بسم الله الرحمن الرحيم

مديرية التربية والتعليم / لواء الكورة

مدرسة كفرالماء الثانوية للبنين

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ - الدورة الصيفية

"الامتحان التجريبي"

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع — مدة الامتحان : ٢:٠٠

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ :

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥) ، علماً بأن عدد الصفحات (٣)

السؤال الأول : (٢٠ علامة)

أ) $ق(س) = \begin{cases} |س - |س - ١|| &، س < ١ \\ \frac{لو_هـ س}{س} &، ١ \le س \le هـ \end{cases}$ حيث هـ : العدد النيبيري

أوجد قيمة أ التي تجعل $\int_{٠}^{أ} ق(س)\, ءس = ٤$

ب) إذا كان : $م = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} جا^٢ س\, جتا^٢ س\, ءس$ ، $ن = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} جتا^٢ س\, جتا^٢ س\, ءس$

أوجد : ١) $م + ن$ ٢) $م - ن$

جـ) إذا كان : $ص = هـ^{٢س} لو_هـ س + \int_{١}^{أ} (لو_هـ س)^٢\, ءس$

وكان : $\left.\frac{ء^٢ ص}{ءس^٢}\right|_{س=١} = هـ^٢$ ، جد قيمة أ

السؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) حل المعادلة التفاضلية الآتية: $(١ + ص)\,ءس + (١ + هـ^{-س})\,ص^{٢}\,ءص = ٠$

ب) أوجد: $\int \frac{١}{\sqrt{(س^{٢}+١)^{٣}}}\,ءس$ ، س > ٠

جـ) أوجد: $\int \frac{ظاس\,قا^{٢}س}{ظا^{٢}س - ٢ظاس - ١}\,ءس$

السؤال الثالث: (٢٠ علامة)

أ) أوجد: $\int هـ^{س}\left(\frac{١}{٢} + ظاس\right)^{٢}\,ءس$

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين:

$ق(س) = ٨س - س^{٢}$ والمستقيمين: $ص - ٣س = ٠$ ، $ص - ٣س = ٠$

جـ) يتحرك جسيم حسب العلاقة: ت = ٨ف ، ت: التسارع (م/ث^{٢})

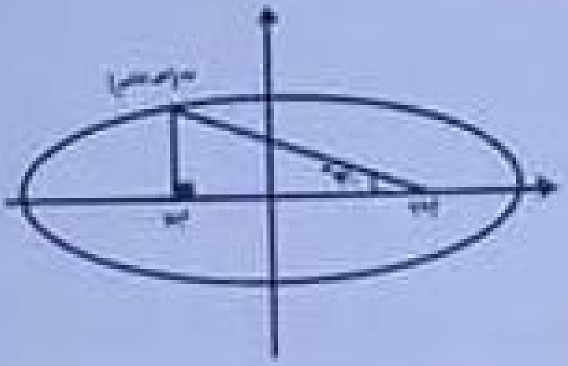
ف: المسافة (متر)

إذا علمت أنه عندما ف = ٢ متر ، ع = ٤ (م/ث)

أثبت أن: $ف^{٢} = \frac{١}{٨}(ع^{٢} + ١٦)$

السؤال الرابع : (٢٠ علامة)

أ) في الشكل المجاور قطع ناقص مركزه (٠،٠) وبؤرتاه هما ب١ ، ب٢ والنقطة ل(س،ص) تتحرك على منحناه ، اثبت أن الاختلاف المركزي للقطع يساوي $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$



ب) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي يقع رأسه أسفل بؤرته والبؤرة هي (٥،٣) ويمر بالنقطة (٠، $\frac{٣}{٢}$)

جـ) قطع ناقص معادلته : س² + ٢٥ص² + ٤س − ١٥٠ص + ٢٠٤ = ٠

أوجد : ١) احداثيات بؤرتيه   ٢) اختلافه المركزي   ٣) مساحة القطع

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمر بنقطة الأصل وتقطع من محوري السينات والصادات الموجبين (٤) ، (٦) وحدات على الترتيب

ب) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (٠،١) ، (٠،−١) ويمس دليل القطع س² + ٢ص = ٠

جـ) تتحرك النقطة ن (س،ص) في المستوى بحيث يتحدد مسارها حسب زوج المعادلات الآتي :

س = ٣ − ٦جا²هـ
ص = جا٢هـ   ، هـ زاوية متغيرة

جد معادلة مسار النقطة ن ، وبين نوعه

انتهت الأسئلة

معلم المادة : محمد العزه   المشرف

مع أطيب أمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

إجابة الامتحان

No:

السؤال الأول

(أ) $\text{د}(\text{س}) = \begin{cases} \text{أس} - |\text{س} - ١| & ،\ ٠ \le \text{س} \le ١ \\ \text{لو}_{\text{هـ}} \sqrt{\text{س}} & ،\ ١ \le \text{س} \le \text{هـ} \end{cases}$

أوجد قيمة (أ) بحيث

$$\int_{٠}^{\text{هـ}} \text{د}(\text{س})\ \text{ءس} = ٤$$

$\because$ $\int_{٠}^{١} \text{د}(\text{س}) + \int_{١}^{\text{هـ}} \text{د}(\text{س}) = ٤$

$\int_{٠}^{١} (\text{أس} - |\text{س} - ١|) + \int_{١}^{\text{هـ}} \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{\frac{١}{٢}}\ \text{ءس}$

أجزاء

$\int_{٠}^{١} (\text{أس} - (١ - \text{س})) + \frac{١}{٢} \int_{١}^{\text{هـ}} \boxed{\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}}\ \text{ءس}$

$\left[\frac{\text{أ}}{٢}\text{س}^٢ + \frac{\text{س}^٢}{٢} - \text{س}\right]_{٠}^{١} + \left(\frac{١}{٢}\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} - \frac{١}{٢}\text{س}\right]_{١}^{\text{هـ}}$

$\left(\frac{\text{أ}}{٢} - \cancel{\frac{١}{٢}}\right) + \left(\text{صفر} + \cancel{\frac{١}{٢}}\right) = ٤$

$\frac{\text{أ}}{٢} = ٤$

$\therefore \boxed{\text{أ} = ٨}$

(ب) إذا كان $\text{م} = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جا}^٢\text{س}\ \text{جتا}\,٢\text{س}$

وكان $\text{ن} = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جتا}^٢\text{س}\ \text{جتا}\,٢\text{س}\ \text{ءس}$

فجد: ① م + ن ؟
② م − ن ؟

$\because$ ① م + ن =

$\therefore = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (\text{جا}^٢\text{س}\ \text{جتا}\,٢\text{س} + \text{جتا}^٢\text{س}\ \text{جتا}\,٢\text{س})$

$= \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جتا}\,٢\text{س}\ \cancelto{١}{(\text{جا}^٢\text{س} + \text{جتا}^٢\text{س})}\ \text{ءس}$

$= \frac{١}{٢}\left[\text{جا}\,٢\text{س}\right]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} = \text{صفر}$

② م − ن =

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (\text{جا}^٢\text{س} - \text{جتا}^٢\text{س})\ \text{جتا}\,٢\text{س}\ \text{ءس}$

$= -\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جتا}^٢\,٢\text{س}\ \text{ءس}$

$= -\frac{١}{٢} \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (١ + \text{جتا}\,٤\text{س})\ \text{ءس}$

$= -\frac{١}{٢}\text{س} - \frac{١}{٨}\text{جا}\,٤\text{س}\Big]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$= -\frac{\pi}{٤}$

①

$= \frac{١٥}{٢} + (\ \ \text{- - - - -}\ \ )$

(م) $\int \dfrac{\text{ظتاس قا}^{٢}\text{س}}{\text{ظاس} - ٢\,\text{ظتاس} - ١}\,\text{دس}$ ؟

نضرب البسط والمقام بـ (ظاس) $\Leftarrow \int \dfrac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{\text{ظا}^{٢}\text{س} - ٢ - \text{ظاس}}\,\text{دس}$

نفرض ظاس = ص $\longrightarrow$ دس = $\dfrac{\text{دص}}{\text{قا}^{٢}\text{س}}$

$\Leftarrow \int \dfrac{\text{دص}}{\text{ص}^{٢} - \text{ص} - ٢} = \int \dfrac{\text{دص}}{(\text{ص} - ٢)(\text{ص} + ١)}$ كسور

$= \int \dfrac{\text{أ}}{\text{ص} - ٢} + \int \dfrac{\text{ب}}{\text{ص} + ١} \Leftarrow ١ = \text{أ}(\text{ص} + ١) + \text{ب}(\text{ص} - ٢)$

ص = −١ $\longrightarrow$ ب = $-\dfrac{١}{٣}$

ص = ٢ $\longrightarrow$ أ = $\dfrac{١}{٣}$

$\Leftarrow \int \dfrac{\frac{١}{٣}}{\text{ص} - ٢}\,\text{دص} + \int \dfrac{-\frac{١}{٣}}{\text{ص} + ١}\,\text{دص}$

$= \dfrac{١}{٣}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص} - ٢| - \dfrac{١}{٣}\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص} + ١| = \dfrac{١}{٣}\,\text{لو}_{\text{هـ}}\left|\dfrac{\text{ظاس} - ٢}{\text{ظاس} + ١}\right| + \text{ج}$.

③

س٣

الحل

أ) $\int \text{هـ}^{\text{س}} \left(\text{ظا س} + \frac{١}{٢}\right)^{٢} \text{ءس}$ ؟

$\int \text{هـ}^{\text{س}} \left(\text{ظا}^{٢}\text{س} + \text{ظا س} + \frac{١}{٤}\right) \text{ءس}$

$= \int \frac{١}{٤}\text{هـ}^{\text{س}} + \int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ظا س} + \int \text{هـ}^{\text{س}} \left(\text{قا}^{٢}\text{س} - ١\right) \text{ءس}$

$= \int \left(\frac{١}{٤}\text{هـ}^{\text{س}} - \text{هـ}^{\text{س}}\right) \text{ءس} + \int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ظا س} + \int \underbrace{\text{هـ}^{\text{س}}}_{\text{ن}}\ \underbrace{\text{قا}^{٢}\text{س}}_{\text{ءم}}\ \text{ءس}$

$\text{قا}^{٢}\text{س} = \text{ءم}$ $\quad$ $\text{هـ}^{\text{س}} = \text{ن}$

$\text{ظا س} = \text{م} \longrightarrow \text{هـ}^{\text{س}} = \text{ءن}$

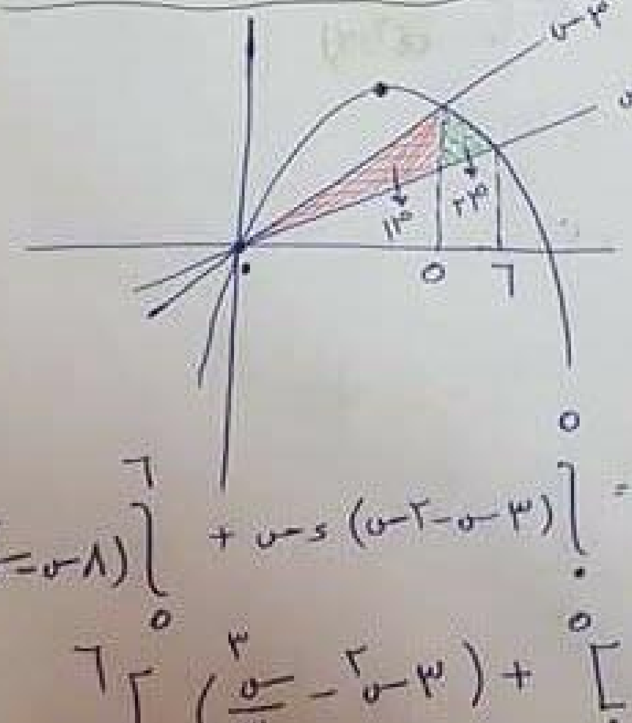
$= -\int \frac{٣}{٤}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ءس} + \cancel{\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ظا س}} + \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ظا س} - \cancel{\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ظا س}}$

$= -\frac{٣}{٤}\text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{ظا س} + \text{ث}$

ب) بين $\text{ق(س)} = ٨\text{س} - \text{س}^{٢}$

$\text{ص} - ٢\text{س} = ٠$

$\text{ص} - ٣\text{س} = ٠$



$\Leftarrow ٨\text{س} - \text{س}^{٢} = ٢\text{س}$

$٦\text{س} - \text{س}^{٢} = ٠$

$\text{س}(٦ - \text{س}) = ٠$

$\boxed{\text{س} = ٠ ، ٦}$

$\Leftarrow \text{م} = \text{م}_١ + \text{م}_٢ = \int_{٠}^{٥} (٣\text{س} - ٢\text{س})\,\text{ءس} + \int_{٥}^{٦} (٨\text{س} - \text{س}^{٢})$

$\Leftarrow ٨\text{س} - \text{س}^{٢} = ٣\text{س}$

$٥\text{س} - \text{س}^{٢} = ٠$

$\text{س}(٥ - \text{س}) = ٠$

$\boxed{\text{س} = ٠ ، ٥}$

$= \left[\frac{\text{س}^{٢}}{٢}\right]_{٠}^{٥} + \left[٣\text{س}^{٢} - \frac{\text{س}^{٣}}{٣}\right]_{٥}^{٦}$

$= \frac{٢٥}{٢} + \left(\text{-----}\right) - ($

4

$\bar{\text{ت}} = ٨\,\text{ف}$

جميل جداً

عندما ف = ٢ ⟵ ع = ٤

أثبت انه $\text{ف}^{٢} = \frac{١}{٨}(\text{ع}^{٢} + ١٦)$ ؟

الحل $\frac{\text{دع}}{\text{دن}} = ٨\,\text{ف}$ ⟸ نحن نعلم انه $\bar{\text{ت}} = \frac{\text{دع}}{\text{دن}}$

$\text{ع} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}}$

⟸ بقسمة $\frac{\bar{\text{ت}}}{\text{ع}}$ ينتج : $\frac{\bar{\text{ت}}}{\text{ع}} = \frac{\text{دع}}{\cancel{\text{دن}}} \times \frac{\cancel{\text{دن}}}{\text{دف}} = \frac{\text{دع}}{\text{دف}}$

ومعطى في السؤال ان :- $\boxed{\bar{\text{ت}} = ٨\,\text{ف}}$ نعوضها :-

$$\frac{٨\,\text{ف}}{\text{ع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دف}}$$

$$٨\,\text{ف}\ \text{دف} = \text{ع}\ \text{دع}$$

$$\int ٨\,\text{ف}\ \text{دف} = \int \text{ع}\ \text{دع}$$

معطى $\boxed{\text{ف} = ٢ \quad \text{ع} = ٤}$

$$٤\,\text{ف}^{٢} = \frac{\text{ع}^{٢}}{٢} + \text{م}$$

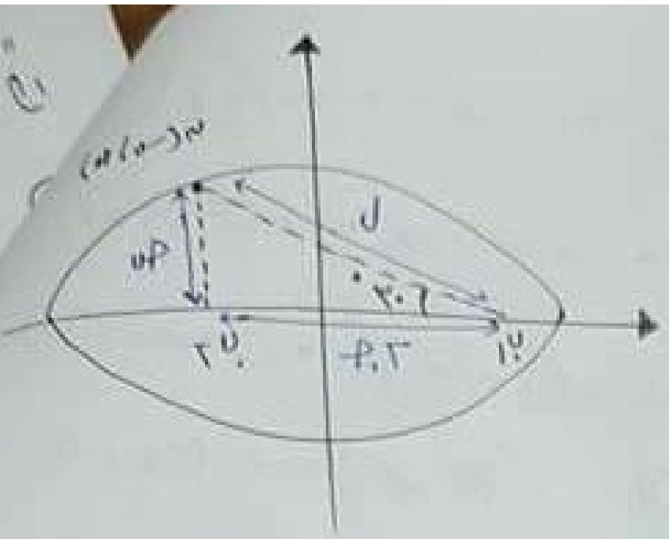
$$١٦ = ٨ + \text{م} \longrightarrow \boxed{\text{م} = ٨}$$

$$\Leftarrow ٤\,\text{ف}^{٢} = \frac{\text{ع}^{٢}}{٢} + ٨$$

$$\text{ف}^{٢} = \frac{\text{ع}^{٢}}{٨} + ٢$$

$$\therefore \boxed{\text{ف}^{٢} = \frac{١}{٨}(\text{ع}^{٢} + ١٦)} \quad \#$$

س٤ ③ م (٠، ٠)



⇐ جا ٣٠ = $\frac{ص}{ل}$

$\frac{١}{٢} = \frac{ص}{ل}$

$\boxed{ص = \frac{ل}{٢}}$

⇐ جتا ٣٠ = $\frac{٢جـ}{ل}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٢جـ}{ل}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ل = ٢جـ

$\boxed{ل = \frac{٤}{\sqrt{٣}} جـ}$

⇐ من تعريف القطع :-

ل + ص = ٢أ

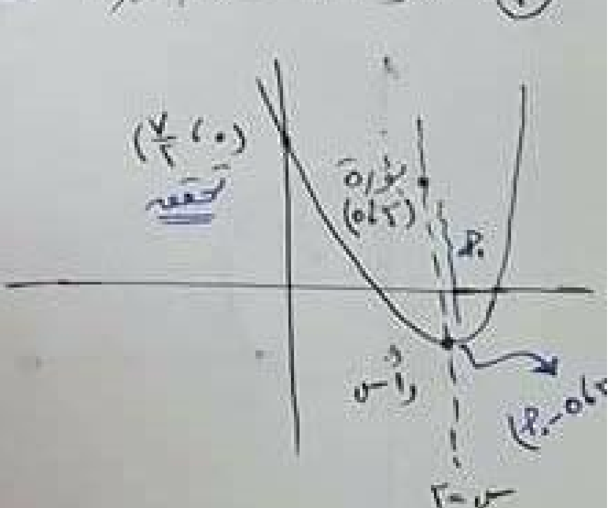
٢أ = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ جـ + $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$ جـ

نقسم ٢أ = $\frac{٦}{\sqrt{٣}}$ جـ

$\frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{٣}}{٣} = \frac{\cancel{\sqrt{٣}}}{\cancel{\sqrt{٣}} \times \sqrt{٣}}$

∴ $\boxed{هـ = \frac{١}{\sqrt{٣}}}$ #

⑨ الرأس أسفل البؤرة ⇐ $(س-٢)^٢ = ٤جـ (ص - ٥ + جـ)$ لكن $(٠، \frac{٧}{٢})$ تحقق



$\cancel{٤} = \cancel{٤}جـ (\frac{٧}{٢} - ٥ + جـ)$

$١ = جـ (-\frac{٣}{٢} + جـ)$

$١ = -\frac{٣}{٢} جـ + جـ^٢$

$٢جـ^٢ - ٣جـ - ٢ = ٠$

$(٢جـ + ١)(جـ - ٢) = ٠$

تهمل ✗

$\boxed{جـ = ٢}$ ← المعادلة هي :-

$\boxed{(س-٢)^٢ = ٨ (ص - ٣)}$

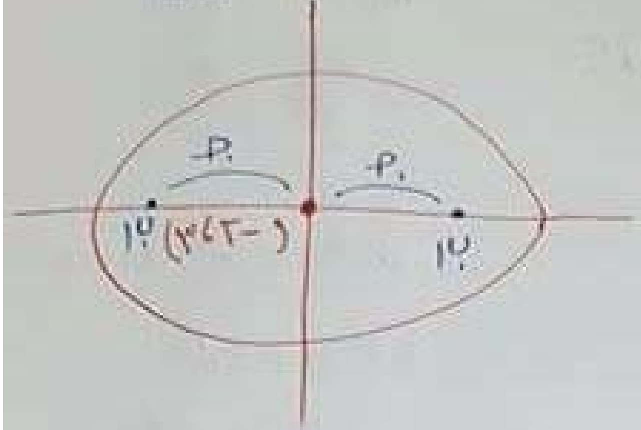
(ب) $س^٢ + ٢٥ ص^٢ + ٤ س - ١٥٠ ص + ٢٠٤ = ٠$

$(س^٢ + ٤ س) + (٢٥ ص^٢ - ١٥٠ ص) + ٢٠٤ = ٠$

$(س^٢ + ٤ س + ٤) + ٢٥ (ص^٢ - ٦ ص + ٩) = ٤ + ٢٢٥ - ٢٠٤$

$(س + ٢)^٢ + ٢٥ (ص - ٣)^٢ = ٢٥$

$$\frac{(س + ٢)^٢}{٢٥} + \frac{(ص - ٣)^٢}{١} = ١$$



① $\therefore ج^٢ = ٢٥ - ١ = ٢٤$

$ج = \sqrt{٦ \times ٤} = ٢\sqrt{٦}$

البؤرتان $(-٢ \pm ٢\sqrt{٦} ، ٣)$

← ② $هـ = \frac{ج}{أ} = \frac{٢\sqrt{٦}}{٥} = \frac{٢}{٥}\sqrt{٦}$

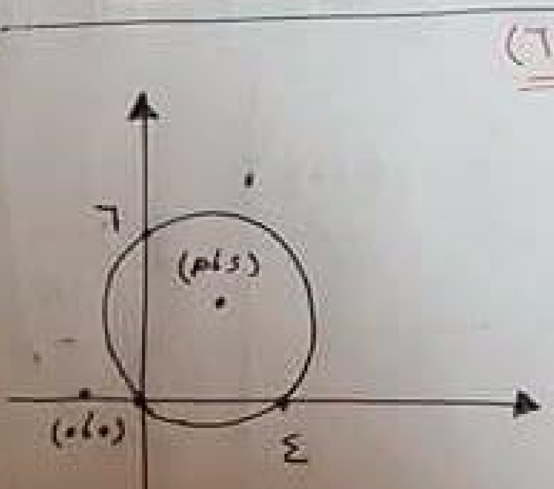
← ③ $م_{\bigcirc} = \pi أ ب = \pi (٥)(١) = ٥\pi$ وحدة^٢

س

* الدائرة تمر ب (٠،٠) ، (٤،٠) ، (٠،٦)

(أ)

$\therefore س^٢ + ص^٢ + ٢ل س + ٢ك ص + ج = ٠$



$(٠،٠) \Leftarrow ج = ٠$

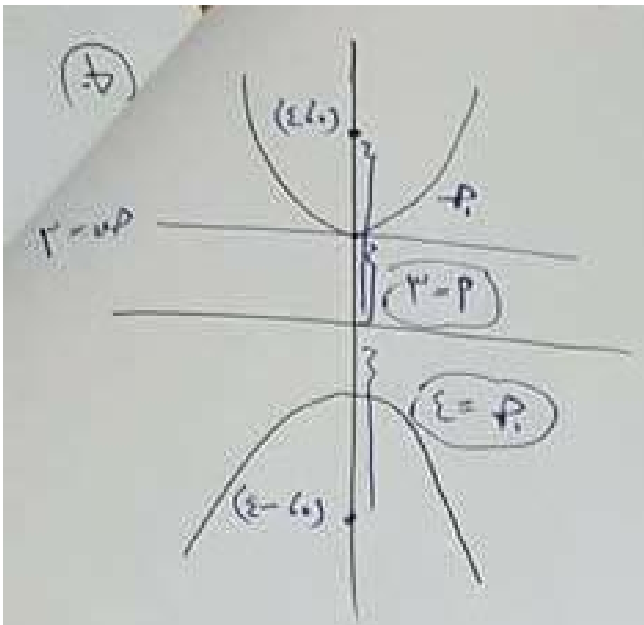
$(٤،٠) \Leftarrow ١٦ + ٨ل = ٠ \longrightarrow ل = -٢$

$(٠،٦) \Leftarrow ٣٦ + ١٢ك = ٠ \longrightarrow ك = -٣$

$\therefore س^٢ + ص^٢ - ٤ س - ٦ ص = ٠$

(٥) ب (٠، ±٤)

(ط)



يعين دليل $\text{س}^{٢} + ١٢\text{ص} = ٠$

∴ $\text{س}^{٢} = -١٢\text{ص}$

$-٤\text{أ} = -١٢$

$\boxed{\text{أ} = ٣}$

∴ يعين $\boxed{\text{ص} = +٣}$

المركز: (٠، ٠) ⟵ $\text{جـ}^{٢} = \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}$

⟸ $١٦ = ٩ + \text{ب}^{٢}$

$\boxed{\text{ب}^{٢} = ٧}$

$$\boxed{\frac{\text{ص}^{٢}}{٩} - \frac{\text{س}^{٢}}{٧} = ١}$$

(جـ) $\text{س} = ٣ - ٦\,\text{جا}^{٢}\text{هـ}$ ، هـ حادة

$\text{ص} = \text{جا}\,٢\text{هـ}$

∴ $\text{س} = ٣(١ - ٢\,\text{جا}^{٢}\text{هـ}) = ٣\,\text{جتا}\,٢\text{هـ}$

$\text{جتا}\,٢\text{هـ} = \frac{\text{س}}{٣} \Leftarrow \text{جتا}^{٢}\,٢\text{هـ} = \frac{\text{س}^{٢}}{٩}$ —— ①

$\text{جا}\,٢\text{هـ} = \text{ص} \Leftarrow \text{جا}^{٢}\,٢\text{هـ} = \text{ص}^{٢}$ —— ②

نجمع ① مع ② :-

$$\frac{\text{جا}^{٢}\,٢\text{هـ} + \text{جتا}^{٢}\,٢\text{هـ}}{١} = \frac{\text{س}^{٢}}{٩} + \text{ص}^{٢}$$

$$\boxed{\frac{\text{س}^{٢}}{٩} + \text{ص}^{٢} = ١}$$

قطع ناقص سيني .

No.

س٣ (٩)

$$(1+\text{ص})\,\text{دس} + (1+\text{هـ}^{-\text{س}})\,\text{ص}^{2}\,\text{دص} = 0$$

$$\Leftarrow (1+\text{ص})\,\text{دس} = -\text{ص}^{2}\,(1+\text{هـ}^{-\text{س}})\,\text{دص}$$

$$\frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{\text{س}}} \times \frac{\text{دس}}{1+\text{هـ}^{-\text{س}}} = \frac{-\text{ص}^{2}}{(1+\text{ص})}\,\text{دص}$$

قسمة طويلة

$$\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{1+\text{هـ}^{\text{س}}}\,\text{دس} = -\int \frac{\text{ص}^{2}}{1+\text{ص}}\,\text{دص}$$

$$\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{1+\text{هـ}^{\text{س}}}\,\text{دس} = -\left(\int (\text{ص}-1)\,\text{دص} + \int \frac{\text{دص}}{(\text{ص}+1)}\right)$$

$$\text{لو}_{\text{هـ}}\left|1+\text{هـ}^{\text{س}}\right| = -\frac{(\text{ص}-1)^{2}}{2} - \text{لو}_{\text{هـ}}\left|1+\text{ص}\right| + \text{ث} .$$