الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

الاستعداد للوحدة 9 521

9-1 **الإحصاءات والمعلمات** 523

9-2 **توزيعات البيانات** 530

9-3 **مقارنة مجموعات البيانات** 537

■ **اختبار منتصف الوحدة** 545

📖 **التوسع: مختبر الجبر** جداول التكرار بمُدخلين 546

🖩 **التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني** المنحنى الطبيعي 548

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 550

■ **تمرين على الاختبار** 553

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 554

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 9** 556

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9 الإحصاءات والاحتمالات

السابق

- لقد حسبت الاحتمال البسيط.

الحالي

- في هذه الوحدة، سوف:
  - تصمم استطلاعات وتقيم النتائج.
  - استخدام التباديل والتوافيق.
  - إيجاد احتمالات الأحداث المركبة.
  - تصميم نماذج المحاكاة وتستخدمها.

لماذا ▲

- **المطاعم** قد يطلب مطعم من عملائه إكمال استطلاع رأي بشأن زيارتهم. ويمكن تحليل بيانات الاستبيان باستخدام الطرق الإحصائية. ويستطيع موظفو المطعم معرفة المزيد حول عملائهم وكيفية تحسين تجربتهم بشأن المطعم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. يُرجى الرجوع إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

تدريب سريع

حدد احتمال وقوع كل حدث إذا قمت باختيار مكعب عشوائيًا من حقيبة تحتوي على 6 مكعبات حمراء، و 4 مكعبات صفراء، و 3 مكعبات زرقاء، ومكعب أخضر.

1. P(أحمر)
2. P(أزرق)
3. P(ليس أحمر)
4. P(أبيض)

5. ألقى إبراهيم حجر نرد ذا 6 جوانب. ما احتمال أن يظهر العدد 5؟

6. أدارت إيمان قرصًا دوارًا مقسمًا إلى 8 مقاطع متساوية. لكل مقطع منها لون مختلف، بما في ذلك اللون الأزرق. ما احتمال أن يستقر القرص الدوار على القسم الأزرق؟

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

7. $\frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$
8. $\frac{4}{19} \times \frac{7}{20}$
9. $\frac{4}{32} \times \frac{7}{32}$
10. $\frac{5}{12} \times \frac{6}{11}$
11. $\frac{56}{100} \times \frac{24}{100}$
12. $\frac{9}{34} \times \frac{17}{27}$

اكتب كل كسر في صورة نسبة مئوية. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

13. $\frac{14}{17}$
14. $\frac{7}{8}$
15. $\frac{107}{125}$
16. $\frac{625}{1024}$

17. **المتسوقون** في أحد المراكز التجارية، كان 700 من إجمالي المتسوقين البالغ عددهم 2,000 تحت سن 21 عامًا. ما النسبة المئوية للمتسوقين تحت سن 21 عامًا؟

مراجعة سريعة

مثال 1

حدد احتمال اختيار مكعب أخضر إذا قمت باختيار مكعب من حقيبة تحتوي على 6 مكعبات حمراء، و 4 مكعبات صفراء، ومكعب أخضر.

يوجد مكعب أخضر وإجمالي 11 مكعبًا في الحقيبة.

$$\frac{1}{11} = \frac{\text{عدد المكعبات الخضراء}}{\text{إجمالي عدد المكعبات}}$$

إذًا يبلغ احتمال اختيار مكعب أخضر $\frac{1}{11}$.

مثال 2

أوجد $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$.

$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{5 \times 4}$ اضرب البسط واضرب المقامات.

$= \frac{12}{20}$ بسّط.

$= \frac{3}{5}$ أعد التعيين في أبسط صورة.

مثال 3

اكتب الكسر $\frac{33}{80}$ كنسبة مئوية. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

$\frac{33}{80} \approx 0.413$ بسّط مع التقريب.

$0.413 \times 100 = 41.3$ اضرب كل كسر عشري في 100.

$\frac{33}{80}$ المكتوبة في صورة نسبة مئوية أي حوالي 41.3%.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

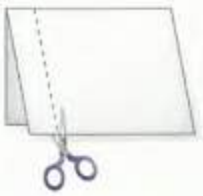
البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك للوحدة 9.
للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.
قد ترغب بالرجوع إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات المطلوبة.

مطويات منظّم الدراسة

الإحصاء والاحتمالات اصنع هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك على الوحدة 9 حول الإحصاء والاحتمالات. ابدأ بورقةٍ بُعداها $8\frac{1}{2}$ بوصة في 11 بوصة .

1 **قم** بطي كل ورقة إلى نصفين. اقطع بوصة من نهاية طرف المطوية. ثم اقطع بوصة بطول المطوية.



2 **سم** 7 من الأوراق الـ 8 بعناوين الدروس ورقمها.

3 **سم** داخل كل ورقة بالتعريفات والأمثلة.

4 **اجمع** الورق فوق بعضه. قم بالتدبيس بطول الجانب الأيسر. اكتب عنوان الوحدة على الصفحة الأولى.

المفردات الجديدة

الاحصاء الاستدلالي statistical inference

إحصاء statistic

معامل parameter

الانحراف المتوسط المطلق mean absolute deviation (MAD) (MAD)

الانحراف المعياري standard deviation

التباين variance

التوزيع distribution

التوزيع المتماثل symmetric distribution

التحويلات الخطية linear transformation

التكرار النسبيّ relative frequency

مراجعة المفردات

الاحتمالات معدل النتائج المنشودة بالنسبة لإجمالي النتائج المحتملة

الفضاء العيني قائمة جميع النتائج المحتملة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-9 الإحصاءات والمعلمات

السابق	الحالي	لماذا
• حللت أساليب جمع البيانات.	1 تحديد إحصاء العينات ومعلمات تعداد السكان. 2 تحليل مجموعات البيانات باستخدام الإحصاءات.	• لأسبوع واحد وفي بداية كل حصة دراسية، سحب كل طالب من طلاب حصة الجبر للمعلم أحمد عشوائيًا 9 عملات من فئة 1 فلس من صندوق يحتوي على 1000 عملة من فئة فلس. حسب كل طالب متوسط العمر للعينة العشوائية للعملات من فئة 1 فلس المسحوبة ثم أعاد الطلاب العملات إلى الصندوق ثانية. ما متوسط عمر العملات التسع من فئة 1 فلس مقارنة بمتوسط عمر العملات الألف من فئة 1 فلس؟

المفردات الجديدة

احصاء استدلالي statistical inference
إحصاء statistic
المَعْلَمَة parameter
متوسط الانحراف المطلق mean absolute deviation (MAD)
الانحراف المعياري standard deviation
التباين variance

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
مراعاة الدقة.

1 الإحصاء والمعلمات يستخدم إحصاء عينة في التوصل لاستنتاجات حول المجتمع الإحصائي بأكمله. ويسمى هذا **الاحصاء الاستدلالي**. في السيناريو أعلاه، يأخذ كل طالب عينة عشوائية من العملات المعدنية من الصندوق . يمثل الصندوق القطع الألف من فئة 1 فلس المجتمع الإحصائي.

إن **الإحصاء** هو مقياس يصف إحدى خواص عينة. أما **المَعْلَمَة** فهي مقياس يصف إحدى خواص مجتمع إحصائي. والمعلمات هي قيم ثابتة يمكن تحديدها من خلال المجتمع الإحصائي بأكمله. ولكن تقدر عادة بناء على إحصاء عينة عشوائية مختارة بعناية. ويمكن أن يختلف الإحصاء، بل وسيختلف عادة من عينة إلى عينة. لن يتغير المعلم، حيث يمثل المجتمع الإحصائي بأكمله.

مثال 1 الإحصاء والمعلمات

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل موقف. ثم اذكر إحصاء العينة ومَعلَمَة المجتمع الإحصائي.

a. في إحدى الجامعات الحكومية، تم اختيار عينة عشوائية من 40 متقدماً لمنحة دراسية. وقد تم حساب متوسط الدرجات للصف للمتقدمين البالغ عددهم 40.

العينة: مجموعة المتقدمين للمنحة الدراسية البالغ عددهم 40.
المجتمع الإحصائي: جميع المتقدمين
إحصاء العينة: متوسط درجات الصف للعينة
مَعْلَمَة المجتمع الإحصائي: متوسط درجات الصف لجميع المتقدمين

b. تم اختيار عينة عشوائية طبقية للممرضات المسجلات من جميع المستشفيات في منطقة من ثلاثة أحياء، وتم حساب متوسط المرتب.

العينة: الممرضات المسجلات اللاتي تم اختيارهنَّ عشوائيًا من المستشفيات في المنطقة المكونة من ثلاثة أحياء
المجتمع الإحصائي: جميع الممرضات في المستشفيات التي تقع في هذه المنطقة
إحصاء العينة: متوسط مرتبات الممرضات في العينة
مَعْلَمَة المجتمع الإحصائي: متوسط المرتب لجميع الممرضات في جميع المستشفيات في منطقة مكونة من ثلاثة أحياء.

تمرين موجّه

1. **الحبوب** بدءًا من علبة حبوب مختارة عشوائيًا من خط تصنيع، يتم رفع ووزن الأخيرة من كل خمسين علبة. ويتم حساب منوال الوزن لعينة اليوم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

2 التحليل الإحصائي يمكن تمثيل البيانات أحادية المتغير بمقاييس النزعة المركزية مثل الوسط الحسابي والوسيط والمنوال. يمكن أيضًا تمثيل البيانات أحادية المتغير بمقاييس التباين التي تقيّم تباين البيانات. ومن أمثلة هذه المقاييس المدى والأرباع والمدى الربعي ومتوسط الانحراف المطلق والانحراف المعياري.

ويعتبر **متوسط الانحراف المطلق (MAD)** هو متوسط القيم المطلقة للفارق بين الوسيط وكل قيمة في مجموعة البيانات. ويستخدم متوسط الانحراف المطلق لتوقع الأخطاء والحكم على مدى صحة تمثيل الوسيط للبيانات.

المفهوم الأساسي متوسط الانحراف المطلق

الخطوة 1 أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$.

الخطوة 2 أوجد القيمة المطلقة للفارق بين كل قيمة من قيم البيانات x_n والوسط الحسابي $|\bar{x} - x_n|$.

الخطوة 3 أوجد مجموع جميع القيم في الخطوة 2.

الخطوة 4 اقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات n.

القانون متوسط الانحراف المطلق $= \dfrac{|\bar{x} - x_1| + |\bar{x} - x_2| + \ldots + |\bar{x} - x_n|}{n}$

نصيحة دراسية

نقاط الكلام المحذوف ترمز نقاط الكلام المحذوف في قانون متوسط الانحراف المطلق "وهكذا". وتكون جميع الحدود بين الحد الثاني والأخير ضمنية لتوفير المساحة.

مثال 2 متوسط الانحراف المطلق

التسويق **طُلب من جميع من زاروا موقع مجلة سمير المصورة إدخال عدد القصص المصورة التي يشترونها كل شهر. وقد تلقوا الإجابات التالية في يوم واحد: {2, 2, 3, 4, 14}. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.**

الخطوة 1 أوجد الوسط الحسابي.

$x = \dfrac{2+2+3+4+14}{5}$ أو 5

الخطوة 2 أوجد القيمة المطلقة والفارق.

$x_1 = 2: |\bar{x} - x_1| = |5 - 2|$ أو 3 $\quad x_2 = 2: |\bar{x} - x_2| = |5 - 2|$ أو 3

$x_3 = 3: |\bar{x} - x_3| = |5 - 3|$ أو 2 $\quad x_4 = 4: |\bar{x} - x_4| = |5 - 4|$ أو 1

$x_5 = 14: |\bar{x} - x_5| = |5 - 14|$ أو 9

الخطوة 3 أوجد المجموع.

$3 + 3 + 2 + 1 + 9 = 18$

الخطوة 4 أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

قانون متوسط الانحراف المطلق $\quad$ متوسط الانحراف المطلق $= \dfrac{|\bar{x} - x_1| + |\bar{x} - x_2| + \ldots + |\bar{x} - x_n|}{n}$

المجموع 18 و $n = 5$ $\quad = \dfrac{18}{5}$ أو 3.6

يشير متوسط الانحراف المطلق البالغ 3.6 أن البيانات، في المتوسط، تبعد عن الوسط الحسابي بمقدار 3.6 وحدات. تتأثر هذه تأثراً كبيراً بالقيمة المتطرفة 14. ودون القيمة المتطرفة، سيكون لمجموعة القيم متوسط حسابي مقداره 2.75 ومتوسط انحراف مطلق مقداره 0.75.

تمرين موجه

2. **جمع التبرعات** تعمل لجنة جمع التبرعات على حساب عدد التذاكر المبيعة كل يوم أثناء الغداء: {12, 32, 36, 41, 22, 47, 51, 33, 37, 49}. أوجد متوسط الانحراف المطلق لهذه البيانات وفسّره.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

في مجموعة من البيانات. يبين **الانحراف المعياري** كيف تحيد البيانات عن الوسط الحسابي. ويوضح معدل الانحراف المعياري المنخفض أن البيانات تميل لأن تكون قريبة للغاية من الوسط الحسابي. بينما يوضح معدل الانحراف المعياري المرتفع إلى أن البيانات تنتشر على مدى أوسع من القيم.

ويمثل الانحراف المعياري بالحرف اليوناني سيجما، σ. **تباين** σ^2 للبيانات هو مربع الانحراف المعياري.

نصيحة دراسية

الرموز يتم حساب الوسط الحسابي للعينة والوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي بنفس الطريقة. تشير $\bar{x}$ إلى الوسط الحسابي للعينة ويشير μ إلى الوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي. وفي هذا النص، ستشير $\bar{x}$ إلى كليهما.

المفهوم الأساسي الانحراف المعياري

الخطوة 1 أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$.

الخطوة 2 أوجد مربع الفارق بين كل قيمة من قيم البيانات x_n والوسط الحسابي $(\bar{x} - x_n)^2$.

الخطوة 3 أوجد مجموع جميع القيم في الخطوة 2.

الخطوة 4 اقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات n. وتعتبر هذه القيمة هي التباين.

الخطوة 5 أوجد الجذر التربيعي للتباين.

القانون $\sigma = \sqrt{\dfrac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \ldots + (\bar{x} - x_n)^2}{n}}$

مثال 3 التباين والانحراف المعياري

الأجهزة الكهربائية **يقوم إسماعيل باستبيان بين زملائه ليعرف عدد الآلات الكهربائية التي يمتلكها كل شخص في منزله. أوجد الانحراف المعياري لكل مجموعة من البيانات وفسره.**

{9, 10, 11, 6, 9, 11, 9, 8, 11, 8, 7, 9, 11, 11, 5}

الخطوة 1 أوجد الوسط الحسابي.

$$\bar{x} = \frac{9 + 10 + 11 + 6 + 9 + 11 + 9 + 8 + 11 + 8 + 7 + 9 + 11 + 11 + 5}{15} = 9$$

الخطوة 2 أوجد مربع الفارق $(\bar{x} - x_n)^2$.

$(9 - 9)^2 = 0$ $(9 - 10)^2 = 1$ $(9 - 11)^2 = 4$ $(9 - 6)^2 = 9$ $(9 - 9)^2 = 0$

$(9 - 11)^2 = 4$ $(9 - 9)^2 = 0$ $(9 - 8)^2 = 1$ $(9 - 11)^2 = 4$ $(9 - 8)^2 = 1$

$(9 - 7)^2 = 4$ $(9 - 9)^2 = 0$ $(9 - 11)^2 = 4$ $(9 - 11)^2 = 4$ $(9 - 5)^2 = 16$

الخطوة 3 أوجد المجموع.

$0 + 1 + 4 + 9 + 0 + 4 + 0 + 1 + 4 + 1 + 4 + 0 + 4 + 4 + 16 = 52$

الخطوة 4 أوجد التباين.

قانون التباين $\sigma^2 = \dfrac{(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \ldots + (\bar{x} - x_n)^2}{n}$

يبلغ المجموع 52 و $n = 51$. $= \dfrac{52}{15}$ أو حوالي 3.47

الخطوة 5 أوجد الانحراف المعياري.

الجذر التربيعي للتباين $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

$\approx \sqrt{3.47}$ أو حوالي 1.86

يعتبر الانحراف المعياري البالغ 1.86 صغيرًا مقارنة بالوسط الحسابي البالغ 9. ويشير ذلك إلى أن معظم قيم البيانات قريبة نسبيًا للمتوسط الحسابي.

تمرين موجّه

3. **النظام الغذائي** تتبع أسامة ما يتناوله من سعرات حرارية لأسبوع. أوجد الانحراف المعياري لما يتناوله من سعرات حرارية وفسره.

1950, 2000, 2100, 2000, 1900, 2100, 2000

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري لمقارنة مجموعتين مختلفتين من البيانات.

نصيحة دراسية

الرموز يتم حساب الانحراف المعياري لعينة s والانحراف المعياري لمجتمع إحصائي σ بطرائق مختلفة. في هذا النص، ستحسب الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي.

مثال 4 قارن مجموعتي البيانات

يلعب أيمن الجولف في ملعب خور دبي وملعب نادي الإمارات للجولف. قارن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة من نقاط أيمن.

ملعب خور دبي				
81	78	79	82	80
80	79	83	81	80

ملعب نادي الإمارات				
84	79	86	78	77
88	85	79	87	86

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد الوسط الحسابي والانحراف المعياري. امسح جميع القوائم. ثم اضغط STAT ENTER. وأدخل كل قيمة للبيانات في L1. لعرض الإحصاء، اضغط STAT ◀ 1 ENTER.

خور دبي

نادي الإمارات

يبلغ الوسط الحسابي لنقاط أيمن في ملعب خور دبي 80.3 بانحراف معياري مقداره حوالي 1.4. ويبلغ الوسط الحسابي لنقاطه في ملعب نادي الإمارات للجولف 82.9 بانحراف معياري مقداره حوالي 4.0. وبالتالي فهو يميل للحصول على عدد نقاط أقل في ملعب خور دبي. ويشير الانحراف المعياري الأكبر في ملعب نادي الإمارات إلى وجود تباين أكبر في نقاطه في هذا الملعب ولكنه أكثر استقرارًا في ملعب خور دبي.

تمرين موجّه

4. **السباحة** تنظر أماني في لائحتين أساسيتين لفريق السباق المرحلي 100 × 4. وفيما أدناه الأوقات بالدقائق المسجلة لكل لائحة لاعبين. قارن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة من البيانات.

لائحة اللاعبين A				
4.25	4.31	4.19	4.40	4.23
4.18	4.71	4.56	4.32	4.39

لائحة اللاعبين B				
4.47	4.68	4.25	4.41	4.49
4.18	4.27	4.69	4.32	4.44

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الكتب** تم استطلاع عينة عشوائية طبقية من 1,000 طالب جامعي في الولايات المتحدة الأمريكية حول مقدار ما ينفقونه من أموال على شراء الكتب كل عام. حدد العينة والمجتمع الإحصائي ثم اذكر إحصاء العينة ومعلمة المجتمع الإحصائي.

مثال 2

2. **الملاهي** يسجل مدير أحد الملاهي عدد أكياس حلوى غزل البنات المبيعة كل ساعة يوم السبت: {15, 24, 16, 21, 25, 13, 17, 24, 18, 16, 22, 17}. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

مثال 3

3. **وظائف الدوام الجزئي** تطلب السيدة أمل من جميع أعضاء فريق التنس للفتيات أن يعرفوا عدد الساعات التي يقضينها أسبوعيًا في وظائف الدوام الجزئي: {20, 11, 10, 12, 15, 9, 6, 0, 12, 10}. أوجد الانحراف المعياري لمجموعة البيانات وفسره.

مثال 4

4. **النمذجة** سجل المعلم بدر عدد تمرينات السحب لأعلى على العقلة التي قام بها طلابه. قارن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة.
الصبيان: {3, 9, 1, 0, 15, 2, 12, 4, 8, 3, 16, 5} الفتيات: {4, 3, 8, 3, 5, 4, 6, 1, 3, 0, 4, 2}

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل موقف. ثم اذكر إحصاء العينة ومَعْلَمَة المجتمع الإحصائي.

5. **السياسة** تم سؤال عينة عشوائية من 1,003 مصوتين بمقاطعة ميرسي إن كانوا سيصوتون على تعيين حاكم. وتم حساب النسبة المئوية للمجيبين بنعم.

6. **الأنشطة** تم افتراع عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية من كل مدرسة في المدينة بشأن الوقت المنقضي كل يوم في الأنشطة غير المتعلقة بالمنهج الدراسي.

7. **المال** تم سؤال عينة عشوائية طبقية من 2,500 من طلاب المدارس الثانوية عبر المدينة عن مقدار المالي الذي ينفقونه كل شهر.

مثال 2

8. **أقراص DVD** طلب معلم الرياضيات من جميع طلابه حساب عدد أقراص DVD التي يمتلكونها. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

عدد أقراص DVD					
26	39	5	82	12	14
0	3	15	19	41	6
2	0	11	1	19	29

9. **السباحة** تتبع مالك حوض سباحة عام الحضور اليومي. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

الحضور اليومي					
86	45	91	104	95	88
111	85	79	102	166	103
89	94	79	103	88	84

مثال 3

10. **التبرير** ترغب آمنة أن تعرف ما إن كانت تتلقى أجرًا منصفًا لمجالسة الأطفال مقابل AED 31.00 في الساعة. وقد أجرت استطلاعًا بين صديقاتها لترى ما يحصلون عليه مقابل كل ساعة. وقد كانت النتائج {AED 29.00, AED 31.00, AED 9.00, AED 28.00, AED 56.00, AED 30.00, AED 32.00}. أوجد الانحراف المعياري للبيانات وفسره.

11. **الرماية** تشارك بثينة في الرماية التنافسية. وتسمح كل مسابقة بحد أقصى 90 نقطة. وكانت نتائج بثينة في آخر 8 مسابقات هي {76, 78, 81, 75, 80, 80, 76, 77}. أوجد الانحراف المعياري للبيانات وفسره.

مثال 4

12. **كرة السلة** يقارن مدرب فريق النمور لكرة السلة عدد المخالفات التي تم احتسابها ضد فريقه بالعدد المحتسب ضد فريق محاربي طروادة المنافس لفريقه. وقد سجل عدد المخالفات المحتسبة ضد كل فريق لكل مباراة للموسم. قارن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة من البيانات.

النمور			
15	12	13	9
11	12	14	12
8	16	9	9
11	13	12	14

محاربو طروادة			
9	10	14	13
7	8	10	10
9	7	11	9
12	11	13	8

13. **تصنيفات الأفلام** تم تصنيف اثنين من الأفلام من قبل مجموعة الطلاب نفسها. وتراوحت التصنيفات من 1 إلى 10. حيث عبرت 10 عن الأفضل.

a. قارن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة من البيانات.

b. قدم فرضية حول السبب الذي يجعل الفيلم A مفضلاً. أو الفيلم B؟

الفيلم A			
7	8	7	6
8	6	7	8
6	8	8	6
7	7	8	8

الفيلم B			
9	5	10	6
3	10	9	4
8	3	9	9
2	8	10	3

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

14. **العملات بفئة 1 فلس** لدى المعلم أحمد وعاء آخر من العملات بفئة 1 فلس على مكتبه. يوجد 30 عملة من فئة 1 فلس في هذا الوعاء. اختار بلال 5 عملات من فئة 1 فلس من الوعاء. واختار جاسم 10 عملات من فئة 1 فلس ويختار جمال 20 عملة من فئة 1 فلس. تم اختيار العملات من فئة 1 فلس واستبدالها.

أعوام العملات من فئة 1 فلس الموجودة في الوعاء					
1975	1991	1982	2000	1990	2001
2005	2003	2007	2005	1981	2007
1992	1991	1994	1992	1974	1997
2005	2006	2005	1999	1995	2000
2006	2002	2001	1998	2004	2004

a. عملات بلال من فئة 1 فلس هي {1974, 1975, 1981, 1992, 1999}. أوجد متوسط الانحراف المطلق.

b. عملات جاسم من من فئة 1 فلس هي {1999, 2004, 2000, 2005, 2003, 1991, 2005, 2004, 1998, 2001}. أوجد متوسط الانحراف المطلق.

c. عملات جمال من من فئة 1 فلس هي {2005, 2007, 1992, 1994, 1991, 2003, 2005, 1997, 1975, 1992, 2000, 1999, 2005, 1982, 2005, 2004, 2002, 2006, 2001, 1998}. أوجد متوسط الانحراف المطلق.

d. أوجد متوسط الانحراف المطلق لجميع العملات من فئة 1 فلس في الوعاء. أي العينات تعكس بدقة أكبر الوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي؟ اشرح.

15. **الجري** تم نشر نتائج سباق 5K في صحيفة محلية. وقد شارك أكثر من ألف شخص. ولكن لم يتم نشر سوى أوقات أول 15 فائزًا في السباق.

طريق سباق 5K السنوي الخامس عشر					
المكان	الوقت (min:s)	المكان	الوقت (min:s)	المكان	الوقت (min:s)
1	15:56	6	16:34	11	17:14
2	16:06	7	16:41	12	17:46
3	16:11	8	16:54	13	17:56
4	16:21	9	17:00	14	17:57
5	16:26	10	17:03	15	18:03

a. أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأوقات أول 15 فائزاً.
(إرشاد: حوّل جميع الأوقات إلى ثوان.)

b. حدد العينة والمجتمع الإحصائي

c. حلل العينة. وصنّف البيانات إلى كمية أو نوعية. هل يمكن تطبيق التحليل الإحصائي للعينة على المجتمع الإحصائي؟ اشرح استنتاجك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

16. **النقد** بدرية وحصة تحددان طريقة لتقليل حجم الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

بدرية	حصة
إزالة القيم المتطرفة من مجموعة البيانات.	*إضافة قيم البيانات إلى مجموعة البيانات التي تساوي الوسط الحسابي.*

17. **التبرير** حدد إذا كانت العبارة سيكون لعينتين عشوائيتين متخذتين من نفس المجتمع الإحصائي نفس الوسط الحسابي والانحراف المعياري صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

18. **مسألة غير محددة الإجابة** اذكر موقفًا يكون من المفيد فيه استخدام الوسط الحسابي للعينة للمساعدة في تقدير الوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي. كيف تجمع عينة عشوائية؟

19. **تحدٍ** اكتب مجموعة من البيانات معدل انحرافها المعياري يساوي متوسط القيمة المطلقة.

الكتابة في الرياضيات قارن وبيّن الفرق بين كل مما يلي.

20. الإحصاء والمعلمات

21. الانحراف المعياري ومتوسط قيمة المطلقة

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين على الاختبار المعياري

22. اشترت حليمة قميصًا مخفضًا سعره بنسبة 20%. وقد دفعت AED 57.80. فكم كان السعر الأصلي؟

A AED 61.35
B AED 65.00
C AED 68.25
D AED 72.25

23. إجابة قصيرة زار مجموعة من سفراء الطلاب مبنى وزارة التربية والتعليم. وقابل عشرون من الطلاب الموظفين المحليين. وقد كان هذا العدد 16% من الطلاب. فكم كان عدد سفراء الطلاب إجمالاً؟

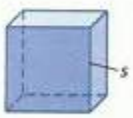
24. يبلغ ارتفاع أطول 7 أشجار في حديقة بالأمتار 19 و 24 و 17 و 26 و 24 و 20 و 18. أوجد متوسط الانحراف المطلق لهذه البيانات وفسّره.

F 3.0
G 3.2
H 3.4
J 21

25. يستغرق قاربٌ 3 ساعات ليتحرك 27 كيلومترًا عكس التيار. ويستطيع نفس القارب التحرك 30 كيلومترًا في اتجاه التيار في ساعتين. أوجد سرعة القارب.

A 3 kmph
B 5 kmph
C 12 kmph
D 14 kmph

مراجعة شاملة



26. الهندسة إذا كان طول ضلع مكعب هو s، ويمثل حجمه من خلال s^3. وتمثل مساحة سطحه من خلال $6s^2$.

a. هل التعابير الممثلة للحجم ومساحة السطح أحادية الحد؟ اشرح.

b. إذا كان ضلع المكعب 3 أمتار. فأوجد الحجم ومساحة السطح.

c. أوجد طول الضلع s الذي يجعل للحجم ومساحة السطح نفس القيمة.

d. يمكن إيجاد حجم أسطوانة بضرب أضعاف مربع نصف القطر في أضعاف الارتفاع π. أو $V = \pi r^2 h$. افترض أن لديك أسطوانتين. يبلغ قياس الثانية ضعف قياس الأول. إذا $V = \pi(2r)^2(2h)$. ما معدل حجم الأسطوانة الأولى مقارنة بالثانية؟

مراجعة المهارات

أوجد المدى والوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى لكل مجموعة من البيانات.

27. {15, 23, 46, 36, 15, 19}
28. {55, 57, 39, 72, 46, 53, 81}
29. {21, 25, 19, 18, 22, 16, 27}
30. {52, 29, 72, 64, 33, 49, 51, 68}
31. {8, 12, 9, 11, 11, 10, 14, 18}
32. {133, 119, 147, 94, 141, 106, 118, 149}

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9-2 توزيعات البيانات

السابق	الحالي	لماذا
• قمت بحساب مقاييس النزعة المركزية والتباين.	1 وصف شكل كل توزيع. 2 استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاء المناسب.	• أثناء التدرب لسباق الـ 100 متر للجري، أصيبت حمدة بشد في عضلة في أسفل ظهرها. وبعد أن سُمح لها بالتمرن ثانية، استمرت في التدريب. وقد كان الوقت الوسيط لحمدة حوالي 12.34 ثانية، ولكن انخفض متوسط وقتها إلى حوالي 12.53 ثانية.

المفردات الجديدة

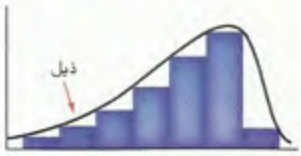
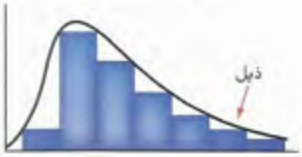
توزيع distribution
توزيع ملتو سلبيّ negatively skewed distribution
التوزيع المتماثل symmetric distribution
توزيع ملتو إيجابي positively skewed distribution

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 وصف التوزيعات

يوضح **توزيع** البيانات التكرار الملاحظ أو النظري لكل قيمة بيانات ممكنة. تذكر أن المدرج التكراري هو نوع من أنواع التمثيل البياني بالأعمدة المستخدم لعرض البيانات التي تم ترتيبها في فترات متساوية. ويكون المدرج التكراري مفيدًا عند عرض التوزيع الشامل للبيانات في مجموعة على مداها. ويمكنك رؤية شكل التوزيع برسم منحنى على المدرج التكراري.

المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

توزيع ملتو سلبي	توزيع متماثل	توزيع ملتو إيجابي
		
أغلب البيانات تقع على اليمين.	تتوزع البيانات بالتساوي.	أغلب البيانات تقع على اليسار.

مثال 1 التوزيع باستخدام المدرج التكراري

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي للبيانات واستخدامه لوصف شكل التوزيع.

25, 22, 31, 25, 26, 35, 18, 39, 22, 32, 34, 26, 42, 23, 40, 36, 18, 30
26, 30, 37, 23, 19, 33, 24, 29, 39, 21, 43, 25, 34, 24, 26, 30, 21, 22

أولاً، اضغط على [ENTER] [STAT] ثم أدخل كل قيمة من قيم البيانات. ثم اضغط على [ENTER] [ENTER] [STAT PLOT] [2nd] واختر . اضغط [ZoomStat] [ZOOM] لتعديل النافذة. يكون شكل التمثيل البياني مرتفعًا من اليسار وبذيل من اليمين. لذا، فإن التوزيع ملتوٍ إيجابيًا.

[17, 45] scl: 4 by [0, 10] scl: 1

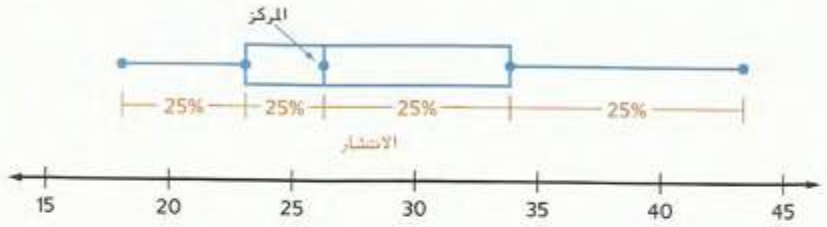
تمرين موجّه

1. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي للبيانات واستخدامه لوصف شكل التوزيع.

8, 11, 15, 25, 21, 26, 20, 12, 32, 20, 31, 14, 19, 27, 22, 21, 14, 8
6, 23, 18, 16, 28, 25, 16, 20, 29, 24, 17, 35, 20, 27, 10, 16, 22, 12

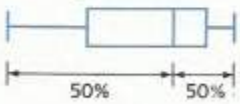
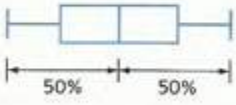
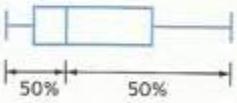
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

يمكن أيضًا استخدام مخطط رسم صندوقي لتحديد شكل التوزيع. تذكر من الدرس 13-0 أنه يمكن لمخطط رسم صندوقي عرض انتشار مجموعة البيانات بتقسيمه إلى أربعة أرباع. وتعرض البيانات من المثال 1 أدناه.



لاحظ أن العارض الأيسر أقصر من العارض الأيمن وأن المستقيم الممثل للوسيط أقرب إلى العارض الأيسر. ويمثل هذا قمة إلى اليسار وذيلاً إلى اليمين.

المفهوم الأساسي مخططات الرسم الصندوقي المتماثلة والملتوية

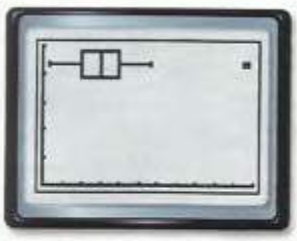
ملتو سلبي	متماثل	ملتو إيجابي
		
العارض الأيسر أطول من العارض الأيمن. ويقترب الوسيط أكثر إلى العارض الأقصر.	كلا العارضين بنفس الطول. يكون الوسيط في مركز البيانات.	العارض الأيمن أطول من العارض الأيسر. ويقترب الوسيط أكثر إلى العارض الأقصر.

مثال 2 التوزيع باستخدام مخطط الرسم الصندوقي

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات واستخدامه لتحديد شكل التوزيع.

9, 17, 15, 10, 16, 2, 17, 19, 10, 18, 14, 8, 20, 20, 3, 21, 12, 11
5, 26, 15, 28, 12, 5, 27, 26, 15, 53, 12, 7, 22, 11, 8, 16, 22, 15

أدخل البيانات بصيغة L1. اضغط على [STAT PLOT] 2nd ENTER ENTER واختر ⋯□. اضبط النافذة وفقًا للأبعاد الموضحة.


[0, 55] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

أطوال العوارض الطولية متساوية تقريبًا. والوسيط يقع في منتصف البيانات. ويشير ذلك إلى أن البيانات موزعة بالتساوي إلى يسار ويمين الوسيط. وهكذا، يكون التوزيع متماثلًا.

نصيحة دراسية
القيم المتطرفة في المثال 2. لاحظ أن القيم المتطرفة لا تؤثر على شكل التوزيع.

تمرين موجّه

2. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات واستخدامه لوصف شكل التوزيع.

40, 50, 35, 48, 43, 31, 52, 42, 54, 38, 50, 46, 49, 43, 40, 50, 32, 53
51, 43, 47, 41, 49, 50, 34, 54, 51, 44, 54, 39, 47, 35, 51, 44, 48, 37

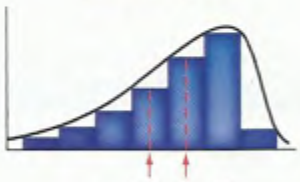
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 تحليل التوزيعات تعلمت أنه يمكن وصف البيانات باستخدام الإحصاء. ويصف الوسط الحسابي والوسيط المركز. ويصف الانحراف المعياري والأرباع الانتشار. ويمكنك استخدام شكل التوزيع لاختيار أكثر الإحصاء ملاءمة والذي يصف مركز مجموعة من البيانات وانتشارها.

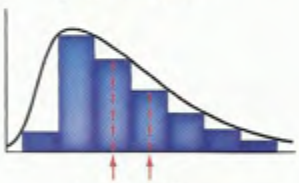
عندما يكون التوزيع متماثلاً، فإن الوسط الحسابي يعكس مركز البيانات. ورغم ذلك، عندما يكون التوزيع ملتويًا، فإن هذا الإحصاء لن يكون موثوقًا تمامًا.

وقد يكون للنقاط المتطرفة تأثير بالغ على الوسط الحسابي لمجموعة البيانات، بينما يكون الوسيط أقل تأثرًا. وعلى غرار ذلك، عندما يكون التوزيع ملتويًا، فإن الوسط الحسابي سيقع بعيدًا عن أغلب البيانات متجهًا نحو الذيل. وبما أن الوسيط أقل تأثرًا فسيقع بالقرب من غالبية البيانات.

توزيع ملتو سلبي



توزيع ملتو إيجابي



عند اختيار إحصاء مناسب لتمثيل مجموعة بيانات، حدد أولاً شكل التوزيع.

- إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فسيمكنك استخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتويًا أو به قيم متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة.

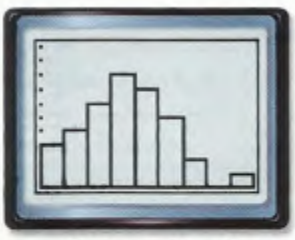
مثال 3 استخدم الإحصاء الملائم

صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة.

علل اختيارك بإنشاء مدرج إحصائي للبيانات.

21, 28, 16, 30, 25, 34, 21, 47, 18, 36, 24, 28, 30, 15, 33, 24, 32, 22
27, 38, 23, 29, 15, 27, 33, 19, 34, 29, 23, 26, 19, 30, 25, 13, 20, 25

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي. يكون شكل التمثيل البياني مرتفعًا في المنتصف ومنخفضًا في الجانبين الأيمن والأيسر. وهكذا، يكون التوزيع متماثلاً.



[12, 48] scl: 4 by [0, 10] scl: 1

التوزيع متماثل. إذًا استخدم الوسط والانحراف المعياري لوصف المركز والانتشار. اضغط STAT ▶ ENTER ENTER

يبلغ الوسيط $\bar{x}$ حوالي 26.1 بانحراف معياري σ حوالي 7.1.

تلميح تقني

الأدوات على حاسبة التمثيل البياني، يطلق على كل عمود خانة. ويمكن تعديل عرض كل خانة بالضغط على WINDOW وتغيير Xscl. اعرض المدرج التكراري مستخدمًا قيمًا مختلفة لعرض الخانات ومقارنة النتائج لتحديد عرض الخانة الملائم.

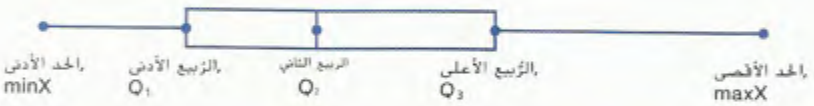
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين موجّه

3. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مدرج إحصائي للبيانات.

19, 2, 25, 14, 24, 20, 27, 30, 14, 25, 19, 32, 21, 31, 25, 16, 24, 22
29, 6, 26, 32, 17, 26, 24, 26, 32, 10, 28, 19, 26, 24, 11, 23, 19, 8

يكون مخطط الرسم الصندوقي مساعدًا عند عرض التوزيع الملتوي حيث يتم إنشاؤه باستخدام ملخص الأعداد الخمسة.



مثال 4 من الحياة اليومية استخدم الإحصاء الملائم

الخدمة المجتمعية **يوضح عدد ساعات الخدمة المجتمعية التي أتمها كل من طلاب المُعلّمة حورية. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات.**

ساعات الخدمة المجتمعية												
6	13	8	7	19	12	2	19	11	22	7	33	13
3	8	10	5	25	16	6	14	7	20	10	30	

[0, 36] scl: 4 by [0, 5] scl: 1

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط الرسم الصندوقي. إن العارض الأيمن أطول من الأيسر والوسيط أقرب إلى العارض الأيسر. لذا، فإن التوزيع ملتوٍ إيجابيًـــا.

التوزيع ملتوٍ إيجابي. إذًا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. يبلغ المدى 2 – 33 أو 31. يبلغ وسيط عدد الساعة التي تمت 11. وأتمّ نصف الطلاب ما بين 7 إلى 19 ساعة.

الربط بالحياة اليومية

يجب أن يكون المتطوعون في قوات حفظ السلام في سن 18 عامًا على الأقل، وتبلغ نسبة الحاصلين على شهادة جامعية في المتطوعين 90%. ويعمل المتطوعون في دولة أخرى لمدة 27 شهرًا ثم يتم تجنيده في الدول المضيفة التي تكون في أمس الحاجة إلى متطوعين ماهرين.

المصدر: قوات حفظ السلام

تمرين موجّه

4. **جمع التبرعات** توضح الأموال التي تم جمعها لكل طالب في حصة الفصل الخامسة للمعلم حارب. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات.

المال المُجتمع من كل طالب (بالدراهم)									
41	27	52	18	42	32	16	95	27	65
36	45	5	34	50	15	62	38	57	20
38	21	33	58	25	42	31	8	40	28

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي ومخطط الرسم الصندوقي للبيانات. ثم صف شكل التوزيع.**

1. 80, 84, 68, 64, 57, 88, 61, 72, 76, 80, 83, 77, 78, 82, 65, 70, 83, 78
73, 79, 70, 62, 69, 66, 79, 80, 86, 82, 73, 75, 71, 81, 74, 83, 77, 73

2. 30, 24, 35, 84, 60, 42, 29, 16, 68, 47, 22, 74, 34, 21, 48, 91, 66, 51
33, 29, 18, 31, 54, 75, 23, 45, 25, 32, 57, 40, 23, 32, 47, 67, 62, 23

مثال 3 **صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مدرج إحصائي للبيانات.**

3. 58, 66, 52, 75, 60, 56, 78, 63, 59, 54, 60, 67, 72, 80, 68, 88, 55, 60
59, 61, 82, 70, 67, 60, 58, 86, 74, 61, 92, 76, 58, 62, 66, 74, 69, 64

مثال 4 4. **العروض التقديمية** توضّح أطوال العروض التقديمية للطلاب في الحصة الدراسية الثانية للمعلمة خديجة. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات.

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي ومخطط الرسم الصندوقي للبيانات. ثم صف شكل التوزيع.**

5. 55, 65, 70, 73, 25, 36, 33, 47, 52, 54, 55, 60, 45, 39, 48, 55, 46, 38
50, 54, 63, 31, 49, 54, 68, 35, 27, 45, 53, 62, 47, 41, 50, 76, 67, 49

6. 42, 48, 51, 39, 47, 50, 48, 51, 54, 46, 49, 36, 50, 55, 51, 43, 46, 37
50, 52, 43, 40, 33, 51, 45, 53, 44, 40, 52, 54, 48, 51, 47, 43, 50, 46

مثال 3 **صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مدرج إحصائي للبيانات.**

7. 32, 44, 50, 49, 21, 12, 27, 41, 48, 30, 50, 23, 37, 16, 49, 53, 33, 25
35, 40, 48, 39, 50, 24, 15, 29, 37, 50, 36, 43, 49, 44, 46, 27, 42, 47

8. 80, 86, 74, 90, 70, 81, 89, 88, 75, 80, 83, 77, 78, 92, 80, 70, 83, 94
73, 79, 80, 67, 76, 84, 80, 83, 88, 82, 73, 79, 84, 96, 85, 73, 82, 83

مثال 4 9. **الطقس** توضّح درجات الحرارة المنخفضة في نيو كارليسل الأمريكية على مدار 30 يومًا. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علّل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات.

درجة الحرارة (°C)														
8.9	10	12.8	11.7	13.8	11.7	6.6	16	13.8	9.4	10.5	14.4	7.8	12.2	13.8
10	12.8	8.3	13.8	8.9	14.4	11.7	9.4	13.3	15	11	8.9	12.8	11.7	10.5

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

10. المضمار راجع بداية الدرس. توضح أوقات ركض حمدة لمضمار الـ100 متر.

ركض الـ 100 متر (بالثواني)				
12.20	12.35	13.60	12.24	12.72
12.18	12.06	12.41	12.28	13.06
12.87	12.04	12.38	12.20	13.12
12.30	13.27	12.93	12.16	12.02
12.50	12.14	11.97	12.24	13.09
12.46	12.33	13.57	11.96	13.34

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط الرسم الصندوقي. صِف مركز البيانات وانتشارها.

b. كان أبطأ أوقات حمدة قبل إصابتها بالشد العضلي هو 12.50 ثانية. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لا يتضمن الأوقات التي ركضت فيها بعد إصابته بالشد العضلي. ثم صِف المركز لمجموعة البيانات الجديدة وانتشارها.

c. ما التأثير الذي تُحدثه إزالة الأوقات المسجلة بعد إصابة حمدة بشد عضلي على شكل التوزيع وعلى كيفية وصفك للمركز والانتشار؟

11 قائمة أسعار توضح أسعار الأطباق الرئيسة التي يقدمها أحد المطاعم.

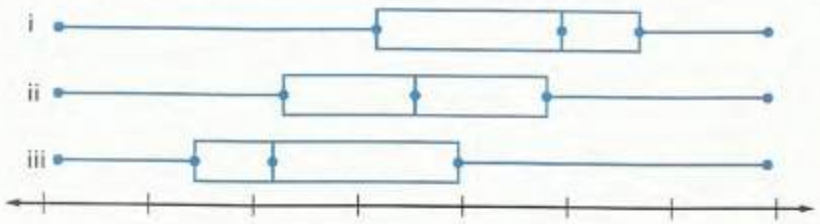
أسعار الأطباق الرئيسة (AED)				
13.00	9.50	16.50	11.25	9.00
9.75	13.75	11.50	7.75	18.50
17.75	10.25	12.50	16.50	8.00
11.50	8.50	16.75	10.75	13.00

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط الرسم الصندوقي. صِف مركز وانتشار البيانات.

b. قرر مالك المطعم أن يستبعد جميع الأطباق الرئيسة التي تزيد تكلفتها عن AED 15. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط الرسم الصندوقي الذي يعكس هذا التغيير. ثم صِف المركز والانتشار لمجموعة البيانات الجديدة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

التحدي حدد مخطط الرسم الصندوقي الذي يقابل كلاً من المدرجات التكرارية التالية.



12.

13.

14.

15. فرضيات ابحث عن تعريف للتوزيع ثنائي المنوال واكتبه. كيف يمكن وصف مقاييس مركز التوزيع ثنائي المنوال وشكله؟

16. مسألة غير محددة الإجابة قدّم مثالاً على مجموعة من البيانات من الحياة اليومية بتوزيع متماثل وأخرى بتوزيع غير متماثل.

17. الكتابة في الرياضيات اشرح سبب استخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري في وصف مركز التوزيع المتماثل وانتشاره واستخدام ملخص الأعداد الخمسة في وصف مركز التوزيع الملتوي وانتشاره.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

18. في معرض للمدينة، تم بيع 1000 تذكرة. وتكلف تذاكر البالغين AED 8.50 بينما تكلف تذاكر الأطفال AED 4.50. قد تم جمع إجمالي AED 7300. فكم عدد تذاكر الأطفال التي تم بيعها؟

A 700 C 400

B 600 D 300

19. لدى حسام 20 قطعة نقد معدنية من فئة 10 فلسات وقطع نقد معدنية من فئة 5 فلسات، يبلغ إجمالي مقدارهما AED 1.40. فكم عدد القطع من فئة 5 فلسات التي لديه؟

F 12 H 8

G 10 J 6

20. إذا كان 45 كيلومترًا يساوي حوالي 2.8 ميل. فكم عدد الأميال الموجودة في 6.1 كيلومترات؟

A 3.2 أميال C 3.8 أميال

B 3.6 أميال D 4.0 أميال

21. **إجابة موسعة ثلاثة أضعاف عرض أحد المستطيلات يزيد عن ضعف طوله بثلاثة سنتيمترات، ويزيد أربعة أضعاف طوله عن محيطه.**

a. حول الجمل إلى معادلات.

b. أوجد أبعاد المستطيل.

c. ما مساحة المستطيل؟

مراجعة شاملة

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل موقف. ثم اذكر إحصاء العينة ومعلمة المجتمع الإحصائي. (الدرس 1-9)

22. **الملاهي** تم سؤال عينة منتظمة من 250 ضيفًا عن مقدار المال الذي تم إنفاقه في أكشاك بيع الوجبات الخفيفة داخل الملاهي. وتم حساب الوسط الحسابي للمبلغ.

23. **حفل التخرج** تم إجراء استطلاع مع عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثاني عشر بمدرسة البراء بن عازب الثانوية. وحساب الوسط الحسابي للمبلغ الذي تم إنفاقه على حفل التخرج لكل طالب.

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

24. $f(x) = 2x - 14$

25. $f(x) = 17 - 5x$

26. $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

27. $f(x) = -\frac{1}{7}x - 1$

28. $f(x) = \frac{2}{3}x + 6$

29. $f(x) = 12 - \frac{3}{5}x$

مراجعة المهارات

حقيبة تحتوي على 3 شرائح حمراء و 6 شرائح خضراء و 5 شرائح صفراء و 8 شرائح برتقالية. وتم سحب شريحة عشوائيًا. احتمال أن تكون الشريحة المسحوبة:

30. حمراء

31. برتقالية

32. زرقاء أو خضراء

33. غير البرتقالية

34. غير الخضراء

35. حمراء أو برتقالية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9-3 مقارنة مجموعات البيانات

السابق
- قمت بحساب مقاييس النزعة المركزية والتباين.

الحالي
1. تحديد تأثير تحويلات البيانات على مقاييس النزعة المركزية والتباين.
2. مقارنة البيانات باستخدام مقاييس النزعة المركزية والتباين.

لماذا؟
- يُدفع لحسّان أجره بالساعة ليقوم بأعمال تصميم المناظر الطبيعية. ونظرًا لأنه موظف جيد، يخطط حسّان لأن يطلب من مديره علاوة. ويوضح الراتب المبدئي لحسّان لشهر. ويحاول أن يقرر ما إن كان ينبغي عليه طلب AED 5 إضافية لليوم أم يطلب زيادة 10% في راتبه اليومي.

راتب حسّان (AED)		
50	52	44
46	48	40
54	52	44
52	42	58
52	50	54
46	52	42
44	48	56
	42	50

المفردات الجديدة
التحويلات الخطية
linear transformation

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 تحويلات البيانات لترى تأثير زيادة AED 5 يوميًا على راتب حسّان اليومي، يمكننا إيجاد قيم المرتب اليومية الجديدة ومقارنة مقاييس النزعة المركزية والتباين. ويمكن إيجاد البيانات الجديدة من خلال إجراء التحويلات الخطية. و**التحويلات الخطية** هي عملية تُجرى على مجموعة البيانات التي يمكن كتابتها في صورة دالة خطية. يمكن إيجاد راتب حسّان اليومي بعد زيادة العلاوة البالغة AED 5 باستخدام $y = x + 5$، حيث تمثل x راتبه اليومي الأصلي وتمثل y راتبه اليومي بعد العلاوة.

أجر حسّان مع علاوة AED 5

الانحراف المعياري 4.9 الوسط الحسابي 53.6

أجر حسّان بدون علاوة AED 5

الانحراف المعياري 4.9 الوسط الحسابي 48.6

لاحظ أن كل قيمة تمت إزاحتها 5 وحدات إلى اليمين. وبالتالي زاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال بمقدار 5. حيث إن القيم العظمى الصغرى زادت بمقدار 5 أيضًا. فقد بقي المدى كما هو. ولم يتغير الانحراف المعياري أيضًا نظرًا لأن المقدار الذي تحيد به كل قيمة عن الوسط الحسابي بقيت كما هي.

وتحدث هذه النتائج عند جمع أي عدد صحيح سالب أو موجب إلى كل قيمة في مجموعة البيانات.

المفهوم الأساسي التحويلات باستخدام الجمع

إذا تم جمع عدد حقيقي k إلى كل قيمة في مجموعة بيانات؛ فإنه:

- يمكن إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال بجمع k إلى الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعة البيانات الأصلي
- لن يتغير المدى والانحراف المعياري.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 التحويلات باستخدام الجمع

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات التي تحصل عليها بعد جمع 7 إلى كل قيمة.

13, 5, 8, 12, 7, 4, 5, 8, 14, 11, 13, 8

الطريقة 1 أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات لمجموعة البيانات الأصلية.

الوسط الحسابي 9 المنوال 8 الانحراف المعياري 3.3

الوسيط 8 المدى 10

اجمع 7 إلى الوسط الحسابي والوسيط والمنوال. ويبقى المدى والانحراف المعياري بدون تغيير.

الوسط الحسابي 16 المنوال 15 الانحراف المعياري 3.3

الوسيط 15 المدى 10

الطريقة 2 اجمع 7 إلى كل قيمة من قيم البيانات.

20, 12, 15, 19, 14, 11, 12, 15, 21, 18, 20, 15

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات لمجموعة البيانات الجديدة.

الوسط الحسابي 16 المنوال 15 الانحراف المعياري 3.3

الوسيط 15 المدى 10

تمرين موجّه

1. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات التي تحصل عليها بعد جمع 4− إلى كل قيمة.

27, 41, 15, 36, 26, 40, 53, 38, 37, 24, 45, 26

تلميح تقني

1-Var Stats للحساب السريع للوسط الحسابي $\bar{x}$ والوسيط Med والانحراف المعياري σ ومدى مجموعة من البيانات. أدخل البيانات في صورة L1 في حاسبة التمثيل البياني ثم اضغط STAT ▶ ENTER ENTER. اطرح minX من maxX لإيجاد المدى.

لرؤية تأثير زيادة يومية بنسبة 10% على مجموعة البيانات، يمكننا ضرب كل قيمة في 1.10 وإعادة حساب المقاييس للمركز والتباين.

أجر حسّان مع علاوة AED 5

الانحراف المعياري 5.4 الوسط الحسابي 53.5

أجر حسّان بدون علاوة AED 5

الانحراف المعياري 4.9 الوسط الحسابي 48.6

لاحظ أن كل قيمة لم تزيد بنفس المقدار بل زادت بعامل 1.10. وبالتالي زاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال بعامل 1.10. حيث إن كل قيمة زادت بنسبة مئوية ثابتة وليس بمقدار ثابت، سيتغير كل من المدى والانحراف المعياري. حيث سيزيد كل منهما بعامل 1.10 أيضًا.

المفهوم الأساسي التحويلات باستخدام الضرب

إذا تم ضرب كل قيمة في مجموعة من البيانات في الثابت k، حيث $k > 0$، فيمكن حينها إيجاد قيم الوسط والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات الجديدة بضرب كل إحصاء أصلي في k.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

حيث إن الوسيط لكل من العلاوتين متساوٍ والوسط الحسابي متساوٍ تقريبًا، فينبغي أن يطلب حسّان العلاوة التي يظن أن فرصته أفضل للحصول عليها.

مثال 2 التحويلات باستخدام الضرب

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات التي يتم الحصول عليها بعد ضرب كل قيمة في 3.

21, 12, 15, 18, 16, 10, 12, 19, 17, 18, 12, 22

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات الأصلية.

الوسط الحسابي **16** المنوال **12** الانحراف المعياري 3.7

الوسيط 16.5 المدى 12

اضرب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري في 3.

الوسط الحسابي **48** المنوال **36** الانحراف المعياري 11.1

الوسيط 49.5 المدى 36

تمرين موجّه

2. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات التي يتم الحصول عليها بعد ضرب كل قيمة في 0.8.

63, 47, 54, 60, 55, 46, 51, 60, 58, 50, 56, 60

2 مقارنة التوزيعات

تذكر أنه عند اختبار الإحصاء الملائم لتمثيل البيانات، ينبغي أن تحلل أولاً شكل التوزيع. وينطبق الأمر نفسه مع مقارنة التوزيعات.

- استخدم الوسط والانحراف المعياري لمقارنة توزيعين متماثلين.
- استخدم ملخص الأعداد الخمسة لمقارنة توزيعين ملتويين أو توزيع متماثل وآخر ملتوٍ.

مثال 3 قارن البيانات باستخدام مخططات مدرج إحصائي

نتائج الاختبار القصير توضح نتائج الاختبار القصير لكل من خولة ورنا للفصل الدراسي الأول لمادة الرياضيات 1.

نتائج رنا للاختبار القصير
89, 76, 87, 86, 92, 77, 78, 83, 83, 82, 81, 82, 84, 85, 85, 86, 89, 93, 77, 85

نتائج خولة للاختبار القصير
85, 95, 70, 87, 78, 82, 84, 84, 85, 99, 88, 74, 75, 89, 79, 80, 92, 91, 96, 81

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

أدخل نتائج خولة للاختبار القصير في صورة **L1** ونتائج رنا للاختبار القصير في صورة **L2**.

نتائج اختبار رنا

[69, 101] scl: 4 by [0, 8] scl: 1

نتائج اختبار خولة

[69, 101] scl: 4 by [0, 8] scl: 1

يكون كلا التوزيعين مرتفعان في المنتصف ومنخفضان في الجانبين الأيمن والأيسر. وبذلك كلا التوزيعين متماثلان.

تلميح تقني

المدرجات التكرارية لإنشاء مدرج إحصائي لمجموعة من البيانات في L2، اضغط 2nd [STAT PLOT] ENTER اختر وأدخل L2 ← Xlist. ENTER

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

كلا التوزيعين متماثلين. إذًا استخدم الوسط الحسابي والانحراف المعياري لوصف المركز والانتشار لكل منهما.

نتائج اختبار رنا

نتائج اختبار خولة

يكون الوسط الحسابي لنتائج الاختبار القصير لكل من الطالبين متساوية تقريبًا. ولكن الانحراف المعياري لنتائج خولة للاختبار القصير أكبر من ذلك الخاص بنتائج رنا للاختبار القصير. يعني ذلك أن نتائج رنا للاختبار القصير أقرب بوجه عام إلى متوسطها الحسابي من نتائج خولة للاختبار القصير لمتوسطها الحسابي.

تلميح تقني

مجموعات البيانات المتعددة من أجل حساب إحصاء مجموعة من البيانات في L2، اضغط STAT [L2] 2nd ENTER ▶ ENTER

تمرين موجّه

طريق المدرسة أوجد الطلاب في صفين من صفوف المعلم حمد الدراسية متوسط عدد الساعات التي يقضونها في الانتقال إلى المدرسة كل يوم.

3A. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج تكراري لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

3B. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

الحصة الثانية (بالدقائق)
8, 4, 18, 7, 13, 26, 12, 6, 20, 5, 9, 24, 8, 16, 31, 13, 17, 10, 8, 22, 12, 25, 13, 11, 18, 12, 16, 22, 25, 33

الحصة السابعة (بالدقائق)
21, 4, 20, 13, 22, 6, 10, 23, 13, 25, 14, 16, 19, 21, 19, 8, 20, 18, 9, 14, 21, 17, 19, 22, 4, 19, 21, 26

تعتبر مخططات الرسم الصندوقي مفيدة لمقارنات البيانات نظرًا لأنها يمكن عرضها على نفس الشاشة.

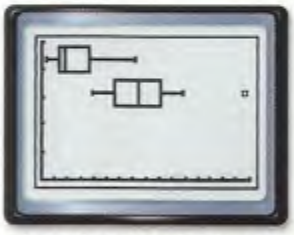
مثال 4 من الحياة اليومية قارن البيانات باستخدام مخططات الرسم الصندوقي

كرة القدم يوضح إجمالي امتار ركض حمدان لكل مباراة لكل من موسم الصف العاشر والسنة الأخيرة.

موسم الصف العاشر (الأمتار)					
18	25	4	72	20	16
12	56	17	42	10	34

موسم السنة الأخيرة (الأمتار)					
72	156	60	109	54	77
80	46	101	73	83	39

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.



[0, 160] scl: 10 by [0, 5] scl: 1

أدخل باردات ركض حمدان من موسم الصف العاشر في صورة L1 باردات ركضه من موسم السنة الأخيرة في صورة L2. مثّل كلاً من مخططي الرسم الصندوقي بيانيًا على نفس الشاشة بتمثيل L1 في صورة Plot1 وتمثيل L2 في صورة Plot2 بيانيًا.

في موسم الصف العاشر لحمدان، يكون العارض الأيمن أطول من الأيسر والوسيط أقرب إلى العارض الأيسر. لذا، فإن التوزيع ملتوٍ إيجابيًا.

في موسم السنة الأخيرة لحمدان، تكون أطوال العوارض الطولية متساوية تقريبًا، والوسيط يقع في منتصف البيانات. لذا، فالتوزيع متماثل.

الربط بالحياة اليومية

يلتحق حوال 2% فقط من الرياضين من طلاب المدرسة الثانوية بالجامعة بمساعدة المنح الرياضية.

المصدر: NCAA

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

هناك توزيع متماثل والآخر ملتوٍ. إذًا استخدم ملخص الأعداد الخمسة لمقارنة البيانات.

كان الربع الأعلى لموسم حمدان في الصف العاشر 38. بينما كانت القيمة الصغرى لموسمه في الصف الأخير 39. ويعني ذلك أن حمدان جرى أمتارًا أكثر في كل مباراة أثناء موسم صفه الأخير عن 75% من مبارياته أثناء الصف العاشر.

كانت القيمة العظمى لموسم حمدان في الصف العاشر 72. بينما كان وسيط موسمه في الصف الأخير 75. ويعني هذا أنه في نصف مبارياته لعامه الأخير، جرى أمتارًا أكثر من أي مباراة أثناء موسمه في الصف العاشر. وبوجه عام، يمكننا استنتاج أن حمدان جرى مزيدًا من الأمتار أثناء موسمه في صفه الأخير عن أثناء موسمه في الصف العاشر.

نصيحة دراسية

مخطط الرسم الصندوقي

تذكر أنه يمكن لمخطط رسم صندوقي عرض انتشار مجموعة البيانات بتقسيمه إلى أربعة أرباع. يشكل كل ربع 25% من البيانات.

تمرين موجّه

كرة السلة توضح النقاط التي حصدتها ريهام لكل مباراة أثناء موسمها في الصف العاشر وصفه الأخير.

4A. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

3B. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

موسم الصف العاشر (النقاط)
10, 12, 6, 10, 13, 8, 12, 3, 21, 14, 7, 0, 15, 6, 16, 8, 17, 3, 17, 2

موسم الصف الأخير (النقاط)
10, 32, 3, 22, 20, 30, 26, 24, 5, 22, 28, 32, 26, 21, 6, 20, 24, 18, 12, 25

التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات يتم الحصول عليها بعد جمع الثابت المعطى إلى كل قيمة.**

1. 10, 13, 9, 8, 15, 8, 13, 12, 7, 8, 11, 12; + (−7)

2. 38, 36, 37, 42, 31, 44, 37, 45, 29, 42, 30, 42; + 23

مثال 2 **أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات يتم الحصول عليها بعد ضرب كل قيمة في الثابت المعطى في كل قيمة.**

3. 6, 10, 3, 7, 4, 9, 3, 8, 5, 11, 2, 1; × 3

4. 42, 39, 45, 44, 37, 42, 38, 37, 41, 49, 42, 36; × 0.5

مثال 3 **5. المضمار** توضح مسافات الوثب الطويل لكل من خالد وحميد.

مسافات خالد (ft)
24, 5.57, 5.66, 5.27, 5.29, 5.51,.5 5.31, 5.40, 5.32, 5.57, 5.34, 5.36, 5.31, 5.55, 5.29, 5.37, 5.35, 5.26, 5.24, 5.42, 5.34, 5.43, 5.46, 5.50, 5.46

مسافات خالد (ft)
75, 5.86, 5.37, 5.70, 5.41, 5.85, 5.46,.5 5.78, 5.54, 5.55, 5.63, 5.32, 5.64, 5.44, 5.77, 5.71, 5.59, 5.69, 5.66, 5.73, 5.63, 5.74, 5.75, 5.47, 5.70

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4

6. **الإكراميات** يعمل خلف وخليفة في خدمات التقديم في أحد المطاعم. وتوضح الإكراميات التي حصلوا عليها مقربة إلى أقرب درهم خلال أيام العمل الماضية والبالغة 15 يومًا.

إكراميات خلف (AED)
14, 68, 52, 21, 63, 32, 43, 35, 70, 37, 42, 16, 47, 38, 48

إكراميات خليفة (AED)
34, 52, 43, 39, 41, 50, 46, 36, 37, 47, 39, 49, 44, 36, 50

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات يتم الحصول عليها بعد جمع الثابت المعطى إلى كل قيمة.

7. 52, 53, 49, 61, 57, 52, 48, 60, 50, 47; + 8

8. 101, 99, 97, 88, 92, 100, 97, 89, 94, 90; + (−13)

9. 27, 21, 34, 42, 20, 19, 18, 26, 25, 33; + (−4)

10. 72, 56, 71, 63, 68, 59, 77, 74, 76, 66; + 16

مثال 2

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري كل مجموعة بيانات يتم الحصول عليها بعد ضرب كل قيمة في الثابت المعطى في كل قيمة.

11. 11, 7, 3, 13, 16, 8, 3, 11, 17, 3; × 4

12. 64, 42, 58, 40, 61, 67, 58, 52, 51, 49; × 0.2

13. 33, 37, 38, 29, 35, 37, 27, 40, 28, 31; × 0.8

14. 1, 5, 4, 2, 1, 3, 6, 2, 5, 1; × 6.5

مثال 3

15. **الكتب** يوضح عدد الصفحات للكتب التي اختارها الطلاب.

الحصة الأولى
388, 439, 206, 438, 413, 253, 311, 427, 258,511, 283, 578, 291, 358, 297, 303, 325, 506, 331, 482, 343, 372, 456, 267, 484, 227

الحصة السادسة
357, 294, 506, 392, 296, 467, 308, 319, 485, 333, 352, 405, 359, 451, 378, 490, 379, 401, 409, 421, 341, 438, 297, 440, 500, 312, 502

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

16. **أجهزة التلفاز** يوضح أسعار عينة من أجهزة التلفاز.

متجر الأجهزة الكهربائية
46, 25, 62, 45, 30, 43, 40, 46, 33, 53, 35, 38, 39, 40, 52, 42, 44, 48, 50, 35, 32, 55, 28, 58

مركز الألعاب
53, 49, 26, 61, 40, 50, 42, 35, 45, 48, 31, 48, 33, 50, 35, 55, 38, 50, 42, 53, 44, 54, 48, 58

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

مثال 4

17. **الأحاجي** يوضح الوقت الذي يستغرقه كل من راشد ورشيد في حل الألغاز.

أوقات راشد (بالدقائق)
5, 1.8, 3.2, 5.1, 2.0, 2.6, 4.8, 2.4, 2.2,.4 2.8, 1.8, 2.2, 3.9, 2.3, 3.3, 2.4

أوقات رشيد (بالدقائق)
3, 5.8, 4.8, 3.3, 5.2, 4.6, 3.6, 5.7, 3.8,.2 4.2, 5.0, 4.3, 5.5, 4.9, 2.4, 5.2

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

18. **حفل التخرج** إجمالي المبلغ الذي أنفقته عينة من طلاب في حفل التخرّج موضّح في الجدول أدناه.

الصبية (بالدراهم)	الفتيات (بالدراهم)
114, 98, 131, 83, 91, 64, 94, 77, 96, 105, 72, 108, 87, 112, 58, 126	124, 74, 105, 133, 85, 162, 90, 109, 94, 102, 98, 171, 138, 89, 154, 76

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

19. **تصميم المناظر الطبيعية** راجع بداية الدرس. حصل زايد، وهو موظف آخر يعمل مع حسّان، على الأموال التالية خلال الشهر الماضي.

راتب زايد (AED)		
53	55	45
54	53	47
59	56	44
53	47	63
62	57	60
45	50	44
49	53	60
	47	62

a. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لما اكتسبه زايد.

b. تمت إضافة علاوة AED 5 لكل مما يكتسبه زايد يوميًا. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات لما اكتسبه زايد قبل علاوة الـ AED 5.

20. **التسوق** توضح المنتجات التي اشتراها سالم.

قبعة البيسبول	AED 14.98
بنطال الجينز	AED 24.61
القميص	AED 12.84
القميص	AED 16.05
حقيبة الظهر	AED 42.80
الحافظات	AED 2.14
القميص الثقيل	AED 19.26

a. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري للأسعار.

b. تمت إضافة ضريبة مبيعات 7% على سعر كل منتج. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري للمنتجات بدون ضريبة المبيعات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

21. **تحدٍ** لدى مندوب مبيعات 15 سيارة رياضية متعددة الأغراض تتراوح أسعارها بين AED 33,000 و AED 37,000 و 5 سيارات فاخرة تتراوح أسعارها بين AED 44,000 وAED 48,000. ويكون متوسط السعر لجميع المركبات AED 39,250. ويقرر مندوب المبيعات تخفيض أسعار السيارات الرياضية متعددة الأغراض بمقدار AED 2000 لكل مركبة. ما هو متوسط السعر الجديد لجمع المركبات؟

22. **الاستنتاج** إذا تم ضرب كل قيمة في مجموعة من البيانات في الثابت k. حيث $k < 0$. كيف يمكن إيجاد قيم الوسط والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات الجديدة؟

23. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين فوائد عرض البيانات باستخدام المدرج التكراري ومخططات الرسم الصندوقي.

24. **الانتظام** إذا تم جمع k إلى كل قيمة في مجموعة من البيانات ثم ضربت كل قيمة ناتجة في الثابت m. حيث $m > 0$، فكيف يمكن إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات الجديدة؟ اشرح استنتاجك.

25. **الكتابة في الرياضيات** اشرح سبب استخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري في مقارنة مركز توزيعين متماثلين وانتشارهما واستخدام ملخص الأعداد الخمسة في مقارنة مركز وانتشار توزيعين ملتويين أو توزيع متماثل وتوزيع ملتو.

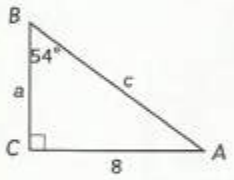
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

26. سجل مدير متجر عدد العملاء كل يوم لمدة أسبوع: {101, 110, 91, 78, 63, 57, 46}.
أوجد متوسط الانحراف المطلق.

A 16.8
B 18.1
C 19.4
D 22.7

27. إجابة قصيرة أوجد قيم المثلث القائم.
وقرّب طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة.



28. تُقسّم شركة بحث مجموعة من المتطوعين بالسن ثم تختار عشوائيًا المتطوعين من كل مجموعة لإكمال استطلاع. ما نوع هذه العينة؟

F بسيطة
G منتظمة
H مختارة ذاتيًا
J طبقية

29. أي مجموعة مقاييس مما يلي يمكن أن تكون مقاييس لأضلاع مثلث قائم؟

A 6, 7, 9
B 9, 12, 19
C 12, 15, 17
D 14, 48, 50

مراجعة شاملة

30. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي للبيانات واستخدامه لوصف شكل التوزيع. (الدرس 2-9)

25, 22, 50, 25, 26, 24, 18, 39, 22, 52, 34, 26, 25, 23, 54, 47, 27, 30
26, 30, 29, 30, 45, 31, 24, 43, 32, 21, 30, 23, 30, 35, 27, 35, 38, 40

31. الاشتراكات يبيع طلاب المعلمة شيماء اشتراكات مجلة. وقد سجل طلابها إجمالي عدد الاشتراكات التي باعوها: {8, 12, 10, 7, 4, 3, 0, 4, 9, 0, 5, 3, 23, 6, 2}.
أوجد الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات وفسره. (الدرس 1-9)

مراجعة المهارات

أوجد درجة كل كثيرة حدود.

32. $2x^2 + 5y - 21$
33. $16xy^3 - 17x^2y - 16z^3$
34. $3ac^3d + 14a^2$
35. 18
36. $3a^2b^3 + 11ab^2c$
37. $7x + 11$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

9 اختبار منتصف الوحدة
الدروس من 9-1 إلى 9-3

حدّد كل عينة واقترح مجتمعًا إحصائيًا تم اختيارها منه. ثم صنّف العينة إلى *بسيطة*، أو *منتظمة*، أو *مختارة ذاتيًا*، أو *ملائمة* أو *طبقية*. اشرح استنتاجك. (الدرس 9-1)

1. **التغذية** يوضح الجدول أدناه عدد السعرات الحرارية في اثنتي عشرة وجبة خفيفة مختلفة. أوجد متوسط الانحراف المطلق (الدرس 9-1).

عدد السعرات الحرارية في الوجبات الخفيفة			
121	149	91	122
72	342	138	64
114	99	105	179

F 46 H 1.5

G 43 J 0.8

2. **إجابة شبكية** أوجد الانحراف المعياري لمجموعة البيانات أدناه إلى أقرب جزء من العشرة. (الدرس 9-1)

14	11	9	6
10	16	15	13
9	12	19	10

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل موقف. ثم اذكر إحصاء العينة ومعلمة المجتمع الإحصائي. (الدرس 9-2)

3. **تناول العشاء** في أحد المطاعم. تم اختيار عينة عشوائية من 15 متناولاً للعشاء. وتم تسجيل المبلغ المالي الذي تم إنفاقه في كل وجبة.

4. **أحواض السباحة** تم سؤال عينة عشوائية من 25 طفلاً بحوض سباحة عام إن كانوا يترددون على حوض السباحة مرة أسبوعيًا على الأقل. وتم حساب النسبة المئوية للمجيبين بنعم.

5. **منطقة الألعاب** وضع سلطان قائمة بجميع أعمار الأطفال الذين يلعبون بمنطقة الألعاب في المركز التجاري. أوجد الانحراف المعياري لكل مجموعة من البيانات وفسره. (الدرس 9-2)

{2, 4, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 3, 3, 4, 2}

6. **الاختيار من متعدد** يتجادل عدة أصدقاء في شراء هدية لمعلمهم. ويسجل سعيد مقدار ما ينفقه كل صديق. أوجد متوسط الانحراف المطلق. (الدرس 9-2)

{AED 10, AED 5, AED 3, AED 6, AED 7, AED 8}

A AED 1.83 C AED 2.40

B AED 2.22 D AED 6.50

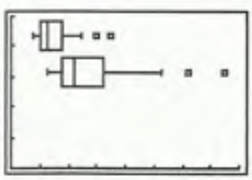
7. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي للبيانات واستخدامه لوصف شكل التوزيع. (الدرس 9-3)

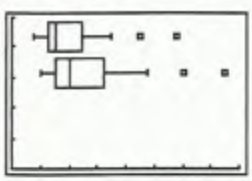
19, 36, 26, 36, 40, 31, 30, 33, 23, 38, 23, 46

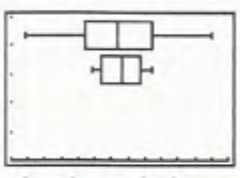
8. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات. (الدرس 9-3)

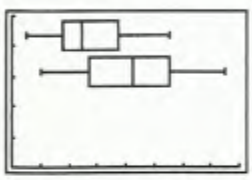
9, 11, 2, 6, 8, 10, 6, 3, 10, 11, 9, 8, 3, 8, 5, 11, 14, 6, 8, 6, 11, 5, 9, 10, 8

9. **الاختيار من متعدد** أي زوج من مخططات الرسم الصندوقي يجسد مجموعتي بيانات ملتوية إيجابيًا يكون فيها 75% من إحدى مجموعتي البيانات أكبر من 75% من مجموعة البيانات الأخرى؟ (الدرس 9-3)

F 

H 

G 

J 

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات يتم الحصول عليها بعد جمع الثابت المعطى إلى كل قيمة. (الدرس 9-3)

10. 6, 9, 0, 15, 9, 14, 11, 13, 9, 5, 8, 6; +(−3)

11. 19, 22, 10, 17, 26, 24, 12, 22, 18, 17; +8

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9-3A مختبر الجبر
جداول التكرار بمدخلين

أرسلت عائشة استطلاعًا إلى طلاب الصف العاشر والحادي عشر. تسألهم ما إذا كانوا يخططون لحضور الحفل. ومن إحدى طرائق ترتيب الإجابات هو استخدام جداول التكرار بمدخلين. يُستخدم **جدول التكرار بمدخلين** أو جدول *التوافق* لعرض تكرارات البيانات المشتقة من استطلاع رأي أو تجربة، وتُصنّف حسب متغيرين. ويحتوي الجدول على صفوف تشير إلى متغير واحد وأعمدة تشير إلى المتغير الآخر.

الصف الدراسي	يحضرون	لا يحضرون	الإجمالي
طلاب الصف العاشر			
طلاب الصف الحادي عشر			
الإجمالي			

الفئات الفرعية

لاستطلاع عائشة، ستكون الفئتان *الصف الدراسي* و*الحضور*. يمكن تقسيم هذه الفئات إلى فئات فرعية: *الصف العاشر* و*الصف الحادي عشر* للصف *الدراسي* و*الحضور* و*عدم الحضور* للحضور.

النشاط 1 جداول التكرار بمدخلين

الحفل **أجاب ستة وستون طالبًا بالصف العاشر على الاستطلاع، وقال 32 منهم إنهم سيحضرون الحفل. ومن بين طلاب الصف الحادي عشر الـ 84 الذين أجابوا، قال 46 منهم أنهم سيحضرون. رتّب الإجابات في جدول بمدخلين.**

الخطوة 1 أوجد قيم كل توافيق الفئات الفرعية. من أحد هذه التوافيق طلاب الصف العاشر / لن يحضروا حيث إن 32 من 66 طالبًا بالصف العاشر لن يحضروا، فإن 66 − 32 أو 34 بالصف العاشر *لن* يحضروا. ويطلق على هذه التوافيق **التكرارات المشتركة.**

الخطوة 2 ضع كل توافيق في الخانة المقابلة.

الخطوة 3 أوجد الإجمالي لكل فئة فرعية وضعهم في الخانة المقابلة. ويطلق على هذه القيم **التكرارات الهامشية.**

الخطوة 4 أوجد مجموع كل مجموعة من التكرارات الهامشية. ويجب أن يكون المجموعان متساويين. ضع القيمة في أسفل الركن الأيمن.

الصف الدراسي	يحضرون	لا يحضرون	الإجمالي
طلاب الصف العاشر	32	34	66
طلاب الصف الحادي عشر	46	38	84
الإجمالي	78	72	150

التكرارات المشتركة

التكرارات الهامشية

التكرارات الهامشية

حلل النتائج

1. كم عدد الطلاب الذين أجابوا على الاستطلاع؟
2. كم عدد الطلاب ممن تم استطلاع رأيهم سيحضرون الحفل؟
3. كم عدد طلاب الصف الحادي عشر ممن تم استطلاع رأيهم لن يحضروا الحفل؟
4. ماذا يمثل كل من التكرارات المشتركة؟
5. ماذا يمثل كل من التكرارات الهامشية؟
6. **العمل** أرسلت عبير استطلاعًا يسأل عمن كان يعمل في عطلة نهاية الأسبوع. ومن بين الصبية الـ50 الذين أجابوا على الاستطلاع، كانت إجابة 34 منهم نعم. ومن بين الفتيات الـ 45 الذين أجابوا على الاستطلاع، كانت إجابة 21 منهم لا. قم بإنشاء جدول تكرار نسبي بمدخلين للنتائج.
7. **كرة القدمين** سأل أحمد أصدقاءه إن كانوا مهتمين بتشكيل فريق كرة قدم. ومن بين طلاب الصف التاسع الـ 28 الذين أجابوا، قال 18 منهم أنهم سيلعبون ولم يتخذ 4 منهم قرارًا بعد. ومن بين طلاب الصف العاشر الـ 22 الذين أجابوا، قال 6 منهم أنهم سيلعبون ولم يتخذ 3 منهم قرارًا بعد. قم بإنشاء جدول تكرار نسبي بمدخلين للنتائج.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جداول التكرار بمدخلين تابع

التكرار النسبيّ هو نسبة عدد المشاهدات في فئة ما مقابل إجمالي عدد المشاهدات. وتعتبر التكرارات النسبية احتمالات. لإنشاء جدول تكرار نسبي بمدخلين، اقسم كل من القيم على العدد الإجمالي للملاحظات واستبدلهم بالكسور العشرية أو النسب المئوية المقابلة.

الصف الدراسي	سيحضرون	لن يحضروا	الإجمالي
طلاب الصف العاشر	$\frac{32}{150} \approx 21.3\%$	22.7%	44%
طلاب الصف الحادي عشر	30.7%	25.3%	56%
الإجمالي	52%	48%	100%

التكرار النسبي المشروط هو المعدل للتكرارات المشتركة إلى التكرارات الهامشية. على سبيل المثال، افترض أن طالب في الصف العاشر. ما التكرار النسبي المشروط لاحتمال أن يذهب لحفل عشاء؟ بعبارة أخرى، ما احتمال أن يذهب طلاب الصف العاشر إلى حفلة العشاء؟

النشاط 2 جداول التكرار النسبيّ بمدخلين

الرقص **تود عائشة تحديد التكرارات النسبية المشروطة (أو الاحتمالات) بافتراض حقيقة أنها تعرف صف المجيبين.**

الخطوة 1 راجع الجدول في النشاط 1. أجاب إجمالي 66 طالبًا في العاشر، وقال 32 منهم نعم. لذا، يبلغ التكرار النسبي المشروط لأن يقول مجيب نعم بافتراض أن المجيب هو طالب في الصف العاشر $\frac{32}{66}$.

الخطوة 2 ضع كل تكرار نسبي مشروط في الخانة المقابلة.

الخطوة 3 ينبغي أن يكون مجموع التكرارات النسبية المشروطة لكل صف 100%.

التكرار النسبي المشروط بالصف			
الصف الدراسي	سيحضرون	لن يحضروا	الإجمالي
طلاب الصف العاشر	$\frac{32}{66} \approx 48\%$	$\frac{34}{66} \approx 52\%$	100%
طلاب الصف الحادي عشر	$\frac{46}{84} \approx 55\%$	$\frac{38}{84} \approx 45\%$	100%

حلل النتائج

8. بافتراض أن المجيب على الاستطلاع كان طالبًا بالصف الحادي عشر، فما احتمال أن يقول لا؟
9. ماذا يمثل كل من التكرارات النسبية المشروطة؟
10. لماذا في رأيك لا يساوي مجموع الأعمدة 100%؟
11. قم بإنشاء جدول تكرار نسبي مشروط بمدخلين لفئة الحضور.
12. بافتراض أن المجيب على الاستطلاع لن يحضر، فما احتمال أن يكون طالبًا بالصف العاشر؟
13. **الأنشطة** تم منح كل من المديرين والموظفين والمساعدين ثلاثة خيارات لأنشطة العطلات: حفل تقديم الأطباق المتوفرة وعشاء في مطعم وتبادل هدايا. يرغب خمسة من 11 مديرًا في عشاء بينما يود 3 حفل تقديم الأطباق المتوفرة. يرغب أحد عشر موظفًا من 45 موظفًا في تبادل الهدايا بينما يرغب 18 في عشاء. ويرغب عشرة من المساعدين في عشاء بينما يود 8 في تبادل الهدايا.
    a. قم بإنشاء جدول تكرار بمدخلين.
    b. حوّل جدول تكرار بمدخلين في جدول تكرار نسبي.
    c. قم بإنشاء جداول تكرار نسبي مشروط، أحدهما للأنشطة والآخر للموظفين.

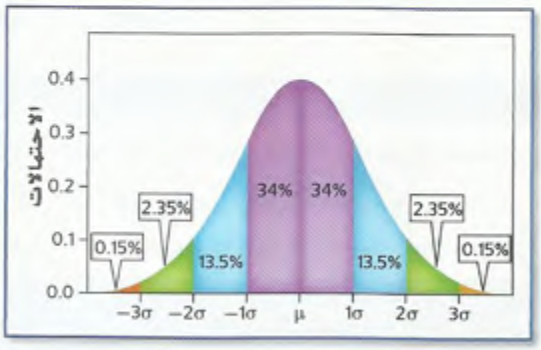
McGraw-Hill Education

9-3B مختبر تقنية التمثيل البياني
المنحنى الطبيعي

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

عندما يوجد عدد كبير من أعداد قيم مجموعة البيانات، يميل توزيع التكرار إلى التجمع حول الوسط الحسابي للمجموعة في التوزيع (أو الشكل) الذي يطلق عليه **التوزيع الطبيعي** التمثيل البياني للتوزيع الطبيعي **المنحنى الطبيعي**. وحيث إن التمثيل البياني يشبه جرسًا، يطلق على التمثيل البياني كذلك منحنى *الجرس*.

وتتضمن مجموعات البيانات التي لديها توزيع طبيعي لأوقات رد الفعل للسائقين من نفس العمر ونتائج اختبار التحصيل وأطوال الأفراد من العمر نفسه.



يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحليل التوزيع الطبيعي وتمثيله بيانيًا إذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري للبيانات المعلومة.

النشاط 1 مثّل التوزيع الطبيعي بيانيًا

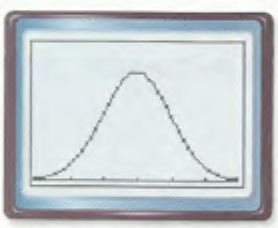
الطول **يبلغ الوسط الحسابي لطول الصبية بعمر 15 عامًا في المدينة التي يعيش فيها طارق 170 سنتيمترًا مع انحراف معياري يبلغ 7 سنتيمترات. استخدم التوزيع الطبيعي لتمثيل هذه البيانات.**

الخطوة 1 اضبط نافذة العرض WINDOW

- Xmin = 170 (−) 3 (×) 7 ENTER **149**
- Xmax = 170 (+) 3 (×) 7 ENTER **178.4**
- Xscl = 7 ENTER
- Ymin = 0 ENTER
- Ymax = 1 (÷) (2 (×) 7) ENTER 0.07142857...
- Yscale = 1 ENTER

الخطوة 2 بإدخال الوسط الحسابي والانحراف المعياري في الحاسبة، يمكننا استخدام التمثيل البياني للمنحنى الطبيعي المقابل. أدخل القيم باستخدام خطوات العملية على الحاسبة التالية.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= 2nd [DISTR] ENTER X,T,θ,*n* , 170 , 7) GRAPH



[58.6, 75.4] scl: 2.8 by [0, 0.17857142] scl: 1

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

احتمال المدى للقيم هو المساحة تحت المنحنى.

النشاط 2 حلل التوزيع الطبيعي

استخدم التمثيل البياني لإجابة الأسئلة حول البيانات. ما احتمال أن يكون طارق على الأكثر 170 سنتيمترًا عندما يبلغ 15 عامًا؟

سيمنحنا مجموع جميع قيم y حتى $x = 170$ احتمال أن يكون طول طارق أقل من 170 سنتيمترًا أو مساويًا لذلك. وهذه أيضًا هي المساحة تحت المنحنى. وسنظلل المساحة تحت المنحنى من اللانهاية السالبة إلى 170 سنتيمترًا لإيجاد مساحة الجزء المظلل من التمثيل البياني.

الخطوة 1 استخدم وظيفة ShadeNorm.

خطوات العملية

على الحاسبة: ENTER ▶ [DISTR] 2nd

الخطوة 2 ظلل التمثيل البياني.

وبعدها أدخل القيمة الصغرى والقيمة العظمى والوسط الحسابي والانحراف المعياري.

على حاسبة TI-84 Plus، تمثل -1×10^{99} اللانهائية السالبة.

خطوات العملية

على الحاسبة: 67 , 99 [EE] 2nd 1 (−)
67 , 2.8 ,) ENTER

[58.6, 75.4] scl: 2.8 by [0, 0.17857142] scl: 1

يتم تقديم المساحة في صورة 0.5. تساوي احتمال أن يكون طول طارق 170 سنتيمترًا 0.5 أو 50%. حيث إن الوسط الحسابي للقيم هو 170، فإننا نتوقع أن يكون الاحتمال 50%.

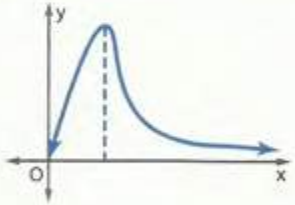
تمارين

1. ما احتمال أن يكون طارق على الأقل 183 سنتيمترًا عندما يبلغ 15 عامًا؟
2. ما احتمال أن يكون طول طارق ما بين 165 و173 سنتيمترًا؟
3. تمثّل نتيجة z عدد الانحرافات المعيارية التي تعبر عنها قيمة البيانات المعطاة من الوسط. يتم الحصول على نتيجة z الخاصة بقيمة البيانات X من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. حيث إن μ تساوي الوسط الحسابي و σ تساوي الانحراف المعياري. أوجد نتائج z لطول 185 سنتيمترًا وفسرها.
4. أوجد نتائج z لطول 155 سنتيمترًا وفسرها.

توسّع

راجع المنحنى الموجود على اليسار.

5. قارن هذا المنحنى بالمنحنى الطبيعي في النشاط 1.
6. اذكر أين يتم تمثيل القيمة المتطرفة لمجموعة بيانات بيانيًا على هذا المنحنى.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

الإحصاء والمعلمات (الدرس 1-9)

- ويستخدم متوسط الانحراف المطلق لتوقع الأخطاء والحكم على مدى صحة تمثيل الوسيط للبيانات.
- ويوضح معدل الانحراف المعياري المنخفض أن البيانات تميل لأن تكون قريبة للغاية من الوسط الحسابي، بينما يوضح معدل الانحراف المعياري المرتفع إلى أن البيانات تنتشر على مدى أوسع.

توزيعات البيانات ومقارنة مجموعة البيانات (الدروس 2-9 و 3-9)

- في التوزيع الملتوي السلبي، تكون معظم البيانات على اليمين. في التوزيع الملتوي الإيجابي، تكون معظم البيانات على اليسار. في التوزيع المتماثل، يتم توزيع البيانات بالتساوي.

التوزيع الاحتمالي (الدرس 3B-9)

- لكل قيمة من قيم X، $0 \le P(X) \le 1$. ويكون مجموع احتمالات كل قيمة من قيم X هي 1.
- القيمة المتوقعة $E(X)$ للمتغير العشوائي المنفصل من التوزيع الاحتمالي هي الوسط الحسابي المرجح.

مطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

تكرار نسبي مشروط
توزيع
جداول التكرار المشترك
التحويلات الخطية
التكرار الهامشي
متوسط الانحراف المطلق (MAD)
المنحنى الطبيعي
توزيع طبيعي
المَعْلَمَة
إحصاء
احصاء استدلالي
انحراف معياري
التوزيع المتماثل
جداول التكرار بمدخلين
التباين
نتيجة z

مراجعة المفردات

اختر أفضل مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.

1. الترتيب الذي يكون فيها للترتيب أهمية هو (التباديل. التوافيق)
2. (العينة. المجتمع الإحصائي) يتكون من جميع أفراد المجموعة.
3. (الاحتمال التجريبي. الاحتمال النظري) هو نسبة عدد النتائج المفضلة إلى العدد الكي من النتائج.
4. يطلق على المتغير ذي القيمة المساوية للناتج العددي لحدث عشوائي (متغير ثابت منفصل. متغير عشوائي)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

9-1 الإحصاءات والمعلمات

1. **إزالة الثلج** يزيل عامر الثلج من على الطرق الجانبية لجمع المال. وقد كان عدد الطرق الجانبية التي أزال ثلجها هي {2, 4, 3, 5, 3}. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

2. **قطع الحلوى** تسجل فاطمة عدد قطع الحلوى التي باعها كل عضو من أعضاء الفريق. وكانت النتائج {20, 25, 30, 50, 40, 60, 20, 10, 42}. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

3. **الطعام** تفترع شركة مأكولات سريعة على عينة عشوائية من عملائها بالنهار والليل لتجد عدد المرات التي يتناولون فيها الطعام بالخارج. قارن الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات.

عملاء النهار	عملاء الليل
10, 3, 12, 15, 7, 8, 4, 12, 9, 14, 12, 9	15, 12, 13, 9, 11, 12, 14,92,89,164, 12, 9

مثال 1

الهدايا يجمع عبد الرحمن المال من أسرته لهدية العام الجديد. ويسجل المقدار المالي الذي يتبرع به كل شخص: {10, 5, 20, 15, 10}. أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

الخطوة 1 أوجد الوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{10 + 5 + 20 + 15 + 10}{5}$$ أو 12.

الخطوة 2 أوجد القيم المطلقة للفارق.

$x_1 = 10$: $|12 - 10|$ أو 2 $\quad x_2 = 5$: $|12 - 5|$ أو 7

$x_3 = 20$: $|12 - 20|$ أو 8 $\quad x_4 = 15$: $|12 - 15|$ أو 3

$x_5 = 10$: $|12 - 10|$ أو 2

الخطوة 3 أوجد المجموع: $2 + 7 + 8 + 3 + 2 = 22$.

الخطوة 4 أوجد متوسط الانحراف المطلق وفسّره.

$$\text{متوسط الانحراف المطلق} = \frac{|\bar{x} - x_1| + |\bar{x} - x_2| + \ldots + |\bar{x} - x_n|}{n}$$

$$= \frac{22}{5}$$ أو 4.4

يشير متوسط الانحراف المطلق البالغ 3.6 إلى أن البيانات، في الوسط، تبعد عن الوسط الحسابي بمقدار 4.4 وحدات.

9-2 توزيعات البيانات

استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي البيانات. ثم صف شكل التوزيع.

4. 55, 62, 32, 56, 31, 59, 19, 61, 8, 48, 41, 69, 32, 63, 48, 60, 43, 66, 71, 70, 49, 56, 21, 67

5. 4, 19, 62, 28, 26, 59, 33, 39, 36, 72, 46, 48, 49, 44, 72, 76, 55, 53, 55, 62, 66, 69, 71, 74

6. **الحليب** يسجل مدير متجر بقالة مقدار الحليب باللترات المبيع كل يوم. صف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات.

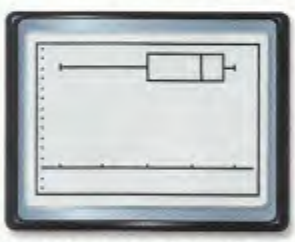
لترات الحليب المبيعة يوميًا					
372	195	288	354	296	383
321	296	355	411	367	421
266	180	229	432	357	403

مثال 2

اختبارات القيادة توضح عدة نتائج لاختبار القيادة. صِف مركز البيانات وانتشارها باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك بإنشاء مخطط رسم صندوقي للبيانات.

نتائج اختبار القيادة					
100	95	95	100	95	80
80	90	60	75	90	100

استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مخطط الرسم الصندوقي.



[56, 104] scl: 10 by [−2, 12] scl: 1

إن العارض الأيسر أطول من الأيمن والوسيط أقرب إلى العارض الأيمن. لذا، فإن التوزيع ملتوٍ سلبيًا.

استخدام ملخص الأعداد الخمسة. المدى هو 40. وسيط النتيجة هو 92.5 وقد حقق نصف السائقين نتائج ما بين 80 و 97.5.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9-3 مقارنة مجموعات البيانات

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لكل مجموعة بيانات يتم الحصول عليها بعد جمع الثابت المعطى إلى كل قيمة.

7. 27, 21, 34, 42, 20, 19, 18, 26, 25, 33; +(−4)
8. 72, 56, 71, 63, 68, 59, 77, 74, 76, 66; +16
9. **المدرسة** يسجل المدير عبد الرحيم عدد الإجراءات التأديبية التي تتخذها المعلمة فتحية والمعلمة فوزية ضد طلابهم كل أسبوع.

المعلمة فتحية	المعلمة فوزية
9, 12, 112 911 12, 96 10, 14, 13, 10, 9, 10, 11, 9, 12, 10, 11, 12	7, 1, 0, 4, 2, 1, 6, 2, 2, 1, 4, 3, 0, 7, 0, 2, 5, 0

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.
b. قارن مجموعات البيانات باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

مثال 3

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات التي تحصل عليها بعد جمع 6 إلى كل قيمة.

12, 15, 11, 12, 14, 16, 15, 12, 10, 13

أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى والانحراف المعياري لمجموعة البيانات الأصلية.

الوسط الحسابي 13 المنوال 12 الانحراف المعياري 1.8

الوسيط 12.5 المدى 6

اجمع 6 إلى الوسط الحسابي والوسيط والمنوال. ويبقى المدى والانحراف المعياري من دون تغيير.

الوسط الحسابي 19 المنوال 18 الانحراف المعياري 1.8

الوسيط 18.5 المدى 6

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار

1. **الرياضة** أثناء التمرين، أحرز لاعب كرة قدم 18 هدفًا من 30 محاولة. أوجد الاحتمال التجريبي لإحراز هدف. عبر عن الاحتمال في صورة نسبة مئوية.

2. يُدحرَج حجر نردٍ 200 مرة. ما الاحتمال التجريبي لظهور عدد أقل من 3؟

النتيجة	التكرار
1	30
2	26
3	44
4	38
5	22
6	40

3. **الاختيار من متعدد** استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي للبيانات واستخدامه لوصف شكل التوزيع.

16, 18, 14, 31, 19, 18, 10, 29,
12, 12, 28, 19, 17, 26, 15, 20

A ملتوٍ إيجابيًا
B ملتوٍ سلبيًا
C متماثل
D لا شيء مما سبق

4. **المبيعات** تسجل لميس عدد ما ينفقه الأشخاص في مكتبة بيع الكتب بالمدرسة كل يوم. أوجد متوسط الانحراف المطلق للبيانات وفسّره. 12, 5, 4, 3, 2, 1, 1,.

5. **التعليم** تقوم لمياء باستطلاع مع 200 شخص في مدرستها لتحديد عدد الليالي التي يقضيها الطالب في أداء الواجب المنزلي أسبوعيًا. وتظهر النتائج في الجدول.

عدد الليالي	عدد الطلاب
0	10
1	30
2	50
3	90
4	10
5 أو أكثر	10

a. أوجد احتمال الاختيار العشوائي لطالب سيذاكر أكثر من 4 ليال.

b. أوجد احتمال الاختيار العشوائي لطالب سيذاكر أكثر من 3 ليال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9 التحضير للاختبارات المعيارية

تنظيم البيانات

ربما تُعطى أحيانًا مجموعة بيانات تحتاج إلى تحليلها لحل مسائل في الاختبار المعياري. استخدم هذا الدرس للتدرب على تنظيم البيانات ومساعدتك في حل المسائل.

إستراتيجيات تنظيم البيانات

الخطوة 1

عند إعطائك نص مسألة يتضمن بيانات، فكّر فيما يلي:

- **عمل قائمة** بالبيانات.
- **استخدام جدولاً** لتنظيم البيانات.
- **استخدام عرض البيانات** (مثل تمثيل بياني بالأعمدة، رسم تخطيط (Venn) مخطط فن، تمثيل بياني دائري، تمثيل بياني خطي، مخطط صندوق ذي عارضين، إلخ) لتنظيم البيانات.

الخطوة 2

تنظيم البيانات.

- أنشئ جدولاً أو قائمة أو عرض بيانات.
- إذا أمكن، فاكتب القيم الناقصة التي يمكن إيجادها بالحسابات الفورية.

الخطوة 3

تحليل البيانات لحل المسألة.

- أعد قراءة نص المسألة لتحديد الحل المطلوب.
- استخدم خصائص الجبر للعمل مع البيانات المنظمة وحل المسألة.
- ارجع للتحقق من إجابتك إذا كان الوقت يسمح بهذا.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. اكتب الحل هنا.

من بين طلاب صف الموسيقا البالغ عددهم 24، يعزف 10 منهم المزمار ويعزف 14 البيانو ويعزف 13 الجيتار. ويعزف طالبان المزمار فقط ويعزف 5 البيانو فقط ويعزف 7 الجيتار فقط. يلعب طالب واحد المزمار والجيتار ولا يعزف البيانو. ويعزف طالبان البيانو والجيتار ولا يلعبان المزمار. ويلعب ثلاثة طلاب جميع الأدوات. إذا تم اختيار طالب عشوائيًا، فما احتمال أن يكون طالبًا يعزف البيانو والمزمار ولا يعزف الجيتار.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

معايير رصد الدرجات	
المعايير	الدرجة
الدرجة الكاملة: الإجابة صحيحة وتم تقديم تفسير كامل يوضح كل خطوة.	2
النقاط الجزئية: • الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. • الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح.	1
ولا درجة: إما أن الإجابة غير مذكورة أو غير منطقية.	0

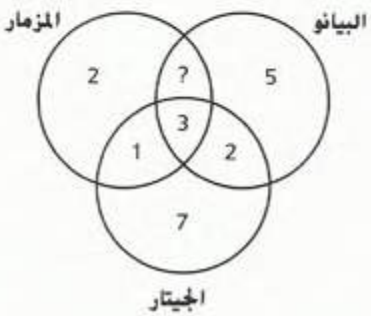
اقرأ المسألة بعناية. يصعب تحليل البيانات في صورتها المغطاة. استخدم مخطط فن لتنظيم البيانات وحل المسألة.

مثال على إجابة من نقطتين:

استخدام مخطط فن Venn لتنظيم البيانات. أكمل جميع المعطيات الواردة بالمسألة. يوجد 14 طالبًا يلعبون البيانو. إذًا 3 − 2 − 5 − 14 أو 4 طلاب يلعبون البيانو والمزمار ولا يلعبون الجيتار.
أوجد الاحتمال.

P (البيانو والمزمار) $= \frac{4}{24}$ أو $\frac{1}{6}$

إذًا، فإن احتمال الاختبار العشوائي لطالب يلعب البيانو والمزمار ولا يلعب الجيتار هي $\frac{1}{6}$.



تمارين

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. اكتب الحل هنا.

1. يوجد 40 طالبًا و6 مرشدين كشافة 5 معلمين في مخيم الشارقة. ويخصص لكل شخص نشاط معين هذه الظهيرة. هناك 9 طلاب ذهبوا للمشي و 17 طالبًا انطلقوا لركوب الخيل. وسيشرف 2 من مرشدي الكشافة على ممارسة رياضة المشي وسيساعد 3 في رحلة التجديف. يوجد 2 من المدرسين يساعدون في رحلة التجديف وذهب 2 منهم لركوب الخيل. افترض أنه تم اختيار شخص عشوائيًا أثناء أنشطة الظهيرة. فما احتمال أن يكون الشخص المختار طالبًا في رحلة التجديف أو مستشار كشافة يمتطي الخيل. عبر عن إجابتك في صورة دالة.

2. يوضح الجدول عدد العملات المعدنية في خزانة.

عملة معدنية	العدد
1 فلس	16
5 فلسات	18
10 فلسات	20
25 فلسًا	10

   a. أوجد احتمال أن تكون العملة المختارة عشوائيًا من فئة 10 فلسات.

   b. أوجد احتمال اختيار عملة عشوائيًا تكون من فئة 5 فلسات أو 25 فلسًا.

3. يستغرق عبدالله 40 دقيقة لجز عشب مرج أسرته. ويمكن لأخيه عبيد أن يقوم بنفس المهمة في 50 دقيقة. فكم سيستغرقان من الوقت لجز العشب إذا عملا معًا؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من الدقيقة.

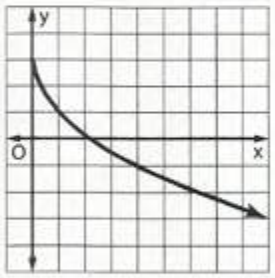
حقوق الطبع والتأليف © تخصوصة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري
تراكمي، الوحدات من 1 إلى 9

اختيار من متعدد

اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. ما معادلة دالة الجذر التربيعي الممثلة بيانيًا أدناه.



A $y = -2\sqrt{x} + 1$

B $y = -2\sqrt{x} + 3$

C $y = 2\sqrt{x} + 3$

D $y = 2\sqrt{x} + 1$

2. حوّل إلى أبسط صورة $\frac{1}{4+\sqrt{2}}$.

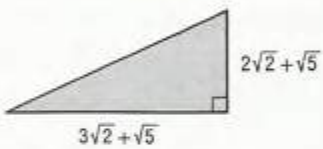
F $\frac{4+\sqrt{2}}{14}$

G $\frac{2-\sqrt{2}}{7}$

H $\frac{4-\sqrt{2}}{14}$

J $\frac{2+\sqrt{2}}{7}$

3. ما مساحة المثلث أدناه؟



A $3\sqrt{2} + 10\sqrt{5}$

B $17 + 5\sqrt{10}$

C $12\sqrt{2} + 8\sqrt{5}$

D $8.5 + 2.5\sqrt{10}$

4. قانون الارتفاع المائل c للمخروط هو $c = \sqrt{h^2 + r^2}$. حيث h هو ارتفاع المخروط و r هو نصف قطر قاعدته. ما نصف قطر المخروط أدناه؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

F 4.9

G 6.3

H 9.8

J 10.2

5. في 1990، كان تعداد سكان أحد المدن 3.66 مليون نسمة. بحلول 2010، زاد التعداد إلى حوالي 4.04 مليون نسمة. فما معدل التغير السنوي في تعداد السكان في الفترة من 1990 إلى 2010؟

F حوالي 15,000 نسمة سنويًا

G حوالي 19,000 نسمة سنويًا

H حوالي 24,000 نسمة سنويًا

J حوالي 38,000 نسمة سنويًا

6. كان مقياس الرسم على خريطة يوضح أن كل 1.5 سنتيمتر يكافئ 40 ميلاً. فإذا كانت المسافة بين مدينتين على خريطة 8 سنتيمترات. فما المسافة بين المدينتين بالأميال؟

A 178 ميلاً

B 213 ميلاً

C 224 أميال

D 275 ميلاً

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 4 عوّض عن c و h في القانون. ثم أوجد الحل لـ r.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

7. **إجابة شبكية** اشترت موزة سيارة منذ عدة أعوام مضت بسعر AED 21,459. تنخفض قيمة السيارة بمعدل 15% سنويًا. فكم تبلغ قيمة السيارة بعد 5 أعوام؟ قرّب إجابتك إلى أقرب درهم صحيح.

8. تبلغ تكلفة 5 دفاتر و 3 أقلام حبر AED 9.75. تبلغ تكلفة 4 دفاتر و 6 أقلام حبر AED 10.50.

   a. اكتب نظامًا من المعادلات لتمثيل الموقف.

   b. أوجد حلًا لنظام المعادلات. كم تبلغ تكلفة كل منتج؟

9. يوضح الجدول إجمالي تكلفة إيجار قارب تجديف لمدة n ساعات.

عدد الساعات (n)	تكلفة الإيجار (C)
1	AED 15
2	AED 20
3	AED 25
4	AED 30

   a. اكتب دالة لتمثيل هذا الموقف.

   b. كم قد يُكلف تأجير قارب تجديف لمدة 7 ساعات؟

10. **إجابة شبكية** في كرة السلة، يساوي تسجيل رمية من خلف خط الثلاث نقاط 3 نقاط وتكون رمية المخالفة نقطة واحدة. وأثناء الموسم، حصل حمدان على إجمالي 100 نقطة لصالح فريقه بالحصول على 52 رمية من مخالفات ومن خط النقاط الثلاث. فكم ضربات النقاط الثلاث التي أحرزها؟

الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

11. افترض أن $2x + 3y = 15$

الجزء A ضع جدولاً من ستة أزواج من القيم على الأقل لتحقيق المعادلة أعلاه.

الجزء B استخدم الجدول من الجزء A لتمثيل المعادلة بيانيًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education