

# حل أوراق عمل

## الرياضيات

نهاية الفصل الدراسي الثالث

2017-2016

العاشر العام

أ. مصطفى أسامة علام

allaaam@yahoo.com

# حل أوراق عمل

## الرياضيات

نهاية الفصل الدراسي الثالث

2017-2016

العاشر العام

أ. مصطفى أسامة علام

alllaaam@yahoo.com

ورقة عمل الصف العاشر

الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبية: \_\_\_\_\_ 9-1 النسب والتناسبات

2- كتابة تناسبات وإيجاد حلها.

1- كتابة النسبة.

في هذا الدرس سوف أتعلم:

حييوانات أليفة في دراسة شملت 1000 أسرة، وجد أن منهم 460 أسرة تقتني على الأقل كلباً واحداً أو قطة كحيوان أليف. ما نسبة مالكي الحيوانات الآلية إلى عدد الأسر؟

$$460 : 1000 = 46 : 100 = \boxed{23 : 50}$$

الألعاب الرياضية تنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزاً في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المنافسة؟

$$15 : 30 = \boxed{1 : 2}$$

نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2. ومحبته بساوي 165 وحدة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

$$\begin{array}{l} 2 : 5 : 4 = 2x : 5x : 4x \\ 2x + 5x + 4x = 165 \\ 11x = 165 \\ x = \boxed{15} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x \rightarrow 30 \text{ حصة} \\ 5x \rightarrow 75 \text{ وحدة} \\ 4x \rightarrow 60 \text{ وحدة} \end{array}$$

نسبة قياسات ثلاثة زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث.

$$\begin{array}{l} 4 : 6 : 8 = 4x : 6x : 8x \\ 4x + 6x + 8x = 180 \\ 18x = 180 \\ x = 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x \rightarrow 40^\circ \\ 6x \rightarrow 60^\circ \\ 8x \rightarrow 80^\circ \end{array}$$

حل كلًّا من التناسبات التالية.

$$\frac{w}{6.4} = \frac{1}{2}$$

$$2w = 6.4 \times 1$$

$$w = \frac{6.4}{2}$$

$$w = \boxed{3.2}$$

$$\frac{4x}{24} = \frac{56}{112}$$

$$4x(112) = 56(24)$$

$$x = \frac{56(24)}{4(112)}$$

$$x = \frac{6}{2} = \boxed{3}$$

$$\frac{a+2}{a-2} = \frac{3}{2}$$

$$2(a+2) = 3(a-2)$$

$$2a+4 = 3a-6$$

$$4+6=a$$

$$\boxed{10=a}$$

$$\frac{3x-6}{2} = \frac{4x-2}{4}$$

$$4(3x-6) = 2(4x-2)$$

$$12x-24 = 8x-4$$

$$4x = -4 + 24$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$\boxed{x = 5}$$

تفعيلية وفقاً لدراسة حديثة. فإن 7 أشخاص من بين كل 500 شخص أمريكي في الفئة العمرية من 13 إلى 17 عاماً ينابيعون. في مجموعة من 350 شخصاً تبلغ أعمارهم من 13 إلى 17 عاماً. كم شخصاً تتوقع أن يكونوا ينابيعين؟

$$\frac{7}{500} = \frac{x}{350}$$

$$x = \frac{350(7)}{500} = \frac{7(7)}{10} = 4.9$$

حوالي 5 شخص

العطلات ستسافر عائلتك إلى المكسيك لقضاء العطلة. وقد وفرت AED 500 لاستخدامها في التفقات. إذا كان 269 من العملة المكسيكية البيزو تساوي 25 درهماً إماراتياً. فما هو المبلغ الذي ستحصل عليه عندما تستبدل AED 500 مقابل البيزو؟

$$\frac{269 \text{ بيزو}}{25 \text{ درهم}} = \frac{x \text{ بيزو}}{500 \text{ درهم}}$$

$$x = \frac{269(500)}{25} = \frac{11}{269(20)} = \underline{\underline{(5380) \text{ بيزو}}}$$

ورقة عمل الصف العاشر

الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

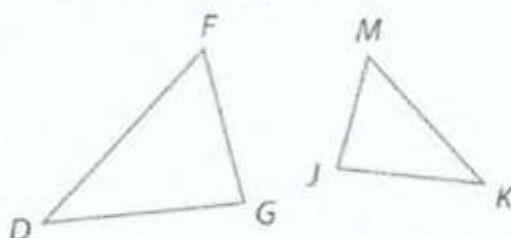
2- حل المسائل باستخدام خواص المثلثات المتشابهة.

في هذا الدرس سوف نتعلم

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة. واتكتب قناعيًا مرتبطاً بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المثلثات المتشابهة.

$$\triangle DFG \sim \triangle KJM$$

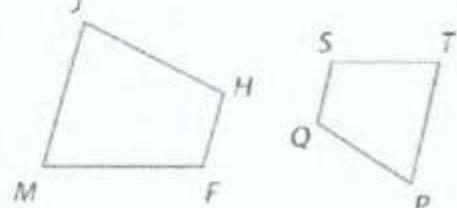
(٦)



$$\begin{aligned} \angle D &\cong \angle K \\ \angle F &\cong \angle M \\ \angle G &\cong \angle J \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} DF &= FG = DG \\ KM &= MJ = KJ \end{aligned} \right.$$

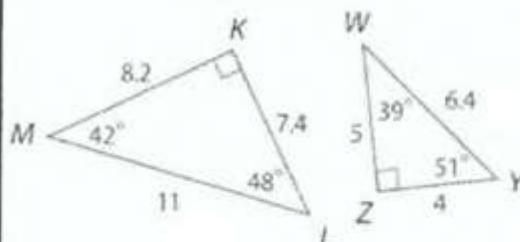
$$\triangle JHF \sim \triangle PQS$$

(٧)



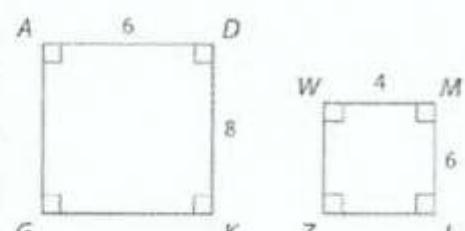
$$\begin{aligned} \angle J &\cong \angle P \\ \angle H &\cong \angle Q \\ \angle F &\cong \angle S \\ \angle M &\cong \angle T \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} JH - HF &= FM \\ PQ - QS &= ST \\ &= \frac{MJ}{TP} \end{aligned} \right.$$

فرضيات حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانت كذلك. اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين. فما هو استنتاجك.



(١٢)

لا غير متساوية  
لأن زوايا المتناظرة غير متباينة



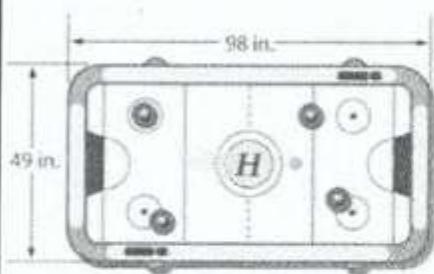
(١٥)

نعم، الزوايا المتناظرة متساوية = 90°

$$\frac{AD}{WM} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{DK}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

المثلثان متساوياً غير متشابه  
السكتون غير متساوياً

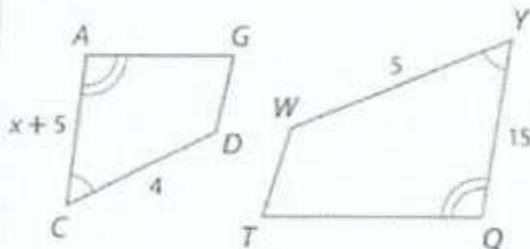


ألعاب أبعاد ملعب البوكي هي 200 قدم في 85 قدمًا. هل ملعب البوكي وطاولة البوكي الهوائي الموضحة متشابهان؟ اشرح استنتاجك.

$$\frac{85}{49} \neq \frac{200}{98}$$

الрешيم المتساوية رباعي الأضلاع متشابه

الانتظام كل زوجين من المضلعات متشابهان. فأوجد قيمة  $x$ .



(18)

$$\frac{x+5}{15} = \frac{4}{5}$$

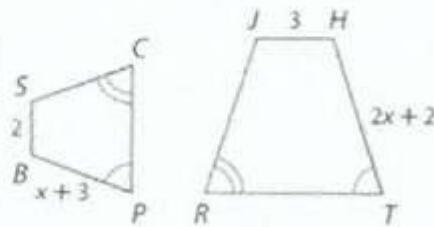
$$x+5 = 12$$

$$5(x+5) = 4(15)$$

$$x = 12 - 5$$

$$x+5 = \frac{60}{5}$$

$$\boxed{x = 7}$$



(19)

$$\frac{x+3}{2x+2} = \frac{2}{3}$$

$$3(x+3) = 2(2x+2)$$

$$3x + 9 = 4x + 4$$

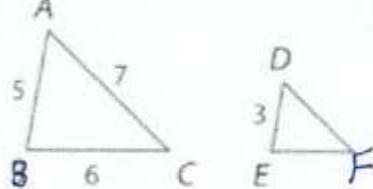
$$9 - 4 = x$$

$$5 = x$$

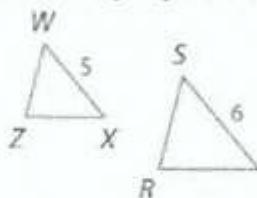
أوجد محيط المثلث الموضح أمامك.

(23)

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ . إذا كان  $\triangle DEF$   
 $AC = 7$ ،  $BC = 6$ ،  $AB = 5$ ،  
 $DE = 3$ ،



$\triangle WZX \sim \triangle SRT$ . إذا كان  $\triangle WZX$   
 $WX = 5$ ،  $ST = 6$ ،  
 $\triangle SRT = 15$

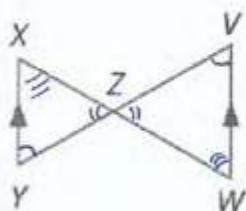


(24)

ورقة عمل الصف العاشر 9-3 المثلثات المتشابهة الشعبة: \_\_\_\_\_ الاسم: \_\_\_\_\_

- في هذا الدرس سوف أتعلم:  
 1- تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلمة تشابه مثليثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيما ونظرية التشابه ( ضلع - ضلع - ضلع ) ونظرية التشابه ( ضلع - زاوية - ضلع ).  
 2- استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل .

بين تشابه المثلثين من عدمه. فلن كاتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشرط الذي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.

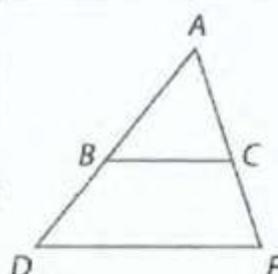


(1)

$$\angle XZY \cong \angle VWZ \quad \text{نقاير باز}$$

$$\angle Y \cong \angle V \quad \text{النباردة المترادفة}$$

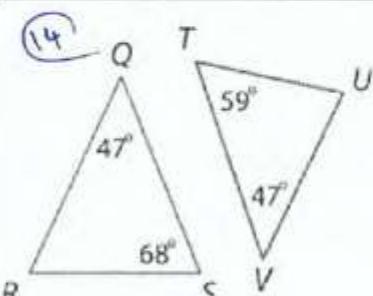
$$\Delta XZY \sim \Delta VWZ \quad \text{من} \\ (\text{AA}) \quad \text{حسب}$$



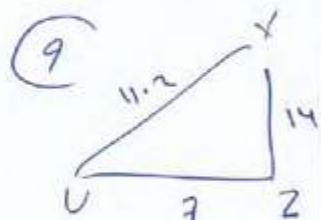
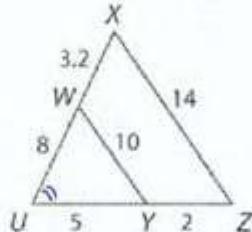
(10)

$$DF \parallel BC \quad \text{عنوان}$$

$$(\text{AA}) \quad \text{بموجب نظرية} \\ \text{مجموع الزوايا متعادل}$$



لا، لا يمكنني معرفة المثلث مثبيلاً.  
لأنه المترادف لا يمكنه أن يكون متساوياً.



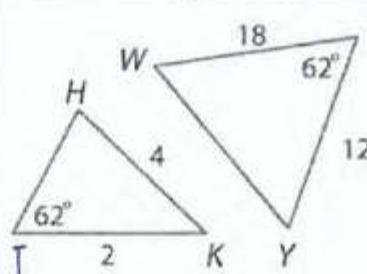
(9)

$$\frac{UW}{VZ} = \frac{5}{7} \quad (\frac{UW}{UX} = \frac{8}{11})$$

$$\angle U \cong \angle V$$

نعم

$$\Delta UWZ \sim \Delta VZU \quad \text{حسب نظرية} \\ (\text{SAS})$$

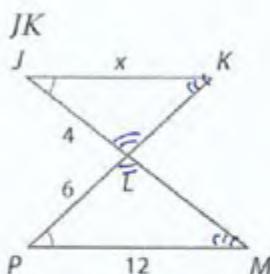


(13)

$$HK = 24 \quad (JH = 3)$$

$$\text{يعون المثلث} \quad \text{حسب نظرية} \\ (\text{SSS})$$

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم أوجد جميع القياسات.

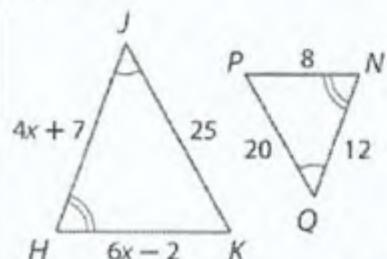


(16)

$$\triangle PML \sim \triangle JKL$$

$$\frac{6}{4} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12(4)}{6} = 8$$

HJ, HK



(19)

$$JH = 15$$

$$HK = 10$$

$$\triangle HKJ \sim \triangle NPQ$$

$$32x + 56 = 72x - 24$$

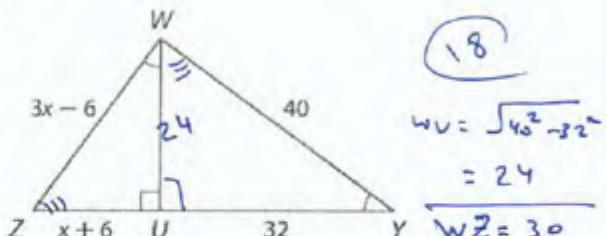
$$\frac{4x+7}{12} = \frac{6x-2}{8}$$

$$8(4x+7) = 12(6x-2)$$

$$80 = 40x$$

$$2 = x$$

WZ, UZ



(18)

$$WV = \sqrt{40^2 - 32^2} = 24$$

$$WZ = 30$$

$$ZU = 18$$

$$\triangle WUV \sim \triangle ZVN$$

$$\frac{x+6}{24} = \frac{3x-6}{40}$$

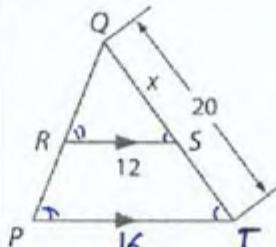
$$40(x+6) = 24(3x-6)$$

$$40x + 240 = 72x - 144$$

$$384 = 32x$$

$$12 = x$$

ST



(17)

$$\frac{15}{5}$$

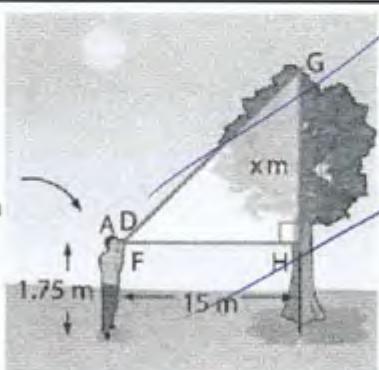
$$\triangle QSR \sim \triangle$$

تماثيل تقف ريهام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ريهام 5 أقدام، وظلها 3 أقدام، وظلل التمثال  $10\frac{1}{2}$  أقدام. فما هو طول التمثال؟

$$\frac{x}{10.5} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{5(10.5)}{3} = 17\frac{1}{2}$$

(22)

مقياس الارتفاع



ادارة الغابات يمكن استخدام مقياس الارتفاع هذا الموضع

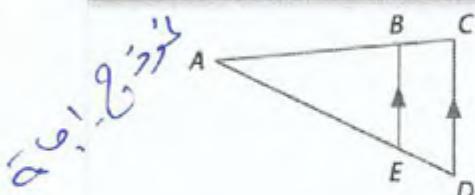
اماكن في تقدير ارتفاع الاشجار. نظر عمرو عبر قصبة

الجهاز إلى قمة الشجرة ودون قراءة الجهاز. أوجد ارتفاع الشجرة

ورقة عمل الصف العاشر \_\_\_\_\_ كـ ٩٤ المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة الاسم : \_\_\_\_\_  
الشعبة : \_\_\_\_\_

في هذا الدرس سوف نتعلم : ١- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات . ٢- استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمات

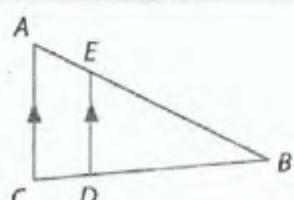
### نظريّة ٩.٥ نظرية تناوب المثلثات



إذا توازى مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع متناسبة أطوالها متناسبة.

مثال إذا كان  $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$ . فإن  $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ .

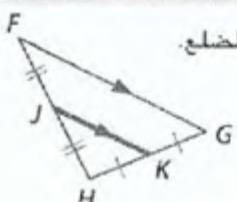
### نظريّة ٩.٦ معكوس نظرية تناوب المثلثات



إذا قطع مستقييم ضلعين في مثلث وقسم الضلعين إلى قطع متناسبة متناهية متناسبة، فإن هذا المستقييم يكون موازياً للضلع الثالث في المثلث.

مثال إذا كان  $\frac{AC}{EB} = \frac{CD}{DB}$ . فإن  $\overline{AE} \parallel \overline{ED}$ .

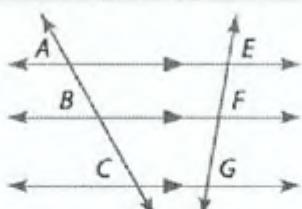
### نظريّة ٩.٧ نظرية منصفات المثلث



يكون منصف المثلث موازياً لأحد أضلاع المثلث، وبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

مثال إذا كان J و K هما منصفنا المترافق للضلعين  $\overline{HG}$  و  $\overline{FH}$ ، على الترتيب، فإن  $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$  وكذلك  $JK = \frac{1}{2}FG$ .

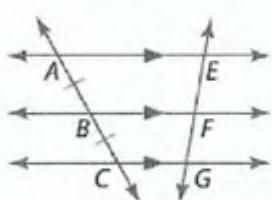
### النتيجة ٩.١ الأجزاء المتناسبة للمستقيمات المتوازية



عند تبادل ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

مثال إذا كان  $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$ . فإن  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ .

### النتيجة ٩.٢ الأجزاء المتطابقة للمستقيمات المتوازية



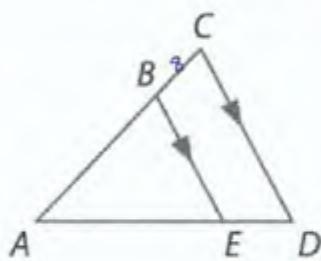
إذا أحدثت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فقط متساوية متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث فطناً متساوية متطابقة على كل القواعده.

مثال إذا كان  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$  وكان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، فإن  $\overline{EF} \cong \overline{FG}$ .

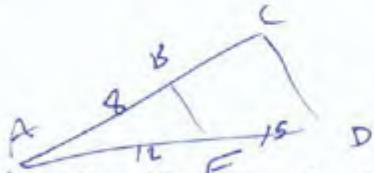
ورقة عمل الصف العاشر

٢- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات .

**ورقة عمل الصف العاشر** 9-4 المستقيمات المتوازية والأحجام المتناسبة الاسم: **الشعبية :**



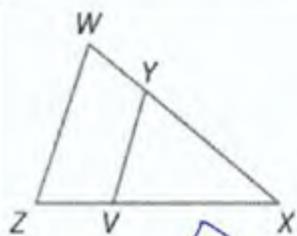
$$\text{إذا كان } ED = 9, AE = 9, BC = 4, AB = 6 \text{ فما يساوي } \frac{6}{4} = \frac{9}{ED} \Rightarrow ED = \frac{4(9)}{6} = 6$$



$$\text{إذا كان } BC = 12, AB = 8 \text{ و } AD = 27 \text{ فما يساوي } AE? \\ \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{EB} \Rightarrow \frac{12}{15} = \frac{8}{BC} \\ BC = \frac{15(8)}{12} = 10$$

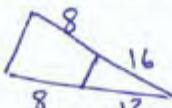
3

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{ED} \Rightarrow \frac{14}{8} = \frac{21}{ED}$$



$$\frac{16}{8} = \frac{12}{8}$$

حدد ما إذا كان  $\overline{ZY} \parallel \overline{ZW}$  أم لا. علل إجابتك.



$$YX = 16, WX = 24, ZV = 6, ZX = 18$$

## متوّزّي (دسم)

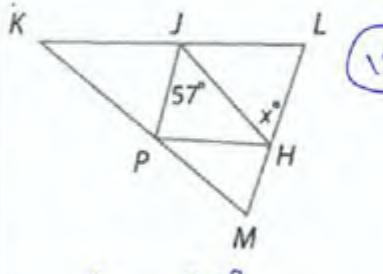
$$YX = \frac{1}{2}WY, VX = 2, ZV = 8$$

$$\frac{yx}{2v}, \frac{yx}{wy} \Rightarrow \frac{z}{8} \neq \frac{1}{2}$$

$$\frac{12.5}{27.5} = \frac{7.5}{16.5}$$

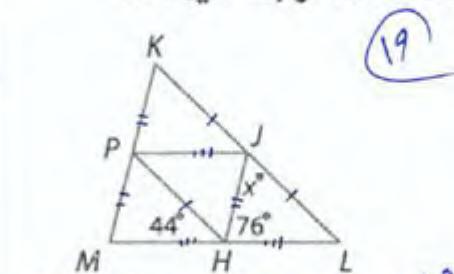
$$\frac{12.5}{23.5} = \frac{7.5}{16.5}$$

و  $\overline{JP}$  هى منصفات المثلث  $KLM$ . أوجد قيمة  $x$ .



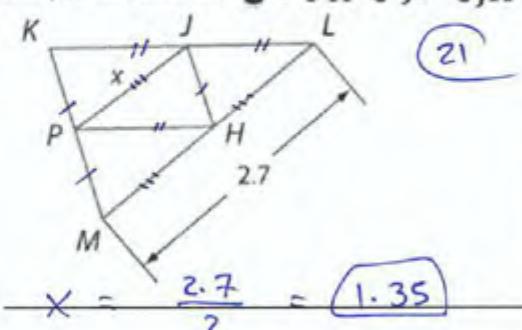
$$x = 57^\circ$$

جذب



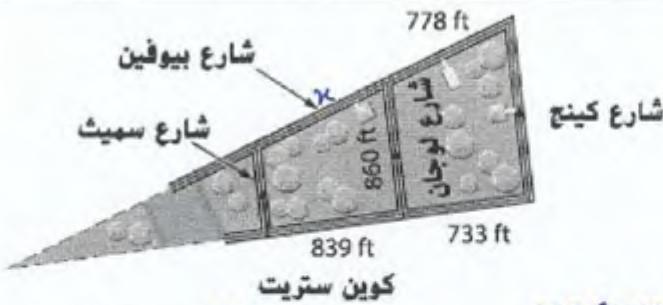
$$m \leq \rho H_T = 188 - 36 - 44 \div 60^\circ$$

$$\text{so } X^\circ = 60^\circ \text{ (right)} \quad \text{Ans}$$



$$x = \frac{2.7}{2} = 1.35$$

(22)

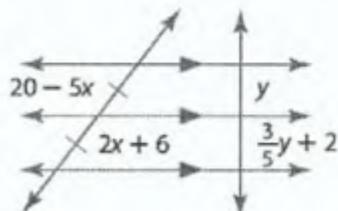


استخدام النهاذج في تشارلستون بولاية كارولينا الجنوبية. يتواءز شارع لوغان ستريت مع كل من شارع كينج ستريت وشارع سميث ستريت بين شارع بابوفين ستريت وشارع كوبن ستريت.

ما المسافة من سميث إلى لوغان مروزاً بشارع بيوفين؟ قرب إلى أقرب قدم.

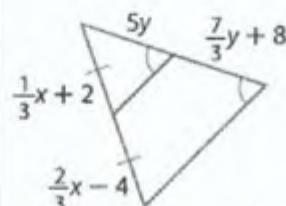
$$\frac{x}{778} = \frac{839}{733} \Rightarrow x = \frac{839(778)}{733} = 890.5075034 \text{ ft}$$

الجبر: أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .



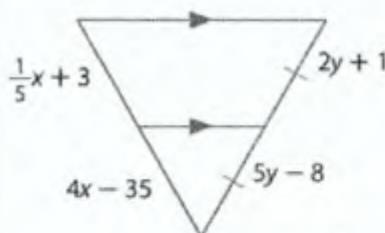
(24)

$$\begin{aligned} 20 - 5x &= 2x + 6 & y &= \frac{3}{5}y + 2 \quad | \cancel{\times 5} \\ 14 &= 7x & 5y &= 3y + 10 \\ 2 &= x & 2y &= 10 \\ && y &= 5 \end{aligned}$$



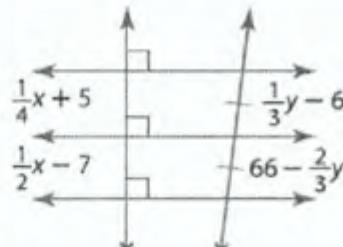
(25)

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + 2 &= \frac{2}{3}x - 4 & 5y &= \frac{7}{3}y + 8 \\ x + 6 &= 2x - 12 & 15y &= 7y + 24 \\ 18 &= x & 8y &= 24 \\ && y &= 3 \end{aligned}$$



(26)

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}x + 3 &= 4x - 35 & 2y + 1 &= 5y - 8 \\ 2 + 15 &= 20x - 175 & 9 &= 3y \\ 190 &= 19x & 3 &= y \\ 10 &= x & & \end{aligned}$$



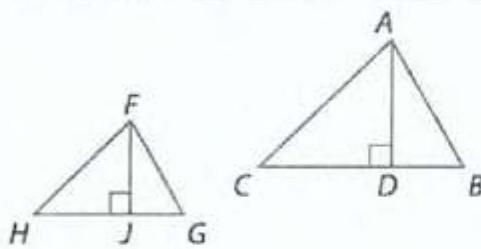
(27)

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x + 5 &= \frac{1}{2}x - 7 & \frac{1}{3}y - 6 &= 66 - \frac{2}{3}y \\ x + 20 &= 2x - 28 & y - 18 &= 198 - 2y \\ 48 &= x & 3y &= 216 \\ && y &= 72 \end{aligned}$$

ورقة عمل الصف العاشر      9-5 أجزاء المثلثات المتشابهة      الاسم: \_\_\_\_\_      الشعبة: \_\_\_\_\_

- في هذا الدرس سوف تعلم:
- التعرف على علاقات التشابه بين منصفات الزوايا المتناظرة وارتفاعات ومتواسطات المثلثات المتشابهة واستخدامها.
  - استخدام نظرية منصفات المثلث.

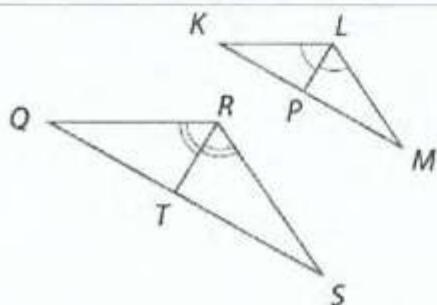
**نظريات قطع مستقيمة خاصة بالمثلثات المتشابهة**



7.8 إذا كان هناك مثلثان متشابهان. فإن أطوال الارتفاعات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\triangle S \sim \triangle$  به ارتفاعات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

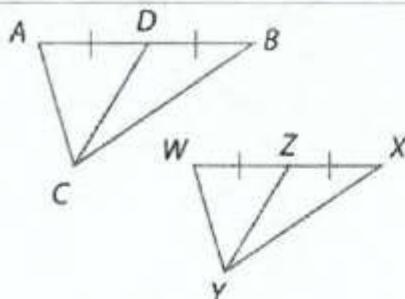
إذا كان  $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$ .  $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ . فإذا مثل



7.9 إذا كان هناك مثلثان متشابهان. فإن أطوال منصفات الزوايا المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\triangle S \sim \triangle$  به منصفات زوايا متناظرة متناسبة مع الأضلاع المتناظرة.

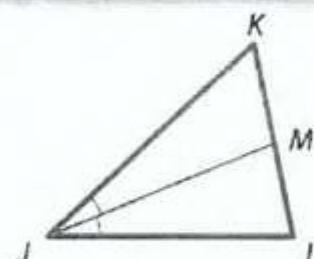
إذا كان  $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$ .  $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ . فإذا مثل



7.10 إذا كان هناك مثلثان متشابهان. فإن أطوال المتواسطات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\triangle S \sim \triangle$  به متواسطات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

إذا كان  $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$ .  $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ . فإذا مثل

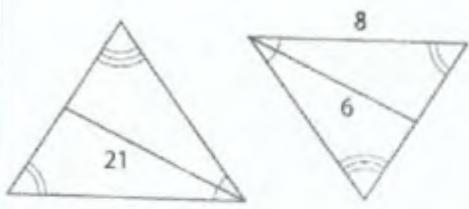


يعمل منصف الزاوية في المثلث على تقسيم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع أطوال الضلعين الآخرين.

مثال إذا كان  $JM$  منصف زاوية في المثلث  $JKL$ .

إذا قطعتان مستقيمتان رأسهما  $K$   $\leftarrow$   $J$   $\leftarrow$   $L$  قطعتان مستقيمتان رأسهما  $M$   $\leftarrow$

أوجد  $x$

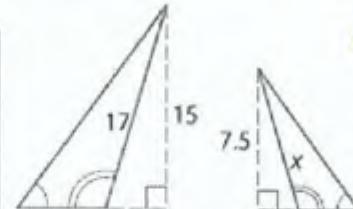


6

$$\frac{x}{8} = \frac{21}{6}$$

$$x = \frac{21(8)}{6}$$

$$x = [28]$$

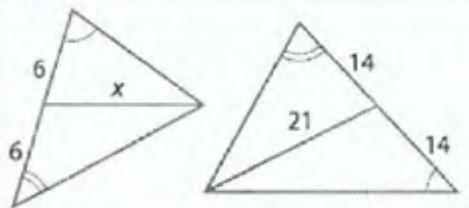


7

$$\frac{17}{x} = \frac{15}{7.5}$$

$$x = \frac{17(7.5)}{15}$$

$$x = [8.5]$$

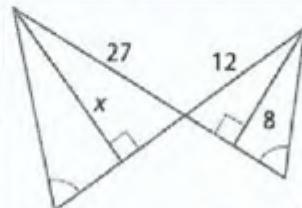


8

$$\frac{28}{12} = \frac{21}{x}$$

$$x = \frac{12(21)}{28}$$

$$x = [9]$$



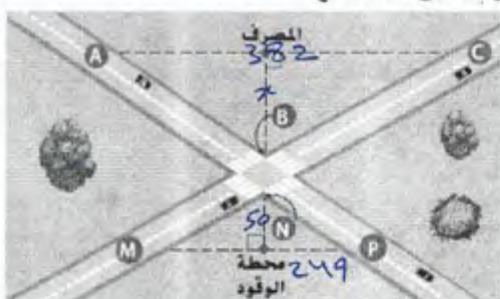
9

$$\frac{12}{27} = \frac{8}{x}$$

$$x = \frac{27(8)}{12}$$

$$x = [18]$$

الطرق بنتج عن تقاطع الطريقين الموضعين مثلثان متباهيان. إذا كان  $AC$  يبلغ 382 قدمًا و  $MP$  يبلغ 248 قدمًا وتقع محطة الوقود على بعد 50 قدمًا من التقاطع. فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟

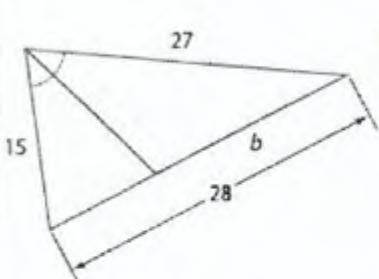


$$\frac{x}{50} = \frac{382}{249}$$

$$x = \frac{50(382)}{249}$$

$$x = [76.7] \text{ قدم}$$

10



11

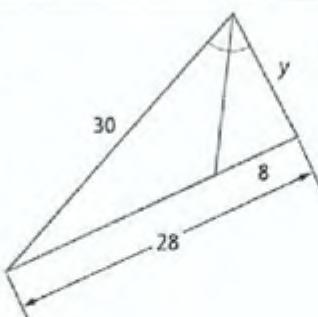
$$\frac{27}{b} = \frac{15}{28-b}$$

$$15b = 27(28-b)$$

$$15b = 756 - 27b$$

$$42b = 756$$

$$b = [18]$$

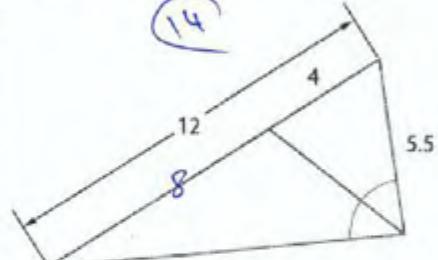


12

$$\frac{y}{8} = \frac{30}{20}$$

$$y = \frac{30(8)}{20} = [12]$$

التفكير المنطقي أوجد قيمة كل متغير.



13

$$\frac{x}{8} = \frac{5.5}{4}$$

$$x = \frac{8(5.5)}{4}$$

$$= [11]$$

الشعبة: \_\_\_\_\_ الاسم: \_\_\_\_\_

### 10-1 الوسط الهندسي

نواتج التعلم

- ابجاد الوسط الهندسي بين عددين.
- حل مسائل تتضمن علاقات بين اجزاء مثلث قائم الزاوية وبين الارتفاع المنشأ من وتره.

#### المفهوم الأساسي الوسط الهندسي

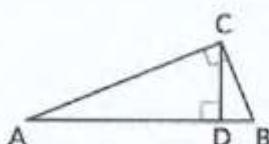
الشرح

الوسط الهندسي لعددين موجبين  $a$  و  $b$  هو العدد  $x$  مثل  $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ .  
 $x = \sqrt{ab}$  إذا،  $x = ab$

مثال

الوسط الهندسي لكل من  $a = 4$ ,  $b = 9$  هو  $6$ , لأن  $6 = \sqrt{9 \times 4}$ .

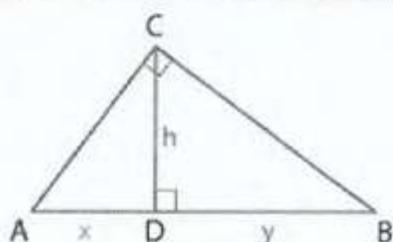
#### النظريّة 10.1



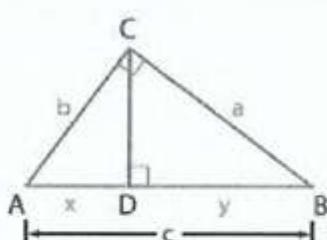
إذا رسمينا ارتفاعاً يمتد إلى وتر مثلث قائم الزاوية،  
فسيكون المثلثان المتشكلان مشابهين للمثلث الأصلي ولبعضهما البعض.

#### النظريّات نظريّات الوسط الهندسي للمثلثات قائمة الزاوية

8.2 نظرية الوسط الهندسي (الارتفاع) ينفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين.  
ويساوي طول هذا الارتفاع الوسط الهندسي بين أطوال هذين الجزئين.



المثال إذا كان  $CD$  يمثل الارتفاع للوتر  $\overline{AB}$  بالمثلث قائم الزاوية  $\triangle ABC$ . فإن  $\frac{x}{h} = \frac{h}{y}$  أو  $h^2 = xy$



8.3 نظرية الوسط الهندسي (الساق) ينفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. وطول أحد ساقى هذا المثلث يمثل الوسط الهندسي بين طول الوتر والقطعة المستقيمة الموجودة على الوتر المجاور لتلك الساق.

المثال إذا كان  $CD$  هو الارتفاع للوتر  $\overline{AB}$  بالمثلث قائم الزاوية  $\triangle ABC$  فإن  $\frac{c}{a} = \frac{b}{x}$  أو  $\frac{c}{b} = \frac{a}{x}$  أو  $c = \sqrt{xy}$   
 $a = \sqrt{yc}$

أوجد الوسط الهندسي بين كل زوج من الأعداد.

$$25, 20$$

$$x = \sqrt{25(20)}$$

$$x = [22.4]$$

$$16, 25$$

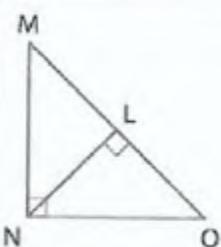
$$x = \sqrt{16(25)}$$

$$= [20]$$

$$4, 81$$

$$x = \sqrt{4(81)}$$

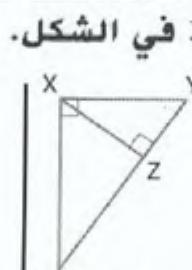
$$= [18]$$



$$\triangle MNO \sim \triangle MLN$$

$$\triangle MNO \sim \triangle NLO$$

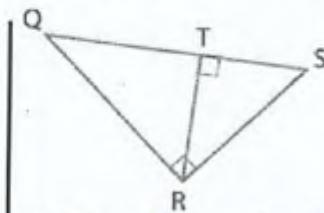
$$\triangle MLN \sim \triangle NLO$$



$$\triangle YXW \sim \triangle YZX$$

$$\triangle YXW \sim \triangle YZX$$

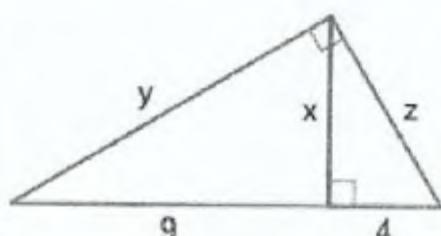
$$\triangle YZX \sim \triangle YZX$$



$$\triangle QSR \sim \triangle QRT$$

$$\triangle QSR \sim \triangle RST$$

$$\triangle QRT \sim \triangle RST$$



$$x^2 = 4(9)$$

$$x = \sqrt{36}$$

$$(x = 6)$$

$$y^2 = 9(13)$$

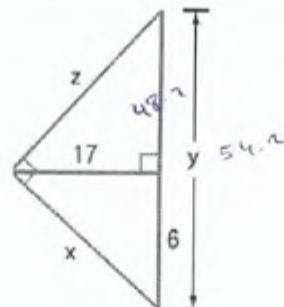
$$y = \sqrt{117}$$

$$(y = 10.8)$$

$$z^2 = 4(13)$$

$$z^2 = \sqrt{52}$$

$$(z = 7.2)$$



$$17^2 = 6(y-6)$$

$$289 = y-6$$

$$\frac{289}{6} + 6 = y$$

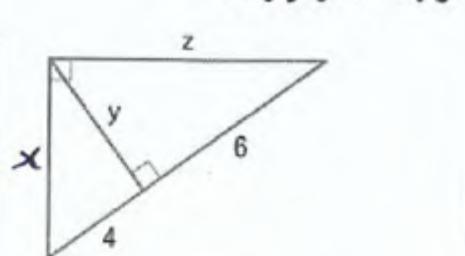
$$(54.2 = y)$$

$$z = \sqrt{48.2(6)(54.2)}$$

$$(z = 51.11)$$

$$x = \sqrt{6(54.2)}$$

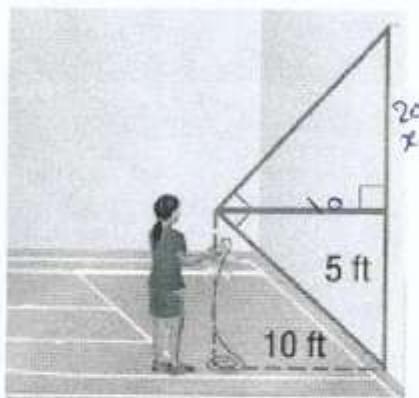
$$= [18]$$



$$x = \sqrt{4(10)} = 6.3$$

$$y = \sqrt{4(6)} = 4.9$$

$$z = \sqrt{6(10)} = 7.7$$



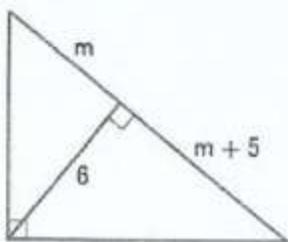
ملاحظة: غير مرسوم وفقاً لقياس رسم

استخدام النهاذج تعلق خديجة نجوماً فضية في سقف حالي الألعاب الرياضية استعداداً للاحتفال. وأرادت أن تكون أطراف الخيوط المربوط بها النجوم بارتفاع 7 أقدام من الأرض. استخدم الرسم التخطيطي لتحديد مقدار الطول اللازم تحديده للخيوط.

$$10^2 = x^2 - 5^2$$

$$x = 2\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{5} - 7 = 18 \text{ ft}$$



الجبر أوجد قيمة المتغير.

$$6^2 = m(m + 5)$$

$$m = 4$$

$$36 = m^2 + 5m$$

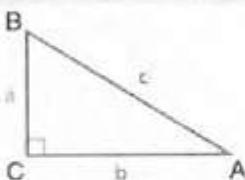
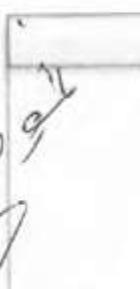
$$m = -9 \quad \text{مسقط عن}$$

$$m^2 + 5m - 36 = 0$$

$$(m - 4)(m + 9) = 0$$

ورقة عمل الصف العاشر 2-10 نظرية فيثاغورس ومعكوسها الشعبة: \_\_\_\_\_ الاسم: \_\_\_\_\_

نواتج التعلم 1- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس .



#### النظرية 10.4 نظرية فيثاغورس

في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقين المثلث مساوياً لمربع طول الوتر.

إذا كان  $\triangle ABC$  مثلثاً قائم الزاوية والزاوية الثالثة به هي  $C$ . فإن  $a^2 + b^2 = c^2$ .

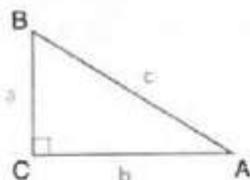
الشرح

الرموز

#### المنهج الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x, 4x, 5x$	$5x, 12x, 13x$	$8x, 15x, 17x$	$7x, 24x, 25x$

#### النظرية 10.5 معكوس نظرية فيثاغورس



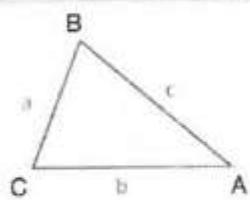
إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساوياً لمربع طول الضلع الأطول. فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

إذا كان  $a^2 + b^2 = c^2$ . فإن  $\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية.

الشرح

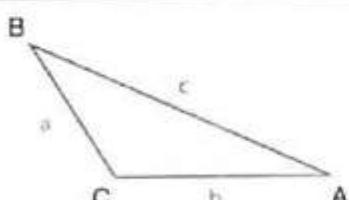
الرموز

#### نظريات نظريات متباينات فيثاغورس



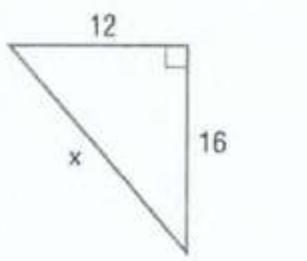
8.6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعين طولي الضلعين الآخرين. فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

الرموز إذا كانت  $b^2 + a^2 < c^2$ . فإن  $\triangle ABC$  يكون حاد الزاوية.

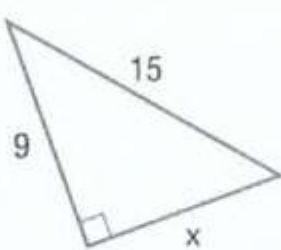


8.7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعين طولي الضلعين الآخرين. فإن المثلث يكون منظر حاد الزاوية.

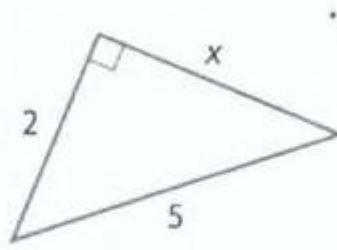
الرموز إذا كان  $b^2 + a^2 > c^2$ . فإن  $\triangle ABC$  منظر حاد الزاوية.



$$\begin{aligned}x^2 &= 12^2 + 16^2 \\x &= \sqrt{12^2 + 16^2} \\&= 20\end{aligned}$$

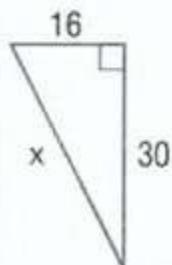


$$\begin{aligned}x^2 &= 15^2 - 9^2 \\x &= \sqrt{15^2 - 9^2} \\&= 12\end{aligned}$$

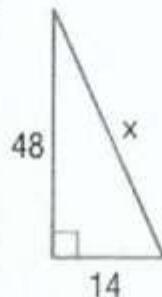


$$\begin{aligned}x^2 &= 5^2 - 2^2 \\x &= \sqrt{5^2 - 2^2} \\&= 4.6\end{aligned}$$

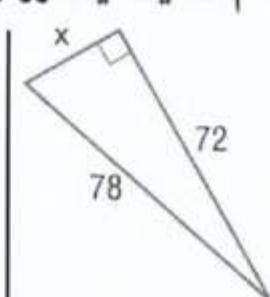
أوجد x.



$$\begin{aligned}16, 30, x \\8, 15, \boxed{17} \\x = 17(2) \\&= \boxed{34}\end{aligned}$$

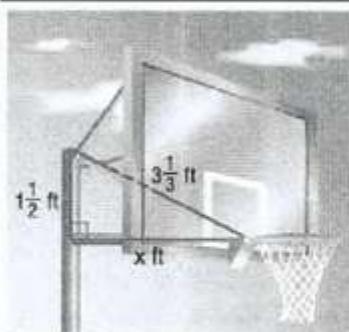


$$\begin{aligned}14, 48, x \\7, 24, \boxed{25} \\x = 25(2) \\&= \boxed{50}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}x, 72, 78 \\136, 39 \downarrow \div 2 \\5, 12, 13 \downarrow \div 3 \\x = 5(?) \cdot (2) = \boxed{30}\end{aligned}$$

المثابرة استخدم ثلاثة فيثاغورس لإيجاد قيمة x.



كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة يشكل زاوية قائمة كما هو موضح. فما طول x من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟

$$\begin{aligned}x^2 &= 3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2 \\x &= \sqrt{3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2} \\&\approx \frac{2\sqrt{21}}{3} \\&= \boxed{3.1}\end{aligned}$$

حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث.  
إذا كان الأمر كذلك، فصنف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك.

15, 36, 39

$$15^2 + 36^2 > 39^2 \quad \text{نذكر في المثلث} \\ 15^2 + 36^2 < 39^2 \quad \text{أضيق فشاقورت} \\ 15^2 = 225, 36^2 = 1296$$

صيغ  
المثلث قائم الزاوية

15, 20, 24

$$15+20>24 \quad \text{أضيق صفة المثلث} \\ 15^2 + 20^2 < 24^2 \quad \text{أضيق فشاقورت} \\ 625, 576$$

من الفعلاء بـ أضيق المثلث  
المثلث قائم الزاوية

(6)

16, 18, 26

$$16+18>26 \quad \text{نذكر في ملحة المثلث} \\ 16^2 + 18^2 > 26^2 \\ 580, 1296$$

سرج الأوكس أكيمد العجمي  
المثلث منفرج الزاوية

(7)

10, 12, 23

$$10+12 < 23 \quad \text{نذكر صفة المثلث} \\ 10^2 + 12^2 < 23^2$$

30

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان  $\triangle XYZ$  هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح.

$X(-3, -2), Y(-1, 0), Z(0, -1)$

$$XY = \sqrt{(-3+1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{8} \\ XZ = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{10} \quad \rightarrow \text{أكبر} \\ YZ = \sqrt{(-1-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{2} \\ (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{8})^2 = \sqrt{2^2 + 8^2} = \sqrt{10^2} = 10$$

المثلث قائم الزاوية

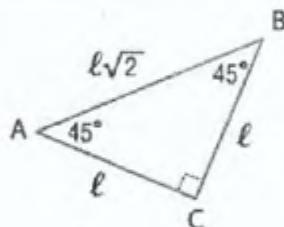
الشعبية: \_\_\_\_\_ الاسم: \_\_\_\_\_

### 10-3 مثلثات خاصة قائمة الزوايا

ورقة عمل الصف العاشر

نواتج التعلم 1- استخدام خصائص المثلثات بزوايا  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  و  $90^\circ$ .

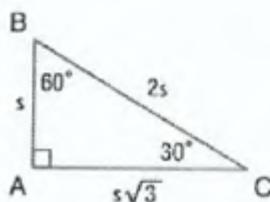
### نظريّة 10.8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها $45^\circ$ , $45^\circ$ و $90^\circ$



في مثلث بزوايا قياساتها  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  و  $90^\circ$ . يكون الساقان  $\ell$  متطابقين وطول الوتر  $h$  يساوي  $\sqrt{2}\ell$  ضعف طول أحد الساقين.

. الرموز في المثلث بزوايا قياساتها  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  و  $90^\circ$ . يكون  $\ell = l$  و  $h = \ell\sqrt{2}$ .

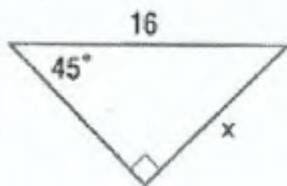
### نظريّة 10.9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها $30^\circ$ , $60^\circ$ و $90^\circ$



في مثلث بزوايا قياساتها  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  و  $90^\circ$ . طول الوتر  $h$  يساوي ضعفي طول الساق الأقصر  $s$ , وطول الساق الأطول  $\ell$  يساوي  $\sqrt{3}s$  ضعف طول الساق الأقصر.

. الرموز في مثلث بزوايا قياساتها  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  و  $90^\circ$ .  $\ell = s\sqrt{3}$  و  $h = 2s$ . فإن  $s = \frac{h}{2}$ .

التفكير المنطقي أوجد  $x$ .

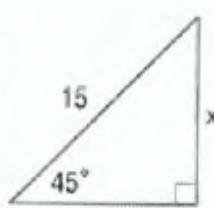


$$x = \frac{16}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{16\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$$

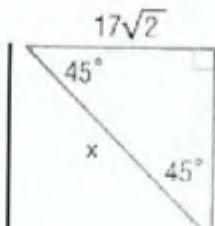
$$x = 11.3$$



$$x = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$$

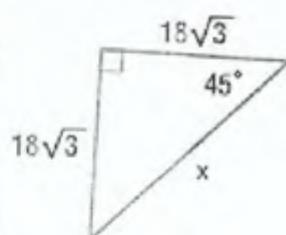
$$x = \frac{15\sqrt{2}}{2} = 10.6$$



$$x = 17\sqrt{2}\sqrt{2}$$

$$= 17(2)$$

$$= 34$$



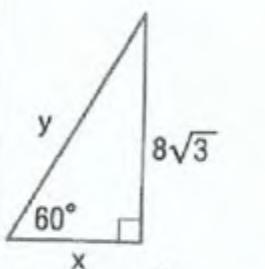
$$x = 18\sqrt{3}\sqrt{2}$$

$$= 18\sqrt{6}$$

$$= 44.1$$

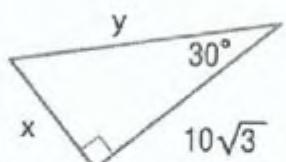
إذا كان مثلث بزوايا  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  و  $90^\circ$  به وتر بطول 9. فأوجد طول الساق.

$$x = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2} = 6.4$$



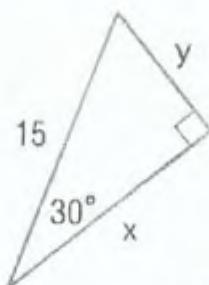
$$x = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = [8]$$

$$y = 8(2) = [16]$$



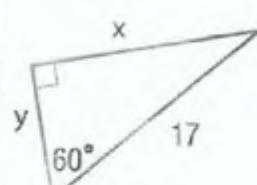
$$x = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = [10]$$

$$y = 10(2) = [20]$$



$$y = \frac{15}{2} = [7.5]$$

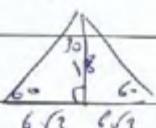
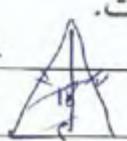
$$\begin{aligned} x &= 7.5\sqrt{3} \\ &= \frac{15\sqrt{3}}{2} \\ &= [13] \end{aligned}$$



$$y = \frac{17}{2} = 8.5$$

$$\begin{aligned} x &= 8.5\sqrt{3} \\ &= \frac{17\sqrt{3}}{2} \\ &= [14.7] \end{aligned}$$

مثلث متساوي الأضلاع طول ارتفاعه 18 قدمًا. حدد طول أحد أضلاع المثلث.



$$\text{ضلع القاعدة} = 12\sqrt{3}$$

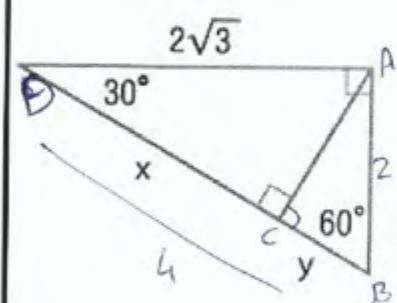
استخدام النماذج راجع بداية الدرس.

كل قلم تظليل هو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع بأضلاع يبلغ طولها 9 سنتيمتر. فهل سيمكن استيعاب قلم التظليل في صندوق أبعاده 10 سنتيمتر في 7 سنتيمتر؟ اشرح.



$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} &= 4.5\sqrt{3} \\ &= \frac{9\sqrt{3}}{2} \\ &= [7.8] \text{ cm} \end{aligned}$$

ارتفاع الصندوق 7  
وهو أقل من ارتفاع قلم التظليل.



$$AB = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = [2]$$

$$BD = 4$$

أوجد قيمة x و y.

في المثلث ABC

$$CB = [1 \rightarrow y]$$

$$CD = 4 - 1 = [3] = x$$

الاسم : \_\_\_\_\_ الشعبية : \_\_\_\_\_

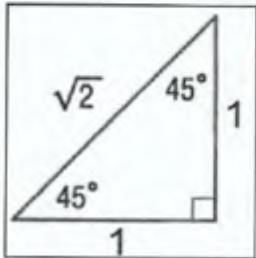
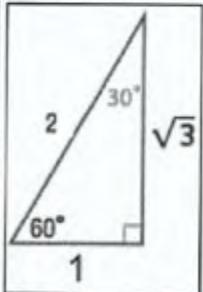
## 10-4 حساب المثلثات

إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية.

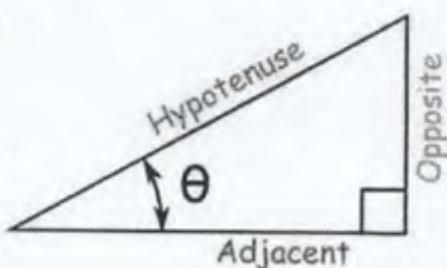
استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زوايا في مثلثات قائمة الزاوية.

نواتج التعلم

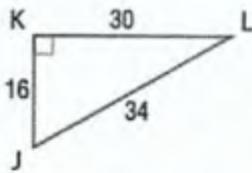
Sine	جيب
Cosine	جيب التمام
Tangent	ظل



$$\begin{aligned} \text{مقابل وتر} &= \sin \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}} \\ \text{مجاور وتر} &= \cos \theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}} \\ \text{مقابل مجاور} &= \tan \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}} \end{aligned}$$



أوجد  $\sin J$  و  $\cos J$  و  $\tan J$  و  $\sin L$  و  $\cos L$  و  $\tan L$ . عَبَرْ عن كل نسبة بكسير أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مائة.



$$\sin J = \frac{30}{34}$$

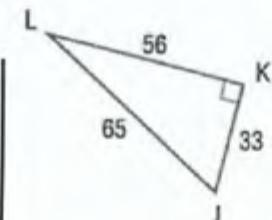
$$\cos J = \frac{16}{34}$$

$$\tan J = \frac{30}{16}$$

$$\sin L = \frac{16}{34}$$

$$\cos L = \frac{30}{34}$$

$$\tan L = \frac{16}{30}$$



$$\sin J = \frac{56}{65}$$

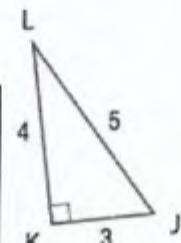
$$\cos J = \frac{33}{65}$$

$$\tan J = \frac{56}{33}$$

$$\sin L = \frac{33}{65}$$

$$\cos L = \frac{56}{65}$$

$$\tan L = \frac{33}{56}$$



$$\sin J = \frac{4}{5}$$

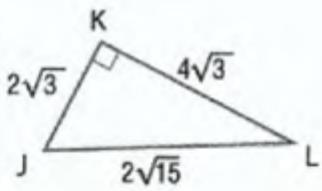
$$\cos J = \frac{3}{5}$$

$$\tan J = \frac{4}{3}$$

$$\sin L = \frac{3}{5}$$

$$\cos L = \frac{4}{5}$$

$$\tan L = \frac{3}{4}$$



$$\sin J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = 6\sqrt{5}$$

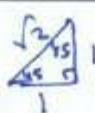
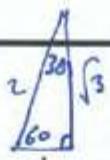
$$\cos J = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan J = \frac{4\sqrt{8}}{2\sqrt{3}} = 2$$

$$\sin L = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos L = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = 6\sqrt{5}$$

$$\tan L = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$



استخدم مثلثاً قائماً الزاوية للتعبير عن كل نسبة مثلثية بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مائة.

$$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} \approx \sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

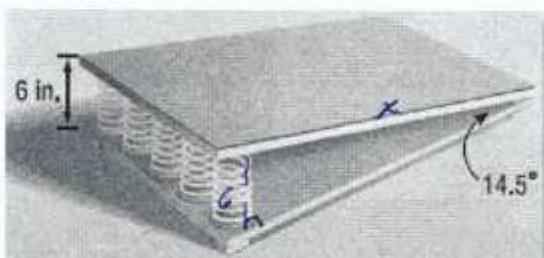
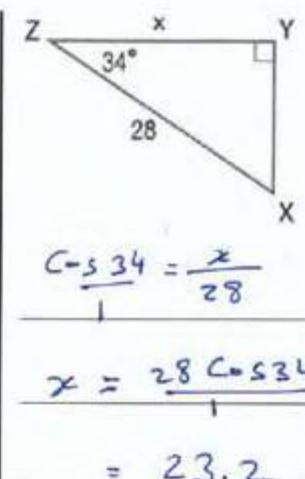
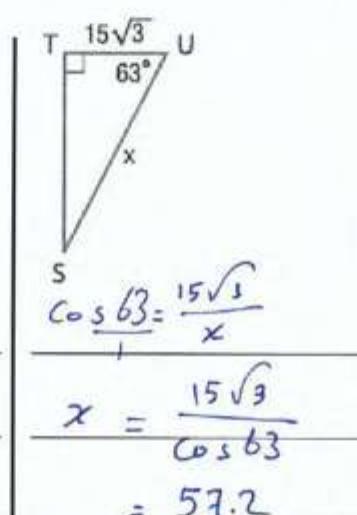
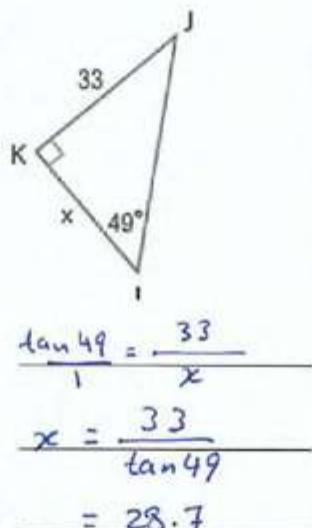
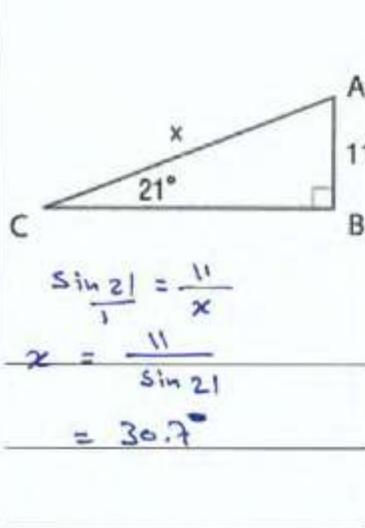
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

أوجد  $x$ . قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

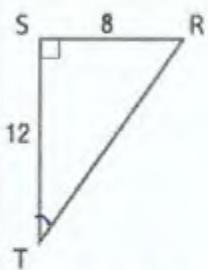


الجمبات منصة الوثب التي يستخدمها وليد في صفت التدريب على الجمباز تتضمن ملفات طولها 6 بوصات وتشكل زاوية مقدارها  $14.5^\circ$  مع القاعدة. فما مقدار طول منصة الوثب؟

$$\sin 14.5^\circ = \frac{6}{x}$$

$$x = \frac{6}{\sin 14.5^\circ} = 23.96 \approx 24 \text{ in}$$

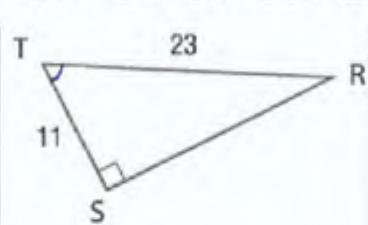
الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس  $\angle T$  إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\sin T = \frac{8}{12}$$

$$T = \sin^{-1} \frac{8}{12}$$

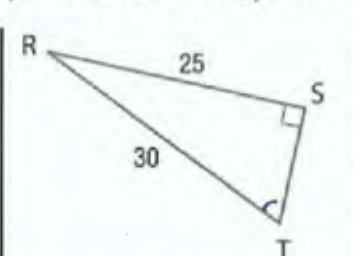
$$= 41.8^\circ$$



$$\cos T = \frac{11}{23}$$

$$T = \cos^{-1} \frac{11}{23}$$

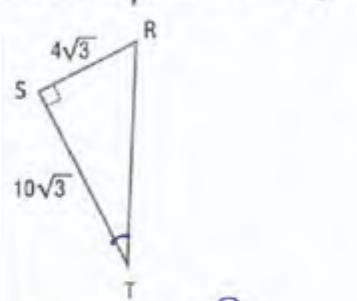
$$= 61.4^\circ$$



$$\sin T = \frac{25}{30}$$

$$T = \sin^{-1} \frac{25}{30}$$

$$= 56.4^\circ$$

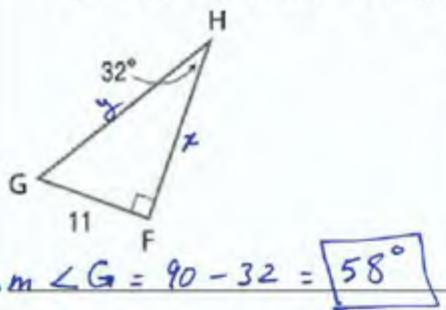


$$\tan T = \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$$

$$T = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$$

$$= 21.8^\circ$$

حل كل مثلث قائم الزاوية. قرب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من العشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



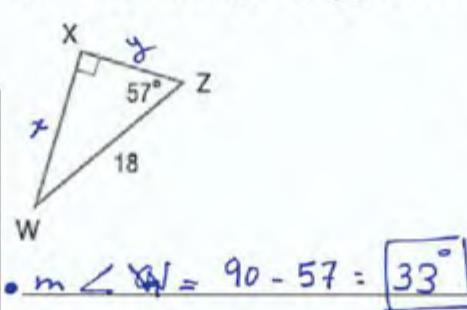
$$\bullet m \angle G = 90 - 32 = 58^\circ$$

$$\bullet \tan 32 = \frac{11}{x}$$

$$\bullet x = \frac{11}{\tan 32} = 17.6$$

$$\bullet \sin 32 = \frac{11}{y}$$

$$\bullet y = \frac{11}{\sin 32} = 20.8$$



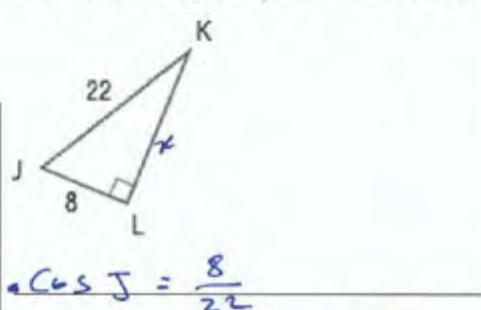
$$\bullet m \angle XWZ = 90 - 57 = 33^\circ$$

$$\bullet \sin 57 = \frac{x}{18}$$

$$\bullet x = 18 \sin 57 = 15.1$$

$$\bullet \cos 57 = \frac{z}{18}$$

$$\bullet z = 18 \cos 57 = 9.8$$



$$\bullet \cos J = \frac{8}{22}$$

$$\bullet J = \cos^{-1} \frac{8}{22} = 68.7^\circ$$

$$\bullet \sin K = \frac{8}{22}$$

$$\bullet k = \sin^{-1} \frac{8}{22} = 21.3^\circ$$

$$\bullet x = \sqrt{22^2 - 8^2} = 2\sqrt{165}$$

$$= 20.5$$



حقائب الظهر لدى سلطان حقيقة ظهر ذات عجلات يبلغ طولها  $3\frac{3}{4}$  قدم عند تمديد يد الحقيقة. عند سحب حقيقة الظهر، فإن يد سلطان تكون مرتفعة بمقدار 3 أقدام من الأرض. ما الزاوية التي تحدثها حقيبة مع الأرض؟ قرب إلى أقرب درجة.

$$\sin \theta = \frac{3}{3\frac{3}{4}} \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left( \frac{3}{3\frac{3}{4}} \right) = 53.1^\circ$$

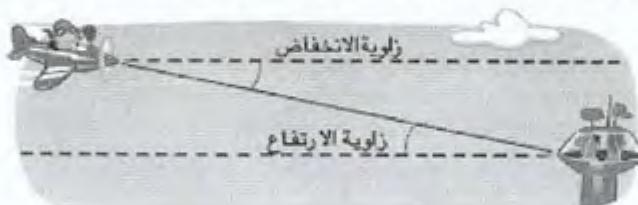
((مؤسسة تربية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها))

ورقة عمل الصف العاشر      5-10 زوايا الارتفاع والانخفاض      الاسم : \_\_\_\_\_ الشعبة : \_\_\_\_\_

نواتج التعلم 1- حل المسائل التي تتضمن زوايا الارتفاع والانخفاض . 2- استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد المسافة بين جسمين .

**زاوية الارتفاع** هي الزاوية التي تتكون من خط أفقي وخط (مسار) الرؤية للمراقب تجاه هدف فوق الخط الأفقي.

**زاوية الانخفاض** هي زاوية تتكون من خط أفقي وخط رؤية المراقب تجاه هدف أدنى من الخط الأفقي.



الهوكي يضرب لاعب هوكي القرص من على بعد 20 قدمًا باتجاه مرمى بارتفاع 5 أقدام . إذا تم ضرب القرص بزاوية ارتفاع  $15^\circ$  باتجاه منتصف المرمى ، فهل سيسجل اللاعب هدف؟

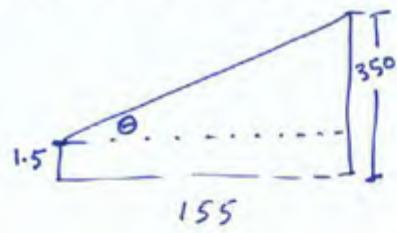
$$\tan 15 = \frac{x}{20}$$

$$x = 20 \tan 15 = 5.35$$

لذلك ليس سجل هدف.

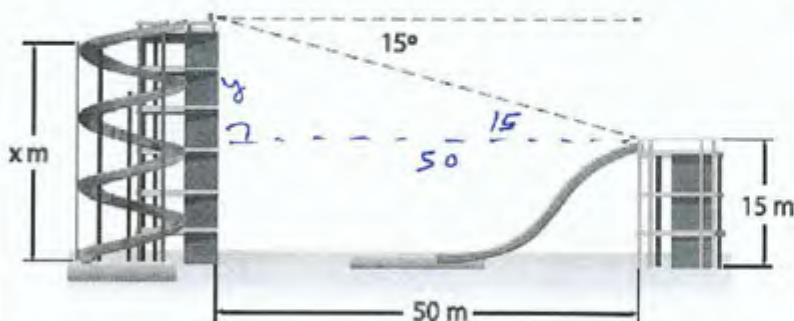


الجبال أوجد زاوية ارتفاع قمة جبل يراها المشاهد من بعد 155 متراً من الجبل إذا كان المشاهد يقف على ارتفاع 1.5 متر من الأرض علماً بأن ارتفاع الجبل هو 350 متراً.



$$\tan \theta = \frac{350 - 1.5}{155} = \frac{348.5}{155} = \\ \theta = \tan^{-1} \frac{348.5}{155} \\ = 60^\circ$$

الملاهي الهادفة منحدراً ترجلق مائيان ببعدان عن بعضهما 50 متراً على مستوى الأرض . من قمة منحدر التزلق الأعلى ، تستطيع رؤية قمة منحدر التزلق الأقل ارتفاعاً بزاوية انخفاض  $15^\circ$  . إذا علمت أن ارتفاع منحدر التزلق الأخرى حوالي 15 متراً من سطح الأرض فما ارتفاعك تقريباً من سطح الأرض؟ قرب إلى أقرب عشرة متر .



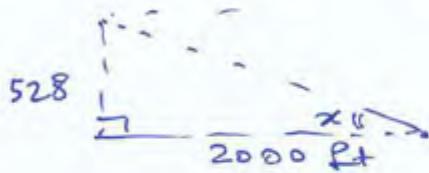
$$\tan 15 = \frac{y}{50}$$

$$y = 50 \tan 15 = 13.4$$

$$x = 15 + 13.4$$

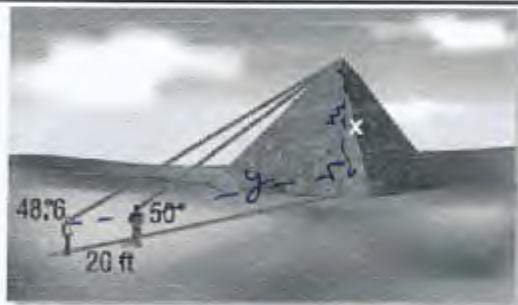
$$= 28.4 \text{ m}$$

الطيوران بسبب عاصفة، يطير طيار على ارتفاع 528 قدمًا ولا بد من أن يهبط بالطائرة. إذا كان ما زالت لديه مسافة أفقية 2000 قدم حتى الهبوط. فبأي زاوية انخفاض يجب أن يهبط؟



$$\tan \theta = \frac{528}{2000}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{528}{2000} = 14.8^\circ$$



الأهرامات يزور كل من أحمد وعلى الهرم الأكبر في مصر. بدءاً من مكان أحمد، تبلغ زاوية الارتفاع لقمة الهرم  $48.6^\circ$ . ومن مكان علي، تبلغ زاوية الارتفاع  $50^\circ$ . فإذا كانا يقتحمان على بعد 20 قدمًا من بعضهما، وكلاهما طوله 5 أقدام و6 بوصات، فما ارتفاع الهرم؟

$$\begin{aligned} \tan 50 &= \frac{m}{y} \quad (1) \Rightarrow m = y \tan 50 \\ \tan 48.6 &= \frac{m}{y+20} \quad (2) \\ \tan 48.6 &= \frac{y + 20}{y} \quad (3) \text{ في } (2) \text{ في } (3) \text{ نعم } \\ \tan 48.6 &= \frac{y + 20}{y} = \frac{y + 20 \tan 48.6}{y} = y \tan 48.6 + 20 \tan 48.6 = y \tan 50 \\ 20 \tan 48.6 + 20 \tan 48.6 &= y \tan 50 \\ 20 \tan 48.6 &= y (\tan 50 - \tan 48.6) \\ \frac{20 \tan 48.6}{\tan 50 - \tan 48.6} &= y \quad (3) \text{ في } (3) \text{ في } (3) \\ 20 \tan 48.6 &= 394.7 \tan 50 \\ &\approx 470.4 \end{aligned}$$

رياضي العومن يقف محمد على لوح القفز الأعلى في حمام السباحة المحلي. وفي الماء، يوجد اثنان من أصدقائه كما هو موضح. فإذا كانت زاوية الانخفاض لأحد أصدقائه هي  $40^\circ$  وللآخر  $30^\circ$  الذي يبعد عن الأول بمسافة 5 أقدام للوراء، فما ارتفاع لوح القفز؟

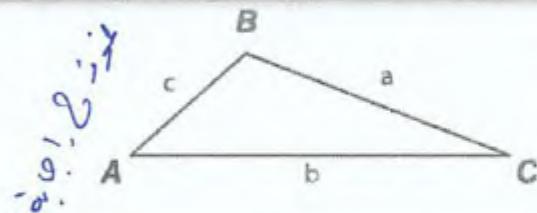


$$\begin{aligned} \tan 30 &= \frac{m}{5+y} \quad (1) \Rightarrow m = (5+y) \tan 30 \\ \tan 40 &= \frac{m}{y} \quad (2) \\ \tan 40 &= \frac{(5+y) \tan 30}{y} \quad (2) \text{ في } (1) \text{ في } (2) \\ y \tan 40 &= 5 \tan 30 + y \tan 30 \\ y (\tan 40 - \tan 30) &= 5 \tan 30 \\ y &= \frac{5 \tan 30}{\tan 40 - \tan 30} = (11) \quad (3) \text{ في } (3) \\ m &= (5+11) \tan 30 \\ &= [9.3] \text{ ft} \end{aligned}$$

ورقة عمل الصف العاشر 10-6 قانون sin وقانون cosine الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

نواتج التعلم 1. استخدام قانون cosine لحل مسائل المثلثات 2. استخدام قانون sine لحل مسائل المثلثات

### النظرية 10.10 قانون sin



في  $\triangle ABC$ , إذا كان أطوال أضلاعه  $a$  و  $b$  و  $c$  تمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$ , فإن

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

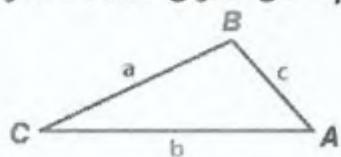
### النظرية 10.11 قانون cosine

في  $\triangle ABC$ , إذا كان أطوال أضلاعه  $a$  و  $b$  و  $c$  تمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$ . فإن

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



### ملخص المفهوم حل المثلث

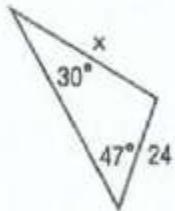
ابداً باستخدام . . .	المعطيات	لحل . . .
نسبة $\tan$ الزاوية نسبة $\sin$ الزاوية أو $\cos$ الزاوية نسبة $\sin$ الزاوية أو $\cos$ الزاوية نسبة $\tan$ الزاوية أو $\sin$ الزاوية أو $\cos$ الزاوية	ساق-ساق (LL) وتر-ساق (HL) زاوية حادة-وتر (AH) زاوية حادة-ساق (AL)	مثلث قائم الزاوية
قانون sin قانون sin قانون cosine قانون cosine	زاوية-زاوية-ضلع (AAS) زاوية-ضلع-زاوية (ASA) ضلع-زاوية-ضلع (SAS) ضلع-ضلع-ضلع (SSS)	أي مثلث

يمكنك استخدام قانون sin لحل مثلث إذا كنت تعرف قياس زاويتين وأي ضلع (ASA أو AAS).

يمكنك استخدام قانون cosine لحل مثلث إذا كنت تعرف طول الضلعين والزاوية بينهما (SAS).

يمكنك أيضاً استخدام قانون cosine إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة (SSS).

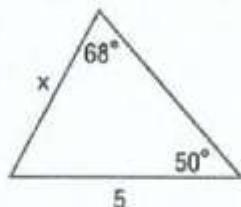
أوجد  $x$ . قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



AAS

$$\frac{\sin 47}{x} = \frac{\sin 30}{24}$$

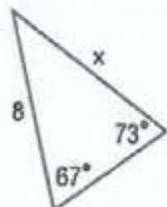
$$x = \frac{24 \sin 47}{\sin 30} = 36.1$$



AAS

$$\frac{\sin 50}{x} = \frac{\sin 68}{5}$$

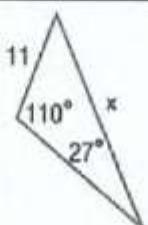
$$x = \frac{5 \sin 50}{\sin 68} = 4.1$$



AAS

$$\frac{\sin 67}{x} = \frac{\sin 73}{8}$$

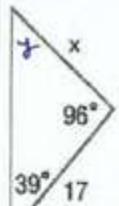
$$x = \frac{8 \sin 67}{\sin 73} = 7.7$$



AAS

$$\frac{\sin 110}{x} = \frac{\sin 27}{11}$$

$$x = \frac{11 \sin 110}{\sin 27} = 22.8$$

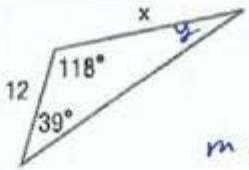


AAS

$$m \angle y = 180 - 96 - 39 = 45$$

$$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 45}{17}$$

$$x = \frac{17 \sin 39}{\sin 45} = 15.1$$

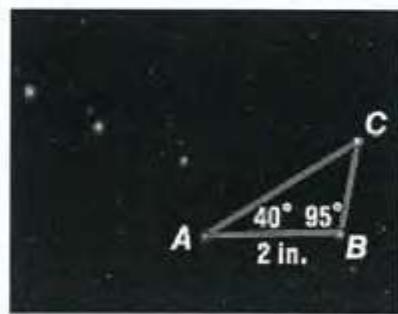


AAS

$$m \angle y = 180 - 39 - 118 = 23$$

$$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 23}{12}$$

$$x = \frac{12 \sin 39}{\sin 23} = 19.3$$

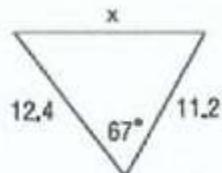


استخدام التماذج تنظر حالة لمجموعة الدب الأكبر من التلسكوب.  
ويظهر لها أن مجموعة النجوم تشكل مثلثاً بقياسات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. استخدم قانون sine لإيجاد المسافة بين A وC.

$$\frac{\sin 95}{AC} = \frac{\sin 45}{2}$$

$$AC = \frac{2 \sin 95}{\sin 45} = 2.8$$

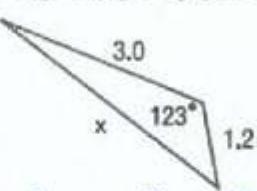
أوجد  $x$ . قرّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



$$x^2 = 11.2^2 + 12.4^2 - 2(11.2)(12.4) \cos 67$$

$$x^2 = 170.67$$

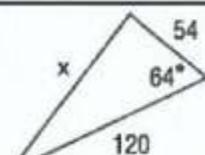
$$x = 13.1$$



$$x^2 = 1.2^2 + 3^2 - 2(1.2)(3) \cos 123$$

$$x^2 = 14.36$$

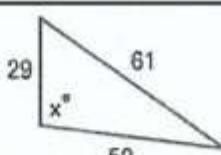
$$x = 3.8$$



$$x^2 = 54^2 + 120^2 - 2(54)(120) \cos 64$$

$$x^2 = 11634.71$$

$$x = 107.9$$



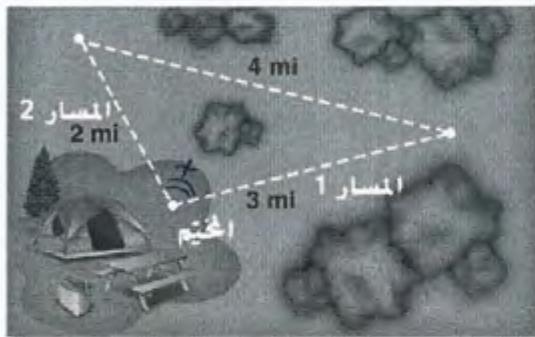
$$61^2 = 50^2 + 29^2 - 2(50)(29) \cos x$$

$$\frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} = \cos x$$

$$x = \cos^{-1} \left[ \frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} \right]$$

$$= 97.5$$

$$\approx 98^\circ$$



التجول سيروا على الأقدام يقرر مجموعة من الأصدقاء المشاركين في رحلة تخييم أن يخرجوا للتجول سيراً على الأقدام. طبقاً للخرائط الموضحة على اليمين، فما قياس الزاوية بين المسار 1 والمسار 2؟

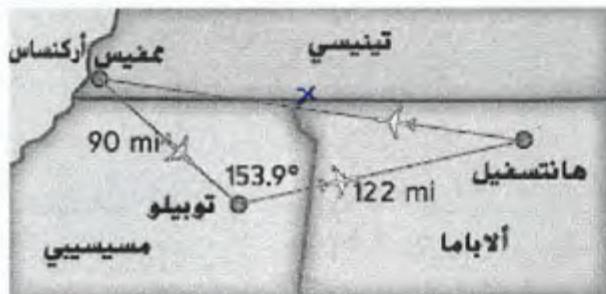
$$4^2 = 3^2 + 2^2 - 2(3)(2) \cos x$$

$$4^2 - 3^2 - 2^2 = -2(3)(2) \cos x$$

$$\frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} = \cos x$$

$$\cos^{-1} \left[ \frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} \right] = x$$

$$104.5^\circ =$$



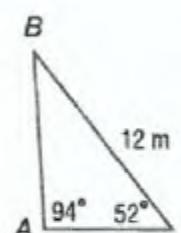
السفر يقود طيار الطائرة بسرعة 90 ميلًا من ممفيس بولاية تينيسي مروراً بتوبيلو بولاية مسيسيبي ثم هانتسفيل بولاية ألاباما وأخيراً يعود إلى ممفيس. كم تبعد ممفيس عن هانتسفيل؟

$$x^2 = 122^2 + 90^2 - 2(122)(90) \cos 153.9$$

$$x = 206.7 \text{ mi}$$

البنية جل كل مثلث. قرّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

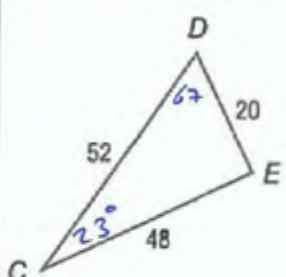
$$m \angle B = 180 - 52 - 94 = 34^\circ$$



$$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 52}{AB} \Rightarrow AB = \frac{12 \sin 52}{\sin 94} = 9.5 \text{ m}$$

$$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 34}{AC} \Rightarrow AC = \frac{12 \sin 34}{\sin 94} = 6.7 \text{ m}$$

البنية جل كل مثلث. قرّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

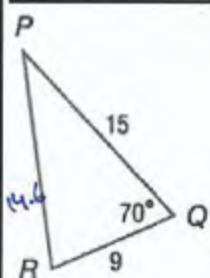


$$48^2 = 20^2 + 52^2 - 2(20)(52) \cos D$$

$$\cos D = \frac{20^2 + 52^2 - 48^2}{2(20)(52)} \Rightarrow D = \cos^{-1} \left( \frac{20^2 + 52^2 - 48^2}{2(20)(52)} \right) = 67^\circ$$

$$\frac{\sin C}{20} = \frac{\sin 67}{48} \Rightarrow \sin C = \frac{20 \sin 67}{48} \Rightarrow C = \sin^{-1} \left( \frac{20 \sin 67}{48} \right) = 23^\circ$$

$$m\angle E = 180 - 67 - 23 = 90^\circ$$



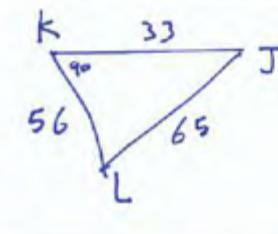
$$PR^2 = 9^2 + 15^2 - 2(9)(15) \cos 70$$

$$PR = 14.6$$

$$\frac{\sin 70}{14.6} = \frac{\sin P}{9} \Rightarrow \sin P = \frac{9 \sin 70}{14.6}$$

$$\Rightarrow P = 35^\circ$$

$$m\angle R = 180 - 70 - 35 = 75^\circ$$



.JK = 33, KL = 56, LJ = 65 إذا كان  $\triangle JKL$  حل

$$65^2 = 33^2 + 56^2 - 2(33)(56) \cos k$$

$$65^2 - 33^2 - 56^2 = -2(33)(56) \cos k$$

$$\frac{65^2 - 33^2 - 56^2}{-2(33)(56)} = \cos k$$

$$\cos^{-1} \left[ \frac{65^2 - 33^2 - 56^2}{-2(33)(56)} \right] = k$$

$$90^\circ =$$

$$\frac{\sin 90}{65} = \frac{\sin J}{56} \Rightarrow \sin J = \frac{56 \sin 90}{65}$$

$$J = 59.55^\circ$$

$$m\angle L = 180 - 90 - 59.55 = 31^\circ$$

2 - حل المسائل التي تشتمل على محيط دائرة.

نواتج التعلم | 1- تحديد أجزاء الدوائر واستخدامها.

**الدائرة** هي المحل الهندسي لمجموعة من جميع نقاط المستوى متتساوية البعد عن نقطة ثابتة تدعى **مركز الدائرة**.

### القطع الخاصة في دائرة

إن **نصف القطر** (جمعها **أنصاف الأقطار**) قطعة مستقيمة نقطتها الطرفتان تقع إحداهما في **المركز** والأخرى على الدائرة.

ال**وتر** قطعة مستقيمة تقع نقطتها الطرفتان على الدائرة.

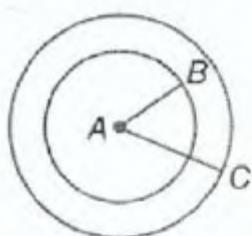
**القطر** في دائرة هو وتر يمر من المركز ويكون من نصفين قطررين

$$d = 2r \quad \text{قانون القطر}$$

$$r = \frac{1}{2}d \quad r = \frac{d}{2} \quad \text{أو} \quad \text{قانون نصف القطر}$$

### أزواج الدوائر

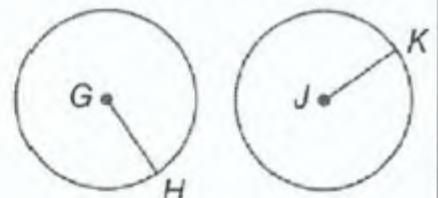
**الدوائر متحدة المركز** هي دوائر متحدة المستوى لها المركز نفسه.



كل الدوائر متشابهة.



تتطابق دائرتان حسراً إذا كانتا تضمان نصف قطر متطابقين.



يمكن لدائرتين أن تتقاطعا بطرقتين مختلفتين اثنتين.

لا نقاط تقاطع	نقطة تقاطع واحدة	نقطتا تقاطع

إن **محيط دائرة** هو المسافة حول الدائرة. وبالتعريف، فإن النسبة  $\frac{C}{d}$  هي عدد غير نسبي يدعى **بالي** ( $\pi$ ).

$$C = 2\pi r \quad \text{أو} \quad C = \pi d$$

يكون المضلع **محاذاً** بدائرة إذا كانت جميع رؤوسه تقع على الدائرة. وتعبر الدائرة **محيطاً** للمضلعل إذا كانت تضم رؤوس المضلعل جميعها.



عد إلى الدائرة  $\odot R$ .

R  
نقطة مركز الدائرة.

SU

حدد وترًا هو قطر في الدائرة أيضًا.

هل  $\overline{VU}$  نصف قطر؟ اشرح. لا. نصف قطر طرفيه أحدهما على الدائرة، والآخر في المركز.

$$16.2 \div 2 = \boxed{8.1} \quad \text{إذا كان طول } SU = 16.2 \text{ سنتيمترًا. فما طول } RT ?$$



عد إلى الدائرة  $\odot F$ .

DE

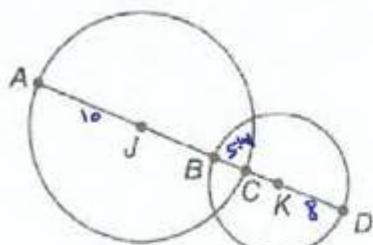
حدد وترًا لا يعد قطرًا في الدائرة.

$$14(2) = \boxed{28}$$

إذا كان  $CF = 14$  سنتيمترًا. فما هو قطر الدائرة؟

هل  $\overline{AF} \cong \overline{EF}$ ? اشرح. نعم. كلا هم زوايا أقطار.

$$7.4 \div 2 = \boxed{3.7} \quad \text{إذا كان طول } DA = 7.4 \text{ سنتيمترًا. فما هو طول } EF ?$$



للدائرة L نصف قطر يساوي 10 وحدات، وللدائرة K نصف قطر يساوي 8 وحدات، و  $BC = 5.4$  وحدات. أوجد كل القياسات.

$$CK = 8 - 5.4 = \boxed{2.6} \quad AB = 20 - 5.4 = 14.6$$

$$JK = 10 + CK = 10 + 2.6 = \boxed{12.6} \quad AD = 20 + 8 + CK = \\ = 20 + 8 + 2.6 \\ = \boxed{30.6}$$



البيتزا أوجد نصف قطر والمحيط لقطعة البيتزا الموضحة.  
وقرب إلى أقرب جزء من مائة عند الضرورة.

$$r = 16 \div 2 = \boxed{8} \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r = 2(3.14)(8) = 50.24 \text{ cm} \\ = 2\pi(8) = 50.27 \text{ cm}$$

الدراجات فطراً علتي إحدى الدراجات يساويان 26 سنتيمترًا. أوجد نصف قطر العجلة ومحيطها. وقرب إلى أقرب جزء من المائة عند الضرورة.

$$r = 13 \text{ cm}$$

$$C = 2(\pi)(13) = 26\pi = 81.68 \text{ cm}$$

أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرب إلى أقرب مائة.

$$C = 18 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$18 = 2\pi r$$

$$\frac{18}{2\pi} = r$$

$$2.864 = r$$

$$5.729 = d$$

$$C = 375.3 \text{ cm}$$

$$C = 2\pi r$$

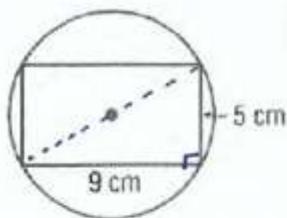
$$375.3 = 2\pi r$$

$$\frac{375.3}{2\pi} = r$$

$$59.73 = r$$

$$119.46 = d$$

الاستنتاج المنطقي أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المطلع المحيط لها أو المحاط بها.



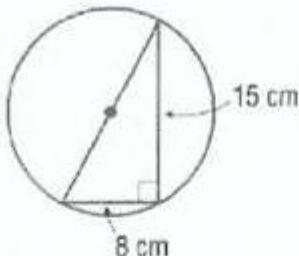
نظريّة خيانة勾股定理

$$d = \sqrt{9^2 + 5^2} = 10.295$$

$$r = 5.15$$

$$C = 2\pi(5.15)$$

$$= 32.36 \text{ cm}$$



نظرية ثالث تحرير

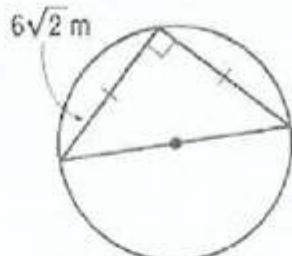
$$d = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$

$$r = 8.5$$

$$C = 2\pi r$$

$$= 2\pi(8.5)$$

$$= 53.41 \text{ cm}$$



نظريّة خاص ٩٥

$$d = (6/\sqrt{2})(\sqrt{2}) = 12$$

$$r = 6$$

$$C = 2\pi r$$

$$= 2\pi(6)$$

$$= 37.70 \text{ m}$$



$$d = 25 \text{ mm}$$

$$r = 12.5 \text{ mm}$$

$$C = 2\pi r$$

$$= 2\pi(12.5)$$

$$= 78.54 \text{ mm}$$

الاسم : \_\_\_\_\_ الشعبة : \_\_\_\_\_

11-2 قياس الزوايا والأقواس

ورقة عمل الصف العاشر

**نواتج التعلم**

2 - إيجاد أطوال الأقواس

1 - تحديد الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى وأنصاف الدوائر، وإيجاد

إن الزاوية المركزية هي دائرة هي زاوية يقع رأسها عند مركز الدائرة. وهي تتضمن نصف قطر في الدائرة.

إن القوس هو جزء من دائرة يحدّد ب نقطتين اثنتين.

مجموع الزوايا المركزية يساوي مجموع قياسات الزوايا المركزية في دائرة 360

## الأقواس وقياساتها

الصورة	القياس	تعريف
	قياس القوس الأصغر هو قياس زاويته المركزية. $m\widehat{AC} = m\angle ABC = x^\circ$	القوس الأصغر Minor arc هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.
	قياس القوس الأكبر هو $360^\circ$ . $m\widehat{ADC} = 360^\circ - m\angle ABC = 360^\circ - x^\circ$	القوس الأكبر Major arc هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.
	قياس نصف الدائرة يساوي $180^\circ$ . $m\widehat{EFG} = 180^\circ$	نصف دائرة Semicircle هو قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر للدائرة.

في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق قوسان أحمران فقط إذا كانت زاويتهما المركزيتان متطابقتين.

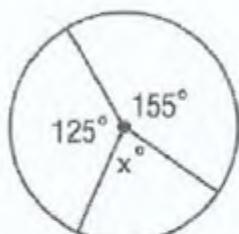
**مسلمـة جـمـع الأـقوـاس** إن قياس قوس مشكل من قوسين متجاورين هو مجموع قياسي القوسين.



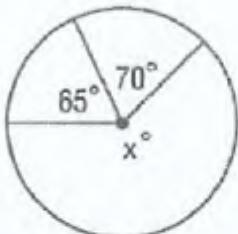
نسبة طول قوس  $\ell$  إلى محيط دائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى 360.

$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x}{360} \quad \text{أو} \quad \ell = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r \quad \frac{\text{زاوية}}{360} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}}$$

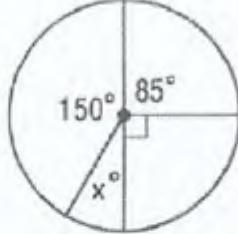
أوجد قيمة  $x$ .



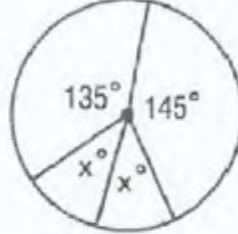
$$x = 360 - 155 - 125 \\ = 80$$



$$x = 360 - 70 - 65 \\ = 225$$



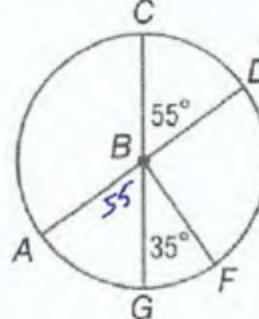
$$x = 360 - 150 - 85 - 90 \\ = 35$$



$$x = \frac{360 - 135 - 145}{2} \\ = 40^\circ$$

$\cancel{x=180-180}$

قطران في الدائرة  $\odot B$ . حدد إن كان كل قوس  $CG$  أو  $AD$  أو نصف دائرة. ثم أوجد قياسه.



$$m\widehat{CD} = 55^\circ$$

$$m\widehat{CGD} = 360 - 55 \\ = 305$$

$$m\widehat{AC} = 180 - 55 \\ = 125$$

$$m\widehat{GCF} = 360 - 35 \\ = 325$$

$$m\widehat{CFG} = 180^\circ$$

$$m\widehat{ACD} = 180^\circ$$

### أفضل الأماكن للتسوق بفرض شراء الثياب



التسوق يعرض التمثيل البياني نتائج استبيان سُئل فيه مراهقون عن المكان الأفضل لتسوق الملابس بالنسبة إليهم.

a. ما قياس القوسين المقابلين لفتي للمجمع التجاري ومحال بيع الثياب بالتجزئة؟

$$\frac{80}{100} + \frac{4}{100} = \frac{84}{100} = \frac{21}{360} = 28\%$$

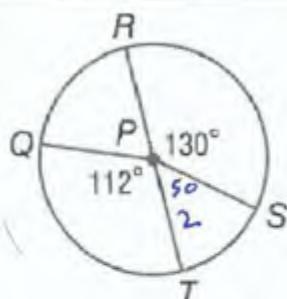
b. حفظ نوعي القوسين المقابلين لفتني "المجمع التجاري" وفتنة "لا شيء من ذلك".

المجمع التجاري توس زكـر (24%)، سـدـلـهـ تـوسـاـصـر

c. هل ثمة أي أقواس متطابقة في هذا التمثيل البياني؟

شرح.

نعم، لشيء سـدـلـهـ تـوسـاـصـر (24%) عبر الانترنت تـوسـاـصـر (24%)



استخدم الدائرة  $\odot P$  لإيجاد طول كل قوس. قرب إلى أقرب جزء من مئة.

$$\frac{\widehat{RS}}{2\pi r} = \frac{130}{360} \Rightarrow \widehat{RS} = \frac{130(2\pi r)}{360} = 4.537$$

$$\frac{\widehat{QT}}{2\pi r} = \frac{112}{360} \Rightarrow \widehat{QT} = \frac{112(\pi r)}{360} = 8.796$$

$$\frac{\widehat{RTS}}{2\pi r} = \frac{360 - 130}{360}$$

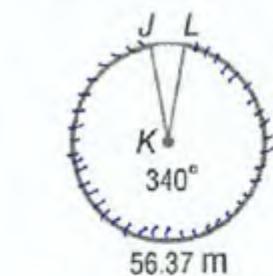
$$\widehat{RTS} = \frac{230(6)\pi}{360} = 12.042$$

$$\frac{\widehat{QRS}}{2\pi r} = \frac{130 + 68}{360}$$

$$\widehat{QRS} = \frac{198(11)\pi}{360} = 19.086$$

الاستنتاج أوجد كلاً من القياسات. وقرب كل قياس خطى إلى أقرب مئة وكل قياس قوس إلى أقرب درجة. وكل قياس قوس إلى أقرب درجة.

### نصف قطر الدائرة



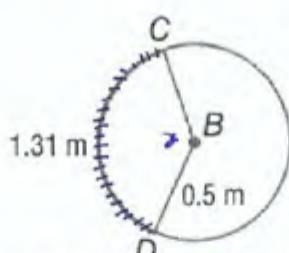
$$\frac{\text{زاوية القوس}}{360} = \frac{\text{محيط}}{\text{المحيط}}$$

$$\frac{56.37}{2\pi r} = \frac{340}{360}$$

$$2\pi r (340) = 360(56.37)$$

$$r = \frac{360(56.37)}{2\pi(340)} = 9.4993$$

### $m\widehat{CD}$



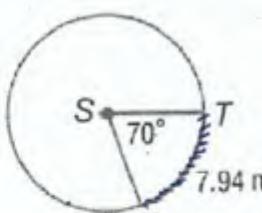
$$\frac{\text{محيط}}{360} = \frac{\text{زاوية القوس}}{\text{محيط}} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{1.31}{2\pi(0.5)} = \frac{x}{360}$$

$$x = \frac{1.31(360)}{2\pi(0.5)}$$

$$= 150.1149$$

### محيط الدائرة



$$\frac{\text{محيط}}{360} = \frac{\text{زاوية القوس}}{\text{محيط}} = \frac{7.94}{360}$$

$$\frac{7.94}{70} = \frac{360}{\text{محيط}}$$

$$\text{محيط} = \frac{7.94(360)}{70}$$

$$= 40.834 \text{ m}$$



الشعبية : \_\_\_\_\_

الاسم : \_\_\_\_\_

الأقواس والأوتار

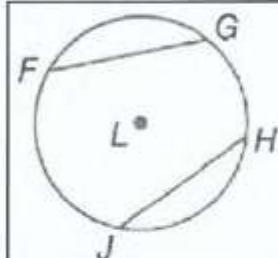
11-3

ورقة عمل الصف العاشر

### نواتج التعلم

2 - التعرف على العلاقات بين الأقواس والأوتار والأقطار

1- التعرف على العلاقات بين الأقواس والأوتار والأقطار

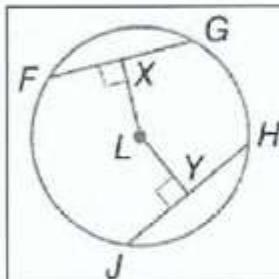


في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق قوسان أصغران فقط إذا كان وترهما المتناظران متطابقين.

$$\overline{FG} \cong \overline{HJ}$$

### المبرهنة

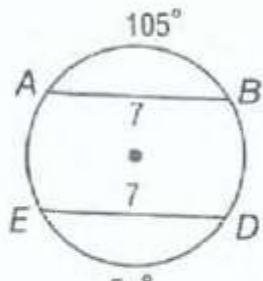
المطلوب	المعطى	المبرهنة
$\widehat{EF}$ يُنصف $\overline{CD}$		5-3-3 القطر العمودي على وتر دائرة يُنصفه ويُنصف كلاً من قوسيه.
$\overline{JK}$ هو قطر للدائرة. $\overline{GH}$ هو المنصف العمودي للوتر		5-3-4 العمود المنصف لوتر في دائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.



في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق وتران فقط إذا كانوا متساويي البعد عن المركز.

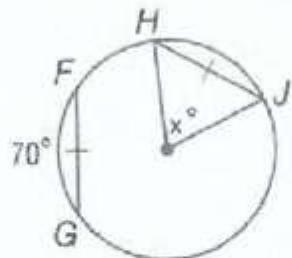
$$\angle X = \angle Y \quad \text{فقط إذا كان } \overline{FG} \cong \overline{HJ}$$

الجبر أوجد قيمة  $x$ .



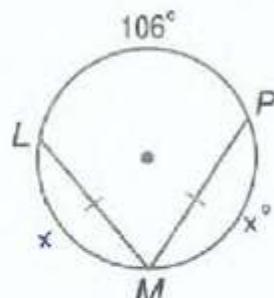
$$5x = 105$$

$$x = \frac{105}{5} = 21^\circ$$



$$m\widehat{HJ} = 70^\circ$$

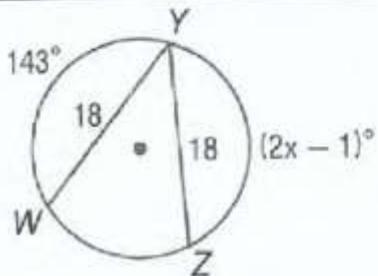
$$\Rightarrow x^\circ = 70^\circ$$



$$x + x + 106 = 360$$

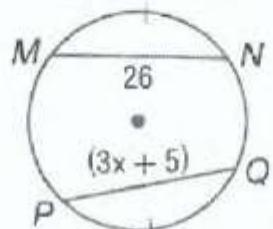
$$2x = 360 - 106$$

$$x = \frac{254}{2} = 127^\circ$$



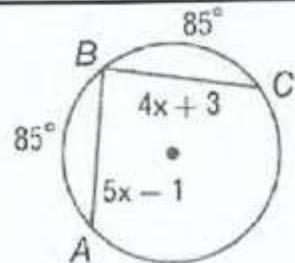
$$2x - 1 = 143$$

$$x = \frac{143 + 1}{2} = \frac{144}{2} = 72^\circ$$



$$3x + 5 = 26$$

$$x = \frac{26 - 5}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

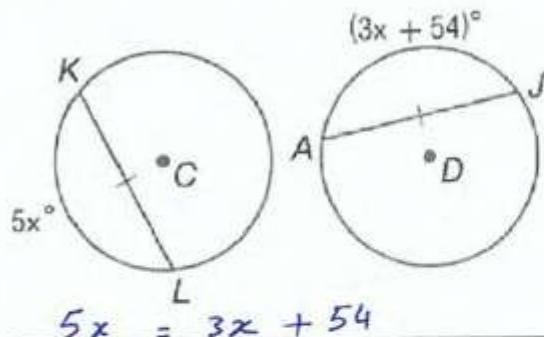


$$4x + 3 = 5x - 1$$

$$3 + 1 = 5x - 4x$$

$$4 = x$$

$\odot C \cong \odot D$



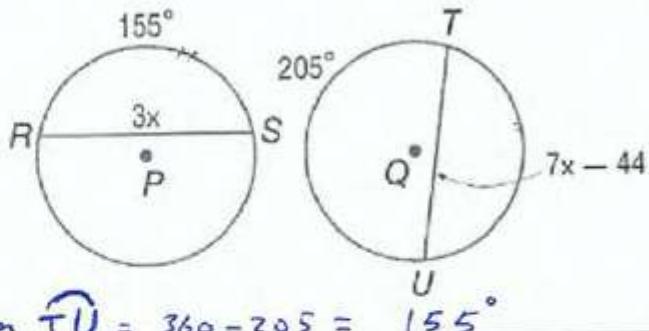
$$5x = 3x + 54$$

$$2x = 54$$

$$x = \frac{54}{2}$$

$$x = 27$$

$\odot P \cong \odot Q$



$$m\widehat{TU} = 360 - 205 = 155^\circ$$

$$7x - 44 = 3x$$

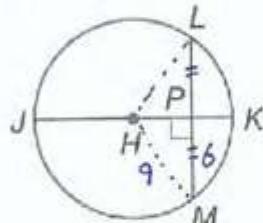
$$7x - 3x = 44$$

$$4x = 44$$

$$x = \frac{44}{4}$$

$$x = 11$$

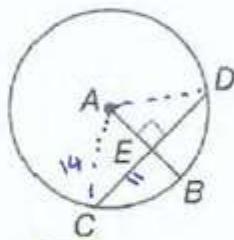
في الدائرة ⊙H القطر يساوي 18 و  $LM = 12$  و  $m\widehat{LM} = 84$ . أوجد كلاً من القياسات.  
أقرب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.



$$m\widehat{LK} \quad 84 \div 2 = 42^\circ$$

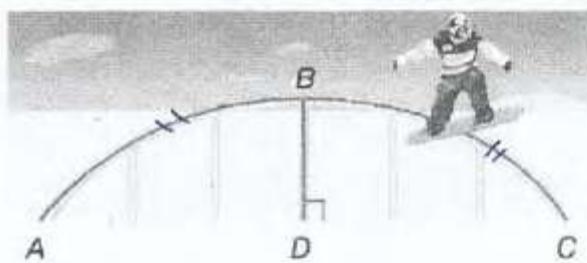
$$HP = \sqrt{9^2 - 6^2} = \\ = 3\sqrt{5} = 6.71$$

في الدائرة ⊙A، نصف القطر يساوي 14 و  $CD = 22$ . أوجد كلاً من القياسات.  
أقرب جزء من المئة عند الضرورة.



$$CE \quad 22 \div 2 = 11$$

$$EB = AB - AE \\ = 14 - \sqrt{14^2 - 11^2} \\ = 14 - 5\sqrt{3} = 5.34$$



الجبر في الدائرة ⊙S،  $LM = 16$  و  $PN = 4x$ . ما قيمة  $x$ ؟



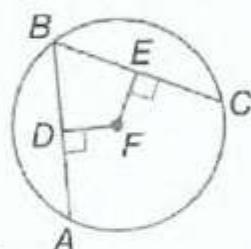
$$LM = PN$$

$$16 = 4x$$

$$\frac{16}{4} = x$$

$$4 = x$$

الجبر في الدائرة ⊙F،  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ .  $FE = x + 9$  و  $DF = 3x - 7$   
ما قيمة  $x$ ؟



$$\overline{AB} \cong \overline{BC} \quad 16 = 2x$$

$$\Rightarrow FE = FD$$

$$x + 9 = 3x - 7$$

$$9 + 7 = 3x - x$$

$$\frac{16}{2} = x$$

$$8 = x$$

ورقة عمل الصف العاشر      الشعبة : \_\_\_\_\_ الاسم : \_\_\_\_\_

2 - إيجاد قياسات الزوايا المحيطية .

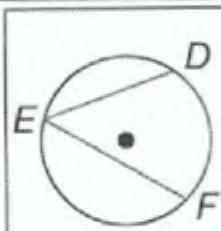
### 11-4 الزوايا المحيطية

نواتج التعلم

**الزاوية المحيطية** Inscribed angle هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعها وتران في الدائرة.

#### أنتبه!

يُعطى حلول القوس بوحدات الطول مثل السنتيمترات. أما قياس القوس فيُعطى بالدرجات.



$\angle DEF$  هي زاوية محيطية.

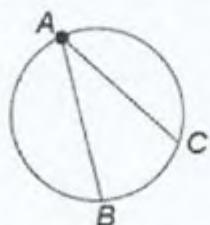
$\widehat{DF}$  هو القوس الذي تحدده الزاوية المحيطية  $\angle DEF$

الوتر  $\overline{DF}$  هو الوتر الذي تحدده الزاوية المحيطية .

#### مبرهنة

#### مبرهنة الزاوية المحيطية

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس الذي تحدده على الدائرة.



$$m \angle BAC = \frac{1}{2} m \widehat{BC}$$

#### مبرهنة

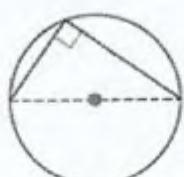
الزوايا المحيطية المشتركة في قوس تكون متطابقة.

$$\angle ACB \equiv \angle ADB \equiv \angle AEB$$

$$\angle CAE \equiv \angle CBE$$

#### مبرهنة

تكون زاوية محيطية زاوية قائمة إذا وفقط إذا كان القوس الذي تحدده نصف دائرة.



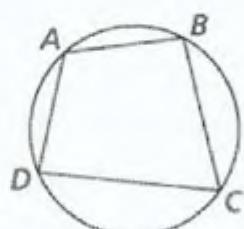
#### مبرهنة

$$m \angle A + m \angle C = 180^\circ$$

$$m \angle B + m \angle D = 180^\circ$$

#### تذكر

الرباعي الدائري هو رباعي تقع جميع رؤوسه على الدائرة نفسها.

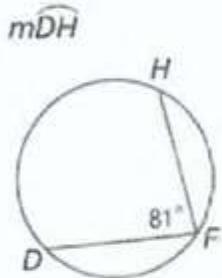


الرباعي ABCD محاط بدائرة.

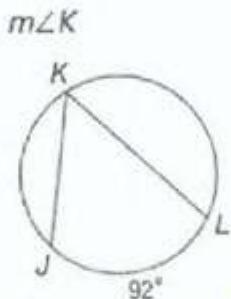
إذا كان رباعي محاطاً بدائرة فإن مجموع قياسي كل زاويتين مُتقابلتين من زواياه هو  $180^\circ$ .

مفردات إما كانت  $A$  و  $B$  و  $C$  ثالث نقاط على دائرة، فإن زاوية  $\angle ABC$  (مركزية أو محاطية).

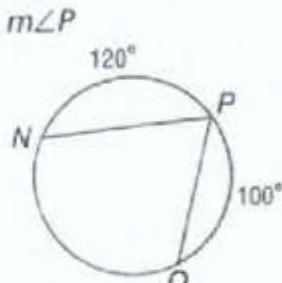
أوجد قياس كل مما يلي.



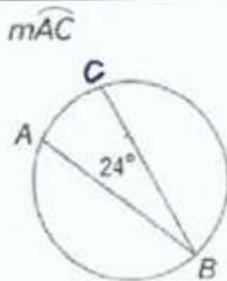
$$m\widehat{DH} = 162^\circ$$



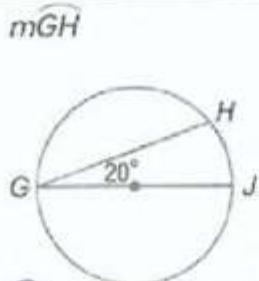
$$m\widehat{KJ} = 46^\circ$$



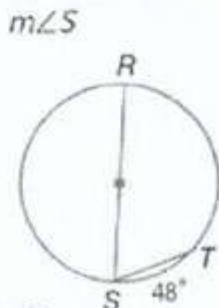
$$\begin{aligned} m\widehat{NP} &= 360 - 120 - 100 = 140^\circ \\ m\angle P &= 140 \div 2 = 70^\circ \end{aligned}$$



$$m\widehat{AC} = 48^\circ$$

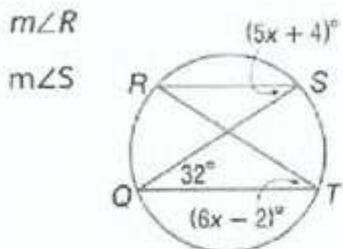


$$\begin{aligned} m\widehat{GH} &= 2 \times (2) = 40^\circ \\ m\angle G &= 180 - 40 = 140^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} m\widehat{RT} &= 180 - 48 = 132^\circ \\ m\angle S &= 132 \div 2 = 66^\circ \end{aligned}$$

جبرياً أوجد كلاً من القياسات.

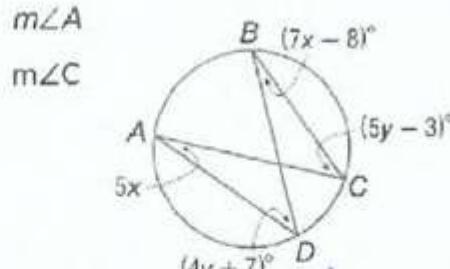


$$m\angle R = m\angle Q = 32^\circ$$

$$5x + 4 = 6x - 2$$

$$6 = x$$

$$m\angle S = 5(6) + 4 = 34^\circ$$



$$5x = 7x - 8$$

$$8 = 2x$$

$$4 = x$$

$$\begin{aligned} m\angle A &= 5(4) = 20^\circ \\ m\angle C &= 5(10) - 3 \\ &= 47^\circ \end{aligned}$$

$$5y - 3 = 4y + 7$$

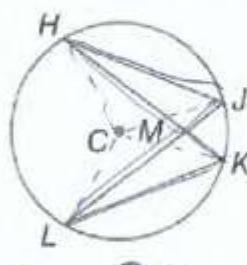
$$y = 10$$

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين.

برهان مكون من عصودين

معطى:  $\odot C$

المطلوب إثباته:  $\triangle KML \sim \triangle JMH$



على

$$m\angle LMK \cong m\angle HNJ$$

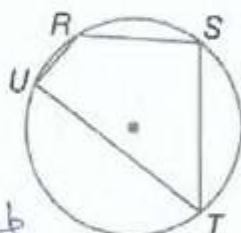
$$\text{حيثما } \angle J \cong \angle K$$

$$\boxed{\text{AA}} \quad \triangle KML \sim \triangle JMH$$

فكرة برهان

$$m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$$

المطلوب إثباته:  $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$



طريقة برهان

$$m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$$

$$m\widehat{TUR} = 2m\angle S \quad \text{--- ①}$$

فيما هو في المحيطة

$$m\widehat{URS} = 2m\angle T$$

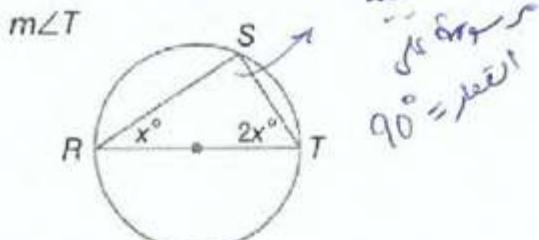
$$2m\widehat{URS} = 4m\angle T$$

$$2m\widehat{URS} = 4 \times \frac{1}{2} m\angle S$$

$$2m\widehat{URS} = 2m\angle S \quad \text{--- ②}$$

$$m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS} \quad \text{--- ③}$$

جبرياً أوجد كلاً من القيم.



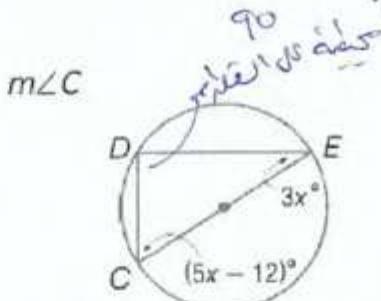
$$2x + x + 90 = 180$$

$$3x = 90$$

$$\boxed{x = 30}$$

$$m\angle T = 2(30)$$

$$= 60^\circ$$



م $\angle C$

$$5x - 12 + 2x + 90 = 180$$

$$8x = 102$$

$$x = 12.75$$

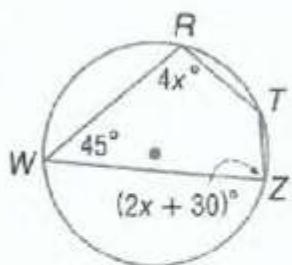
$$m\angle C = 5(12.75) - 12$$

$$= 51.75$$

البنية أوجد كلاً من القياسات.

$$m\angle T$$

$$m\angle Z$$



$$4x + 2x + 30 = 180 \quad \text{رسامي} \quad 5 \times 11$$

$$6x = 150$$

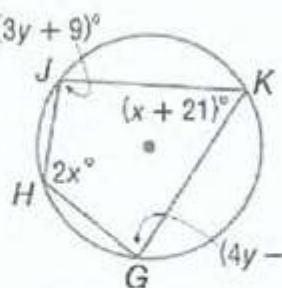
$$x = 25$$

$$m\angle T = 180 - 45 = 135^\circ$$

$$m\angle Z = 2(25) + 30 = 80$$

$$m\angle H$$

$$m\angle G$$



$$2x + x + 21 = 180 \quad \text{رسامي} \quad 6$$

$$3x = 159$$

$$x = 53$$

$$3y + 9 + 4y - 11 = 180$$

$$7y = 182$$

$$y = 26$$

$$m\angle H = 2(53) = 106^\circ \quad m\angle G = 4(26) = 93^\circ$$

الأعمال الفنية يوضح الشكل أربعة نقوش فنية مختلفة لنجمة مصنوعة من الخيوط. فإذا كانت جميع الزوايا المحيطة لكل نجمة متطابقة. أوجدقياس كل زاوية محيطة.

a.



$$360 \div 5 = 72$$

$$72 \div 2 = 36^\circ$$

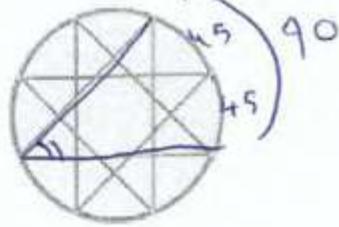
b.



$$360 \div 7 = 51.428$$

$$51.428 \div 2 = 25.714$$

c.



$$360 \div 8 = 45$$

$$45 \times 2 = 90$$



$$m\angle P = 360 \div 8 \\ = 45^\circ$$

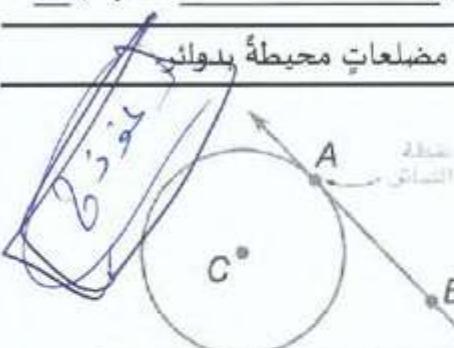
$$m\angle NO = 3(45) = 135^\circ$$

$$m\angle LRQ = 5(45) \div 2 \\ = 112.5^\circ$$

$$m\angle RLQ = 45 \div 2 = 22.5^\circ$$

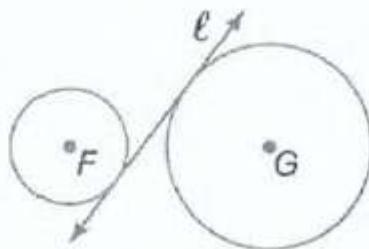
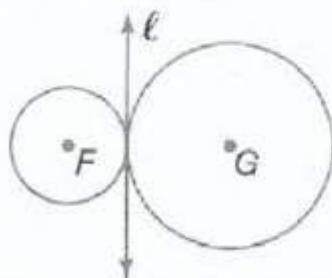
$$m\angle LSR = 6(45) \div 2 \\ = 135^\circ$$

الإشارات تحاط إشارة التوقف التي لها شكل قياسي أضلاع منتظم في دائرة. أوجد كلاً من القياسات.

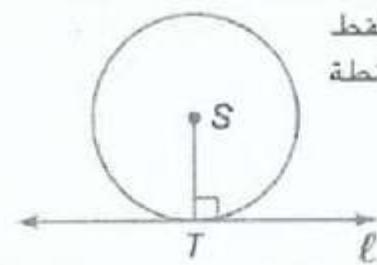


المماس هو مستقيم يقع في مستوى الدائرة نفسه ويقطع محيطها في نقطة واحدة فقط تدعى نقطة التماس.

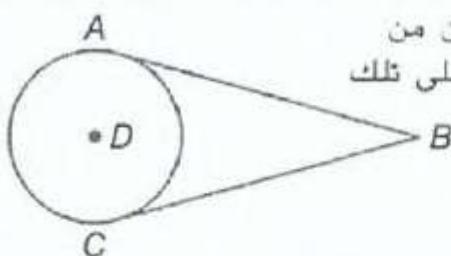
المماس المشترك هو مستقيم أو شعاع أو قطعة مستقيمة تمس دائرين في المستوى نفسه.



نظريّة 11.10 في مستوى ما، يكون مستقيّم مماساً على دائرة فقط إذا كان عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.



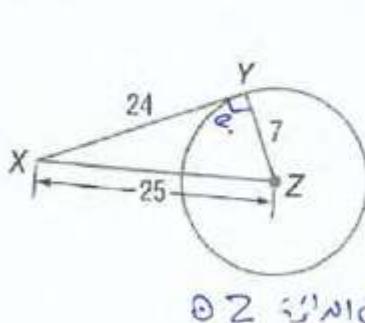
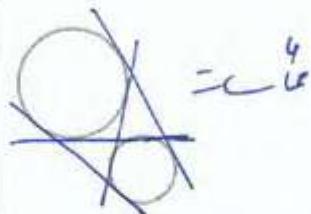
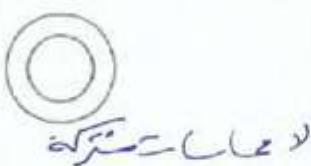
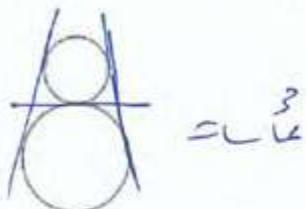
نظريّة 11.11 إذا كانت قطعتان مستقيمتان مرسومتان من نقطة واحدة خارج الدائرة مماسيتين على تلك الدائرة، فهما متطابقتان.



يكون المضلع محجاً لدائرة إذا كان كل ضلع من أضلاع المضلع مماساً للدائرة.

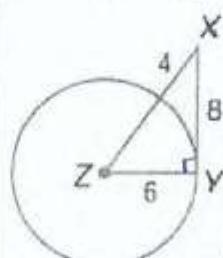
المضلوعات غير المحجحة لدائرة	المضلوعات المحجحة لدائرة

ارسم المماسات المشتركة. فإذا لم تكن هناك مماسات مشتركة، فقل لا مماسات مشتركة.



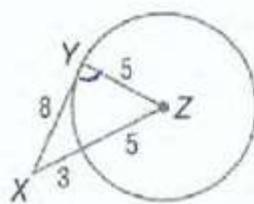
$$\begin{aligned} 24^2 + 7^2 &= 25^2 \\ 625 &= 625 \\ \sqrt{24^2 + 7^2} &= \sqrt{625} \\ \sqrt{24^2 + 7^2} &= 25 \end{aligned}$$

إذاً  $\sqrt{24^2 + 7^2}$  مماس على الدائرة

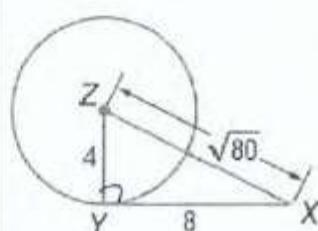


$$\begin{aligned} 8^2 + 6^2 &= 10^2 \\ 100 &= 100 \\ \sqrt{8^2 + 6^2} &= \sqrt{100} \\ \sqrt{8^2 + 6^2} &= 10 \end{aligned}$$

إذاً  $\sqrt{8^2 + 6^2}$  مماس على الدائرة

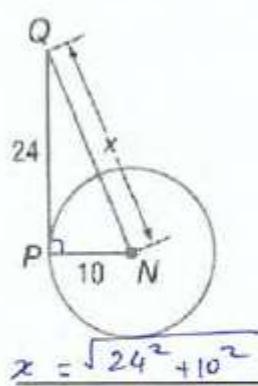


$$\begin{aligned} 8^2 + 5^2 &= 8^2 \\ 64 &\neq 64 \\ 5 \times 8 &= 40 \text{ هي قطر الدائرة} \\ \sqrt{8^2 + 5^2} &= \sqrt{64} \text{ لمسانيس الدائرة} \end{aligned}$$

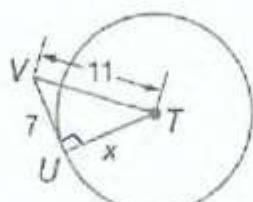


$$\begin{aligned} 8^2 + 4^2 &= \sqrt{80}^2 \\ 80 &= 80 \\ 5 \times 8 &= 40 \text{ هي قطر الدائرة} \\ \sqrt{8^2 + 4^2} &= \sqrt{80} \end{aligned}$$

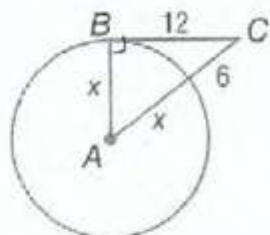
أوجد قيمة  $x$ . وافتراض أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسية مماسية.  
وقرب إلى أقرب عشر عند الضرورة.



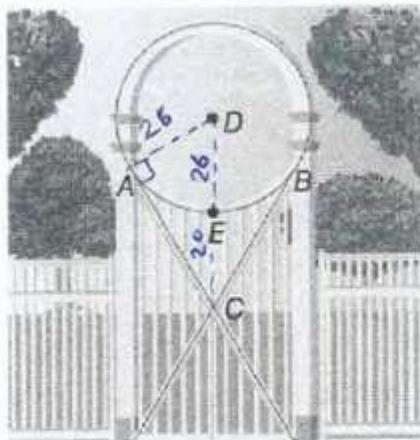
$$\begin{aligned} x &= \sqrt{24^2 + 10^2} \\ &= 26 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x &= \sqrt{11^2 - 7^2} \\ &= 6\sqrt{2} \\ &= 8.485 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (6+x)^2 &= x^2 + 12^2 \\ 36 + 12x + 36 &= x^2 + 144 \\ 12x &= 144 - 72 \\ x &= \frac{72}{12} \\ x &= 6 \end{aligned}$$



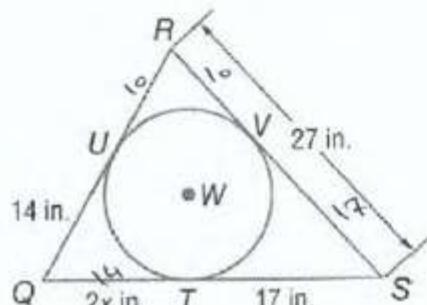
a. AC

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{46^2 - 26^2} \\ &= 12\sqrt{10} \\ &= 37.95 \text{ cm} \end{aligned}$$

b. BC

$$BC = AC = 37.95 \text{ cm}$$

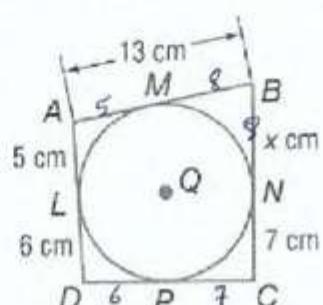
العراش في العربة الدائرية الموضحة.  $\overline{BC}$  و  $\overline{AC}$  متساويان للدائرة  $\odot D$ . يساوي طول نصف قطر الدائرة 26 سنتيمتراً و  $EC = 20$  سنتيمتراً. أوجد كلاً من الشيبات مقرنا إلى أقرب جزء من مئة.



$$14 = 2x \rightarrow x = 7 \text{ in}$$

$$\text{المجموع} = 27 + 31 + 24$$

$$= \boxed{82} \text{ in}$$

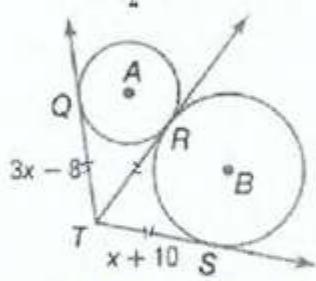


$$BN = MB = 13 - 5 = 8 = x$$

$$\text{المجموع} = 13 + 15 + 13 + 11$$

$$= \boxed{52} \text{ cm}$$

أوجد قيمة  $x$  مقرنة إلى أقرب جزء من مئة. وافتراض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

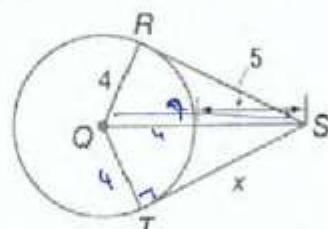


$$3x - 8 = x + 10$$

$$3x - x = 10 + 8$$

$$2x = 18$$

$$\boxed{x = 9}$$



$$x = \sqrt{9^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{65}$$

$$\boxed{x = 8.062}$$

ورقة عمل الصف العاشر 11-6 التواضع والمحاولات وقياسات الزوايا الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

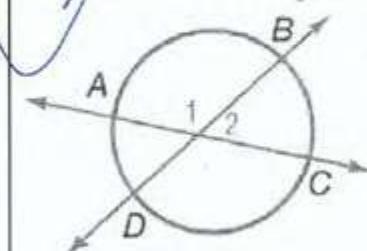
- نواتج التعلم**
- إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع على محيط دائرة أو بداخليها.
  - إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع خارج الدائرة.

النظريّة 11.12

**الشرح** إذا تقاطع قاطعنان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتشكلة يساوي نصف مجموع قياسي القوسين اللذين تحصراهما الزاوية والزاوية المقابلة لها بالرأس.

مثـال

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{DA} + m\widehat{BC}) \quad \text{و} \quad m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$$

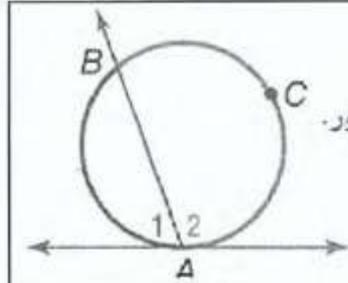


النظريّة 11.13

**الشرح** إذا تقاطع قاطعٌ ومستقيم عند نقطة التماส، إذا فإن قياس كل زاوية متشكلة يساوي نصف قياس القوس المحصور.

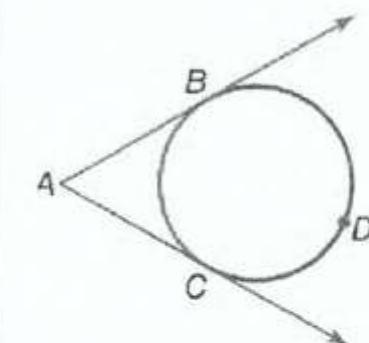
مثـال

$$m\angle 2 = \frac{1}{2}m\widehat{ACB}, \quad m\angle 1 = \frac{1}{2}m\widehat{AB}$$



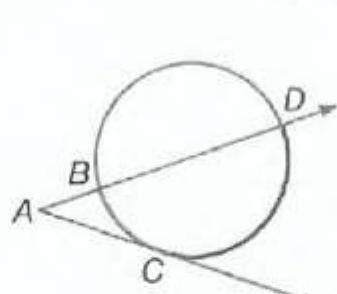
النظريّة 11.14

**الشرح** إذا تقاطع قاطعنان، أو قاطعٌ ومماس، أو مماسان خارج دائرة، إذا فإن قياس الزاوية المتشكلة يساوي نصف فرق قياسي القوسين المحصورين.



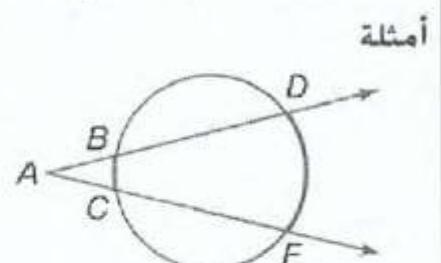
مماسان

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$$



قاطع-مماس

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$$



قاطعنان

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$$

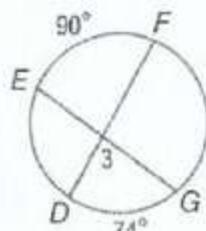
أمثلة

المفهوم الأساسي علاقات الزوايا والدوائر

قياس الزاوية	النموذج (النمذاج)	رأس الزاوية
نصف قياس القوس الممحور $m\angle 1 = \frac{1}{2}x$		على محيط الدائرة
نصف قياس مجموع القوسين الممحورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x + y)$		داخل الدائرة
نصف قياس ثق القوسين الممحورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x - y)$		خارج الدائرة

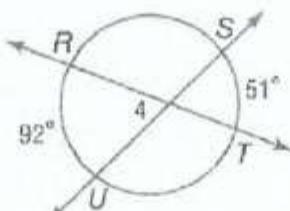
من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

$$m\angle 3$$



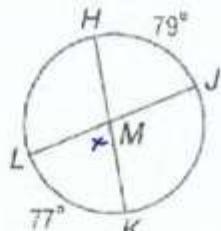
$$m\angle 3 = \frac{1}{2}(90 + 74) \\ = 82^\circ$$

$$m\angle 4$$



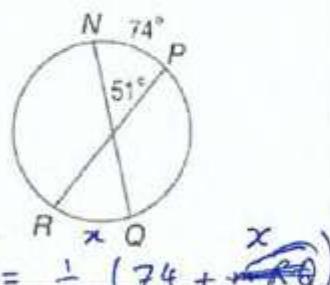
$$m\angle 4 = \frac{1}{2}(92 + 51) \\ = 71.5^\circ$$

$$m\angle JMK$$



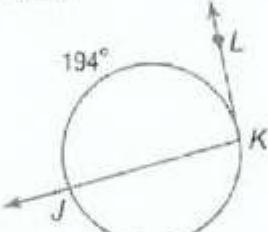
$$m\angle x = \frac{1}{2}(77 + 79) \\ = 78$$

$$m\widehat{RQ}$$



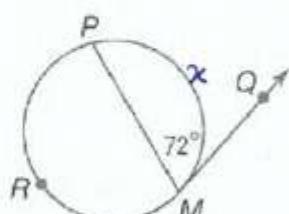
$$51 = \frac{1}{2}(74 + x) \\ 102 = 74 + x \\ 102 - 74 = x \\ 28 = x$$

$$m\angle K$$



$$m\angle k = \frac{1}{2}(194) \\ = 97$$

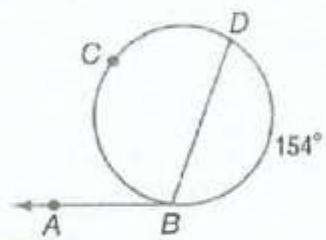
$$m\widehat{PM}$$



$$x = 72(2) \\ = 144^\circ$$

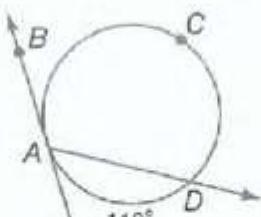
من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

14.  $m\angle ABD$



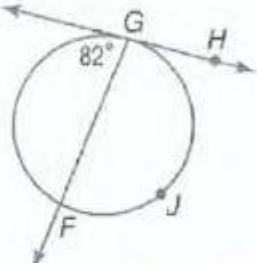
$$\begin{aligned}m \widehat{BCD} &= 360 - 154 = 206 \\m \angle ABD &= 206 \div 2 \\&= 103^\circ\end{aligned}$$

$m\angle DAB$



$$\begin{aligned}m \widehat{ACD} &= 360 - 110 \\&= 250 \\m \angle BAD &= 250 \div 2 = 125^\circ\end{aligned}$$

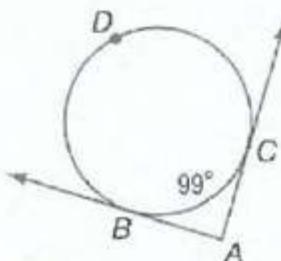
$m\widehat{GJF}$



$$\begin{aligned}m \angle HGJ &= 180 - 82 = 98 \\m \widehat{GJF} &= 98 (2) = 196^\circ\end{aligned}$$

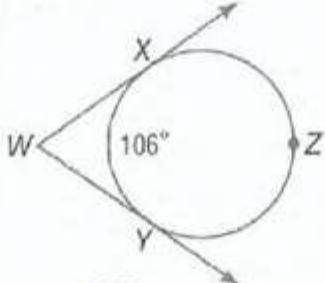
البنية أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle A$



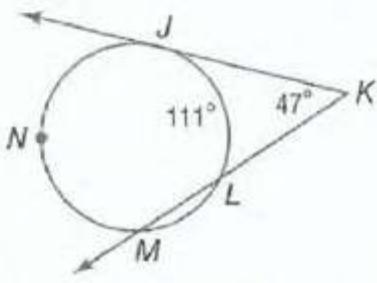
$$\begin{aligned}m \widehat{BDC} &= 360 - 99 = 261 \\m \angle A &= \frac{1}{2}(261 - 99) \\&= 81^\circ\end{aligned}$$

$m\angle W$



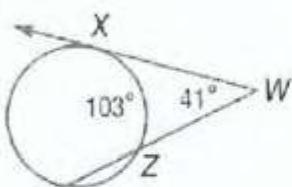
$$\begin{aligned}m \widehat{XYZ} &= 360 - 106 = 254 \\m \angle W &= \frac{1}{2}(254 - 106) \\&= 74^\circ\end{aligned}$$

$m\widehat{JM}$



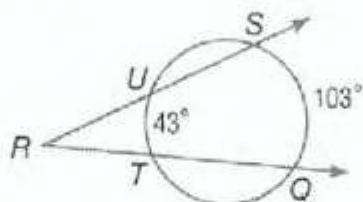
$$\begin{aligned}47 &= \frac{1}{2}(\widehat{JNM} - \dots) \\94 &= m\widehat{JNM} - \dots \\m \widehat{JNM} &= 94 + 111 = 205 \\m \widehat{JM} &= 360 - 205 = 155^\circ\end{aligned}$$

$m\widehat{XY}$



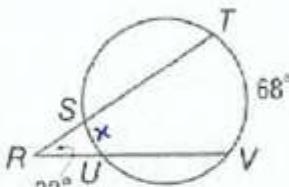
$$\begin{aligned}m \widehat{XY} &= 41 = \frac{1}{2}(m \widehat{XY} - 103) \\82 &= m \widehat{XY} - 103 \\82 + 103 &= m \widehat{XY} \\185 &= m \widehat{XY}\end{aligned}$$

$m\angle R$

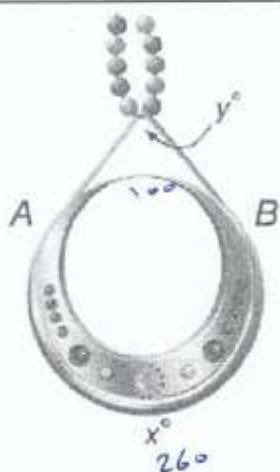


$$\begin{aligned}m \angle R &= 103 - 43 \\&= 60^\circ\end{aligned}$$

$m\widehat{SU}$



$$\begin{aligned}23 &= \frac{1}{2}(68 - x) \\46 &= 68 - x \\x &= 68 - 46 \\x &= 22\end{aligned}$$



المجوهرات في القلادة الدائرية الموضحة.  $A$  و  $B$  نقطتا تساوس. فإذا كانت قيمة  $260 = x$ . فكم تساوي قيمة  $y$ ؟

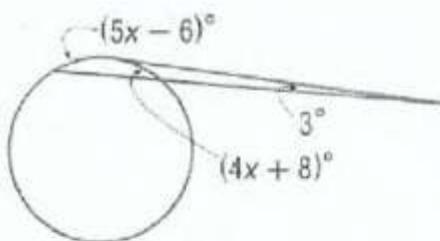
$$m\widehat{AB} = 360 - 260 = 100$$

$$\begin{aligned} m\angle y &= \frac{1}{2}(260 - 100) \\ &= 80^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y &= 360 - x \\ 12 &= \frac{1}{2}(360 - x - x) \\ 24 &= 360 - 2x \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} 24 - 360 = -2x \\ \frac{24 - 360}{-2} = x \\ 168 = x \end{array} \right.$$

الجبر أوجد قيمة  $x$ .



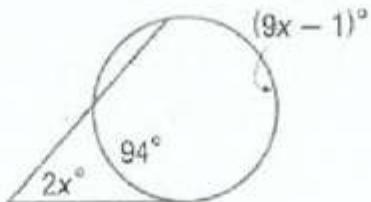
$$3 = \frac{1}{2}(5x - 6 - 4x - 8)$$

$$3 = \frac{1}{2}(x - 14)$$

$$6 = x - 14$$

$$6 + 14 = x$$

$$\boxed{20 = x}$$



$$2x = \frac{1}{2}(9x - 11 - 94)$$

$$4x = 9x - 105$$

$$4x + 105 = 9x - 4x$$

$$\cdot \frac{105}{5} = x$$

$$\boxed{21} = x$$

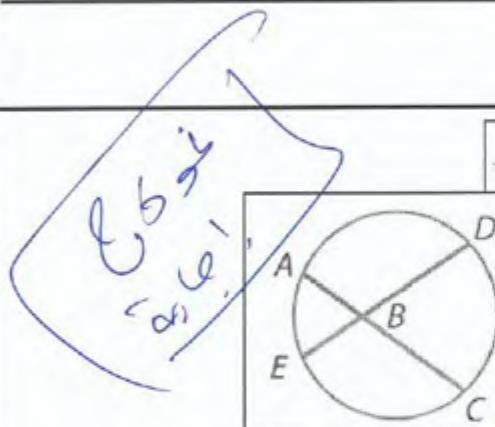
الشعبية : \_\_\_\_\_ الاسم : \_\_\_\_\_

ورقة عمل الصف العاشر 11-7 القطع الخاصة في دائرة

نواتج التعلم

- إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع داخل دائرة.
- إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع خارج دائرة.

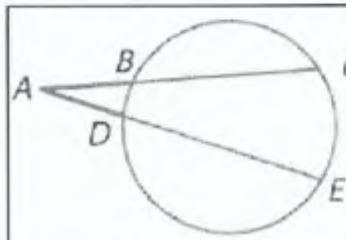
### النظريّة 11.15 القطع المستقيمة في نظرية الأوتار



إذا تقاطع وتران في دائرة، فتتساوى حينها نواتج ضرب أطوال القطع المستقيمة للأوتار.

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

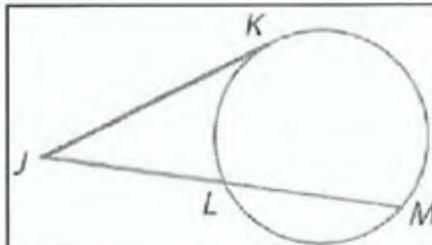
### النظريّة 11.16 نظرية القطع المستقيمة القاطعة



إذا تقاطع قاطعان خارج دائرة، فإن ناتج ضرب قطعة مستقيمة قاطعة وقطعتها المستقيمة القاطعة الخارجية يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع الآخر بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

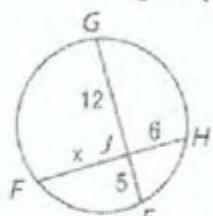
### النظريّة 11.17



إذا تقاطع مماس وقاطع خارج دائرة، فإن مربع قياس المماس يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$JK^2 = JL \cdot JM$$

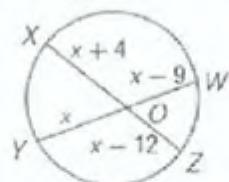
أوجد قيمة  $x$  مقربة إلى أقرب عشرة. وافتراض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



$$6x = 5(12)$$

$$x = \frac{5(12)}{6}$$

$$(x = 10)$$

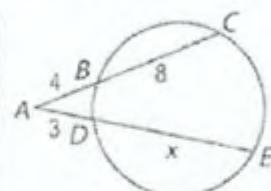


$$x(x-9) = (x+4)(x-12)$$

$$x^2 - 9x = x^2 - 8x - 48$$

$$-9x + 8x = -48$$

$$(x = 48)$$



$$4(12) = 3(3+x)$$

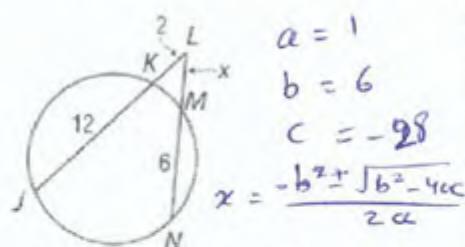
$$\frac{48}{3} = 3+x$$

$$16 = 3+x$$

$$16 - 3 = x$$

$$(13 = x)$$

أوجد قيمة  $x$  مقربة إلى أقرب عشرة. وافتراض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



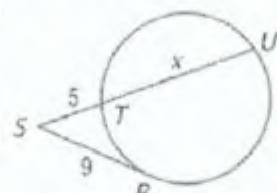
$$2(14) = x(x+6)$$

$$28 = x^2 + 6x$$

$$x^2 + 6x - 28 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-28)}}{2(1)}$$

$$= [3.1]$$

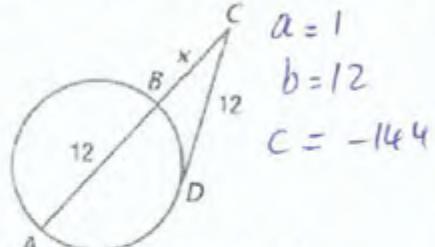


$$9^2 = 5(5+x)$$

$$81 = 5 + x$$

$$\frac{81}{5} - 5 = x$$

$$11.2 = x$$



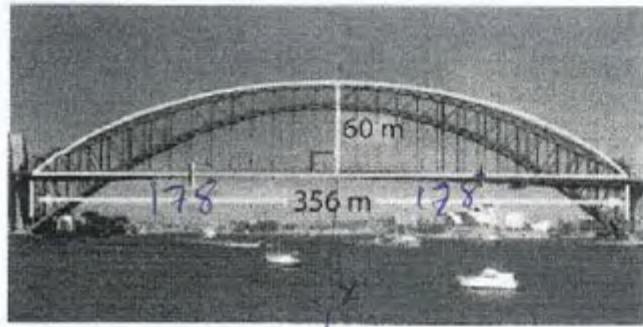
$$12^2 = x(x+12)$$

$$144 = x^2 + 12x$$

$$x^2 + 12x - 144 = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-144)}}{2(1)}$$

$$= [7.4]$$



الجسور ما هو قطر الدائرة التي تحوي قوس جسر هاربور بسيدني؟ قرب إلى أقرب عشرة.

$$(178)(178) = 60x$$

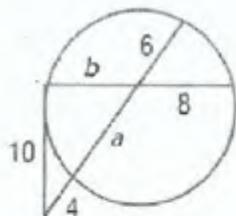
$$(178)^2 = x$$

$$\frac{60}{528.1} = x$$

$$= 60 + 528.1$$

$$= 588.1$$

البنية أوجد كل متغير مقاربا إلى أقرب عشرة. وافتراض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



$$10^2 = 4(4+a+6)$$

$$\frac{100}{4} = 10 + a$$

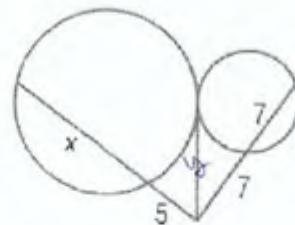
$$25 - 10 = a$$

$$15 = a$$

$$15(6) = 8b$$

$$\frac{15(6)}{8} = b$$

$$11.25 = b$$



$$8^2 = 7(14)$$

$$64 = 5(5+x)$$

$$7(14) = 5(5+x)$$

$$98 = 25 + 5x$$

$$\frac{98 - 25}{5} = x$$

$$14.6 = x$$



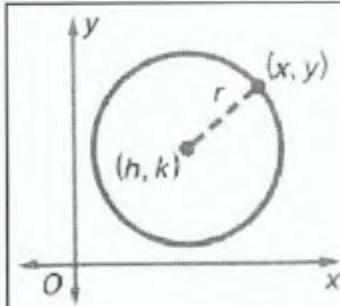
الشعبية: \_\_\_\_\_ الاسم: \_\_\_\_\_

معادلات الدوائر

نواتج التعلم

2 - تمثيل دائرة على المستوى الإحداثي.

~~\_\_\_\_\_~~



المفهوم الأساسي معادلة دائرة بالصيغة القياسية

إن الصيغة القياسية لمعادلة دائرة يقع مركزها عند النقطة  $(h, k)$  ونصف قطرها  $r$  هي  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

تدعى الصيغة القياسية لمعادلة دائرة أيضاً بصيغة المركز-نصف القطر.

البنية اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.

المركز يقع عند النقطة  $(-9, -8)$ . نصف القطر يساوي  $\sqrt{11}$

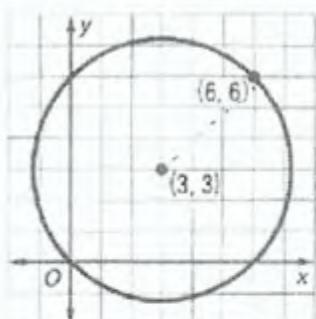
$$(x - 8)^2 + (y + 9)^2 = (\sqrt{11})^2$$

$$(x - 8)^2 + (y + 9)^2 = 11$$

المركز يقع عند نقطة الأصل. نصف القطر يساوي 4

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 4^2$$

$$x^2 + y^2 = 16$$



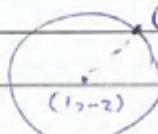
$$r = \sqrt{(6-3)^2 + (6-3)^2}$$

$$r = 3\sqrt{2}$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 18$$

المركز يقع عند النقطة  $(2, -1)$ . الدائرة تمر بالنقطة  $(3, -4)$



$$r = \sqrt{(3-1)^2 + (-4+2)^2}$$

$$r = 2\sqrt{2}$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$$

من أجل كل دائرة معادلتها معطاة، اذكر إحداثيات المركز وقياس نصف القطر. ثم مثل المعادلة بيانيا.

$$x^2 + y^2 = 36$$

المركز  $(0, 0)$

$r = \sqrt{36}$  نصف القطر

$$x^2 + (y + 1)^2 = 4$$

المركز  $(0, -1)$

$r = \sqrt{4}$  نصف القطر

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y = -4$$

$$(x^2 + 8x + 16) + (y^2 - 4y + 4) = -4 + 16 + 4$$

$$(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

المركز  $(-4, 2)$

$r = \sqrt{16} = 4$  نصف القطر

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y = -4$$

$$\left( \frac{x+4}{2}, \frac{y-2}{2} \right)$$

$(-4, 2)$

نقطة مفترضة  $\rightarrow$  يطلب منك

$$-4y + 4 = 0$$

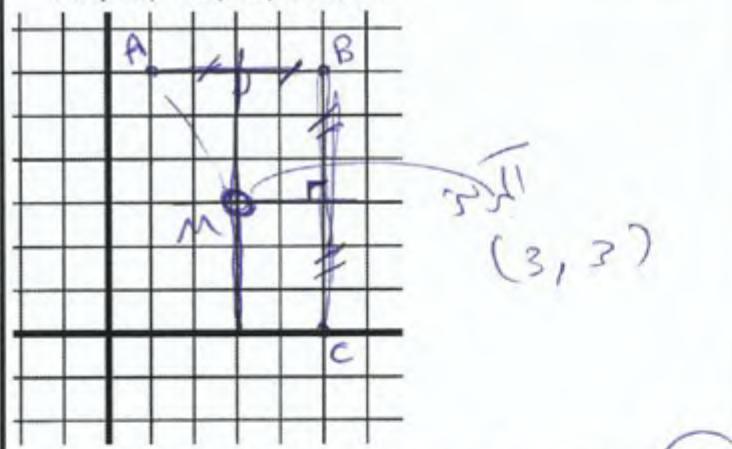
$$r = \sqrt{h^2 + k^2 - C}$$

$$r = \sqrt{16 + 4 - 4}$$

$$r = 4$$

اكتب معادلة للدائرة التي تضم كل مجموعة من النقاط التالية. ثم مثل الدائرة بيانيا.

A(1, 6), B(5, 6), C(5, 0)

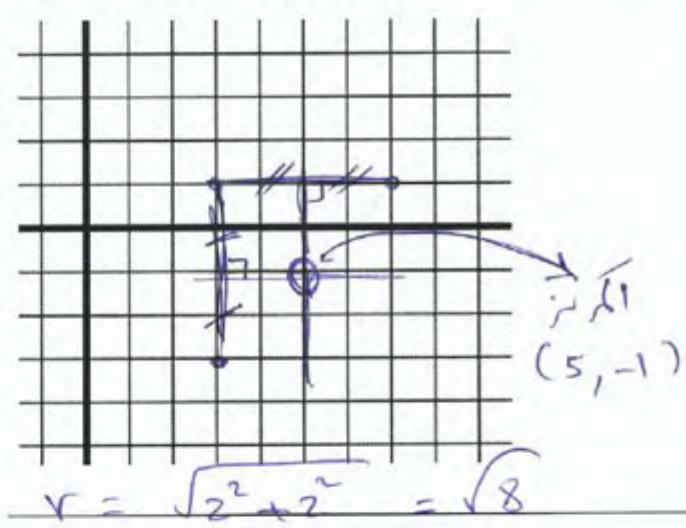


المعادلة

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

(3, -3), G(3, 1), H(7, 1)



المعادلة

$$(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$$

أوجد نقطة (نقطة التقاء) التمثيلات المثلثية. في حال وجودها. بين كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \text{--- ①}$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad \text{--- ②}$$

رسومي ② في ①

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$$

$$x^2 + \frac{x^2}{4} = 5 \quad \text{--- ④ خطي}$$

$$4x^2 + x^2 = 20$$

$$5x^2 = 20$$

$$x^2 = 4$$

$$\boxed{x = \pm 2}$$

رسومي ② في

$$x = 2 \rightarrow y = \frac{1}{2}(2) = 1 \quad (2, 1)$$

$$x = -2 \rightarrow y = \frac{1}{2}(-2) = -1 \quad (-2, -1)$$

نقطة تقاء في

$$x^2 + y^2 = 2 \quad \text{--- ①}$$

$$y = -x + 2 \quad \text{--- ②}$$

من ① في ②

$$x^2 + (-x + 2)^2 = 2$$

$$x^2 + (x^2 - 4x + 4) = 2$$

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = 2$$

$$2x^2 - 4x + 4 - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)(x-1) = 0$$

$$\boxed{x=1}$$

رسومي ②

$$\Rightarrow y = -(1) + 2 = 1$$

$$\boxed{y=1}$$

نقطة التقاء في (1, 1)

الشعبية: \_\_\_\_\_ الاسم: \_\_\_\_\_

### ورقة عمل الصف العاشر 11-9 مساحات الدوائر والقطاعات

2 - إيجاد مساحات قطاعات الدوائر.

نواتج التعلم

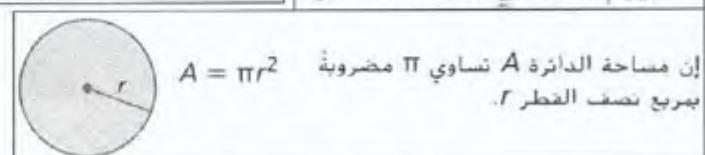
**المفهوم الأساسي مساحة قطاع**

تساوي نسبة المساحة A ل القطاع إلى مساحة الدائرة بكميلها  $\pi r^2$  نسبة قياس القوس المحصور  $x$  بالدرجات إلى 360.

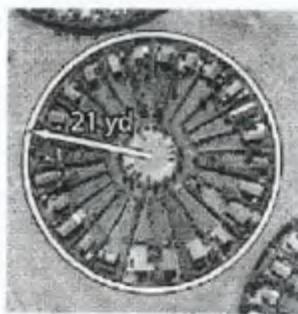
التناسب:  $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{x}{360}$

المعادلة:  $A = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$

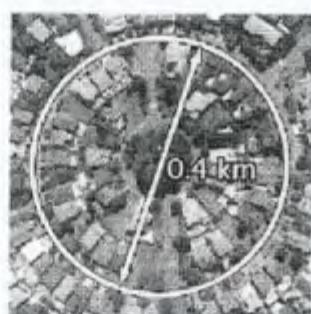
**المفهوم الأساسي مساحة الدائرة**



الإنشاء، أوجد مساحة كل دائرة منها يلي وقربها إلى أقرب عشر.



$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= \pi (21)^2 \\ &= 441\pi \\ &= 1385.4 \text{ yd}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= \pi (0.2)^2 \\ &= 0.12 \\ &= 0.1 \text{ km}^2 \end{aligned}$$

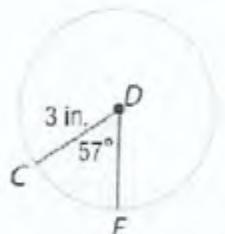
تساوي مساحة دائرة 88 سنتيمترًا مربعاً. أوجد نصف قطرها.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 & r &= \sqrt{\frac{88}{\pi}} \\ 88 &= \pi r^2 & &= (5.292) \text{ cm} \\ \frac{88}{\pi} &= r^2 \end{aligned}$$

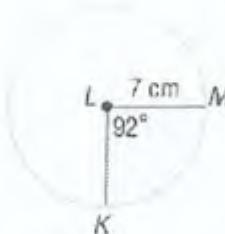
أوجد قطر دائرة مساحتها 74 مليمترًا مربعاً.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 & r &= \sqrt{\frac{74}{\pi}} \\ 74 &= \pi r^2 & &= 4.853 \\ \frac{74}{\pi} &= r^2 & d &= 4.853(2) = 9.7 \end{aligned}$$

أوجد مساحة كل قطاع مظلل وقربها إلى أقرب عشر.



$$\begin{aligned} \text{مساحة المثلث} &= \frac{57}{360} \\ A &= \frac{57}{\pi (3)^2} \\ A &= \frac{\pi (3)^2 (57)}{360} \\ &= 4.476 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \frac{A}{\text{مساحة الدائرة}} &= \frac{92}{360} \\ \frac{A}{\pi (7)^2} &= \frac{92}{360} \\ A &= \frac{92 \pi (7)^2}{360} \\ &= 39.339 \end{aligned}$$

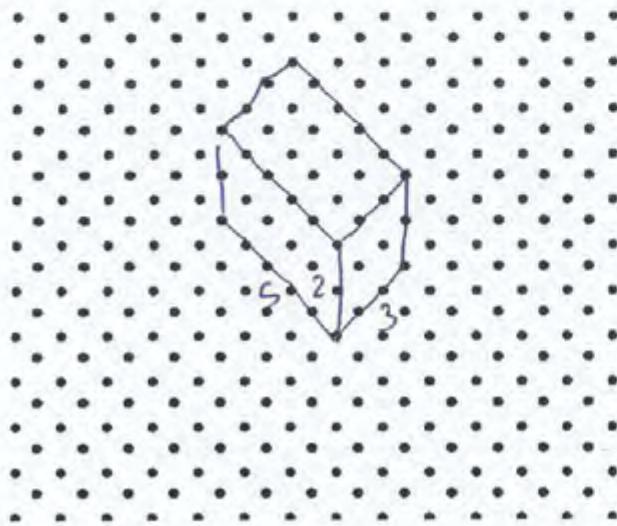
«مؤسسة تربوية دينية متخصصة في إدارتها وأساليبها ومتطلباتها»

الاسم : \_\_\_\_\_ الشعبة : \_\_\_\_\_

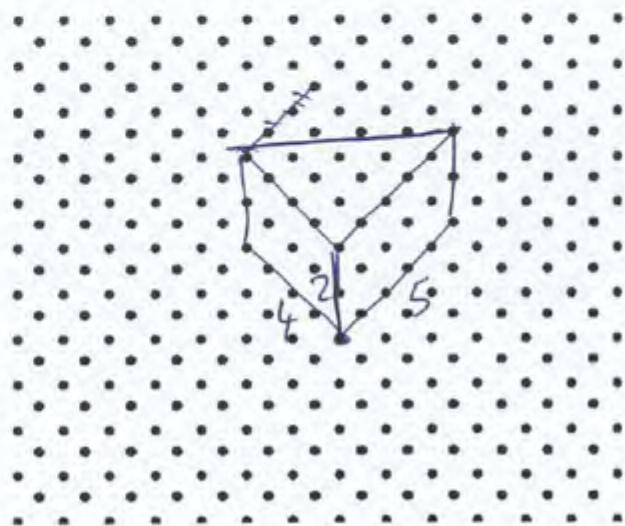
**نواتج التعلم** 1- رسم منظورات متماثلة للأشكال ثلاثية الأبعاد. 2 - استكشاف المقاطع العرضية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

استخدم الورق المنقط متساوي الأبعاد لرسم كل منشور.

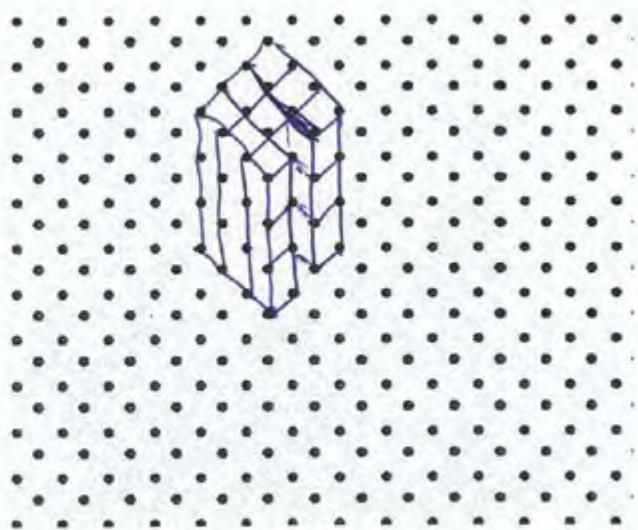
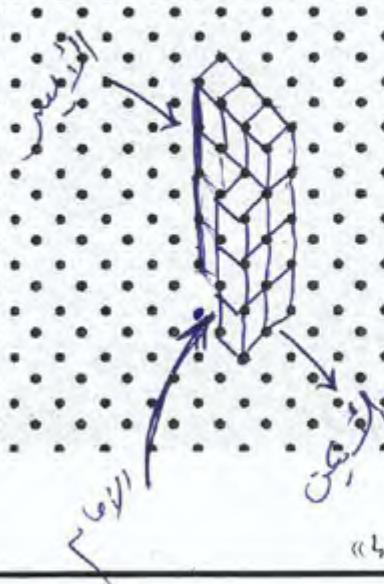
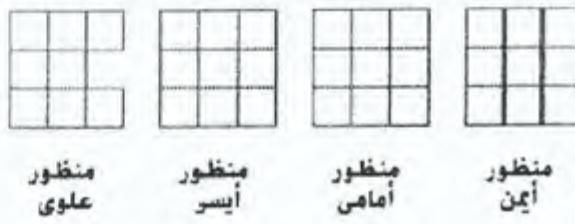
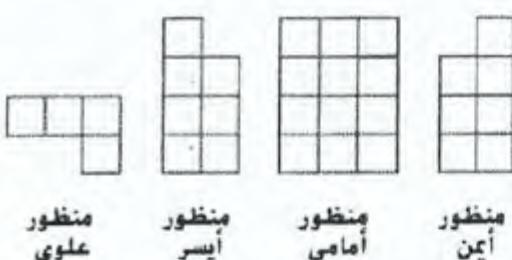
منشور مستطيل أرتفاعه وحدتان.  
ويبلغ عرضه 3 وحدات، وطوله 5 وحدات



منشور ثالثي ارتفاعه وحدتان.  
ويبلغ طولاً ضلع قاعدته 5 وحدات و 4 وحدات



استخدم ورقة منقطة متساوية القياس وكل رسم متعامد لرسم مجسم.





الطعام صفات كيف يمكن لقطيع قطعة الجبن الموضحة على البصائر إلى شرائح بحيث تكون كل شريحة كل شكل.

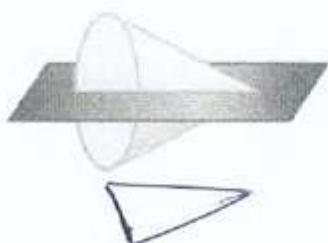
a. مستطيل مقطع رأس

b. مثلث مقطع افقي

c. شبه منحرف مقطع زاوي

صف كل مقطع عرضي.

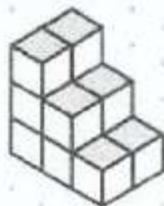
منتصف



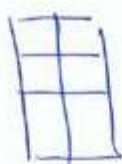
مستطيل



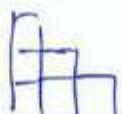
ارسم المنظورات العلوية واليسرى والأمامية اليمنى لكل مجسم.



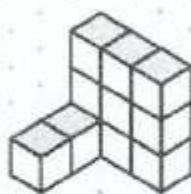
الأمام



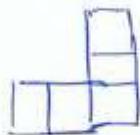
اليسرى



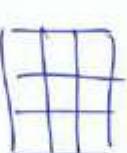
العلوي



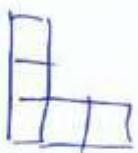
الخلفي



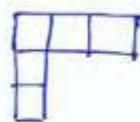
الأمام



اليمين



العلوي



ورقة عمل الصف العاشر 2-12 مساحات سطوح المناشير والأسطوانات الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

2 - إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمناشير.

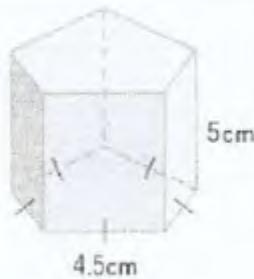
نوافذ التعليم

1 - إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمناشير.

$$\text{الارتفاع} \times \text{محيط القاعدة} = \text{المساحة الجانبية} \quad (\text{النشر أو الأسطوانة})$$

$$L = P \times h$$

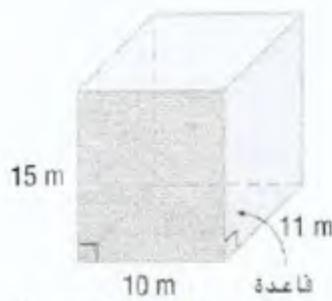
$$S = L + 2B$$



$$L = \frac{P}{(4.5)(5)} \times \frac{h}{5}$$

$$= 112.5 \text{ cm}^2$$

أوجد المساحة الجانبية للمنشور.



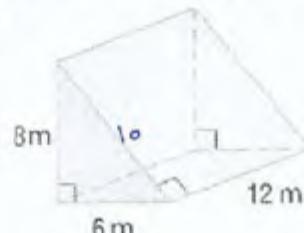
$$L = P \times h$$

$$= (10+10+11+11) \times 15 = 630 \text{ m}^2$$

$$S = L + 2B$$

$$= 630 + 2(10 \times 11)$$

$$= 850 \text{ m}^2$$



(معلمات صامتة)

\* القاعدة هي المثلث.

طول الفتر في المثلث الخارج =  $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

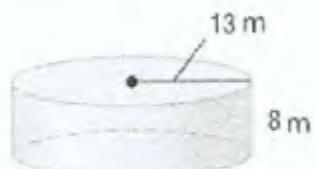
$$L = P \times h$$

$$= (6+8+10) \times 12 = 288 \text{ m}^2$$

$$S = L + 2B$$

$$= 288 + 2(6 \times 8 \div 2)$$

$$= 336 \text{ m}^2$$



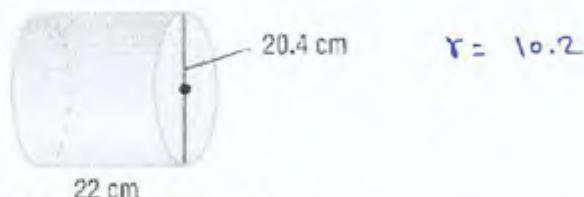
$$L = P \times h$$

$$= [2(13)\pi] \times 8 = 208\pi$$

$$S = L + 2B$$

$$= 208\pi + 2(\pi(13)^2)$$

$$= 546\pi = 1715.3$$



$$L = P \times h$$

$$= (20.4\pi) \times 22 = 448.8\pi$$

$$S = L + 2B$$

$$= 448.8\pi + 2(\pi(10.2)^2)$$

$$= 469.2\pi = 1474.04$$

2063.6



طعام مساحة سطح علبة الحساء الموضحة على اليسار تساوي 286.3 سنتيمترًا مربعًا. ما ارتفاع العلبة؟ قرب لأقرب جزء من العشرة.

$$\begin{aligned}
 S &= L + 2B \\
 &= \pi \times h + 2(\pi r^2) \\
 S &= 2\pi r h + 2\pi r^2 \\
 286.3 &= 2\pi(3.4)h + 2\pi(3.4)^2
 \end{aligned}
 \quad \left| \begin{array}{l} \frac{286.3 - 2\pi(3.4)^2}{2\pi(3.4)} = h \\ [10] = h \end{array} \right.$$

مساحة سطح المكعب تساوي 294 سنتيمترًا مربعًا. أوجد طول الحافة الجانبية.

$$\begin{aligned}
 S &= L + 2B \\
 &= \pi \times h + 2(s \cdot s) \\
 &= 4s \times s + 2 \times s \times s \\
 S &= 6s^2
 \end{aligned}
 \quad \left| \begin{array}{l} 294 = 6s^2 \\ s^2 = \frac{294}{6} \\ s = 7 \end{array} \right.$$

حتى ٥ صرف المراجع

ورقة عمل الصف العاشر - 3-12 مساحات أسطح الأهرامات والمخاريط الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأهرامات . 2- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمخاريط .

نواتج التعلم

$$\text{المساحة الجانبية لمخروط } L = \pi r \ell$$

$$\text{مساحة السطح لمخروط } S = \pi r \ell + \pi r^2$$

$\ell$  هو الارتفاع المائل  
 $r$  هو نصف قطر القاعدة

$$\text{المساحة الجانبية للهرم المنتظم } L = \frac{1}{2} P \ell$$

$$\text{مساحة سطح الهرم المنتظم } S = \frac{1}{2} P \ell + B$$

$\ell$  هو الارتفاع المائل .  $P$  هو محیط القاعدة.  
 $B$  هو مساحة القاعدة.

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل هرم منتظم . وقرب لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر .



$$L = \frac{1}{2} P \ell$$

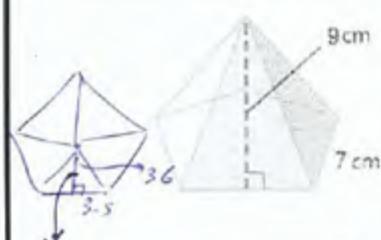
$$= \frac{1}{2} (16 \times 3) \times 12$$

$$= 384 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{1}{2} P \ell + B$$

$$= 384 + (16 \times 16)$$

$$= 840 \text{ cm}^2$$



$$L = \frac{1}{2} P \ell = \frac{1}{2} 7(4) \times 9 = 157.5 \text{ cm}^2$$

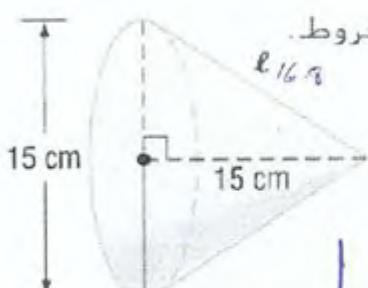
$\rightarrow$  اتناء ذلك  $\rightarrow$  ارتفاع المثلث  $\rightarrow$   $\tan 36 = \frac{3.5}{x}$   $\rightarrow$   $x = \frac{3.5}{\tan 36} = 4.82$

$$B = 7 \frac{(4 \cdot 4.82)}{2} \times 5 = 84.35$$

$$S = \frac{1}{2} P \ell + B$$

$$= 157.5 + 84.35 = 241.85 \text{ cm}^2$$

الاستنتاج المنطقي أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل مخروط .  
قرب لأقرب جزء من العشرة .



$$L = \pi r \ell$$

$$= \pi (7.5) (16.8) = 395.1 \text{ cm}^2$$

$$S = \pi r L + \pi r^2$$

$$= 395.1 + \pi (7.5)^2$$

$$= 571.86$$

$$571.91 \text{ cm}^2$$

ورقة عمل الصف العاشر      الاسم : \_\_\_\_\_      الشعبة : \_\_\_\_\_

2 - إيجاد أحجام المنشير والأسطوانات.

1 - إيجاد أحجام المنشير.

نواتج التعلم

**حجم المنشور - الاسطوانة**  $V = Bh$

حيث  $B$  هو مساحة القاعدة و  $h$  هو ارتفاع المنشور.

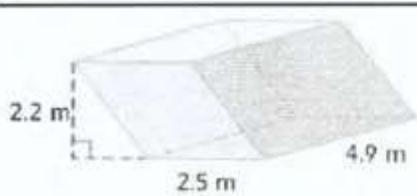
**مبدأ كافاليري**

إذا كان لمجسمين نفس الارتفاع  $h$  ونفس مساحة المقطع العرضي  $B$  في كل المستويات، فإن لهما نفس الحجم.



$$\begin{aligned}
 V &= B \times h \\
 &= 15 \times 7 \times 12 \\
 &= [15 + 7] \times 12 \\
 &= 45 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

أوجد حجم كل منشور



$$\begin{aligned}
 V &= B \times h \\
 &= 2.5 \times 4.9 \times 2.2 \\
 &= 26.75 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

المنشور المستطيل المائل الموضح على اليسار



$$\begin{aligned}
 V &= B \times h \\
 &= \pi r^2 \times h \\
 &= \pi (3.7)^2 \times 4.8 \\
 &= 206.44 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

أوجد حجم كل إسطوانة. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\begin{aligned}
 V &= B \times h \\
 &= \pi r^2 \times h \\
 &= \pi (6)^2 \times 12 \\
 &= 1357.2 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

ورقة عمل الصف العاشر 12-5 أحجام الأشكال الهرمية والمخاريط

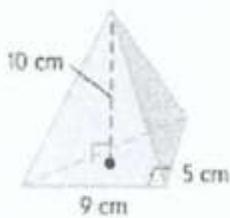
الشعبية:

الاسم:

2 - إيجاد أحجام المخاريط.

نواتج التعلم 1- إيجاد أحجام الأشكال الهرمية.

حجم الهرم - المخروط  $V = \frac{1}{3}Bh$



$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3}Bh \\
 &= \frac{1}{3} \times \left( \frac{5 \times 9}{2} \right) \times 10 \\
 &= 75 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

أوجد حجم



$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3}Bh \\
 &= \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times 11.5 \\
 &= \frac{1}{3} (\pi (11.5)^2) \times 11.5 \\
 &= 168.449 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

$\tan 18^\circ = \frac{r}{11.5}$
$r = 11.5 \tan 18^\circ$
$= 3.74$

ورقة عمل الصف العاشر 12-6 مساحات أسطح الأشكال الكروية وأحجامها الاسم: \_\_\_\_\_  
الشعبة: \_\_\_\_\_

2 - إيجاد أحجام الأشكال الكروية.

نواتج التعلم

$$\text{مساحة سطح الشكل الكروي } S = 4\pi r^2$$

$$\text{حجم الشكل الكروي } V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

أوجد مساحة سطح كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



$$S = 4\pi r^2$$

$$= 4\pi(9)^2$$

$$= 1017.87 \text{ m}^2$$



$$S = \frac{4\pi r^2}{2} + \pi r^2$$

$$= \frac{4\pi(7)^2}{2} + \pi(7)^2$$

$$= 147\pi = 461.81 \text{ cm}^2$$

$$\pi r^2 = 36\pi$$

شكل كروي: مساحة الدائرة الكبرى

$$S = 4(\pi r^2) = 4(36)\pi = 452.389 \text{ m}^2$$

أوجد حجم كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

نصف شكل كروي: القطر = 16 cm

$$V = \frac{4}{3}\pi(8)^3 \div 2$$

$$= \frac{1024}{3}\pi$$

$$= 1072.3 \text{ cm}^3$$

شكل كروي: نصف القطر = 10 m

$$V = \frac{4}{3}\pi(10)^3$$

$$= \frac{4000}{3}\pi$$

$$= 4188.79 \text{ m}^3$$

نصف شكل كروي: محيط الدائرة الكبرى = 24π m

$$C = \pi d$$

$$24\pi = \pi d$$

$$d = 24$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(12)^3 \div 2$$

$$= 1152\pi$$

$$= 3619.114 \text{ m}^3$$