$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

الرياضيات للصف الثاني عشر المتقدم

الفصل الدراسي الثالث

التكامل

1) حل الإختبار التدريبى 2017
2) ملخص مختصرلأهم مواضيع الفصل الدراسى الثالث

اسم الطالب :- .....

الدرجـــــة :- .....

ملاحظة :- يتكون حل الإختبار التدريبي من 5 صفحات فقط .

السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :-

1) يكون رمز المجموع للعبارة $\sqrt{2-1}+\sqrt{3-1}+\sqrt{4-1}+.....\sqrt{15-1}$ **هو**

1) $\sum_{i=1}^{14}\sqrt{i}$ 2) $\sum_{i=1}^{15}\sqrt{i-2}$

3) $\sum_{i=1}^{15}\sqrt{2-i}$ 4) $\sum_{i=1}^{14}\sqrt{2i}$

2) يعبر عن المساحة الواقعة بين المنحنى $y=x^2-2x$ **ومحور** x **بالفترة** $[0,3]$ **بالشكل :-**

1) $\int_0^3 f(x)dx$ 2) $\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$

3) $-\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$ 4) $\int_0^2 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx$

3) التكامل المحدود لنهاية مجموع ريمان $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}4(c_i^2+4c_i-2)\Delta x$ **على الفترة** $[1,2]$ **هو :-**

1) $\int_1^2(4x^2+16x-2)dx$ 2) $\int_1^2(4x^2+16x-8)dx$

3) $\int_2^1(4x^2+16x+8)dx$ 4) $\int_1^2(4x^2+16x+8)dx$

4) إذا كانت $A(x)=2(x+1)^2$ **تمثل مساحة مقطع عرضي حيث** $1\le x\le 4$ **فإن حجم المجسم يكون :-**

1) $V=\int_1^4 2(x+1)^2dx=78$ 2) $V=2\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=156\pi$

3) $V=\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=78\pi$ 4) $V=\int_1^4 4(x+1)^4dx=\frac{2372}{5}$

5) إذا كان $\int_9^7 f(x)dx=-4$, $\int_{-1}^9 \frac{1}{2}f(x)dx=5$, $\int_5^7 f(x)dx=2$ **فإن** $\int_{-1}^5 f(x)dx=$

1) -4 2) 3

3) 4 4) 10

6)
$$\int\frac{5}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx=$$

1) $5\cos^{-1}x+c$ 2) $5\sec^{-1}x+c$

3) $5\sin^{-1}x+c$ 4) $5\csc^{-1}x+c$

7) قيمة التكامل غير المحدود $\int \frac{x}{1+x^2}dx =$

1) $\tan^{-1}x+c$ 2) $\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$

3) $2\ln(1+x^2)+c$ 4) $\ln(1+x^2)+c$

---

8) إذا كانت $F(x)=x^3+\int_x^2(3t^2-t)dt$ فإن $F'(2)=$

1) -10 2) 10

3) 2 4) -2

---

9) $\int(\frac{3}{2x}-e^{-3x}+\cos x)dx =$

1) $\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{1}{3}e^{-3x}+\sin x+c$ 2) $\frac{2}{3}\ln|x|+\frac{1}{3}e^{-3x}-\sin x+c$

3) $\frac{3}{2}\ln|x|+3e^{-3x}+\sin x+c$ 4) $\frac{3}{2}\ln|x|-\frac{1}{3}e^{-3x}+\sin x+c$

---

10) إذا كانت $f(x)=\cot x$ فإن $\int f''(x)dx =$

1) $\tan x+c$ 2) $\sec^2 x+c$

3) $-\csc^2 x+c$ 4) $-\csc x\cdot\cot x+c$

---

11) $\ln x =$

1) $\int_x^1 \frac{1}{t}dt$ 2) $\int_0^x \frac{1}{t}dt$

3) $\int_1^{e^x} \frac{1}{t}dt$ 4) $\int_1^x \frac{1}{t}dt$

---

12) إذا كان $\int_k^2 f(x)dx=12$ وكانت القيمة المتوسط للدالة $f(x)$ تساوي 4 فإن قيمة $k=$

1) 0 2) -1

3) 1 4) 2

(13 إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[-3,4]$ تساوي 5 فإن $\int_{-3}^{4} f(x)dx =$

1) -5 2) -35
3) 35 4) -12

(14 مركز الكتلة لجسم ما ؟ بكثافة $p(x)=\frac{x}{6}+2$ حيث $0\le x\le 6$ هي :-

1) 3.2 2) 15
3) 43.55 4) 3

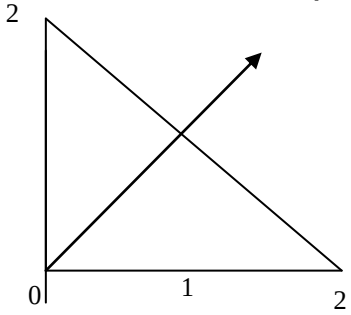
(15 طول القوس الخاص بجزء من المنحنى $y=x^2$ على الفترة $[0,1]$ هو :-

1) ≈ 2.4789 2) ≈ 0.4789
3) ≈ 1.4789 4) ≈ 3.4789

(16 مساحة السطح المتولد من دوران $y=\sqrt{x}$ حول المحور x بالفترة $[1,2]$ يساوي

1) ≈ 8.5483 2) ≈ 0.4789
3) ≈ 8.11 4) ≈ 8.28315

(17 المساحة المحددة بالمنحنيات $y=x\ ,\ y=2-x\ ,\ y=0$ كما في الشكل المجاور تساوي



1) 3 2) 4
3) 1 4) 2

(18 قيمة $\int_{1}^{3} e^{2\ln x}dx =$

1) $\frac{26}{5}$ 2) 8
3) $\frac{26}{3}$ 4) 4

19) إذا كان $\int_2^4 f(x)dx = 12$ فإن قيمة $\int_4^{16} \frac{-5f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx =$

1) 48 2) 8

3) 120 4) -120

---

20) دون حساب عملية التكامل يكون الحدين الأدنى والأعلى للتكامل $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x\,dx$

1) $\left[\frac{-\sqrt{2}\pi}{24}, \frac{\sqrt{3}\pi}{24}\right]$ 2) $\left[\frac{\sqrt{3}\pi}{6}, \frac{\sqrt{2}\pi}{6}\right]$

3) $\left[\frac{\sqrt{2}\pi}{24}, \frac{\sqrt{3}\pi}{24}\right]$ 4) $\left[\frac{\pi}{24}, \frac{\sqrt{3}\pi}{24}\right]$

السؤال الثاني :- 1): باستخدام التكامل بالتعويض أوجد :-

1) $\int \tan^5 x \cdot \sec^4 x dx$

$u = \tan x \rightarrow dx = \frac{du}{\sec^2 x}$ $u = \tan x \rightarrow dx = \frac{du}{\sec^2 x}$

$\int u^5 . \cancel{\sec^4 x} . \frac{du}{\cancel{\sec^2 x}}$ $\int u^5 .(\tan^2 x + 1)du \rightarrow \int (u^7 + u^5)du = ...$

2) $\int 3x^2 \sqrt{1+x^3}dx$

$u = 1+x^3 \rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$

2) استخدم التكامل بالكسور الجزئية لإيجاد

3) $\int \frac{2x-1}{x^2-3x-10}dx$

$\frac{2x-1}{x^2-3x-10} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+2}$

$A(x+2)+B(x-5) = 2x-1$

$A = \frac{9}{5}$, $B = \frac{5}{7}$ $\int \frac{2x-1}{x^2-3x-10}dx = \frac{9}{5}\ln|x+2| + \frac{5}{7}\ln|x-5| + c$

3)احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحددة بواسطة $y=\sqrt{x}\ ,\ y=2\ ,\ x=0$

حول 1) محور x 2) محور

1) $V=\pi\int_0^4(2^2-(\sqrt{x})^2)dx$

2) $V=\pi\int_0^4\left|(2^2-(4-\sqrt{x})^2\right|dx$

4)حدد أولاً نصف قطر وارتفاع الصدفة التالية ثم أحسب الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

$y=x^2\ ,\ y=0$ حول محور $x=2$ حيث $-1\le x\le 1$

$r=2-x$

$h=x^2$

5) بطريقة التكامل بالأجزاء (التجزئ) أوجد :- $\int x^3\ln x\,dx$

$\int x^3\ln x\,dx=uv-\int vdu$

$u=\ln x \qquad dv=x^3dx$

$du=\frac{1}{x}dx \qquad v=\frac{x^4}{4}$

$\int x^3\ln x\,dx=\frac{x^4}{4}.\ln x-\int\frac{x^4}{4}.\frac{1}{x}dx$

$\int x^3\ln x\,dx=\frac{x^4}{4}.\ln x-\frac{1}{16}x^4+c$

6) أوجد الموقع النهائي $s(t)$ حيث السرعة المتجهة هي $v(t)=30e^{\frac{-t}{4}}\ ,\quad s(0)=1$

$s(t)=\int 30e^{\frac{-t}{4}}dt\ ,\quad s(0)=1$

$S(t)=-120e^{\frac{-t}{4}}+c \qquad S(t)=-120e^{\frac{-t}{4}}+121$

إنتهت حل الأسئلة للإختبار التدريبي

تدريبات وتمارين عامة من المنهاج الدراسي للفصل الثالث 2017/2016 وكذلك بعض إختبارات طلبة وطالبات مدرسة لبنان الأولى المتفوقين .....

س1):- ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

1) إذا كانت $F(x)=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x$ فإن المشتقة العكسية لها هي :-

1) $f(x)=\sin^3 x$ 2) $f(x)=\cos^3 x$

3) $f(x)=-\sin^3 x$ 4) $f(x)=-\cos^3 x$

---

2) $\int e^{\frac{1}{2}\ln x}dx=$

1) $\frac{1}{2}\ln x+c$ 2) $\frac{1}{2}e^{\ln x}+c$

3) $x^{\frac{3}{2}}+c$ 4) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c$

---

3) $\int \tan^2(3x)dx=$

1) $\frac{1}{3}\tan(3x)+x+c$ 2) $\frac{1}{3}\tan(3x)-x+c$

3) $\frac{1}{3}\sec^2(3x)+x+c$ 4) $\frac{1}{3}\sec^2(3x)-x+c$

---

4) $\int 2x\cos x^2 dx=$ الدالة الأصلية لها هي

1) $\cos x^2+c$ 2) $x\cos x^2+c$

3) $x\sin x^2+c$ 4) $\sin x^2+c$

---

5) $\int(2\sqrt{x}\cos x+\frac{1}{\sqrt{x}}\sin x)dx=$ الدالة الأصلية لها هي

1) $2\sqrt{x}\cos x+c$ 2) $\sqrt{x}\cos x+c$

3) $\sqrt{x}\sin x+c$ 4) $2\sqrt{x}\sin x+c$

6) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx =$

1) $2\sqrt{\cos x} + c$ 2) $2\sqrt{\cos x + 1} + c$

3) $\sqrt{x}\ \sin x + c$ 4) $2\sqrt{\sin x} + c$

7) $\int \sin^2 x \cos x dx =$

1) $\frac{1}{3}\sin^3 x + c$ 2) $2\cos^2 x + c$

3) $\frac{1}{3}\cos^3 x + c$ 4) $2\sin^2 x + c$

8) $\sum_{i=7}^{13} 2 =$

1) 14 2) 16

3) 12 4) 26

9) $\sum_{i=2}^{6} \sin(2\pi i) =$

1) $\frac{\pi}{2}$ 2) 2π

3) 0 4) -2π

10) $\int \frac{dx}{ax + b} =$

1) $\frac{1}{a}\ln|ax + b| + c$ 2) $\frac{1}{b}\ln|ax + b| + c$

3) $a\ln|ax + b| + c$ 4) $b\ln|ax + b| + c$

السؤال الثاني :- أوجد التكاملات التالية :- (إستخدم الطريقة المناسبة لك)

11) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

.....

.....

.....

12) $\int \frac{1}{\sin x \,.\cos x}dx$

.....

.....

.....

13) $\int \sin^3 x \,.\cos^2 x \; dx$

.....

.....

.....

للطلبة المتميزين ⟵

14) $\int \tan^5 x \,.\frac{1}{\sin^2 x}dx$

.....

.....

.....

15) $\int \frac{1}{9-12x+4x^2}dx$

.....

.....

.....

16) $\int \frac{1}{\sqrt{x}+1}dx$

.....

.....

.....

17) $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1-\cos x}dx$

.....

.....

.....

18) $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x}dx$

.....

.....

.....

19) $\int \frac{\ln x}{x\left[1+(\ln x)^2\right]}dx$

.....

.....

.....

20) $\int \frac{e^{\tan x}}{cox^2 x}dx$

.....

.....

.....

إختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :-

21):- الحدين الأدنى والأعلى للتكامل $\int_0^1 \sqrt{1+x^3}\,dx$ يقع بين

1) $\left[0,\sqrt{2}\right]$ 2) $\left[1,\sqrt{2}\right]$

3) $[0,1]$ 4) $[-1,1]$

---

22):- القيمة المتوسطة للتكامل $\int_0^1 (x^2+1)dx$ هي

1) 0 2) $\frac{3}{4}$

3) $\frac{4}{3}$ 4) 1

---

23):- $\int \frac{4}{\sqrt{1-x^2}}dx =$

1) $\sin^{-1}x + c$ 2) $4\tan^{-1}x + c$

3) $\frac{1}{4}\sin^{-1}x + c$ 4) $4\sin^{-1}x + c$

---

24):- ميل المماس للمنحنى $F(x) = \int_0^x \sin\sqrt{t^2+\pi^2}\,dt =$

1) $f(x) = \sin\sqrt{x^2+\pi^2}$ 2) $F'(x) = \sin\sqrt{x^2-\pi^2}$

3) $f(x) = \cos\sqrt{x^2+\pi^2}$ 4) $F'(x) = 2x\sin\sqrt{x^2+\pi^2}$

---

25):- يمكن كتابة التعبير $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx =$ على صورة تكامل منفرد

1) $\int_0^2 f(x)dx$ 2) $\int_0^1 f(x)dx$

3) $\int_0^1 f(x)dx$ 4) $-\int_0^1 f(x)dx$

---

26):- قيمة $\sum_{i=1}^{5}(2i-3)=$

1) 25 2) 15
3) 45 4) 30

---

27):- $\int \frac{-4}{1+x^2}dx =$

1) $4\sin^{-1}x+c$ 2) $-4\sin^{-1}x+c$
3) $4\tan^{-1}x+c$ 4) $-4\tan^{-1}x+c$

---

28):- $\int \frac{1+x}{1+x^2}dx =$

1) $\tan^{-1}x+\frac{1}{2}\ln(1+x)+c$ 2) $\tan^{-1}x+2\ln(1+x)+c$
3) $\tan^{-1}x+\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$ 4) $\tan^{-1}x+2\ln(1+x^2)+c$

---

29):- قيمة التكامل $\int_{-2}^{0}\sqrt{4-x^2}dx$ **عن طريق حساب المساحة تساوي**

1) 2π 2) 4π
3) π 4) $\frac{\pi}{2}$

---

30):- إذا كانت $f(x)\geq 0$ **فإن أصغر قيمة للتكامل** $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(2f(x)-4)dx$ **هي :-**

1) 0 2) -4
3) 1 4) $\frac{1}{2}$

---

31):- إذا كان $\int_{5}^{0}4g(x)dx=8$ **فإن** $\int_{0}^{5}g(x)dx=$

1) 0 2) 2
3) -2 4) $\frac{1}{2}$

32):- استخدم مجموع ريمان لإيجاد قيمة المساحة بدقة حيث $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$

وأن $f(x)=x^2+1 \quad , \quad [0,1]$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

33):- قرب قيمة التكامل $\int_0^1 3x^2dx$ باستخدام قاعدة سيمبسون عندما $n=4$

.....

.....

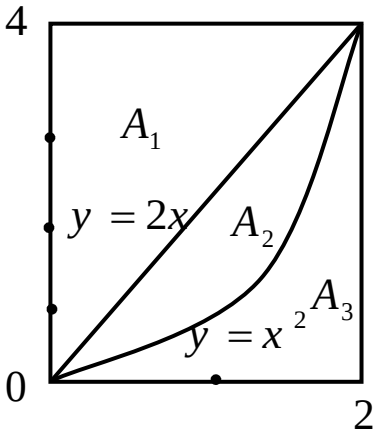
.....

.....

34):- ظلل المساحة المعطاة بكل تكامل :-

$a)\ \int_0^2 (2x-x^2)dx \quad , \quad b)\int_0^2 (4-x^2)dx$

$c)\ \int_0^4 (2-\sqrt{y})dy \quad , \quad d)\ \int_0^4 (\sqrt{y}-\frac{y}{2})dy$



مع تمنياتى لكم بالتوفيق

س35):- بإستخدام التكامل بالتعويض أوجد :-

1) $\int \frac{dx}{1-e^{x}}$

.....

.....

.....

.....

2) $\int \frac{(\sin^{-1} x)^{4}}{\sqrt{1-x^{2}}} dx$

.....

.....

.....

.....

س36):- أوجد المشتقة $f'(x)$ لكل مما يلي :-

3) $f(x) = \int_{2-x}^{xe^{x}} e^{2t} dt$

.....

.....

.....

4) $f(x) = \int_{2}^{\sin x} (t^{2}+4) dt$

.....

.....

.....

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح مع نهاية العام الدراسي