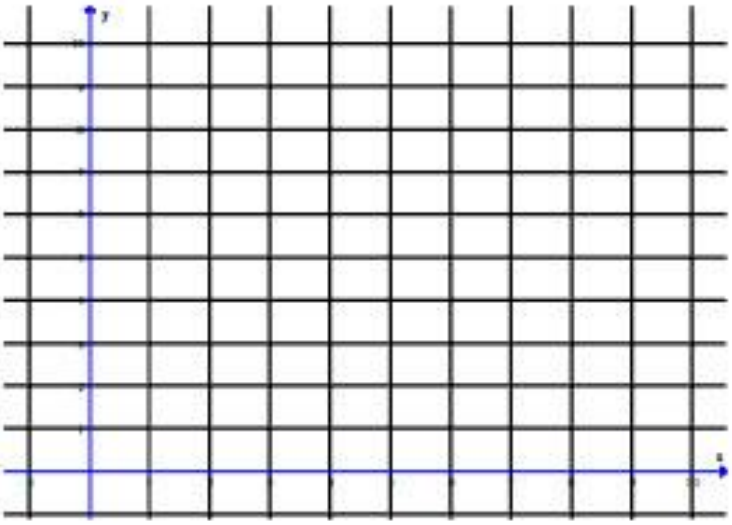
محمد فياض

$f(x) = \sqrt{x-3}$ (2)



x				
y				

$y = \sqrt{x-2} + 5$ (3)

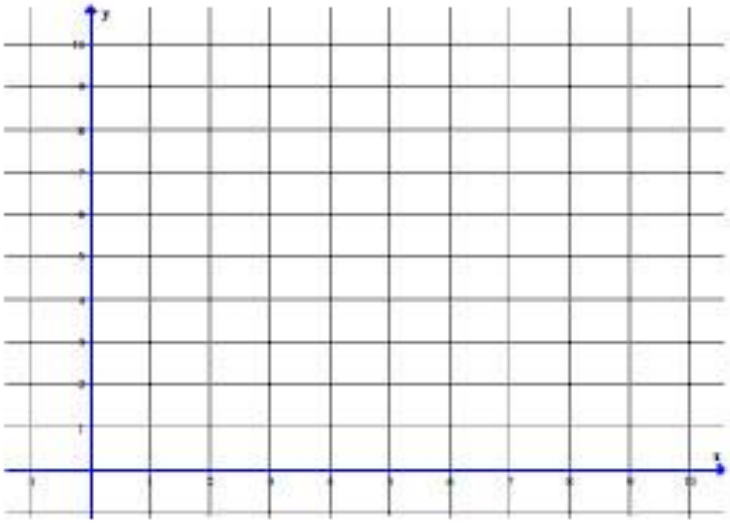


x				
y				

محمد فياض

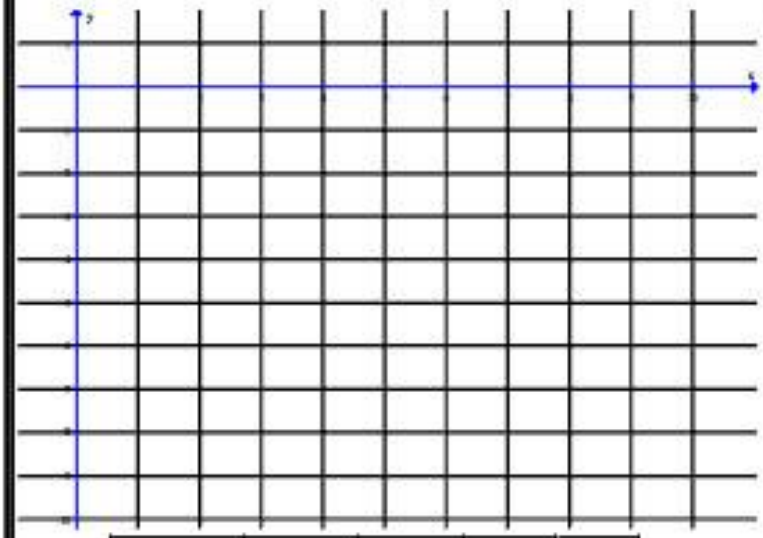
متباينات الجذر التربيعي

$$f(x) \geq \sqrt{x} + 4$$



x				
y				

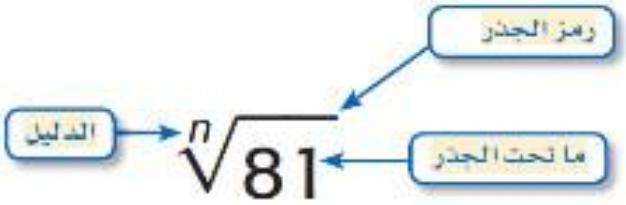
مثّل المتباينة $y < \sqrt{x-4} - 6$ بيانيًّا



x				
y				

الجذر النوني

$\sqrt[n]{\quad}$



مفهوم أساسي — الجذر النوني الحقيقي

ليكن n عددًا صحيحًا أكبر من 1، و a عددًا حقيقيًّا.

a	n عدد زوجي	n عدد فردي
$a > 0$	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وجذر حقيقي سالب وحيد: $\pm\sqrt[n]{a}$، الجذر الموجب هو الجذر الرئيس	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وليس هناك جذر حقيقي سالب: $\sqrt[n]{a}$.
$a < 0$	ليس هناك جذور حقيقية.	ليس هناك جذور حقيقية موجبة. وهناك فقط جذر حقيقي سالب وحيد: $\sqrt[n]{a}$
$a = 0$	هناك فقط جذر حقيقي: $\sqrt[n]{0} = 0$	

بسِّط كلًّا ممّا يأتي:

1) $\pm\sqrt{100y^8}$

2) $-\sqrt{49u^8v^{12}}$

3) $\sqrt{(y-6)^8}$

4) $\sqrt[4]{16g^{16}h^{24}}$

5) $\sqrt[3]{-125}$

6) $\sqrt[6]{64(2y+1)^{18}}$

محمد فياض

العمليات على العبارات الجذرية
Operations with Radical Expressions

مفهوم أساسي — **خاصية ضرب الجذور**

التعبير اللفظي: لأيّ عددين حقيقيين a, b ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$، إذا كانت n عددًا زوجيًا وكان a, b عددين غير سالبين أو إذا كان n عددًا فرديًا.

مثالان: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$ $\qquad$ $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} =$

مفهوم أساسي — **خاصية قسمة الجذور**

التعبير اللفظي: لأيّ عددين حقيقيين a, b، حيث $b \neq 0$ ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$، إذا كانت جميع الجذور معرّفة.

مثالان: $\sqrt{\frac{27}{4}} =$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} =$

مفهوم أساسي — **تبسيط العبارات الجذرية**

تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت جميع الشروط الآتية:

- إذا كان دليل الجذر n أصغر ما يمكن.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تُكتب على صورة قوى نونية لعدد صحيح أو لكثيرة حدود.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر كسورًا.
- إذا لم توجد جذور في المقام.

الجذور المتشابه يمكن جمعها وطرحها

متشابهان: $\sqrt{3b}$ و $4\sqrt{3b}$ $\qquad$ غير متشابهين: $\sqrt{3b}$ و $\sqrt[3]{3b}$ $\qquad$ غير متشابهين: $\sqrt{2b}$ و $\sqrt{3b}$

المرافق

تعتبر كلٌّ من ثنائيتي الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b} - c\sqrt{d}, a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ حيث a, b, c, d أعداد نسبية مرافقة للأخرى. ويمكنك استعمال **المرافق** لإنطاق المقام.

بسّط كلًّا مما يأتي:

1) $\sqrt{32x^8}$

2) $\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}}$

3) $5\sqrt[3]{-12ab^4} \cdot 3\sqrt[3]{18a^2b^2}$

4) $2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2}$

5) $\sqrt{\frac{x^6}{y^7}}$

محمد فياض

6 $5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128}$

7 $3\sqrt{90} + 4\sqrt{20} + \sqrt{162}$

8 $.(4\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 6)$

9 $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(4\sqrt{6} + 3\sqrt{12})$

اكتب المرافق لكل مما يأتي

العدد	المرافق	العدد	المرافق
$\sqrt{2}+3$		$\sqrt{6}-5$	
$\sqrt{3}-\sqrt{2}$		$\sqrt{5}-\sqrt{3}$	
$\sqrt{3}+6$		$7\sqrt{2}-3\sqrt{3}$	

بسّط كلًّا مما يأتي: (إنطاق المقام)

1) $\frac{5}{\sqrt{2}+3}$

2) $\frac{8}{\sqrt{6}-5}$

هندسة: أوجد محيط المستطيل في الشكل المجاور واكتبه في أبسط صورة. ثم أوجد مساحته واكتبها في أبسط صورة.

الأسس النسبية
Rational Exponents

قوانين الاسس

	القانون	مثال
1	.....	.....
2	.....	.....
3	.....	.....
4	.....	.....
5	.....	.....
6	.....	.....

محمد فياض

مفهوم أساسي

الأسس النسبية ($b^{\frac{1}{n}}$)

التعبير اللفظي: لأيّ عدد حقيقي b ، ولأيّ عدد صحيح موجب n ، $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ،
إلا إذا كانت $b < 0$ ، و n عددًا زوجيًا فإن الجذر النوني يكون عددًا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{1}{2}} =$ $27^{\frac{1}{3}} =$

مفهوم أساسي

الأسس النسبية ($b^{\frac{x}{y}}$)

التعبير اللفظي: يكون $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = \left(\sqrt[y]{b}\right)^x$ لأيّ عدد حقيقي b لا يساوي صفرًا ، ولأي عددين صحيحين x , y بحيث $y > 1$، إلا إذا كانت $b < 0$ و y عددًا زوجيًا، فإن الجذر قد يكون عددًا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{3}{2}} =$ $27^{\frac{2}{3}} =$

ملخص المفاهيم

عبارات تتضمن أسسًا نسبية

تكون العبارات التي تتضمن أسسًا نسبية في أبسط صورة إذا تحققت الشروط الآتية:

- جميع الأسس غير سالبة.
- جميع الأسس في المقام هي أعداد صحيحة موجبة.
- لا يتضمن أي من البسط أو المقام أو كليهما كسرًا.
- دليل الجذر أو الجذور المتبقية فيها أصغر ما يمكن.

اكتب العبارة الأسية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الأسية في كلٍّ مما يأتي

1) $10^{\frac{1}{4}}$ 2) $x^{\frac{3}{5}}$ 3) $\sqrt[3]{15}$ 4) $\sqrt[4]{7x^6y^9}$

أوجد قيمة كلِّ عبارة مما يأتي:

1) 343^{3} 2) $32^{-\frac{1}{5}}$ 3) $125^{\frac{2}{3}}$

محمد فياض

بسّط كلَّ عبارة مما يأتي:

$x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}}$	$y^{-\frac{4}{5}}$	$\frac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[6]{3}}$	$\sqrt[4]{25x^2}$
$a^{\frac{7}{4}} \cdot a^{\frac{5}{4}}$	$\left(y^{-\frac{3}{5}}\right)^{-\frac{1}{4}}$	$\sqrt[6]{216}$	$w^{-\frac{7}{8}}$
$\frac{f^{-\frac{1}{4}}}{4f^{\frac{1}{2}} \cdot f^{-\frac{1}{3}}}$	$\frac{c^{\frac{2}{3}}}{c^{\frac{1}{6}}}$	$\sqrt{23} \cdot \sqrt[3]{23^2}$	$\sqrt{\sqrt{81}}$

محميات: إذا افترضنا أن عدد الغزلان يتضاعف في المحميات الطبيعية كل سنتين. فإذا كان في المحمية 100 غزال، وكان عدد الغزلان D بعد t من السنوات يعبَّر عنه بالصيغة $D = 100 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$ ، فأجب عما يأتي:

a) كم سيصبح عدد الغزلان بعد أربع سنوات ونصف؟

b) اعمل جدولًا يحدد عدد الغزلان في كل سنة من السنوات الخمس القادمة.

عدد السنوات	1	2	3	4	5
عدد الغزلان					

واجب

c) مثّل بيانيًا بيانات الجدول الذي كوّنته في الفرع **b**.

محمد فياض

مفهوم أساسي حل المعادلات الجذرية

الخطوة 1: اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة.

الخطوة 2: ارفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر؛ وذلك للتخلص من الجذر.

الخطوة 3: حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة، ثم تحقق من صحة الحل.

عند حل بعض المعادلات الجذرية، قد لا يحقق الحل المعادلة الأصلية. ويُسمى مثل هذا الحل **حلًّا دخيلًا**.

ما حلُّ المعادلة $3\left(\sqrt[4]{2n+6}\right)-6=0$؟

A -1 **B** 1 **C** 5 **D** 11

ما حلّ المعادلة $\sqrt{x+5}+1=4$ ؟

A 4 **B** 10 **C** 11 **D** 20

حلّ كل معادلة مما يأتي:

1) $\sqrt{x+2}+4=7$

محمد فياض

2 $5 = \sqrt{x-2} - 1$

3 $\sqrt{x-12} = 2 - \sqrt{x}$

4 $.2(6x-3)^{\frac{1}{3}}-4=0$

5 $(3n+2)^{\frac{1}{3}}+1=0$

مفهوم أساسي — حلّ المتباينات الجذرية

الخطوة 1: إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا، فعيّن قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبًا.

الخطوة 2: حل المتباينة جبريًا.

الخطوة 3: حدّد حل المتباينة من الخطوتين السابقتين، ثم اختبر القيم لتتأكد من صحة الحل.

حل المتباينة:

1) $3 + \sqrt{5x - 10} \leq 8$

2) $\sqrt{2x + 2} + 1 \geq 5$

سنزبار
صفر الجنوب