



الرياضيات

الصف الثامن - دليل المعلم

الفصل الدراسي الثاني

8

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

نور محمد حسان

محمد فؤاد عمارنة

هبة ماهر التميمي

إبراهيم أحمد عمارة

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

🌐 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

قررت وزارة التربية والتعليم استخدام هذا الدليل في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناء على قرار المجلس الأعلى للمركز الوطني لتطوير المناهج في جلسته رقم (2024/1)، تاريخ 2024/2/6 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقم (2024/14) تاريخ 2024/2/26 م بدءاً من العام الدراسي 2023 / 2024 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2023.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 415 - 6

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/810)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

دليل المعلم: الصف الثامن: الفصل الدراسي الثاني / المركز الوطني لتطوير المناهج - عمان: المركز، 2023

(263) ص.

ر.إ.: 2023/2/810

الواصفات: / الرياضيات / الأدلة / المعلمون / أساليب التدريس / التعليم الاعدادي /

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

التحرير اللغوي: محمد صالح شنيور

التصميم الجرافيكي: رakan محمد السعدي

التحكيم التربوي: أ. د. خالد محمد أبو اللوم

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.

British Library Cataloguing -in- Publication Data

A catalogue record for this publication is available from the Library.

1444 هـ / 2023 م

الطبعة الأولى (التجريبية)

المقدمة

يسرُّ المركز الوطني لتطوير المناهج أن يُقدِّم للمُعَلِّمين والمُعَلِّمات دليل المُعَلِّم للصف الثامن، أملاً أن يكون لهم مُرشداً وداعماً في تدريس الطلبة وتقويمهم، بما يُحقِّق الأهداف المنشودة من تدريس كتب الرياضيات المُطوَّرة.

يحتوي دليل المُعَلِّم على جميع المصادر التي تُلزم المُعَلِّم / المُعَلِّمة، بدءاً بالنسخ المُصغَّرة من كتابي الطالب والتمارين، وانتهاءً بإجابات ما ورد فيهما من تدريبات ومسائل؛ ما يُغني عن حمل هذين الكتابين إلى الغرفة الصفية. وكذلك يحتوي الدليل على جميع أوراق المصادر المشار إليها في الدروس، ويُمكن للمُعَلِّم / المُعَلِّمة تصوير نسخ منها للطلبة؛ ما يُوفِّر عليهما جُهد إعداد هذه الأوراق. استُهلَّ الدليل بالصفحات التي تحمل عنوان «أهلاً بك في مناهج الرياضيات المُطوَّرة»، وتعرض العناصر الرئيسة في كلِّ من كتابي الطالب والتمارين ودليل المُعَلِّم، وتبيِّن النهج المُعتمد في كلِّ منها بطريقة مُبسَّطة؛ لذا يجدر بالمُعَلِّم / المُعَلِّمة قراءة هذه الصفحات بتروٍّ وتدبُّرٍ قبل البدء باستعمال الدليل.

روعي في إعداد الدليل تقديم خطة واضحة لسير الدرس، بدءاً بمرحلة التمهيد، ومروراً بمراحل الاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، وانتهاءً بمرحلة الختام، إلى جانب إرشادات تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على التخطيط الزمني للمهام في كل مرحلة، وتوظيف مختلف أدوات التدريس والتقويم التي يتضمَّنها المنهاج المُطوَّر، فضلاً عن الأخطاء المفاهيمية الشائعة والإرشادات التي تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على حول كيفية معالجتها.

يُقدِّم الدليل أيضاً مقترحات لتنويع التعليم تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على التعامل مع الطلبة كافة، على اختلاف مستوياتهم الدراسية وأنماط تعلُّمهم؛ انسجاماً مع الاتجاهات الحديثة في تعلُّم الرياضيات وتعليمها. ولأنَّ الموضوعات الرياضية بعضها مبني على بعض؛ فقد قدِّم الدليل نتائج التعلُّم السابق ونتائج التعلُّم اللاحق في بداية كل وحدة، فضلاً عن أدوات تشخيص ومعالجة مناسبة، تساعد المُعَلِّم / المُعَلِّمة على معالجة الضعف لدى الطلبة، وتهيئتهم للتعلُّم الحالي. يضاف إلى ذلك أن تعرُّف المُعَلِّم / المُعَلِّمة جميع الموضوعات الرياضية التي سوف يدرسها الطلبة في صفوف لاحقة (التعلُّم اللاحق) يُوفِّر له/ لها تصوُّراً كافياً عنها، ويجعل تخطيط الدروس أكثر دقَّةً.

ونحن إذ نُقدِّم هذا الدليل، فإننا نُؤمِّل أن ينال إعجاب زملائنا وزميلاتنا من المُعَلِّمين والمُعَلِّمات ويكون خير معين لهم/ لهن، ويجعل تعليم الرياضيات أكثر متعةً وسهولةً.

قائمة المحتويات

38A أنظمة المعادلات الخطية الوحدة 6
38B مخطط الوحدة
38 نظرة عامة على الوحدة
39 مشروع الوحدة: الأشجار سريعة النمو
39A نشاط الاستعداد للوحدة
40 الدرس 1 حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا
 معمل برمجة جيو جيبيرا:
47 تمثيل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا
 الدرس 2 حل نظام من معادلتين
48 خطيتين بالتعويض
56 الدرس 3 حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف
66 اختبار نهاية الوحدة
67A كتاب التمارين
67C ملحق الإجابات

a-j أهلا بك في مناهج الرياضيات المطورة
6A الوحدة 5 المتباينات الخطية
6B مخطط الوحدة
6 نظرة عامة على الوحدة
7 مشروع الوحدة: درجات الغليان والانصهار
7A نشاط الاستعداد للوحدة
8 الدرس 1 كتابة المتباينات وتمثيلها
15 الدرس 2 حل المتباينات بالجمع والطرح
22 الدرس 3 حل المتباينات بالضرب والقسمة
29 الدرس 4 حل المتباينات متعددة الخطوات
36 اختبار نهاية الوحدة
37A كتاب التمارين
37C ملحق الإجابات



قائمة المحتويات

114A	الوحدة 8 المثلثات المتطابقة
114B	مخطط الوحدة
114	نظرة عامة على الوحدة
115	مشروع الوحدة: الأشكال ثلاثية الأبعاد
115A	نشاط الاستعداد للوحدة
116	الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد
124	الدرس 2 المقاطع والمجسمات الدورانية
132	الدرس 3 حجم الكرة ومساحة سطحها
140	اختبار نهاية الوحدة
141A	كتاب التمارين
141D	ملحق الإجابات
142A	الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات
142B	مخطط الوحدة
142	نظرة عامة على الوحدة
143	مشروع الوحدة: جمع البيانات، وتحليلها
143A	نشاط الاستعداد للوحدة
144	الدرس 1 الربيعيات
154	الدرس 2 اختيار التمثيل الأنسب
161	الدرس 3 عد النواتج
166	الدرس 4 احتمال الحوادث المركبة
172	اختبار نهاية الوحدة
173A	كتاب التمارين
173D	ملحق الإجابات
A1–A20	أوراق المصادر

68A	الوحدة 7 الأشكال ثنائية الأبعاد
68B	مخطط الوحدة
68	نظرة عامة على الوحدة
69	مشروع الوحدة: المنساح
69A	نشاط الاستعداد للوحدة
70	الدرس 1 إثبات توازي المستقيمتين وتعامدها
77	الدرس 2 متوازي الأضلاع
84	الدرس 3 تمييز متوازي الأضلاع
91	الدرس 4 حالات خاصة من متوازي الأضلاع
99	الدرس 5 تشابه المثلثات
106	الدرس 6 التمديد
112	اختبار نهاية الوحدة
113A	كتاب التمارين
113D	ملحق الإجابات



أهلاً بك

في مناهج الرياضيات المطورة



عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، يسرُّنا في هذه المُقدِّمة أن نُبيِّن الأسس العلمية والتربوية التي قامت عليها مناهج الرياضيات المُطوِّرة بطريقة مُبسَّطة، وذلك بعرض بعض العناصر من كتاب الطالب، وكتاب التمارين، ودليل المُعلِّم، التي تتجلَّى فيها تلك الجوانب العلمية والتربوية بوضوح. ونحن إذ نعرض هذه المُقدِّمة فإننا نأمل أن تكون مُعيَّنةً على فهم كيفية استعمال المناهج المُطوِّرة، وتوظيفها بصورة صحيحة داخل الغرفة الصفية، بما يُحقِّق الفائدة المنشودة منها.

تتناول المُقدِّمة الجوانب الآتية:

1. خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات.
 2. أنواع التقويم، وأدواته.
 - التقويم القبلي.
 - التقويم التكويني.
 - التقويم الختامي.
 3. بعض استراتيجيات التعلُّم:
 - التعلُّم القائم على المشاريع.
 - التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.
 - الخطوات الأربع لحلَّ المسألة (خطة حلَّ المسألة).
 - التعلُّم بالاستكشاف.
 4. مهارات التفكير العليا.
 5. تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها.
 6. الوصول إلى الطلبة كافةً.
 7. مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي.
 - مصادر التعلُّم المُبسَّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي.
 - إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية.
- وفي نهاية هذه المُقدِّمة، توجد بعض استراتيجيات التدريس الشائعة؛ لتكون مرجعاً، ومُعيَّنةً عند التخطيط لتقديم الدروس.

1 خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات:



يُقدِّم هذا الدليل خطة واضحة لسير الدرس، تحوي ست خطوات (مراحل)، هي: التهيئة، والاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، والختام. وتتضمن كل خطوة من هذه الخطوات مقترحات وإرشادات تساعد على تقديم الدرس بنجاح.

1 التهيئة

تهدف هذه المرحلة إلى تهيئة الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون ذكر لأيٍّ من أفكاره، وتوجد في هذا الدليل مقترحات تعين على تقديم التهيئة بنجاح في بند (التهيئة). قد يحوي هذا البند نشاطاً مبنياً على معرفة الطلبة السابقة؛ لذا يُمكن أثناء هذه المرحلة رصد بعض الأخطاء المفاهيمية وتصحيحها قبل بدء الدرس.

2 الاستكشاف

تهدف هذه المرحلة إلى إثارة فضول الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون تقديم معلومات جاهزة لهم؛ إذ يتعيّن عليك في هذه المرحلة أداء دور تيسير التعلّم، وذلك بتوجيه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف) من كتاب الطالب، ومنحهم وقتاً كافياً لدراستها والتفكير فيها، ثم الطلب إليهم الإجابة عن الأسئلة المقترحة في بند (الاستكشاف) من هذا الدليل. ليس شرطاً أن يتمكّن الطلبة من الإجابة عن هذه الأسئلة بصورة صحيحة؛ لذا يتعيّن عليك تقبّل الإجابات، ثم النظر فيها لاحقاً بعد انتهاء الدرس، والتحقّق من صحتها، علماً بأنّ تمارين بعض الدروس تُحيل الطلبة إلى المسألة في بند (أستكشف)؛ لحلّها في نهاية الدرس.

من المُتوقَّع أن تُؤدي مرحلة (الاستكشاف) إلى حدوث حالة من عدم التوازن في المفاهيم لدى الطلبة، فتبدأ مرحلة (التعلّم) في إعادة التوازن لديهم؛ للتمكّن من تكوين خبرات مشتركة مُحدّدة تساعد على إدراك المفاهيم، وإتقان العمليات والمهارات. تستغرق هذه المرحلة كثيراً من وقت الدرس؛ فهي تشمل تقديم فقرات الشرح، وأمثلة الدرس جميعها؛ لذا يتعيّن الاستعانة بالإرشادات الواردة في بند (التدريس) من هذا الدليل؛ للتمكّن من تنفيذ هذه المرحلة المهمة بنجاح.



3 التدريس

4 التدريب

في هذه المرحلة، يتدرَّب الطلبة على أنواع مختلفة من المسائل المجرَّدة والمسائل الحياتية في بند (أندرب وأحل المسائل) وبند (مهارات التفكير العليا) داخل الغرفة الصفية؛ لترسيخ المفاهيم الجديدة، وزيادة الطلاقة الإجرائية لديهم. قد يُكمِل الطلبة هذه المرحلة في المنزل، وكذلك التدريبات والمسائل الواردة في الصفحة المُقابِلة للدرس في كتاب التمارين.

4 التدريب

أندرب وأحل المسائل:

- أرتب الطلبة إلى بند (أندرب وأحل المسائل)، تمَّ أطلب إليهم حلُّ المسائل (1 - 25) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية. هذه المسائل تحدياً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأبنة الدرس، وهي تُستعمل خصيصاً لتدريب الطلبة على المفاهيم، بعرض النظر عنها إذا كانت الأخطاء تفرجة أم زوئية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلِّ أيِّ مسألة، فأنشأ اختار أحد الطلبة مشرِّحاً لتكلموا من حلِّ المسألة، المناقشة استرجاعية في حلِّ المسألة على اللوح، وأسفر الطلبة على توجيه أيِّ تساؤل عن خطوات الحلِّ المُقدَّمة من زميل / الزميلة.

إرشاد: أُنشئت المسألة إلى مسابقتي المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)؛ ليس لها من أهمية قسي إزاء معلوماتها، وتعتبر تقويم العام.

توزيع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوق الاستدري دون المتوسط صعوبة في حلِّ أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)، وأنشأ أطلب منهم مع طالب آخر حالة أخرى من ذوق الاستدري المتوسط أو مع أحد الطلبة المشرِّحين؛ يُشاركون في حلِّ الأسئلة.

إرشاد: قد يختلف تصنيف الطلبة من درس إلى آخر تبعاً لأدائهم، فمثلاً، قد يكونون أداء أحد الطلبة دون المتوسط في درس، وفوق المتوسط في درس آخر.

5 الإثراء

البحث عن المسائل:

اطلب إلى الطلبة حلُّ السؤال الإثرائي الآتي:

فسي ما يأتي مجموعة من الطاقات المستعملة في إحدى الألعاب، يكتب عليها معادلات ومعينات:

$x > 0$ $x < 2$ $x \geq 4$ $x \leq 6$ $x = 8$ $x = 10$

تستمر اللعبة على اللاعبين حلُّ الطاقات جيداً، ووضعها مقاربة إلى الأسفل، ثمَّ تُفتح الطاقات واحدة تلو الأخرى، وترجمها في صفت واحد، وتكتب النقاط في اللعبة وفقاً لآتي:

- إذا أُعيد أيُّ عدد مشترك بين الجانبين على طاقتين فستُحسب نقطة، أما إذا لم يكن بينهما عدد مشترك فستُحسب نقطة، ثمَّ تُحسب المجموع الكلي للنقاط في نهاية كلِّ مستوى، في ترتيب الطاقات أدناه، الأجدل أن لا توجد أعداد مشتركة بين المعادلة $x = 6$ وبين المعادلة $x < 3$ ؛ لذا تُحسب نقطة ويكون الرصيد -1.

1 اوضح لماذا يكون المجموع الكلي للنقاط في ترتيب الطاقات أدناه:

2 أجد مجموع النقاط الكلي للنقاط في الترتيب الآتي:

$x > 0$ $x < 2$ $x \geq 4$ $x \leq 6$ $x = 8$ $x = 10$

3 أرتب الطاقات بحيث يكون المجموع الكلي للنقاط 4.

4 اشرح ما دخل الغرفة الصفية.

5 الإثراء

البحث عن المسائل:

اطلب إلى الطلبة حلُّ السؤال الإثرائي الآتي:

فسي ما يأتي مجموعة من الطاقات المستعملة في إحدى الألعاب، يكتب عليها معادلات ومعينات:

$x > 0$ $x < 2$ $x \geq 4$ $x \leq 6$ $x = 8$ $x = 10$

تستمر اللعبة على اللاعبين حلُّ الطاقات جيداً، ووضعها مقاربة إلى الأسفل، ثمَّ تُفتح الطاقات واحدة تلو الأخرى، وترجمها في صفت واحد، وتكتب النقاط في اللعبة وفقاً لآتي:

- إذا أُعيد أيُّ عدد مشترك بين الجانبين على طاقتين فستُحسب نقطة، أما إذا لم يكن بينهما عدد مشترك فستُحسب نقطة، ثمَّ تُحسب المجموع الكلي للنقاط في نهاية كلِّ مستوى، في ترتيب الطاقات أدناه، الأجدل أن لا توجد أعداد مشتركة بين المعادلة $x = 6$ وبين المعادلة $x < 3$ ؛ لذا تُحسب نقطة ويكون الرصيد -1.

1 اوضح لماذا يكون المجموع الكلي للنقاط في ترتيب الطاقات أدناه:

2 أجد مجموع النقاط الكلي للنقاط في الترتيب الآتي:

$x > 0$ $x < 2$ $x \geq 4$ $x \leq 6$ $x = 8$ $x = 10$

3 أرتب الطاقات بحيث يكون المجموع الكلي للنقاط 4.

4 اشرح ما دخل الغرفة الصفية.

الواجب المنزلي:

استعن بالجدول الآتي لتحديد الأرباح للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأرباح
كتاب الطالب: 27	(1 - 3)، (5 - 7)، (11 - 13)، (17 - 19)
كتاب التمارين: 17	(20 - 28)
كتاب الطالب: (29 - 30)	(14 - 16)، (18 - 20)، (24 - 26)
كتاب التمارين: (31 - 32)	(27 - 30)
كتاب الطالب: (33 - 34)	10، 14، 16، 19، 20، 23

5 الإثراء

تُعَدُّ توسعة المفاهيم والعمليات والمهارات الهدف الأساس لهذه المرحلة، ويتمثل ذلك في إشراك الطلبة في مهام تتضمن مفاهيم وعمليات أوسع وأكثر عمقاً. تُوفَّر مناهج الرياضيات المُطوَّرة مصادر عدَّة لإثراء الطلبة ذوي المستوى فوق المُتوسِّط، منها بند الإثراء في هذا الدليل، الذي يحوي مسألة، أو نشاطاً صفيّاً، أو نشاطاً حاسوبياً، إضافةً إلى مشروع الوحدة الذي يثري معرفة الطلبة بموضوعات الوحدة.

نشاط التكنولوجيا

أظهر الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيُستعمله جميع مساح التمرين في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها، لتعريف مهاراتهم الإبداعية في تحديد التناهي من تمثيلها على خطِّ الأعداد.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- اطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-4) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أرتب الطلبة إلى بند (الكتاب)، لتأخذ من فهمهم موضوع الدرس، ثمَّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوق الاستدري المتوسط أو ذوق المتوسط أداء الفقرات التي كتبوها للأجابة عن السؤال.
- أنا لأم الأوامر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال لهم مثل:

- عُثر ليلى أقل من 13 سنة. $x < 13$
- عُثر أحمد 6 سنوات على الأقل. $y > 6$
- طول ريم لا يزيد على 160 cm. $z \leq 160$

6 الختام

هي المرحلة الأخيرة من مراحل تقديم الدرس، وتهدف إلى تجميع الأفكار المختلفة التي تضمَّنها الدرس، ثم عرضها بصورة مترابطة، فضلاً عن اشتغالها على مقترحات تساعد على تقديم هذه المرحلة بنجاح.

أنواع التقويم وأدواته:

2

التقويم جزء لا يتجزأ من عملية التعلُّم؛ فهو يُؤاكَب جميع خطواتها، ويضمن استمرارها وصولاً إلى تحقيق الهدف. يُعرِّف التقويم بأنَّه عملية تُستعمل فيها معلومات من مصادر مُتعدِّدة للوصول إلى حكم عن تحصيل الطلبة الدراسي. وقد أبرزت مناهج الرياضيات المُطوَّرة ثلاثة أنواع مختلفة من التقويم، هي: **التقويم القبلي، والتقويم التكويني، والتقويم الختامي.**

أ التقويم القبلي:

يهدف هذا النوع من التقويم إلى تحديد مدى امتلاك الطلبة المعرفة السابقة اللازمة لدراسة الموضوع الجديد؛ ما يساعد على تحديد ما يلزم الطلبة من معالجات تتمثل في مصادر التعلُّم الإضافية. تحتوي مناهج الرياضيات المُطوَّرة على أداة تقويم قبلي في بداية كل وحدة، وهي موجودة في كتاب التمارين بعنوان (أستعد لدراسة الوحدة).

الوحدة 5
المتباينات الخطية
استعد لدراسة الوحدة

اختر معلوماتي بحل التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأمُّني من الإجابة، أستعين بالنماذج المعطى.

تحديداً إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلًا للمعادلة (الدرج 1)
أثبت إذا كانت قيمة المتغير المعطاة تمثل حلًا للمعادلة أم لا في كل مناهج:

1 $a + 6 = 17, (a = 9)$ 2 $4y = 56, (y = 14)$
3 $\frac{q}{2} = -14, (q = -28)$ 4 $35 = -7n, (n = -3)$
5 $5s + 8 = 19, (s = 2)$ 6 $-2x + 10 = 14, (x = -2)$

مثال: أثبت إذا كانت قيمة المتغير المعطاة تمثل حلًا للمعادلة أم لا:

a) $2x + 1 = 11, (x = 6)$
المادة المعطاة: $2x + 1 = 11$
أعزض عن x بالعدد 6
أنتج الأرويات المحتملة، فأعزب أولاً
أجمع
العبارة غير صحيحة؛ إذ $(x = 6)$ ليست حلًا للمعادلة.

b) $3 + 2m = 1, (m = -1)$
المادة المعطاة: $3 + 2m = 1$
أعزض عن m بالعدد -1
أنتج الأرويات المحتملة، فأعزب أولاً
أجمع
العبارة صحيحة؛ إذ $(m = -1)$ تمثل حلًا للمعادلة.

6

ب التقويم التكويني:

يحدث هذا النوع من التقويم أثناء عملية التدريس، ويهدف إلى متابعة تعلُّم الطلبة أولاً بأول، والتأكد أنَّ العملية التعليمية التعلُّمية تسير في اتجاه تحقيق أهدافها المنشودة، وأنَّه لا يوجد انحراف عن مسارها؛ ما يساعد على اتخاذ القرارات الصحيحة، مثل: الاستمرار في عملية التدريس، أو التعديل عليها، أو النظر فيها من جديد. أمَّا أبرز أدوات التقويم التكويني فهي: الأسئلة الشفوية، والملاحظات غير الرسمية، والاختبارات القصيرة.

تحتوي مناهج الرياضيات المُطوَّرة على أدوات للتقويم التكويني في كل درس، تتمثل في مسائل بند (أتحقق من فهمي) التي تلي كل مثال.

أتحقق من فهمي:

1 رياضة: يجب ألا يقل طول لاعب كرة السلة المحترف عن 170 cm
2 سيارات: يتسع خزَّان الوقود في السيارات الصغيرة 60 L على الأكثر.

حل المسألة (solution of an inequality) هو أي عدد يجعل المتباينة صحيحة، لذا يمكن أن يكون للمتباينة أكثر من حل، ويمكن التحقق من أنَّ قيمة ما تمثل أحد حلول المتباينة يعرضها عن المتغير الذي تحتويه المتباينة.

مثال 3
أثبت ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كل مناهج:

1 $2x - 1 > 5, x = 4$
أثبت المتباينة: $2x - 1 > 5$
أعزض عن x بـ 4
أنتج
بما أنَّ $2x - 1 > 5$ صحيحة عند $x = 4$ ، فإنَّ العدد 4 يمثل أحد حلول المتباينة.

2 $6 - y < 6, y = -2$
أثبت المتباينة: $6 - y < 6$
أعزض عن y بـ -2
أنتج
بما أنَّ $6 - y < 6$ ليست صحيحة عند $y = -2$ ، فإنَّ العدد -2 لا يمثل حلًا للمتباينة.

3 $12 \leq 9 - 3a, a = -1$
أثبت المتباينة: $12 \leq 9 - 3a$
أعزض عن a بـ -1
أنتج
بما أنَّ $12 \leq 9 - 3a$ صحيحة عند $a = -1$ ، فإنَّ العدد -1 يمثل أحد حلول المتباينة.

10

أتحقق من فهمي:

3 رياضة: يجب ألا يقل طول لاعب كرة السلة المحترف عن 170 cm
4 سيارات: يتسع خزَّان الوقود في السيارات الصغيرة 60 L على الأكثر.

ج. التقويم الختامي:

يأتي هذا التقويم في نهاية عملية التدريس، أو في نهاية الوحدة الدراسية. وهو يساعد على تحديد مدى إتقان الطلبة للمفاهيم والمهارات التي قُدمت لهم.

تُوفّر المناهج المُطوّرة أداة للتقويم الختامي في كل وحدة، تتمثل في بند (اختبار نهاية الوحدة) الذي يحوي مسائل مُتنوّعة تشمل نتائج الوحدة كلها.

3 بعض استراتيجيات التعلّم:

أ التعلّم القائم على المشاريع.

يُعَدُّ التعلّم القائم على المشاريع أحد أساليب التعلّم الحديثة التي تجمع بين المعرفة والتطبيق؛ إذ يُمكن للطلبة دراسة معارف المناهج الدراسية الأساسية، ثم تطبيقها في حلّ مشكلات حقيقية، وصولاً إلى نتائج قابلة للتطبيق. تساعد هذه الطريقة الطلبة على تنمية قدراتهم ومهاراتهم؛ فهي تراعي الفروق الفردية بينهم، وتُنمّي لديهم الثقة بالنفس، وتُحفّزهم على الإبداع، والتواصل، والابتكار، وتحمل المسؤولية، وتُعدهم للحياة، وتحثهم على العمل والإنتاج.

ب التعلّم باستعمال التكنولوجيا.

تُسهم التكنولوجيا إسهامًا فاعلاً في تعلّم الرياضيات؛ فهي تُوفّر تمثيلات بصرية للمفاهيم الرياضية بصورة تفاعلية تزيد من رغبة الطلبة في التعلّم، وتساعد على استكشاف المفاهيم الجديدة. إنّ توافر الأدوات التكنولوجية يساعد الطلبة على التأمل والتحليل والتفكير بدلاً من إضاعة أوقاتهم في إجراء الحسابات الرتيبة.

تمنح أدلة المُعلّم في مناهج الرياضيات المُطوّرة فرصة توظيف عدد من البرمجيات التعليمية في تدريس الطلبة؛ سواء أكان ذلك في المدرسة، أم في المنزل.

اختبار نهاية الوحدة

اختر رمز الإجابة الصحيحة لتعلّ متباينتي:

1 المتباينة التي تمثل الجملة (مثلاً x مضاعفاً إلى 4 أقلّ من 7) هي:

2 التمثيل البياني الذي يمثل حلّ المتباينة:

3 أيّ الأعداد الآتية يعدّ أحد حلول المتباينة $15 - 6y \leq 9$ ؟

4 حلّ المتباينة $(6y < -\frac{3}{4})$ هو:

5 المتباينة $(-\frac{1}{2}y \geq -\frac{3}{2})$ تكافئ:

6 حلّ المتباينة $2(n+9) > 5n-12$ هو:

7 حلّ المتباينة $18 - 2x < 12$ هو:

8 أكّبت متباينة تمثّل كلّ جملة متباينتي، ثمّ أحلّها: عدد ما مطروح منه 15 أقلّ من 7

9 جمع الثمنين إلى ناتج قسمة عدد على 6 - يُساوي 8 على الكثير.

10 مجموع عدد و 9 أقلّ من -1

11 حُصص عدد أقلّ من 10

12 أربعة أمثال عدد مضاعفاً إلى 8 أقلّ من 20

13 خمسة أمثال مجموع عدد مع 6 أكبر من 20

14 حلّ كلّ متباينة متباينتي، وأنتقل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ التحقّق من صحّته:

15 $x-5 < 6$

16 $x+4 \leq 7$

17 $r+5 > 3$

18 $p+12 \geq 2$

19 $2x-3 < 7$

20 $\frac{x}{2}+4 > 5$

21 $\frac{y}{5}+6 \leq 3$

22 $6 \geq 9-x$

23 $10-2x \leq 3$

24 $a) n > 6$

25 $b) n > 3$

26 $c) n > 10$

27 $d) n < 10$

28 $a) 2(x+4) < 7$

29 $b) 2x+4 > 7$

30 $c) 2x+4 < 7$

31 $d) 2x+4 \leq 7$

32 $a) x < 6$

33 $b) x < 15$

34 $c) x > 3$

35 $d) x < 3$

36 $a) x > 6$

37 $b) x < 6$

38 $c) x \leq 6$

39 $d) x \geq 6$

40 $a) -1$

41 $b) 1$

42 $c) 0$

43 $d) -2$

44 $a) y < -\frac{1}{8}$

45 $b) y > -\frac{1}{8}$

46 $c) y > -\frac{9}{2}$

47 $d) y > -\frac{2}{9}$

48 $a) y \leq \frac{3}{4}$

49 $b) y \leq \frac{1}{3}$

50 $c) y \leq -3$

51 $d) y \leq 3$

مشروع الوحدة: الأشجار سريعة النّمّو

أجدد متى يصبح طول الشجرتين في كلّ نظام معادلات كوّنته في الخطوة (2) متساويًا، وذلك بحلّ النظام بيانيًا وجبريًا باستعمال طريقي التعويض والحذف، وأبزر إجابتي.

استعملت برمجية جيوجيبرا لحلّ أنظمة المعادلات الخطيّة والتحقّق من صحّة الحلّ.

أعدّ مطويةً من 4 صفحات، أدرج في كلّ صفحة منها صورة لإحدى الأشجار الأروع ومعلومات عنها.

عرض النتائج:

أعرض المطوية أمام طلبة صفّي، مع توضيح المعادلات التي كوّنتها لأطوال الأشجار.

أطلب إلى زملائي / زميلاتي في المجموعات الأخرى حلّ أنظمة المعادلات التي كوّنتها، ثمّ أعرض لهم الحلّ الجبري والبياني.

استعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاصّ لكتابة معادلات خطيّة تمثّل نُموّ أشجار سريعة النّمّو، وتكون أنظمة معادلات بنها، وحلّها.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أبحث في شبكة الإنترنت عن 4 أشجار سريعة النّمّو وأجد معدّل نُموّ كلّ منها، مع ضرورة الانتباه لوحيد وحدات الزمن، ووحدات الطول للأشجار جميعها.

2 أكتب أربع معادلات خطيّة لأطوال الأشجار الأروع بالنسبة للزمن معتمداً على معدّل النّمّو وفق الشروط الآتية:

- أفترض طولاً أوّلياً للشجرتين ذاتيّ معدّل النّمّو الأقلّ على أنّ يكون أكثر من $2m$
- أفترض طولاً أوّلياً للشجرتين ذاتيّ معدّل النّمّو الأعلى على أنّ يكون أقلّ من $1m$

نشاط التكنولوجيا

أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها، إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بتمثيل نظام المعادلات الخطيّة بيانيًا، ويتلقون التغذية الراجعة المباشرة.



تمثيل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا

يُمكن استعمال برمجية جيوجيبرا لحلّ معادلات خطيّة مكونة من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانيًا في المستوى الإحداثي.

نشاط

حلّ نظام المعادلات الآتي بيانيًا باستعمال برمجية جيوجيبرا.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

1 الخطوة: أدخل في شريط الإدخال المعادلة الأولى: $4x + 3y = 18$ ، ثمّ أضغط **Enter**.

2 الخطوة: أدخل في شريط الإدخال المعادلة الثانية: $2x - 3y = 0$ ، ثمّ أضغط **Enter**.

3 الخطوة: احتسّز أيقونة **Intersect** من شريط الأدوات، ثمّ انقر على المستقيمتين، والاحظّ ظهور نقطة تقاطع المستقيمتين في المستوى الإحداثي، وإحداثياتها في شريط الإدخال.

إذن، حلّ النظام هو $(3, 2)$.

ج. التعلُّم بالاستكشاف.

التعلُّم بالاستكشاف نموذج تعليمي يعمل فيه الطلبة على معالجة المعلومات، وتركيبها، وتحويلها، وصولاً إلى معلومات جديدة باستعمال نشاط مفاهيمي يتضمَّن عمليات الاستقراء، أو الاستنباط، أو أيّ طريقة أُخرى. يمتاز هذا النوع من التعلُّم بتحفيز الطلبة، وإثارة حماسهم، وزيادة دافعيتهم إلى التعلُّم، بما يُوفِّره لهم من تشويق أثناء اكتشافهم المعلومات باستعمال الأدوات التكنولوجية، أو المحسوسات، أو غير ذلك.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوَّرة الطلبة فرصة لتطبيق هذا النموذج؛ فهي تحوي أنشطة مفاهيمية خاصة تسبق بعض الدروس.



4 مهارات التفكير العليا:

تهدف **مهارات التفكير العليا** إلى تحديِّ قدرات الطلبة في مجال التفسير، والتحليل، ومعالجة المعلومات؛ لذا، فهي تُنمِّي قدراتهم على التأمل، والتفكير، والاستقصاء، واكتشاف العلاقات.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوَّرة الطلبة فرصة لتطوير مهارات التفكير العليا في كل درس، بطرحها مسائل مرتبطة بنتائج الدرس؛ إذ يحوي بند (مهارات التفكير العليا) عددًا من المسائل ضمن العناوين الآتية:

تبرير: يتطلَّب حلُّ هذه المسائل تبرير خطوات الحلِّ جميعها.

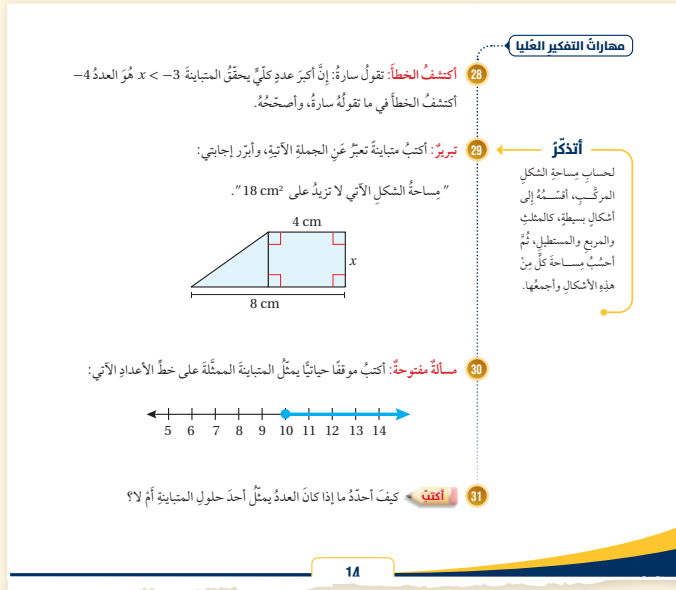
تحديُّ: تتضمن هذه المسائل أفكارًا غير مألوفة تُمثِّل تحديًا للطلبة.

مسألة مفتوحة: يوجد لهذه المسألة عدد من الحلول الصحيحة، وليس حلًّا واحدًا فقط.

اكتشف الخطأ: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحديد الخطأ في إجابة معطاة؛ ما يُحتمُّ عليهم إدراك مفاهيم الدرس بصورة عميقة.

أيُّها مختلف: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحليل عدد من الخيارات المعطاة، ثم تحديد خيار واحد فقط مختلف عن البقية.

ما السؤال: يُعطى الطلبة في هذا النوع من المسائل إجابة لمسألة ما، ثم يُطلَب إليهم كتابة هذه المسألة.

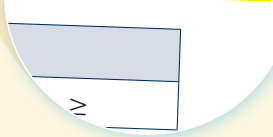


5 تعزيز لغة الرياضيات وإثرائها:

5

تُعَدُّ المصطلحات إحدى ركائز تعلُّم الرياضيات؛ فهي الوعاء الذي يحمل المعاني الرياضية، وينقلها بين المسائل والسياقات المختلفة. ولهذا أبرزت مناهج الرياضيات المُطَوَّرَة المصطلحات الرياضية التي يتعرَّفها الطلبة أوَّل مرَّة، وميَّزتها بلون مختلف داخل نصوص الشرح، وأوردت مرادفاتها من اللغة الإنجليزية بهدف إثراء معرفة الطلبة.

المتباينة (inequality) جملة



الدرس 1 كتابة المتباينات وتمثيلها

استكشف
ترصد كاتيرا سرعة السيارات في أحد الشوارع، وتُرى تزايد سرعة على 90 km/h بعاقبة بمخالفته مرورية، ما الجملة الرياضية التي تعبر عن الحد الأقصى للسرعة المسموح بها في هذا الشارع؟

مفردات الدرس
المتباينة، وأصلها على خط الأعداد.
المصطلحات
المتباينة، حل المتباينة

المتباينة (inequality) جملة رياضية تقارن بين مقدارين، وتشمل أحد الرموز: $>$, $<$, \geq , \leq .

رمز	$>$	$<$	\geq	\leq
الكلمات	أكثر من يزيد على أكثر من	أقل من يقل عن أقل من	أكثر من أو يساوي أقل من أو يساوي أكثر من	أقل من أو يساوي أكثر من أو يساوي أقل من

مثال 1
اكتب متباينة تمثل كل جملة مما يأتي:

1 عدد أصغر من 15
المتغير: ليكن a يمثل العدد.
المتباينة: $a < 15$

2 عدد مطروح منه 4 أكبر من 120
المتغير: ليكن h يمثل العدد.
المتباينة: $h - 4 > 120$

3 كتلي أقل من أو يساوي 48 kg
المتغير: ليكن w يمثل كتلي.
المتباينة: $w \leq 48$

4 عدد طلبة صفي لا يقل عن 20
المتغير: ليكن n يمثل عدد طلبة صفي.
المتباينة: $n \geq 20$

8

6 الوصول إلى الطلبة كافة:

6

تراعي مناهج الرياضيات المُطَوَّرَة تكافؤ الفرص بين الطلبة، وخصوصية كلٍّ منهم (التمايز)، وتساعد على تجاوز العثرات، وتعزيز مناحي التفوق لديهم.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثل كسرًا أو عددًا كسريًا أو كسرًا عشريًا؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.

تحقق من فهمي:
سيارة: تريد نيك شراء سيارة لا يقل ثمنها عن 15000 JD، وقد وقَّعت 13500 JD. اكتب متباينة وأحلها، لأجد المبلغ المتبقّي عليها لشراء السيارة.

$x + 13500 \geq 15000$
 $x + 13500 - 13500 \geq 15000 - 13500$
 $x \geq 1500$

أدرب وأحل المسائل:
1 $n - 6 < -3$
2 $y - 11 \geq 0$
3 $h - 7.8 > -2.8$
4 $0 \leq n - 8$
5 $k - 4 \geq -5$
6 $s - \frac{2}{3} < 4$
7 $y + 5 < 11$
8 $-1 \geq 3 + b$
9 $8.1 < y + 6.1$
10 $2.4 \leq 6.4 + n$
11 $-8 \leq 8 + x$
12 $\frac{1}{4} + w > 3$

معلومة:
مشروبات البسبوس مُزّ الشهيبي الذي يدرّج منتجات الفراخ، وعاء يفضي أجزاء كسبوس بين مبيعاته؛ فتسحب على زيادة المبيعات، فكلما زادت مبيعاته زادت الأرباح.

تسويق: بخلف متدرب مبيعات إحدى شركات تصنيع الأدوية لتسويق 200 عِصَّة دواء على الأقل في أسبوع. إذا تمكَّن من تسويق 30 عِصَّة في اليوم الأول من الأسبوع، فاكتب متباينة وأحلها لأجد عدد العِصَّات التي يحتاج المتدرب إلى تسويقها في الأيام المتبقية من الأسبوع ليصل إلى هدفه.
 $y + 30 \geq 200, y \geq 170$

20

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثل كسرًا أو عددًا كسريًا أو كسرًا عشريًا؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.

مهارات التفكير العليا:

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائلين 21 و 22.
- أرصد آية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 22 (اكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بأنّه عند استعمال خاصية الجمع للمتباينات، يجب إضافة العدد نفسه إلى كلا طرفي المتباينة.

5 الإثراء:

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي: مثلت أطوال أضلاعه a, b, c ، أتين إمكانية رسم هذا المثلث في كل من الحالات الآتية:

إجابات (أدرب وأحل المسائل):

الوحدة 8
الأشكال ثلاثية الأبعاد
أستعدّ لدراسة الوحدة

نقطة 5 أجد مجموع المساحات.
أجد مجموع المساحات
أعرض وأجد الناتج

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= 9 + 18 + 27 = 54 \text{ cm}^2$$

محيط الدائرة ومساحتها (الدرس 2)
أجد محيط كل دائرة ومساحتها في كل من يأتي:

مثال: أجد محيط الدائرة المجاورة ومساحتها.
أولاً: أجد محيط الدائرة.
صيغة محيط الدائرة
أعرض $r = 5$ و $\pi \approx 3.14$
أجد الناتج
إذن، محيط الدائرة يساوي 31.4 تقريباً.
ثانياً: أجد مساحة الدائرة.

1 9 cm
2 8 cm
3 1.5 cm
4 5 cm

$c = 2\pi r$
 $\approx 2 \times 3.14 \times 5$
 ≈ 31.4

$r = 5$ و $\pi \approx 3.14$
أجد الناتج
إذن، محيط الدائرة يساوي 31.4 تقريباً.
ثانياً: أجد مساحة الدائرة.

أولاً: مصادر التعلّم المُيسّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي

أ صفحات (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين.

يشتمل كتاب التمارين على صفحات تحمل عنوان (أستعد لدراسة الوحدة)، وهي تساعد الطلبة على تذكّر ما درسوه في صف سابق أو صفين سابقين، وتحتوي فقرات يُعالج كلٌّ منها مفهومًا رياضياً مختلفاً، يرتبط بدرس مُحدّد في كتاب الطالب.

محيط الدائرة ومساحتها (الدرس 2)

ب أوراق العمل الداعمة

تهدف أوراق العمل الداعمة إلى معالجة المفاهيم الرياضية البسيطة التي تُعدّ أساساً للتعلّم الحالي، علماً بأنّ الطلبة درسوها في صفوف بعيدة زمنياً عن صفهم الآن.

بيّنت أوراق العمل الداعمة بطريقة مُشابهة لصفحات (أستعد لدراسة الوحدة)؛ تسهياً على كلٍّ من المُعلّمين/ المُعلّمات والطلبة؛ الذين اعتادوا هذا النمط.

ج دليل المعلم

يقدم دليل المعلم في مبحث الرياضيات إرشادات تفصيلية لإجراءات معالجة الفاقد التعليمي في الحصّة الصفّيّة بطريقة تضمن استمرار تدريس الكتاب المدرسي في كل حصّة؛ بوصفه مصدرًا أساسياً للتعلّم، مع الحرص على تمكين الطلبة جميعهم وبمختلف مستوياتهم من اللحاق بالتعلّم الحالي في أسرع وقت ممكن.



أمسح الرمز المجاور للحصول على نسخة إلكترونية من كتب أوراق العمل الداعمة.



ثانيًا: إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية

- يحدد المعلم/ المعلمة من كُتِبَ أوراق العمل الداعمة الفقرات المرتبطة بنتائج الدرس التي يُتَوَقَّع تحقيقها في الحصة القادمة، ويطلب إليهم جميعًا حلها واجبًا منزليًا بوصفه اختبارًا تشخيصيًا؛ لغايات تقييم الطلبة وتحديد مستوياتهم واحتياجاتهم.

- في الدقائق العشر الأولى من الحصة التالية، يتجول المعلم/ المعلمة بين الطلبة؛ لتحديد الفقرات التي أظهرت حاجتهم إلى التحسين فيها، ويشاركونهم بمناقشة الأمثلة المحولة في تلك الفقرات على اللوح، ثم يطلب إليهم حل التدريبات المرتبطة بتلك الأمثلة.

الوحدة 7

الأشكال ثنائية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

اختر معلوماتي بحلّ التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، استعن بالمثل المعطى.

إيجاد قياسات زوايا مجهولة باستعمال المستقيمتين المتوازيتين والقاطع (الدرس 1)

في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 9 = 75^\circ$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

- 1 $m\angle 7$
- 2 $m\angle 5$
- 3 $m\angle 6$
- 4 $m\angle 8$
- 5 $m\angle 11$
- 6 $m\angle 12$

مثال: في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 3 = 133^\circ$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $m\angle 5$
 $m\angle 5 = 133^\circ$ $\angle 5$ يتبادل $\angle 3$ داخليًا

b) $m\angle 7$
 $m\angle 7 = 133^\circ$ $\angle 7$ تعادل بالرأس $\angle 5$

c) $m\angle 2$
 $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$ زاويتان على مستقيمتين
 $m\angle 2 + 133^\circ = 180^\circ$ أعزّض $m\angle 3 = 133^\circ$
 $m\angle 2 = 47^\circ$ اطرح 133° من طرفي المعادلة

d) $m\angle 8$
 $m\angle 8 + m\angle 3 = 180^\circ$ زاويتان متحالفتان
 $m\angle 8 + 133^\circ = 180^\circ$ أعزّض $m\angle 3 = 133^\circ$
 $m\angle 8 = 47^\circ$ اطرح 133° من طرفي المعادلة

21

- بعد ذلك يوجّه المعلم/ المعلمة الطلبة جميعهم إلى الفقرات المرتبطة بنتائج الدرس التي يُتَوَقَّع تحقيقها في الحصة الحالية من صفحات (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين، ثم حلّ تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية، تحت إشرافه وبمتابعته الحثيثة.

- يتجول المعلم/ المعلمة بين الطلبة لمتابعهم في أثناء الحلّ، وفي حال واجهتهم صعوبة في الحلّ يتم توجيههم إلى الاسترشاد بالمثل المعطى. وإذا أنهى الطلبة ذوو المستويين المتوسط وفوق المتوسط الحلّ، يُطلب إليهم مساعدة زملائهم/ زميلاتهم من ذوي المستوى دون المتوسط؛ تجسيدًا لأسلوب التعلّم بالأقران.

الوحدة 9

الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

اختر معلوماتي بحلّ التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، استعن بالمثل المعطى.

القيمة المتوسطة (الدرس 1)

أخذ القيمة المتوسطة في كل مجموعة بيانات يتما يأتي، وأصنّف أثرها في الوسط الحسابي:

- 1 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100
- 2 -15, 13, -7, -9, -11, -13, -14, -14
- 3 1.2, 2.3, -0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2

أشهاد: بين الجدول المجاور أطوال بعض الأشجار بالمتر.

أطول الأشجار			
2.19	3.82	1.85	0.9
2.1	1.98	1.95	2.2

أخذ القيمة المتوسطة في كل مجموعة بيانات يتما يأتي، وأصنّف أثرها في الوسط الحسابي:

a) 93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99

القيمة 43 أصغر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسخبها نحوها (الأسفل) بحيث تصح أقل من معظم القيم.

b) $8\frac{1}{2}$, $6\frac{5}{8}$, $3\frac{1}{8}$, $5\frac{3}{4}$, $6\frac{5}{8}$, $5\frac{5}{8}$, $19\frac{1}{2}$, $4\frac{7}{8}$

القيمة $19\frac{1}{2}$ أكبر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسخبها نحوها (الأعلى) بحيث تصح أعلى من معظم القيم.

43

استراتيجيات تدريس إضافية

عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، تساعد مناهج الرياضيات المُطوَّرة على تطبيق أحدث استراتيجيات التدريس، بما تحويه من عناصر مُنظمة في كتاب الطالب، ومقترحات، وإرشادات مناسبة للتدريس في هذا الدليل، علماً بأنَّ مسألة تطبيقها متروكة لك؛ إذ يُمكن لك اختيار طرائق التدريس المناسبة داخل الغرفة الصفية؛ فأنت أكثر علماً بأحوال الغرفة الصفية، والوسائل والتجهيزات المتوفرة في المدرسة. في ما يأتي بعض استراتيجيات التدريس الإضافية التي قد تساعد على تقديم الدروس:

التعلُّم المقلوب (Flipped Learning):

تُسهِّم هذه الاستراتيجية في تعزيز مهارات التعلُّم الذاتي، واستثمار وقت الحصة الصفية بفاعلية، والتركيز على المحتوى والمفاهيم العلمية بصورة مكثَّفة. وهي تتيح للمُعلِّم/ للمُعلِّمة إعداد الدروس، وإطلاع الطلبة عليها مُقدِّماً باستعمال التقنيات الحديثة وشبكة الإنترنت؛ إذ يُمكن بها إرسال ما هو مطلوب إلى الطلبة من مقاطع مرئية (فيديو)، وملفات صوتية، وغير ذلك من الوسائل، ثم الطلب إليهم الاطلاع عليها في المنزل قبل وقت كافٍ من عرضها في غرفة الصف، عن طريق الوسائل المتوفرة لديهم، مثل: جهاز الحاسوب، والهاتف المحمول، والجهاز اللوحي. ومن ثمَّ، يتعيَّن على المُعلِّم/ المُعلِّمة إعداد أنشطة مُتنوِّعة لتنفيذها في اللقاء الصفّي؛ تطبيقاً للمفاهيم التي اكتسبها الطلبة، ومناقشة المحتوى العام للدرس. وتشمل هذه الأنشطة التعلُّم النشط، والاستقصاء، والتجريب، وحلّ المسائل الرياضية؛ ما يُعزِّز مهارات العمل بروح الفريق، ويساعد على تقييم عملية التعلُّم.

بطاقة الخروج (Exit Ticket):

أسلوب يتضمَّن مهمة قصيرة يُنفِّذها الطلبة في مرحلة ختام الدرس. وفيه يجيب الطلبة عن أسئلة قصيرة مُحدَّدة مكتوبة في بطاقات صغيرة. بعد ذلك يتعيَّن على المُعلِّم/ المُعلِّمة جمع البطاقات لقراءة الإجابات، ثم التعليق عليها في الحصة التالية، في ما يُمثِّل تغذية راجعة يُستند إليها في الحصة اللاحقة.

رفع اليد (إشارة الصمت) (Hand Up):

أسلوب يُستعمل لإدارة الصف. وفيه يتعيَّن على المُعلِّم/ المُعلِّمة رفع اليد، فيستجيب الطلبة برفع أيديهم، وإنهاء مناقشتهم فوراً. تُعدُّ هذه الاستراتيجية طريقة فاعلة وسريعة للفت انتباه الطلبة، ويُمكن استخدامها في بداية الحصة، أو للإعلان عن انتهاء النشاط. تجدر الإشارة إلى أنَّ رفع اليد يجب أن يُقابَل باستجابات ثلاث: رفع جميع الطلبة أيديهم من دون استثناء، والتزامهم الصمت التام، والإصغاء.

الرؤوس المُرقَّمة (Numbered Heads):

أسلوب يُستعمل لإدارة الصف، وتوزيع المسؤوليات. وهو يهدف إلى إبقاء الطلبة في وضع استعداد دائم، عن طريق الاختيار العشوائي لمشاركاتهم وإجاباتهم عن الأسئلة. ففي العمل الجماعي يكون لكل فرد في المجموعة رقم خاص، وعند طلب المُعلِّم/ المُعلِّمة الحصول على إجابة سؤال بصورة عشوائية، يختار الفرد رقمًا من دون أن يعرف زميله/ زميلتها، فيجيب من يقع عليه/ عليها الاختيار عن السؤال، وقد يتم ذلك بمساعدة أفراد المجموعة.

أنا أفكر، نحن نُفكر (I Think, We Think):

أسلوب يُستعمل لتطوير تفكير الطلبة ضمن مجموعات. وفيه تُعدُّ كل مجموعة ورقة تتضمَّن جدولاً من عمودين؛ عنوان الأوَّل: (أنا أفكر)، وعنوان الثاني: (نحن نُفكر). ثم يُمكن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة طرح سؤال يجيب عنه الطلبة بصورة فردية في العمود الأوَّل، ثم يُناقش الطلبة إجاباتهم للاتفاق على إجابة واحدة تُكتَب في العمود الثاني، ويُمكن تغيير الورقة عند الحاجة. يساعد هذا الأسلوب الطلبة على التفكير في الموضوع، وتأمل التغيير في تفكيرهم نتيجة التحدُّث إلى الآخرين.

الألواح الصغيرة (Small Boards):

أسلوب يُستعمل للتقويم. وفيه يُمسك كل طالب/ طالبة بلوح صغير (يُمكن أن يُصنَع من قطعة كرتون مقوَّى، أو قطعة خشب صغيرة يُكتَب عليها بالطباشير، أو قطعة كرتون عليها لاصق شفاف يُكتَب عليها بقلم اللوح الأبيض)، ثم يُمكن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة طرح سؤال يجيب عنه الطلبة بالكتابة على اللوح، ثم رفعه إلى أعلى؛ للتمكُّن من مشاهدة الإجابات بسهولة. يُسهِّم هذا الأسلوب في زيادة مشاركة الطلبة؛ لأنَّهم يجيبون جميعاً في الوقت نفسه من دون إحداث فوضى، ويُسهِّم أيضاً في التقويم التكويني؛ إذ يُمكن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة ملاحظة نسبة إجابات الطلبة الصحيحة.

المتباينات الخطية

الوحدة
5



مخطط الوحدة



عدد الحصص	الأدوات اللازمة	المصطلحات	النتائج	اسم الدرس
1	<ul style="list-style-type: none"> ورقة المصادر 1 ورقة المصادر 2 ورقة المصادر 3 			تهيئة الوحدة
3	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. ورقة المصادر 4 	<ul style="list-style-type: none"> المتباينة. حلّ المتباينة. 	<ul style="list-style-type: none"> تعرف المتباينات. التعبير عن جملة لفظية بمتباينة. تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد. 	الدرس 1: كتابة المتباينات وتمثيلها
4	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. 	<ul style="list-style-type: none"> متباينة مكافئة. 	<ul style="list-style-type: none"> تمثيل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد. 	الدرس 2: حلّ المتباينات بالجمع والطرح
1	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. 		<ul style="list-style-type: none"> حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد. 	الدرس 3: حلّ المتباينات بالضرب والقسمة
3	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. ورقة المصادر 5 		<ul style="list-style-type: none"> حلّ المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد. 	الدرس 4: حلّ المتباينات متعددة الخطوات
1 (حصّة واحدة لعرض النتائج)				عرض نتائج مشروع الوحدة
1	<ul style="list-style-type: none"> جهاز حاسوب. شبكة الإنترنت. 			اختبار نهاية الوحدة
14 حصّة				المجموع

الوحدة 5

المتباينات الخطية

ما أهمية هذه الوحدة؟

للمتباينات أهمية كبيرة في حياتنا اليومية، ويمكن عن طريقها التعبير عن الحد الأقصى والأدنى لكثير من المواقف، فمثلاً تحدد إدارة السير الحد الأقصى للسرعة المسموح بها على الطرق؛ للحد من الحوادث المرورية، وتقليل الأثر البيئي لحركة المرور من ضوضاء السيارات والانبعاثات.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرف الطلبة في هذه الوحدة المتباينات الخطية بمتغير واحد، وسيتعلمون تمثيلها على خط الأعداد.

وسيتعلم الطلبة أيضاً حل المتباينات الخطية بمتغير واحد باستعمال خصائص الجمع والطرح، إضافة إلى حلها باستعمال خصائص الضرب والقسمة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرف الطلبة في هذه الوحدة كيفية حل المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- تعرف مفهوم المتباينة.
- حل متباينات خطية بمتغير واحد بخطوة واحدة، وتمثيل حلها على خط الأعداد.
- حل متباينة خطية بمتغير واحد بأكثر من خطوة، وتمثيل حلها على خط الأعداد.

تعلمت سابقاً:

- ✓ المقارنة بين الأعداد الحقيقية، وترتيب مجموعة منها تنازلياً أو تصاعدياً.
- ✓ تعيين قيم على خط الأعداد، واستعماله في إجراء عمليات حسابية عليها.
- ✓ حل معادلات خطية بمتغير واحد.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حل معادلات خطية بمتغير واحد من خطوتين تحتوي على الأقل متغيرات في طرفيها.
- التعبير عن مواقف حياتية بمعادلات يتطلب حلها خطوتين، وحلها بأكثر من طريقة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.

الصف الثامن

- تعرف المتباينات.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل المتباينات على خط الأعداد.
- حل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحل على خط الأعداد.
- حل متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.
- حل المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.

الصف التاسع

- حل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و) أو (أو)، وتمثيل مجموعة حلها على خط الأعداد.
- التعبير عن المتباينات المركبة باستعمال الفترات.
- حل متباينات القيمة المطلقة.
- تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلّمه الطلبة عن المتباينات وحلّها، في إيجاد درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صلبة أو سائلة أو في حالة غليان.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كلّ درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أيبّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أيبّن للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كلّ مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكّر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حلّ المشكلات.



مشروع الوحدة: درجات الغليان والانصهار

- 4 أضيفُ عمودًا إلى الجدول؛ لأكتبَ فيه متبايناتٍ تمثل درجات الحرارة التي تكونُ عندها المادةُ سائلةً.
- 5 أستعملُ المعادلةَ $C = \frac{5(F-32)}{9}$ لكتابةِ المتبايناتِ التي في الجدولِ باستعمالِ درجات الحرارة الفهرنهايتية، حيثُ C تمثلُ درجة الحرارة بالسليسيوس و F تمثلُ درجة الحرارة بالفهرنهايت، ثمَّ أحلُّ هذه المتبايناتِ وأمثلُها على خطِّ الأعدادِ.

خطوات تنفيذ المشروع:

- 1 أبحثُ في شبكة الإنترنت عن درجات انصهار مجموعةٍ من الموادِ ضمنَ الشروطِ الآتية:
- مادةٌ درجة انصهارها سالبةٌ.
 - مادّتان درجتا انصهارهما أكثرُ من 100°C وأقلُّ من 2000°C .
 - مادّتان درجتا انصهارهما أكثرُ من 2000°C .

- 2 أنشئُ جدولًا أكتبُ فيه أسماءَ الموادِ ودرجات انصهارِ كلّ منها بالسليسيوس.



اسمُ المادةِ	درجةُ الانصهارِ $^{\circ}\text{C}$

عرض النتائج:

- 3 أضيفُ عمودًا إلى الجدول؛ لأكتبَ فيه متبايناتٍ تمثل درجات الحرارة التي تكونُ عندها المادةُ صلبةً.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	3	2	1
1	تحديد درجات الانصهار لمجموعة من المواد وفق الشروط المطلوبة.			
2	كتابة متباينات تمثل درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صلبة.			
3	كتابة متباينات تمثل درجات الحرارة التي تكون عندها المواد سائلة.			
4	كتابة المتباينات باستعمال درجات الحرارة الفهرنهايتية، ثم حلّها.			
5	التعاون والعمل بروح الفريق.			
6	إعداد المشروع في الوقت المُحدّد.			
7	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

- 1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتاج صحيح كامل.

هدف النشاط:

- تذكير الطلبة برموز المتباينة.
- تذكير الطلبة بمقارنة الأعداد الصحيحة.

خطوات العمل:

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أزوّد كل فرد في المجموعة بنسخة من ورقة المصادر 1: شبكة المتباينات، وورقة المصادر 2: بطاقات الأعداد (من 10- إلى 10).
- أطلب إلى المجموعات قصّ بطاقات الأعداد واخلطها جيداً، ووضعها أمامهم مقلوبة.
- أطلب إلى أحد فردي المجموعة سحب بطاقة من مجموعة بطاقات الأعداد، ووضعها في أحد مربعات الشبكة.
- أطلب إليه تكرار الخطوة السابقة حتى تمتلئ المربعات الأربعة في الشبكة بالأعداد.
- يكسب الفرد نقطة إذا كانت المتباينة الناتجة صحيحة.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار، ويكرّر الفرد الآخر ما فعله زميله/ زميلتها.
- يفوز من يحصل على 5 نقاط أولاً.

التكليف: إذا واجه الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في مقارنة الأعداد السالبة والموجبة، فيمكن تزويدهم بورقة المصادر 3: خط أعداد (من 20- إلى 20)، لمساعدتهم في عملية المقارنة.

توسعة: يمكن استعمال أعداد نسبية بدلاً من الأعداد الصحيحة في النشاط للطلبة المتميزين.

نتائج الدرس:

- تعرّف المتباينات.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- تحديد ما إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلًّا لمتباينة خطية بمتغير واحد.
- كتابة متباينة معطى تمثيلها على خطّ الأعداد.

نتائج التعلّم القبلي:

- التعبير عن جملة لفظية بمقدار جبري.
- إيجاد قيمة مقدار جبري عند قيمة معطاة.
- التعبير عن جملة لفظية بمعادلة.
- تحديد ما إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلًّا لمعادلة أم لا.
- تمثيل الأعداد الصحيحة على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوّز الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أوّز كلّ مجموعة بورقة المصادر 4: لعبة التعويض، ومشابك ورقية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات التوفيق بين بطاقة كلّ مقدار جبري وناتج تعويض قيمة x في هذا المقدار الجبري، ثمّ ربطهما بمشبك ورقي.

✓ **إرشاد:** أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيدًا.

أستكشف



ترصدُ كاميرا سرعة السيّارات في أحد الشوارع، ومنّ تزيدُ سرعتهُ على 90 km/h يعاقبُ بمخالفةٍ مروريةٍ، ما الجملةُ الرياضيةُ التي تعبّرُ عن الحدِّ الأقصى للسرعةِ المسموحِ بها في هذا الشارعِ؟

فكرة الدرس

أتعرّف المتباينة، وأمثلها على خطّ الأعداد.

المصطلحات

المتباينة، حلّ المتباينة

المتباينة (inequality) جملةٌ رياضيةٌ تقارنُ بينَ مقدارين، وتشملُ أحدَ الرموزِ $<$, $>$, \leq , \geq .

رموزُ المتباينات				
الرمزُ	$<$	$>$	\leq	\geq
بالكلمات	• أصغرُ من • يقلُّ عن • أقلُّ من	• أكبرُ من • يزيدُ على • أكثرُ من	• أصغرُ من أو يساوي • أقلُّ من أو يساوي • على الأكثر	• أكبرُ من أو يساوي • أكثرُ من أو يساوي • على الأقل • لا يقلُّ عن • لا يزيدُ على

مثال 1

أكتبُ متباينةً تمثلُ كلَّ جملةٍ مما يأتي:

2 عددٌ مطروحٌ منه 4 أكبرُ من 120

المتغيرُ: ليكن h يمثلُ العدد.

المتباينة: $h - 4 > 120$

4 عددُ طلبةٍ صفّي لا يقلُّ عن 20

المتغيرُ: ليكن n يمثلُ عددَ طلبةٍ صفّي.

المتباينة: $n \geq 20$

1 عددٌ أصغرُ من 15

المتغيرُ: ليكن a يمثلُ العدد.

المتباينة: $a < 15$

3 كتلتي أقلُّ من أو تساوي 48 kg

المتغيرُ: ليكن w يمثلُ كتلتي.

المتباينة: $w \leq 48$

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم:
« من شاهد منكم كاميرا مرورية؟ ستختلف إجابات الطلبة.»
- « ما الحدّ الأقصى للسرعة في الشارع الوارد في المسألة؟ 90 km/h »
- « ما السيارات التي ستعاقب بمخالفة مرورية؟ السيارات التي تزيد سرعتها على 90 km/h »
- « ما الجملة الرياضية التي تعبر عن الحدّ الأقصى للسرعة المسموح بها في هذا الشارع؟»
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
« ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟»
- « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟»
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول:
" لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مرّة أخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت من قدّم الإجابة الصحيحة.

مثال 1

- أوضّح للطلبة مفهوم المتباينة، وأوضّح لهم الرموز المستعملة في التعبير عن المتباينات، وأكتبها على اللوح.
- أوضّح للطلبة أن لكلّ رمز من رموز المتباينات دلالات لفظية، ثمّ أبيّن لهم هذه الدلالات، بالاستعانة بالجدول الوارد في كتاب الطالب، ثمّ أوضّح لهم أنّه يمكن تحويل الجمل اللفظية التي تحوي هذه الدلالات إلى متباينات.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأوضّح لهم أهمية تحديد المتغيّر الذي يمثّل المجهول في الجملة أولاً، ثمّ تحديد الدلالة اللفظية على رمز المتباينة؛ تمهيداً لكتابة المتباينة التي تمثّل الجملة.

! أخطاء شائعة:

قد يُخطئ بعض الطلبة عند التعبير بالرموز عن الدلالة اللفظية " لا يقلّ عن " بالاكتهاف بالرمز (<) وعدم إضافة إشارة المساواة إلى الرمز، وكذلك الأمر بالنسبة للدلالة اللفظية " لا يزيد على " فيعبّرون عنها بالرمز (>) من دون إضافة إشارة المساواة؛ لذا أناقش معهم مزيداً من الأمثلة على هاتين الدالتين.

✓ **إرشاد:** أطلب إلى الطلبة إعادة صياغة الجمل في المثال 1 بحيث يبقى لها المعنى الرياضي نفسه.

مثال: يمكن إعادة صياغة جملة: " عدد طلبة صفّي لا يقلّ عن 20"، إلى الجملة: " عدد طلبة صفّي أكبر من أو يساوي 20".

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أوّضح للطلبة أهمية المتباينات في الحياة العملية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة الفرع 1 من المثال 2، ثمّ أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي باستعمال جملة بسيطة، ثمّ أحدّد معهما المتغيّر في المسألة، وهو هنا: عمر المواطن، وأفترض أنّه x .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 2 المثال 2 على اللوح، باتباع الإجراءات نفسها التي نفّذتها في الفرع 1.
- إنّ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم مهارة التعبير عن موقف حياتي بمتباينة.

المفاهيم العابرة للمواد

أوكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي المثال 2، أعزز الوعي الوطني والسياسي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية التصويت في الانتخابات النيابية في تكوين حكومة ديمقراطية تستند إلى الإرادة الشعبية.

أتحقّق من فهمي:

- 5 عدد أكبر من 100 $x > 100$
- 6 عدد مضاف إليه 10 أقلّ من -36 $b + 10 < -36$
- 7 كتلة حقيقتي أكبر من أو تساوي 10 kg $a \geq 10$
- 8 عدد طلبة مدرستي لا يقلّ عن 200 طالب. $w \geq 200$

يمكن استعمال المتباينات للتعبير عن كثير من المواقف الحياتية.

مثال 2: من الحياة

أكتب المتباينة التي تمثل كلّ جملة ممّا يأتي:

- 1 **انتخاب:** يحقّ للمواطن الأردنيّ التصويت في الانتخابات النيابية الأردنية إذا كان عمره لا يقلّ عن 18 عامًا.

بالكلمات: عمر المواطن لا يقلّ عن 18

المتغيّر: ليكن x يمثل عمر المواطن.

المتباينة: $x \geq 18$



- 2 **طيران:** يُسمح لراكب الدرجة السياحية على متن الخطوط الجوية الملكية الأردنية في الرحلة بين عمّان وتونس حمل حقيبة واحدة لا تزيد كتلتها على 23 kg

بالكلمات: كتلة الحقيبة لا تزيد على 23

المتغيّر: ليكن y يمثل كتلة الحقيبة.

المتباينة: $y \leq 23$

✓ **أتتحقق من فهمي:**

3 **رياضة:** يجب ألا يقل طول لاعب كرة السلة المحترف عن 170 cm $b \geq 170$

4 **سيارات:** يتسع خزان الوقود في السيارات الصغيرة لـ 60 L على الأكثر. $d \leq 60$

حل المتباينة (solution of an inequality) هو أي عدد يجعل المتباينة صحيحة؛ لذا يمكن أن يكون للمتباينة أكثر من حل، ويمكنني التحقق من أن قيمة ما تمثل أحد حلول المتباينة بتعويضها عن المتغير الذي تحتويه المتباينة.

مثال 3

أبين ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كل مما يأتي:

1 $2x - 1 > 5, x = 4$

$2x - 1 > 5$	أكتب المتباينة
$2(4) - 1 \stackrel{?}{>} 5$	أعوّض عن x بـ 4
$7 > 5$ ✓	أبسط

بما أن، $2x - 1 > 5$ صحيحة عند $x = 4$ ، فإن العدد 4 يمثل أحد حلول المتباينة.

2 $6 - y < 6, y = -2$

$6 - y < 6$	أكتب المتباينة
$6 - (-2) \stackrel{?}{<} 6$	أعوّض عن y بـ -2
$8 \not< 6$ ✗	أبسط

بما أن، $6 - y < 6$ ليست صحيحة عند $y = -2$ ، فإن العدد -2 لا يمثل حلاً للمتباينة.

3 $12 \leq 9 - 3a, a = -1$

$12 \leq 9 - 3a$	أكتب المتباينة
$12 \stackrel{?}{\leq} 9 - 3(-1)$	أعوّض عن a بـ -1
$12 \leq 12$ ✓	أبسط

بما أن، $12 \leq 9 - 3a$ صحيحة عند $a = -1$ ، فإن العدد -1 يمثل أحد حلول المتباينة.

- أوجه للطلبة السؤالين الآتيين:
« ماذا يعني حل المتباينة؟ ستختلف إجابات الطلبة.
« برأيك، هل للمتباينة حل واحد؟ ستختلف إجابات الطلبة.

- أوضح للطلبة مفهوم حل المتباينة، وأوضح لهم أنه يمكن أن يكون للمتباينة أكثر من حل، وأبين لهم أنه يمكن التحقق إذا كانت قيمة عددية ما تمثل حلاً للمتباينة أم لا، بتعويضها بدلاً من المتغير في المتباينة.
- ناقش الطلبة في حل المثال 3 على اللوح، وأبين لهم أنه عند تعويض القيمة المعطاة في المتباينة، فإنه يمكن عد هذه القيمة أحد الحلول إذا حققت المتباينة، وإلا فإنها لا تعد حلاً للمتباينة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بظنهم أن العدد 8 مثلاً يعد حلاً للمتباينة $x < 8$ ؛ لذا أوضح لهم أن العدد الذي يمثل بداية قيم المتباينة لا يعد حلاً إلا إذا احتوت المتباينة على رمز المساواة.

الوحدة 5

✓ **أتتحقق من فهمي:**

4 $2s + 5 > 10, s = 3$

تمثل أحد حلول المتباينة.

5 $7 < 1 - 2d, d = 4$

لا تمثل حلًا للمتباينة.

6 $10 \geq 2 - 8k, k = -1$

تمثل أحد حلول المتباينة.

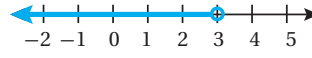
يصعب أحيانًا كتابة القيم جميعها التي تجعل المتباينة صحيحة؛ لذا يمكن تمثيل تلك القيم على خط الأعداد، ويكون ذلك بوضع دائرة مفتوحة (○) أو مغلقة (●) للدلالة على بداية القيم، ثم وضع سهم إلى اليمين أو اليسار؛ لإظهار اتجاه القيم. تُستعمل الدائرة المفتوحة إذا كان رمز المتباينة < أو >، وهذا يعني أن نقطة بداية القيم ليست ضمن حلول المتباينة، أما الدائرة المغلقة فستعمل إذا كان رمز المتباينة ≤ أو ≥، وهذا يعني أن نقطة بداية القيم ضمن حلول المتباينة.

مثال 4

أمثل كل متباينة مما يأتي على خط الأعداد:

1 $x < 3$

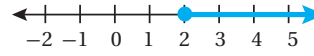
الدائرة المفتوحة تعني أن العدد 3 ليس ضمن حلول المتباينة.



أضع دائرة مفتوحة على العدد 3، ثم أرسم سهمًا باتجاه اليسار.

2 $y \geq 2$

الدائرة المغلقة تعني أن العدد 2 ضمن حلول المتباينة.



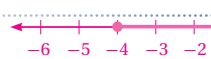
أضع دائرة مغلقة على العدد 2، ثم أرسم سهمًا باتجاه اليمين.

✓ **أتتحقق من فهمي:**

3 $a > 1$



4 $z \geq -4$



5 $n < -3$



مثال 4

- أوضح للطلبة صعوبة كتابة جميع حلول المتباينة، فقد يكون عدد الحلول لا نهائيًا، ويُستعاض عن ذلك بتمثيل الحلول على خط الأعداد.
- أيبّن للطلبة كيفية تمثيل متباينات مختلفة على خط الأعداد، عن طريق مناقشة حل المثال 4 على اللوح.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة تمثيل المتباينات على خط الأعداد.

مثال 5

• أوجه للطلبة السؤال الآتي:

- « تعلمنا في المثال السابق تمثيل المتباينة على خط الأعداد، ولكن كيف يمكن تحديد المتباينة الممثلة على خط الأعداد؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**

- أستمع لإجابات الطلبة، ثم أوضح لهم إمكانية تحديد المتباينة من تمثيلها على خط الأعداد، بتحديد نقطة بداية القيم وتحديد ما إذا كانت ضمن الحلول أم لا بملاحظة نوع الدائرة المعطاة، ثم تحديد اتجاه السهم، فإذا اتجه السهم يمينًا فإن الحلول تمثل الأعداد الأكبر من نقطة البداية، وإذا اتجه يسارًا فإن الحلول تمثل الأعداد التي تقل عن نقطة البداية.
- ناقش الطلبة في حل المثال 5 على اللوح.

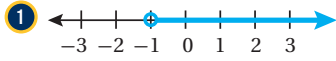
أُتدَرَّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدَرَّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 25) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

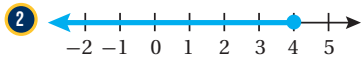
تعلّمت في المثال السابق تمثيل متباينة على خطّ الأعداد، ويمكنني أيضاً تحديد المتباينة من تمثيلها على خطّ الأعداد.

مثال 5

أكتب المتباينة الممثلة على خطّ الأعداد في كلّ مما يأتي:

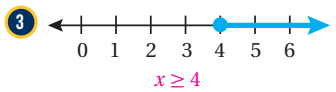


توجد دائرة مفتوحة عند العدد -1 واتّجاه السهم إلى اليمين، وهذا يدلّ على أنّ حلول المتباينة هي الأعداد الأكبر من -1 ، وباستعمال المتغير x فإنّ المتباينة هي: $x > -1$



توجد دائرة مغلقة عند العدد 4 واتّجاه السهم إلى اليسار، وهذا يدلّ على أنّ حلول المتباينة هي الأعداد الأقلّ من أو تساوي 4 ، وباستعمال المتغير k فإنّ المتباينة هي: $k \leq 4$

أتحقّق من فهمي:



أُتدَرَّب

وأحلّ المسائل

أكتب المتباينة التي تمثل كلّ جملة مما يأتي:

- 1 عدد لا يقلّ عن 6 $x \geq 6$
- 2 عمرُ حنين 7 سنواتٍ على الأكثر. $y \leq 7$
- 3 بعد 3 سنواتٍ من الآن يكونُ عمرُ ديمة 12 سنةً على الأقلّ. $k + 3 \geq 12$
- 4 طولُ هاشم أقلّ من 150 cm $d < 150$
- 5 أقصى ارتفاعٍ للسيارات التي تمرّ تحت هذا الجسر هو 5 m $b \leq 5$
- 6 عددٌ مطروح منه 5 أكبر من -8 $w - 5 > -8$
- 7 ثلاثة أمثال عددٍ مضافاً إليه 10 أقلّ من أو يساوي 7 $3y + 10 \leq 7$

إرشادات:

- في السؤال 28 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بمفهوم (العدد الكلي).
- في السؤال 29 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى الإرشاد الخاص بالسؤال لمساعدتهم في حلّ المسألة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (28 - 30).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الوحدة 5

8 **جامعات:** يحقُّ للطالب التقدم للالتحاق بكلية الصيدلية إذا كان معدُّه في امتحان الثانوية العامة لا يقلُّ عن 80% أكتب المتباينة التي تمثل هذه الجملة. $x \geq 80\%$



9 **علوم:** يبدأ الماء بالتحوُّل من الحالة السائلة إلى الحالة الصلبة عند درجة حرارة 0°C أو أقل. أكتب المتباينة التي تمثل هذه الجملة. $d \leq 0$

10 **صحة:** يحتاج جسم الإنسان إلى 1600 سُعرة حرارية يومياً على الأقل؛ ليقوم بوظائفه الحيوية. أكتب المتباينة التي تمثل هذه الجملة. $n \geq 1600$

أبين ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كلِّ مما يأتي:

11 $3x + 1 > 5, x = 2$

تمثل أحد حلول المتباينة.

13 $\frac{8-u}{2} \geq -9, u = -1$

تمثل أحد حلول المتباينة.

15 $5r \leq 35, r = 7$

تمثل أحد حلول المتباينة.

17 $-5 \div s < -1, s = 10$

لا تمثل حلًّا للمتباينة.

12 $4z + 3 < -6, z = 0$

لا تمثل حلًّا للمتباينة.

14 $18 - n > 4, n = 12$

تمثل أحد حلول المتباينة.

16 $\frac{3m}{6} - 2 > 3, m = 8$

لا تمثل حلًّا للمتباينة.

18 $17 > 2y, y = 7$

تمثل أحد حلول المتباينة.

أمثل كلَّ متباينة مما يأتي على خطِّ الأعداد:

19 $y > -4$



20 $h < 3$



21 $n \leq 11$

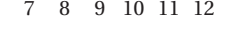


22 $t \geq 9$

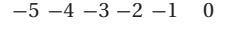


أكتب المتباينة الممثلة على خطِّ الأعداد في كلِّ مما يأتي:

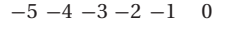
23 $x > 13$



24 $y < -1$



25 $b \geq -2$



13

معلومة

درجة التجمُّد هي الدرجة التي يصبح السائل عندها صلباً.

أتذكر

أتبع أولويات العمليات الحسابية بعد تعويض القيمة المعطاة.

إرشاد: قد يختلف تصنيف الطلبة من درس إلى آخر تبعاً لأدائهم. فمثلاً، قد يكون أداء أحد الطلبة دون المتوسط في درس، وفوق المتوسط في درس آخر.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

• أطلب إلى الطلبة حلَّ السؤال الإثرائي الآتي:

في ما يأتي مجموعة من البطاقات المستعملة في إحدى الألعاب مكتوب عليها معادلات ومتباينات.

$x > 0$ $x < 3$ $x \geq 4$ $x = 2$ $x = 6$

تشرط اللعبة على اللاعبين خلط البطاقات جيداً ووضعها مقلوبة إلى الأسفل أمامهم، ثم فتح البطاقات واحدة تلو الأخرى، وترتيبها في صف واحد. تُحتسب النقاط في اللعبة وفقاً للآتي:

« إذا وُجد أي عدد مشترك بين الجملتين على بطاقتين فتُسجَّل نقطة، أما إذا لم يكن بينهما عدد مشترك فتُحسَم نقطة، ثم يُحسَب المجموع الكلي للنقاط في نهاية السطر، فمثلاً: في ترتيب البطاقات أدناه، ألاحظ أنه لا توجد أعداد مشتركة بين المعادلة $x = 6$ والمتباينة $x < 3$ ؛ لذا تُحسَم نقطة ويكون الرصيد -1

$x = 6$ $x < 3$ $x > 0$ $x = 2$ $x \geq 4$

1 أوضِّح لماذا يكون المجموع الكلي للنقاط في ترتيب البطاقات أعلاه 0

2 أجد مجموع النقاط الكلي للنقاط في الترتيب الآتي:

$x > 0$ $x = 6$ $x \geq 4$ $x = 2$ $x < 3$

3 أعيد ترتيب البطاقات بحيث يكون المجموع الكلي للنقاط 4

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 27 كتاب التمارين: 17, (11 - 13), (5 - 7), (1 - 3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (26 - 28) كتاب التمارين: 19, 20, (14 - 16), (8 - 10), (2 - 4)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (27 - 30) كتاب التمارين: 10, 14, 16, 19, 20, 21

نشاط التكنولوجيا



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في تحديد المتباينة من تمثيلها على خط الأعداد.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-4) من خطوات تنفيذ المشروع.

الخاتمة

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي:

1 عُمر ليلي أقل من 13 سنة. $x < 13$

2 عُمر أحمد 6 سنوات على الأقل. $y > 6$

3 طول رنيم لا يزيد على 160 cm $z \leq 160$

معلومة

يمكن للعين البشرية رؤية الضوء الذي يتراوح طوله الموجي بين 380 و700 نانومتر، ويسمى هذا النطاق الطيف المرئي، وللحيوانات طيف مرئي آخر.



26 **فيزياء:** وفقاً لقوانين الفيزياء لا يمكن لأي جسم السير بسرعة أكبر من سرعة الضوء البالغة 300000 km/s تقريباً. أكتب متباينة تعبر عن سرعة الأجسام مقارنة بسرعة الضوء، وأمثلها على خط الأعداد.

27 أعود إلى فقرة (استكشفت) بداية الدرس، وأحل المسألة.

$$y \leq 90$$

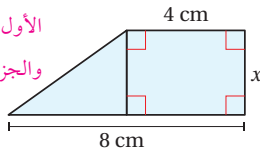
مهارات التفكير العليا

28 **أكتشف الخطأ:** تقول سارة: إن أكبر عدد كلي يحقق المتباينة $x < -3$ هو العدد -4. أكتشف الخطأ في ما تقوله سارة، وأصححه.

العدد (-4) ليس عدداً كلياً، والصواب أن العدد (-4) أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة. **تبرير:** أكتب متباينة تعبر عن الجملة الآتية، وأبرر إجابتي:

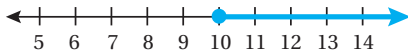
“مساحة الشكل الآتي لا تزيد على 18 cm^2 .”

الشكل مكون من جزأين: الجزء الأول مستطيل مساحته $4x \text{ cm}^2$ ، والجزء الثاني مثلث مساحته $2x \text{ cm}^2$



المتباينة التي تعبر عن الجملة هي: $4x + 2x \leq 18$ أو $6x \leq 18$

30 **مسألة مفتوحة:** أكتب موقفاً حياتياً يمثل المتباينة الممثلة على خط الأعداد الآتي:



أنظر إجابات الطلبة.

31 **أكتب:** كيف أحدد ما إذا كان العدد يمثل أحد حلول المتباينة أم لا؟

أنظر إجابات الطلبة.

نتائج الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرّف المتباينات.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أصفّ للطلبة عددًا في متباينة بالكلمات، ثمّ أطلب إليهم كتابة المتباينة التي تمثّل العدد على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأنّهم من تقديم التغذية الراجعة لهم.

(مثال: أنا أفكّر في العدد n الذي إذا طرحت منه 4، كان الناتج أكبر من 10، ما المتباينة الدالّة على العدد n ؟)

الإجابة: $n - 4 > 10$

- أكثّر النشاط أكثر من مرّة بوصف أعداد أخرى.

✓ **إرشاد:** أحرص على أن تحتوي المتباينات التي أعطيها للطلبة في نشاط التهيئة على عمليتي الجمع والطرح.

أستكشف



قرصٌ صلبٌ سعةٌ تخزينه 180 جيجابايت، استُعملَ منها 112 جيجابايت. أكتُبْ متباينةً وأحلّها؛ لأجدَ الحدّ الأقصى لحجم البيانات التي يمكنُ تخزينها على ما تبقى من سعة القرص.

فكرة الدرس

أحلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد.

المصطلحات

متباينة مكافئة

تعلّمتُ سابقًا استعمالَ خصائص المساواة لحلّ المعادلات، ويمكنني أيضًا حلّ المتباينة باستعمال خصائص المتباينات التي يمكنُ تطبيقها لإيجاد متباينة مكافئة (equivalent inequality) للمتباينة الأصلية. والمتباينات المتكافئة هي متباينات لها الحلّ نفسه.

خاصية الجمع للمتباينات

مفهوم أساسي

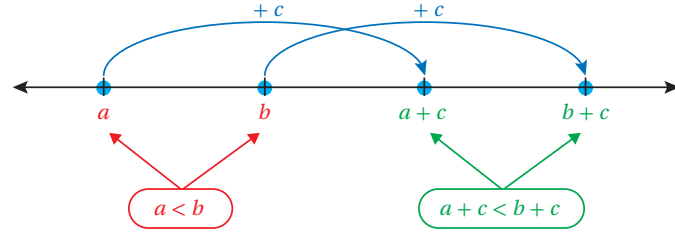
- **بالكلمات:** إذا أضيفَ العددُ نفسه إلى كلّ من طرفي متباينة صحيحة، فإنّ المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأيّ أعدادٍ حقيقية a و b و c :

$$a + c > b + c \text{، فإن } a > b$$

$$a + c < b + c \text{، فإن } a < b$$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي \leq و \geq

يوضّح المخطط أدناه طريقة واحدة لتخيّل خاصية الجمع للمتباينات عندما $c > 0$



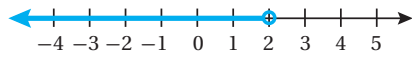
مثال 1

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتأكد من صحته:

1 $x - 12 < -10$

$x - 12 < -10$	المتباينة الأصلية
$x - 12 + 12 < -10 + 12$	أضف 12 إلى طرفي المتباينة
$x < 2$	أبسط

إذن، الحل هو $x < 2$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



أتأكد من صحة الحل:

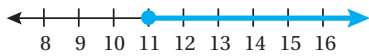
لأتأكد من صحة الحل، أعوض بدلاً من x في المتباينة الأصلية عدداً أصغر من 2، مثلاً (-1).

$x - 12 < -10$	المتباينة الأصلية
$(-1) - 12 < -10$	أعوض عن x بـ -1
$-13 < -10$ ✓	أبسط

2 $7 \leq y - 4$

$7 \leq y - 4$	المتباينة الأصلية
$7 + 4 \leq y - 4 + 4$	أجمع 4 إلى طرفي المتباينة
$11 \leq y$	أبسط

إذن، الحل هو $y \geq 11$ أو $y \geq 11$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« فيم تستعمل الأقراص الصلبة؟ تستعمل في تخزين البيانات.

« ما سعة تخزين القرص الصلب الوارد في المسألة؟ 180 جيجابايت.

« كم جيجابايتاً استعمل من القرص؟ 112 جيجابايتاً.

« ما الحد الأقصى لحجم البيانات التي يمكن تخزينها على ما تبقى من سعة القرص؟ الحد الأقصى لحجم البيانات 68 جيجابايتاً.

« كيف أوجدتم ذلك؟ بطرح 112 من 180

« ما المتباينة الدالة على ذلك؟ $x \leq 68$ ، حيث x سعة التخزين المتبقية في القرص.

« هل يمكن التعبير عن المسألة بمتباينة أخرى؟ ما هي؟ نعم، $x + 112 \leq 180$ ، حيث x سعة التخزين المتبقية من القرص.

« كيف يمكن حل هذه المتباينة؟

- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• ناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟

- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بخصائص المساواة التي تعلموها سابقاً والتي يمكن استعمالها لحل المعادلات، ثم أيقن لهم وجود خصائص للمتباينات أيضاً يمكن استعمالها لحل المتباينات.
- أوضح للطلبة أنه يمكن حل المتباينات باستعمال خاصية الجمع للمتباينات، ثم أقدم لهم الخاصية بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أيقن للطلبة أن المتباينة الناتجة من جمع العدد نفسه لـ a طرفي المتباينة مكافئة للمتباينة الأصلية، وأن لهما الحل نفسه.
- ناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل المتباينات باستعمال خاصية الجمع للمتباينات.

إرشادات:

- يمكن توضيح خاصية الجمع للمتباينات باستعمال مخطط مشابه للمخطط الوارد في كتاب الطالب والذي يلي صندوق (مفهوم أساسي) مدعماً بأمثلة عديدة.
- أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- ألفت انتباه الطلبة عند التحقق من صحة الحل إلى تجنب تعويض نقطة بداية القيم عند التحقق من صحة الحل؛ لأن تعويضها لا يعطي حكماً صحيحاً.

تعزير اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

أتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من y في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 11، مثلاً (20).

$$\begin{array}{l} \text{المتباينة الأصلية} \\ \text{أعوض عن } y \text{ بـ } 20 \\ \text{أبسط} \\ 7 \leq y - 4 \\ 7 \leq 20 - 4 \\ 7 \leq 16 \quad \checkmark \end{array}$$

أتحقق من فهمي:



3 $x - 4 < 1$

4 $y - 6 \geq -10$

تعلمت في المثال السابق حل المتباينات باستعمال خاصية الجمع للمتباينات التي يمكن بها إيجاد متباينة مكافئة للمتباينة الأصلية، ويمكن أيضاً حل المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

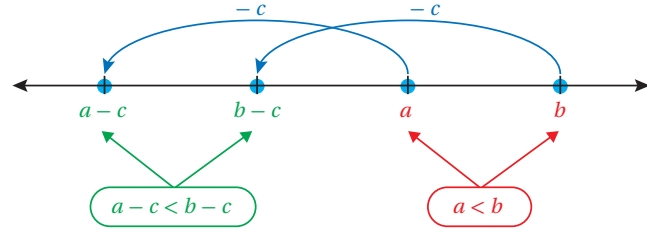
خاصية الطرح للمتباينات

مفهوم أساسي

- **بالكلمات:** إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي أعداد حقيقية a و b و c :
 • إذا كانت $a > b$ ، فإن $a - c > b - c$
 • إذا كانت $a < b$ ، فإن $a - c < b - c$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتَي \leq و \geq

يوضح المخطط أدناه طريقة واحدة لتخيل خاصية الطرح للمتباينات عندما $c > 0$



أخطاء شائعة:

قد يُخطئ بعض الطلبة بظنهم مثلاً أن المتباينتين $x \leq 2$ و $2 \geq x$ مختلفتين؛ ولعلاج ذلك أطلب إلى الطلبة إعطاء أعداد صحيحة تمثل حلاً للمتباينة الأولى، ثم تعويضها في المتباينة الثانية والتحقق من أن هذه الأعداد تمثل حلاً للمتباينة الثانية أيضاً، وبذلك يتوصل الطلبة إلى أن المتباينتين متكافئتان.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدریب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أوضح للطلبة أنه يمكن حلّ المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات، ثم أقدم لهم الخاصية بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أيبّن للطلبة أن المتباينة الناتجة من طرح العدد نفسه من كلا طرفي المتباينة مكافئة للمتباينة الأصلية، وأن لهما الحل نفسه.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حلّ المتباينات باستعمال خاصية الطرح للمتباينات.

إرشادات:

- يمكن توضيح خاصية الطرح للمتباينات باستعمال مخطّط مشابه للمخطّط الوارد في كتاب الطالب والذي يلي صندوق (مفهوم أساسي) مدعماً بأمثلة عددية.
- أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.

مثال 2

أحلّ كل متباينة مما يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته:

1 $m + 5 \geq 10$

$$\begin{array}{ll} m + 5 \geq 10 & \text{المتباينة الأصلية} \\ m + 5 - 5 \geq 10 - 5 & \text{أطرح 5 من طرفي المتباينة} \\ m \geq 5 & \text{أبسط} \end{array}$$

إذن، الحلّ هو $m \geq 5$ ، وتمثيلاً على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



أتتحقّق من صحّة الحلّ:

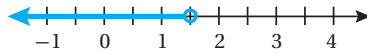
لأتتحقّق من صحّة الحلّ، أعوّض بدلاً من m في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 5، مثلاً (10).

$$\begin{array}{ll} m + 5 \geq 10 & \text{المتباينة الأصلية} \\ 10 + 5 \geq 10 & \text{أعوّض عن } m \text{ بـ } 10 \\ 15 \geq 10 & \text{أبسط} \quad \checkmark \end{array}$$

2 $a + \frac{1}{2} < 2$

$$\begin{array}{ll} a + \frac{1}{2} < 2 & \text{المتباينة الأصلية} \\ a + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} < 2 - \frac{1}{2} & \text{أطرح } \frac{1}{2} \text{ من طرفي المتباينة} \\ a < \frac{4}{2} - \frac{1}{2} & \text{بتوحيد المقامات} \\ a < \frac{3}{2} & \text{أبسط} \end{array}$$

إذن، الحلّ هو $a < \frac{3}{2}$ ، وتمثيلاً على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



- أوضح للطلبة أهمية المتباينات وحلّها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثم أحدّد معهما المتغير في المسألة، وهو هنا: عدد الجمهور في الملعب الثالث، وأفترض أنه x .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- ناقش حلّ المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خاصيّة الطرح للمتباينات.

4 التدريب

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1-16) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم وتعزيز ثقافتهم العامة.

أتحقّق من صحّة الحلّ:

لأتحقّق من صحّة الحلّ، أعوّض بدلًا من a في المتباينة الأصليّة عددًا أصغر من $\frac{3}{2}$ ، مثلاً (0).

$$a + \frac{1}{2} < 2 \quad \text{المتباينة الأصليّة}$$

$$0 + \frac{1}{2} < 2 \quad \text{أعوّض عن } a \text{ بـ } 0$$

$$\frac{1}{2} < 2 \quad \checkmark \quad \text{أبسّط}$$

أتحقّق من فهمي:

$$3 \quad 2 + x \geq 6 \quad x \geq 4$$

$$4 \quad 5 > y + 12 \quad y < -7$$

يمكنُ استعمال المتباينات وحلّها في كثير من التطبيقات الحياتية.

مثال 3: من الحياة



كرة قدم: لعب أحد نوادي كرة القدم ثلاث مباريات في ثلاثة ملاعب مختلفة، وجمهور يزيد على 25000 شخص. إذا كان عدد الجمهور في الملعب الأول 9500 شخص، وفي الملعب الثاني 7000 شخص. أكتب متباينة وأحلّها؛ لأجد عدد الجمهور في الملعب الثالث.

عدّد الجمهور في الملعب الأول وعدّد الجمهور في الملعب الثاني

وعدّد الجمهور في الملعب الثالث يزيد على 25000

ليكن x يمثل عدد الجمهور في الملعب الثالث.

$$9500 + 7000 + x > 25000$$

$$9500 + 7000 + x > 25000$$

$$16500 + x > 25000$$

$$16500 - 16500 + x > 25000 - 16500$$

$$x > 8500$$

المتباينة الأصليّة

أبسّط

أطرح 16500 من طرفي المتباينة

أبسّط

إذن، عدد الجمهور في الملعب الثالث أكثر من 8500 شخص.

تنوع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثل كسراً أو عدداً كسرياً أو كسراً عشرياً؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.



$$x + 13500 \geq 15000$$

$$x + 13500 - 13500 \geq 15000 - 13500$$

$$x \geq 1500$$

أتحقق من فهمي:

سيارات: تريد مَلِكُ شراءَ سَيَّارةٍ لا يقلُّ ثمنها عن 15000 JD، وقد وفَّرت 13500 JD. أكتب متباينةً وأحلها، لأجد المبلغ المتبقي عليها لشراء السيارة.

(1-6) أنظر الهامش.

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| 1) $v - 6 < -3$ | 2) $y - 11 \geq 0$ |
| 3) $h - 7.8 > -2.8$ | 4) $0 \leq n - 8$ |
| 5) $k - 4 \geq -5$ | 6) $s - \frac{2}{3} < 4$ |

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته: (7-12) أنظر ملحق الإجابات.

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| 7) $y + 5 < 11$ | 8) $-1 \geq 3 + b$ |
| 9) $8.1 < y + 6.1$ | 10) $2.4 \leq 6.4 + n$ |
| 11) $-8 \leq 8 + x$ | 12) $1\frac{1}{4} + w > 3$ |

أكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي، ثم أحلها:

13) عدد مضاف إليه 7 أكبر من 20 $b + 7 > 20, b > 13$

14) عدد مطروح منه 9 أكبر من -5 $c - 9 > -5, c > 4$

15) العدد 6 أقل من أو يساوي مجموع عدد و 15 $6 \leq 15 + r, r \geq -9$

16) تسويق: يخطط مندوب مبيعات إحدى شركات

تصنيع الأدوية لتسويق 200 عبوة دواء على

الأقل في أسبوع. إذا تمكن من تسويق 30 عبوة

في اليوم الأول من الأسبوع، فأكتب متباينة وأحلها؛ لأجد عدد العبوات التي يحتاج المندوب إلى تسويقها في الأيام المتبقية من الأسبوع ليصل إلى هدفه.

$$y + 30 \geq 200, y \geq 170$$

أدرب وأحل المسائل

معلومة

مندوب المبيعات هو الشخص الذي يروج منتجات الشركات، وعادة يتقاضى أجرته كنسبة من مبيعاته؛ لتشجيعه على زيادة المبيعات، فكلما زادت مبيعاته زادت أجرته.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسألتين 21 و 22.
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 22 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بأنه عند استعمال خاصية الجمع للمتباينات، يجب إضافة العدد نفسه إلى كلا طرفي المتباينة.

5 الإثراء

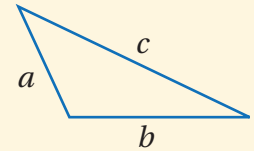
البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي: مثلث أطوال أضلاعه a, b, c ، أبين إمكانية رسم هذا المثلث في كل من الحالات الآتية:

» $a + b = c$

» $a + b < c$

» $a + b > c$



- أطلب إلى الطلبة تبرير إمكانية رسم المثلث في كل من الحالات السابقة.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

إجابات (أدرب وأحل المسائل):

1) $v < 3$



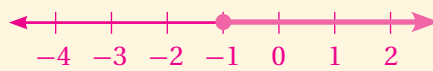
4) $n \geq 8$



2) $y \geq 11$



5) $k \geq -1$



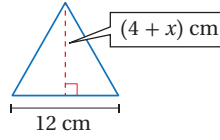
3) $h > 5$



6) $s < \frac{14}{3}$



الوحدة 5



17 **هندسة:** إذا كان طول قاعدة المثلث المجاور أقل من ارتفاعه، فما القيم الممكنة للمتغير x ؟

$$12 < 4 + x, x > 8$$

18 **ميزانية شهرية:** يتقاضى موظف راتباً شهرياً مقداره JD 560، يوفر منه JD 100 شهرياً، ويدفع JD 20 اشتراكاً شهرياً في أحد مراكز اللياقة البدنية ويصرف باقي الراتب. أكتب متباينة وأحلها لأجد الحد الأعلى للمبلغ الذي يمكن للموظف صرفه شهرياً.

$$y + 100 + 20 \leq 560, y \leq 440$$



19 **زواحف:** يحتاج حيوان أبو بريص الفهد إلى أن تكون درجة الحرارة في منطقة تعرضه للشمس

تكون درجة الحرارة في منطقة تعرضه للشمس 28°C على الأقل. إذا كانت درجة الحرارة

الحالية 24°C ، فأكتب متباينة وأحلها لأجد كم يجب أن ترتفع درجة الحرارة لتلبي

حاجة ذلك الحيوان. $b + 24 \geq 28, b \geq 4$

20 أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

$$d + 112 \leq 180, d \leq 68$$

21 **مسألة مفتوحة:** أكتب ثلاث متباينات مكافئة للمتباينة $y < -2$ أنظر إجابات الطلبة.

22 **أكتشف الخطأ:** أنظر الحل الآتي، وأكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصححه:

$$\begin{aligned} -10 + x &\geq -9 \\ -10 + 10 + x &\geq -9 \\ x &\geq -9 \end{aligned}$$

23 **أكتب:** كيف أستعمل خاصيتي الجمع والطرح للمتباينات في حل متباينة؟

أنظر إجابات الطلبة.

معلومة

السحالي وسن ذوات الدم البارد، فهي تعتمد على درجة حرارة الشمس لرفع درجة حرارة جسمها الداخلية، ولتحفيز عملية التمثيل الغذائي الخاص بها.

مهارات التفكير العليا

22 الخطأ: إضافة 10 إلى الطرف الأيسر من المتباينة فقط من دون إضافة 10 إلى الطرف الأيمن. الصواب: إضافة 10 إلى الطرف الأيمن أيضاً لتصبح الإجابة $x \geq 1$

نشاط التكنولوجيا:



• أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي

يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح.

✓ **إرشاد:** يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

• أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 5 من خطوات تنفيذ المشروع.

الختام

6

• أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.

• إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أحل كل متباينة مما يأتي:

1 $x + 13 > 5$ $x > -8$

2 $y - 23 \leq 5$ $y \leq 28$

21

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 22 كتاب التمارين: (1-9)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 22, (17-19) كتاب التمارين: 14, (7-11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 17, 19, 21, 22 كتاب التمارين: (12-15)

الدرس 3 حل المتباينات بالضرب والقسمة

أستكشف

حصل كمال على علامتي 93، 90 في الاختبارين: الأول، والثاني، من مادة العلوم. أكتب متباينة وأحلها؛ لأجد الحد الأدنى للعلامة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار الثالث ليكون معدل علامته 90 على الأقل.



فكرة الدرس

أحل متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وأمثلة الحل على خط الأعداد.

نتائج الدرس:

- حل متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحل على خط الأعداد.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرّف المتباينات.
- تمثيل المتباينات على خط الأعداد.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.
- حل المتباينات بالجمع أو الطرح.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أصف للطلبة بالكلمات عددًا في متباينة، ثم أطلب إليهم كتابة المتباينة التي تمثّل العدد على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

(مثال: أنا أفكر في العدد n الذي إذا ضاعفته كان الناتج أقل من 8، ما المتباينة الدالة على العدد n ؟)

الإجابة: $2n < 8$

- أكرّر النشاط أكثر من مرّة بوصف أعداد أخرى.

✓ **إرشاد:** أحرص على أن تحتوي المتباينات التي أعطيها للطلبة في نشاط التهيئة عمليتي الضرب أو القسمة.

مفهوم أساسي

خاصية الضرب للمتباينات

الضرب في عدد موجب

- **بالكلمات:** إذا ضرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c > 0$:
 - إذا كانت $a > b$ ، فإن $ac > bc$
 - إذا كانت $a < b$ ، فإن $ac < bc$

الضرب في عدد سالب

- **بالكلمات:** إذا ضرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب، فإنه يتغيّر اتجاه رمز المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c < 0$:
 - إذا كانت $a > b$ ، فإن $ac < bc$
 - إذا كانت $a < b$ ، فإن $ac > bc$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي \geq و \leq

أحل كل متباينة مما يأتي، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

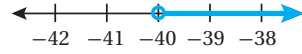
1 $\frac{x}{8} > -5$

المتباينة الأصلية $\frac{x}{8} > -5$

أضرب طرفي المتباينة في 8 $8\left(\frac{x}{8}\right) > 8(-5)$

أبسط $x > -40$

إذن، الحل هو $x > -40$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



أتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من x في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من -40 ، مثلاً 0 .

المتباينة الأصلية $\frac{x}{8} > -5$

أعوض عن x بـ 0 $\frac{0}{8} > -5$

أبسط $0 > -5$ ✓

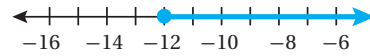
2 $\frac{y}{-3} \leq 4$

المتباينة الأصلية $\frac{y}{-3} \leq 4$

أضرب طرفي المتباينة في -3 ، وأغيّر اتجاه رمز المتباينة $-3\left(\frac{y}{-3}\right) \geq -3(4)$

أبسط $y \geq -12$

إذن، الحل هو $x \geq -12$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:



• أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« ما علامة كمال في الاختبار الأول من مادة العلوم؟ 93 »

« ما علامة كمال في الاختبار الثاني من مادة العلوم؟ 90 »

« كيف يمكن إيجاد الحد الأدنى للعلامة التي يجب أن يحصل عليها كمال في الاختبار الثالث ليكون معدّل علاماته 90 على الأقل؟ بكتابة متباينة يكون فيها معدّل القيم الثلاث أكبر من أو يساوي 90، وحلّها.

« ما المتباينة الدالة على ذلك؟ $\frac{90 + 93 + x}{3} \geq 90$ ، حيث x علامة الاختبار الثالث.

« كيف يمكن حل هذه المتباينة؟

• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلته؟

• أعزز الإجابات الصحيحة.

• أذكر الطلبة بخاصّيتي الجمع والطرح لحلّ للمتباينات التي تعلّموها في الدرس السابق، وأهميتها في حلّ المتباينات.

• أوّصح للطلبة أنّه يُمكن حلّ المتباينات باستعمال خاصّية الضرب للمتباينات، ثمّ أكتب المتباينة $(5 < 9)$ على اللوح، وأسألهم:

« إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد موجب، مثلاً (2)، فهل تكون المتباينة الناتجة صحيحة؟ أبرّر إجابتي. نعم؛ لأنّ المتباينة تصبح $10 < 18$ وهي متباينة صحيحة.

« إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد سالب مثلاً (-2) ، فهل تكون المتباينة الناتجة صحيحة؟ أبرّر إجابتي. لا؛ لأنّ المتباينة تصبح $-10 < -18$ ، وهي غير صحيحة لأنّ -10 أكبر من -18 .

« كيف يمكن جعل المتباينة ($-10 < -18$) صحيحة؟ بتغيير اتجاه رمز المتباينة.

• أوضح للطلبة أنه إذا ضرب كل من طرفي متباينة في عدد موجب فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة محافظة على اتجاه رمز المتباينة، أما إذا ضرب كل من طرفي متباينة في عدد سالب، فإن المتباينة الناتجة تكون غير صحيحة، ويلزم حينئذ تغيير اتجاه رمز المتباينة لجعلها صحيحة.

• أقدم للطلبة خاصية الضرب للمتباينات بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.

• ناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

• إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل المتباينات باستعمال خاصية الضرب للمتباينات.

إرشادات:

- أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- أذكر الطلبة بصورة مستمرة بتغيير اتجاه رمز المتباينة عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن خاصية الضرب لا تتحقق عند ضرب طرفي المتباينة في صفر.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

أتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من y في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من -12 ، مثلاً (0).

$$\begin{array}{l} \frac{y}{-3} \leq 4 \\ \frac{0}{-3} \stackrel{?}{\leq} 4 \\ 0 \leq 4 \quad \checkmark \end{array}$$

المتباينة الأصلية
أعوض عن y بـ 0
أبسط

أتحقق من فهمي:

$$\begin{array}{l} 3 \quad \frac{y}{3} > -1 \\ 4 \quad -\frac{4}{7}m < 8 \end{array}$$

$y > -3$
 $m > -14$

إن حل المتباينات باستعمال خاصية القسمة مشابه لحلها باستعمال خاصية الضرب، حيث إنه عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب يبقى اتجاه رمز المتباينة كما هو، أما عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب، فإنه يتعين تغيير اتجاه رمز المتباينة.

خاصية القسمة للمتباينات

مفهوم أساسي

القسمة على عدد موجب

- **بالكلمات:** إذا قسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c > 0$:

$$\bullet \text{ إذا كانت } a > b \text{، فإن } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

$$\bullet \text{ إذا كانت } a < b \text{، فإن } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

القسمة على عدد سالب

- **بالكلمات:** إذا قسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، فإنه يتعين تغيير اتجاه رمز المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.
- **بالرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي عددين حقيقيين a و b ولأي $c < 0$:

$$\bullet \text{ إذا كانت } a > b \text{، فإن } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

$$\bullet \text{ إذا كانت } a < b \text{، فإن } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتَي \leq و \geq

• أوضح للطلبة أنه يُمكن حلّ المتباينات باستعمال خاصيّة القسمة للمتباينات بطريقة مشابهة لحلّ المتباينات باستعمال خاصيّة الضرب، ثمّ أقدم لهم خاصيّة القسمة للمتباينات بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.

• ناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

• إنّ لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حلّ المتباينات باستعمال خاصيّة الطرح للمتباينات.

إرشادات:

- أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنّه يمثّل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- أذكر الطلبة بصورة مستمرة بتغيير اتجاه رمز المتباينة عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.
- أذكر الطلبة بأنّه لا يمكن القسمة على الصفر؛ لأنّ هذا يعطي قيمة غير معرّفة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى استعمال القسمة عند حلّ المتباينة التي تتضمن أعداداً صحيحة، واستعمال الضرب عندما تتضمن كسوراً.

أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ اتّحقق من صحّته:

1 $3m \leq -24$

$$3m \leq -24$$

المتباينة الأصلية

$$\frac{3m}{3} \leq \frac{-24}{3}$$

أقسم طرفي المتباينة على 3

$$m \leq -8$$

أبسط

إذن، الحلّ هو $m \leq -8$ ، وتمثّله على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



أتحقّق من صحّة الحلّ:

لأتحقّق من صحّة الحلّ، أعوّض بدلاً من m في المتباينة الأصلية عدداً أقلّ من -8 ، مثلاً (-10) .

$$3m \leq -24$$

المتباينة الأصلية

$$3(-10) \leq -24$$

أعوّض عن m بـ -10

$$-30 \leq -24 \quad \checkmark$$

أبسط

2 $-7k > -56$

$$-7k > -56$$

المتباينة الأصلية

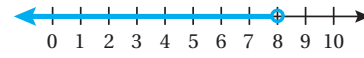
$$\frac{-7k}{-7} < \frac{-56}{-7}$$

أقسم طرفي المتباينة على -7 ، وأغيّر اتجاه رمز المتباينة

$$k < 8$$

أبسط

إذن، الحلّ هو $k < 8$ ، وتمثّله على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



- أوضح للطلبة أهمية المتباينات وحلّها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثمّ أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثمّ أحدد معهما المتغيّر في المسألة، وهو هنا: ثمن المتر المربع الواحد من السجاد، وأفترض أنه x .

- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- ناقش حلّ المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خاصيّة القسمة للمتباينات.

أتحقّق من صحّة الحلّ:

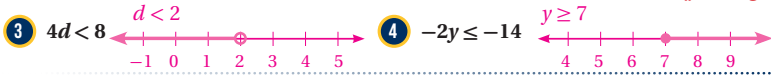
لأتحقّق من صحّة الحلّ، أعوّض بدلًا من k في المتباينة الأصلية عددًا أصغر من 8، مثلاً (1).

المتباينة الأصلية $-7k > -56$

أعوّض عن k بـ 1 $-7(1) > -56$

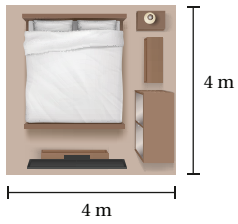
أبسّط $-7 > -56$ ✓

أتحقّق من فهمي: 



يمكن استعمال المتباينات في كثير من التطبيقات الحياتية.

مثال 3: من الحياة 



سجاد: تملك سارة JD 100، وترغبُ بشراء سجادة جديدة تغطي أرضية غرفتها المبيّنة أبعادها في الشكل المجاور. أكتب متباينة وأحلّها لتمثّل ثمن المتر المربع الواحد من السجاد الذي يمكن لسارة أن تشتريه.

بما أن أرضية الغرفة مربعة الشكل، فإنّه يمكن إيجاد مساحتها على النحو الآتي:

$$A = s^2 = 4^2 = 16$$

إذن، مساحة أرضية الغرفة 16 m^2

وبما أن سارة ترغبُ بشراء سجادة تغطي أرضية الغرفة، فإنّ مساحة هذه السجادة يجب أن تكون 16 m^2 ولإيجاد ثمن السجادة أضربُ مساحتها في ثمن المتر المربع الواحد من السجاد.

بالكلمات **سعر السجادة أقل من أو يساوي JD100**

المتغيّر **ليكن x ثمن المتر المربع الواحد من السجاد، إذن سعر السجادة $16x$**

المتباينة **$16x \leq 100$**

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1-17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: أناقش مع الطلبة حلّ سؤال (أفكر) الذي في هامش السؤال 18

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (20-22).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 21 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى الرجوع إلى صندوق (أندكر) الوارد في هامش السؤال.
- في السؤال 22 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بأنّه عند استعمال خاصيّة الضرب للمتباينات، يجب تغيير اتجاه المتباينة عند ضرب كلّ من طرفي المتباينة في عدد سالب.

$$16x \leq 100$$

$$\frac{16x}{16} \leq \frac{100}{16}$$

$$x \leq 6.25$$

إذن، يمكن لسارة شراء سجادة ثمن المتر المربع الواحد منها على الأكثر 6.25 JD.

المتباينة الأصلية

أقسم طرفي المتباينة على 16
أبسط

أتحقّق من فهمي:

عمل: يتقاضى أحمد 2.5 JD عن كلّ ساعة عمل، أكتب متباينة وأحلّها؛ لإيجاد عدد الساعات التي يجب أن يعمل فيها حتّى يتقاضى JD 400 على الأقلّ. $2.5y \geq 400, y \geq 160$

أدرّب وأحلّ المسائل

أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّيته:

1 $\frac{u}{3} > -2$

2 $-4x \leq 12$

3 $\frac{1}{6}t < -\frac{1}{3}$

4 $-\frac{2}{5}w \geq 4$

5 $\frac{n}{5} \leq 0.8$

6 $-5 > \frac{c}{-4.5}$

أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّيته:

7 $-13x \geq 26$

8 $-20 \leq 10n$

9 $5b > -15$

10 $144 < 12d$

11 $-3m > -33$

12 $-3.9c \leq 43.68$

أكتب متباينة تمثّل كلّ جملة ممّا يأتي، ثمّ أحلّها:

14 عدد مقسوم على 4 لا يزيد على 8

13 خمسة أمثال عدد أقلّ من 45

16 عدد مقسوم على 2 لا يقلّ عن 5

15 ثلاثة أمثال عدد أكبر من 18

13) $5y < 45, y < 9$

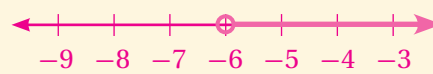
14) $b \div 4 \leq 8, b \leq 32$

15) $3d > -18, d > -6$

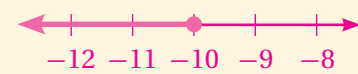
16) $c \div 2 \geq 5, c \geq 10$

إجابات (أدرّب وأحلّ المسائل):

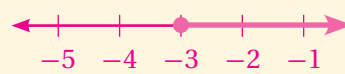
1) $u > -6$



4) $w \leq -10$



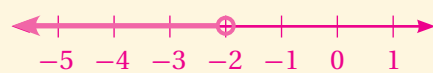
2) $x \geq -3$



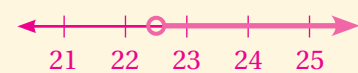
5) $n \leq 4$



3) $t < -2$



6) $c > 22.5$



البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

أبين ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم غير صحيحة أبداً، مع توضيح ذلك بأمثلة مناسبة:

"إذا كان $a < b$ ، فإن: $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ، حيث $a \neq 0, b \neq 0$ "

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة.



إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 6 و 7 من خطوات تنفيذ المشروع.

- أوّجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنّ لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل: «أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي:

1 $-5x \geq -0.25 \quad x \leq 0.05$

2 $\frac{y}{3} > \frac{5}{9} \quad y > \frac{5}{3}$

17 **مدارس:** لا يقلّ ثلاثة أضعاف عدد الطالبات في مدرسة فاطمة عن 165 طالبة. أكتب متباينة وأحلّها؛ لأجد أقلّ عدد ممكن لطالبات المدرسة. $\frac{3}{5}x \geq 165, x \geq 275$

إذن، أقلّ عدد ممكن لطلبة المدرسة هو 275



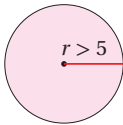
18 **حديقة:** يريد طارق تبليط منطقة مستطيلة الشكل في حديقة منزله ومساحتها 15 m^2 ، ويملك فقط 75 JD، أكتب متباينة وأحلّها؛ لتمثّل ثمن المتر المربع الواحد من البلاط الذي يمكن لطارق أن يشتريه. $15x \leq 75, x \leq 5$

19 أعود إلى فقرة (استكشفت) بداية الدرس، وأحلّ المسألة.

$$\frac{90 + 93 + x}{3} \geq 90, x \geq 87$$

مهارات التفكير العليا

20 **مسألة مفتوحة:** أكتب متباينة يمكن حلّها بالقسمة على عدد سالب وحلّها $x \geq \frac{1}{4}$. أنظر إجابات الطلبة.



21 **تبرير:** أكتب متباينة وأحلّها؛ لتمثّل المحيط الممكن للدائرة المجاورة، وأبرز إجابتي.

$$r > 5, 2\pi r > 10\pi, c > 10\pi$$

22 **أكتشف الخطأ:** أنظر الحلّ الآتي، وأكتشف الخطأ الوارد فيه، ثمّ أصحّحه.

الخطأ: الضرب في عدد موجب وتغيير اتجاه رمز المتباينة.
الصواب: عدم تغيير اتجاه رمز المتباينة، أما الإجابة الصحيحة فهي: $x < -9$.

$$\begin{aligned} -6 &> \frac{2}{3}x \\ \frac{3}{2}(-6) &< \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}x\right) \\ -\frac{18}{2} &< x \\ -9 &< x \end{aligned}$$

23 **أكتب:** كيف استعملت خاصيتي الضرب والقسمة للمتباينات في حلّ متباينة؟ أنظر إجابات الطلبة.

الواجب المنزلي:

أسستين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 18, 22 كتاب التمارين: (1 - 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 19, 22 كتاب التمارين: (3 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19 - 22) كتاب التمارين: (12 - 15)

نتائج الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتائج التعلّم القبلي:

- حلّ المتباينات بالجمع أو الطرح.
- حلّ المتباينات بالضرب أو القسمة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوّز الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أوّز كلّ مجموعة ببطاقات المعادلات من ورقة المصادر 5: بطاقات المعادلات والحلول.
- أطلب إلى أفراد المجموعات حلّ المعادلات على البطاقات، ثمّ التوفيق بين المعادلة وحلّها، بوضع ضلع المربع الذي تقع عليه المعادلة بجوار ضلع المربع الذي يقع عليه حلّها.

✓ **إرشاد:** أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيدًا.

⚠ **تنبيه:** ألقت انتباه الطلبة إلى وجود عدّة بطاقات تحتوي الإجابة نفسها، وضرورة التوفيق بين البطاقات بصورة صحيحة.

فكرة الدرس

أحلّ متباينات باستعمال أكثر من خطوة، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد.

أستكشف



تبلغ كتلة جهاد 95 kg، ويريد إنقاصها إلى أقلّ من 80 kg، ويمكنه أن يفقد ما معدّله 1.5 kg من كتلته أسبوعيًا باتباع حمية غذائية معينة. أكتب متباينة وأحلّها؛ لأجد عدد الأسابيع التي تلتزم جهادًا حتى يصل إلى هدفه.

يمكن حلّ المتباينات التي تحتوي أكثر من عملية بنفس طريقة حلّ المتباينات التي تحتوي عملية واحدة، وذلك باستعمال خصائص المتباينات لتحويل المتباينة الأصلية إلى متباينة أبسط مكافئة لها مرورًا بسلسلةٍ من المتباينات المتكافئة.

مثال 1

أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته:

$$① \quad 5y - 8 < 12$$

$$5y - 8 < 12$$

المتباينة الأصلية

$$5y - 8 + 8 < 12 + 8$$

أجمع 8 لطرفي المتباينة

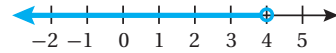
$$\frac{5y}{5} < \frac{20}{5}$$

أقسم طرفي المتباينة على 5

$$y < 4$$

أبسط

إذن، الحلّ هو $y < 4$ ، وتمثّل على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



أتحقّق من صحّة الحلّ:

لأتحقّق من صحّة الحلّ، أعوّض بدلًا من y في المتباينة الأصلية عددًا أقلّ من 4، مثلًا (0).

$$5y - 8 < 12$$

المتباينة الأصلية

$$5(0) - 8 < 12$$

أعوّض عن y بـ 0

$$-8 < 12 \quad \checkmark$$

أبسط

$$2 \quad -7b + 19 < -16$$

$$-7b + 19 < -16$$

$$-7b + 19 - 19 < -16 - 19$$

$$\frac{-7b}{-7} > \frac{-35}{-7}$$

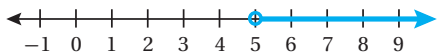
$$b > 5$$

المتباينة الأصلية

أطرح 19 من طرفي المتباينة

أقسم طرفي المتباينة على -7، وأغيّر اتجاه رمز المتباينة

أبسط

إذن، الحل هو $b > 5$ ، وتمثله على خط الأعداد على النحو الآتي:

أتحقق من صحة الحل:

لأتحقق من صحة الحل، أعوض بدلاً من b في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 5، مثلاً (10).

$$-7b + 19 < -16$$

$$-7(10) + 19 < -16$$

$$-51 < -16 \quad \checkmark$$

المتباينة الأصلية

أعوض عن b بـ 10

أبسط

أتحقق من فهمي:

$$3 \quad 2x + 6 \leq 14$$



$$4 \quad -3x + 7 > -5$$



تحتوي بعض المتباينات متغيرات في طرفيها، وفي هذه الحالة نحتاج أولاً إلى تجميع الحدود التي تحتوي متغيرات في طرف واحد من المتباينة، والحدود الثابتة في الطرف الآخر، ثم حل المتباينة.

مثال 2

أحل المتباينة: $6x - 5 \geq 2x + 11$ ، وأمثل الحل على خط الأعداد، ثم أتحقق من صحته:

$$6x - 5 \geq 2x + 11$$

$$6x - 5 + 5 \geq 2x + 11 + 5$$

$$6x - 2x \geq 2x - 2x + 16$$

$$\frac{4x}{4} \geq \frac{16}{4}$$

$$x \geq 4$$

المتباينة الأصلية

أجمع 5 لطرفي المتباينة

أطرح $2x$ من طرفي المتباينة

أقسم طرفي المتباينة على 4

أبسط

إرشادات:

- أوكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحل، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنه يمثل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكر الطلبة بضرورة تغيير اتجاه رمز المتباينة عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.

أخطاء شائعة: قد يُخطئ بعض الطلبة عند حل المتباينات بأكثر

من خطوة، فمثلاً: في المتباينة $(\frac{x}{2} + 4 \geq 7)$ قد يضرب بعض الطلبة كلاً من الحد $\frac{x}{2}$ والثابت 7 في 2 وينسون ضرب 4 في 2، وفي الخطوة التالية يطرحون 4 من كلا طرفي المتباينة؛ ولعلاج ذلك أذكرهم دائماً بأن ترتيب خطوات حل المتباينات بأكثر من خطوة هو عكس ترتيب أولويات العمليات.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثم أسألهم:

« كم تبلغ كتلة جهاد؟ 95 kg »

« كم يرغب جهاد أن تصبح كتلته؟ أقل من 80 kg »

« ما المعدل الأسبوعي الذي يفقده جهاد من كتلته

باتباع الحمية الغذائية؟ 1.5 kg أسبوعياً. »

« كيف يمكن إيجاد عدد الأسابيع التي تلزم جهاداً

ليصل إلى هدفه؟ بكتابة متباينة وحلها. »

« ما المتباينة الدالة على ذلك؟ $95 - 1.5x < 80$ ،حيث x عدد أسابيع اتباع جهاد للحمية. »

« كيف يمكن حل هذه المتباينة؟ »

- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• ناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟ »

« من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟ »

- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أوضح للطلبة أنه مثلما أن بعض المعادلات تحتاج إلى أكثر من خطوة لحلها (مثل المعادلات في نشاط التهيئة)، فإن حل بعض المتباينات أيضاً يحتاج إلى أكثر من خطوة، وأبين لهم الهدف من هذه الخطوات وهو: الوصول إلى أبسط متباينة.

- أذكر الطلبة بترتيب أولويات العمليات الحسابية، وأوضح لهم أن ترتيب خطوات حل المتباينات بأكثر من خطوة هو عكس ترتيب أولويات العمليات، فنبداً بالجمع أو الطرح، ثم ننتقل إلى الضرب أو القسمة.

- ناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم مهارة حل متباينات بأكثر من خطوة.

التقويم التكويني: ✓

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أوضّح للطلبة أن بعض المتباينات تحتوي متغيرات في طرفيها؛ لذا يلزم قبل حلّها تجميع الحدود التي تحتوي متغيرات في أحد طرفي المتباينة، والثابت في الطرف الآخر، ثمّ حلّ المتباينة.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنّ لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: ✓ أؤكد للطلبة دائماً أهمية التحقق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقق من أنّه يمثّل أيضاً حلاً للمتباينة الأصلية.

مثال 3

- أوضّح للطلبة أن بعض المتباينات تحتاج إلى استعمال خاصيّة توزيع الضرب على الجمع أولاً، ثمّ حلّ المتباينة.
- أذكر الطلبة بخاصيّة التوزيع لتبسيط المقادير الجبرية عن طريق مناقشة أمثلة على ذلك.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح، وأؤكد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنّ لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

الوحدة 5

إذن، الحلّ هو $x \geq 4$ ، وتمثيلاً على خطّ الأعداد على النحو الآتي:



أتتحقق من صحّة الحلّ:

لأتتحقق من صحّة الحلّ، أعوّض بدلاً من x في المتباينة الأصلية عدداً أكبر من 4، مثلاً (5).

$$6x - 5 \geq 2x + 11$$

المتباينة الأصلية

$$6(5) - 5 \geq 2(5) + 11$$

أعوّض عن x بـ 5

$$25 \geq 21 \quad \checkmark$$

أبسّط

أتتحقق من فهمي: ✓



أحلّ المتباينة: $5w - 7 > 3w + 2$ ، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقق من صحّته.

عند حلّ متباينات تحتوي أقواساً، يمكنني استعمال خاصيّة التوزيع للتخلص من الأقواس أولاً، ثمّ أحلّ المتباينة.

مثال 3

أحلّ المتباينة: $3(t + 1) > 4t - 5$

المتباينة الأصلية

$$3(t + 1) > 4t - 5$$

خاصيّة التوزيع

$$3t + 3 > 4t - 5$$

أطرح 3 من طرفي المتباينة

$$3t + 3 - 3 > 4t - 5 - 3$$

أطرح $4t$ من طرفي المتباينة

$$3t - 4t > 4t - 4t - 8$$

أقسم طرفي المتباينة على -1 ، وأغيّر اتجاه رمز المتباينة

$$\frac{-t}{-1} < \frac{-8}{-1}$$

أبسّط

$$t < 8$$

إذن، الحلّ هو $t < 8$

أتتحقق من فهمي: ✓

$$m \leq -3$$

أحلّ المتباينة: $15 \leq 5 - 2(4m + 7)$

في بعض الأحيان، يعطي حل المتباينة جملةً رياضيةً صحيحةً دائمًا، مثل $8 < 5$ ، وفي هذه الحالة فإن الحل هو جميع الأعداد الحقيقية، وفي أحيانٍ أخرى يعطي حل المتباينة جملةً رياضيةً غير صحيحةً أبدًا مثل $1 < 7$ ، وهذا يعني أنه لا يوجد حل للمتباينة.

مثال 4

أحل كلًا من المتباينات الآتية:

1 $14 + 6b > 2(5 + 3b)$

$$14 + 6b > 2(5 + 3b)$$

المتباينة الأصلية

$$14 + 6b > 10 + 6b$$

خاصية التوزيع

$$14 + 6b - 6b > 10 + 6b - 6b$$

أطرح $6b$ من طرفي المتباينة

$$14 > 10$$

أبسط

بما أن المتباينة $14 > 10$ صحيحة دائمًا مهما كانت قيمة b ، فإن حل المتباينة $(14 + 6b > 2(5 + 3b))$ هو جميع الأعداد الحقيقية.

2 $5 - 7m < m + 3 - 8m$

$$5 - 7m < m + 3 - 8m$$

المتباينة الأصلية

$$5 - 7m < 3 - 7m$$

أبسط

$$5 - 7m + 7m < 3 - 7m + 7m$$

أجمع $7m$ إلى طرفي المتباينة

$$5 < 3$$

أبسط

بما أن المتباينة $5 < 3$ غير صحيحة أبدًا مهما كانت قيمة m ، فإن المتباينة $(5 - 7m < m + 3 - 8m)$ ليس لها حل.

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 $12 - 8h \leq 2(6 - 4h)$

المتباينة $12 \leq 12$ صحيحة دائمًا، إذن، حل المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

4 $3(2 + m) > 5m + 9 - 2m$

المتباينة $6 > 9$ غير صحيحة أبدًا، إذن، لا يوجد حل للمتباينة الأصلية.

- أوضح للطلبة أنه عند إيجاد حل بعض المتباينات لا يظهر المتغير في المتباينة المكافئة، وفي هذه الحالة إذا كانت الجملة الرياضية الناتجة صحيحة فهذا يعني أن حل هذه المتباينة جميع الأعداد الحقيقية، أما إذا كانت المتباينة المكافئة الناتجة غير صحيحة أبدًا، عندها فإنه لا يوجد حل لهذه المتباينة.
- ناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تنوع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد حل المتباينات المماثلة للمتباينات في المثال 4؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم الدعم اللازم.

يمكن استعمال المتباينات التي يحتاج حلها إلى أكثر من خطوة في حل مسائل حياتية.

مثال 5: من الحياة



مصاعد: يبلغ الحد الأقصى لحمولة مصعد في البناية التي يسكن فيها هشام 400 kg. إذا أراد هشام تحميل مجموعة من الصناديق كتلة الواحد منها 20 kg، فأكتب متباينة وأحلها؛ لأجد الحد الأقصى لعدد الصناديق التي يمكن لهشام تحميلها في المصعد بأمان، علماً بأن كتلة هشام 80 kg.

بالكلمات: كتلة هشام وكتلة الصناديق أقل من أو يساوي 400

المتغير: ليكن x عدد الصناديق، إذن كتلة الصناديق $20x$

المتباينة: $80 + 20x \leq 400$

$$80 + 20x \leq 400$$

المتباينة الأصلية

$$80 - 80 + 20x \leq 400 - 80$$

أطرح 80 من طرفي المتباينة

$$\frac{20x}{20} \leq \frac{320}{20}$$

أقسم طرفي المتباينة على 20

$$x \leq 16$$

أبسط

إذن، يمكن لهشام تحميل 16 صندوقاً كحد أقصى في المصعد.

أتحقق من فهمي:



تسويق: ترغب ريم في الإعلان عن منتجات شركتها على موقع إلكتروني مقابل JD 10 شهرياً، إضافة إلى JD 0.05 عن كل من يزور موقع الإعلان. أكتب متباينة وأحلها؛ لأجد أقل عدد من الزيارات الشهرية لموقع الإعلان ليكون المبلغ الشهري الذي يتقاضاه الموقع الإلكتروني من شركة ريم JD 100 على الأقل.

$$0.05x + 10 \geq 100$$

$$x \geq 1800$$

إذن أقل عدد من الزيارات الشهرية للموقع يجب أن يكون 1800 زيارة.

مثال 5: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية المتباينات وحلها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثم أحدد معهما المتغير في المسألة، وهو هنا: عدد الصناديق، وأفترض أنه x .
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثم أطلب إليهم رفع ألواحهم عالياً؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- ناقش حل المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خصائص المتباينات.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي سؤال (أتحقق من فهمي) الذي يلي المثال 5، أوضح للطلبة أهمية المشاريع التي تواكب لغة العصر، مثل: المتاجر الإلكترونية التي تحد من البطالة وتوفّر الدخل الكافي لأصحابها.

4 التدريب

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 20) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في مساعدتهم على حلّ الأسئلة.
- في السؤال 23، ألفت انتباه الطلبة إلى أنه لتحقيق الربح يجب أن يكون الإيراد أعلى من التكلفة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (25 - 28).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤالين (25, 26) (تحدّد)، أوجّه الطلبة إلى توحيد مقامات معاملات المتغيّرات بعد تجميعها في أحد طرفي المتباينة.
- في السؤال 27 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى الاستعانة بالمعلومة في صندوق الإرشاد الوارد في هامش المسألة.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
« أكتب أكبر عدد صحيح x يحقق كلّ متباينة ممّا يأتي:

1) $x + 2 < 9$ ، حيث x عدد زوجي. 6

2) $3x - 11 < 40$ ، حيث x مربع كامل. 16

3) $2x + 1 < 19$ ، حيث x عدد أولي. 7

4) $5x - 8 \leq 15$ ، حيث x عدد فردي. 3

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

أندرب وأحلّ المسائل

(1-6) أنظر الهامش.

أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أنحقّق من صحّته:

1) $3x - 2 < 13$

2) $-6 > 3 - 3x$

3) $-5 \geq 4x + 7$

4) $5 - 2x < 17$

5) $7b - 4 \leq 10$

6) $-6g + 2 > 20$

أحلّ كلّاً من المتباينات الآتية، وأنحقّق من صحّة الحلّ:

7) $3y + 6 < 2y - 8$
 $y < -14$

8) $6x + 10 \leq 2(7 - x)$
 $x \leq \frac{1}{2}$

9) $3(x + 1) > 10 + 2x$
 $x > 7$

10) $2(7 - 3a) \leq 14 - 6a$
أنظر ملحقّ الإجابات.

11) $x - 4 - 7x > 1 - 6x$
أنظر ملحقّ الإجابات.

12) $8.1x + 1 > 8.1x - 10$
أنظر ملحقّ الإجابات.

13) $\frac{x}{2} + 4 < 7$
 $x < 6$

14) $5w - 7 \leq 3w + 4$
 $w \leq 5\frac{1}{2}$

15) $2(4x - 1) \leq 3(x + 4)$
 $x \leq \frac{14}{5}$

16) $\frac{2t - 2}{7} > 4$
 $t > 15$

17) $3(x - 2) < 15$
 $x < 7$

18) $2(4t - 3) \geq 36$
 $t \geq \frac{21}{4}$

19) $9h + 8 - 3h \geq 2(3h + 1) + 6$
أنظر ملحقّ الإجابات.

20) $n - 1 > 3n + 4 - 2n$
أنظر ملحقّ الإجابات.

أكتب متباينة تمثّل كلّ جملة ممّا يأتي، ثمّ أحلّها:

21) ثلثنا عدد مطروحاً منه 5 لا يزيد على 15، $\frac{2}{3}x - 5 \leq 15$ ، $x \leq 30$

22) أربعة أمثال مجموع عدد مع 5 أكبر من 2، $4(x + 5) > 2$ ، $x > -\frac{9}{2}$

أتذكّر

استعمل أولاً خاصيّة التوزيع للتخلّص من الأقواس في طرفي المتباينة، ثمّ أحلّ المتباينة.

إجابات (أندرب وأحلّ المسائل):

1) $x < 5$



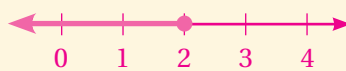
4) $x > -6$



2) $x > 3$



5) $b \leq 2$



3) $x \leq -3$



6) $g < -3$



الوحدة 5

23 تجارة: يمتلك كرمٌ معملًا لإنتاج الطاوات تكلفته تشغيله الأسبوعي JD 270، إضافةً إلى JD 60 لإنتاج الطاولة الواحدة. يبيع كرمٌ الطاولة الواحدة بمبلغ JD 150. أكتب متباينةً يمكن استخدامها لتحديد عدد الطاوات التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق ربح أسبوعيٍّ، وأحل المتباينة. $150x > 270 + 60x, x > 3$



24 علوم: إذا كانت C تمثل درجة الحرارة بالسليسيوس و F تمثل درجة الحرارة بالفهرنهايت و $C = \frac{5(F - 32)}{9}$ ، فأكتب متباينةً يمكن استعمالها لأجد درجات الحرارة بالفهرنهايت التي يكون عندها الذهب صلبًا، ثم أحلها، علمًا بأن درجة انصهار الذهب 1064°C $\frac{5(F-32)}{9} < 1064, F < 1947.2$

أتعلم

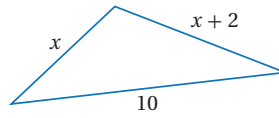
درجة الانصهار هي الدرجة التي تتغير عندها المادة من الحالة الصلبة إلى الحالة السائلة.

مهارات التفكير العليا

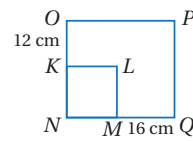
تحذر: أحل كلاً من المتباينات الآتية:

25 $25 + \frac{2x}{3} > 35 - x \quad x > 6$

26 $\frac{3x}{4} + 5 \leq \frac{1}{2} - 6x \quad x \leq -\frac{2}{3}$



27 تبرير: اعتمادًا على الشكل المجاور، أكتب متباينةً وأحلها، لأجد أقل قيمة لـ x، علمًا بأن x عددٌ كليٌّ. $x+x+2 > 10, x > 4$
بما أن x عدد كلي، إذن أقل قيمة لـ x تحقق المتباينة هي 5



$2(x+12+x+16) \geq 2(4x)$
 $x \leq 14$

28 تحذر: تمددت أضلاع المربع KLMN فتشكّل المستطيل NOPQ كما في الشكل المجاور، إذا كان محيط المستطيل لا يقل عن وثلاثي محيط المربع، فأكتب متباينةً وأحلها؛ لأجد أكبر طول ممكن لضلع المربع. إذن أكبر طول ممكن لضلع المربع 14 cm

29 أكتب: كيف أحل متباينةً تحتوي متغيراتٍ في طرفيها؟ أنظر إجابات الطلبة.

35

نشاط التكنولوجيا:



- أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات بأكثر من خطوة.

✓ إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

! تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح، ليَسهُل عليهم حلّ المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 8 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
« أحلّ كل متباينة مما يأتي:

1 $2x - 11 \geq 19 \quad x \geq 15$

2 $5t - 3 < 2t + 5 \quad t < \frac{8}{3}$

الواجب المنزلي:

أسّتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 21, 22 كتاب التمارين: (1 - 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (21 - 24) كتاب التمارين: 14, 15, (4 - 10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24 - 28) كتاب التمارين: (11 - 15)

اختبار نهاية الوحدة

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (1-7) فردياً، وأنجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعاً في حلّ بعض المسائل على اللوح.

- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (8-30)، وأنجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجهوا صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

6 حلّ المتباينة $5n-12 > 2(n+9)$ هو:

- a) $n > 6$ b) $n > 3$
 c) $n > 10$ d) $n < 10$

7 حلّ المتباينة $12 < 18 - 2x$ هو:

- a) $x < 6$ b) $x < 15$
 c) $x > 3$ d) $x < 3$

أكتب متباينة تمثّل كلّ جملة مما يأتي، ثمّ أحلّها:

8 عدد ما مطروح منه 15 أقلّ من 7

9 جمع اثنين إلى ناتج قسمة عدد على -6 يساوي 8 على الأكثر. (8-13) أنظر الهامش.

10 مجموع عدد و 9 أقلّ من -1

11 خمس عدد أقلّ من 10

12 أربعة أمثال عدد مضافاً إلى 8 أقلّ من 20

13 خمسة أمثال مجموع عدد مع 6 أكبر من 20

أحلّ كلّ متباينة مما يأتي، وأمثّل الحلّ على خطّ الأعداد، ثمّ أتحقّق من صحّته: (14-23) أنظر الهامش.

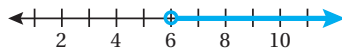
- 14 $x-5 < 6$ 15 $3x > 21$
 16 $x+4 \leq 7$ 17 $t+5 > 3$
 18 $p+12 \geq 2$ 19 $2x-3 < 7$
 20 $\frac{x}{2}+4 > 5$ 21 $\frac{y}{5}+6 \leq 3$
 22 $6 \geq 9-x$ 23 $10-2x \leq 3$

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكلّ مما يأتي:

1 المتباينة التي تمثّل الجملة (مثلاً x مضافاً إليه 4 أقلّ من 7) هي:

- a) $2(x+4) < 7$ b) $2x+4 > 7$
 c) $2x+4 < 7$ d) $2x+4 \leq 7$

2 التمثيل البياني الآتي يمثل حلّ المتباينة:



- a) $x > 6$ b) $x < 6$
 c) $x \leq 6$ d) $x \geq 6$

3 أيّ الأعداد الآتية يعدّ أحد حلول المتباينة

$$15 - 6y \leq 9$$

- a) -1 b) 1
 c) 0 d) -2

4 حلّ المتباينة $(-\frac{3}{4} < 6y)$ هو:

- a) $y < -\frac{1}{8}$ b) $y > -\frac{1}{8}$
 c) $y > -\frac{9}{2}$ d) $y > -\frac{2}{9}$

5 المتباينة $(-\frac{1}{2}y \geq -\frac{3}{2})$ تكافئ:

- a) $y \leq \frac{3}{4}$ b) $y \leq \frac{4}{3}$
 c) $y \leq -3$ d) $y \leq 3$

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

8) $x - 15 < 7, x < 22$

9) $\frac{b}{-6} + 2 \leq 8, b \geq -36$

10) $y + 9 < -1, y < -10$

11) $\frac{y}{5} < 10, y < 50$

12) $4d + 8 < 20, d < 3$

13) $5(w + 6) > 20, w > -2$

تدريب على الاختبارات الدولية

- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها بالاستعانة بالمعلومة أدناه، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- يتقدم طلبة الصفين الرابع والثامن في المدارس الأردنية إلى اختبار (TIMSS) كل أربع سنوات، ويهدف هذا الاختبار إلى قياس مستوى تقدم الطلبة في التحصيل الدراسي في مادتي الرياضيات والعلوم، ولهذا الاختبار أهمية في تقييم جودة التعليم في الأردن بالمقارنة مع الدول الأخرى التي يتقدم طلبتها لهذا الاختبار، والمساعدة في رسم السياسة التربوية على المستوى الوطني بما يخدم تطوير النظام التربوي والارتقاء بنوعية مخرجاته.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

32 ما أصغر عدد كلي يحقق المتباينة $3 < -5n$ ؟

- a) -1 b) 0
c) 1 d) 2

33 أي المتباينات تكافئ المتباينة $w > 4$ ؟

- a) $w < 4$ b) $-4 < w$
c) $w < -4$ d) $-w < -4$

34 قررت إدارة أحد المطارات صيانة أحد مدارجها

البالغ طوله 456 m، إذا أنجز أقل من ثلث العمل في المرحلة الأولى، فإن المتباينة التي تمثل عدد الأمتار التي ما زالت تحتاج للصيانة هي:

- a) $d > 304$ b) $d \leq 304$
c) $d \geq 304$ d) $d < 304$



35 تكلفه الدقيقة الواحدة من

المكالمات الدولية على الهاتف النقال لسمير 8 قروش. إذا كان الحد الأعلى للمبلغ الذي يمكن أن يصرفه سمير على مكالمة دولية 2.4 JD فما المتباينة التي تستعمل لإيجاد مدة المكالمة؟

- a) $0.08x \leq 2.4$ b) $0.08x \geq 2.4$
c) $0.08 \leq 2.4x$ d) $0.08 \geq 2.4x$

24 يتقاضى موظف مبيعات في أحد المراكز التجارية

مبلغ 75 JD أسبوعياً، إضافة إلى 4% ومن قيمة مبيعاته. يخطط هذا الموظف ألا يقل دخله هذا الأسبوع عن 95 JD، أجد الحد الأدنى للمبيعات التي تحقق هدفه.

$$x \geq 500$$

أحل كلاً من المتباينات الآتية، وأتحقق من صحة الحل:

25 $3 + \frac{r}{-4} \geq 6$ $r \leq -12$

26 $2 > -3t - 10$ $t > -4$

27 $5x - 12 < 3x - 4$ $x < 4$

28 المتباينة $5 < -10$ صحيحة دائماً، إذن، حل المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

29 $2(5z - 20) < -3(4 - z)$ $z < 4$

30 مساعدات: تخطط جمعية خيرية لإقامة بازار تبيع فيه

أطباقاً من الطعام وتوزيع ريع مبيعاته على عائلات فقيرة. إذا كان سعر الطبق الواحد 1.25 JD وتخطط الجمعية لجمع ما لا يقل عن 400 JD، فأكتب متباينة وأحلها؛ لأجد أقل عدد من الأطباق التي يجب بيعها في البازار لتحقيق الجمعية هدفها.

$$x \geq 320$$

يجب على الجمعية بيع ما لا يقل عن 320 طبقاً لتحقيق هدفها.

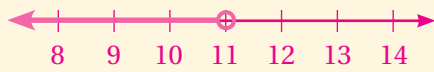
تدريب على الاختبارات الدولية

31 حل المتباينة $18 < u - 13$ هو:

- a) $u < -5$ b) $u > 5$
c) $u > -5$ d) $u < 5$

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

14) $x < 11$



15) $x > 7$



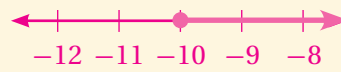
16) $x \leq 3$



17) $t > -2$



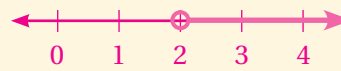
18) $p \geq -10$



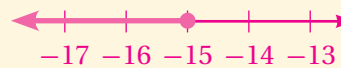
19) $x < 5$



20) $x > 2$



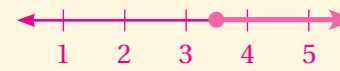
21) $y \leq -15$



22) $x \geq 3$



23) $x \geq 3.5$



كتاب التمارين

الوحدة 5

المتباينات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

حلّ معادلات الجمع والطرح (الدرس 2)

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية، ثمّ اتحقّق من صحّة الحلّ:

7 $y + 3 = 7$ $y = 4$ 8 $-2 + z = 8$ $z = 10$ 9 $x - 4 = 1$ $x = 5$

10 $5 = y + 2$ $y = 3$ 11 $-2 + x = 20$ $x = 22$ 12 $x + 8 = 15$ $x = 7$

13 $3 = x - 3$ $x = 6$ 14 $m - 4 = -4$ $m = 0$ 15 $3 = n - 1$ $n = 4$

مثال: أحلّ المعادلة: $y + 5 = 18$ ، ثمّ اتحقّق من صحّة الحلّ:

أكتب المعادلة

y	5
18	

أطرح 5 من الطرفين

y	5
13	5

أطرح 5 من الطرفين (خاصيّة المساواة للطرح)

y	
13	

حلّ المعادلة

أتحقّق من صحّة الحلّ:

أعوّض $y = 13$ في المعادلة

الطرفان متساويان، إذن، الحلّ صحيح.

$13 + 5 \stackrel{?}{=} 18$

$18 = 18$ ✓

7

الوحدة 5

المتباينات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

أختبرُ معلوماتي بحلّ التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكّدي من الإجابة، أستمعُ بالمنال المُعطى.

تحديد إذا كانت قيمة معطاة تمثّل حلّاً للمعادلة (الدرس 1)

أبينّ إذا كانت قيمة المتغير المعطاة تمثّل حلّاً للمعادلة أم لا في كلّ ممّا يأتي:

1 $a + 6 = 17$, ($a = 9$) لا تمثّل حلّاً. 2 $4y = 56$, ($y = 14$) تمثّل حلّاً.

3 $\frac{q}{2} = -14$, ($q = -28$) تمثّل حلّاً. 4 $35 = -7n$, ($n = -3$) لا تمثّل حلّاً.

5 $5s + 8 = 19$, ($s = 2$) لا تمثّل حلّاً. 6 $-2x + 10 = 14$, ($x = -2$) تمثّل حلّاً.

مثال: أبينّ إذا كانت قيمة المتغير المعطاة تمثّل حلّاً للمعادلة أم لا:

a) $2x + 1 = 11$, ($x = 6$)

المعادلة المعطاة

أعوّض عن x بالعدد 6

أتبع ألولويات العمليات، فأضرب أولاً

أجمع

العبارة غير صحيحة؛ إذن ($x = 6$) ليست حلّاً للمعادلة.

b) $3 + 2m = 1$, ($m = -1$)

أكتب المعادلة

أعوّض عن m بالعدد -1

أتبع ألولويات العمليات، فأضرب أولاً

أجمع

العبارة صحيحة؛ إذن تمثّل ($m = -1$) حلّاً للمعادلة.

6

الوحدة 5

المتباينات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

حلّ المعادلات بخطوتين (الدرس 4)

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية، ثمّ اتحقّق من صحّة الحلّ:

16 $3x + 8 = 14$ $x = 2$ 17 $20 - 3x = 11$ $x = 3$ 18 $1 - m = 3$ $m = -2$

19 $5s - 8 = 12$ $s = 4$ 20 $5x - 2 = 23$ $x = 5$ 21 $11 - 2x = 7$ $x = 2$

22 $2 - 3x = -4$ $x = 2$ 23 $3k + 4 = -11$ $k = -5$ 24 $2m + 3 = -5$ $m = -4$

25 $2(4x + 1) = 16$ $x = \frac{7}{4}$ 26 $3 - 2b = -5(b + 2) - 1$ $b = -\frac{14}{3}$

مثال: أحلّ المعادلة: $2x + 3 = 17$ ، ثمّ اتحقّق من صحّة الحلّ:

أكتب المعادلة

x	x	3
17		

أطرح 3 من الطرفين

x	x	3
17		
14		3

أقسم الطرفين على 2

x	x
14	

حلّ المعادلة

أتحقّق من صحّة الحلّ:

أعوّض $x = 7$ في المعادلة

الطرفان متساويان، إذن، الحلّ صحيح.

$2(7) + 3 \stackrel{?}{=} 17$

$17 = 17$ ✓

9

الوحدة 5

المتباينات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

حلّ معادلات الضرب والقسمة (الدرس 3)

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية، ثمّ اتحقّق من صحّة الحلّ:

16 $6n = 18$ $n = 3$ 17 $\frac{b}{-2} = 3$ $b = -6$ 18 $\frac{q}{-9} = 4$ $q = -36$

19 $-2n = 16$ $n = -8$ 20 $21 = 3x$ $x = 7$ 21 $4y = 44$ $y = 11$

22 $20 = 5n$ $n = 4$ 23 $2k = 24$ $k = 12$ 24 $\frac{x}{2} = 1$ $x = 2$

مثال: أحلّ المعادلة: $3x = 12$ ، ثمّ اتحقّق من صحّة الحلّ:

أكتب المعادلة

x	x	x
12		

أقسم الطرفين على 3

x	x	x
12 ÷ 3	12 ÷ 3	12 ÷ 3

حلّ المعادلة

x
4

أتحقّق من صحّة الحلّ:

أعوّض $x = 4$ في المعادلة

الطرفان متساويان، إذن، الحلّ صحيح.

$3(4) \stackrel{?}{=} 12$

$12 = 12$ ✓

8

كتاب التمارين

الدرس 2 حل المتباينات بالجمع والطرح

أحل كل متباينة، وأملها على خط الأعداد واتحقق من صحة الحل: (1-6) انظر ملحق الإجابات.

1 $m-3 < 1$ 2 $5 < m+3$ 3 $y+1.5 \geq 9.5$
 4 $-7.6 \leq -0.6+r$ 5 $-1 \geq x-9$ 6 $3 \leq \frac{1}{2}+a$

إذا كان $20 \geq x+6$ ، فأكمل كل متباينة:
 7 $x \geq \dots$ 8 $x+10 \geq 24$ 9 $x-6 \geq \dots$

أكتب أصغر عدد صحيح y يحقق كل متباينة مما يأتي:
 10 $y-3 > 5$ 11 $y-7 \geq 6$ 13

أكتب أكبر عدد صحيح d يحقق كل متباينة:
 12 $d+3 < -2$ 13 $d-4 \leq -2$ 2

14 بيلق: هاني عضو في نادي البيوت، ويطمح إلى بيع 15 شتلة على الأقل خلال ثلاثة أيام في معرض «الأرض» الذي يقامه النادي؛ لينفق رُبْعها في المحافظة على البيوت. إذا باع هاني 4 شتلات يوم الأحد، و5 شتلات يوم الاثنين، فأكتب متباينة وأحلها لتحديد عدد الشتلات التي ينبغي لهاني أن يبيعها يوم الثلاثاء.
 إذن، على هاني بيع ما لا يقل عن 6 شتلات يوم الثلاثاء.
 $x+9 \geq 15, x \geq 6$

15 يتن الشكّل المجاور شكلاً رباعياً محيطه أقل من أو يساوي 18.7 cm. أكتب متباينة وأحلها لإيجاد قيم x المحتملة.
 $15.4 + x \leq 18.7, x \leq 3.3$



الدرس 1 كتابة المتباينات وتمثيلها

أكتب متباينة تمثل كل جملة مما يأتي:

1 تعليم جامعي: الحد الأدنى المعدل الثانوية العامة للأزم لتقديم طلب الالتحاق بكلية الطب البشري في المملكة الأردنية الهاشمية 85% $y \geq 85\%$
 2 كرة قدم: يجب أن يكون عمر اللاعب في فريق الناشئين لكرة القدم أقل من 17 سنة. $b < 17$
 3 عدد مطروح منه 1 أكبر من 13 $x-1 > 13$
 4 ثلاثة أمثال عدد أقل من 20 $3c < 20$

أبين ما إذا كانت القيمة المعطاة تمثل أحد حلول المتباينة أم لا في كل مما يأتي: (5-16) انظر ملحق الإجابات.

5 $9-x > 4, x=3$ 6 $k+6 < -5, k=-4$ 7 $7u+1 \geq 15, u=2$
 8 $\frac{8+z}{2} \leq -2, z=-4$ 9 $r+4 > 8, r=2$ 10 $5-x < 11, x=-7$

أمثل كل متباينة مما يأتي على خط الأعداد:
 11 $y > -5$ 12 $x < 0$ 13 $w \geq 6$
 14 $h \leq 5$ 15 $w < 8$ 16 $z \geq -1$

أكتب المتباينة الممثلة على خط الأعداد في كل مما يأتي:
 17 $x \geq -32$
 18 $x \leq -1$
 19 $x > 14$
 20 $x < 52$

21 أكتشف الخطأ: يقول عامر: إن العدد 8 لا يمثل حلاً للمتباينة $\frac{1}{2}x+2 \leq 6$
 أكتشف الخطأ في ما يقوله عامر، وأصححه.
 المتباينة $6 \leq 6$ عبارة صحيحة؛ لأن $6 = 6$ ، وعليه يكون 8 أحد الحلول.

الدرس 4 حل المتباينات متعددة الخطوات

أحل كل من المتباينات الآتية، واتحقق من صحة الحل:

1 $2x-6 \leq 10, x \leq 8$ 2 $20-2x \geq 5, x \leq 7.5$ 3 $3-4x > 11, x < -2$
 4 $25-3x < 7, x > 6$ 5 $2(6-x) < 9, x > \frac{3}{2}$ 6 $\frac{10-2x}{5} \geq 4, x \leq -5$
 7 $3n+14 > 8n-13, n < 5.4$ 8 $\frac{6n-2}{7} < 9, n < \frac{65}{6}$ 9 $7x+1 > 3x-7, x > -2$

10 يخطط أعضاء اللجنة الإدارية في أحد النوادي الرياضية لبيع قمصان تحمل اسم النادي بمبلغ لا يقل عن 500 JD خلال أسبوع. إذا كان سعر القميص الواحد JD 2.5 وتمسح نهاية اليوم الخامس كان إيراد النادي من هذه المبيعات 375 JD، فأكتب متباينة وأحلها لأجد أقل عدد من القمصان يجب بيعه خلال اليومين الباقين ليصل النادي إلى هدفه.
 $375 + 2.5b \geq 500, b \geq 50$
 إذن، يجب على النادي أن يبيع ما لا يقل عن 50 قميصاً خلال اليومين الباقين.
 أكتب قيم x التي تحقق كل متباينة مما يأتي:
 11 $2x-14 < 38$ ، حيث x مربع كامل. $x < 26, x=0, 1, 4, 9, 16, 25$
 12 $4x-6 \leq 15$ ، حيث x عدد صحيح فردي موجب. $x \leq 5.25, x=1, 3, 5$

13 لدى فارس JD 4، إذا اشترى 8 علب عصير وأعطى أخاه ديناراً واحداً، وبقي معه 60 قرشاً. أكتب متباينة وأحلها لأجد الحد الأعلى لسعر علب العصير الواحد. $8x+1+0.6 \leq 4, x \leq 0.3$
 إذن، الحد الأعلى لسعر علب العصير الواحد يساوي 30 قرشاً.

في الشكل المجاور مستطيل محيطه يقل عن 40 cm
 14 أكتب متباينة بدلالة x تدل على محيط المستطيل. $2(x+2x-1) < 40, 6x-2 < 40$
 15 أ حل المتباينة في السؤال السابق. $x < 7$



الدرس 3 حل المتباينات بالضرب والقسمة

أكتب $>$ أو $<$ أو \geq أو \leq في ما يأتي:

1 إذا كان $b > 7$ فإن $3b > 21$
 2 إذا كان $u > 0$ فإن $-u < 0$
 3 إذا كان $y \geq -5$ فإن $\frac{1}{2}y \geq -10$
 4 إذا كان $-3t \leq 18$ فإن $-6 \geq t$

أحل كل من المتباينات الآتية، وأملها على خط الأعداد، واتحقق من صحة الحل. (5-10) انظر ملحق الإجابات.

5 $0.5 \leq \frac{1}{4}y$ 6 $-12 > 3x$ 7 $\frac{2}{5}h < 10$
 8 $-3.5 > 7b$ 9 $-\frac{3}{5} \geq \frac{4w}{5}$ 10 $-\frac{9}{4} < -\frac{3}{8}b$

11 صناعات غذائية: يبلغ معدل إنتاج مصنع من الآباني 120 علب في الساعة، ويخطط قسم الإنتاج في المصنع لإنتاج ما لا يقل عن 600 علب يومياً. أكتب متباينة وأحلها لأجد الحد الأدنى من الساعات اليومية التي يجب أن يعمل بها مصنع الإنتاج الكمي المطلوبة.
 $120y \geq 600, y \geq 5$

12 هندسة: مستطيل مساحته أقل من 85 cm^2 وطوله 20 cm. أكتب متباينة تمثل العرض الممكن للمستطيل ثم أحلها.
 $20h < 85, h < 4.25$

أبين ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة دائماً أم غير صحيحة أبداً، مع توضيح ذلك بأملية مناسبة: (13-16) انظر ملحق الإجابات.

13 إذا كان $a < 1, a > 4$ فإن $ax > 0$ 14 إذا كان $a < 0, b < 0$ فإن $bx > 0$
 15 إذا كان $a > 1, a \geq 0$ فإن $cx > 0$ 16 إذا كان $a \geq 1, a > 0$ فإن $dx > 0$

10) $d > 12$



11) $m < 11$



12) $c \geq 11.2$



الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

10) المتباينة $14 \leq 14$ صحيحة دائماً، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

11) المتباينة $1 > -4$ غير صحيحة أبداً، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

12) المتباينة $-10 > 1$ صحيحة دائماً، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

19) المتباينة $8 \geq 8$ صحيحة دائماً، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

20) المتباينة $4 > -1$ غير صحيحة أبداً، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

كتاب التمارين - الدرس 1:

(5) تمثّل أحد حلول المتباينة.

(6) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

(7) تمثّل أحد حلول المتباينة.

(8) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

(9) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

(10) لا تمثّل حلاً للمتباينة.

7) $y < 6$



8) $b \leq -4$



9) $y > 2$



10) $n \geq -4$



11) $x \geq -16$



12) $w > 1 \frac{3}{4}$



الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

7) $x \leq -2$



8) $n \geq -2$



9) $b > -3$



5) $y \geq 2$



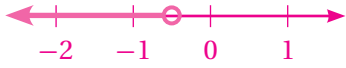
6) $x < -4$



7) $h < 25$



8) $b < -\frac{1}{2}$



9) $w \leq -3$



10) $b < 6$



13) صحيحة أحياناً؛ فإذا كانت $a = \frac{1}{4}$ (مثلاً) تتحقق المتباينة، أما إذا كانت $a = -1$ (مثلاً) لا تتحقق المتباينة.

14) صحيحة دائماً؛ لأن حاصل ضرب عدد سالب في عدد سالب يعطي دائماً عدداً موجباً، والأعداد الموجبة أكبر من الصفر.

15) صحيحة أحياناً؛ فإذا كانت $x = 10$ (مثلاً) تتحقق المتباينة، أما إذا كانت $x = 0$ (مثلاً) لا تتحقق المتباينة.

16) صحيحة دائماً؛ لأن إشارة x موجبة، وإشارة d موجبة، فيكون ناتج الضرب موجب دائماً.

11)

12)

13)

14)

15)

16)

1) $m < 4$



2) $m > 2$



3) $y \geq 8$



4) $r \geq -7$



5) $x \leq 8$



6) $a \geq 2\frac{1}{2}$



أنظمة المعادلات الخطية

الوحدة

6



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> أحجار نرد. ألواح صغيرة. 	1
الدرس 1: حلّ نظام من معادلتين خطّيتين بيانياً	<ul style="list-style-type: none"> تعرف نظام المعادلات الخطية بمتغيّرين. التحقّق من أن الزوج المرتّب يمثل حلّاً للنظام. حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بيانياً. نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيتين، وحلّه بيانياً. 	<p>نظام المعادلات الخطية.</p> <p>حلّ نظام المعادلات الخطية.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. ورقة المصادر 6 	3
معمل برمجة جيو جيرا: تمثيل نظام من معادلتين خطّيتين بيانياً	<ul style="list-style-type: none"> استعمال برمجة جيو جيرا في حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيتين بمتغيّرين بيانياً. 		<ul style="list-style-type: none"> برمجة جيو جيرا. 	1
الدرس 2: حلّ نظام من معادلتين خطّيتين بالتعويض	<ul style="list-style-type: none"> حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض. نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيتين، وحلّه بالتعويض. 	التعويض.	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. 	3
الدرس 3: حلّ نظام من معادلتين خطّيتين بالحذف	<ul style="list-style-type: none"> حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالحذف. نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيتين، وحلّه بالحذف. 	الحذف.	<ul style="list-style-type: none"> ألواح صغيرة. ورقة المصادر 7 	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> جهاز حاسوب. شبكة الإنترنت. 	1 (حصّة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				13 حصّة

أنظمة المعادلات الخطية

الوحدة
6

ما أهمية هذه الوحدة؟

يمكنُ نمذجةُ مواقفَ حياتيةٍ عديدةٍ باستعمالِ معادلتينِ خطيتينِ بمتغيرينِ، مثلَ تغيّرِ الطولِ، وتغيّرِ درجاتِ الحرارة في أثناءِ اليومِ، وتغيّرِ ارتفاعِ ماءٍ، فمثلاً يساعدُ حلُّ نظامِ المعادلاتِ على تحديدِ الوقتِ الذي يصبحُ فيه منطادانِ على الارتفاعِ نفسه إذا كانَ معدّلُ التغيّرِ في ارتفاعِهما مختلفاً.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلّموه في الصف السابع الأساسي حول حلّ المعادلات الخطية بمتغير واحد بيانياً وجبرياً، لتعرّف حلّ نظام مكوّن من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً وجبرياً، وسيتعلمون أيضاً كيفية استعمال برمجة جيو جيبيرا في حلّ مثل هذه الأنظمة بيانياً.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرّف الطلبة كيفية نمذجة مواقف هندسية وحياتية باستعمال أنظمة من المعادلات الخطية، وحلّها.

سأتعلّم في هذه الوحدة:

- حلّ نظام معادلات خطية بمتغيرين بيانياً.
- حلّ نظام معادلات خطية بمتغيرين بالتعويض.
- حلّ نظام معادلات خطية بمتغيرين بالحذف.

تعلّم سابقاً:

- ✓ تعيين إحداثيّ نقطة في المستوى الإحداثيّ.
- ✓ حلّ المعادلة الخطية بمتغير واحد.
- ✓ كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حلّ معادلات خطية من خطوتين على الأقل تحتوي على متغيرات في طرفيها ضمن الأعداد الصحيحة والنسبية باستخدام النماذج بيانياً وجبرياً.
- التعبير عن مواقف حياتية بمعادلات يتطلب حلّها خطوتين، وحلّها بأكثر من طريقة.
- تعرّف الاقتران الخطي، والتعبير عنه بطرائق مختلفة.
- تمثيل الاقتران الخطي بيانياً.

الصف الثامن

- تعرّف نظام المعادلات الخطية بمتغيرين.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً، والتحقّق من صحة الحلّ.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض، والتحقّق من صحة الحلّ.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالحذف، والتحقّق من صحة الحلّ.

الصف التاسع

- حلّ المعادلة على صورة $ax^2+bx+c=0$ بيانياً، وبالتحليل، وبإكمال المربع، وباستعمال القانون العام.
- حلّ معادلات تحتوي على مقادير جذرية ونسبية.
- حلّ معادلات تحتوي على مقادير نسبية.
- حلّ معادلات من الدرجة الثالثة على صورة فرق بين مكعبين ومجموع مكعبين.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة حول حل أنظمة المعادلات الخطية؛ لتكوين نظام معادلات خطية يمثل نمو أشجار سريعة النمو، وحل هذه الأنظمة بطرائق مختلفة.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: الأشجار سريعة النمو

4 أعددتمى يصبح طول الشجرتين في كل نظام معادلات كوّنته في الخطوة (2) متساوياً، وذلك بحل النظام بيانياً وجبرياً باستعمال طريقتي التعويض والحذف، وأبرر إجابتي.

5 أستعمل برمجية جيوجبرا لحل أنظمة المعادلات الخطية والتحقق من صحة الحل.

6 أعد مطوية من 4 صفحات، أدرج في كل صفحة منها صورة لإحدى الأشجار الأربع ومعلومات عنها.

أستعد ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص لكتابة معادلات خطية تمثل نمو أشجار سريعة النمو، وتكوين أنظمة معادلات منها، وحلها.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أبحث في شبكة الإنترنت عن 4 أشجار سريعة النمو وأجد معدل نمو كل منها، مع ضرورة الانتباه لتوحيد وحدات الزمن، ووحدات الطول للأشجار جميعها.

2 أكتب أربع معادلات خطية لأطوال الأشجار الأربع بالنسبة للزمن معتمداً على معدل النمو وفق الشروط الآتية:

- أفترض طولاً أولياً للشجرتين ذواتي معدل النمو الأقل على أن يكون أكثر من 2 m
- أفترض طولاً أولياً للشجرتين ذواتي معدل النمو الأعلى على أن يكون أقل من 1 m

3 أستعمل المعادلات الأربع الناتجة في الخطوة (2) لأكون 4 أنظمة معادلات خطية، كل نظام منها مكون من معادلتين خطيتين، إحداهما من الشجرتين ذواتي معدل النمو الأعلى والأخرى من الشجرتين ذواتي معدل النمو الأقل.

عرض النتائج:

- أعرّض المطوية أمام طلبة صفّي، مع توضيح المعادلات التي كوّنتها لأطوال الأشجار.
- أطلب إلى زملائي / زميلاتي في المجموعات الأخرى حل أنظمة المعادلات التي كوّنتها، ثم أعرّض لهم الحل الجبري والبياني.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	اختيار أشجار سريعة النمو، وإيجاد معدل نمو كل منها.			
2	تكوين نظام معادلات خطية لمعدلات نمو أشجار سريعة النمو.			
3	حل نظام المعادلات بيانياً، والتحقق من صحة الحل.			
4	حل نظام المعادلات بالتعويض، والتحقق من صحة الحل.			
5	حل نظام المعادلات بالحذف، والتحقق من صحة الحل.			
6	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
7	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

- 1 تقديم نتائج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتائج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتائج صحيح كامل.

هدف النشاط:

- التمهيد لمفهوم حلّ نظام مكوّن من معادلتين.

خطوات العمل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة بحجري نرد، ولوح صغير.
- أطلب إلى أحد فردي المجموعة رمي حجرّي النرد، وأطلب إلى الفرد الآخر تغطية عينيه.
- يخبر الفرد الأول زميله/ زميلته بمجموع العددين الظاهرين على وجهي حجرّي النرد.
- يخمّن الفرد الثاني العددين الظاهرين على وجهي حجرّي النرد، فإذا كان تخمينه صحيحًا يحصل على 3 نقاط، أمّا إذا كان تخمينه غير صحيح فعلى الفرد الأول إخبار الفرد الثاني بالفرق بين العددين، وعندما يخمّن الفرد الثاني العددين الظاهرين على وجهي حجرّي النرد مرة أخرى، فإذا كان تخمينه صحيحًا هذه المرّة يحصل على نقطة واحدة.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار، ويكرّر الفرد الآخر ما فعله زميله/ زميلتها.
- يستمرّ فردا المجموعة بتبادل الأدوار حتى يلعب كلّ منهما 5 جولات.
- يسجّل الفوز لمن يحصل على أكبر عدد من النقاط بعد انتهاء النشاط.
- أخبر الطلبة أنني رميت حجرّي نرد وكان مجموع العددين الظاهرين على الحجرين 7، ثمّ أفترض العدد الذي يعبر عن العدد الظاهر على الحجر الأول هو x ، وأنّ العدد الظاهر على الحجر الثاني هو y ، ثمّ أطلب إلى الطلبة كتابة المعادلة التي تعبر عن مجموع العددين الظاهرين على وجهي حجرّي النرد على ألواحهم الصغيرة ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم، ثمّ أطلب إليهم تخمين القيم الممكنة لكلّ من x و y .
- أخبر الطلبة أن الفرق بين العددين الظاهرين على حجرّي النرد 3، ثمّ أطلب إليهم كتابة المعادلة التي تعبر عن الفرق بين العددين الظاهرين على وجهي حجرّي النرد على ألواحهم الصغيرة ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم، ثمّ أطلب إليهم تخمين القيم الممكنة لكلّ من x و y التي تحقّق المعادلتين، لأتوصّل معهم إلى أن العددين اللذين يحققان المعادلتين معًا هما: 5 و 2.

إرشادات:

- يُعدّ هذا النشاط تمهيدًا لمفهوم حلّ نظام معادلات بمتغيّرين، فمثلاً إذا كان مجموع العددين الظاهرين على حجرّي النرد 7، والفرق بينهما 3 فإنّ تحديد العددين الظاهرين على حجرّي النرد يُعدّ حلًّا للمعادلتين.
- عند معرفة الطلبة بالفرق بين العددين، فمن المتوقع تمكّنهم من تحديد العددين بسرعة، ولكن حينها لا يحصلون إلا على نقطة واحدة.

التكليف: يمكن استعمال حجرّي نرد الأعدادُ عليهما أكبر من العدد 6، لتعزيز الطلبة على إدراك أن المعادلة الأولى وحدها غير كافية لإيجاد الحلّ.

توسعة: يمكن للطلبة إعادة اللعبة مرة أخرى واستعمال المعادلات لإيجاد الحلّ.

نتائج الدرس:

- تعرّف نظام المعادلات الخطية بمتغيرين.
- التحقّق من أن الزوج المرتب يمثل حلاً للنظام.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بيانياً.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطيتين، وحله بيانياً.

نتائج التعلّم القبلي:

- تحديد إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً للمعادلة الخطية بمتغيرين.
- كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلات الخطية بمتغيرين بيانياً في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوّز الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أوّز كلّ مجموعة بورقة المصادر 6: مطابقة التمثيلات البيانية، ومشابك ورقية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات مطابقة جدول القيم مع التمثيل البياني المرتبط به، ثمّ ربطهما بمشك ورقية.

✓ **إرشاد:** أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيداً.

حلّ نظامٍ من معادلتين خطيتين بيانياً

1

الدرس



أستكشف

شجرة طولها 0.6 m ويزداد طولها بمعدّل ثابت مقداره 0.3 m في السنة، وشجرة أخرى طولها 1.8 m ويزداد طولها بمعدّل ثابت مقداره 0.15 m لكلّ سنة. بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه؟

فكرة الدرس

أحلّ نظام معادلات مكوّن من معادلتين خطيتين بيانياً.

المصطلحات:

نظام المعادلات الخطية، حلّ نظام المعادلات الخطية.

يتكوّن نظام المعادلات الخطية (system of linear equations) من معادلتين خطيتين أو أكثر لها المتغيرات نفسها، وفي ما يأتي مثال على نظام مكوّن من معادلتين خطيتين:

$$y = 2x + 1 \quad \text{المعادلة 1}$$

$$y = x - 3 \quad \text{المعادلة 2}$$

حلّ نظام المعادلات الخطية (solution of a system of linear equations) بمتغيرين هو زوج مرتب يحقق كلّ معادلة في النظام.

مثال 1

أحدّد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى في كلّ مما يأتي:

$$\textcircled{1} \quad (4, 1); \quad \begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

أعوّض الزوج المرتب (4, 1) في كلا المعادلتين حيث $x = 4$ و $y = 1$

المعادلة 2

$$x - y = 3$$

$$4 - 1 \stackrel{?}{=} 3$$

$$3 = 3 \quad \checkmark$$

المعادلة 1

$$x + 2y = 6$$

$$(4) + 2(1) \stackrel{?}{=} 6$$

$$6 = 6 \quad \checkmark$$

بما أن الزوج المرتب (4, 1) يمثل حلاً لكلا المعادلتين، إذن (4, 1) يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية.

- أيّين للطلبة أن الزوج المرتّب يمثل حلًّا لنظام المعادلات؛ لأنه يمثل حلًّا لكلا المعادلتين.
- ناقش حلّ الفرع 2 من المثال 1 مع الطلبة على اللوح، فأطلب إلى أحد الطلبة تعويض النقطة في المعادلة الأولى، ثمّ أطلب إلى آخر تعويض النقطة في المعادلة الثانية، ثمّ أسأل الطلبة:
 - « هل مثلّ الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة الأولى؟ لا.
 - « هل مثلّ الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة الثانية؟ نعم.
 - « هل يمثلّ الزوج المرتّب حلًّا لنظام المعادلات الخطية المعطى؟ لماذا؟ لا؛ لأنه لا يمثلّ حلًّا لكلا المعادلتين.
- أيّين للطلبة أن الزوج المرتّب لا يمثلّ حلًّا لنظام المعادلات؛ لأنه لا يمثلّ حلًّا لكلا المعادلتين، بالرغم من أنّه يمثلّ حلًّا لإحدى المعادلتين.

⚠️ أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بالحكم على أن زوجًا مرتّبًا يمثلّ حلًّا لنظام معادلات خطية إذا حقّق إحدى المعادلتين؛ لذا أوكد وبشكل مستمر ضرورة تعويض الزوج المرتّب في كلتا المعادلتين؛ للتحقق من تمثيله حلًّا لكلّ منهما.

✓ **إرشاد:** أوّضح للطلبة أنه إذا لم تحقّق النقطة المعادلة الأولى، فلا داعي لتعويضها في المعادلة الثانية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقييم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب السواردي في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.

- أوّجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثمّ أسألهم:
 - « ما العوامل التي تساعد على نموّ الأشجار؟ أشعة الشمس، وخصوبة التربة، ...
 - « كم يبلغ طول كلّ من الشجرتين بعد عام؟ 0.9 m , 1.95 m
 - « كم يبلغ طول كلّ من الشجرتين بعد عامين؟ 1.2 m , 2.1 m
 - « بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألاّ أخطئ أحدًا، بل أقول: " لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟ "، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثمّ أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مرّة أخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت من قدّم الإجابة الصحيحة.

- أذكر الطلبة بما تعلّموه سابقًا حول المعادلة الخطية بمتغيّرين وصورها المختلفة وحلّها، ثمّ أوّضح لهم مفهوم كلّ من نظام المعادلات الخطية، وحلّ نظام المعادلات الخطية.
- ناقش حلّ الفرع 1 من المثال 1 مع الطلبة على اللوح، فأطلب إلى أحد الطلبة تعويض الزوج المرتّب في المعادلة الأولى، ثمّ أطلب إلى آخر تعويض الزوج المرتّب في المعادلة الثانية، ثمّ أسأل الطلبة:
 - « هل مثلّ الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة الأولى؟ نعم.
 - « هل مثلّ الزوج المرتّب حلًّا للمعادلة الثانية؟ نعم.
 - « هل يمثلّ الزوج المرتّب حلًّا لنظام المعادلات الخطية المعطى؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمثلّ حلًّا لكلا المعادلتين.

• أَوْضَحْ لِلطَّلِبَةِ أَنَّهُمْ سَيَتَعَلَّمُونَ فِي هَذِهِ الْوَحْدَةِ طَرِيقَ مَخْتَلَفَةٍ لِحَلِّ نِظَامِ مَعَادَلَاتٍ خَطِيئَةٍ مَكُونِ مِنْ مَعَادَلَتَيْنِ خَطِيئَتَيْنِ، وَإِحْدَى هَذِهِ الطَّرِيقَاتِ هِيَ: التَّمْثِيلُ الْبَيَانِي، ثُمَّ أَبَيِّنْ لَهُمْ أَنَّ ذَلِكَ يَتِمُّ عَنْ طَرِيقِ تَمْثِيلِ كُلِّ مِنْ مَعَادَلَتِي النِّظَامِ فِي الْمَسْتَوَى الْإِحْدَاثِيِّ نَفْسِهِ، وَتَحْدِيدِ نَقْطَةِ تَقَاطَعِ الْمَسْتَقِيمَيْنِ الَّتِي تَمَثِّلُ حَلًّا لِلنِّظَامِ.

• اَكْتُبْ نِظَامَ الْمَعَادَلَاتِ الْخَطِيئَةِ الْوَارِدِ فِي الْمَثَالِ 2 عَلَى الْلَوْحِ، ثُمَّ أَسْأَلِ الطَّلِبَةَ:

« مَا الصِّيغَةُ الَّتِي كَتَبْتُ بِهَا مَعَادَلَتِي النِّظَامِ؟ صِيغَةُ الْمَيْلِ وَالْمَقْطَعِ.

• أَطْلُبْ إِلَى أَحَدِ الطَّلِبَةِ تَمْثِيلَ الْمَعَادَلَةِ الْأُولَى فِي الْمَسْتَوَى الْإِحْدَاثِيِّ بِاسْتِعْمَالِ الْمَيْلِ وَالْمَقْطَعِ، ثُمَّ أَطْلُبْ إِلَى طَالِبٍ آخَرَ/ طَالِبَةٍ أُخْرَى تَمْثِيلَ الْمَعَادَلَةِ الثَّانِيَةِ فِي الْمَسْتَوَى الْإِحْدَاثِيِّ نَفْسَهُ بِاسْتِعْمَالِ الْمَيْلِ وَالْمَقْطَعِ أَيْضًا، ثُمَّ أَسْأَلِ الطَّلِبَةَ:

« مَا نَقْطَةُ تَقَاطَعِ الْمَسْتَقِيمَيْنِ؟ $(1, -2)$

« هَلْ تَمَثِّلُ هَذِهِ النَقْطَةُ حَلًّا لِنِظَامِ الْمَعَادَلَاتِ؟ لِمَاذَا؟ نَعَمْ؛ لِأَنَّهَا تَقَعُ عَلَى كُلِّ مِنْ الْمَسْتَقِيمَيْنِ اللَّذَيْنِ يَمَثِّلَانِ مَعَادَلَتِي النِّظَامِ، وَهَذَا يَعْنِي أَنَّهَا تَحَقِّقُ كُلًّا مِنَ الْمَعَادَلَتَيْنِ.

« كَيْفَ يُمْكِنُ التَّحَقُّقُ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ؟ بِتَعْوِضِ الزَّوْجِ الْمُرْتَّبِ فِي كِلَا الْمَعَادَلَتَيْنِ، وَالتَّحَقُّقُ مِنْ أَنَّهُ يَمَثِّلُ حَلًّا لِكُلِّ مِنْهُمَا.

• أَطْلُبْ إِلَى الطَّلِبَةِ التَّحَقُّقَ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ عَلَى الْوِاحِدِ الصَّغِيرَةِ، ثُمَّ رَفَعَهَا عَالِيًّا؛ لِأَنَّهَا تَمَكَّنُ مِنْ تَقْدِيمِ التَّغْذِيَةِ الرَّاجِعَةِ لَهُمْ.

• إِنَّ لَزِمَ الْأَمْرَ، أَنَاقِشِ الطَّلِبَةَ فِي مَزِيدٍ مِنَ الْأَمْثَلَةِ؛ لِتَحَقُّقِ مِنْ إِتْقَانِهِمْ هَذِهِ الْمَهَارَةَ.

الوحدة 6

2 $(1, -2); \quad 2x + y = 0$
 $-x + 2y = 5$

أَعُوْضُ الزَّوْجَ الْمُرْتَّبَ فِي كِلَا الْمَعَادَلَتَيْنِ حَيْثُ $x = 1$ وَ $y = -2$

المعادلة 2

$$\begin{aligned} -x + 2y &= 5 \\ -(1) + 2(-2) &\stackrel{?}{=} 5 \\ -5 &\neq 5 \quad \times \end{aligned}$$

المعادلة 1

$$\begin{aligned} 2x + y &= 0 \\ 2(1) + (-2) &\stackrel{?}{=} 0 \\ 0 &= 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

أَلَا حَظُّ أَنْ الزَّوْجَ الْمُرْتَّبَ $(1, -2)$ يَمَثِّلُ حَلًّا لِلْمَعَادَلَةِ الْأُولَى، وَلَكِنَّهُ لَا يَمَثِّلُ حَلًّا لِلْمَعَادَلَةِ الثَّانِيَةِ، إِذَنْ $(1, -2)$ لَا يَمَثِّلُ حَلًّا لِنِظَامِ الْمَعَادَلَاتِ الْخَطِيئَةِ.

$(1, 3)$ يُمَثِّلُ حَلًّا لِلنِّظَامِ.

$(-1, 2)$ لَا يُمَثِّلُ حَلًّا لِلنِّظَامِ.

3 $(1, 3); \quad 2x + y = 5$
 $-2x + y = 1$

4 $(-1, 2); \quad 2x + 5y = 8$
 $3x - 2y = 5$

إِحْدَى طَرِيقَاتِ حَلِّ نِظَامِ مَعَادَلَاتٍ مَكُونِ مِنْ مَعَادَلَتَيْنِ خَطِيئَتَيْنِ هِيَ تَمْثِيلُهُمَا فِي الْمَسْتَوَى الْإِحْدَاثِيِّ نَفْسِهِ، وَإِجَادُ النَقْطَةِ الَّتِي يَتَقَاطَعُ عِنْدَهَا الْمَسْتَقِيمَانِ وَالَّتِي تَمَثِّلُ حَلًّا لِلنِّظَامِ.

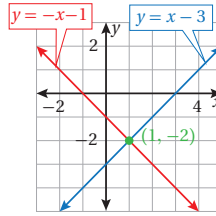
مثال 2

أَحْلُ نِظَامَ الْمَعَادَلَاتِ الْخَطِيئَةِ الْآتِي بَيَانِيًّا:

$$y = x - 3$$

$$y = -x - 1$$

الخطوة 1 أمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي نفسيهما.



أَلَا حَظُّ أَنَّ كِلَا الْمَعَادَلَتَيْنِ مَكْتُوبَتَانِ بِصِيغَةِ الْمَيْلِ وَالْمَقْطَعِ؛ لِذَا يُمْكِنُ تَمْثِيلُهُمَا بِاسْتِعْمَالِ الْمَقْطَعِ y وَالْمَيْلِ.

الخطوة 2 أحمّدُ نَقْطَةَ تَقَاطَعِ الْمَسْتَقِيمَيْنِ.

أَلَا حَظُّ مِنْ التَّمْثِيلِ الْبَيَانِيِّ أَنَّ الْمَسْتَقِيمَيْنِ يَتَقَاطَعَانِ فِي النَقْطَةِ $(1, -2)$

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن التمثيل البياني للمعادلة الخطية هو مستقيم يمر في النقاط جميعها التي تمثل حلولاً للمعادلة، وأن أي نقطة تقع على هذا المستقيم تمثل حلاً للمعادلة.
- يساعد استعمال لوح منتقل خاص بالمستوى الإحداثي على تمثيل المعادلات بسهولة، ويوفر الوقت المستنفد في رسم المحورين الإحداثيين وتقسيمهما، ويمكن إعدادة بسهولة برسم المستوى الإحداثي على طبق من الكرتون المقوى، ثم تغطيته بلاصق شفاف.

الخطوة 3 أتحقق من صحة الحل.

أتحقق من أن الزوج المرتب (1, -2) يمثل حلاً لكلتا المعادلتين:

المعادلة 2

$$y = -x - 1$$

$$-2 \stackrel{?}{=} -(1) - 1$$

$$-2 = -2 \quad \checkmark$$

المعادلة 1

$$y = x - 3$$

$$-2 \stackrel{?}{=} 1 - 3$$

$$-2 = -2 \quad \checkmark$$

إذن، حل النظام (1, -2).

أتحقق من فهمي: أنظر الهامش.

1 $y = -4 - x$
 $y = 2x + 14$

2 $y = -x + 5$
 $y = x - 3$

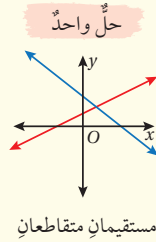
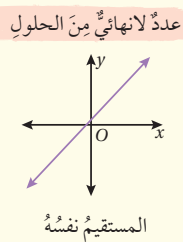
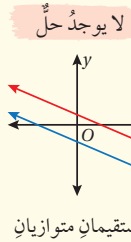
إرشاد: أستخدم أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

إن التمثيل البياني لنظام معادلات مكون من معادلتين خطيتين يكون إما مستقيمتين متقاطعتين وهذا يعني وجود حل واحد فقط للنظام هو نقطة التقاطع، أو مستقيمتين متوازيتين مما يعني أنه لا يوجد حل للنظام، أو المستقيمتين نفسه وهذا يعني وجود عدد لا نهائي من الحلول.

الحلول الممكنة لنظام المعادلات الخطية

مفهوم أساسي

يمكن أن يكون لنظام المعادلات المكون من معادلتين خطيتين حل واحد فقط، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو أنه لا يوجد له حل.

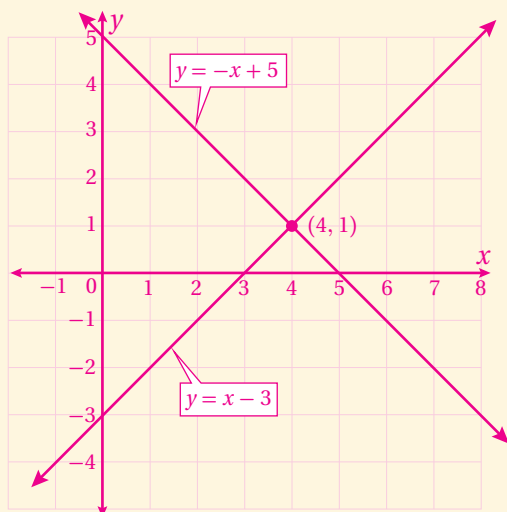


أخطاء شائعة:

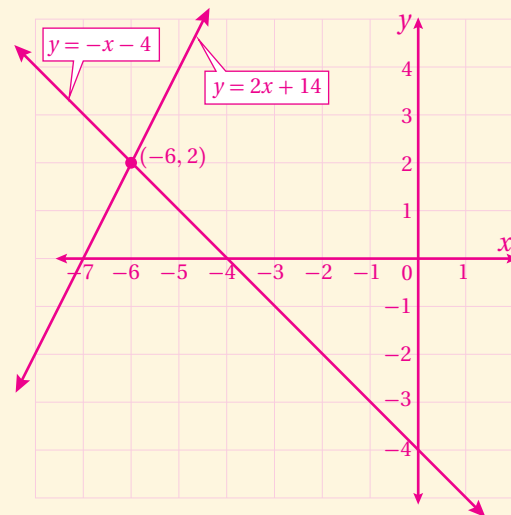
قد يخطئ بعض الطلبة في تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي، وينتج من ذلك نقطة تقاطع لا تمثل حلاً لنظام المعادلات؛ لذا أؤكد وبشكل مستمر ضرورة التحقق من صحة الحل.

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

(2) (4, 1) يُمثل حلاً للنظام.



(1) (-6, 2) يُمثل حلاً للنظام.



• أوضح للطلبة أن أيّ مستقيمين في المستوى الإحداثي يكونان إما متقاطعين، أو منطبقين على بعضهما (المستقيم نفسه)، أو متوازيين، ثمّ أرسم لهم مثالاً على كلّ حالة.

• أطلب إلى الطلبة تأمّل الحالة الأولى (المستقيمين المتقاطعين)، ثمّ أسألهم:

« إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين، فكّم حلّاً لهذا النظام؟ حلّ واحد.

« لماذا؟ لأنّ المستقيمين يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، وهذه النقطة تمثّل الحلّ الوحيد للنظام.

• أطلب إلى الطلبة تأمّل الحالة الثانية (المستقيمين المنطبقين على بعضهما)، ثمّ أسألهم:

« إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين، فكّم حلّاً لهذا النظام؟ عدد لانهايتي من الحلول.

« لماذا؟ لأنّ المستقيمين يتقاطعان في عدد لانهايتي من النقاط - يمثلان المستقيم نفسه - وكلّ من هذه النقاط تمثّل حلّاً للنظام.

• أطلب إلى الطلبة تأمّل الحالة الثالثة (المستقيمين المتوازيين)، ثمّ أسألهم:

« إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين، فكّم حلّاً لهذا النظام؟ لا يوجد حلّ للنظام.

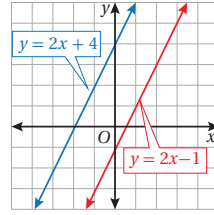
« لماذا؟ لأنّ المستقيمين متوازيان؛ أيّ أنّهما لا يتقاطعان.

• أتوصّل عن طريق مناقشة الحالات السابقة مع الطلبة إلى أن أنظمة المعادلات الخطية بمتغيّرين إما أن يكون لها حلّ واحد، أو عدد لانهايتي من الحلول، أو لا يوجد لها حلّ.

• ناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح.

مثال 3 أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً:

1 $y = 2x + 4$
 $y = 2x - 1$

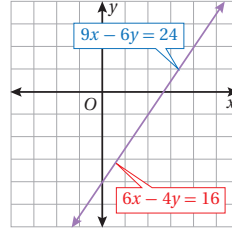


الخطوة 1 أمثّل المعادلتين في المستوى الإحداثي نفسه.

الخطوة 2 أحدّد نقطة تقاطع المستقيمين.

ألاحظ من التمثيل البياني أنّ المستقيمين متوازيان، وهذا يعني أنّه لا توجد نقطة مشتركة بين المعادلتين. إذن، لا يوجد حلّ لهذا النظام.

2 $9x - 6y = 24$
 $6x - 4y = 16$



الخطوة 1 أمثّل المعادلتين في المستوى الإحداثي نفسه.

ألاحظ أنّ المعادلتين على الصورة القياسية للمعادلة الخطية، ولتمثيلهما بيانياً يمكنني أولاً كتابتهما على صورة الميل والمقطع، أو اختيار قيمتين لـ x ، ثمّ تعويضهما في المعادلة لأجد قيم y المقابلة لها.

الخطوة 2 أحدّد نقطة تقاطع المستقيمين.

ألاحظ أنّ كلا المعادلتين لهما التمثيل البياني نفسه، وأنّ أيّ زوج مرتّب يحقّق المعادلة الأولى سيحقّق بالضرورة المعادلة الثانية. إذن، يوجد للنظام عدد لانهايتي من الحلول.

التعلّم

إذا كان للمعادلتين في نظام المعادلات الخطية الميل نفسه والمقطع y نفسه، فإنّ للنظام عدداً لانهايتي من الحلول، أمّا إذا كان للنظام الميل نفسه والمقطع y مختلف فلا يوجد حلّ للنظام.

3 $y = 2x + 1$
 $y = 2x - 5$

4 $-2x + y = 3$
 $-4x + 2y = 6$

أنظر ملحق الإجابات.
إرشاد: استعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (أتعلّم) الوارد في كتاب الطالب، وأهمية تحديد ما إذا كان لنظام المعادلات عدد لانهايتي من الحلول أم ليس له حلّ.
- أذكّر الطلبة بأنه يمكن تحديد ميل معادلة خطية بمتغيّرين والمقطع y لها بسهولة عند كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

يُمكنُ نمذجة مواقف حياتية عديدة باستعمالِ نظامِ معادلاتٍ خطيةٍ مكوّنٍ من معادلتين خطيتين، وحلّه بيانيًا.



مثال 4: من الحياة

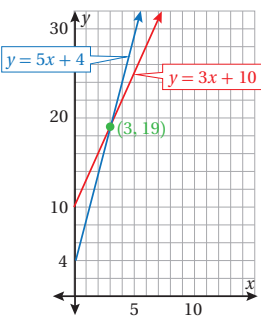
منطاد: منطادان ارتفاع أحدهما 4 m عن سطح الأرض، ويزداد ارتفاعه بمعدل ثابت مقداره 5 m لكل دقيقة، والمنطاد الآخر ارتفاعه 10 m عن سطح الأرض، ويزداد ارتفاعه بمعدل ثابت مقداره 3 m لكل دقيقة. بعد كم دقيقة يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه؟

بالكلمات ارتفاع المنطاد يساوي معدل ارتفاعه مضروباً بعدد الدقائق مضافاً إليه ارتفاعه الأصلي.

المتغير ليكن x عدد الدقائق، و y ارتفاع المنطاد.

المعادلات معادلة ارتفاع المنطاد الأول: $y = 5x + 4$

معادلة ارتفاع المنطاد الثاني: $y = 3x + 10$



لإيجاد متى يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه، أمثل المعادلتين $y = 5x + 4$ و $y = 3x + 10$ بيانياً، لأجد نقطة تقاطع المستقيمين وهي (3, 19).

أتحقق من صحة الحل:

أتحقق من أن الزوج المرتب (3, 19) يمثل حلاً لكلا المعادلتين:

المعادلة 2

$$y = 3x + 10$$

$$19 \stackrel{?}{=} 3(3) + 10$$

$$19 = 19 \quad \checkmark$$

المعادلة 1

$$y = 5x + 4$$

$$19 \stackrel{?}{=} 5(3) + 4$$

$$19 = 19 \quad \checkmark$$

إذن، يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه بعد 3 دقائق، ويكون ارتفاعهما عن سطح الأرض 19 m

تنويع التعليم

- أسأل الطلبة المتميزين السؤال الآتي: هل يمكن أن يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه مرة أخرى؟ لماذا؟ لا، إجابة محتملة: لأن المستقيمين إذا تقاطعا، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات قراءة المثال 4، وتحديد المعطيات والمطلوب في المسألة.

- أناقش إجابات المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

- أوجه الطلبة إلى أننا في هذه المسألة سنفترض بأن عدد الدقائق هو x ، وارتفاع المنطاد بعد x دقيقة هو y .

- أطلب إلى المجموعات التعبير عن ارتفاع كل من المنطادين بمعادلة.

- أناقش إجابات المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، وأدوّن نظام المعادلات على اللوح، ثم أسأل الطلبة:

« ماذا نعني جبرياً بأن للمنطادين الارتفاع نفسه؟ أي أن قيمة y في كل من المعادلتين متساوية؛ لأن y تمثل ارتفاع كل منطاد.

« كيف يمكن إيجاد عدد الدقائق اللازمة ليصبح المنطادان على الارتفاع نفسه؟ بحلّ نظام المعادلات الخطية بيانياً، وتحديد نقطة تقاطع المعادلتين.

- أطلب إلى المجموعات تمثيل نظام المعادلات بيانياً، وإيجاد حلّ النظام، ثم أتحقق من صحة الحلّ.

- أوضّح للطلبة أن دلالة الزوج المرتب الذي نتج من حلّ نظام المعادلات، هو أن المنطادين سيصلان إلى الارتفاع نفسه خلال 3 دقائق، وسيكون ارتفاعهما 19 m

تنبيه:

ألّفت انتباه الطلبة إلى أن التمثيل البياني للمعادلات التي تمثل موقفاً حياتياً تقتصر على الربع الأول فقط؛ لعدم وجود قيم سالبة للمتغيرين.

أدرب وأحل المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: في السؤال 17 أوضح للطلبة أنه يمكن التعبير عن المليون بالعدد 1، وعن نصف المليون بالعدد 0.5، وهكذا...؛ وذلك لتسهيل التمثيل البياني وإيجاد قيمة x التي تمثل عدد السنوات.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التعبير عن المسائل الحياتية بمعادلات؛ لذا منحهم بعض الوقت، وأقدم لهم أسئلة سهلة عند اللزوم.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤالين 16 و 17، أعزز وعي الطلبة بأهمية الحصول على المعلومات من المواقع الموثوقة، والابتعاد عن المواقع غير المرغوب بها.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (20 - 22).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.



أتحقق من فهمي:

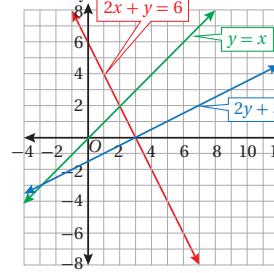
لعبة إلكترونية: تريد الأختان هدى وندى شراء لعبة إلكترونية، وتوفران من مصرفيهما من أجل ذلك. إذا كان مع هدى JD 14 وتوفّر أسبوعياً JD 3، ومع ندى JD 6 وتوفّر أسبوعياً JD 5 فبعد كم أسبوع يكون مع الأختين المبلغ نفسه؟ أنظر ملحق الإجابات.

أدرب وأحل المسائل

أحدّد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً لنظام المعادلات الخطية المعطى في كلٍّ مما يأتي:

1 $(2, -2); 3x + y = 4$
 $x - 3y = 8$

$(2, -2)$ يُمثّل حلاً للنظام.



2 $(-1, 3); y = -7x - 4$
 $y = 8x + 5$

$(-1, 3)$ لا يُمثّل حلاً للنظام.

أستعمل التمثيل البياني المجاور لأجد حل كل نظام معادلات مما يأتي:

3 $y = x$ $(2, 2)$
 $2x + y = 6$

4 $2y + 3 = x$ $(3, 0)$
 $2x + y = 6$

5 $2y + 3 = x$ $(-3, -3)$
 $y = x$

أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا:

6 $y = 4x + 2$
 $y = -2x - 4$
 $(-1, -2)$

7 $y = x - 6$
 $y = x + 2$
لا يوجد حل للنظام.

8 $y = -3$
 $y = x - 3$
 $(0, -3)$

9 $x + y = 4$
 $3x + 3y = 12$
للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

10 $2x + 3y = 12$
 $2x - y = 4$
 $(3, 2)$

11 $y = 6x + 3$
 $y = 2x + 3$
 $(0, 3)$

12 $8x - 4y = 16$
 $-5x - 5y = 5$
 $(1, -2)$

13 $4x - 6y = 12$
 $-2x + 3y = -6$
للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

14 $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$
 $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$
 $(1, -1)$

إرشاد

يسهل التخلص من الكسور حل أنظمة المعادلات، ويتسم ذلك بضرب معاملات الحدود في كل معادلة بالمضاعف المشترك الأصغر لمقامات الكسور.

إرشاد: في السؤال 21 (أكتشف الخطأ)، ألفت انتباه الطلبة إلى تعويض الزوج المرتب في النظام للتحقق من صحة الحل.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 18, 21 كتاب التمارين: (1 - 7)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21, (16 - 19) كتاب التمارين: (8 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (20 - 22), 16, 17 كتاب التمارين: (11 - 13)

البحث وحل المسائل:

• أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

« أكتب نظام معادلات حله الزوج المرتب (1, 2).
(أجد حلين مختلفين).

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا



أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها، إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بتمثيل نظام المعادلات الخطية بيانياً، ويتلقون التغذية الراجعة المباشرة.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-3) من خطوات تنفيذ المشروع.
- أطلب إلى الطلبة حل أنظمة المعادلات التي تمّ الحصول عليها من الخطوة 3 بيانياً.

معلومة

ازدادت أعداد مستخدمي المواقع التعليمية على الإنترنت في أثناء جائحة كورونا.



15 **أعمار:** يقلُّ عمر نوال عن عمر والدتها بمقدار 26 عاماً، ومجموع عمريهما 50 عاماً. أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثّل عمر نوال وعمر والدتها، ثمّ أجد عمر كلّ منهما.

مواقع إنترنت: موقعان تعليميان على شبكة الإنترنت، سجّل الأول مليون زيارة عام 2018م، وفي كلّ عام لاحقاً ازداد عدد زيارته بمعدّل ثابت مقداره نصف مليون زيارة. وسجّل الموقع الثاني عشرة ملايين زيارة عام 2018م، ولكن هذا العدد تناقص في كلّ عام لاحقاً بمعدّل ثابت يُساوي مليون زيارة.

16 أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثّل أعداد زيارات الموقعين. **أنظر ملحق الإجابات.**

17 في أي عام سيصبح عدد زيارات كلّ من الموقعين متساوياً؟

في العام 2024 م

18 **هندسة:** أجد قيمتي x و y للمستطيل المجاور.

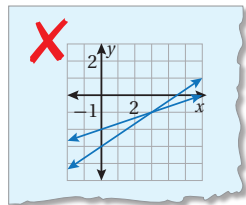
$$x = 2, y = 3$$

19 أعود إلى فقرة (أستكشف) بدايةً الدرس، وأحل المسألة.

بعد 8 سنوات.

مهارات التفكير العليا

20 **تبرير:** هل يُمكن أن يكون لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين حلان مختلفان؟ أبرّر إجابتي. **أنظر ملحق الإجابات.**



21 **أكتشف الخطأ:** يبيّن الشكل المجاور أنّ حلّ

نظام المعادلات الآتي هو النقطة $(3, -1)$:

$$x - 3y = 6$$

$$2x - 3y = 3$$

أكتشف الخطأ في الحل، وأصحّحه.

أنظر ملحق الإجابات.

22 **مسألة مفتوحة:** أكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين ليس له حلّ، ونظاماً آخر له عددٌ لانهائي من الحلول. **أنظر ملحق الإجابات.**

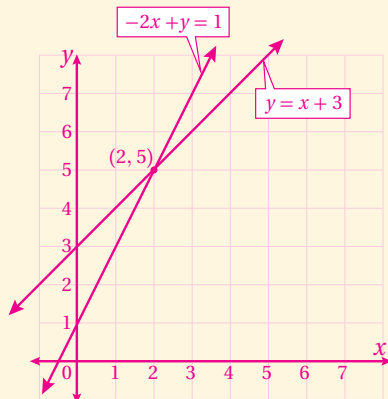
23 **أكتب:** كيف أجد حلّ نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بيانياً؟

أنظر إجابات الطلبة.

« أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الخطية الآتية بيانياً:

1 $y = x + 3$

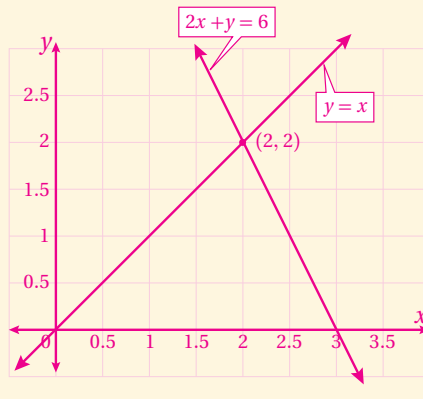
$$y = 2x + 1$$



(2, 5)

2 $y = x$

$$y = 6 - 2x$$



(2, 2)

- أوّجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنّ لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

تمثيل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

يمكن استعمال برمجية جيوجبرا لحل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً في المستوى الإحداثي.

نشاط

أحل نظام المعادلات الآتي باستعمال برمجية جيوجبرا.

$$4x + 3y = 18$$

$$2x - 3y = 0$$

1 الخطوة أدخل في شريط الإدخال المعادلة الأولى: $4x + 3y = 18$ ، ثم أضغط Enter

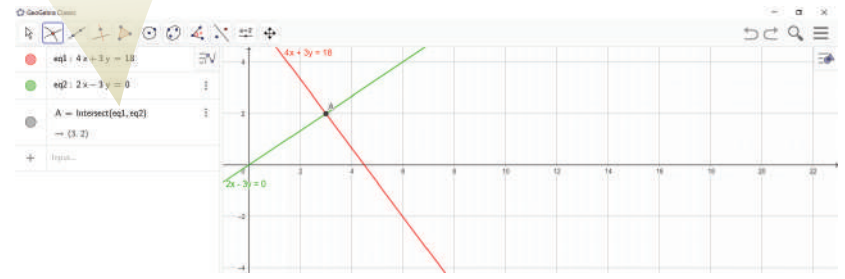
2 الخطوة أدخل في شريط الإدخال المعادلة الثانية: $2x - 3y = 0$ ، ثم أضغط Enter

3 الخطوة اختار أيقونة **Intersect** من شريط الأدوات، ثم انقر على المستقيمين، وألاحظ ظهور نقطة

تقاطع المستقيمين في المستوى الإحداثي، وإحداثياتها في شريط الإدخال.

إذن، حل النظام هو $(3, 2)$.

A = Intersect (eq1, eq2)
→ (3, 2)



(1 - 4) أنظر ملحق الإجابات.

أحل كل نظام معادلات مما يأتي بيانياً باستعمال برمجية جيوجبرا:

1 $x + y = 8$
 $x - 2y = 2$

2 $y = 2x - 6$
 $y = 2x + 2$

3 $y = 4x + 2$
 $y = -2x - 5$

4 $2x + 3y = 12$
 $2x - y = 4$

هدف النشاط:

استعمال برمجية جيوجبرا في حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانياً.

المصادر والأدوات:

برمجية جيوجبرا.

خطوات العمل:

- أرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب، ثم أجلسهم في مجموعات صغيرة أمام أجهزة الحاسوب.
- أطلب إلى الطلبة فتح برمجية جيوجبرا من شبكة الإنترنت باستعمال الرابط الآتي:

<https://www.geogebra.org/classic?lang=ar>

- أراجع الطلبة في أبرز أوامر البرمجية، مثل: تمثيل النقاط، وتمثيل المعادلات.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ خطوات النشاط معاً، ثم أتجول بينهم، وأقدم المساعدة لمن يحتاج إليها.
- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الوارد في بند (أدرّب)، وأؤكد لهم ضرورة استعمال خاصية طباعة الشاشة لحفظ أعمالهم، ثم عرضها عليّ إلكترونياً أو مطبوعاً.

أدرّب

✓ **إرشاد:** توفيراً للوقت، يُمكنني تثبيت نسخة من هذه البرمجية المجانية على أجهزة الحاسوب قبل بدء الحصة.

سؤال إضافي:

« أحل نظام المعادلات الآتي بيانياً باستعمال برمجية جيوجبرا:

$$y + 3x = 3$$

$$2y + 6x = 6$$

للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

الدرس 2 حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

أستكشف



قاست حينئذ درجة الحرارة في أحد أيام الشتاء في منتصف النهار، ثم قاستها مرة ثانية في منتصف الليل، لتجد أن مجموع درجتَي الحرارة 5°C والفرق بينهما 11°C . ما درجة الحرارة في منتصف النهار؟ وما درجة الحرارة في منتصف الليل؟

فكرة الدرس

أحل نظام معادلات مكوناً من معادلتين خطيتين بالتعويض.

المصطلحات

التعويض.

نتائج الدرس:

- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالتعويض.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وحله بالتعويض.

نتائج التعلم القبلي:

- تعرّف خصائص العمليات على المقادير الجبرية.
- حل المعادلة الخطية بمتغير واحد.
- حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

لعبة: الشخص الأخير الواقف!!

- أكتب معادلة خطية بمتغيرين على اللوح (مثل: $3x + y = 17$)، ثم أطلب إلى الطلبة إيجاد زوج مرتّب يمثل حلاً لهذه المعادلة (مثل: $(5, 2)$)، وكتابته على ألواحهم الصغيرة.
- أطلب إلى الطلبة الوقوف، ثم يأخذ كل منهم دوره في قراءة الزوج المرتّب الذي كتبه على لوحه الصغير بصوت مسموع، فإذا كان على اللوح الصغير لطالب آخر/ لطلبة أخرى الزوج المرتّب نفسه، أطلب إلى كليهما الجلوس.
- أطلب إلى الطلبة الذين بقوا واقفين بعد الجولة السابقة كتابة زوج مرتّب آخر يمثل حلاً للمعادلة، ثم أكرّر ما فعلته سابقاً.
- يفوز من يبقى واقفاً حتى النهاية.
- يمكن تكرار النشاط أكثر من مرة باختيار معادلات أخرى.

إرشادات:

- قبل البدء بتنفيذ اللعبة، يمكن أن ألفت انتباه الطلبة إلى أن استعمالهم أعداداً سالبة أو كسوراً يضمن لهم حلاً فريداً، ويساعدهم على البقاء واقفين حتى النهاية.
- يمكنني سؤال الطلبة بعد تنفيذ النشاط عن الاستراتيجية التي استعمالها كل منهم لإيجاد الزوج المرتّب الذي يمثل حلاً للمعادلة.

مثال 1

أستعمل التعويض لحل نظام المعادلات الآتي:

$$y = 2x + 3$$

$$3x + 4y = 1$$

الخطوة 1 بما أن المعادلة الأولى مكتوبة بالنسبة إلى y ، إذن أنتقل مباشرة إلى الخطوة الثانية.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم:
 - « متى تكون درجة الحرارة أعلى؛ في منتصف الليل أم في منتصف النهار؟ لماذا؟ في منتصف النهار؛ لأن الشمس تكون عمودية على الأرض.
 - « ما مجموع درجتي الحرارة اللتين سجّلتهما حينين؟ 5°C
 - « ما الفرق بين درجتي الحرارة اللتين سجّلتهما حينين؟ 11°C
 - « ما درجة الحرارة التي سجّلتها حينين في منتصف النهار؟ وما درجة الحرارة التي سجّلتها في منتصف الليل؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
 - « مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بما تعلّموه في الدرس السابق حول حلّ نظام معادلات مكّون من معادلتين خطيتين بيانياً، وأوضح لهم أنّهم سيتعلمون في هذا الدرس طريقة جبرية لحلّ نظام المعادلات الخطية تُسمّى طريقة التعويض.
- أوضح للطلبة خطوات حلّ نظام معادلات خطية بالتعويض بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

الخطوة 2 أعوض $(2x + 3)$ بدلاً من y في المعادلة الثانية.

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 1 && \text{المعادلة الثانية} \\ 3x + 4(2x + 3) &= 1 && \text{أعوض عن } y \text{ بـ } (2x + 3) \\ 3x + 8x + 12 &= 1 && \text{خاصية التوزيع} \\ 11x + 12 &= 1 && \text{أجمع الحدود المتشابهة} \\ 11x + 12 - 12 &= 1 - 12 && \text{أطرح 12 من طرفي المعادلة} \\ \frac{11x}{11} &= \frac{-11}{11} && \text{أقسم طرفي المعادلة على 11} \\ x &= -1 && \text{أبسط} \end{aligned}$$

الخطوة 3 أعوض -1 بدلاً من x في أيّ من المعادلتين لإيجاد قيمة y .

$$\begin{aligned} y &= 2x + 3 && \text{المعادلة الأولى} \\ &= 2(-1) + 3 && \text{أعوض عن } x \text{ بـ } -1 \\ &= 1 && \text{أبسط} \end{aligned}$$

إذن، حلّ النظام هو $(-1, 1)$.

التحقّق: أتحمق من صحة الحلّ بتعويض الزوج المرتب في كلّ من معادلتَي النظام.

أتحمق من فهمي:

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $y = 17 - 4x$ $(4, 1)$ هو حلّ النظام.
 $2x + y = 9$

2 $y - 5x = 1$ $(-1, -4)$ هو حلّ النظام.
 $x = y + 3$

لاحظتُ في المثال السابق أنّ إحدى المعادلتين كانت مكتوبةً بالنسبة إلى أحد المتغيّرات، أمّا إذا لم يكن الأمر كذلك، فأحلّ إحدى المعادلتين أولاً بالنسبة إلى أحد المتغيّرين، ثمّ أحلّ النظام بالتعويض.

✓ **إرشاد:** ألقت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة حلّ النظام في صورة زوج مرتّب.

⚠️ **أخطاء شائعة:**

قد يخطئ بعض الطلبة عند كتابة حلّ النظام في صورة زوج مرتّب بكتابته على الصورة (y, x) ؛ لذا أتنبّه الطلبة بشكل مستمر على هذا الخطأ.

تعزير اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكراً في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدریب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

ألفت انتباه الطلبة إلى أن إحدى المعادلات في المثال 1 كانت مكتوبة بدلالة المتغير y ؛ لذا بدأنا الحلّ مباشرة بتعويض هذه المعادلة في المعادلة الأخرى، ولكن ذلك لا ينطبق على أنظمة المعادلات كلّها، إذ نحتاج في كثير من الأنظمة إلى حلّ إحدى المعادلات أولاً بالنسبة إلى أحد المتغيّرين، ثمّ حلّ النظام بالتعويض.

أكتب نظام المعادلات الوارد في المثال 2 على اللوح ثمّ أسأل الطلبة:

« أيّ متغير يسهل التعويض بدلاً منه في نظام المعادلات؟ ستختلف إجابات الطلبة.

أناقش إجابات الطلبة وأتوصّل معهم إلى أن أسهل متغير هو المتغير y ؛ لأنّ معامل 1 في المعادلة الأولى؛ لذا سيكون حلّ المعادلة الأولى بالنسبة إليه سهلاً، ومن ثمّ التعويض بدلاً منه في المعادلة الثانية.

أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عالياً؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

إنّ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 2

أستعمل التعويض لحلّ نظام المعادلات الآتي:

$$3x + y = 5$$

$$5x - 2y = 12$$

الخطوة 1 أحلّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير y ؛ لأنّ معامل 1

$$\begin{aligned} 3x + y &= 5 && \text{المعادلة الأولى} \\ 3x - 3x + y &= 5 - 3x && \text{أطرح } 3x \text{ من طرفي المعادلة} \\ y &= 5 - 3x && \text{أبسّط} \end{aligned}$$

الخطوة 2 أعوّض $(5-3x)$ بدلاً من y في المعادلة الثانية.

$$\begin{aligned} 5x - 2y &= 12 && \text{المعادلة الثانية} \\ 5x - 2(5-3x) &= 12 && \text{أعوّض عن } y \text{ بـ } (5-3x) \\ 5x - 10 + 6x &= 12 && \text{خاصية التوزيع} \\ 11x - 10 &= 12 && \text{أجمع الحدود المتشابهة} \\ 11x - 10 + 10 &= 12 + 10 && \text{أجمع } 10 \text{ إلى طرفي المعادلة} \\ \frac{11x}{11} &= \frac{22}{11} && \text{أقسم طرفي المعادلة على } 11 \\ x &= 2 && \text{أبسّط} \end{aligned}$$

الخطوة 3 أعوّض 2 بدلاً من x في أيّ من المعادلتين لإيجاد قيمة y .

$$\begin{aligned} 3x + y &= 5 && \text{المعادلة الأولى} \\ 3(2) + y &= 5 && \text{أعوّض عن } x \text{ بـ } 2 \\ 6 + y &= 5 && \text{أبسّط} \\ y &= -1 && \text{أطرح } 6 \text{ من طرفي المعادلة} \end{aligned}$$

إذن، حلّ النظام هو $(2, -1)$.

التحقّق: أتحقّق من صحّة الحلّ بتعويض الزوج المرتب في كلّ من معادلتيّ النظام.

50

• أسأل الطلبة:

« أيّ متغير يُعدّ التعويض بدلاً منه أكثر سهولة في كلّ من أنظمة المعادلات الخطية الآتية:

1 $6x + y = 25$

2 $2x + 5y = 24$

$3x - y = 11$

$2x + 3y = 20$

3 $10x + 3y = 46$

4 $x - y = 2$

$7x + y = 30$

$2y - x = 2$

• أناقش الطلبة في إجاباتهم عن السؤال السابق، وأطلب إليهم تبريرها.

الوحدة 6

أتحقق من فهمي:

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $4x + 3y = 37$ $2x + y = 17$ (7, 3) هو حل النظام.

2 $x + 3y = 7$ $2x - y = 7$ (4, 1) هو حل النظام.

بشكل عام، إذا كان ناتج حل نظام معادلات مكون من معادلتين خطيتين جملة صحيحة مثل $(-2 = -2)$ ، فإن للنظام عدداً لانهائياً من الحلول، أما إذا كان الناتج جملة خطأ مثل $(-2 = 5)$ ، فلا يوجد حل للنظام.

مثال 3

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $x - 4y = 12$ $8y - 2x = 20$

الخطوة 1 أحل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير x ؛ لأن معاملته 1

$$x - 4y = 12$$

المعادلة الأولى

$$x - 4y + 4y = 12 + 4y$$

أجمع $4y$ إلى طرفي المعادلة

$$x = 12 + 4y$$

أبسط

الخطوة 2 أعوض $(12 + 4y)$ بدلاً من x في المعادلة الثانية.

$$8y - 2x = 20$$

المعادلة الثانية

$$8y - 2(12 + 4y) = 20$$

أعوض عن x بـ $(12 + 4y)$

$$8y - 24 - 8y = 20$$

خاصية التوزيع

$$-24 = 20$$

أجمع الحدود المتشابهة

بما أن الجملة الناتجة خطأ، إذن، لا يوجد حل للنظام.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير y ، ومقارنة الحل الجديد بالحل السابق، وتحديد الأسهل منهما، ثم ناقش معهم سبب الفرق بين الحلين، لتوصل معهم عن طريق المناقشة إلى تأثير اختيار المتغير الذي سيعوض بدلاً منه على الحل.

مثال 3

- أذكر الطلبة بما تعلموه في الدرس السابق حول أن أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين إما أن يكون لها حل واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو أن لا يكون هناك حل للنظام، ثم أسألهم:
 - كيف يمكن أن نحدد عن طريق حل نظام المعادلات جبرياً أن لنظام المعادلات حلاً واحداً؟ **سينتج من الحل الجبري زوج مرتب وحيد يحقق كلتا معادلتى النظام.**
 - كيف يمكن أن نحدد عن طريق حل نظام المعادلات جبرياً أن لنظام المعادلات عدداً لا نهائياً من الحلول؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**
 - كيف يمكن أن نحدد عن طريق حل نظام المعادلات جبرياً أنه لا يوجد حل لنظام المعادلات؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**

- أبين للطلبة أن الناتج الجبري لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين له عدد لا نهائي من الحلول هو جملة رياضية صحيحة دائماً، وأعطي لهم أمثلة على ذلك، وأن الناتج الجبري لنظام معادلات خطية مكون من معادلتين ليس له حل هو جملة رياضية غير صحيحة، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.

- ناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 3، وأبين لهم أن الجملة $(-24 = 20)$ التي حصلنا عليها في نهاية الحل غير صحيحة؛ لذا فإنه لا يوجد حل للنظام.

- ناقش الطلبة في حل الفرع 2 من المثال 3، وأبين لهم أن الجملة $(10 = 10)$ التي حصلنا عليها في نهاية الحل صحيحة؛ لذا فإن للنظام عدداً لا نهائياً من الحلول.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى تمثيل كل من أنظمة المعادلات الخطية في المثال 3 بيانياً؛ للتحقق من أن المستقيمين في الفرع 1 من المثال متوازيان؛ لذا لا يوجد حل للنظام، وأن المستقيمين في الفرع 2 من المثال منطبقان؛ لذا يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

2 $x - y = 5$
 $2x = 2y + 10$

الخطوة 1 أحل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير x ؛ لأن معامل x 1

المعادلة الأولى $x - y = 5$

أجمع y إلى طرفي المعادلة $x - y + y = 5 + y$

أبسط $x = 5 + y$

الخطوة 2 أعوض $(5 + y)$ بدلاً من x في المعادلة الثانية.

المعادلة الثانية $2x = 2y + 10$

أعوض عن x بـ $(5 + y)$ $2(5 + y) = 2y + 10$

خاصية التوزيع $10 + 2y = 2y + 10$

أطرح $2y$ من طرفي المعادلة $10 + 2y - 2y = 2y - 2y + 10$

أبسط $10 = 10$

بما أن الجملة الناتجة صحيحة، إذن، يوجد عددٌ لانهائي من الحلول.

تحقق من فهمي: 

3 $x - 2y = 4$
 $8y - 4x = 8$

لا يوجد حل للنظام.

4 $x - 5y = 15$
 $10y - 2x = -30$

يوجد للنظام عدد

لانهائي من الحلول.

يمكن استعمال التعويض لحل مسائل من واقع الحياة تتضمن نظاماً من معادلتين خطيتين بمتغيرين.

مثال 4: من الحياة 



اختبارت: تقدمت أمني لاختبار مكون من 50 سؤالاً تحصل فيه على علامتين عن كل سؤال إجابته صحيحة، وتخسر علامة عن كل سؤال إجابته خطأ. فإذا أجبت أمني عن أسئلة الاختبار جميعها وحصلت على 67 علامة، فكم سؤالاً أجبت عنه إجابة صحيحة؟

• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم ناقش الطلبة في معطيات المسألة ومطلوبها.

• أسأل الطلبة: ما القيم المجهولة في المسألة؟ عدد الأسئلة التي إجاباتها صحيحة، وعدد الأسئلة التي إجاباتها خطأ.

• أتفق مع الطلبة على افتراض أن عدد الأسئلة التي إجاباتها صحيحة هو x ، وأن عدد الأسئلة التي إجاباتها خطأ هو y .

• أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:

"تقدمت أمني لاختبار مكون من 50 سؤالاً"

• أسأل الطلبة:

« ما مجموع الأسئلة التي إجاباتها صحيحة والتي إجاباتها غير صحيحة؟ 50 »

« كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟ $x + y = 50$ »

• أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:

"تحصل فيه على علامتين عن كل سؤال إجابته صحيحة، وتخسر علامة عن كل سؤال إجابته غير صحيحة. فإذا أجبت أمني على أسئلة الاختبار جميعها وحصلت على 67 علامة."

• أسأل الطلبة:

« كيف أعبر عن العلامات التي حصلت عليها أمني من الأسئلة التي كانت إجابتها عنها صحيحة؟ $2x$ »

« كيف أعبر عن العلامات التي حصلت عليها أمني من الأسئلة التي كانت إجابتها عليها غير صحيحة؟ $-y$ »

« كيف أعبر عن حصول أمني على 67 بمعادلة؟ $2x - y = 67$ »

• ناقش حل نظام المعادلات الذي كُتِبَ مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل.

لِتَكُنْ x عددَ الأسئلة التي إجابتهُ صحيحةً، و y عددَ الأسئلة التي إجابتهُ خطأً.
إذن، نظامُ المعادلات الذي يعبرُ عن المسألة هو:

$$x + y = 50$$

$$2x - y = 67$$

الخطوة 1 أحل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير y ؛ لأن معامل y 1

$$x + y = 50 \quad \text{المعادلة الأولى}$$

$$x - x + y = 50 - x \quad \text{أطرح } x \text{ من طرفي المعادلة}$$

$$y = 50 - x \quad \text{أبسط}$$

الخطوة 2 أعوض $(50 - x)$ بدلاً من y في المعادلة الثانية.

$$2x - y = 67 \quad \text{المعادلة الثانية}$$

$$2x - (50 - x) = 67 \quad \text{أعوّض عن } y \text{ بـ } (50 - x)$$

$$2x - 50 + x = 67 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$3x - 50 = 67 \quad \text{أجمع الحدود المتشابهة}$$

$$3x - 50 + 50 = 67 + 50 \quad \text{أجمع 50 إلى طرفي المعادلة}$$

$$3x = 117 \quad \text{أقسم طرفي المعادلة على 3}$$

$$x = 39 \quad \text{أبسط}$$

إذن، أجابت أمانى في الاختبار عن 39 سؤالاً إجابةً صحيحةً.

أتحقق من فهمي:

تسوّق: اشترى خالد كتاباً وناقلةً بياناتٍ بـ JD 14، إذا كانَ مثلاً ثمن الكتاب يزيد عن ثمن ناقلة البيانات بمقدار JD 10، فما سعر كلٍّ من ناقلة البيانات والكتاب؟ أنظر الهامش.

تنوع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد نظام المعادلات الذي يعبر عن مسألة حياتية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم.

التدريب

4

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (10 - 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عما إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنوع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

إجابة (أتحقق من فهمي 4):

$$x + y = 14$$

$$2x - y = 10$$

حلّ النظام هو (6، 8)، أي أن سعر الكتاب JD 8، وسعر الناقلة JD 6

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (15 - 17).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ إرشاد: في السؤال 15 (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة بما أن الزوج المرتب (1, -9) يمثل حلًّا للنظام، فإن هذا يعني أن قيمة كلٍّ من x و y في المعادلتين معلومة.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12 كتاب التمارين: 4, 5, 6, 8, 9, 13
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 13, 14 كتاب التمارين: (10 - 12), 1, 2, 3, 7
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 17) كتاب التمارين: (13 - 16)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
« أكتب ثلاث معادلات خطية تشكّل مع المعادلة $6x - 9y = 18$ ثلاثة أنظمة معادلات، كلّ نظام مكوّن من معادلتين، بحيث لا يكون للنظام الأول حلّ، ويكون للنظام الثاني عدد لا نهائي من الحلول، ويكون للنظام الثالث حلّ واحد.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.

أذكر وأحلّ المسائل

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

1 $y = 4x + 2$
 $2x + y = 8$
(1, 6)

2 $y = x + 5$
 $y = -2x - 4$
(-3, 2)

3 $x = 3 - \frac{1}{2}y$
 $5x - y = 1$
(1, 4)

4 $\frac{1}{2}x - y = 2$
 $y = 9 - 5x$
(2, -1)

5 $x - 4y = 20$
 $y - 3x = 6$
(-4, -6)

6 $y - 6x = 3$
 $y - 2x = 3$
(0, 3)

7 $8x - y = 16$
 $\frac{1}{4}y - 2x = 3$
لا يوجد حلّ للنظام.

8 $6x - 9y = 18$
 $-2x + 3y = -6$
لنظام عدد لا نهائي من الحلول.

9 $y + 3x + 6 = 0$
 $y + 6x + 24 = 0$
(-6, 12)

أتذكر

يمكنني أيضًا استعمال استراتيجيات التخمين والتحقّق لإيجاد عددي الدجاج والأرانب.

10 **مزرعة:** مزرعة حيوانات فيها دجاج وأرانب، إذا عدت رؤوسها سأجدها 18 رأسًا، وإذا عدت أرجلها سأجدها 50 رجلًا. كم دجاجة وكم أرنبًا في هذه المزرعة؟
11 دجاجة، و 7 أرانب.



فاكهة: اشترى مُراد فؤادَ برتقالًا و تفاحًا من النوع نفسه، فدفع مرادَ JD 3.25 عند شرائه 5 kg برتقالًا و 1 kg تفاحًا، ودفع فؤادَ JD 3.75 عند شرائه 3 kg تفاحًا و 3 kg برتقالًا:

11 أكتب نظامًا من معادلتين خطيتين يُمثّل المسألة، ثمّ أحلّه لأجد سعر الكيلوغرام الواحد من كلّ من التفاح والبرتقال.

12 إذا اشترت منال 2 kg من نوع التفاح نفسه و 2 kg من نوع البرتقال نفسه، فما المبلغ الذي دفعته؟
JD 2.5

11)

$5x + y = 3.25$
 $3x + 3y = 3.75$

سعر 1 kg من البرتقال هو: JD 0.5، وسعر 1 kg من التفاح هو: JD 0.75

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 17، أعزز الوعي الوطني لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية البرامج التدريبية التي تعقدتها مديرية الدفاع المدني.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة حل أنظمة المعادلات التي تم الحصول عليها من الخطوة 3 جبرياً باستعمال طريقة التعويض.

الختم 6

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتأكد من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أحلّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

$$1 \quad 2x = 6 - y \quad (1, 4)$$

$$5x - y = 1$$

$$2 \quad 3x + 2y = 26 \quad (6, 4)$$

$$x + 4y = 22$$

$$3 \quad 9x + 3y = 36 \quad \text{يوجد عدد لا نهائي}$$

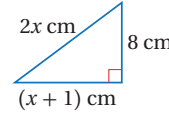
$$3x + y = 12 \quad \text{من الحلول.}$$

الوحدة 6

سياحة: يبيّن الجدول الآتي أعداد السياح في موقعين أثريين في أحد الأعوام، ومعدّل الزيادة السنوية في أعداد السياح (بالآلاف) بعد ذلك العام:

الموقع (أ)	معدّل الزيادة في أعداد السياح (بالآلاف لكل عام)	أعداد السياح (بالآلاف)
1.1	57	الموقع (أ)
0.7	61	الموقع (ب)

إذا استمرت الزيادة في أعداد السياح وفق هذه المعدلات، فبعد كم عام يمكن أن تتساوى أعداد السياح في الموقعين؟ وكم يبلغ عددهم حينئذ؟
10 أعوام، وعندها يكون العدد 68000 سائح.



هندسة: إذا كانت القيمة العددية لمحيط المثلث المجاور تساوي القيمة العددية لمساحته، فما قيمة x ؟
 $x = 5$

تبرير: أجد قيمتي الثابتين a و b في نظام المعادلات الخطية الآتي، حيث الزوج المرتب $(-9, 1)$ هو حل النظام، وأبرر إجابتي:

$$ax + by = -31$$

$$ax - by = -41$$

أنظر الهامش.

مسألة مفتوحة: أكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين حيث يمثل الزوج المرتب $(-5, 3)$ حلاً لإحدى المعادلتين فقط، ويمثل الزوج المرتب $(-1, 7)$ حلاً للنظام. أنظر الهامش.



تحذّر: تتألف دفعة من خريجي دورة للدفاع المدني من 240 شخصاً، نسبة الذكور فيها إلى الإناث 7 : 5، أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم أحلّها لأجد عدد الذكور وعدد الإناث في هذه الدفعة من الخريجين. أنظر الهامش.

أكتب: كيف أحلّ نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين بالتعويض؟
يعتمد على إجابات الطلبة.

55

معلومة

توجد في الأردن مواقع أثرية عدة تعود لحضارات وحقب تاريخية مختلفة.



مهارات التفكير العليا

معلومة

تسعى مديرية الدفاع المدني إلى تعميم مفهوم الوعي الوقائي، ونشره في المجتمع، عن طريق برامج تدريبية تنمّي مهارات إطفاء الحرائق والإنقاذ والإسعاف.

إجابات (أندرب وأحل المسائل):

15 بما أن $(-9, 1)$ هو حل للنظام، فإنه يحقق كلاً من معادلاته، وبالتعويض ينتج:

$$-9a + b = -31$$

$$-9a - b = -41$$

وبحلّ هذا النظام من المعادلات الخطية، ينتج أن:

$$a = 4, b = 5$$

16 إجابة محتملة:

$$y = -3x + 4$$

$$5y - x = 36$$

$$17) \quad x + y = 240$$

$$5y - 7x = 0$$

$$x = 100, y = 140$$

عدد الذكور: 140 وعدد الإناث: 100

الدرس 3 حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف

أستكشف



تمارس سميعة الرياضة كل صباح لمدة 40 دقيقة، بحيث تلعب أولاً تمارين الإطالة التي تحرق بها 4 سعرات حرارية في الدقيقة، ثم تلعب مجموعة من التمارين الهوائية؛ لتساعد على حرق 11 سعرة حرارية في الدقيقة. كم دقيقة على سميعة أن تلعب من كل نشاط لتحرق 335 سعرة حرارية؟

فكرة الدرس

أحل نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين بالحذف.

المصطلحات

الحذف.

في بعض الأحيان يؤدي جمع معادلتين أو طرحهما إلى حذف أحد المتغيرات، وتسمى هذه الطريقة الجبرية في حل نظام المعادلات الخطية طريقة الحذف (elimination).

حل نظام معادلات خطية بالحذف

مفهوم أساسي

- 1 الخطوة أضرب - إن لزم الأمر - إحدى المعادلتين أو كليهما في عدد ثابت بحيث يكون هناك على الأقل حدان متشابهان معاملهما متساويان أو معاملاً أحدهما معكوس للآخر.
- 2 الخطوة أكتب النظام بحيث تكون الحدود المتشابهة فوق بعضها بعضاً.
- 3 الخطوة أجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرات، ثم أحل المعادلة الناتجة.
- 4 الخطوة أعوض القيمة الناتجة في الخطوة 3 في إحدى المعادلتين، ثم أحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، ثم أكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال 1

أستعمل الحذف لحل نظام المعادلات الآتي:

$$5x + y = 22$$

$$2x - y = 6$$

- 1 الخطوة بما أن معاملي y في المعادلتين كل منهما معكوس للآخر، فهذا يعني أنني لست بحاجة إلى ضرب أي من المعادلتين بثابت؛ إذن أنتقل مباشرة إلى الخطوة الثانية.

نتائج الدرس:

- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالحذف.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وحله بالحذف.

نتائج التعلّم القبلي:

- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بيانياً.
- حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالتعويض.
- إيجاد معكوس العدد النسبي.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمتعلقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

لعبة: في دقيقة

- أكتب معادلة بسيطة على اللوح، مثل: $3x = 9$
- أطلب إلى الطلبة كتابة أكبر عدد من المعادلات المكافئة للمعادلة المكتوبة على اللوح خلال دقيقة على ألواحهم الصغيرة.
- أطلب إلى الطلبة بعد انتهاء الدقيقة رفع ألواحهم عالياً، لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أعزّز الطلبة الذين كتبوا أكبر عدد من المعادلات المميزة.

✓ **إرشاد:** أوجه الطلبة إلى استعمال الجمع والطرح والضرب والقسمة لكتابة معادلات مكافئة.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم:
 - « ما المقصود بتمارين الإطالة؟ هي التمارين التي يتمّ فيها تحديد عضلة أو وتر وتمديدها؛ من أجل تحسين مرونتها.
 - « ما المقصود بالتمارين الهوائية؟ هي التمارين التي يتم فيها ضخّ الدم المؤكسج من القلب؛ لتوصيل الأكسجين إلى العضلات التي تمارس جهداً حركياً.
 - « إذا لعبت سميرة 10 دقائق من تمارين إطالة، و30 دقيقة من التمارين الهوائية، فما مجموع السرعات الحرارية التي تحرقها؟ 370 سرعة حرارية.
 - « كم دقيقة على سميرة أن تلعب من كلّ تمرين لتحرق 335 سرعة حرارية؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « مَنْ يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (أستكشف)، أعزّز الوعي الصحي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية ممارسة الرياضة وعلاقتها بصحة الجسم، وأبين لهم مخاطر السمنة.

- أذكر الطلبة بما تعلّموه في الدرسين السابقين حول حلّ نظام معادلات مكّون من معادلتين خطّيتين بيانياً وجبرياً باستعمال طريقة التعويض، وأوضح لهم أنّهم سيتعلمون في هذا الدرس طريقة جبرية أخرى لحلّ نظام المعادلات الخطية تُسمّى طريقة الحذف.
- أقدّم المصطلح الجديد (الحذف)، وأربطه بمفهوم المعكوس عن طريق تقديم أمثلة على ذلك.
- أوضح للطلبة خطوات حلّ نظام معادلات خطية بالحذف بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 1 على اللوح، ثمّ أسأل الطلبة:
 - « أيّ المتغيرين يمكن التخلّص منه باستعمال طريقة الحذف؟ لماذا؟ المتغير لا؛ لأنّ كلّاً من معاملي لا في المعادلتين معكوس للآخر.
 - « هل يمكن حلّ النظام بالجمع؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمكن التخلّص من المتغير لا عند جمع المعادلتين.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليّاً؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$$\begin{array}{r} 5x + y = 22 \\ (+) \quad 2x - y = 6 \\ \hline 7x = 28 \\ \frac{7x}{7} = \frac{28}{7} \\ x = 4 \end{array}$$

أحذف المتغير y

أقسم طرفي المعادلة على 7

أبسط

الخطوة 3 أعوض 4 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

$$\begin{array}{r} 5x + y = 22 \\ 5(4) + y = 22 \\ 20 + y = 22 \\ 20 - 20 + y = 22 - 20 \\ y = 2 \end{array}$$

المعادلة الأولى

أعوض عن x بـ 4

أبسط

أطرح 20 من كلا الطرفين

أبسط

إذن، حل النظام هو $(4, 2)$.

التحقق: أتأكد من صحة الحل بتعويض الزوج المرتب في كل من معادلي النظام.

أتحقق من فهمي:

أحل كلًا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $2x + y = 7$
 $5x - y = 14$ هو حل النظام. $(3, 1)$

2 $3x + 2y = 16$
 $6y - 3x = -12$ هو حل النظام. $(5, 0.5)$

يمكنني استعمال الطرح لحل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين، وذلك عندما يكون في المعادلتين حدان متشابهان معاملاًهما متساويان.

إرشادات:

- في الخطوة 3 من الحل، ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية تعويض قيمة x في المعادلة الثانية، ثم أطلب إلى أحد الطلبة تعويضها على اللوح.
- ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة حل النظام في صورة زوج مرتب.
- في الفرع 2 من بند (أتأكد من فهمي) التابع للمثال 1، أذكر الطلبة بضرورة ترتيب الحدود المتشابهة بعضها فوق بعض؛ لذا فإن المعادلة الثانية في النظام تحتاج إلى إعادة ترتيب.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتأكد من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 2 على اللوح، ثم أسأل:

« أي المتغيرين يمكن التخلص منه باستعمال طريقة الحذف؟ لماذا؟ المتغير y ؛ لأن معامل y في كلا المعادلتين متساوٍ.

« هل يمكن حل النظام بالجمع؟ لماذا؟ لا؛ لأنه لا يمكن التخلص من المتغير y بالجمع، إنما ستنتج معادلة جديدة بمتغيرين.

« هل يمكن حل النظام بالطرح؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمكن التخلص من المتغير y عند طرح المعادلتين من بعضهما.

- ناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

✓ إرشاد: أوضح للطلبة أنه يمكن حلّ النظام بضرب المعادلة الثانية بالعدد (-1) ثم جمع المعادلتين، وأعيد حلّ المثال باستعمال هذه الطريقة على اللوح.

مثال 2

أستعمل الحذف لحلّ نظام المعادلات الآتي:

$$12x + 2y = 30$$

$$8x + 2y = 22$$

الخطوة 1 ألاحظ أنّ كلا المعادلتين تحويان $2y$ ، وهذا يعني أنني لست بحاجة إلى ضرب أيّ من المعادلتين بثابت، وأنّه يمكن حلّ النظام بطرح إحدى المعادلتين من الأخرى.

الخطوة 2 أطرح معادلة من الأخرى.

$$\begin{array}{r} 12x + 2y = 30 \\ (-) 8x + 2y = 22 \\ \hline 4x = 8 \end{array}$$

$$4x = 8$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

أحذف المتغير y

أقسم طرفي المعادلة على 4

أبسط

الخطوة 3 أعوّض 2 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

$$12x + 2y = 30$$

$$12(2) + 2y = 30$$

$$24 + 2y = 30$$

$$24 - 24 + 2y = 30 - 24$$

$$2y = 6$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{6}{2}$$

$$y = 3$$

المعادلة الأولى

أعوّض عن x بـ 2

أبسط

أطرح 24 من كلا الطرفين

أبسط

أقسم طرفي المعادلة على 2

أبسط

إذن، حلّ النظام هو $(2, 3)$.

التحقّق: أتحقّق من صحة الحلّ بتعويض الزوج المرتب في كلّ من معادلتَي النظام.

تحقق من فهمي:

أحلُّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $2x + 5y = 16$ (10.5, -1) هو حل النظام.
 $2x + 3y = 18$

2 $3x - 4y = 17$ (7, 1) هو حل النظام.
 $x - 4y = 3$

أحتاج في بعض حالات حل أنظمة المعادلات الخطية إلى ضرب إحدى المعادلتين في عدد ثابت؛ للحصول على معادلتين فيهما حدان متشابهان معامل أحدهما معكوس للآخر.

مثال 3

استعمل الحذف لحل نظام المعادلات الآتي:

$$3x + 2y = 18$$

$$2x - y = 5$$

الخطوة 1 أضرب المعادلة الثانية في 2

$$3x + 2y = 18$$

$$3x + 2y = 18$$

$$2x - y = 5$$

أضرب كل حد في 2

$$4x - 2y = 10$$

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$$3x + 2y = 18$$

$$(+)$$

$$4x - 2y = 10$$

$$7x = 28$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$$

$$x = 4$$

أحذف المتغير y

أقسم طرفي المعادلة على 7

أبسط

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 3 على اللوح، ثم أسأل:

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معاملاهما متساويان؟ لا.

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معامل أحدهما معكوس للآخر؟ لا.

« كيف يمكن جعل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوساً للآخر؟ ستختلف إجابات الطلبة.

- ناقش إجابات الطلبة، وأتوصل معهم إلى أنه يمكن جعل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوساً للآخر باستعمال الضرب، وأن أسهل إجراء هو ضرب كل حدّ في المعادلة الثانية في 2؛ للتخلص من المتغير y بجمع المعادلتين.

- ناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عالياً؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند ضرب معادلة بعدد ثابت بضرب الحد المراد تغييره فقط، أو ضرب أحد طرفي المساواة فقط؛ لذا أؤكد وبشكل مستمر أنه عند ضرب معادلة بعدد، فإنه يلزم ضرب كل حدّ من حدود المعادلة بهذا العدد.

مثال إضافي

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $3x + y = 19$ (5, 4)

$2x + 3y = 22$

2 $7x + 4y = 53$ (3, 8)

$2x - 2y = -10$

3 $4x + 5y = 21$ (4, 1)

$10x + y = 41$

نشاط

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 7: حلّ أنظمة المعادلات الخطية بالحذف.
- أطلب إلى المجموعات تكوين أنظمة معادلات خطية بمتغيّرين باستعمال المعادلات في ورقة المصادر يمكن حلّها بسهولة باستعمال الطرح، وتكوين أنظمة معادلات خطية بمتغيّرين يمكن حلّها بسهولة باستعمال الجمع.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

الخطوة 3 أعوّض 4 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

المعادلة الثانية $2x - y = 5$

أعوّض عن x بـ 4 $2(4) - y = 5$

أبسّط $8 - y = 5$

أطرح 8 من كلا الطرفين $8 - 8 - y = 5 - 8$

أبسّط $-y = -3$

أقسّم طرفي المعادلة على -1 $\frac{-y}{-1} = \frac{-3}{-1}$

أبسّط $y = 3$

إذن، حلّ النظام هو (4, 3).

التحقّق: أتحقّق من صحّة الحلّ بتعويض الزوج المرتب في كلّ من معادلتَي النظام.

✓ أتحقّق من فهمي:

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $5x + 2y = 4$
 $4x - y = 11$

(2, -3) هو حلّ النظام.

2 $3x + 5y = 15$
 $x + 3y = 7$

(2.5, 1.5) هو حلّ النظام.

أحتاج في بعض حالات حلّ أنظمة المعادلات الخطية إلى ضرب كلّ معادلة في عدد ثابتٍ مختلفٍ للحصول على معادلتين فيهما حدان متشابهان معامل أحدهما معكوس الآخر.

مثال 4

أستعمل الحذف لحلّ نظام المعادلات الآتي:

$4x + 3y = 27$

$5x - 2y = 5$

الخطوة 1 ضرب المعادلة الأولى في 2 والمعادلة الثانية في 3؛ لأحذف المتغير y

$$4x + 3y = 27 \quad \text{أضرب كل حد في 2} \quad 8x + 6y = 54$$

$$5x - 2y = 5 \quad \text{أضرب كل حد في 3} \quad 15x - 6y = 15$$

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$$\begin{array}{r} 8x + 6y = 54 \\ (+) 15x - 6y = 15 \\ \hline 23x = 69 \\ \frac{23x}{23} = \frac{69}{23} \\ x = 3 \end{array}$$

أحذف المتغير y

أقسم طرفي المعادلة على 23
أبسط

الخطوة 3 أعوض 3 بدلاً من x في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة y .

$$\begin{array}{r} 5x - 2y = 5 \quad \text{المعادلة الثانية} \\ 5(3) - 2y = 5 \quad \text{أعوض عن } x \text{ بـ } 3 \\ 15 - 2y = 5 \quad \text{أبسط} \\ -2y = -10 \quad \text{أطرح 15 من كلا الطرفين} \\ \frac{-2y}{-2} = \frac{-10}{-2} \quad \text{أبسط} \\ y = 5 \quad \text{أقسم طرفي المعادلة على -2} \\ \text{أبسط} \end{array}$$

إذن، حل النظام هو $(3, 5)$.

التحقق: نتحقق من صحة الحل بتعويض الزوج المرتب في كل من معادلتَي النظام.

تحقق من فهمي:

أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $2x + 5y = 15$
 $3x - 2y = 13$ (5, 1) هو حل النظام.

2 $5x - 3y = 14$
 $4x - 5y = 6$ (4, 2) هو حل النظام.

• أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 4 على اللوح، ثم أسأل:

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معاملاهما متساويان؟ لا.

« هل يوجد حدان متشابهان في هذا النظام معامل أحدهما معكوس للآخر؟ لا.

« هل يمكن جعل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر بضرب معادلة واحدة فقط بعدد ثابت؟ لا.

« كيف يمكن جعل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر؟ ستختلف إجابات الطلبة.

• ناقش إجابات الطلبة، وأتوصل معهم إلى أنه يمكن جعل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر بضرب كلتا المعادلتين بعدد ثابت.

• ناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى قراءة صندوق (أتعلم) الوارد في المثال 4، ثم أطلب إليهم إعادة حلّ المثال بالاستعانة بما ورد في الصندوق، والتحقق من أن الإجابة متساوية في كلتا الحالتين.

• أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثم رفعها عاليًا؛ لأنهم من تقديم التغذية الراجعة لهم.

مثال إضافي

أحلّ نظامي المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $3x + 2y = 28$ (6, 5)
 $2x + 7y = 47$

2 $2x - 3y = 15$ (9, 1)
 $5x + 7y = 52$

مثال 5: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثم ناقش الطلبة في معطيات المسألة ومطلوبها.
- أسأل الطلبة: ما القيم المجهولة في المسألة؟ الأجرة التي يتقاضاها ماجد عن كل ساعة عمل، والأجرة التي يتقاضاها حازم عن كل ساعة عمل.
- أتفق مع الطلبة على افتراض أن الأجرة التي يتقاضاها ماجد عن كل ساعة عمل هو x ، وأن الأجرة التي يتقاضاها حازم عن كل ساعة عمل هو y .
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:
" في أحد الأيام عمل ماجد 6 ساعات، وعمل حازم 7 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياها معاً JD 36 "
- أسأل الطلبة:
« كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟
 $6x + 7y = 36$ "
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:
" في اليوم التالي عمل ماجد 8 ساعات، وعمل حازم 6 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياها معاً JD 36 "
- أسأل الطلبة:
« كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟
 $8x + 6y = 38$ "
- ناقش حلّ نظام المعادلات الذي كُوّن مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى قراءة صندوق (أتعلّم) الوارد في المثال 5، ثم أطلب إليهم إعادة حلّ المثال بالاستعانة بما ورد في الصندوق، والتحقّق من أن الإجابة متساوية في كلتا الحالتين.

يمكن استعمال الحذف لحلّ مسائل حياتية وعلمية تتضمن نظاماً من معادلتين خطيتين بمتغيرين.

مثال 5: من الحياة



وظيفة: يعمل ماجد وحازم أثناء عطلة الجامعة في محطتين مختلفتين لوقود السيارات، ويتقاضى كل منهما أجرته على عدد ساعات العمل. في أحد الأيام عمل ماجد 6 ساعات وعمل حازم 7 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياها معاً JD 36، وفي اليوم التالي عمل ماجد 8 ساعات وعمل حازم 6 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياها معاً JD 38. كم يتقاضى كل منهما عن كل ساعة عمل؟

ليكن x الأجرة التي يتقاضاها ماجد عن كل ساعة عمل، و y الأجرة التي يتقاضاها حازم عن كل ساعة عمل.

إذن، نظام المعادلات الذي يعبر عن المسألة هو:

$$6x + 7y = 36$$

$$8x + 6y = 38$$

الخطوة 1 أضرب المعادلة الأولى في 4 والمعادلة الثانية في -3؛ لأحذف المتغير x .

$$6x + 7y = 36 \quad \text{أضرب كل حد في 4} \quad 24x + 28y = 144$$

$$8x + 6y = 38 \quad \text{أضرب كل حد في -3} \quad -24x - 18y = -114$$

الخطوة 2 أجمع المعادلتين.

$$24x + 28y = 144$$

$$(-) -24x - 18y = -114$$

$$10y = 30$$

$$\frac{10y}{10} = \frac{30}{10}$$

$$y = 3$$

أحذف المتغير x

أقسم طرفي المعادلة على 10

أبسط

الحال

يمكن أيضاً حلّ النظام بحذف المتغير y ، فمثلاً: يمكنني ضرب المعادلة الأولى في 6 وضرب المعادلة الثانية في -7

الخطوة 3 أعوض 3 بدلاً من y في إحدى المعادلتين؛ لإيجاد قيمة x .

$$6x + 7y = 36 \quad \text{المعادلة الأولى}$$

$$6x + 7(3) = 36 \quad \text{أعوض عن } y \text{ بـ } 3$$

$$6x + 21 = 36 \quad \text{أبسط}$$

$$6x + 21 - 21 = 36 - 21 \quad \text{أطرح } 21 \text{ من كلا الطرفين}$$

$$6x = 15 \quad \text{أبسط}$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{15}{6} \quad \text{أقسم طرفي المعادلة على } 6$$

$$x = 2.5 \quad \text{أبسط}$$

أي إن ماجداً يتقاضى 2.5 JD عن كل ساعة عمل، أما حازم فيتقاضى 3 JD عن كل ساعة عمل.

تحقق من فهمي:



حافلة فيها ركاب من النساء والأطفال، إذا كان ثلاثة أمثال عدد النساء مضافاً إليه مثلاً عدد الأطفال يساوي 29، وكان مثلاً عدد النساء مضافاً إليه عدد الأطفال يساوي 17، فكَم امرأة وكَم طفلاً في الحافلة؟ أنظر الهامش.

أدرب وأحل المسائل

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

- | | | |
|--|--|--|
| 1 $4x - y = -2$
$2x + y = 8$
(1, 6) | 2 $3x + y = 4$
$5x + y = 6$
(1, 1) | 3 $6x + 2y = 14$
$3x - 5y = 10$
(2.5, -0.5) |
| 4 $11x - 20y = 28$
$3x + 4y = 36$
(8, 3) | 5 $-2x - 5y = 9$
$3x + 11y = 4$
(-17, 5) | 6 $y + 2x = 4$
$x - y = 5$
(3, -2) |
| 7 $2x + 3y = 30$
$5x + 7y = 71$
(3, 8) | 8 $3x - 4y = 4.5$
$x + y = 5$
(3.5, 1.5) | 9 $0.5x - 9y = 28$
$30.5x + 7y = 40$
(2, -3) |

إرشاد

ترتيب الحدود المتشابهة في المعادلتين تحت بعضهما بعضاً يسهل حلّ نظام المعادلات.

إجابة (أتحقق من فهمي 4):

$$3x + 2y = 29$$

$$2x + y = 17$$

حلّ النظام هو: (5, 7)، أي أن عدد النساء هو: 5، وعدد الأطفال هو: 7

تنوع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد نظام المعادلات الذي يعبر عن مسألة حياتية؛ لذا أمّنهم بعض الوقت، وأقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم.

4 التدريب

أدرب وأحلّ المسائل:

- أوّجّه الطلبة إلى بند (أدرب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: أناقش مع الطلبة حلّ سؤال (أفكر) الوارد في هامش السؤال 13؛ لأهمية إجابته في حلّ المسألة.

مهارات التفكير العليا

- أوّجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (19 - 21).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 19 (أكتشف الخطأ)، أسأل الطلبة: هل ضربت جميع حدود المعادلة الثانية بالعدد (-4)؟

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 15, 16, 19 كتاب التمارين: (1 - 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 19) كتاب التمارين: (3 - 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (17 - 21) كتاب التمارين: (12 - 15)

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
- « أجد مساحة المثلث الناتج من تقاطع المستقيمات الآتية:

$$x - 2y = 2, x + 2y = 6, x + y = 3$$

- ملحوظة:** يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حل أنظمة المعادلات الخطية باستعمال طريقة الحذف، ويحتوي الموقع على مستويات مختلفة من المسائل.



إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حل المسائل.

10 $8x + y = 1$
 $8x - y = 3$
(0.25, -1)

11 $12x - 7y = -2$
 $8x + 11y = 30$
(1, 2)

12 $9x + 2y = 39$
 $6x + 13y = -9$
(5, -3)



13 **طقس:** لاحظ راصدٌ جويّ أنّ عدد الأيام من شهر كانون الأول التي تساقطت فيها الأمطار يزيد 7 أيام عن تلك التي لم تساقط فيها الأمطار. أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يُمثل المسألة، ثمّ أحله لأجد عدد الأيام التي تساقطت فيها الأمطار وعدد الأيام التي لم تساقط فيها الأمطار في هذا الشهر. **أنظر الهامش.**

14 أربط كل زوج مرتب مع نظام معادلات خطية مكون من معادلتين من المعادلات الأربع المُعطاة، بحيث يكون الزوج المرتب حلاً للمعادلتين:

المعادلات
$5x + 2y = 1$
$4x + y = 9$
$3x - y = 5$
$3x + 2y = 3$

الزوج المرتب
(1, -2)
(-1, 3)
(2, 1)
(3, -3)

15 **أعداد:** ثلاثة أمثال عدد مطروحا منها عدد آخر يساوي -3، إذا كان مجموع العددين يساوي 11، فما العددا؟ $x = 2, y = 9$



16 **مواد غذائية:** في مخزن أحد المطاعم مجموعة من أكياس الأرز وأكياس السكر. كتلة 3 أكياس من السكر و4 أكياس من الأرز 12 kg، وكتلة 5 أكياس من السكر وكيستين من الأرز 13 kg. كيف يمكن مساعدة طبّاخ المطعم على إيجاد كتلة كيستين من السكر وخمسة أكياس من الأرز؟ **أنظر الهامش.**

أفكر

كم يوماً في شهر كانون الأول؟

كثبان الثلج	شباط	آذار
تشرين الثاني	أيار	حزيران
تشرين الأول	أب	أيلول
تشرين الثاني	كانون الأول	كانون الأول

14)

الحل	نظام المعادلات
(1, -2)	$5x + 2y = 1$ $3x - y = 5$
(-1, 3)	$5x + 2y = 1$ $3x + 2y = 3$
(2, 1)	$4x + y = 9$ $3x - y = 5$
(3, -3)	$4x + y = 9$ $3x + 2y = 3$

معلومة

يفضّل تخزين الحبوب في مكان جاف بعيداً عن أشعة الشمس المباشرة؛ حفاظاً عليها من التلف.

إجابات (أندرب وأحل المسائل):

13) $x + y = 31$

$x - y = 7$

وبحلّ نظام المعادلات ينتج أن: $x = 19, y = 12$ ، أي أن الأمطار تساقطت في 19 يوماً، ولم تساقط في 12 يوماً من شهر كانون أول.

16) $3x + 4y = 12$

$5x + 2y = 13$

$x = 2, y = 1.5$

أي أن كتلة كيستين من السكر تساوي $2 \times 2 = 4$ kg، وكتلة خمسة أكياس من الأرز تساوي $5 \times 1.5 = 7.5$ kg

الوحدة 6



17 **مبنى حكومي:** يبلغ ارتفاع مبنى حكومي مع سارية العلم الأردني المثبتة على سطحه 21.6 m، إذا كان ارتفاع المبنى مطروحاً من ارتفاع سارية العلم يساوي 10.4 m، فما ارتفاع المبنى؟ وكم يبلغ طول سارية العلم؟
أي أن ارتفاع المبنى يساوي 16 m، وطول سارية العلم يساوي 5.6 m. أعود إلى فقرة (أستكشف) بدايةً الدرس، وأحل المسألة.
تمارين الإطالة لمدة 15 دقيقة، والتمارين الهوائية لمدة 25 دقيقة.

$$x + y = 21.6$$

$$x - y = 10.4$$

$$x = 16, y = 5.6$$

أعود إلى فقرة (أستكشف) بدايةً الدرس، وأحل المسألة.

تمارين الإطالة لمدة 15 دقيقة، والتمارين الهوائية لمدة 25 دقيقة.

مهارات التفكير العليا

19 **أكتشف الخطأ:** أنظر الحل الآتي وأكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصححه.

$4x + 3y = 8$		$4x + 3y = 8$
$x - 2y = -13$	أضرب في -4	$-4x + 8y = -52$
		$11y = -5$
		$y = \frac{-5}{11}$

19 عند ضرب المعادلة الثانية

في -4 ينتج النظام:

$$4x + 3y = 8$$

$$-4x + 8y = 52$$

والذي ينتج من حله أن: $y = \frac{60}{11}$

20 **مسألة مفتوحة:** أفرح قيمة لـ a تجعل لنظام المعادلات الآتي حلاً، وأبرر إجابتي.

$$x + y = 4$$

$$ax + 3y = 4$$

20 إجابة محتملة: $a = -1$,

لحذف المتغير x عند جمع

المعادلتين، فينتج:

$$4y = 8$$

$$y = 2$$

$$x = 2$$

21 **تحدي:** أجد عدداً من منزلتين مجموع رقميه 8، ورقم أحاده مضافاً إلى مثلي رقم عشارته يساوي 10

$$x + y = 8$$

$$x + 2y = 10$$

$$x = 6, y = 2$$

$$x = 6, y = 2$$

22 **أكتب:** كيف أجد حل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين بالحذف؟ أنظر إجابات الطلبة.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة حل أنظمة المعادلات التي تم الحصول عليها من الخطوة 3 جبرياً باستعمال طريقة الحذف.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 5 و 6 من خطوات المشروع.
- أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعين عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أن جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

الخاتمة

6

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
 - إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
- « أحل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

1 $4x + y = 17$ (4, 1)

$$2x + y = 9$$

2 $10x - y = 3$ (1, 7)

$$3x + 2y = 17$$

3 $2x + 5y = 15$ (5, 1)

$$3x - 2y = 13$$

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (1 - 12) فرديًا، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (13 - 29)، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 27، أذكّر الطلبة بقانون محيط المستطيل.
- في الأسئلة (27 - 29)، أراجع الطلبة بما يأتي:

$2x$	مثلاً x
$3x$	ثلاثة أمثال x
$x + 4$	يزيد على x بمقدار 4
$x - 3$	يقلّ عن x بمقدار 3

اختبار نهاية الوحدة

أختارُ رمزَ الإجابة الصحيحة لكلِّ ممّا يأتي:

1 حلّ نظام المعادلات الآتي هو:

$$x + y = 6$$

$$x - y = 8$$

$$\text{a) } (2, 4)$$

$$\text{b) } (4, 2)$$

$$\text{c) } (7, -1)$$

$$\text{d) } (-1, 7)$$

2 حلّ نظام المعادلات الآتي هو:

$$y = -4x$$

$$6x - y = 30$$

$$\text{a) } (3, 4)$$

$$\text{b) } (3, -4)$$

$$\text{c) } (3, 12)$$

$$\text{d) } (3, -12)$$

3 أيُّ أنظمة المعادلات الآتية له عددٌ لانهائيٌّ من الحلول؟

$$\text{a) } x + y = 1$$

$$\text{b) } 2y = 4x + 1$$

$$x - y = 3$$

$$x - 2y = 7$$

$$\text{c) } 2x - y = 6$$

$$\text{d) } 5x = y + 5$$

$$-3y = -6x + 18$$

$$-x + 3y = 13$$

4 أيُّ المعادلات الآتية لها التمثيل البيانيّ نفسه للمعادلة $4x + 8y = 12$ ؟

$$\text{a) } x + y = 3$$

$$\text{b) } 2x + y = 3$$

$$\text{c) } x + 2y = 3$$

$$\text{d) } 2x + 3y = 6$$

أحلُّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا:

$$\text{5 } y = 2x - 5 \quad (3, 1) \quad \text{6 } y = x + 4 \quad (3, 7)$$

$$y = -2x + 7 \quad y = 2x + 1$$

$$\text{7 } x + 2y = 3 \quad (1, 1) \quad \text{8 } y = 4 - x \quad (4, 0)$$

$$y = 4x - 3 \quad y = x - 4$$

$$\text{9 } y = 0.5x + 10 \quad \text{10 } y + x = 0 \quad (-3, 3)$$

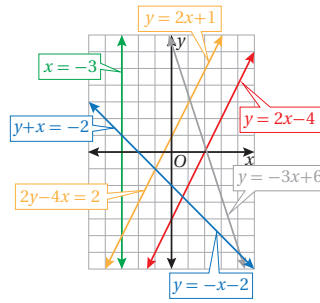
$$y = 4x - 4 \quad (4, 12) \quad 3y + 6x = -9$$

$$\text{11 } 7x + 2y = 13 \quad \text{12 } y - x = 17 \quad (5, 22)$$

$$3y - 2x = -3 \quad y = 4x + 2$$

$$(1.8, 0.2)$$

أستعمل التمثيل البيانيّ أدناه، لأحدّد ما إذا كان لكلِّ من أنظمة المعادلات الآتية حلٌّ واحدٌ، أم لا يوجد له حلٌّ، أم له عددٌ لانهائيٌّ من الحلول: (13-18) أنظر الهامش.



$$\text{13 } x = -3 \quad \text{14 } y = 2x + 1$$

$$y = 2x + 1 \quad y = 2x - 4$$

$$\text{15 } y + x = -2 \quad \text{16 } 2y - 4x = 2$$

$$y = -x - 2 \quad y = 2x - 4$$

$$\text{17 } y = -3x + 6 \quad \text{18 } 2y - 4x = 2$$

$$y = 2x - 4 \quad y = -3x + 6$$

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

- 13 له حلٌّ واحد.
- 14 لا يوجد له حلٌّ.
- 15 له عددٌ لانهائيٌّ من الحلول.
- 16 لا يوجد له حلٌّ.
- 17 له حلٌّ واحد.
- 18 له حلٌّ واحد.

تدريب على الاختبارات الدولية

- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

29 سجّل أحد لاعبي كرة القدم في الدوري 10 أهداف. إذا كان وثلاً عدد ما سجّله في مرحلة الذهاب يساوي ثلاثة أمثال عدد ما سجّله في مرحلة الإياب، فأكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم أحله لأجد ما سجّله اللاعب في كل من مرحلتي الذهاب والإياب. أنظر الهامش.

تدريب على الاختبارات الدولية

30 أي المعادلات الآتية ينتج عن تمثيلها في المستوى الإحداثي مستقيم مواز للمستقيم $y - 3x = 6$ ؟

- a) $y = -3x + 4$ b) $y = 3x - 2$
c) $y = \frac{1}{3}x + 6$ d) $y = -\frac{1}{3}x + 6$

31 كم حللاً لنظام المعادلات الآتي؟

$$\begin{cases} 4x + y = 7 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

- a) لا يوجد حل b) حل واحد فقط
c) عدد لا نهائي من الحلول d) حلان

32 حل نظام المعادلات الآتي هو:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ -x + 3y = 6 \end{cases}$$

- a) (3, 3) b) (3, -1)
c) (-3, 1) d) (1, -3)

أحلّ كلًا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

19 $y = x + 3$ (3, 6) 20 $x - 2y = 6$ (2, -2)
 $2x + y = 12$ $2x + y = 2$

21 $x = 2y + 7$ 22 $4x - 2y = 14$
 $3x - 2y = 3$ $y = 0.5x - 1$ (4, 1)
(-2, -4.5)

أحلّ كلًا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

23 $3x + y = 20$ 24 $x - 6y = 4$ (-2, -1)
 $2x - y = 5$ (5, 5) $2x + y = -5$

25 $3x - 2y = 4$ 26 $5y = 15 - 5x$
 $6x - 2y = -2$ (-2, -5) $y = -2x + 3$ (0, 3)

27 يبيّن الشكل أدناه مستطيلاً محيطه 40 m، إذا كان طول المستطيل يقل 1 m عن مئلي عرضه، فأكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة، ثم أحله لأجد بعدي المستطيل. أنظر الهامش.



28 باع محلّ كمّية من خليط مكسرات اللوز والفسّتي تبلغ قيمتها JD 27، ويبيّن الجدول الآتي سعر الأوقية الواحدة من كل نوع في الخليط:



التنوع	سعر الأوقية
الفسّتي	JD 4
اللوز	JD 1.5

كمية اللوز المباعة تساوي: 2 أوقية، وكمية الفسّتي المباعة تساوي: 6 أوقية.

إذا كانت كمّية الفسّتي تساوي ثلاثة أمثال كمّية اللوز في الأوقية الواحدة في الخليط المبيع، فأجد كمّية كل من اللوز والفسّتي المباعة.

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

27) $2w - l = 1$

$w + l = 20$

بحل النظام ينتج أن: $l = 13, w = 7$

29) $x + y = 10$

$2x = 3y$

بحل النظام ينتج أن: $x = 6, y = 4$

كتاب التمارين

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

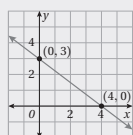
مثال: أمثل المعادلة $3x + 4y = 12$ بيانيًا باستعمال المقطع x والمقطع y .

خطوة 1: أجد المقطع x والمقطع y .

المعادلة الأصلية	$3x + 4y = 12$	المعادلة الأصلية	$3x + 4y = 12$
أعوّض $x = 0$	$3 \times 0 + 4y = 12$	أعوّض $y = 0$	$3x + 2(0) = 12$
أقسّم طرفي المعادلة على 4	$\frac{4y}{4} = \frac{12}{4}$	أقسّم طرفي المعادلة على 3	$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$
أبسط	$y = 3$	أبسط	$x = 4$

إذن، المقطع x هو 4 والمقطع y هو 3

خطوة 2: أرسم مستقيماً يصل بين المقطعين.



بما أن المقطع x هو 4، فإنّ المستقيم يقطع المحور x في النقطة $(4, 0)$.

وبما أن المقطع y هو 3، فإنّ المستقيم يقطع المحور y في النقطة $(0, 3)$.

أمثل النقطتين في المستوى الإحداثي، ثمّ أرسم مستقيماً يصل بينهما.

15

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

أختبرُ معلوماتي بحلّ التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، أستمعُ بالمثال المُعطى.

تحديد إذا كان الزوج المرتب يمثل حلاً للمعادلة الخطية بمتغيرين (الدرس 1)

أيّ الأزواج المرتبة الآتية يمثل حلاً للمعادلة $y = 2x - 3$ ؟ أترّز إجابتي.

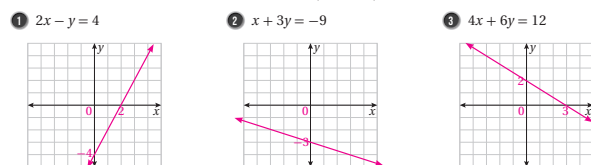
- (2, 7) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- (-1, -5) يمثل حلاً للمعادلة.
- (15, 27) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- (-6, 3) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- (6, -3) لا يمثل حلاً للمعادلة.
- (6, 3) لا يمثل حلاً للمعادلة.

مثال: هل يمثل الزوج المرتب $(5, 3)$ حلاً للمعادلة $y = x - 2$ ؟

أكتب المعادلة
أعوّض قيمتي $x = 5$ و $y = 3$ في المعادلة
الطرفان متساويان
إذن، يمثل الزوج المرتب $(5, 3)$ حلاً للمعادلة $y = x - 2$

تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي باستعمال المقطع x والمقطع y (الدرس 1)

أمثل كلّ معادلة مما يأتي بيانيًا باستعمال المقطع x والمقطع y :



14

الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

مثال: أجد ميل المستقيم الذي معادلته $x = 4y - 6$.

المعادلة الأصلية	$x = 4y - 6$
أضيف 6 إلى طرفي المعادلة	$x + 6 = 4y - 6 + 6$
أقسّم طرفي المعادلة على 4	$\frac{x + 6}{4} = \frac{4y}{4}$
بالتبسيط	$y = \frac{1}{4}x + \frac{6}{4}$
الميل هو معامل x ويساوي $\frac{1}{4}$	

حلّ المعادلة الخطية بمتغير واحد (الدرس 2)

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية:

- $2x + 10 = 22$ $x = 6$
- $3x - 4 = 2x + 8$ $x = 12$
- $5t + 9 = t - 7$ $t = -4$

مثال: أحلّ المعادلة: $4x - 6 = 6 - 2x$

المعادلة الأصلية	$4x - 6 = 6 - 2x$
أجمع $2x$ إلى طرفي المعادلة	$4x - 6 + 2x = 6 - 2x + 2x$
أجمع 6 إلى طرفي المعادلة	$6x - 6 + 6 = 6 + 6$
أقسّم طرفي المعادلة على 6	$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$
أبسط	$x = 2$

17

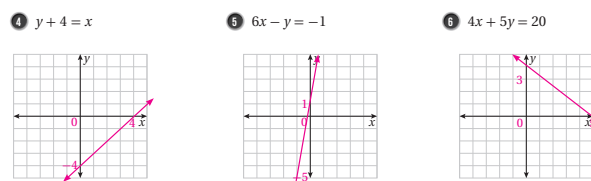
الوحدة
6

أنظمة المعادلات الخطية

أستعدّ لدراسة الوحدة

تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي باستعمال الميل والمقطع y (الدرس 1)

أمثل كلّ معادلة مما يأتي بيانيًا باستعمال الميل والمقطع y :



مثال: أمثل المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًا باستعمال الميل والمقطع y .

خطوة 1: المقطع هو -3، إذن أعيرُ النقطة $(0, -3)$ في المستوى الإحداثي.

خطوة 2: أستمعُ الميل $\frac{1}{2}$ لتعني نقطة أخرى في المستوى.

أبدأ من النقطة $(0, -3)$ ، وأتحركُ وحدتين لليمين، ثمّ وحدةً للأعلى.

خطوة 3: أرسم مستقيماً يمرُّ بالنقطتين.

إيجاد الميل من معادلة مستقيم (الدرس 1)

أجد ميل المستقيم المعطاة معادلته في كلّ مما يأتي:

- $y - x = 8$
- $3x + 2y = 15$
- $y - 1 = 4x$
- $4y = -8x + 1$
- $3y - 9x = 12$
- $2x - 7y + 1 = 0$

16

كتاب التمارين

الدرس 2 حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

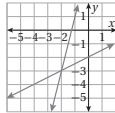
أكتب بجانب كل نظام معادلات مما يأتي رمز التمثيل البياني المناسب له، وأبزر إجابتي:

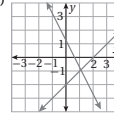
(1-3) أنظر ملحق الإجابات.

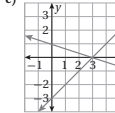
1 $y = x - 2$
 $y = -2x + 1$

2 $y = x - 3$
 $y = -\frac{1}{3}x + 1$

3 $y = \frac{1}{2}x - 2$
 $y = 4x + 5$

a) 

b) 

c) 

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:

4 $y = x + 1$ (3, 4)
 $x + y = 7$

5 $y = x + 5$ (0, 5)
 $2x + 3y = 15$

6 $x = 3 - y$ (1, 2)
 $x - y = -1$

7 $\frac{1}{4}x - 2y = 0$ (8, 1)
 $y = 17 - 2x$

8 $3x - 4y = 2$ (2, 1)
 $y - 3x = -5$

9 $y - x = 3$ (2, 5)
 $y - 2x = 1$

10 $2x - y = 14$ (8, 2)
 $\frac{1}{2}y + x = 9$

11 $5x - 3y = 18$ (3, -1)
 $-2x + 2y = -8$

12 $y + 3x = -5$ (-2, 1)
 $y + 6x = -11$

13 تملك فاتن وندى 75 JD، فإذا كان المبلغ الذي تملكه ندى يتلّى المبلغ الذي تملكه فاتن، فأكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يُمثّل المسألة، ثمّ أحله لأجد المبلغ الذي تملكه كلّ منهما. أنظر ملحق الإجابات.

14 أعمار: عمر طارق يساوي ثلاثة أمثال عمر أخيه صفاة، إذا كان مجموع عُمرَيهما يساوي 36 سنة، فكم عُمر كلّ منهما؟
عمر طارق: 27 سنة، وعمر صفاة: 9 سنوات.

15 كتبت: مجموع عدد صفحات كتابين سيقراً جلالاً 150 صفحة إذا كان عدد صفحات الكتاب الأول يقلّ عن نصف عدد صفحات الكتاب الثاني بمقدار 15 صفحة، فكم صفحة الكتاب الثاني يساوي: 40 صفحة، وعدد صفحات الكتاب الأول يساوي: 110 صفحات.

16 أعداد: كتبت علياً عددين مجموعهما 37، والفرق بينهما يساوي 14، فما العددين؟
 $x = 25.5, y = 11.5$

الدرس 1 حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

استعمل التمثيل البياني المجاور لأجد حل كل نظام معادلات مما يأتي:

1 $y = x$
 $y = 6 - 2x$
(2, 2)

2 $2x + 3y = 6$
 $y = 6 - 2x$
(3, 0)

3 $y = 6 - 2x$
 $y + 2x = -2$
لا يوجد حل.

4 $2x + 3y = 6$
 $y + 2x = -2$
(-3, 4)

أحلّ كلّاً من أنظمة المعادلات الخطية الآتية بيانياً:

(5-10) أنظر ملحق الإجابات.

5 $y = -x + 4$
 $y = 2x - 8$

6 $y = 3x - 1$
 $y = 7 - x$

7 $y = 5x - 5$
 $y = 5x + 3$

8 $2x + y = -3$
 $2x - y = 11$

9 $6x + 3y = 15$
 $2x - y = 5$

10 $y = 3x + 3$
 $y = x + 3$

بيّن الشكل المجاور التمثيل البياني للمعادلة $2x + 3y = 13$

11 أمثل المعادلة $2y = x - 3$ على المستوى الإحداثي نفسه.

12 أجد حل النظام:

$2x + 3y = 13$
 $2y = x - 3$ (5, 1)

13 حفل زواج: يرغب زياد بتقديم وجبة طعام للمدعوين إلى حفل زواجه بقاعة الاحتفالات لأحد الفنادق، وقد حصل على عرضين من فندقيين، الفندق A يتقاضى 500 دينار مقابل خدمات الطعام للمدعوين إضافة إلى 20 ديناراً عن كلّ مدعو، والفندق B يتقاضى 800 دينار مقابل خدمات الطعام للمدعوين إضافة إلى 16 ديناراً عن كلّ مدعو، ما عدد المدعوين عندما تساوى تكاليف الحفل في الفندقين؟ 75 مدعو.

الدرس 3 حل نظام من معادلتين خطيتين بالحدف

استعمل الحذف لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية:

1 $3x + 2y = 11$
 $2x - 2y = 14$
(5, -2)

2 $3x - 4y = 17$
 $x - 4y = 3$
(7, 1)

3 $2y + 3x = 16$
 $x - 2y = 4$
(5, 0.5)

4 $2x + 5y = 37$
 $y = 11 - 2x$
(2.25, 6.5)

5 $4x - 3y = 7$
 $x = 13 - 3y$
(4, 3)

6 $4x - y = 17$
 $x = 2 + y$
(5, 3)

7 $2x + 3y = 13$
 $x + 2y = 7$
(5, 1)

8 $3x + 3 = 3y$
 $2x - 6y = 2$
(-2, -1)

9 $2x - 6 = 4y$
 $7y = -3x + 9$
(3, 0)

10 ألعاب أولمبية: خلال إحدى دورات الألعاب الأولمبية، فازت دولة بـ 32 ميدالية ذهبية وفضية، وكان يتلّا عدد الميداليات الفضية التي فازت بها يزيد بمقدار 4 عن عدد الميداليات الذهبية. أكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يُمثّل المسألة، ثمّ أحله لأجد عدد الميداليات الذهبية والفضية التي فازت بها الدولة.
 $x + y = 32$
 $2y = x + 4$
 $x = 20, y = 12$

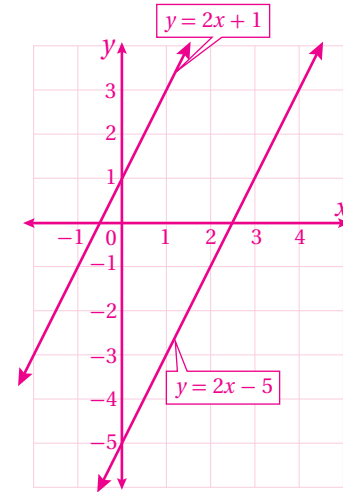
11 حلّت هند نظام المعادلات الآتية فوجدت أنّ $x = 5, y = 6$
 $4x - 2y = 8$
 $2x - y = 4$
أبزر لماذا لا يمكن أن يكون ما أوجدته هند حلاً وحيداً لهذا النظام من المعادلات.

12 أكتشف المختلف: أي أنظمة المعادلات الآتية مختلف؟ أبزر إجابتي.

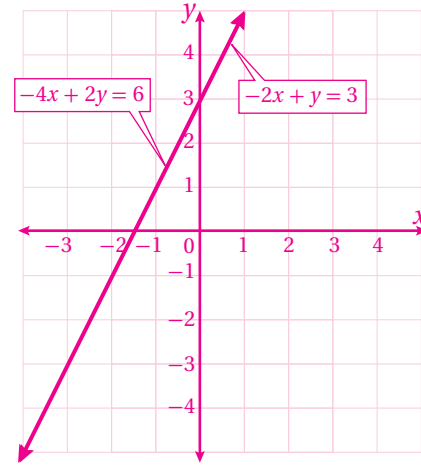
$3x + 3y = 3$ $-2x + y = 6$ $6x - 2y = 5$ $2x + 3y = 11$
 $2x - 3y = 7$ $2x - 3y = -10$ $3x - y = 3$ $3x - 2y = 10$
 $6x - 2y = 5$
 $3x - y = 3$

لأنه ليس له حلّ، إذ يُمثّل مستقيمين متوازيين.

3 لا يوجد حل للنظام.

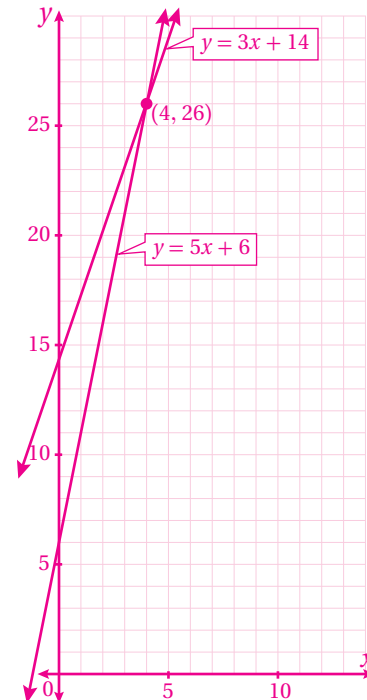


4 يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.



الدرس 1 (أتحقق من فهمي 4):

بعد 4 أسابيع تكون الأختان قد وفّرتا المبلغ نفسه، ويساوي: 26 دينارًا.



15) $y - x = 26$

$x + y = 50$

(12, 38) يُمثّل حلًّا للنظام، إذن عمر نوال 12 عامًا، وعمر والدتها 38 عامًا.

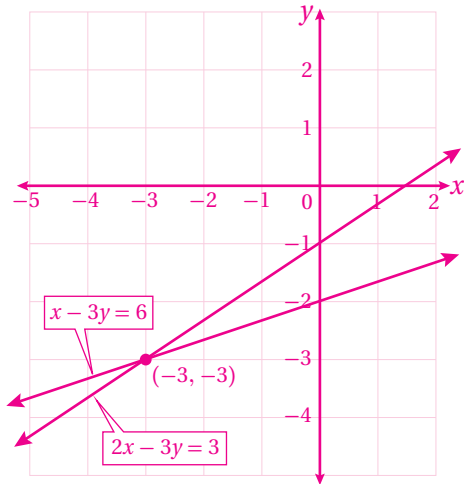
16) $y = 500000x + 1000000$

$y = -1000000x + 10000000$

20 لا يمكن؛ لأن المستقيمين إذا تقاطعا معًا، فإنّهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، ما لم يكونا منطبقين، وعندها يكون لهما عدد لا نهائي من نقاط التقاطع.

21 التمثيل البياني غير صحيح.

التمثيل التالي هو الصحيح، وحلّ النظام هو: (-3, -3)



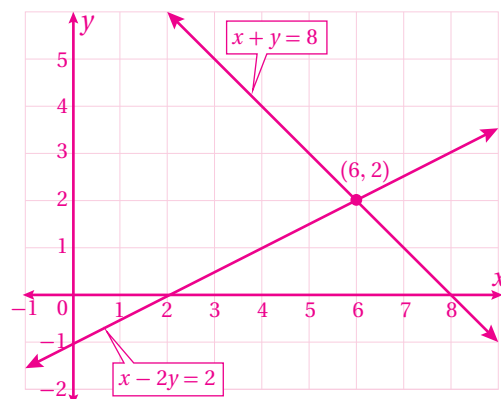
22 إجابات محتملة:

نظام ليس له حلول: $y = 5x + 6, y = 5x + 2$

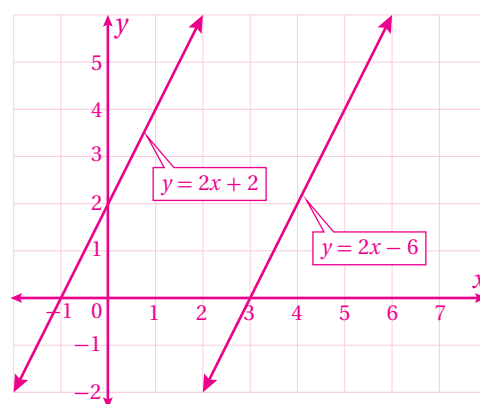
نظام له عدد لا نهائي من الحلول: $x + 2y = 4, 6x + 12y = 24$

معمل برمجة جيو جبر (أندرب):

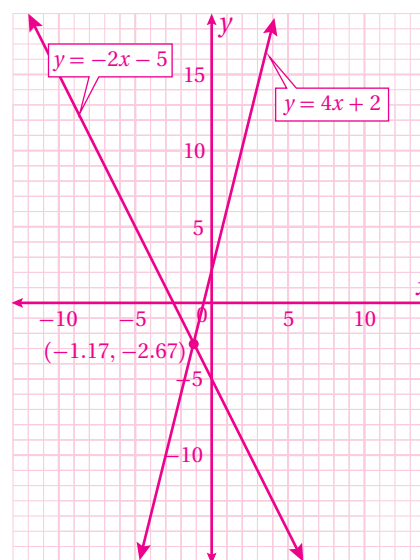
(1) (6, 2) يُمثّل حلًّا للنظام.



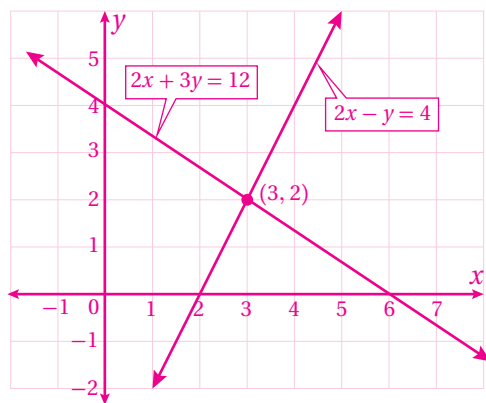
(2) لا يوجد حلّ للنظام.



(3) $(-1.17, -2.67)$ يُمثّل حلًّا للنظام.

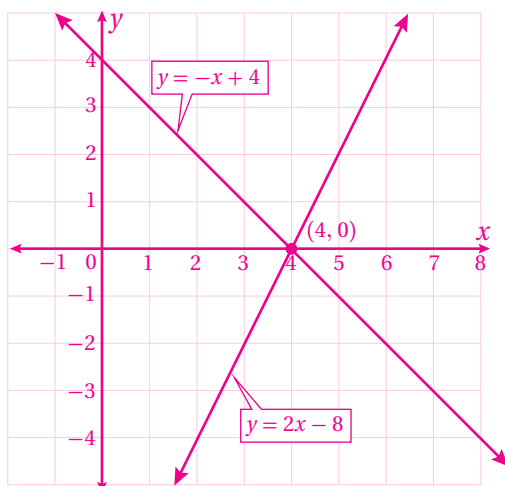


(4) $(3, 2)$ يُمثّل حلًّا للنظام.

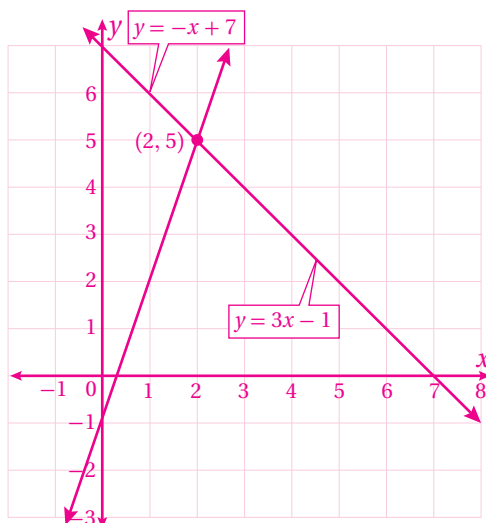


كتاب التمارين - الدرس 1:

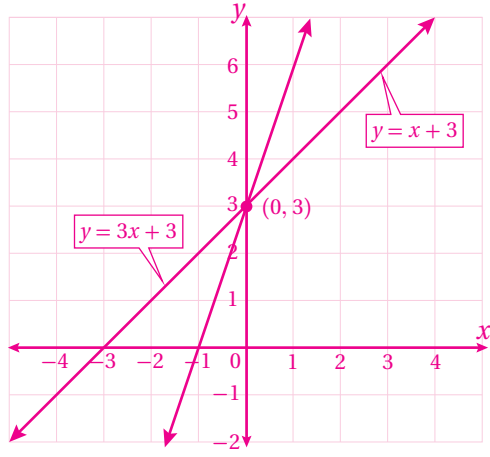
5) (4, 0)



6) (2, 5)



10) (0, 3)



كتاب التمارين - الدرس 2:

1) b ؛ لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(1, -1)$ هي حل للنظام:

$$y = x - 2$$

$$y = -2x + 1$$

2) c ؛ لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(3, 0)$ هي حل للنظام:

$$y = x - 3$$

$$y = \frac{-1}{3}x + 1$$

3) a ؛ لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(-2, -3)$ هي حل للنظام:

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

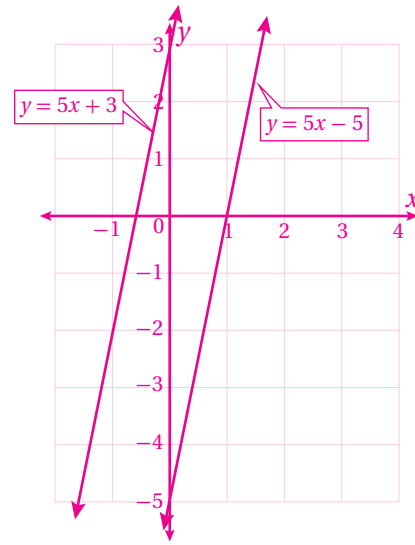
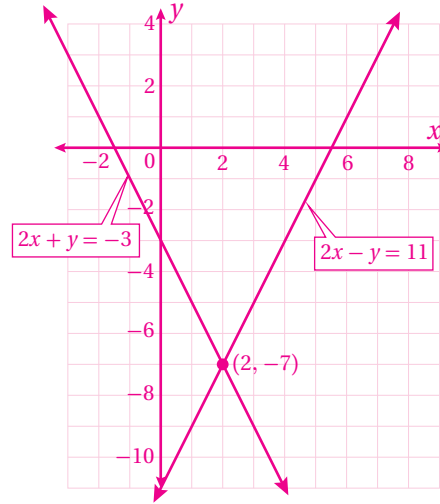
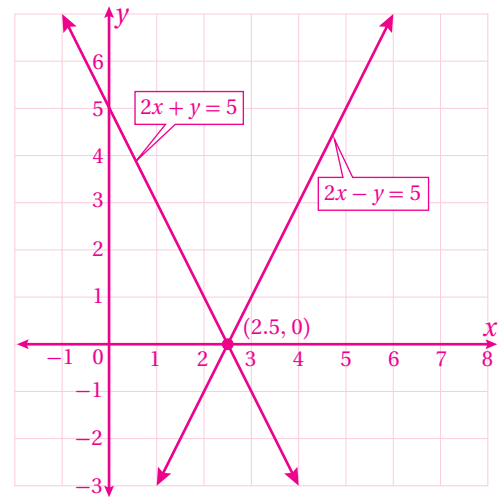
$$y = 4x + 5$$

13) نظام المعادلات $x + y = 75$

$$y = 2x$$

تملك فاتن: 25 دينارًا، وتملك فدوى: 50 دينارًا.

(7) لا يوجد حل.

8) $(2, -7)$ 9) $(2.5, 0)$ 

الأشكال ثنائية الأبعاد

الوحدة
7



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			ورقة المصادر 8	1
الدرس 1: إثبات توازي المستقيمتين وتعامدها	<ul style="list-style-type: none"> • تطبيق مسلمات الزاويتين المتناظرتين أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمتين متوازيين وقاطع لهما. • تطبيق النظريات المتعلقة بالزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمتين متوازيين وقاطع لهما. • تطبيق نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين ونظرية القاطع العمودي وعكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمتين متعامدين. 		<ul style="list-style-type: none"> • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • أجهزة الحاسوب. • برمجية جيوجبرا. 	3
الدرس 2: متوازي الأضلاع	<ul style="list-style-type: none"> • تعرّف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع. • تطبيق النظريات المتعلقة بالأضلاع والزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع. • تعرّف الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع. • تطبيق النظريات المتعلقة بالزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع. • تطبيق النظريات المتعلقة بقطري متوازي الأضلاع. • استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة. 	متوازي الأضلاع. الزوايا المتحالفة.	<ul style="list-style-type: none"> • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. 	3
الدرس 3: تمييز متوازي الأضلاع	<ul style="list-style-type: none"> • إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين. • إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابقت فيه كل زاويتين متقابلتين. • تطبيق عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع لإيجاد قياسات مجهولة من القطرين. • استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع. • استعمال الميل لبيان ما إذا كان شكل رباعي معطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي يمثل متوازي أضلاع أم لا. 		<ul style="list-style-type: none"> • ورقة المصادر 9 • ورق الرسم البياني. • لوح المستوى الإحداثي. 	3
الدرس 4: حالات خاصة من متوازي الأضلاع	<ul style="list-style-type: none"> • تحديد خصائص كل من: المستطيل، والمعين، والمربع. • تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع معطى يمثل مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً. • استعمال خصائص كل من المستطيل والمعين والمربع لإيجاد قياسات مجهولة. 	المستطيل. المعين. المربع.	<ul style="list-style-type: none"> • ورقة المصادر 10 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. 	3
الدرس 5: تشابه المثلثات	<ul style="list-style-type: none"> • تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال حالات التشابه AA و SSS و SAS. • استعمال تشابه مثلثين في إيجاد قياسات مجهولة متعلقة بأضلاع المثلثين. 		<ul style="list-style-type: none"> • ورقة المصادر 11 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. 	3
الدرس 6: التمدد	<ul style="list-style-type: none"> • تعرّف التمدد ومركزه ومعامله. • التمييز بين التكبير والتصغير. • إيجاد قيمة معامل التمدد في شكل معطى. • إيجاد صورة نقطة في المستوى الإحداثي بتأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله معلوم. 	التمدد. مركز التمدد. معامل التمدد. التكبير. التصغير.	<ul style="list-style-type: none"> • ورقة المصادر 12 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • لوح المستوى الإحداثي. 	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> • لوحتان من الكرتون المقوى. • ورقة كبيرة. • دبائيس ومثقب. • مسطرة ومقص. 	1
اختبار نهاية الوحدة				2
المجموع				22 حصة

ما أهمية هذه الوحدة؟

للأشكال الهندسية أنواع كثيرة وخصائص لا يمكن حصرها؛ لذا تُستعمل في مجالات حياتية وعلمية شتى. ولا يمكن إنتاج أي تصميم أو عمل فني أو معماري من دون استعمال خصائص الأشكال الهندسية، وهذا يعني أنه لا بد من فهم هذه الخصائص قبل البدء بأي تصميم.



1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة مجموعة من المسلمات والنظريات المتعلقة بأزواج الزوايا التي تنتج من مستقيمين متوازيين وقاطع لهما، وتعريف متوازي الأضلاع والنظريات التي تحدّد خصائصه، والنظريات المتعلقة بحالات متوازي الأضلاع الخاصة (المستطيل، والمعين، والمربع)، ويحدّدون العلاقة بين متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة، ويستعملون تلك الخصائص في مواقف هندسية وحياتية متنوعة.

وسيتعرف الطلبة أيضًا مسلمات تشابه مثلثين (AA)، ونظريات التشابه (SSS) و (SAS)، ويستعملونها في مواقف هندسية وحياتية.

وسيستعمل الطلبة المفاهيم المرتبطة بالتمدد لرسم صورة لمضلع ناتجة من تكبير أو تصغير في المستوى الإحداثي.

سأتعلّم في هذه الوحدة:

- تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال حالات التشابه AA و SSS و SAS
- خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع، وحالاته الخاصة.
- رسم صورة مضلع تحت تأثير تمدد في المستوى الإحداثي.

تعلّم سابقًا:

- ✓ تصنيف الأشكال الرباعية حسب خواصها الأساسية.
- ✓ العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في مضلعين متشابهين.
- ✓ رسم مضلع تحت تأثير تكبير.

الترباط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- تمييز الزاويتين المتقابلتين بالرأس والعلاقة بين قياسيهما.
- تمييز الزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة والزوايا المتناظرة الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- إيجاد قياسات زوايا مجهولة ناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- رسم شكل تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تمدد شكل مرسوم تحت تأثير تمدد بمعامل صحيح موجب.

الصف الثامن

- استكشاف خصائص متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة (المستطيل، والمربع، والمعين).
- استعمال المسلمات والنظريات المتعلقة بمتوازي الأضلاع وحالاته الخاصة لحلّ مسائل هندسية وحياتية.
- حلّ معادلات خطية بسيطة لإيجاد أطوال أضلاع وقياسات زوايا في متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة.
- برهنة تشابه مثلثين باستعمال مسلمات التشابه ونظرياته.
- استكشاف مفهوم التمدد ومركزه ومعامله (التكبير والتصغير).
- رسم شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل حقيقي معطى.

الصف التاسع

- استعمال التشابه والتناسب لبرهنة نظريات تتعلّق بالمثلث (مثل: القطعة الواصلة بين منتصف ضلعين في مثلث متوازي الضلع الثالث).
- حلّ مسائل هندسية وحياتية على المثلثات تتضمن التشابه والتمدد.
- برهنة خصائص متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة المرسومة في المستوى الإحداثي باستعمال مفاهيم الهندسة الإحداثية.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة من مهارات لتصميم أداة المنساح، واستعمالها لرسم صور مكبرة أو مصغرة لأشكال هندسية.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهاراتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعة الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: المنساح

4 أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص، الذي سنوظف فيه ما تعلمناه في هذه الوحدة لتصميم أداة هندسية تُسمى المنساح.

المواد والأدوات:

- لوحتان من الكرتون المقوى.
- ورقة كبيرة.
- دبائيس ومثقب.
- مسطرة ومقص.

خطوات تنفيذ المشروع:

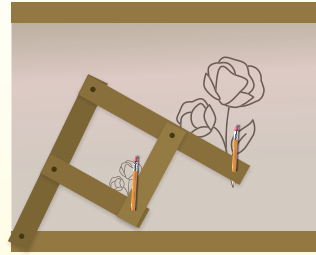


أشاهد المقطع المرئي (الفيديو) في الرمز المجاور، ثم أنفذ الخطوات الآتية:

- 1 أقص أربع قطع مستطيلة الشكل من الكرتون المقوى: قطعتين طول كل منهما 20 cm، وقطعتين أخريين طول كل منهما 10 cm، وعرض كل قطعة منها 2.5 cm.
- 2 أستعمل المثقب لصنع فتحات في طرف كل من القطعتين الطويلتين، وأربط بينهما من خلال الثقبين باستعمال الدبائيس.
- 3 أستعمل المثقب لصنع فتحات في منتصف كل من القطعتين الطويلتين وطرف كل من القطعتين القصيرتين، وأصل بين القطعتين القصيرتين والطويلتين بالدبائيس.

عرض النتائج:

- أعرِّض المنساح الذي صمّمته أمام طلبة صفّي، وأوضح أهميته وعلاقته بما تعلمته في الوحدة.
- أعدُّ عرضًا تقديميًا، وأتحدث بالتفصيل عن خطوات تصميم المنساح والنتائج التي توصلت إليها.



أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	مناسبة المواد والأدوات التي أعدت بها أداة المنساح.			
2	قصّ قطع الكرتون المقوى بقياسات دقيقة.			
3	ثقب قطع الكرتون عند الأطراف بطريقة مناسبة تسهل الحركة.			
4	تثبيت قطع الكرتون المقوى باستعمال دبائيس تضمن تحريك الأداة بيسر.			
5	إظهار العرض المقدم مراحل تصميم أداة المنساح.			
6	إظهار العرض المقدم استعمال الأداة بطريقة صحيحة توضح وظيفتها.			
7	التعاون والعمل بروح الفريق.			
8	إنجاز المشروع في الوقت المحدد.			
9	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

نشاط 1

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة في تصنيف الأشكال الهندسية المستوية بناءً على خصائصها.

إجراءات النشاط:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 8: الأشكال الرباعية، ومسطرة، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة الواردة في ورقة المصادر.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل ورقة المصادر مع الصف كاملاً.

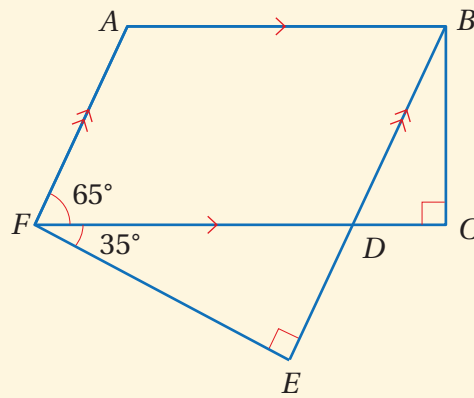
التكليف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تصنيف الأشكال الهندسية وفق خصائصها، أقدم أمثلة إضافية لمعالجة الفاقد لديهم.

نشاط 2

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة في تسمية المضلعات والمستقيمت والزوايا.

إجراءات النشاط:



- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح.
- أطلب إلى المجموعات تسمية كل مما يأتي من الشكل:
 - « شبه منحرف.
 - « زاويتان قائمتان.
 - « زاويتان قياسهما 55° .
 - « مستقيم مواز للمستقيم \overleftrightarrow{EB} .
 - « مستقيم مواز للمستقيم \overleftrightarrow{FC} .
 - « متوازي أضلاع.
 - « سداسي.

- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش الحل مع الصف كاملاً.

نتائج الدرس:

- تطبيق مسلّمة الزاويتين المتناظرتين أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالزوايا المتبادلة والزوايا المتخالفة أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.
- تطبيق نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين ونظرية القاطع العمودي وعكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متعامدين.

نتائج التعلّم القبلي:

- التمييز بين أزواج: الزوايا المتناظرة والزوايا المتبادلة داخلياً، والزوايا المتبادلة خارجياً، والزوايا المتخالفة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتجاورة.
- تحديد العلاقة بين كلّ من أزواج: الزوايا المتناظرة، والزوايا المتبادلة داخلياً، والزوايا المتبادلة خارجياً، والزوايا المتخالفة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتجاورة الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين في المستوى نفسه.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) المتعلقة بمراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

أستكشف



يبيّن الشكل المجاور مُسلّمًا كلُّ درجةٍ من درجته عموديةً على الدعامتين الرئسيتين.

- (1) هلّ الدعامتان الرئسيتان متوازيتان؟ أبرّرْ إجابتي.
- (2) هلّ الدرجاتُ جميعُها متوازيةٌ؟ أبرّرْ إجابتي.

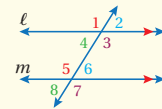
فكرة الدرس

أميّز المستقيمتين المتوازيّة بناءً على علاقات يبيّن أزواج من الزوايا الناتجة عن مستقيمين قاطع.

تعلّمتُ سابقاً أنّه إذا قطع مستقيمٌ مستقيمين متوازيين في المستوى نفسه، فإنّ هذا يقودُ إلى النظريات الآتية حول العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن هذا التقاطع.

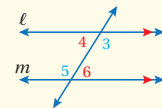
نظرياتُ المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا

مراجعة المفهوم



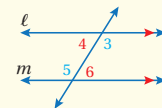
مسلمة الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطعٌ مستقيمين متوازيين، فإنّ كلّ زاويتين متناظرتين متطابقتان.
مثال: $\angle 1 \cong \angle 5$ و $\angle 2 \cong \angle 6$ و $\angle 4 \cong \angle 8$ و $\angle 3 \cong \angle 7$



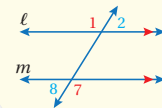
نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

إذا قطع قاطعٌ مستقيمين متوازيين، فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.
مثال: $\angle 3 \cong \angle 5$ و $\angle 4 \cong \angle 6$



نظرية الزاويتين المتخالفتين

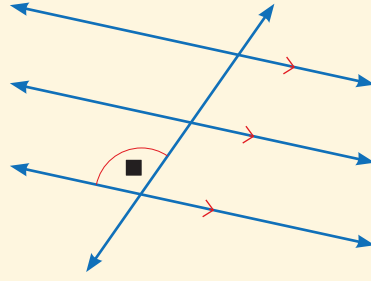
إذا قطع قاطعٌ مستقيمين متوازيين، فإنّ كلّ زاويتين متخالفتين متكاملتان.
مثال: $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ$ و $m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$



نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

إذا قطع قاطعٌ مستقيمين متوازيين، فإنّ كلّ زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان.
مثال: $\angle 2 \cong \angle 8$ و $\angle 1 \cong \angle 7$

- أرسم الشكل المجاور على اللوح، وأرمز إلى إحدى الزوايا برمز ■.
- أطلب إلى الطلبة تحديد كلِّ ممَّا يأتي:
- « زاوية في وضع تبادل داخلي مع الزاوية ■.
- « زاوية في وضع تبادل خارجي مع الزاوية ■.
- « زاوية في وضع تناظر مع الزاوية ■.
- « زاوية في وضع تحالف مع الزاوية ■.
- « زاوية تقابل بالرأس الزاوية ■.
- « زاوية تشكّل مع الزاوية ■ زاوية مستقيمة.
- أناقش إجابات الطلبة، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.



✓ **إرشاد:** ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية وجود أكثر من زاوية تحقّق كلِّ مطلوب في النشاط.

- أوّجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثمّ أسألهم:
- « ما قياس الزاوية بين أيّ من درجات السلم والدعامتين الأساسيتين؟ 90°
- « هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتناظرة في صورة السلم؟ نعم
- « هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتبادلة داخلياً في صورة السلم؟ نعم
- « هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتبادلة خارجياً في صورة السلم؟ نعم
- « كيف يمكن إثبات أن الدعامتين الأساسيتين متوازيتان؟
- « كيف يمكن إثبات أن درجات السلم جميعها متوازية؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
- « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمنّ يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثمّ أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال، وأعزّزه / أعزّزها كما عزّزت من قدّم الإجابة الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بأزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين مع تدعيم ذلك بالرسم على اللوح.
- أوضح للطلبة على الرسم مسألة الزاويتين المتناظرتين، ونظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، ونظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً، ونظرية الزاويتين المتحالفتين، بالاستعانة بصندوق (مراجعة المفهوم) الوارد في كتاب الطالب، وأدعم ذلك بأمثلة عديدة.
- أوضح للطلبة عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين، بالاستعانة بصندوق (مسألة) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش حلّ المثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأبين لهم أنه يمكن الاستفادة من عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين لإيجاد قيمة مجهولة تتعلق بقياس إحدى الزاويتين المتناظرتين بحيث نضمن توازي المستقيمين m و n .
- أوضح للطلبة بأنه لإيجاد قيمة المجهول x ، أحلّ معادلة خطية بسيطة، وأذكرهم بإجراءات حلّها.

إرشادات:

- عند مناقشة إجراءات حلّ المعادلة الخطية في المثال 1، أؤكد ضرورة كتابة المعادلة من دون رمز الدرجة؛ لأنّ قيمة المجهول x التي نحصل عليها هي عدد حقيقي وليس قياس زاوية.
- أؤكد للطلبة بأن جميع المسلمات والنظريات التي سيتناولها الدرس والتي تتعلق بمستقيمين يقطعهما مستقيم ثالث تقع جميعها في مستوى واحد.

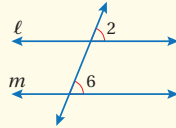
الوحدة 7

سأتعلم في هذا الدرس كيفية استعمال أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه لإثبات توازيهما، فمثلاً، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة حين يكون المستقيمان متوازيين، وعكس هذه المسألة صحيح أيضاً.

مسألة

عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمين، ونتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإنّ المستقيمين متوازيان.

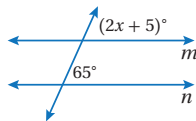


مثال: إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 6$ فإن $m \parallel l$

مثال 1

أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$.

يكون المستقيمان m و n متوازيين إذا كانت الزاويتان المتناظرتان متطابقتين.



استعمل عكس مسألة الزاويتين المتناظرتين لكتابة معادلة

$$(2x + 5)^\circ = 65^\circ$$

$$2x + 5 = 65$$

$$2x = 60$$

$$x = 30$$

أكتب المعادلة من دون رمز الدرجة

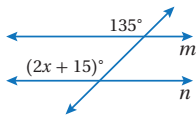
أطرح 5 من طرفي المعادلة

أقسم طرفي المعادلة على 2

إذن، قيمة x التي تجعل المستقيمين m و n متوازيين تساوي 30

أتحقّق من فهمي:

أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$. $x = 60$



يمكن أن تحدّد أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا.

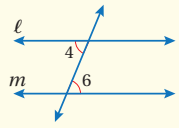
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

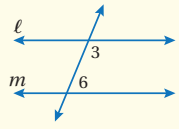


عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا

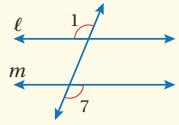
نظريات



عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً
إذا قطع قاطع مستقيمين، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان، فإنَّ المستقيمين متوازيان.
مثال: إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 6$ فإن $l \parallel m$



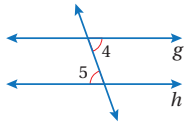
عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين
إذا قطع قاطع مستقيمين، ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإنَّ المستقيمين متوازيان.
مثال: إذا كانت $m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$ فإن $l \parallel m$



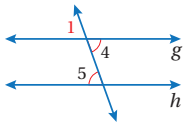
عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً
إذا قطع قاطع مستقيمين، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان، فإنَّ المستقيمين متوازيان.
مثال: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 7$ فإن $l \parallel m$

يمكن استعمال عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين لإثبات النظريات السابقة.

مثال 2: إثبات نظرية

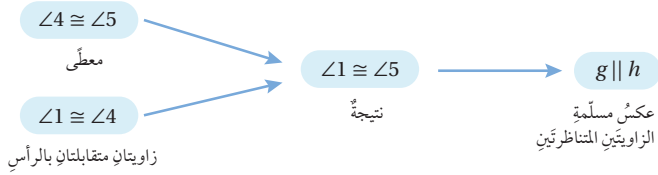


في الشكل المجاور، إذا كان $\angle 4 \cong \angle 5$ فأثبت أن $g \parallel h$ باستعمال المخطّط السهمي.
أخطّط للحلّ باتباع الخطوات الآتية:



الخطوة 1 أسّي $\angle 1$ التي تقابل بالرأس $\angle 4$

الخطوة 2 استعمل تطابق الزوايا الناتج عن التقابل بالرأس في إثبات توازي المستقيمين.



- أوكد للطلبة أنه يُمكن أن تحدّد أزواج الزوايا الناتجة من مستقيمين يقطعهما مستقيم في المستوى نفسه، ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا، ثمّ أقدم لهم عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا على اللوح مدعّمة بالرسم المناسب لكلّ نظرية، بالاستعانة بصندوق (نظريات) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش مع الطلبة عن طريق المثال 2 إثبات عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، وأوضح لهم كيف يُمكن استعمال عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين في ذلك، مع تأكيد أهمية الخطوة الأولى بتسمية زاوية جديدة تقابل بالرأس $\angle 4$ أو $\angle 5$ ، وأن الهدف من تسمية هذه الزاوية الجديدة هو الحصول على زاويتين متناظرتين في الشكل المعطى.

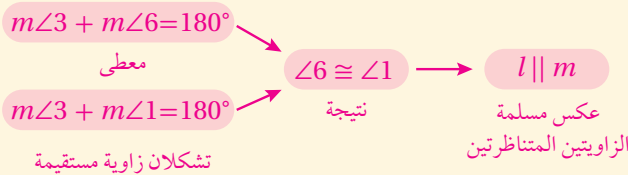
إرشاد: أذكر الطلبة بطريقة المخطّط السهمي لكتابة البراهين.

أخطاء شائعة:

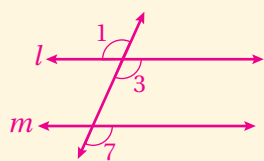
لا يُميّز بعض الطلبة بين المسلّمة والنظرية؛ لذلك أوضح لهم الفرق بينهما، إذ إنّ المسلّمة لا حاجة لإثبات صحتها، ويقبل تطبيقها بعدّها حقيقة متفقاً على صحتها، مثلها مثل كثير من الحقائق (مثل: حقائق الجمع وحقائق الضرب)، في حين أنه ينبغي إثبات صحة النظرية، ولا يمكن تطبيقها ما لم يسبق ذلك إثبات صحتها، وعادةً تُستعمل المسلّمات والنظريات المثبتة في إثبات صحة نظريات أو تخمينات أخرى.

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة كتابة إثبات عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين باستعمال المخطّط السهمي.



- أطلب إلى الطلبة كتابة إثبات عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً باستعمال البرهان ذي العمودين.



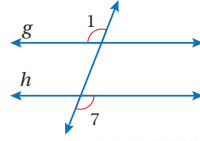
المبررات	العبارات
(1) معطى.	$\angle 1 \cong \angle 7$ (1)
(2) متقابلتان بالرأس.	$\angle 1 \cong \angle 3$ (2)
(3) نتيجة.	$\angle 3 \cong \angle 7$ (3)
(4) عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين.	$l \parallel m$ (4)

مثال 3

- أوضح للطلبة أنه بعد إثباتنا صحة عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا، يُمكن الآن تطبيقها لاستنتاج ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم لا اعتمادًا على معطيات تتعلق بأزواج الزوايا المتبادلة أو المتحالفة.
- ناقش فرعي المثال 3، وأدعم ذلك برسم للشكل المعطى على اللوح.

إرشاد: إذا توفّر جهاز Data Show، أستعمله لعرض الأشكال المعطاة في أمثلة الدرس؛ توفيرًا للوقت الذي أحتاج إليه في رسمها على اللوح.

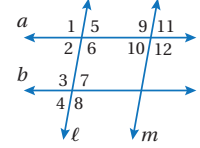
الوحدة 7



في الشكل المجاور، إذا كان $\angle 1 \cong \angle 7$ فأثبت أنّ $g \parallel h$ باستعمال المخطّط السهبيّ. أنظر الهامش.

أتحقّق من فهمي:

مثال 3



هل يُمكن إثبات أنّ أيًا من مستقيمتي الشكل المجاور متوازيّة اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ ممّا يأتي؟ أبرز إجابتك باستعمال مسلمة أو نظرية.

1 $\angle 1 \cong \angle 8$

$\angle 1$ و $\angle 8$ متبادلتان خارجياً بالنسبة للمستقيمين a و b ، وبما أنّ $\angle 1 \cong \angle 8$ فإنّ $a \parallel b$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

2 $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$

$\angle 5$ و $\angle 9$ متحالفتان بالنسبة للمستقيمين m و ℓ ، وبما أنّ $m\angle 5 + m\angle 9 = 180^\circ$ فإنّ $m \parallel \ell$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

أتحقّق من فهمي:

3 $\angle 7 \cong \angle 2$

4 $\angle 6 \cong \angle 12$

5 $m\angle 3 + m\angle 2 = 180^\circ$

$\angle 7$ و $\angle 2$ متبادلتان داخلياً، $a \parallel b$.

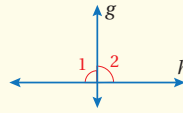
$\angle 6$ و $\angle 12$ متناظران، $m \parallel \ell$.

$\angle 3$ و $\angle 2$ متحالفتان ومجموع قياسيهما 180° ، $a \parallel b$.

في ما يأتي بعض النظريات المتعلقة بالمستقيمتي المتعامدة، إضافة إلى نظريات خاصة تنتج حين يكون قاطع المستقيمين عمودياً عليهما:

نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين

نظرية

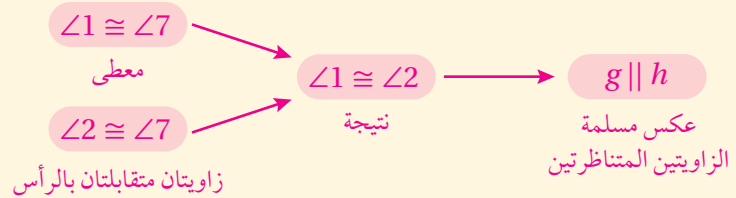


• نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين
إذا تقاطع مستقيمان لتشكيل زاويتين متجاورتين متطابقتين، فإنّ المستقيمين متعامدان.

مثال: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ فإنّ $g \perp h$

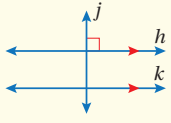
إجابة - (أتحقّق من فهمي 2):

لتكن 2 الزاوية المقابلة بالرأس للزاوية 7



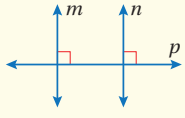
نظرية القاطع العمودي وعكسها

نظريات



• **نظرية القاطع العمودي**
إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين، فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.

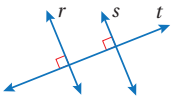
مثال: إذا كان $h \parallel k$ و $h \perp j$ ، فإن $k \perp j$



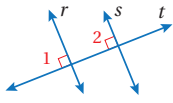
• **عكس نظرية القاطع العمودي**
إذا قطع قاطع مستقيمين وكان عمودياً على كلٍّ منهما، فإن المستقيمين متوازيان.

مثال: إذا كان $p \perp m$ و $p \perp n$ ، فإن $m \parallel n$

مثال 4: إثبات نظرية

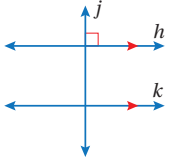


أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور لأثبت أن $r \parallel s$ باستعمال البرهان ذي العمودين.



المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان
(2) الزوايا القائمة متطابقة	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين	(3) $r \parallel s$

أتحقق من فهمي:



أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور؛ لأثبت أن $k \perp j$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر الهامش.

• أذكر الطلبة بقياس الزاوية المستقيمة، وأن مجموع قياسات الزوايا على مستقيم يساوي 180° ؛ تمهيداً لمناقشة نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين، بالاستعانة بصندوق (نظرية) الوارد في كتاب الطالب.

• ناقش مع الطلبة نظرية القاطع العمودي وعكسها، وأدعم الشرح بالرسم المناسب على اللوح، بالاستعانة بصندوق (نظريات) الوارد في كتاب الطالب.

• ناقش مع الطلبة عن طريق المثال 4 إثبات عكس نظرية القاطع العمودي بكتابة برهان ذي عمودين، بالاعتماد على مسلمة عكس الزاويتين المتناظرتين.

مثال إضافي:

« أكتب برهاناً ذا عمودين لنظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين.

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle 1 \cong \angle 2$
(2) زاويتان متجاورتان تشكّلان زاوية مستقيمة.	(2) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$
(3) من المعطى وقياس الزاوية المستقيمة.	(3) $m\angle 1 = m\angle 2 = 90^\circ$
(4) لأن الزاوية بين المستقيمين قائمة.	(4) $g \perp h$

4 التدرّب

أدرّب وأحلّ المسائل:

• أوّجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1-8) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.

• إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من زميل / الزميلة.

إجابة - (أتحقق من فهمي 4):

لتكن 1 الزاوية القائمة بين المستقيمين j و h ، الزاوية 2 التي تناظر الزاوية 1.

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $h \parallel k$
(2) معطى.	(2) $\angle 1$ قائمة
(3) $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متناظرتان.	(3) $\angle 2$ قائمة
(4) لأن الزاوية بين المستقيمين قائمة.	(4) $j \perp k$

تنوع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أندرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليشركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

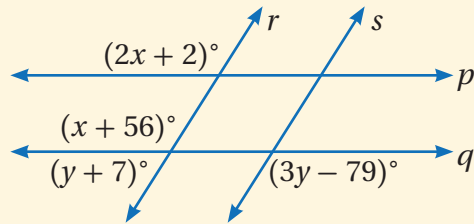
- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (15 - 13).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤالين 14 و15 (تحّد)، أوجّه الطلبة إلى استعمال المسطرة والمنقلة لرسم الأشكال بدقة.

الإثراء 5

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي: « أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، للإجابة عن الأسئلة الآتية:



- 1 قيمة x التي تجعل $p \parallel q$ $x = 54$
- 2 قيمة y التي تجعل $r \parallel s$ $y = 63$

- 3 هل يمكن أن يكون $p \parallel q$ و $r \parallel s$ معاً في الوقت نفسه؟ أبرّر إجابتي. نعم، إذا تحققت المسلمات أو النظريات المتعلقة بالزوايا التي يتضمنها الشكل.

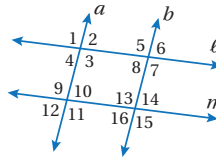
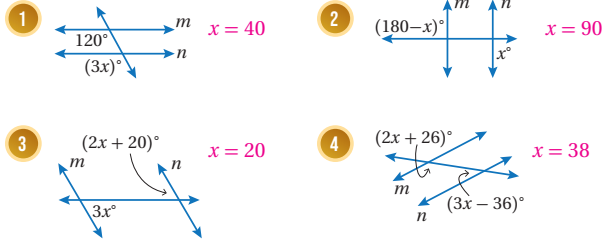
ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

أندرب وأحلّ المسائل

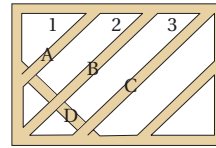
أتذكّر

أستعمل خصائص المساواة لحلّ معادلات تحتوي متغيرات في طرفيها.

أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$ في كلّ مما يأتي:



- 5 $\angle 2 \cong \angle 8$ $a \parallel b$ الزاويتان متبادلتان داخلياً.
- 6 $\angle 9 \cong \angle 15$ $a \parallel b$ الزاويتان متبادلتان خارجياً.
- 7 $\angle 6 \cong \angle 16$ $l \parallel m$ الزاويتان متبادلتان خارجياً.
- 8 $m\angle 10 + m\angle 13 = 180^\circ$ $a \parallel b$ الزاويتان متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° .



عريش خشبي: صمّم نجارٌ عريشاً خشبياً خاصاً بنموّ النباتات المتسلّقة يتكوّن من قطع خشبية مرتّبة بشكلٍ قطريّ.

- 9 يحتاج النجار إلى أن تكون القطع الخشبية A و B و C متوازية، فكيف يتحقّق ذلك من خلال $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ ؟ يصمّم العريش بحيث تكون قياسات الزوايا 1، 2، 3 متساوية.
- 10 وصل النجار القطعة الخشبية D بحيث تكون عمودية على القطعة الخشبية A ، فهل القطعة D عمودية على القطعتين B و C ، علماً بأن النجار جعل القطع الخشبية A و B و C متوازية؟ أبرّر إجابتي. نعم، القطعة D عمودية على القطعتين B و C ؛ لأن المستقيم العمودي على مستقيم يكون عمودياً على كل المستقيمتين التي توازيه.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10 كتاب التمارين: (1 - 6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12, 13 كتاب التمارين: (7 - 11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (11 - 15) كتاب التمارين: (7 - 12)

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤالين 9 و 10 (عريش خشبي)، أعزّز الوعي بالمهنة والحرف وأهمية التوجّه لتعلّمها، واحترام أصحابها، وأذكّرهم بأن سيدنا نبيّ الله زكريا - عليه السلام - احترف النجارة.

نشاط التكنولوجيا

- أوجّه الطلبة إلى استعمال برمجة جيوجبرا وتنفيذ الخطوات الآتية:

« فتح برمجة جيوجبرا، ثم اختيار الأداة **Line** من شريط الأدوات. ثم تعيين أيّ نقطتين في مستوى الرسم، إذ سيظهر فوراً مستقيم يمرّ بالنقطتين، ثم تعيين نقطة ثالثة لا تقع على المستقيم الذي رُسم في الخطوة السابقة.

« اختيار الأداة **Parallel Line** من شريط أدوات الرسم، ثم النقر على المستقيم المرسوم، ثم النقر على النقطة التي لا تقع عليه، إذ سيظهر مستقيم جديد مواز للمستقيم الأول.

« اختيار الأداة **Line** من شريط أدوات الرسم مرة ثانية، ورسم مستقيم قاطع للمستقيمين المتوازيين، ثم اختيار أيّ زوج من الزوايا المتناظرة، ثم من شريط أدوات الرسم، اختيار الأداة **Angle** لإظهار قياس كلّ زاوية من الزوايا المتناظرة.

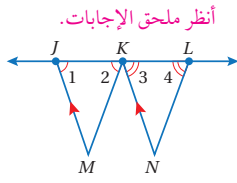
« تحريك النقاط التي تقع على المستقيمتين التي رُسمت، وملاحظة قياس كلّ زاويتين متناظرتين.

« تكرار النشاط أعلاه، ولكن باختيار زوج من الزوايا المتبادلة داخلياً أو الزوايا المتبادلة خارجياً.

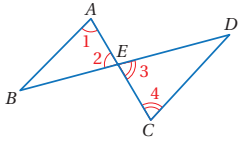
تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة مشاهدة الفيديو عن طريق مسح رمز الاستجابة السريع الموجود في صفحة مشروع الوحدة.
- أطلب إلى أفراد كلّ مجموعة كتابة وصف لأداة المنساح بلغتهم الخاصة.

11 أسّتمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، لأثبت أن $\overline{KM} \parallel \overline{LN}$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر ملحق الإجابات.

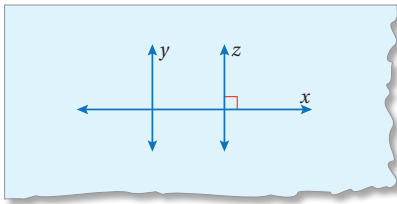


12 في الشكل الآتي، إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ ، فأثبت أن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ باستعمال البرهان السهمي. أنظر ملحق الإجابات.



مهارات التفكير العليا

13 **أكتشف الخطأ:** يقول زياد: بما أن $z \perp x$ فإن $z \parallel y$ في الشكل الآتي بحسب نظرية عكس القاطع العمودي. أكتشف الخطأ في ما يقوله زياد، وأصحّهُ.



الخطأ لم يُعط $y \perp x$ ، إذا أعطي هذا الشرط يكون $z \parallel y$ بحسب نظرية عكس القاطع العمودي.

تحذّر: أحتدّ المستقيمتين المتوازيتين في الشكل الرباعي $QLMN$ في كلّ ممّا يأتي، وأبّرر إجابتي: $\overline{NM} \parallel \overline{QL}$ لأن $\angle N$ و $\angle Q$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° . $\overline{QN} \parallel \overline{LM}$ لأن $\angle N$ و $\angle M$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° .

14 $m\angle Q = 72^\circ, m\angle L = 108^\circ, m\angle M = 72^\circ, m\angle N = 108^\circ$

15 $m\angle Q = 59^\circ, m\angle L = 37^\circ, m\angle M = 143^\circ, m\angle N = 121^\circ$

$\overline{NM} \parallel \overline{QL}$ لأن $\angle Q$ و $\angle N$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180° .

إرشاد

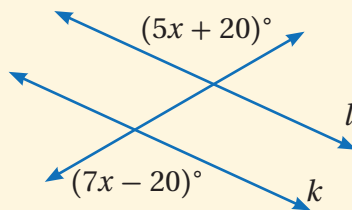
أرسم شكلاً توضيحياً لكلّ من الشكلين الرباعيّين الواردين في السؤالين 14 و 15 وفق المعلومات المعطاة.

16 **أكتب** كيف يمكن أن تحدّد أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمتين يقطعهما قاطع في المستوى نفسه ما إذا كانّ المستقيمان متوازيين أم لا؟ أنظر إجابات الطلبة.

الختم 6

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« في الشكل الآتي، ما قيمة x التي تجعل $k \parallel l$ ؟



$x = 20$

نتائج الدرس:

- تعرّف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالأضلاع والزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع.
- تعرّف الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلقة بالزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلقة بقطري متوازي الأضلاع.
- استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرّف الشكل الرباعي وخصائصه.
- تعرّف المسلمات والنظريات وعكسها المتعلقة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

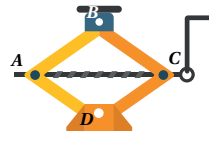
التهيئة

1

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة بيضاء A4 ومسطرة ومنقلة.
- أطلب إلى الطلبة استعمال المسطرة لرسم مستقيمين متوازيين على طول حرفي المسطرة، وتسميتهما: m و n .

أستكشف

يبين الشكل المجاور رافعة سيّارات:



- 1) ما اسم الشكل الرباعي $ABCD$ ؟
- 2) ما العلاقة بين $\angle A$ و $\angle C$ ؟
- 3) ما العلاقة بين $\angle B$ و $\angle D$ ؟

فكرة الدرس

أتعرّف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع.

المصطلحات

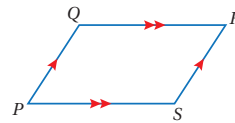
متوازي الأضلاع، الزوايا المتحالفّة

متوازي الأضلاع (parallelogram) هو شكل رباعيّ فيه كلّ ضلعين متقابلين

متوازيين، ويُرمز إليه بالرمز \square

ففي $\square QRSP$ المبيّن جانباً $\overline{SR} \parallel \overline{PQ}$ و $\overline{QR} \parallel \overline{PS}$ بحسب التعريف.

وتقدّم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.



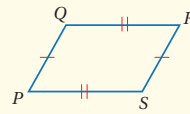
خصائص متوازي الأضلاع (1)

نظريات

• نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع، فإنّ الأضلاع المتقابلة متطابقة.

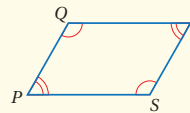
مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإنّ $\overline{PQ} \cong \overline{SR}$, $\overline{QR} \cong \overline{PS}$



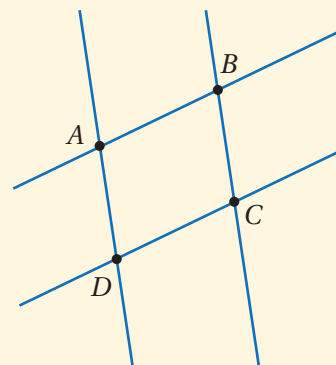
• نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع

إذا كان الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع، فإنّ الزوايا المتقابلة متطابقة.

مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإنّ $\angle P \cong \angle R$, $\angle Q \cong \angle S$



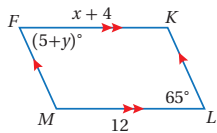
- أطلب إلى الطلبة إمالة المسطرة قليلاً لرسم مستقيمين متوازيين آخرين على طول حرفي المسطرة ويقطعان المستقيمين: m و n .



- أطلب إلى الطلبة تسمية رؤوس الشكل الرباعي الناتج: A, B, C, D ، كما في الشكل المجاور.
- أطلب إلى الطلبة استعمال المنقلة لقياس الزوايا الداخلية الأربع للشكل $ABCD$ ، ثمّ تدوين ملاحظاتهم حول قياسات تلك الزوايا.
- أتجول بين مجموعات الطلبة للتأكد من فهمهم لتعليمات النشاط وتنفيذها تنفيذاً صحيحاً.

يمكن استعمال الخصائص السابقة لمتوازي الأضلاع لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 1



أجد قيمة كل من x و y في الشكل المجاور.
بما أن كل ضلعين متقابلين متوازيين في الشكل الرباعي $FKLM$ فإنه متوازي أضلاع، ومنه فإنه يمكن استعمال نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع لإيجاد قيمة x .

$$\begin{aligned} \overline{FK} &\cong \overline{ML} \\ FK &= ML \\ x + 4 &= 12 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة
تعريف تطابق القطع المستقيمة
أعوّض $FK = x + 4, ML = 12$
أطرح 4 من طرفي المعادلة

إذن، قيمة x تساوي 8

ويمكنني إيجاد قيمة y باستعمال نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع.

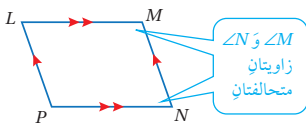
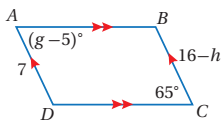
$$\begin{aligned} \angle F &\cong \angle L \\ m\angle F &= m\angle L \\ (5 + y)^\circ &= 65^\circ \\ 5 + y &= 65 \\ y &= 60 \end{aligned}$$

الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة
تعريف تطابق الزوايا
أعوّض $m\angle F = (5 + y)^\circ, m\angle L = 65^\circ$
أكتب المعادلة من دون رمز الزاوية
أطرح 5 من طرفي المعادلة

إذن، قيمة y تساوي 60

✓ أتتحقق من فهمي:

أجد قيمة كل من g و h في الشكل المجاور. $g = 70, h = 9$



تسمى زوايا المضلع التي تشترك في الضلع نفسه زوايا متحالفة (consecutive angles). فمثلاً، في الشكل المجاور $\angle M$ و $\angle N$ زاويتان متحالفتان؛ لأنهما تشتركان في الضلع \overline{MN} .

وتقدّم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع تتعلق بالزوايا المتحالفة.

✓ إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن الأسهم الحمراء المتماثلة على أي ضلعين في الشكل الرباعي تعني أن الضلعين متوازيان.
- إن استعمال لوح متنقل خاص بالمستوى الإحداثي يساعد على رسم متوازي الأضلاع بدقة، وعند الرسم على اللوح أستعمل المسطرة والمنقلة لرسم متوازي الأضلاع بدقة، وأحث الطلبة على استعمال الأدوات الهندسية.
- أوكد للطلبة ضرورة كتابة المعادلة المتعلقة بقياسات الزوايا المتطابقة من دون رمز الدرجة.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم: « ما اسم الأداة التي تظهر في الصورة؟ رافعة السيارة اليدوية.
- لماذا يحتاج السائق إلى استعمال هذه الأداة؟ لتبديل عجلة السيارة إذا ثقت أو فرغت من الهواء.

كيف تعمل هذه الأداة عند استعمالها لرفع السيارة؟ ستختلف إجابات الطلبة.

- أوجه الأسئلة الثلاثة الواردة في فقرة (أستكشف) إلى الطلبة، وأستمع لإجاباتهم من دون تعليق، ثم أخبرهم أنهم سيتعرفون إجابة هذه الأسئلة في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟

- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أدوّن على اللوح تعريف متوازي الأضلاع والرمز الدال على متوازي الأضلاع. ثم أناقش مع الطلبة نظرية الأضلاع المتقابلة ونظرية الزوايا المتقابلة اللتين توضحان بعض خصائص متوازي الأضلاع بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ خصائص متوازي الأضلاع (1)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش على اللوح حل مثال 1 مع الطلبة، وأوضح لهم أنه يمكن استعمال الخصائص السابقة لإيجاد قيم مجهولة تتعلق بأطوال الأضلاع وقياسات الزوايا.
- أشجع الطلبة على التحقق من تطابق الأضلاع وتطابق الزوايا في متوازي الأضلاع بتعويض القيم التي تم إيجادها.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

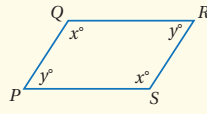
أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنّباً لإحراجه.

مثال 2

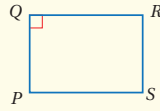
- أدوّن على اللوح تعريف الزاويتين المتحالفتين في المضلع، وأوضح ذلك بالرسم، ثمّ أدوّن نظرية الزوايا المتحالفة ونظرية الزاوية القائمة اللتين توضّحان بعض خصائص متوازي الأضلاع، وأناقشهما مع الطلبة بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ خصائص متوازي الأضلاع (2)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش على اللوح حلّ مثال 2 مع الطلبة، وأوضح لهم أنه يُمكن استعمال النظريات السابقة لإيجاد قياسات الزوايا المجهولة في متوازي الأضلاع عند إعطاء قياسات لبعض زواياه.

مفهوم أساسي

خصائص متوازي الأضلاع (2)

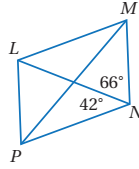


- نظرية الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع
إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإنّ كلّ زاويتين متحالفتين متكاملتان.
مثال: إذا كان PQRS متوازي أضلاع، فإنّ $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$



- نظرية الزاوية القائمة في متوازي الأضلاع
إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإنّ زوايا الأربعة قائمة.
مثال: في PQRS إذا كانت $\angle Q$ قائمة فإنّ:
 $\angle R, \angle S, \angle P$ قائمة أيضاً.

مثال 2



في الشكل المجاور، إذا كان LMNP متوازي أضلاع، فأجد $m\angle LMN$ و $m\angle PLM$

- أجد $m\angle PLM$
- أجمع قياسي الزاويتين
الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة
أعوّض $m\angle MNP = 108^\circ$
إذن، $m\angle PLM$ تُساوي 108°
- أجد $m\angle LMN$
- زاويتان متحالفتان في متوازي أضلاع
أعوّض $m\angle MNP = 108^\circ$
أطرح 108° من كلا الطرفين
إذن، $m\angle LMN$ تُساوي 72°

$$m\angle MNP = 66^\circ + 42^\circ = 108^\circ$$

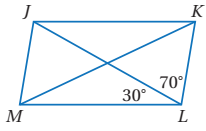
$$m\angle PLM = m\angle MNP$$

$$m\angle PLM = 108^\circ$$

$$m\angle MNP + m\angle LMN = 180^\circ$$

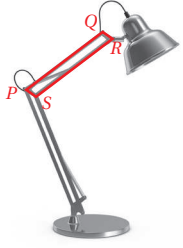
$$108^\circ + m\angle LMN = 180^\circ$$

$$m\angle LMN = 72^\circ$$



✓ **أنتحق من فهمي:**

في الشكل المجاور، إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فأجد $m\angle MJK$ و $m\angle JKL$
 $m\angle MJK = 100^\circ$, $m\angle JKL = 80^\circ$



 **مثال 3: من الحياة**

إضاءة: يبين الشكل المجاور جزءاً من مصباح مكتب على شكل متوازي أضلاع، وتغير زواياه عند رفعه وخفضه. أجد $m\angle QRS$ إذا علمت أن $m\angle PSR = 100^\circ$

$$\begin{aligned} m\angle QRS + m\angle PSR &= 180^\circ && \text{زاويتان متحالفتان في متوازي أضلاع} \\ m\angle QRS + 100^\circ &= 180^\circ && \text{أعوّض } m\angle PSR = 100^\circ \\ m\angle QRS &= 80^\circ && \text{أطرح } 100^\circ \text{ من كلا الطرفين} \end{aligned}$$

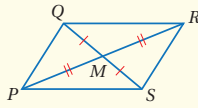
✓ **أنتحق من فهمي:**

أفترض أن مصباح المكتب عدّل لتصبح $m\angle PSR = 86^\circ$ ، أجد $m\angle QRS = 94^\circ$

تعلمت في الأمثلة السابقة خصائص متوازي الأضلاع المتعلقة بأضلاعه وزواياه، وهناك أيضاً بعض الخصائص المتعلقة بقطريه.

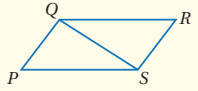
قطرا متوازي الأضلاع

نظريات



• **نظرية قُطري متوازي الأضلاع**

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قُطريه ينصف كل منهما الآخر.
مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن $QM \cong SM$, $PM \cong RM$



• **نظرية قُطر متوازي الأضلاع**

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قُطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال: إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$

أخطاء شائعة: 

تنتقل بعض الأخطاء في مهارة رسم الأشكال الهندسية التقريبية وتقدير القياسات عليها من دون قصد من المعلم/ المعلمة إلى الطلبة، لذلك أوكد أهمية توخي الدقة عند رسم زوايا متوازي الأضلاع، بحيث يتفق الرسم التقريبي مع قياسات زواياه، فلا يُقبل -على سبيل المثال- رسم زاوية حادة، ثم إيجاد قياسها بالحل على أنه 115° ، أو رسم زاوية معطى قياسها بأنه 80° بوصفها زاوية منفرجة أو زاوية قائمة.

مثال 4

- أدون على اللوح نظرية قطري متوازي الأضلاع ونظرية قطر متوازي الأضلاع اللتين توضحان خصائص متعلقة بقطريه، وأناقشهما مع الطلبة بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ قطرا متوازي الأضلاع) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ مثال 4 على اللوح، وأوضح لهم أنه يمكن استعمال الخصائص السابقة لإيجاد قيم مجهولة تتعلق بأطوال القطرين وقياسات لزوايا مجهولة في متوازي الأضلاع محصورة بين أضلاعه وقطريه.

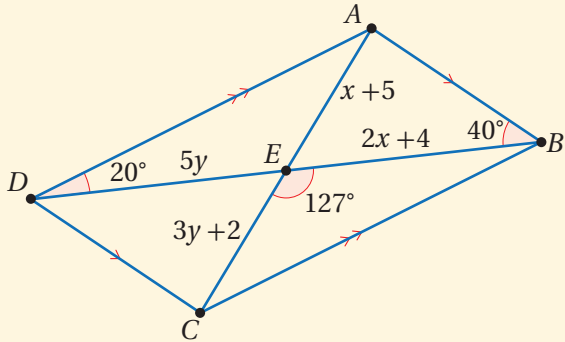
إرشاد: أناقش الطلبة في إجابة سؤال (أفكر) الوارد في هامش المثال 4.

مثال 5

- أناقش على اللوح حلّ مثال 5 مع الطلبة، وأوضح لهم أنه يمكن استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركبة.

مثال إضافي:

أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل التقريبي الآتي؛ لأجد كلاً ممّا يأتي مع تبرير إجابتي:



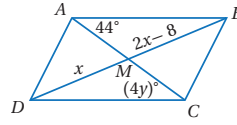
1 طول كلّ من قطري متوازي الأضلاع.

$$x = 3, y = 2$$

$$AC = 16$$

$$BD = 20$$

الوحدة 7



أفكر

هل يمكن إيجاد قيمة y بطريقة أخرى؟

$$\triangle DAC \cong \triangle BCA$$

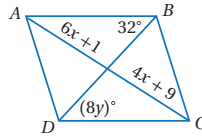
$$\angle ACD \cong \angle CAB$$

$$m\angle ACD = m\angle CAB$$

$$(4y)^\circ = 44^\circ$$

$$4y = 44$$

$$y = 11$$



$$x = 4, y = 4$$

مثال 4

إذا كان متوازي أضلاع $ABCD$ ، فأجد قيمة كل من x و y .
• أجد قيمة x .

$$\overline{DM} \cong \overline{BM}$$

$$DM = BM$$

$$x = 2x - 8$$

$$-x = -8$$

$$x = 8$$

• أجد قيمة y .

$$\triangle DAC \cong \triangle BCA$$

$$\angle ACD \cong \angle CAB$$

$$m\angle ACD = m\angle CAB$$

$$(4y)^\circ = 44^\circ$$

$$4y = 44$$

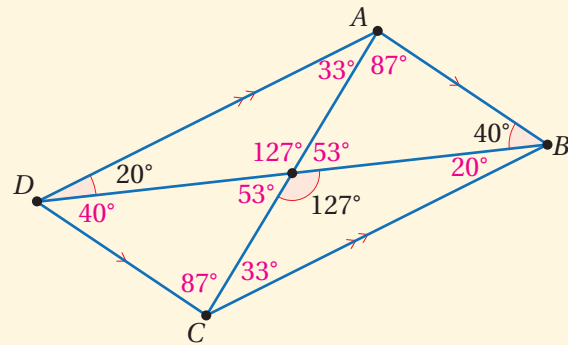
$$y = 11$$

أتحقق من فهمي:

إذا كان متوازي أضلاع $ABCD$ ، فأجد قيمة كل من x و y .

$$x = 4, y = 4$$

2 قياسات جميع الزوايا الداخلية التي تظهر في الشكل.



أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوّجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 9) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.

- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوّجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائلتين 16 و 17.
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 17 (تبرير)، أوّجه الطلبة إلى استعمال المسطرة لرسم شكل تقريبي لمتوازي الأضلاع.

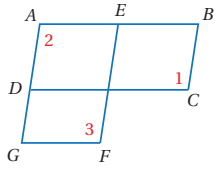
الواجب المنزلي:

- أسّتين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 14) كتاب التمارين: (1 - 8), (10 - 12)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 16) كتاب التمارين: (9, (12 - 15)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 - 17) كتاب التمارين: (9, (13 - 17)

يمكن استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركّبة.

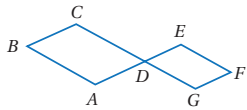
مثال 5



في الشكل المجاور، إذا كان $ABCD$ و $AEFG$ متوازي أضلاع، فأثبت أنّ $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $ABCD$ و $AEFG$ متوازي أضلاع
(2) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.	(3) $\angle 2 \cong \angle 3$
(4) بما أنّ $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 2 \cong \angle 3$	(4) $\angle 1 \cong \angle 3$

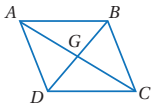
أتحقق من فهمي:



في الشكل المجاور، إذا كان $ABCD$ و $GDEF$ متوازي أضلاع، فأثبت أنّ $\angle B \cong \angle F$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر الهامش.

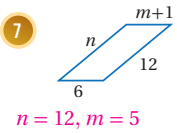
أدرّب وأحلّ المسائل

أكمل كلّ جملة ممّا يأتي في ما يتعلّق بـ $ABCD$ وأبّرر إجابتي:

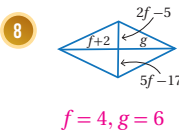


- $\angle DAB \cong \angle DCB$
- $\angle ABD \cong \angle CDB$
- $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
- $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
- $\triangle ACD \cong \triangle CAB$

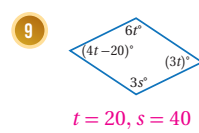
أجد قيمة كلّ متغيّر في كلّ من متوازيات الأضلاع الآتية:



7 $n = 12, m = 5$



8 $f = 4, g = 6$



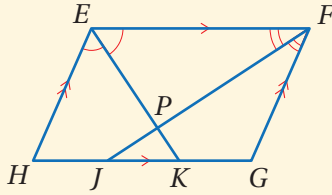
9 $t = 20, s = 40$

إجابة - (أتحقق من فهمي 5):

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان بالرأس.	(1) $\angle CDA \cong \angle EDG$
(2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(2) $\angle B \cong \angle CDA$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle F \cong \angle EDG$
(4) نتيجة.	(4) $\angle B \cong \angle F$

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:
- « أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لإثبات أن $\overline{EK} \perp \overline{FJ}$



أنظر ملحق الإجابات.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل للإجابة عن أسئلة تتعلق بخصائص متوازي الأضلاع، عن طريق مجموعة من الألعاب التفاعلية.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة إحضار المواد والأدوات اللازمة.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 1 و 2 من خطوات المشروع.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى إمكانية لصق طبقتين من لوحتي الكرتون المقوّى؛ للحصول على قطع متينة للمستطيلات التي ستستعمل لتصميم أداة المنسّاخ الخاصة بهم.

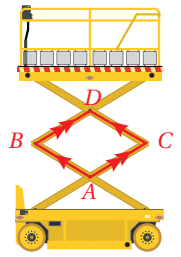
رافعة: أستعمل الشكل المجاور الذي يبيّن رافعة المقيّص للإجابة عن الأسئلة الآتية:

10 إذا كان $m\angle A = 120^\circ$ ، فأجد $m\angle B$. 60

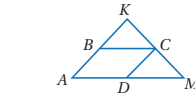
11 إذا قلّ $m\angle A$ ، فما تأثير ذلك في $m\angle B$ ؟ يزيد

12 إذا قلّ $m\angle A$ ، فما تأثير ذلك في طول \overline{AD} ؟ يزيد

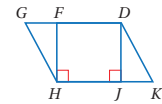
13 إذا قلّ $m\angle A$ ، فما تأثير ذلك في ارتفاع الرافعة؟ يزيد



14 في الشكل الآتي، إذا كان $GDKH$ في الشكل الآتي، إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فأستعمل المعلومات المعطاة على الشكل؛ لأثبت أنّ $\triangle DJK \cong \triangle HFG$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

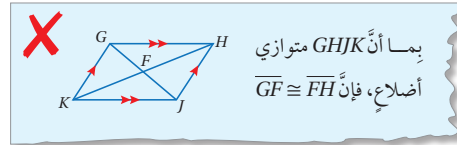


أنظر ملحق الإجابات.



أنظر ملحق الإجابات.

16 **أكتشف الخطأ:** أنظر الحل الآتي، وأكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصحّحه.



17 **تبرير:** تمثّل المقادير الجبرية أدناه أطوال أضلاع $\square MNPQ$. أجد محيط متوازي الأضلاع، وأبرر إجابتي. $y = 3$ ؛ لأن $\overline{QP} \cong \overline{MN}$ و $x = 14$ ؛ لأن $\overline{MQ} \cong \overline{NP}$. محيط المستطيل 52

$$MQ = -2x + 37 \quad QP = y + 14 \quad NP = x - 5 \quad MN = 4y + 5$$

18 **أكتب:** ما خصائص متوازي الأضلاع المتعلقة بزواياه وأضلاعه وأقطاره؟ أنظر إجابات الطلبة.

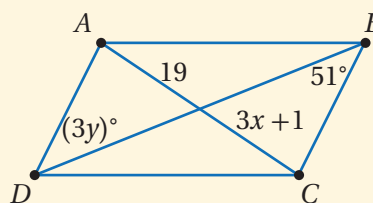
مهارات التفكير العليا

16 الحل الموجود يفترض أن قطري متوازي الأضلاع متطابقان، وهذا ليس من خصائص متوازي الأضلاع. الصحيح أن $\overline{GF} \cong \overline{FH}$

أندكّر

المحيط يُساوي مجموع أطوال الأضلاع.

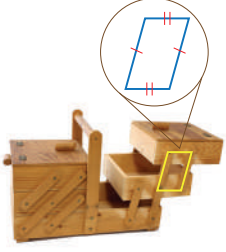
- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« في الشكل المجاور، ما قيمة كل من x ، y التي تجعل الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

$$x = 6, y = 17$$

الدرس 3 تمييز متوازي الأضلاع



أستكشف

هل تبقى رفوف الصندوق موازية لبعضها بعضاً بغض النظر عن موقعها؟ أبرد إجابتي.

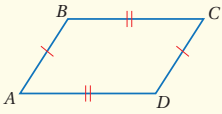
فكرة الدرس

أتعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع.

تعلّمت في الدرس السابق نظريات حول خصائص متوازي الأضلاع، وسأتعلم في هذا الدرس عكس هذه النظريات، بحيث يمكن تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا إذا كانت أضلاعه وزواياه وأقطاره لها خصائص معينة.

شروط متوازي الأضلاع (1)

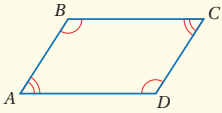
نظريات



عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين في الشكل الرباعي، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $AB \cong DC$, $BC \cong AD$ فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

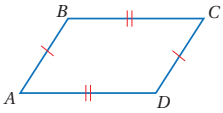


عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع

إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتان في الشكل الرباعي، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$ فإن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

مثال 1: إثبات نظرية



في الشكل المجاور، إذا كان $AB \cong CD$ و $BC \cong AD$ ، فأثبت أن $ABCD$ متوازي أضلاع باستعمال البرهان ذي العمودين.

نتائج الدرس:

- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين.
- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابقت فيه كل زاويتين متقابلتين.
- تطبيق عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع لإيجاد قياسات مجهولة من القطرين.
- استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
- استعمال الميل لبيان ما إذا كان شكل رباعي معطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي يمثل متوازي أضلاع أم لا.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرّف خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وقطريه.
- إيجاد ميل مستقيم يمرّ بنقطتين معلومتين.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

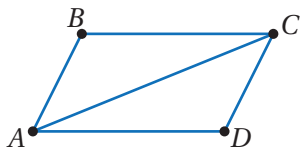
1

- أوّز الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 9: لعبة التوصيل.
- أطلب إلى المجموعات التوصيل بين نصّ النظرية والشكل المناسب.
- أتجوّل بين المجموعات وأتابع حلولهم.
- المجموعة الفائزة هي التي تُنهي التوصيل بطريقة صحيحة أولاً.
- أعرض حلّ المجموعة الفائزة، وأعزز أفرادها، وأشكر باقي أفراد المجموعات على محاولاتهم.
- أخبر الطلبة أنهم سيتعلّمون في هذا الدرس عكس هذه النظريات.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
- « مَنْ منكم لديه في البيت صندوق يشبه الصندوق الظاهر في الصورة؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »
- « لِمَ يُستعمل مثل هذا الصندوق؟ **لترتيب الأدوات اليدوية وحفظها، مثل مفكات البراغي وغيرها.** »
- « ما شكل المفاصل الجانبية التي تربط رفوف الصندوق معًا عند فتحه إلى أقصى حدّ ممكن؟ **متوازي أضلاع.** »
- « كيف يُمكن التأكد من بقاء رفوف الصندوق متوازية؟ »
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟ »
- « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟ »
- أعزز الإجابات الصحيحة.

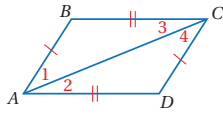
- أستعمل المسطرة لرسم \overline{AD} على اللوح، ثم أرسم بموازاتها \overline{BC} بحيث يكون $AD = BC$ ، كما في الشكل المجاور، وأسجل طول كلٍّ منهما على الرسم.
- أرسم \overline{AB} و \overline{CD} ، ثم أطلب إلى أحد الطلبة قياس طول كلٍّ منهما باستعمال المسطرة، وتسجيله على الرسم.
- « أسأل الطلبة: كيف نثبت أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »
- أوضح للطلبة أنه يمكن تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا باستعمال عكس النظريات التي تعلموها في الدرس السابق، ومنها: عكس نظرية الأضلاع المتقابلة، وعكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع، ثم أدون النظريتين على اللوح، وأوضح كلاً منهما بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ شروط متوازي الأضلاع (1)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 1 إثبات عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع، وأوضح لهم كيف يُمكن استعمال تطابق المثلثات في إثبات النظرية.

✓ **إرشاد:** في سؤال (أتحقق من فهمي) التابع للمثال 1، أوجّه الطلبة إلى رسم القطر \overline{AC} ، كما في الشكل الآتي، والإفادة من مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي وعكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.



الوحدة 7

أخطط للبرهان باتباع الخطوات الآتية:



الخطوة 1: أرسم القطر \overline{AC} ، لينتج $\triangle ABC$ و $\triangle CDA$

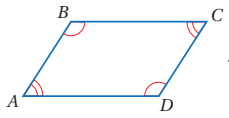
الخطوة 2: أستعمل حالة تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع (SSS)؛ لأثبت أن

$$\triangle ABC \cong \triangle CDA$$

الخطوة 3: أستعمل الزوايا المتبادلة داخلياً؛ لأثبت أن الأضلاع المتقابلة متوازية.

البرهان:

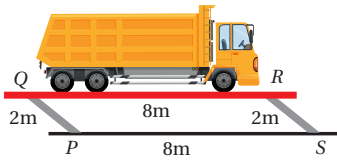
المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
(2) ضلع مشترك.	(2) \overline{AC}
(3) SSS	(3) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$
(4) زوايا متناظرة في مثلثين متطابقين.	(4) $\angle 1 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 2$
(5) عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.	(5) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$
(6) تعريف متوازي الأضلاع.	(6) $ABCD$ متوازي أضلاع



تحقق من فهمي:

في الشكل المجاور، إذا كان $\angle A \cong \angle C$ ، $\angle B \cong \angle D$ ، فأثبت أن $ABCD$ متوازي أضلاع. أنظر الهامش.

يمكن استعمال شروط متوازي الأضلاع لتوضيح علاقات من واقع الحياة.



مثال 2: من الحياة

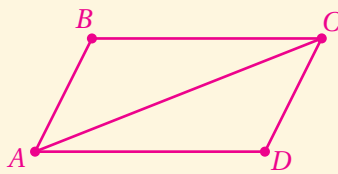
رافعة: يبين الشكل المجاور رافعة للمركبات الثقيلة:

1 هل الشكل الرباعي $QRSP$ متوازي أضلاع؟ أبرر إجابتي.

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $QRSP$ متطابقان، فإنه متوازي أضلاع.

85

إجابة - (تحقق من فهمي 1):



أصل القطر \overline{AC} كما في الشكل المجاور:

بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° ، فإن

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $ABCD$

يساوي 360° ؛ لأنه انقسم إلى مثلثين.

$$\text{أي أن: } m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$$

المبررات	العبارات
(1) معطيات.	(1) $\angle A \cong \angle C$ ، $\angle B \cong \angle D$
(2) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $ABCD$	(2) $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$
(3) لأن $\angle A \cong \angle C$ ، $\angle B \cong \angle D$	(3) $m\angle A + m\angle B + m\angle A + m\angle B = 360^\circ$
(4) تجميع الحدود المتشابهة.	(4) $2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360^\circ$ وكذلك $2(m\angle A) + 2(m\angle D) = 360^\circ$
(5) بالقسمة على 2، وتعريف الزوايا المتحالفة.	(5) $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ و $\angle B$ و $\angle A$ متحالفتان
(6) بالقسمة على 2، وتعريف الزوايا المتحالفة.	(6) $m\angle A + m\angle D = 180^\circ$ و $\angle A$ و $\angle D$ متحالفتان
(7) عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.	(7) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
(8) تعريف متوازي الأضلاع.	(8) $ABCD$ متوازي أضلاع

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أوضح للطلبة أهمية استعمال شروط متوازي الأضلاع في كثير من التطبيقات الحياتية.
- ناقش حلّ فرعي المثال 2، وأؤكد أهمية تبرير الإجابات.

إرشادات:

- يفضل الاستعانة بجهاز Data Show لعرض الصورة المرافقة، وفي حال عدم توفر جهاز لعرض الصورة، أوجه الطلبة للنظر إلى الصورة في كتاب الطالب أثناء مناقشة الحلّ.
- أخبر الطلبة أن موازنة الشاشة للأرض تتحقق عندما نتخيل مستقيماً وهمياً يمرّ في مركز دوران عجلاتها، ويكون هذا المستقيم موازياً للمنصّة الممثلة بـ \overline{QR} التي توازي الأرض الممثلة بـ \overline{PS} .

إرشاد:

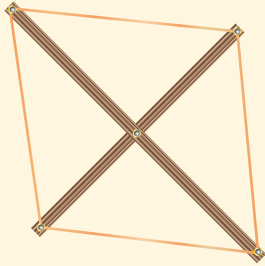
يمكن تبسيط المعادلات في الخطوات 2 و 3 و 4 في حل المسألة في بند (أتحقق من فهمي) بفرض أن قياس الزاوية المجهولة هو x أو y أو أي متغير آخر.

مثال 3

- أدون على اللوح عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع وعكس نظرية الأضلاع المتوازية المتطابقة، وأوضح كلاً منهما بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ شروط متوازي الأضلاع (2)) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش حلّ مثال 3 مع الطلبة على اللوح بوصفه تطبيقاً لعكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، وأؤكد أنها شرط كافٍ لجعل الشكل الرباعي $FCDE$ المُعطى متوازي أضلاع.

تنويع التعليم:

- أصمّم أداة باستعمال قطعتي خشب مختلفتين في الطول، وذلك بتثبيتهما معاً ببرغي وصامولة عند نقطة منتصف كل منهما، ووضع مسمار عند كل طرف من أطراف قطعتي الخشب، واستعمال قطعة مطاط دائرية الشكل ذات طول مناسب، وتمريرها حول المسامير الأربعة، كما في الشكل الآتي.



- أحرّك قطعتي الخشب حول البرغي مرات عدّة، وفي كلّ مرة أطلب إلى أحد الطلبة استعمال مسطرة مدرّجة؛ للتحقق من تطابق كلّ جزأين متقابلين من المطاط، وأسأل الطلبة: ما الذي يُمكن استنتاجه؟
- يساعد استعمال هذه الأداة الطلبة على فهم عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء حسيّ.

2 هل الشاحنة موازية للأرض؟ أبرّر إجابتي.

بما أنّ $QRSP$ متوازي أضلاع، فإنّ $PS \parallel QR$ ، وبما أنّ QR يمثل المنصّة التي تستقرّ عليها الشاحنة، و PS يقع على الأرض، فإنّ الشاحنة موازية للأرض.

✓ **أتحقّق من فهمي:**

3 ما أقصى ارتفاع يمكن أن ترفع الرافعة الشاحنة إليه؟ أبرّر إجابتي. $2m$ ، عندما يكون $PS \perp PQ$

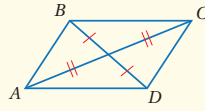
نظريات

شروط متوازي الأضلاع (2)

عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع

إذا كان قطراً شكليّ رباعيّ ينصف كلّ منهما الآخر، فإنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.

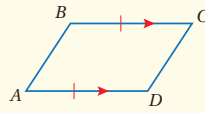
مثال: إذا كان AC و BD ينصف كلّ منهما الآخر، فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.



نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة

إذا تساوى وتطابق ضلعان متقابلان في شكليّ رباعيّ، فإنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $AD \parallel BC$ و $AD \cong BC$ فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

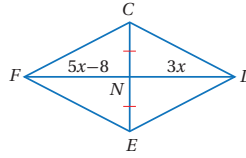


يمكن استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع.

مثال 3

أجد قيمة x التي تجعل الشكل الرباعيّ $FCDE$ المجاور متوازي أضلاع.

بناءً على عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، فإنّه إذا كان قطراً شكليّ رباعيّ ينصف كلّ منهما الآخر، فإنّ الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع، وبما أنّه معطى في الشكل أنّ $EN \cong CN$ ، أجد قيمة x التي تجعل $FN \cong DN$



$$FN = DN$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$5x - 8 = 3x$$

أعوّض

$$2x - 8 = 0$$

أطرح $3x$ من طرفي المعادلة

$$2x = 8$$

أجمع 8 إلى طرفي المعادلة

$$x = 4$$

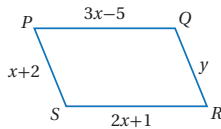
أقسم طرفي المعادلة على 2

عندما $x = 4$ ، فإن:

$$FN = 5(4) - 8 = 12, \quad DN = 3(4) = 12$$

إذن، عندما تكون $x = 4$ ، يكون الشكل الرباعي $FCDE$ متوازي أضلاع.

✓ **أتأكد من فهمي:**



أجد قيمتي x و y اللتين تجعلان الشكل الرباعي $PQRS$ المجاور متوازي أضلاع. $x = 6, y = 8$

طرائق إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

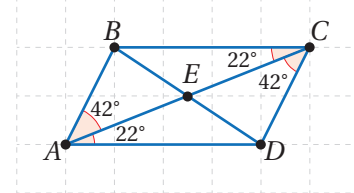
ملخص المفهوم

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تحقق أيًا من الشروط الآتية:

- (1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. (التعريف).
- (2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين. (عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع).
- (3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين. (عكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع).
- (4) إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر. (عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع).
- (5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان. (نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة).

أخطاء شائعة!

قد يظن بعض الطلبة خطأً أن قطري متوازي الأضلاع ينصفان الزوايا المتقابلة فيه، لذا أوكد للطلبة أن هذا غير صحيح إلا في بعض الحالات الخاصة لمتوازيات الأضلاع التي سيتعرفونها في الدرس التالي، وهما حالتا المربع والمعين، ويمكن استعمال برمجية جيو جبرا لتوضيح ذلك، كما يظهر في الشكل الآتي.

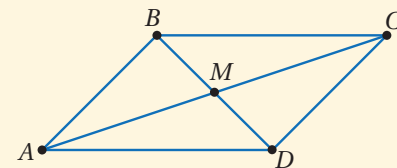


إرشادات:

- للتركيز على أفكار الدرس الرئيسة أدون ملخص المفهوم (طرائق إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع) بطريقة مميزة على اللوح تساعد الطلبة على تذكر الحالات الخمس، على سبيل المثال، أدون ملخص المفهوم على لوحة تعلق عند زاوية اللوح يسهل على الطلبة الرجوع إليها أثناء التدريب الصفي.
- أخبر الطلبة أن شروط متوازي الأضلاع (1) وشروط متوازي الأضلاع (2)، إضافة إلى الشرط المتمثل في تعريف متوازي الأضلاع، تمثل خمسة شروط إذا تحققت أيٌ منها؛ فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، إذا كان: $\triangle AMB \cong \triangle DMC$ ، فأثبت أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، باستعمال البرهان ذي العمودين.



المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\triangle AMB \cong \triangle DMC$
(2) ضلعان متناظران متطابقان.	(2) $\overline{AM} \cong \overline{MC}$
(3) ضلعان متناظران متطابقان.	(3) $\overline{BM} \cong \overline{MD}$
(4) نتيجة التطابق في 2 و 3	(4) القطران \overline{AC} و \overline{BD} ينصف كل منهما الآخر
(5) عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع.	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة الإجابة عن السؤال الآتي، وتبرير إجاباتهم:
« هل العبارة: (إذا كانت الزوايا المتناظرة في متوازي أضلاع متطابقة، فإن متوازي الأضلاع يكونان متطابقين)، صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ صحيحة أحياناً؛ لأن متوازي الأضلاع يكونان متطابقين إذا كان في أحدهما ضلعان متجاوران على الأقل يطابقان نظيريهما في متوازي الأضلاع الآخر.

مثال 4

• أذكر الطلبة بأنه إذا تساوى الميل لمستقيمين مختلفين فإنهما متوازيان، وأبين لهم أنه يمكن استعمال هذه الحقيقة لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي المعطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

• ناقش خطوات حل مثال 4 على اللوح، بالاستعانة بتمثيل للشكل الرباعي في المستوى الإحداثي.

• أسأل الطلبة: أي شروط متوازي الأضلاع تحقق في هذا المثال؟ **تعريف متوازي الأضلاع.**

إرشادات:

• أذكر الطلبة بأن ميل المستقيم المارّ في النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يُعطى بالصيغة:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

• أذكر الطلبة بمعنى القيمة الموجبة للميل ومعنى القيمة السالبة للميل، ودلالة ذلك على تزايد معدّل التغيّر أو تناقصه.

يمكن استعمال الميل لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

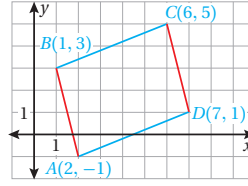
مثال 4

أثبت أنّ $A(2, -1)$, $B(1, 3)$, $C(6, 5)$, $D(7, 1)$ تمثل رؤوس متوازي أضلاع.

يمكن إثبات أنّ الأضلاع المتقابلة متوازية إذا كان لها الميل نفسه.

1 **الخطوة** أمثل الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي.

2 **الخطوة** أجد ميل كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي.



صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ميل \overline{AB} :

$$m = \frac{3 - (-1)}{1 - 2} = -4$$

ميل \overline{CD} :

$$m = \frac{1 - 5}{7 - 6} = -4$$

ميل \overline{BC} :

$$m = \frac{5 - 3}{6 - 1} = \frac{2}{5}$$

ميل \overline{DA} :

$$m = \frac{-1 - 1}{2 - 7} = \frac{2}{5}$$

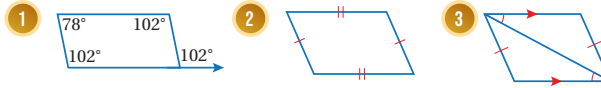
بما أنّ الضلعين المتقابلين \overline{AB} و \overline{CD} لهما الميل نفسه، إذن فهما متوازيان، وبما أنّ الضلعين المتقابلين \overline{BC} و \overline{DA} لهما الميل نفسه، إذن فهما متوازيان، وبما أنّ الأضلاع المتقابلة متوازية، إذن فالشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

✓ **أنتحق من فهمي:**

أثبت أنّ $A(-3, 3)$, $B(2, 5)$, $C(5, 2)$, $D(0, 0)$ تمثل رؤوس متوازي أضلاع. **أنظر الهامش.**

(1-3) **أنظر ملحق الإجابات.**

أبين أنّ كل شكل من الأشكال الرباعية الآتية متوازي أضلاع، وأبرر إجابتي:



أترّب وأحل المسائل

88

التدريب 4

أترّب وأحل المسائل:

• أوجّه الطلبة إلى بند (أترّب وأحل المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1-8)، والمسائلتين (14, 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.

• إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أترّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

إجابة - (أنتحق من فهمي 4):

المبررات	العبارات
(1) ميل \overline{AB} = ميل $\overline{DC} = \frac{2}{5}$	(1) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(2) ميل \overline{BC} = ميل $\overline{AD} = -1$	(2) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
(3) تعريف متوازي أضلاع.	(3) الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع

الوحدة 7

أجد قيمتي x و y اللتين تجعلان كل شكلٍ رباعيٍّ ممّا يأتي متوازي أضلاعٍ:

4 $x = 6, y = 24$

5 $x = 1, y = 9$

6 $x = 4, y = 4$

7 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبت أنّ الشكل الرباعيّ $XYZW$ متوازي أضلاع.

8 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبت أنّ الشكل الرباعيّ $LMNT$ متوازي أضلاع.



9 في الشكل الآتي، إذا كان $\triangle TRS \cong \triangle RTW$ ، فأثبت أنّ $RSTW$ متوازي أضلاعٍ باستعمال البرهان ذي العمودين.

10 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لكتابة برهانٍ ذي عمودين؛ لأثبت أنّ الشكل الرباعيّ $ANDL$ متوازي أضلاع.



(7-10) أنظر ملحق الإجابات.

معلومة

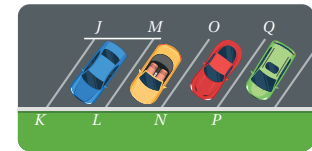
يُعدُّ اصطفافُ السيارات بطريقةً منتظمةً ومن المظاهر الحضارية التي تعطي انطباعاً إيجابياً حول ثقافة المجتمع.

موقف سيارات: يبيّن الشكل

المجاور موقفاً للسيارات. إذا كان

$JK = LM = 7 \text{ m}$ و $m\angle JKL = 60^\circ$

و $KL = JM = 3 \text{ m}$



متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.

11 هل الجزء من الموقف $JKLM$ متوازي أضلاع؟ أبرّر إجابتي.

12 أجد كلاً من: $m\angle JML$, $m\angle KJM$, $m\angle KLM$

$m\angle JML = 60^\circ$, $m\angle KJM = 120^\circ$, $m\angle KLM = 120^\circ$

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (11 - 13), 9, كتاب التمارين: (1 - 6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17, (9 - 13), كتاب التمارين: 7, 8, (1 - 3)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (16 - 20), كتاب التمارين: 7, 8, 9, (1 - 3)

المفاهيم العابرة للمواد

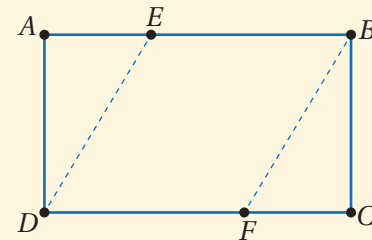
أوكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي الأسئلة (11-13) (موقف سيارات) أعزز الوعي بأهمية احترام الآخرين وحاجاتهم الشخصية، فاصطفاف السيارات بطريقة منظمّة من دون إعاقة لحركة الآخرين، ودون تعطيل لمصالحهم، يُعدّ من فضائل الآداب التي ينبغي أن يتحلّى بها أفراد المجتمع.

- أوّجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (17 - 19).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أوّجّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كل مجموعة بورقة بيضاء A4، ومقص، ومسطرة.
- أطلب إلى المجموعات اقتطاع مثلثين متطابقين من الورقة، كما في الشكل الآتي، بحيث يكون $DE = EB = BF = FD$.



- أوّجّه الطلبة إلى طيّ الورقة من زاويتين متقابلتين بحيث ينطبق طرفها الأيمن BC على طرفها الأيسر AD عند منتصف الورقة تماماً.

• أسأل الطلبة:

- « ما شكل الورقة المتبقّي بعد اقتطاع المثلثين؟ متوازي أضلاع فيه جميع الأضلاع متطابقة.
- « ما الشرط الذي تحقّق لكي يُعدّ الشكل المتبقّي من الورقة متوازي الأضلاع $DEBF$ ؟ كل ضلعين متقابلين متطابقان (عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع).
- « كيف يُمكن إثبات أنّ كل قطر في الشكل المتبقّي من الورقة ينصف الزاويتين المتقابلتين فيه؟ بطيّ الجزء المتبقّي حول كل من القطرين وملاحظة تطابق الزوايا.
- « ما الاسم الذي تقترحونه لهذه الحالة الخاصة من متوازي الأضلاع؟ إجابة محتملة: المعين.

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، إذ يجب الطلبة عن أسئلة تتعلق بشروط متوازي الأضلاع، عن طريق مجموعة من الألعاب التفاعلية.

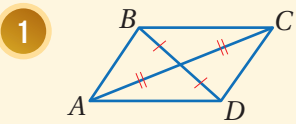
تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 3 و4 من خطوات المشروع.
- أوجه الطلبة إلى تقسيم المهام فيما بينهم بحيث يوثق أحد الأفراد في كل مجموعة عمل مجموعته بالصور، أو بتسجيل مقطع مرئي (فيديو) لا تتجاوز مدته 5 دقائق.

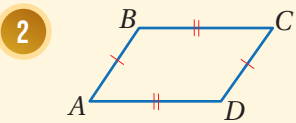
6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

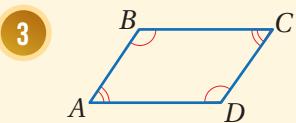
« ما الشرط الذي تحقق لكي يُعدَّ الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع في كلِّ ممَّا يأتي:



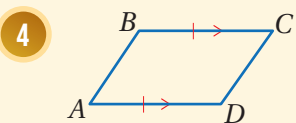
قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.



كل ضلعين متقابلين متطابقين.



كل زاويتين متقابلتين متطابقتين.



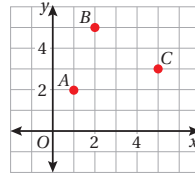
يوجد ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين.

13 **حاسوب:** تسمُح معالجات نصوص حاسوبية عدة بكتابة الكلمة بالخط العادي أو الخط المائل. هل حرف (I) متوازي أضلاع؟ أبرر إجابتي.

نعم، متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان. أمثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في ما يأتي، وأحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، وأبرر إجابتي: (14-15) أنظر ملحق الإجابات.

14 $B(-6, -3), C(2, -3), E(4, 4), G(-4, 4)$

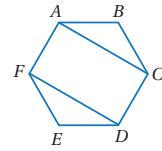
15 $Q(-3, -6), R(2, 2), S(-1, 6), T(-5, 2)$



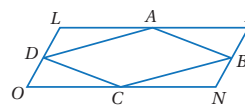
تبرير: تمثل النقاط A, B, C في المستوى الإحداثي المجاور رؤوس شكل رباعي، أجد إحداثيات النقطة الرابعة في كلِّ من الحالات الآتية، وأبرر إجابتي:

16 النقطة D حيث $ABCD$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.

17 النقطة E حيث $ABEC$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.



18 تبرير: أثبت أن الشكل الرباعي $FACD$ متوازي أضلاع، علمًا بأن $ABCDEF$ سداسي منتظم. أبرر إجابتي. أنظر الهامش.



19 تحدد: بيِّن الشكل المجاور متوازي الأضلاع $LMNO$ ، وتمثل النقاط A, B, C, D منتصفات أضلاعه. أثبت أن الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.

20 **أكتب:** كيف يمكن إثبات أن شكلًا رباعيًّا يمثل متوازي أضلاع؟ أنظر إجابات الطلبة.

مهارات التفكير العليا

إرشاد

أبدأ بإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle FED$

إجابة - (أندرب وأحل المسائل):

(18)

المبررات	العبارات
(1) أضلاع سداسي منتظم.	(1) $\overline{CB} \cong \overline{DE}, \overline{AB} \cong \overline{FE}$
(2) زاويتان في سداسي منتظم.	(2) $\angle B \cong \angle E$
(3) SAS	(3) $\triangle ABC \cong \triangle FED$
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(4) $\overline{AC} \cong \overline{FD}$
(6) ضلعان في سداسي منتظم.	(5) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$
(5) شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان.	(6) $FACD$ متوازي أضلاع

الدرس 4 حالات خاصة من متوازي الأضلاع



أستكشفُ

تتكوّن الرقعة الخاصة بلعبة الشطرنج من 64 مربعاً ملوّناً. كيف يمكنني إثبات أن الرقعة نفسها مربعة؟

فكرة الدرس

- أحدّد خصائص كل من: المستطيل، والمعين، والمربع.
- أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

المصطلحات

المستطيل، المعين، المربع

تعرفتُ سابقاً خصائص متوازي الأضلاع المتعلقة بأضلاعه وزواياه وأقطاره، وسأتعرف في هذا الدرس ثلاثة أنواع خاصة من متوازي الأضلاع وهي: المستطيل، والمعين، والمربع.

المستطيل

المستطيل (rectangle) هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قائم، وهذا يعني أن له الخصائص الآتية:



- زواياه الأربع قائم.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الأضلاع المتقابلة متوازية ومتطابقة.
- الزوايا المتحالفة متكاملة.
- قطراه ينصف كل منهما الآخر.
- كل قطري من أقطار المستطيل يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

وتُضاف إلى الخصائص السابقة خاصية أخرى متعلقة بقطري المستطيل موضحة في النظرية الآتية:

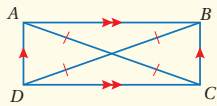
قطر المستطيل

نظرية

نظرية قطري المستطيل

يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً إذا فقط إذا كان قطراه متطابقين.

مثال: يكون $ABCD$ مستطيلاً إذا فقط إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



نتائج الدرس:

- إثبات صحة نظرية قطري المستطيل بالاتجاهين.
- استعمال خصائص المستطيل لإيجاد قياسات مجهولة متعلقة بقطريه.
- استعمال خصائص المعين لإيجاد قياسات مجهولة متعلقة بالزوايا التي ينتجها قطراه.
- تعرّف العلاقة بين متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين والمربع.
- تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع معطى يمثل مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

نتائج التعلّم القبلي:

- تعرّف خصائص متوازي الأضلاع وشروطه المتعلقة بأضلاعه وزواياه وقطريه.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 10: أنا أفكر في
- أطلب إلى المجموعات تحديد الشكل الرباعي الذي ينطبق عليه الوصف في عمود (أنا أفكر في)، ورسمه، وكتابة اسمه باللغتين العربية والإنجليزية.
- أتجول بين المجموعات وأتابع حلولهم.
- المجموعة الفائزة هي التي تُنهي عملها بصورة صحيحة أولاً.
- أعرض حل المجموعة الفائزة، وأعزز أفرادها، وأشكر باقي أفراد المجموعات على محاولاتهم.
- أخبر الطلبة أنهم سيتعلمون في هذا الدرس خصائص ثلاث حالات خاصة من متوازي الأضلاع.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
 - « ما اسم رقعة اللعبة التي تظهر في الصورة؟ رقعة لعبة الشطرنج.
 - « ما أسماء القطع التي تُستعمل في لعبة الشطرنج؟ الملك، الوزير، الجنود، الحصان، الفيل، القلعة.
 - « كيف تُحرّك كل من هذه القطع؟ ستختلف إجابات الطلبة.
 - « ما عدد المربعات التي تظهر على رقعة لعبة الشطرنج باللون الأبيض؟ 32
 - « كيف عرفتم ذلك؟ ستختلف إجابات الطلبة.
 - « ما عدد المربعات التي تظهر على رقعة لعبة الشطرنج باللون الأسود؟ 32
 - « كيف عرفتم ذلك؟ ستختلف إجابات الطلبة.
 - « هل جميع هذه المربعات متطابقة؟ نعم.
 - « كيف عرفتم ذلك؟ ستختلف إجابات الطلبة.
 - « كيف يُمكن إثبات أن رقعة لعبة الشطرنج نفسها مربعة؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

في بند (استكشف)، أوكد أهمية البحث والتعلم الذاتي؛ لذا أطلب إلى الطلبة البحث في مصادر المعلومات لتعلم القواعد الخاصة بلعبة الشطرنج، إذ إنها واحدة من أهم الألعاب التي تنمي مهارات التخطيط.

مثال 1: إثبات نظرية



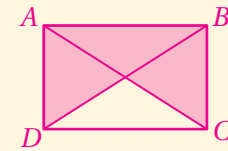
- أدون على اللوح تعريف المستطيل، وأوضح خصائصه على رسم خاص بالمستطيل.
- أدون الخاصية المتعلقة بنظرية قطري المستطيل، وأوضح للطلبة معنى (إذا وفقط إذا كان...)، الذي يعني صحة النظرية بالاتجاهين.
- ناقش مع الطلبة عن طريق المثال 1 إثبات صحة الاتجاه الأول في النظرية، والذي نصّه: إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.

تنويع التعليم

تظليل المثلثين المراد إثبات تطابقهما بطريقتين متميزتين باستعمال لونين مختلفين يساعد الطلبة على التركيز عند استخلاص حالة التطابق (SAS)، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

إرشاد: في سؤال (أتحقق من فهمي) التابع للمثال 1 أوجه الطلبة عند كتابة البرهان ذي العمودين إلى العمل على إثبات إحدى خواص المستطيل، مثل: أن زواياه قوائم.

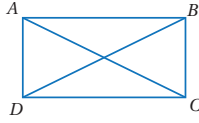
توسعة: أطلب إلى الطلبة في مجموعات ثنائية استعمال المثلثين: $\triangle DAB$ و $\triangle CBA$ ، وكتابة إثبات للنظرية نفسها باستعمال البرهان ذي العمودين.



المبررات	العبارات
(1) ضلعان متقابلان في مستطيل.	(1) $\overline{BC} \cong \overline{AD}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$
(3) زوايا المستطيل قوائم.	(2) $\angle B \cong \angle A$
(4) SAS	(4) $\triangle CBA \cong \triangle DAB$
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

أداة الربط "إذا وفقط إذا" التي وردت في نظرية قطري المستطيل تعني أن العبارة صحيحة في الاتجاهين؛ لذا، إذا كان قُطراً متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل، وإذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قُطريه متطابقان.

مثال 1: إثبات نظرية



يبين الشكل المجاور المستطيل ABCD، أثبت أن قُطري المستطيل ABCD متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.

أحطط للبرهان باتباع الخطوات الآتية:

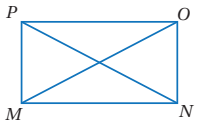
الخطوة 1 أستعمل حالة تطابق مثلثين بضلعين وزاوية محصورة (SAS)؛ لأثبت أن $\triangle ADC \cong \triangle BCD$

الخطوة 2 أستعمل تطابق المثلثين؛ لأثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) ضلعان متقابلان في مستطيل.	(1) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{DC} \cong \overline{DC}$
(3) زوايا المستطيل قوائم.	(3) $\angle D \cong \angle C$
(4) SAS	(4) $\triangle ADC \cong \triangle BCD$
(5) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	(5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

أتحقق من فهمي:



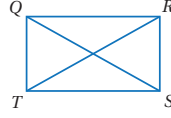
يبين الشكل المجاور $\square PONM$ ، إذا كان $\overline{PN} \cong \overline{OM}$ ، فأثبت باستعمال البرهان ذي العمودين أن $PONM$ مستطيل. أنظر الهامش.

إجابة - (أتحقق من فهمي 1):

المبررات	العبارات
(1) ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.	(1) $\overline{NO} \cong \overline{MP}$
(2) ضلع مشترك.	(2) $\overline{MN} \cong \overline{MN}$
(3) معطى.	(3) $\overline{PN} \cong \overline{OM}$
(4) SSS	(4) $\triangle ONM \cong \triangle PMN$
(5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.	(5) $\angle ONM \cong \angle PMN$
(6) زاويتان متطابقتان ومتحالفتان في متوازي أضلاع.	(6) $\angle ONM, \angle PMN$ قائمتان
(7) نظرية القاطع العمودي.	(7) $\angle MPO, \angle NOP$ قائمتان
(8) متوازي أضلاع زواياه قوائم.	(8) $PONM$ مستطيل

يمكن استعمال خصائص المستطيل لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 2

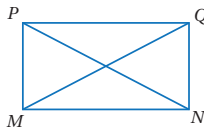


إذا كان $QRST$ مستطيلاً، وكان $QS = 6x + 14$ و $RT = 9x + 5$ ، فأجد قيمة المتغير x .

بما أن $QRST$ مستطيل، فإن قطريه متطابقان، إذن أجد قيمة x التي تجعل $\overline{QS} \cong \overline{RT}$

$$\begin{aligned} QS &= RT && \text{قطر المستطيل متساويان في الطول} \\ 9x + 5 &= 6x + 14 && \text{أعوّض} \\ 3x + 5 &= 14 && \text{أطرح } 6x \text{ من طرفي المعادلة} \\ 3x &= 9 && \text{أطرح } 5 \text{ من طرفي المعادلة} \\ x &= 3 && \text{أقسم طرفي المعادلة على } 3 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي:

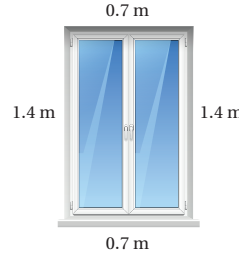


إذا كان $PQMN$ مستطيلاً، وكان $MQ = 2x + 11$ و $PN = 5x - 31$ ، فأجد قيمة المتغير x . $x = 14$

يمكن استعمال خصائص المستطيل لتوضيح علاقات من واقع الحياة.

مثال 3: من الحياة

نافذة: يبين الشكل المجاور إطار نافذة أبعادها موضحة في الشكل.



هل إطار النافذة على شكل مستطيل؟ أبرّر إجابتي.

يظهر من الشكل أن أضلاع الإطار المتقابلة لها الطول نفسه؛ لذا فالإطار على شكل متوازي أضلاع، ولكن لا يوجد ما يدل على أن الزوايا قوائم؛ لذا لا يمكن تحديدها ما إذا كان الإطار على شكل مستطيل أم لا.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

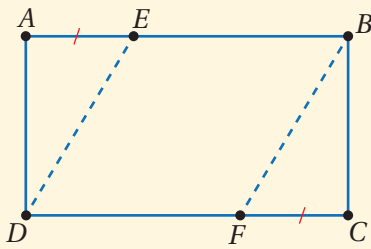
أطلب إلى الطلبة حلّ التدریب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

أناقش حلّ المثال 2 على اللوح، وأوضح للطلبة كيفية استعمال خاصية تطابق قطري المستطيل التي تمّ التوصل إليها عن طريق إثبات النظرية السابقة في إيجاد قيم مجهولة.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، إذا كان $ABCD$ مستطيلاً، وكانت $\overline{AE} \cong \overline{CF}$ ، فأكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن $\overline{DE} \cong \overline{BF}$.



المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $ABCD$ مستطيل
(2) معطى.	(2) $\overline{AE} \cong \overline{CF}$
(3) من المعطيات 1 و 2	(3) \overline{BE} ، \overline{FD} متطابقان ومتوازيان
(4) نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة.	(4) الشكل $DEBF$ متوازي أضلاع
(5) نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع.	(5) $\overline{DE} \cong \overline{BF}$

2 قاس تميم طولَي قُطْرَي الإطار، فوجد أن طول أحدهما 2.45 m وطول الآخر 2.40 m، فهل إطار النافذة على شكل مستطيل؟ أبرر إجابتي.

بالرجوع إلى نظرية قُطْرَي المستطيل، فإن الشكل الرباعي يكون مستطيلاً إذا كان قُطْرَاهُ متطابقين، وبما أن قُطْرَي إطار النافذة ليسا متطابقين؛ إذن إطار النافذة ليس على شكل مستطيل.

✓ **أتحقق من فهمي:**

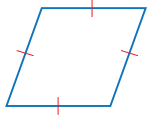
نعم، مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع قطراه متطابقان.

3 أترض أن قُطْرَي النافذة لهما الطول نفسه، فهل إطارها على شكل مستطيل؟ أبرر إجابتي.

المعين

المعين: (rhombus) هو متوازي أضلاع أضلاعه جميعها متطابقة.

للمعين خصائص متوازي الأضلاع جميعها، إضافة إلى الخاصيتين الموضحتين في النظريتين الآتيتين:



تنوع التعليم:

- أوجه الطلبة إلى استعمال شريط القياس للتحقق من أن قُطْرَي إطار نافذة في الغرفة الصفية متطابقان؛ لبيان ما إذا كان الإطار مستطيلاً أم لا، ويمكن أيضاً استعمال حبل طويل ومدّه بين كل زاويتين متقابلتين على أرضية غرفة الصف؛ لبيان ما إذا كانت أرضية الغرفة مستطيلة أم لا، إذ يساعد تنفيذ هذا النشاط الطلبة على فهم خصائص المستطيل، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء حسي.

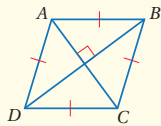
المعين

نظريات

• **نظرية قُطْرَي المعين**

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا فقط إذا كان قُطْرَاهُ متعامدين.

مثال: يكون $ABCD$ معيناً إذا فقط إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

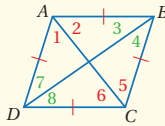


• **نظرية الزوايا المتقابلة في المعين**

يكون متوازي الأضلاع معيناً إذا فقط إذا نصّف كل قُطْرَيه الزاويتين المتقابلتين اللتين يصل بين رأسيهما.

مثال: يكون $ABCD$ معيناً إذا فقط إذا نصّف \overline{AC} كلًا من $\angle A$ و $\angle C$ ، ونصّف \overline{BD} كلًا من $\angle B$ و $\angle D$ ، وهذا يعني أن:

$$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 8$$



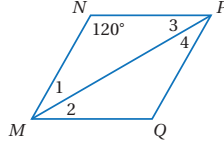
- أدون على اللوح تعريف المعين، وأوضح ذلك بالرسم، ثم ناقش خواصه بتقديم نظرية قطري المعين ونظرية الزوايا المتقابلة في المعين، بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ المعين) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش الطلبة في حل المثال 4 على اللوح، وأوضح كيفية تطبيق نظرية الزوايا المتقابلة في المعين عند استنتاج تطابق زواياه المرقمة.

إرشاد: في المثال 4، أوجه الطلبة إلى أنه يمكن التوصل إلى الحل نفسه انطلاقاً من كون قطر المعين ينصف الزاويتين المتقابلتين، وبما أنه حالة خاصة من متوازي الأضلاع، وفي متوازي الأضلاع تكون كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإنه يمكن استنتاج تطابق الزوايا المرقمة، وبمعرفة أن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي يساوي 360° ، فإن قياس كل من الزوايا المرقمة هو 30°

يمكن استعمال خصائص المعين لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 4

بيّن الشكل المجاور المعين $NPQM$. إذا كانت $m\angle N = 120^\circ$ ، فأجد قياسات الزوايا المرقمة في الشكل.



$$m\angle 1 = m\angle 3$$

نظرية الثلث المتطابق الضلعين

$$m\angle 1 + m\angle 3 + 120^\circ = 180^\circ$$

مجموع زوايا المثلث

$$2(m\angle 1) + 120^\circ = 180^\circ$$

أعوّض

$$2(m\angle 1) = 60^\circ$$

أطرح 120 من طرفي المعادلة

$$m\angle 1 = 30^\circ$$

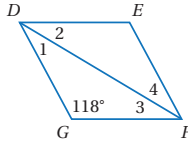
أقسم طرفي المعادلة على 2

ومنه فإن $m\angle 1 = m\angle 3 = 30^\circ$.

وبحسب نظرية الزوايا المتقابلة في المعين فإن $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 3 = m\angle 4$ ، وهذا يعني أن:

$$m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3 = m\angle 4 = 30^\circ$$

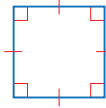
أتحقّق من فهمي:



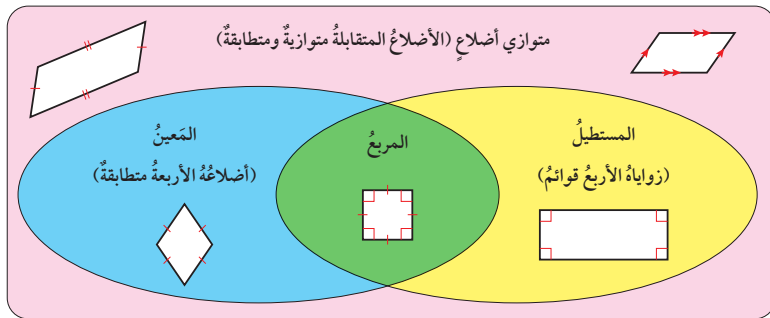
بيّن الشكل المجاور المعين $DEFG$. إذا كانت $m\angle G = 118^\circ$ ، فأجد قياسات الزوايا المرقمة في الشكل. قياس كل منها 31°

المربع

المربع (square) هو متوازي أضلاع أضلاعه جميعها متطابقة، وزواياه الأربعة قوائم. وبما أن المستطيل متوازي أضلاع زواياه الأربعة قوائم، والمعين متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة، فإن المربع مستطيل؛ لأن زواياه الأربعة قوائم، وهو أيضاً معين؛ لأن أضلاعه الأربعة متطابقة، وهذا يعني أن جميع خصائص متوازي الأضلاع، والمستطيل، والمعين تنطبق على المربع.



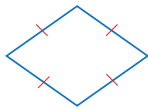
ويوضح شكلُ فن الآتي العلاقةَ بين متوازي الأضلاع، والمعين، والمستطيل، والمربع.



مثال 5

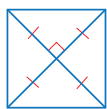
أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كلّ ممّا يأتي مستطيلاً أمّ مربعاً، وأبرّر إجابتي:

1



بما أنّ الأضلاع الأربعة لمتوازي الأضلاع المبيّن في الشكل متطابقة، فإنّه يمثل معيّنًا.

2

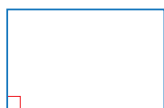


بما أنّ قُطريّ متوازي الأضلاع المبيّن في الشكل متطابقان، فإنّ متوازي الأضلاع مستطيلٌ، وبما أنّ القُطرين متعامدان، فإنّ متوازي الأضلاع معيّنٌ أيضًا، ومنه فإنّ متوازي الأضلاع المبيّن في الشكل مربعٌ.

أتحقّق من فهمي:

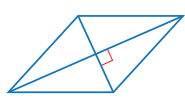
أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كلّ ممّا يأتي مستطيلاً أمّ مربعاً، وأبرّر إجابتي:

3



مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة، ومن ثمّ تكون كل زواياه قائمة حسب خصائص متوازي الأضلاع.

4



معيّن؛ لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان.

- أدوّن على اللوح تعريف المربع، وأوضّح للطلبة بالرسم خواصّه التي يشترك بها مع كلّ من المستطيل والمعين ومتوازي الأضلاع، ثمّ ألخّص ذلك بالرسم باستعمال أشكال فن لتلك العلاقة.
- ناقش مع الطلبة حلّ فرعي المثال 5 على اللوح، وأوكّد أن تحديد اسم الشكل (إما مستطيلاً أو معيّنًا أو مربعًا) وتبرير ذلك التحديد، يعتمد على دراسة معطيات الشكل المرسم، وفهم العلاقة بين متوازي الأضلاع بوصفه حالة عامة، وبين كلّ من المستطيل والمعين والمربع بوصف كلّ منها حالة خاصة منه.

التدريب

4

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوّجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة وممن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، فإنّني أضع كلا منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حلّ المسألتين 25 و 26
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

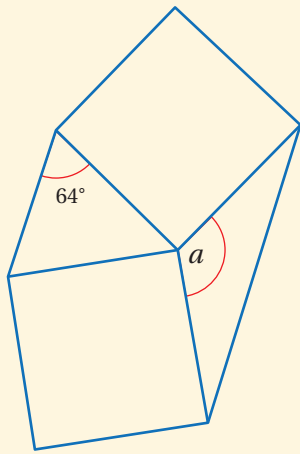
إرشاد: في السؤال 26 (تبرير)، أذكر الطلبة بأن المضلعات (بصفة عامة) تُعدّ متشابهة إذا تحقّق أحد شرطين، الأول: أن تكون الزوايا المتناظرة في كلّ منهما متطابقة، والثاني: أن تكون أطوال الأضلاع المتناظرة في كلّ منهما متناسبة، وللمثلثات مسلّمة خاصة ونظريتان لتحديد تشابه مثلثين سيتعرّفون إليها في الدرس التالي.

الإثراء

5

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي: يتكوّن الشكل الآتي من مربعين متطابقين، ومثلثين كل منهما هو مثلث متطابق الضلعين:

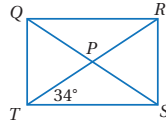


« أجد قياس الزاوية a . 128° »

« هل يمكن إيجاد قياس مختلف للزاوية a ؟ أبرّر إجابتي. »

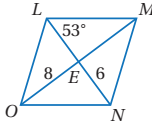
لا؛ لأنّه لا يمكن أن يكون المثلث المعطى قياس إحدى زواياه (64°) مثلثًا متطابق أضلاع.

الوحدة 7



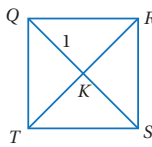
بيّن الشكل المجاور المستطيل $QRST$. إذا كان قُطره يتقاطعان في النقطة P و $m\angle PTS = 34^\circ$ و $QS = 10$ فأجد كلاً ممّا يأتي:

- 1 $m\angle QTR = 56^\circ$
- 2 $m\angle QRT = 34^\circ$
- 3 $m\angle SRT = 56^\circ$
- 4 $QP = 5$
- 5 $RT = 10$
- 6 $RP = 5$



بيّن الشكل المجاور المَعِين $LMNO$. إذا كان قُطره يتقاطعان في النقطة E و $m\angle NLM = 53^\circ$ و $OE = 8$ و $NE = 6$ فأجد كلاً ممّا يأتي:

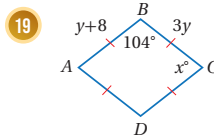
- 7 $m\angle OLN = 53^\circ$
- 8 $m\angle LEO = 90^\circ$
- 9 $m\angle LON = 74^\circ$
- 10 $OM = 16$
- 11 $LE = 6$
- 12 $LN = 12$



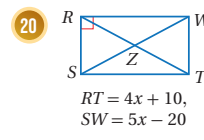
بيّن الشكل المجاور المربع $QRST$. إذا كان قُطره يتقاطعان في النقطة K و $QK = 1$ فأجد كلاً ممّا يأتي:

- 13 $m\angle RKS = 90^\circ$
- 14 $m\angle QTK = 45^\circ$
- 15 $m\angle QRK = 45^\circ$
- 16 $KS = 1$
- 17 $QS = 2$
- 18 $RT = 2$

أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كلّ ممّا يأتي مستطيلًا أم معيّنًا أم مربعًا، وأبرّر إجابتي، ثمّ أجد قيمة كلّ من x و y :



19



20

19 معيّن؛ لأنه متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة. $x = 76^\circ$, $y = 4$

20 مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قوائم، ومن ثمّ تكون كل زواياه قوائم. $x = 30$

97

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (3, 6, 9, 12, 15, 18) كتاب التمارين: (1 - 5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (19 - 22), 25 كتاب التمارين: (6 - 8), (10 - 13)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19 - 26) كتاب التمارين: (6 - 9), 14

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، إذ يمكنهم من تعلّم الحالات الخاصة من متوازي الأضلاع عن طريق مجموعة ألعاب تفاعلية.

تعليمات المشروع:

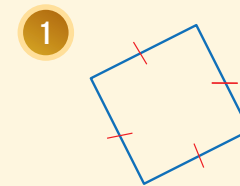
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 5 من خطوات تنفيذ المشروع.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى تكرار تنفيذ الخطوة 5 حتى الوصول إلى إتقان استعمال أداة المنساح التي صمّموها.

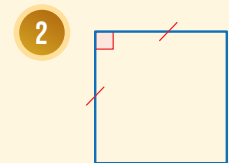
الختم 6

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، اتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

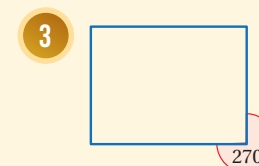
« أحدد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كل مما يأتي مستطيلاً أم معيناً أم مربعاً، وأبرر إجابتي:



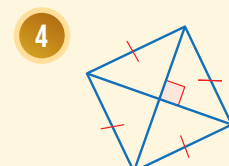
معين (أنظر تبرير الطلبة)



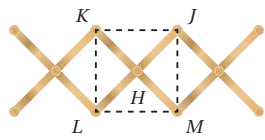
مربع (أنظر تبرير الطلبة)



مستطيل (أنظر تبرير الطلبة)



معين (أنظر تبرير الطلبة)

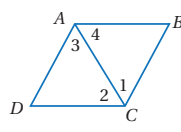
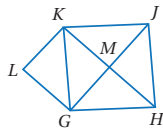


علاقة ملايس: يبين الشكل المجاور علاقة ملايس خشبية. إذا كان متوازي أضلاع، وكان $\overline{KM} \perp \overline{LJ}$ ، و $m\angle K = 90^\circ$ ، فأجيب عن كل مما يأتي:

هل متوازي الأضلاع $KJML$ مستطيل أم معين أم مربع؟ أبرر إجابتي.

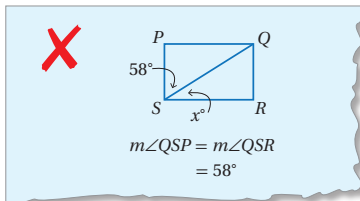
إذا كان $KJ = 20$ cm، فأجد KM و JL ، وأبرر إجابتي.

في الشكل الآتي، إذا كان $ADCB$ في الشكل الآتي، إذا كان متوازي أضلاع، وكان \overline{AC} ينصف $GHJK$ متوازي أضلاع، وكان $\Delta LGK \cong \Delta MJK$ ، فأثبت أن $GHJK$ معين، باستعمال البرهان العمودين. أنظر الهامش.



اكتشف الخطأ: أنظر الحل الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه، وأصحّحه، علماً بأن $PQRS$ مستطيل.

الخطأ أن قطر المستطيل لا ينصف زاويتي الرأس اللتين يصل بينهما، فتكون $x = 32^\circ$ ، وهي متممة للزاوية التي قياسها 58° .



26 الإجابة لا، قد تكون قياسات زوايا معين وقياسات الزوايا المناظرة لها في معين آخر $80^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$

26 تبرير: هل المعينات جميعها متشابهة؟ أبرر إجابتي.

27 اكتب كيف أميز ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أم معيناً أم مربعاً؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابة - (أدرب وأحل المسائل):

(23)

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متبادلتان داخلياً في متوازي أضلاع.	(1) $\angle 4 \cong \angle 2$
(2) معطى.	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$
(3) نتيجة.	(3) $\angle 1 \cong \angle 4$
(4) مثلث زاويتا قاعدته $\angle 1, \angle 4$ متطابقتان.	(4) ΔABC متطابق الضلعين
(5) ساقا مثلث متطابق الضلعين.	(5) $\overline{AB} \cong \overline{CB}$
(6) أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع.	(6) $\overline{CB} \cong \overline{DA}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$
(7) نتيجة.	(7) $\overline{CB} \cong \overline{DA} \cong \overline{AB} \cong \overline{DC}$
(8) متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة.	(8) الشكل $ABCD$ معين

نتائج الدرس:

- تعرّف مسلّمة تشابه مثلثين (AA).
- استعمال نظرية (SSS) ونظرية (SAS) لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا.
- استعمال مسلّمة التشابه ونظرياته في إثبات تشابه مثلثين.
- استعمال تشابه مثلثين في إيجاد قياسات مجهولة متعلّقة بأضلاع المثلثين.

نتائج التعلّم القبلي:

- تحديد العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في مضلعين متشابهين.
- تعرّف العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.

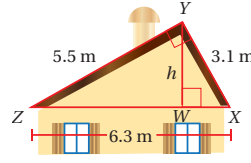
مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 11: الزوايا والأضلاع المتناظرة.
- أطلب إلى المجموعات التعاون للإجابة عن السؤال في ورقة العمل.
- أتجوّل بين مجموعات الطلبة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة.
- أختار إحدى المجموعات التي أنهت الحلّ بصورة صحيحة، وأطلب إليها عرض الحلّ أمام باقي الصف.



أستكشفُ

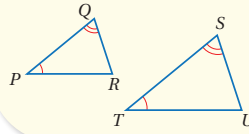
بيّن الشكل المجاور الواجهة الأمامية لسطح منزل، كيف يمكن معرفة الارتفاع (h) ؟

فكرة الدرس

أحدّد المثلثات المتشابهة، باستعمال حالات التشابه AA و SSS و SAS

تعلّمت سابقاً أنّ المضلّعات المتشابهة هيّ مضلّعات زواياها المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة، وتعدّ المثلثات حالة خاصّة من المضلّعات. وتوجد مسلّمات ونظريات لإثبات تشابه المثلثات.

التشابه بزواويتين (AA)



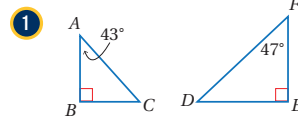
إذا طابقت زويتان في مثلث زويتين في مثلث آخر، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانت $\angle Q \cong \angle S$ و $\angle P \cong \angle T$ فإنّ $\Delta PQR \sim \Delta TSU$

يمكن استعمال مسلّمة (AA) لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا.

مثال 1

أحدّد ما إذا كان كلّ مثلثين ممّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فأكتب عبارة التشابه، وأبرر إجابتي.



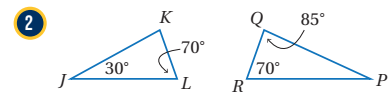
$\angle B \cong \angle E$ ؛ لأنّهما زاويتان قائمتان.

باستعمال مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:

$$m\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 43^\circ) = 47^\circ$$

وبما أنّ $m\angle F = 47^\circ$ فإنّ $\angle C \cong \angle F$

إذن $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ وفق المسلّمة (AA).



$\angle L \cong \angle R$ ؛ لأنّ كلا الزاويتين قياسهما 70°

باستعمال مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:

$$m\angle K = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$$

$$m\angle P = 180^\circ - (85^\circ + 70^\circ) = 25^\circ$$

وبما أنّّه يوجد زوج واحد فقط من الزوايا المتطابقة، إذن

ΔPQR و ΔJKL ليسا متشابهين.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:
 - « ما الفائدة من بناء سطح المنزل على الشكل الظاهر في الصورة؟ **إجابة محتملة: لكي لا تتجمّع مياه الأمطار عليه.**
 - « ما المضلع الذي يظهر في الواجهة الأمامية لسطح المنزل؟ **المثلث.**
 - « ما الرمز الذي يدلّ على الزاوية القائمة في الشكل المُعطى؟ **رسم مربع صغير عند تلك الزاوية.**
 - « كم مثلثاً قائم الزاوية يظهر في الشكل؟ **3**
 - « كيف يُمكن تحديد الارتفاع h في الشكل؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرّفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس الذي يقدّم مفهوم تشابه المثلثات.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- أسأل الطلبة:
 - « ما شروط تشابه مضلعين؟ **تطابق الزوايا المتناظرة وتناسب الأضلاع المتناظرة.**
 - « ما المضلع الذي له أقل عدد من الأضلاع؟ **المثلث.**
- أذكر الطلبة بمصطلح المسألة (وهي: عبارة رياضية تُقبل على أنها صحيحة من دون برهان)، ومصطلح النظرية (وهي: نتيجة بصورة عبارة رياضية تحتاج إلى برهان).
- ناقش مع الطلبة مسألة التشابه بزوايتين AA، وأؤكد أنها خاصة بمثلثين، وذلك عن طريق رسم المثلثين: ΔPQR , ΔTSU على اللوح وكتابة نص المسألة بالكلمات، وجمل التشابه بالرموز بالاستعانة بصندوق (مسألة) الوارد في كتاب الطالب.
- أرسم المثلثين الواردين في الفرع 1 من المثال 1 على اللوح، وأذكر الطلبة بأن مجموع قياسات زوايا المثلث هو 180° ، وأبين لهم كيفية توظيف المسألة في تحديد تشابه المثلثين.
- أرسم المثلثين الواردين في الفرع 2 من المثال 1 على اللوح، وأطلب إلى أحد الطلبة تحديد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا.

✓ **إرشاد:** أذكر الطلبة بخصائص المثلث متطابق الضلعين عند حلّهم الفرع 4 من (أتحقّق من فهمي) التابع للمثال 1.

تعزير اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

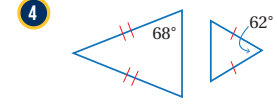
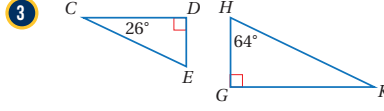
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنّباً لإحراجه.

مثال 2

- أدوّن الجزء الأول من نظريات تشابه المثلثات (التشابه بثلاثة أضلاع SSS) بالكلمات والرموز على اللوح، مع التوضيح برسم المثلثين باستعمال لون مختلف لكلّ ضلعين متناظرين فيهما.
- أدوّن الجزء الثاني من النظرية (التشابه بضلعين وزاوية محصورة SAS) بالكلمات والرموز، مع التوضيح برسم المثلثين باستعمال لون مختلف لكلّ ضلعين متناظرين فيهما، وأستعمل لون الضلع المقابل للزاوية المحصورة عند رسمها.
- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأطلب إليهم إيجاد النسبة بين طول كلّ ضلعين متناظرين في المثلثين المعطيين، ثمّ أسألهم: « ما العلاقة بين النسب الناتجة من أطوال كلّ ضلعين متناظرين؟ جميعها متساوية. » هل المثلثان متشابهان؟ لماذا؟ نعم؛ بما أنّ النسب جميعها متساوية؛ فإنّ المثلثين متشابهان وفق نظرية التشابه (SSS).
- أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأؤكد أنّ الزاوية المشتركة هي الزاوية المحصورة بين زوجي الضلعين المتناظرين في المثلثين: $\Delta LKP, \Delta MKN$.

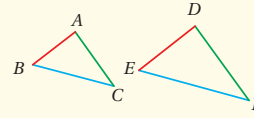
أتحقّق من فهمي: أنظر الهامش.



في ما يأتي طريقتان أحرّبان لتحديد ما إذا كانّ مثلثان متشابهين أم لا:

تشابه المثلثات

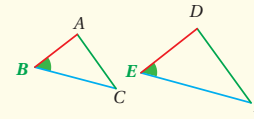
نظريات



• التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا كانت الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانّ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ، فإنّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.



• التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)

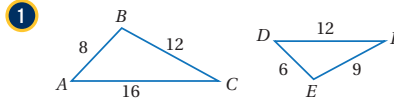
إذا كانّ طولاً ضلعين في مثلث متناسبتين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر، وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كانّ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ و $\angle B \cong \angle E$ فإنّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

يمكن استعمال نظريتي (SSS) و (SAS) لتحديد ما إذا كانّ مثلثان متشابهين أم لا.

مثال 2

أحدّد ما إذا كانّ كلّ مثلثين مما يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فأكتب عبارة التشابه، وأبرّر إجابتي.



أستعمل أطوال الأضلاع لتعيين الأضلاع المتقابلة، ثمّ أجد النسبة بين طول كلّ زوج من أزواج الأضلاع المتقابلة في المثلثين.

100

إجابات - (أتحقّق من فهمي 1):

(3) $\angle D \cong \angle G$ لأنهما زاويتان قائمتان.

$m\angle E = m\angle H = 64^\circ$ لأنّ $\angle E \cong \angle H$

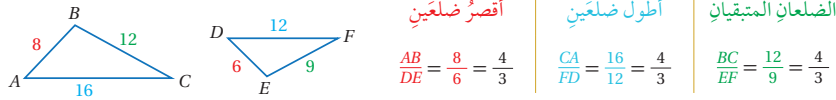
المثلثان $\Delta CDE \sim \Delta KGH$ وفق المسلمة AA.

(4) قياسات زوايا المثلث الصغير $62^\circ, 59^\circ, 59^\circ$

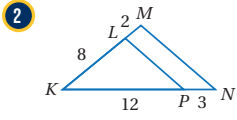
قياسات زوايا المثلث الكبير $68^\circ, 68^\circ, 44^\circ$

لا يوجد أزواج زوايا متطابقة. المثلثان غير متشابهين.

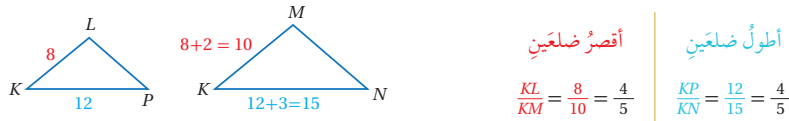
الوحدة 7



بما أن النسب جميعها متساوية، إذن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ وفق نظرية التشابه (SSS).

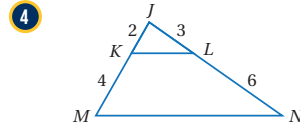
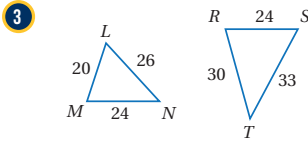


بما أن $\angle K$ مشتركة بين المثلثين، إذن أجد النسبة بين طولَي زوجي الأضلاع المتقابلة اللذين يحصران $\angle K$ في المثلثين.



بما أن طولَي الضلعين اللذين يحصران $\angle K$ في $\triangle KLP$ متناسبان مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في $\triangle KMN$ ، إذن $\triangle KLP \sim \triangle KMN$ وفق نظرية التشابه (SAS).

✓ **أنتحقق من فهمي:** أنظر الهامش.



يمكنني استعمال مسلمة التشابه ونظريته في إثبات تشابه مثلثين.

تنوع التعليم

إن استعمال الألوان عند توضيح أزواج الأضلاع والزوايا المتناظرة في المثلثين المتشابهين، يساعد الطلبة على تحديد علاقات التناسب بين أطوال الأضلاع وكتابتها كتابة صحيحة، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة الإجابة عن السؤال الآتي:
« أيّ العبارتين الآتيتين صحيحة دائماً؟ أبرر إجابتي.
• كلّ مثلثين متطابقين متشابهان.
• صحيحة دائماً؛ لأن جميع الزوايا المتناظرة متطابقة وهذا شرط كافٍ للتشابه. ولأن جميع الأضلاع المتناظرة متطابقة فهي بذلك تكون بالضرورة متناسبة.
• كلّ مثلثين متشابهين متطابقان.
• غير صحيحة دائماً؛ لأن تشابه المثلثين يضمن تطابق الزوايا المتناظرة ولكنه لا يضمن تطابق الأضلاع المتناظرة وتكون الأضلاع المتناظرة متناسبة.

إجابات - (أنتحقق من فهمي 2):

(3) النسبة بين أقصر ضلعين $\frac{5}{6}$ ، أطول ضلعين $\frac{26}{33}$ ، الضلعان الباقيان $\frac{4}{5}$.

لا يوجد تشابه بين المثلثين.

(4) النسبة بين أقصر ضلعين $\frac{1}{3}$ ، أطول ضلعين $\frac{1}{3}$ ، الزاوية J مشتركة بين المثلثين ومحصورة بين الضلعين المتناسبين. المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SAS.

مثال 3

- أناقش حلّ المثال 3 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان ذي العمودين، فأدوّن في الجدول العبارات، وأطلب إلى بعض الطلبة كتابة المبررات.

إرشاد: في الخطوة 3 من الإثبات، يُمكن استعمال تطابق الزاويتين: $\angle R, \angle T$ (زاويتان متبادلتان داخلياً).

توسعة: أطلب إلى الطلبة حلّ المثال باستعمال البرهان السهمي.

مثال 4

- أذكر الطلبة بخاصية الضرب التبادلي عن طريق تقديم مثال عددي، مثل:

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Rightarrow 3 \times 15 = 5 \times 9$$

- أناقش مع الطلبة حلّ المثال 4، وأؤكد أهمية الدقة في تحديد الأضلاع المتناظرة لكتابة التناسب بصورة صحيحة.

أخطاء شائعة!

قد يُخطئ بعض الطلبة عند كتابة التناسب في المثال 4 على الصورة:

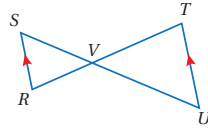
$$\frac{4}{12} = \frac{2x+4}{x-1}$$

بسبب عدم الدقة في تحديد الأضلاع المتناظرة، ولعلاج ذلك أستعمل عبارات، مثل: طول الضلع الأقصر في المثلث الأول مقسوماً على طول الضلع الأقصر في المثلث الثاني، عند كتابة التناسب، أو طول الوتر في المثلث الأول مقسوماً على طول الوتر في المثلث الثاني (في حالة وجود مثلثين قائمي الزاوية).

إرشاد: أوضح للطلبة أنه يمكن استعمال التناسب الآتي لحلّ المثال 4، وأطلب إليهم تبرير ذلك:

$$\frac{4}{x-1} = \frac{12}{2x+4}$$

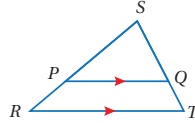
مثال 3



أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور، لأثبت أن $\Delta SVR \sim \Delta UVT$ باستعمال البرهان ذي العمودين.

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان في الرأس.	$\angle SVR \cong \angle UVT$ (1)
(2) معطى.	$\overline{SR} \parallel \overline{UT}$ (2)
(3) زاويتان متبادلتان داخلياً.	$\angle S \cong \angle U$ (3)
(4) مسلّمة التشابه (AA).	$\Delta SVR \sim \Delta UVT$ (4)

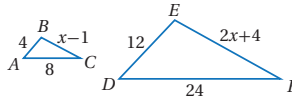
أتحقّق من فهمي:



أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل المجاور، لأثبت أن $\Delta SPQ \sim \Delta SRT$ باستعمال البرهان السهمي. أنظر الهامش.

يمكنني استعمال تشابه المثلثات في إيجاد قياسات مجهولة.

مثال 4

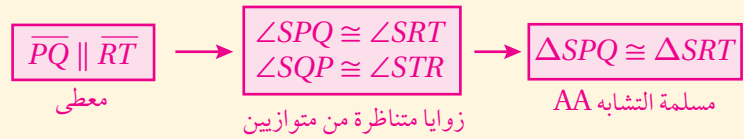


أجد قيمة x التي تجعل $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

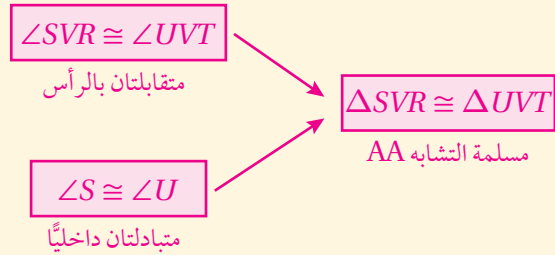
الخطوة 1 أجد قيمة x التي تجعل أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة:

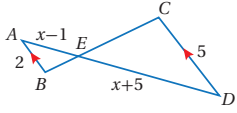
$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$	أكتب التناسب
$\frac{4}{12} = \frac{x-1}{2x+4}$	أعوّض
$4(2x+4) = 12(x-1)$	بالضرب التبادلي
$8x+16 = 12x-12$	خاصية التوزيع
$-4x+16 = -12$	أطرح $12x$ من طرفي المعادلة
$-4x = -28$	أطرح 16 من طرفي المعادلة
$x = 7$	أقسم طرفي المعادلة على -4

إجابة - (أتحقّق من فهمي 3):



إجابة - (توسعة):

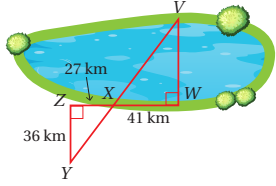




أنتحقق من فهمي:

أجد قيمة x التي تجعل $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ $x = 5$

يمكن استعمال تشابه المثلثات في بعض التطبيقات الحياتية.



بحيرة: يريد مساح قياس عرض بحيرة باستعمال تقنية المسح المبيّنة في الشكل المجاور. أجد عرض البحيرة (VW).

الخطوة 1 أثبت أن $\triangle YZX \sim \triangle VWX$

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان في الرأس.	$\angle ZXY \cong \angle VWX$ (1)
(2) زاويتان قائمتان.	$\angle Z \cong \angle W$ (2)
(3) مسلّمة التشابه (AA).	$\triangle YZX \sim \triangle VWX$ (3)

الخطوة 2 أجد عرض البحيرة (VW)

بما أن $\triangle YZX \sim \triangle VWX$ ، فيمكن استعمال التناسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة لإيجاد عرض البحيرة.

أفترض أن $x = VW$

أكتب التناسب

$$\frac{YZ}{VW} = \frac{ZX}{WX}$$

أعوّض

$$\frac{36}{x} = \frac{27}{41}$$

بالضرب التبادلي

$$27x = 1476$$

أستعمل الآلة الحاسبة

$$x \approx 54.7$$

إذن، عرض البحيرة يساوي 54.7 km تقريبًا.

- أيبين للطلبة أن لتشابه المثلثات تطبيقات حياتية عدّة، وأذكر لهم بعضها.
- أناقش مع الطلبة خطوات حلّ المثال 5 على اللوح، وأؤكد لهم أنه للاستفادة من تشابه المثلثين: $\triangle YZX, \triangle VWX$ وكتابة التناسب، لا بُدّ من إثبات التشابه أولاً.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أهمية تحديد حالة التشابه المناسبة بناءً على معطيات السؤال.

مثال إضافي:

« في مثال 5، أجد XV بطريقتين مختلفتين.

الطريقة 1: بعد إيجاد VW من تشابه المثلثين، أستعمل نظرية فيثاغورس، فيكون: $XV \approx 68.4$ km.

الطريقة 2: أستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد XY ، حيث: $XY = 45$ km، ثم أستعمل التناسب:

$$\frac{XV}{45} = \frac{41}{27} \Rightarrow XV \approx 68.3 \text{ km}$$

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 6) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد للطلبة أهمية المحافظة على الثروة المائية، وأطلب إليهم إعداد تقرير عن أهم مصادر المياه الموجودة في الأردن.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أندرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

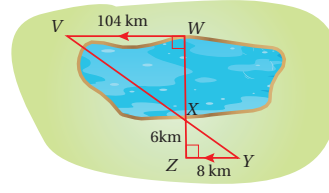
- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 13 و 14
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 12 (أكتشف الخطأ)، ألقت انتباه الطلبة إلى تحديد الأضلاع المتناظرة في المثلثين.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 7, 8, 12 كتاب التمارين: (1 - 3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 8, 10, 12 كتاب التمارين: (4 - 11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 13) كتاب التمارين: (12 - 14)

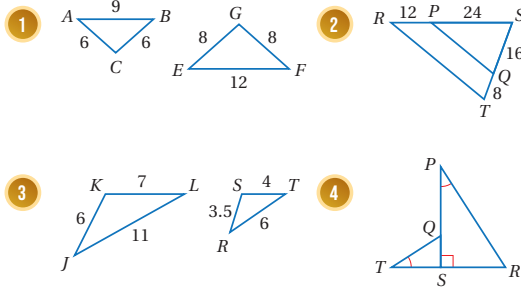


أتدقق من فهمي:

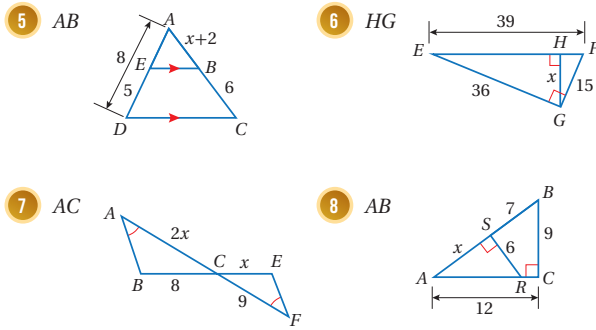
بيّن الشكل المجاور طريقةً أخرى لقياس عرض البحيرات، أجدّ عرض البحيرة WX فيه.
أنظر الهامش.

أندرب وأحلّ المسائل

أحدّد ما إذا كان كلّ مثلثين ممّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فأكتب عبارة التشابه، وأبرّر إجابتي. (1-8) أنظر ملحق الإجابات.



أثبت أنّ كلّ مثلثين ممّا يأتي متشابهان، ثمّ أجدّ الطول المطلوب:



104

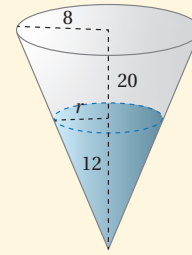
إجابة - (أتدقق من فهمي 5):

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle Z \cong \angle W$ قائمتان
(2) الزاويتان متبادلتان داخلياً من متوازيين.	(2) $\angle Y \cong \angle V$
(3) مسلّمة التشابه AA	(3) $\triangle VWX \sim \triangle YZX$

WX = 78 km

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:



« في الشكل المجاور يظهر قُمع على شكل مخروط قائم ارتفاعه 20 cm، وطول نصف قطر قاعدته الدائرية 8 cm، وفيه سائل ارتفاعه 12 cm، أجد قيمة r .

$$r = 4.8 \text{ cm}$$

نشاط التكنولوجيا:

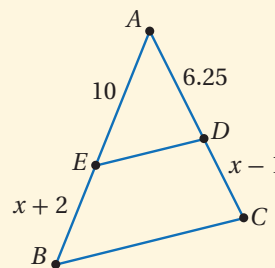
أوجّه الطلبة للبحث في الإنترنت عن بعض تطبيقات تشابه المثلثات في الحياة، وكتابة تقرير مدعم بالصور لتلك التطبيقات، وأؤكد ضرورة توثيق مصادر المعلومات والصور.

تعليمات المشروع:

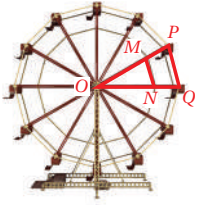
- أوجّه الطلبة إلى تنفيذ الخطوة 6 من خطوات المشروع، برسم مثلثين باستعمال أداة المنساح، وإيجاد النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين، واستعمال المنقلة لقياس الزوايا فيهما، والتحقق من تطابق كل زاويتين متناظرتين.

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« في الشكل المجاور إذا علمت أن $\Delta ABC \sim \Delta AED$ ، فأجد كلاً من: EB و DC .



$$EB = 8, DC = 5$$



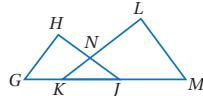
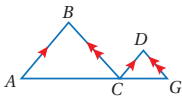
عجلة دوارة: يبين الشكل المجاور عجلة دوارة، فإذا علمت أن $MP = NQ = 1.5 \text{ m}$ ، وأن $\Delta OPQ \sim \Delta OMN$ ، فأبين ما إذا كان $\Delta OMN \sim \Delta OPQ$ أم لا.

العبارات
(1) $\frac{OP}{OM} = \frac{4.5}{3} = 1.5$
(2) $\frac{OQ}{ON} = \frac{4.5}{3} = 1.5$
(3) $\angle O$ مشتركة ومحصورة بين ضلعين متناسبين.
(4) $\Delta OPQ \sim \Delta OMN$ بنظرية التشابه SAS

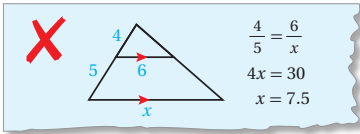
إرشاد

يمكنني إعادة رسم الشكل وفصل المثلثات المتداخلة؛ لتسهيل الإثبات.

11 أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل الآتي لأثبت أن $AB \times CG = CD \times AC$ باستعمال البرهان السهلي. أنظر الهامش.



12 أكتشف الخطأ: أنظر الحل الآتي، واكتشف الخطأ في إيجاد قيمة x ، وأصححهُ.



$$\frac{4}{5} = \frac{6}{x}$$

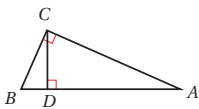
$$4x = 30$$

$$x = 7.5$$

مهارات التفكير العليا

12 الخطأ: لم يكن التناسب بين أضلاع متناظرة في المثلثين المتشابهين.

الصحيح $\frac{4}{9} = \frac{6}{x}$ ، ومنه $x = 13.5$



13 تحدّد: أجد في الشكل المجاور ثلاثة مثلثات متشابهة، ثم أكتب ثلاث جمل تشابه بين المثلثات، وأثبتها جميعها.

$\Delta ACB \sim \Delta ADC \sim \Delta CDB$ ، التشابه بمسألة AA بين كل مثلثين. أنظر إثبات الطلبة.

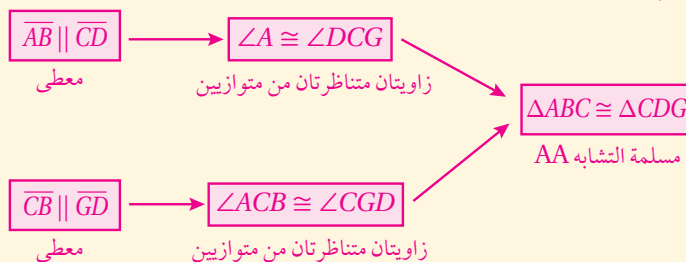
14 أكتب كيف أجد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابات - (أندرب وأحل المسائل):

(10)

العبارات	المبررات
(1) $\angle GJH \cong \angle MKL$	(1) زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين KNJ
(2) $\angle H \cong \angle L$	(2) معطى.
(3) $\Delta GHJ \sim \Delta MLK$	(3) مسألة التشابه AA

(11)



من التشابه $\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CG}$ ، ومنه $AB \times CG = CD \times AC$

نتائج الدرس:

- تعرّف مفهوم التمدد (التكبير أو التصغير) للمضلعات.
- إيجاد معامل التمدد k ، بحالتيه: التصغير عندما $0 < k < 1$ ، والتكبير عندما $k > 1$.
- إيجاد صورة النقطة $P(x, y)$ في المستوى الإحداثي الناتجة من تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله $k > 0$.
- إيجاد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله $k < 0$.
- تحديد العلاقة بين التمدد عندما $k < 0$ والتدوير بزاوية 180° حول مركز التمدد.

نتائج التعلّم القبلي:

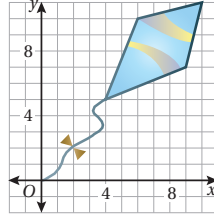
- تعيين نقطة في المستوى الإحداثي.
- رسم مضلع عُلِمَت رؤوسه في المستوى الإحداثي.
- رسم شكل تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تمدد شكل مرسوم تحت تأثير تمدد بمعامل صحيح موجب.
- تدوير مضلع بزاوية 180° حول نقطة الأصل.
- استعمال نظرية فيثاغورس لحساب طول ضلع في مثلث قائم الزاوية.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

- أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

أستكشفُ



صمّمت رزان الطائرة الورقية المجاورة على المستوى الإحداثي، وتريد إعادة رسم هذه الطائرة تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.5 ما إحداثيات الطائرة بعد التكبير؟

فكرة الدرس

أرسم صورة لمضلع ناتجة عن تمدد في المستوى الإحداثي.

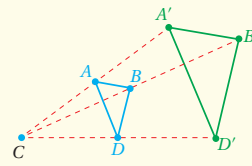
المصطلحات

التمدّد، مركز التمدّد، معامل التمدّد، التكبير، التصغير.

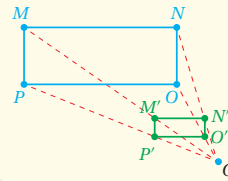
التمدّد (dilation) هو تحويل هندسيّ يكبّر الشكل أو يصغّره من نقطة ثابتة C تُسمى **مركز التمدّد (center of dilation)** ونسبة محدّدة تُسمى **معامل التمدّد (scale factor of dilation)** وقيمتُه k ، وهو نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصليّ.

التمدّد

مفهوم أساسي



- إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k حيث $k \neq 1$ و $k > 1$ فإن التمدد **تكبير (enlargement)**.



- إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k حيث $k \neq 1$ و $0 < k < 1$ فإن التمدد **تصغير (reduction)**.

التهيئة

1

- أوّزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 12: التطابق والتكبير.
- أطلب إلى المجموعات التعاون على الإجابة عن السؤال في ورقة العمل.
- أتجوّل بين مجموعات الطلبة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة.
- أختار إحدى المجموعات التي أنهت الحلّ بصورة صحيحة، وأطلب إليهم عرض الحلّ أمام باقي الصف.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:
 - « هل سبق أن صنعت بيدك طائرة ورقية؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**
 - « ما إحدائيات رؤوس الطائرة الورقية التي صممتها رزان على المستوى الإحداثي؟ **(4, 5), (6, 10), (10, 11), (9, 7)**
 - « ما إحدائيات رؤوس الطائرة بعد التكبير الذي تريده رزان؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- ناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

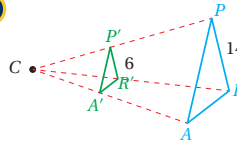
- أرسم على اللوح الشكل المُعطى في الفرع 1 من المثال 1 باستعمال لونين مختلفين للمثلثين، ثم أوجّه للطلبة السؤال الآتي:
 - « أيّ المثلثين أكبر؛ المثلث الأزرق (الأصلي) أم المثلث الأخضر (الصورة)؟ **المثلث الأزرق (الأصلي).**
- أوضّح للطلبة أن الشكل الأصلي (المثلث الأزرق) صُغّر إلى الشكل الجديد (المثلث الأخضر) تحت تأثير التمدد الذي مركزه النقطة C.
 - أطلب إلى الطلبة حساب النسبة $PR : P'R'$ ، أي: $\frac{P'R'}{PR}$
 - أسأل الطلبة:
 - « هل النسبة $\frac{P'R'}{PR}$ أقل أم أكبر من 1؟ **أقل من 1**
 - أطلب إلى الطلبة التعبير عمّا استنتجوه ممّا سبق بلغتهم الخاصة.
- أكرّر الإجراءات السابقة للفرع 2 من المثال 1، وبعد حساب النسبة $AP : A'P'$ ، (أي: $\frac{A'P'}{AP}$)، أوضّح للطلبة أنّ الشكل الرباعي (الأصلي: ONAP) تحت تأثير التمدد الذي مركزه النقطة C، كُبر إلى الشكل الرباعي (الصورة: $O'N'A'P'$).
 - أسأل الطلبة:
 - « هل النسبة $\frac{A'P'}{AP}$ أقل أم أكبر من 1؟ **أكبر من 1**
 - أطلب إلى الطلبة التعبير عمّا استنتجوه ممّا سبق بلغتهم الخاصة.
 - ناقش مع الطلبة الاستنتاجات التي توصلوا إليها عن طريق حلّ المثال، ثمّ أوضّح لهم المصطلحات والمفاهيم الآتية: التمدد، مركز التمدد، معامل التمدد.
 - أدوّن على إحدى زوايا اللوح ملخصاً للمفهوم الأساسي الوارد في كتاب الطالب بطريقة مميزة، ومدعمة برسم مناسب.

الوحدة 7

مثال 1

أجد معامل التمدد في كل مما يأتي، ثم أحدد ما إذا كان التمدد تكبيراً أم تصغيراً:

1

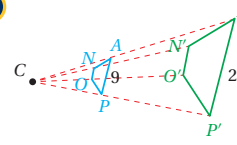


لإيجاد معامل التمدد أجد نسبة طول أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي.

$$\frac{P'R'}{PR} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

إذن، معامل التمدد $k = \frac{3}{7}$ ، وبما أن $0 < k < 1$ فإن التمدد يُعدُّ تصغيراً.

2



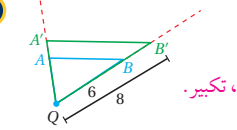
لإيجاد معامل التمدد أجد نسبة طول أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي.

$$\frac{A'P'}{AP} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

إذن، معامل التمدد $k = \frac{8}{3}$ ، وبما أن $k > 1$ فإن التمدد يُعدُّ تكبيراً.

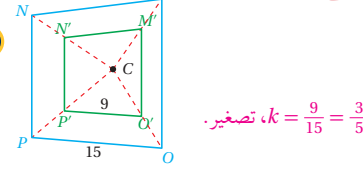
✓ **أتحقق من فهمي:**

3



$$k = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

4

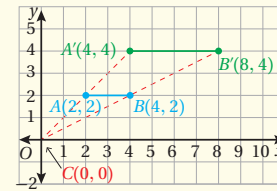


$$k = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

يمكن إيجاد صورة النقطة $P(x, y)$ في المستوى الإحداثي الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله k بضرب إحداثيي النقطة P بمعامل التمدد k .

التمدد في المستوى الإحداثي ومركزه نقطة الأصل

مفهوم أساسي



• **بالكلمات:** لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ضرب الإحداثيين x و y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل التمدد k .

• **بالرموز:** $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

إرشادات:

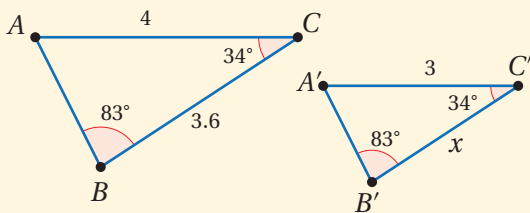
- أوجه الطلبة في حصة سابقة إلى تجهيز لوح صغير لكل منهم مصنوع من طبق كرتون مقوى ومغلف بلاصق شفاف، بحيث يُمثل المستوى الإحداثي؛ تسهياً لتنفيذ إجراءات الرسم خلال الدرس.
- ألقت انتباه الطلبة إلى أن مصطلح (تمدد) لا يعني بالضرورة تكبير الشكل الهندسي، وأن تكبيره أو تصغيره يعتمد على قيمة معامل التمدد.
- أوكد للطلبة أن معامل التمدد هو النسبة التي تنتج من قسمة طول ضلع في الصورة على طول الضلع المناظر في الشكل الأصلي.

تنوع التعليم

يُفضّل استعمال اللون الأزرق للشكل الأصلي، واللون الأخضر للصورة عند تقديم مفهوم التمدد للطلبة تماشياً مع كتاب الطالب، لِمَا لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيل التمدد، وبخاصة أولئك الذين يتمتعون بذكاء بصري.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، أبين أن المثلثين متشابهان، ثم أجد معامل تمدد ΔABC إلى $\Delta A'B'C'$ ، ثم أجد قيمة x .



يتشابه المثلثان بالمسألة (AA)، $k = 0.75$ ، $x = 2.7$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكل من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

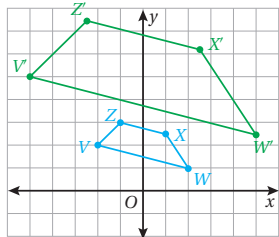
التقويم التكويني

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

1 إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $VZXW$ هي: $V(-2, 2)$, $Z(-1, 3)$, $X(1, 2.5)$, $W(2, 1)$. أمثل بيانياً $VZXW$ وصورتها الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله 2.5

1 الخطوة أضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد 2.5

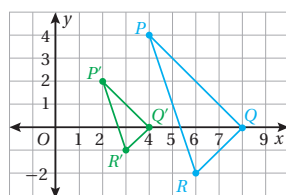


الشكل الأصلي	الصورة
(x, y)	$(2.5x, 2.5y)$
$V(-2, 2)$	$V'(-5, 5)$
$Z(-1, 3)$	$Z'(-2.5, 7.5)$
$X(1, 2.5)$	$X'(2.5, 6.25)$
$W(2, 1)$	$W'(5, 2.5)$

2 الخطوة أمثل بيانياً $VZXW$ وصورتها $V'Z'X'W'$

2 إحداثيات رؤوس ΔPQR هي: $P(4, 4)$, $Q(8, 0)$, $R(6, -2)$. أمثل بيانياً ΔPQR وصورتها الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله $\frac{1}{2}$

1 الخطوة أضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد $\frac{1}{2}$



الشكل الأصلي	الصورة
(x, y)	$(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$
$P(4, 4)$	$P'(2, 2)$
$Q(8, 0)$	$Q'(4, 0)$
$R(6, -2)$	$R'(3, -1)$

2 الخطوة أمثل بيانياً ΔPQR وصورتها $\Delta P'Q'R'$

تحقق من فهمي:

3 إحداثيات رؤوس ΔABC هي: $A(2, 1)$, $B(4, 1)$, $C(4, -1)$. أمثل بيانياً ΔABC وصورتها الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله 1.5. أنظر الهامش.

4 إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $KLMN$ هي: $K(-3, 6)$, $L(0, 6)$, $M(3, 3)$, $N(-3, -3)$. أمثل بيانياً $KLMN$ وصورتها الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله $\frac{1}{3}$. أنظر الهامش. إرشاد: أستمع لأوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التاريخ.

• أقدم المفهوم الأساسي للتمدد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، بتنفيذ الإجراءات الآتية:

« أطلب إلى الطلبة رسم القطعة المستقيمة AB حيث $A(2, 2)$, $B(4, 2)$ في المستوى الإحداثي.

« أطلب إليهم إيجاد إحداثيات النقطتين: $A' = 2A$, $B' = 2B$ وتمثيلهما على المستوى الإحداثي نفسه.

« أطلب إليهم التوصيل بين نقطة الأصل والنقطتين A, A' ، والتوصيل بين نقطة الأصل والنقطتين B, B' .

« أطلب إليهم إيجاد طول كل من القطعتين المستقيمتين \overline{AB} و $\overline{A'B'}$.

« أطلب إلى الطلبة التعبير عما استنتجوه مما سبق بلغتهم الخاصة.

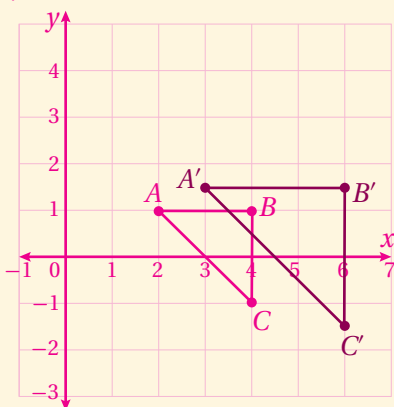
• أناقش الطلبة في استنتاجاتهم، ثم أدون على إحدى زوايا اللوح مفهوم التمدد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي بالكلمات والرموز.

• أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأؤكد أن معامل التمدد 2.5، يدلّ على التكبير؛ لأنه أكبر من 1.

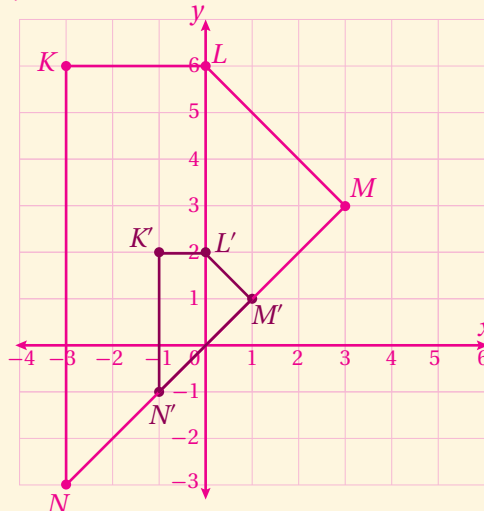
• أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأؤكد أن معامل التمدد $\frac{1}{2}$ يدلّ على التصغير؛ لأنه يقع بين 0 و 1.

إجابة - (تحقق من فهمي 2):

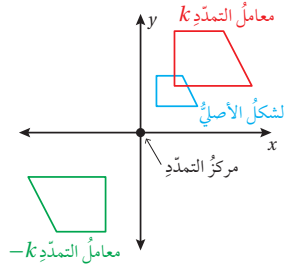
2)



3)



الوحدة 7



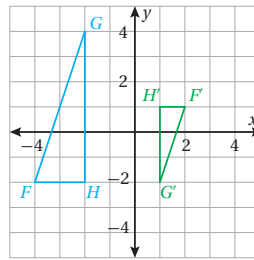
تعلمت في المثال السابق كيف أجد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله موجب ($k > 0$)، ويمكن أيضًا إيجاد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله سالب ($k < 0$) باستعمال القاعدة نفسها.

إنّ تمدد الشكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير معامل تمدد قيمته $(-k)$ حيث k عدد موجب ومركزه نقطة الأصل، هو نفسه تمدد الشكل تحت تأثير تمدد معاملته k متبوعًا بدوران مقدار 180°

مثال 3

إحداثيات رؤوس $\triangle FGH$ هي: $F(-4, -2)$, $G(-2, 4)$, $H(-2, -2)$. أمثل بيانيًا $\triangle FGH$ وصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله $-\frac{1}{2}$

الخطوة 1 أضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد $-\frac{1}{2}$



الشكل الأصلي	الصورة
(x, y)	$(-\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y)$
$F(-4, -2)$	$F'(2, 1)$
$G(-2, 4)$	$G'(1, -2)$
$H(-2, -2)$	$H'(1, 1)$

الخطوة 2 أمثل بيانيًا $\triangle FGH$ وصورة $\triangle F'G'H'$

أتحقق من فهمي:

إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ هي: $P(1, 2)$, $Q(3, 1)$, $R(1, -3)$. أمثل بيانيًا $\triangle PQR$ وصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله -2 . أنظر الهامش.

إرشاد: أستمع أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التارين.

109

مثال 3

أخبر الطلبة أن الصورة في المثالين (1) و (2) السابقين نتجت من معامل تمدد موجب، ثم أوجه لهم السؤال الآتي:

« ماذا يحدث للشكل إذا كان معامل التمدد عددًا سالبًا؟ ستختلف إجابات الطلبة.

أوضح للطلبة أنه في المستوى الإحداثي، إذا كان مركز التمدد نقطة الأصل، وكان معامل التمدد هو $(-k)$ ، فإن ذلك يكافئ تمددًا معاملته $(+k)$ متبوعًا بدوران مقداره 180° حول نقطة الأصل (مركز التمدد).

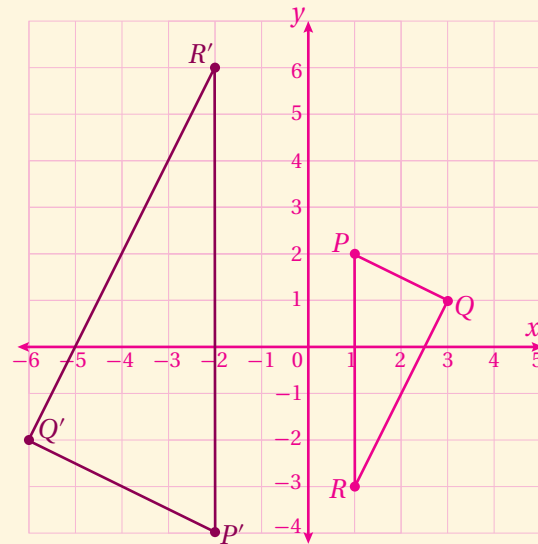
أناقش الطلبة بخطوتي حل المثال 3، وأوضح لهم تأثير معامل التمدد $(-\frac{1}{2})$.

إرشاد:

أوضح للطلبة أنه عند ضرب مسقطي نقطة في المستوى الإحداثي بعدد سالب، يتغير موقع النقطة في أرباع المستوى الإحداثي بصورة تدوير بزواوية 180°

مثال: عند ضرب النقطة $(2, 3)$ التي تقع في الربع الأول بالعدد -1 ، فإن النقطة الناتجة $(-2, -3)$ تقع في الربع الثالث، وكأننا عملنا دورانًا للنقطة $(2, 3)$ مقداره 180°

إجابة - (أتحقق من فهمي 3):



أُتدَرَّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدَرَّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1, 2, 5, 7, 8) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أُتدَرَّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

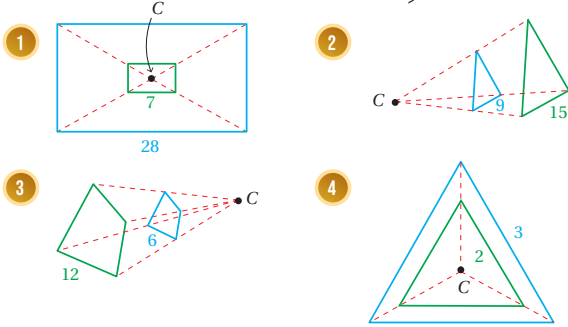
مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (11 - 13).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 12 (تحدّ)، أذكر الطلبة بأنّ معامل التمدّد عندما يكون أكبر من 1 ($k > 1$) فإنّه يدلّ على حصول تكبير للمثلث الأصلي.

أُتدَرَّب وأحلّ المسائل

إذا كان الشكل باللون الأخضر صورةً للشكل باللون الأزرق تحت تأثير تمدّد مركزه C ، فأجدّ معامل التمدّد في كلِّ ممّا يأتي، ثمّ أحدّد ما إذا كان التمدّد تكبيراً أمّ تصغيراً، وأجدّ قيمة المتغيّر:



(1) $k = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ تصغير.

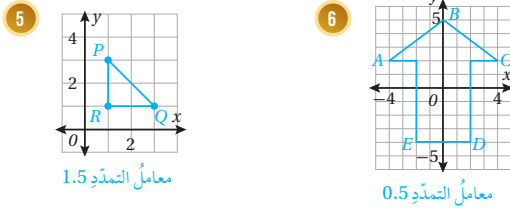
(2) $k = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$ تكبير.

(3) $k = \frac{12}{6} = 2$ تكبير.

(4) $k = \frac{3}{2}$ تكبير.

أنسخُ كلّ مضلعٍ ممّا يأتي على ورقةٍ مربعةٍ، ثمّ أرسّمُ صورةً له تحت تأثير تمدّد مركزه نقطةً الأصلي، باستعمالِ معاملِ التمدّد المعطى أسفله:

(5-10) أنظر ملحق الإجابات.



معامل التمدّد 1.5

معامل التمدّد 0.5

أمثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثمّ أمثل صورته الناتجة عن تمدّد مركزه نقطةً الأصلي ومعامله العدد k المحدّد في كلِّ من المسائل الآتية:

7 $B(-5, -10), C(-10, 15), D(0, 5); k = \frac{1}{5}$

8 $L(0, 0), M(-4, 1), N(-3, -6); k = -4$

9 $W(8, -2), X(6, 0), Y(-6, 4), Z(-2, 2); k = -\frac{1}{2}$

10 $X(-1, 2), Y(2, 1), Z(-1, -3); k = \frac{7}{2}$

الواجب المنزلي:

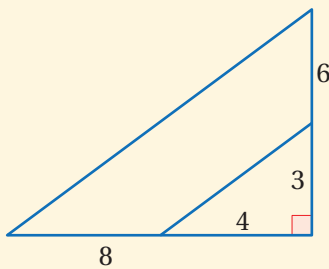
أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 3, 4, 6 كتاب التمارين: 9, (1 - 5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 4, (6 - 8), 11 كتاب التمارين: (6 - 10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 4, 6, (10 - 13) كتاب التمارين: 3, 6, 7, 10, 11

البحث وحلّ المسائل:

• أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

« أراد مزارع تجريب زراعة نوع من بذور القمح المحسّنة، فخصّص لذلك جزءاً على شكل مثلث قائم الزاوية من أرضه طولاً ضلعي الزاوية القائمة: 3 m، 4 m، وبعد نجاح تجربته وإنتاج نوعية أفضل من القمح، قرّر إجراء تمديد لضلعي الزاوية القائمة في المثلث بحيث تصبح: 6 m، 8 m، كما في الشكل الآتي؛ بهدف زيادة الكمية المنتجة من بذور القمح المحسّنة. أجد كلاً ممّا يأتي:



- 1 النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين. 2
- 2 النسبة بين محيطي المثلثين. 2
- 3 النسبة بين مساحتي المثلثين. 4
- 4 أدون ما ألاحظه. أنظر إجابات الطلبة.

نشاط التكنولوجيا:



أحفز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية

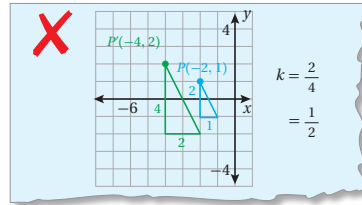
في إيجاد إحداثيات صورة النقطة (x, y) في المستوى الإحداثي الناتجة من تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله k .

تعليمات المشروع:

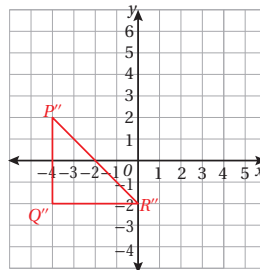
- أوّجّه الطلبة إلى تنفيذ الخطوة 7 من خطوات المشروع، والاستعداد لعرض أعمال المجموعات.
- أحدّد للطلبة حصّة معيّنة لعرض أعمال المجموعات وتقييمها باستعمال أداة سلم التقدير العددي.

مهارات التفكير العليا

11 **أكتشف الخطأ:** في الحلّ الآتي، أوجد سميّ معامل التمدد الذي يجعل المثلث الأخضر صورة للمثلث الأزرق تحت تأثير تمديد مركزه نقطة الأصل. أكتشف الخطأ في حلّه، وأصحّحه.



12 **تحّد:** المثلث المبيّن في الشكل الآتي هو صورة لمثلث تحت تأثير تحويلين هندسيين: تمديد معاملته 2 ومركزه نقطة الأصل، ثم انعكاس حول المحور y . أجد إحداثيات رؤوس المثلث الأصلي، وأبّر خطوات الحلّ.



13 **مسألة مفتوحة:** أرسم مضلعاً في المستوى الإحداثي، ثم أرسم تكبيراً وتصغيراً باختيار معامل ومركز تمديد مناسبين. أنظر إجابات الطلبة.

14 **أكتب:** كيف أجد صورة لمضلع في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمديد مركزه نقطة الأصل ومعاملته k ؟ أنظر إجابات الطلبة.

11 الخطأ أنه حسب نسبة طول أحد أضلاع الشكل الأصلي إلى طول الضلع المناظر له في الصورة، وعكس هذه النسبة هو الصحيح، أي: $k = \frac{4}{2} = 2$

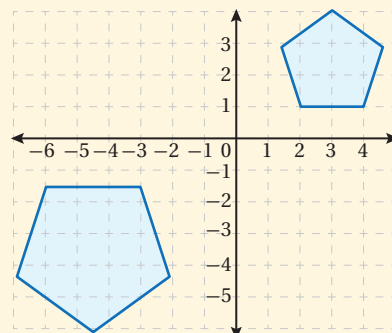
إرشاد

لإيجاد إحداثيات الشكل الأصلي، أجرى الانعكاس أولاً حول المحور y ، ثم التمدد.

12

الرؤوس قبل الانعكاس وبعد التمدد:
 $P'(4, 2)$, $Q'(4, -2)$, $R'(0, -2)$
 الرؤوس الأصلية:
 $P(2, 1)$, $Q(2, -1)$, $R(0, -1)$

- أوّجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« في الشكل المجاور، ما قيمة معامل التمدد الذي مركزه نقطة الأصل للخماسي المنتظم المرسوم في الربع الأول؟ -1.5

اختبار نهاية الوحدة

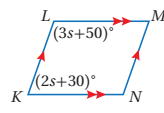
اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (1-4) فردياً، وأنجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أناقشهم جميعاً في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (5-21)، وأنجول بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثم أحدد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 5، أذكر الطلبة بأنه لإثبات أن شكلاً رباعياً هو متوازي أضلاع، يكفي إثبات أنه يوجد لهذا الشكل الرباعي زوج من ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين، أو إثبات أن كلّ ضلعين متقابلين متطابقان.
- في السؤال 7، يمكن حلّ السؤال بحلّ نظام مكوّن من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف أو بطريقة التعويض، بالاستفادة من مجموع قياسي الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- في السؤالين 14 و15، أذكر الطلبة بمسألة تشابه مثلثين (AA)، ونظيرتيه: (SSS)، و (SAS).

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكلّ مما يأتي:

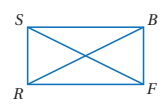


1 في $\square LMNK$ المجاور، ما قيمة s ؟

- a) 5 b) 20
c) 40 d) 70

2 تمثّل النقاط $(-2, 2)$, $(1, -6)$, $(8, 2)$ رؤوس متوازي أضلاع. أيّ النقاط الآتية تمثّل الرأس الرابع للمتوازي؟

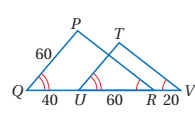
- a) (5, 6) b) (14, 3)
c) (11, -6) d) (8, -8)



3 بيّن الشكل المجاور المستطيل $RSBF$ ، إذا كان $SF = 2x + 15$

و $RB = 5x - 12$ ، فإن طول قطر المستطيل يساوي:

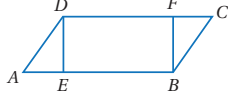
- a) 9 b) 1
c) 18 d) 33



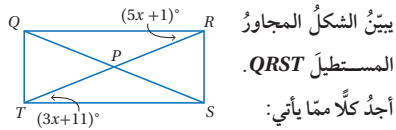
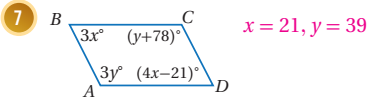
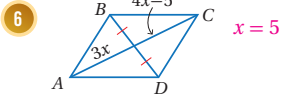
4 ما طول TU في الشكل المجاور؟

- a) 36 b) 90
c) 40 d) 48

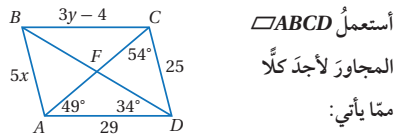
5 في الشكل الآتي، إذا كان $DFBE$ متوازي أضلاع، وكان $AE = CF = 5$ ، فأثبت أن $ADCB$ متوازي أضلاع باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر الهامش.



أجد قيمتي x و y اللتين تجعلان كلّ شكل رباعي ممّا يأتي متوازي أضلاع:



- 8 $x = 5$ 9 $m\angle RPS = 52^\circ$



- 10 $m\angle AFD = 97^\circ$ 11 $m\angle BCF = 49^\circ$

- 12 $y = 11$ 13 $x = 5$

إجابة - (اختبار نهاية الوحدة):

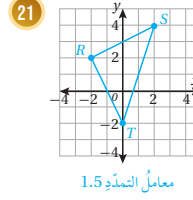
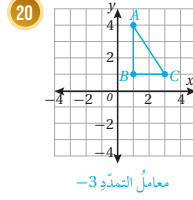
(5)

المبررات	العبارات
(1) تعريف متوازي الأضلاع.	(1) $\overline{DF} \parallel \overline{EB}$
(2) نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع.	(2) $DF = EB$
(3) معطى.	(3) $FC = AE$
(4) جمع الطرفين في البندين 2 و 3	(4) $DC = AB$
(5) \overline{DC} و \overline{AB} ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان في شكل رباعي.	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع

تدريب على الاختبارات الدولية

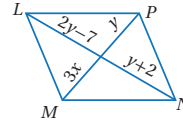
- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

أنسخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعات، ثم أرسم صورة له تحت تأثير تمديد مركزه نقطة الأصل، باستعمال معاملي التمديد المعطى أسفله: (20-21) أنظر ملحق الإجابات.



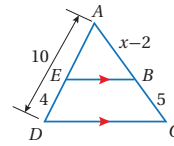
تدريب على الاختبارات الدولية

22 قيمة x التي تجعل الشكل الرباعي $MLPN$ متوازي أضلاع هي:



- a) 1 b) 3 c) 9 d) 27

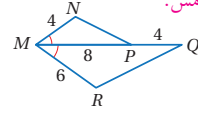
23 قيمة x في الشكل المجاور هي:



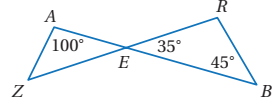
- a) 9.5 b) 5
c) 4 d) 6.5

أحدد ما إذا كان كل مثلثين مما يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك فأكتب عبارة التشابه، وأبرر إجابتي:

14 (14-15) أنظر الهامش.

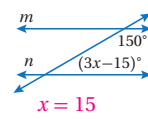


15



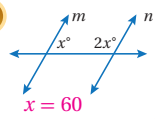
أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$ في كل مما يأتي:

16



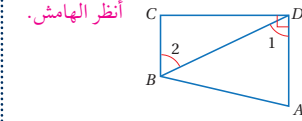
$$x = 15$$

17



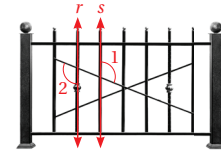
$$x = 60$$

18 أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لأثبت أن $BC \perp CD$ باستعمال البرهان السهمي.



19 سراج: بين الشكل الآتي سراجاً مكوناً من قطع

حديدية مرتبة باتجاهات مختلفة. إذا افترضت أن $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فهل المستقيمان r و s متوازيان؟ أبرر إجابتي.



نعم، متوازيان؛ لأن الزاويتين متطابقتان ومتبادلتان خارجياً.

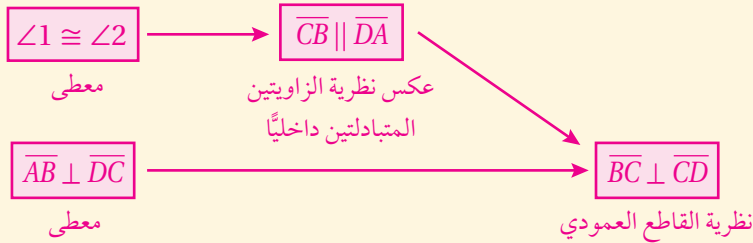
إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

15 قياسات زوايا المثلث الصغير $100^\circ, 45^\circ, 35^\circ$. قياسات

زوايا المثلث الكبير $100^\circ, 45^\circ, 35^\circ$. المثلثان متشابهان

بمسلمة التشابه AA، $\Delta AEZ \sim \Delta REB$.

18



العبارات
$\frac{MN}{MR} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (1)
$\frac{MP}{MQ} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (2)
$\angle NMP \cong \angle RMQ$ معطى. (3)
$\Delta NMP \sim \Delta RMQ$ بنظرية التشابه SAS. (4)

كتاب التمارين

الوحدة 7 الأشكال ثنائية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

إيجاد قياسات زوايا مجهولة باستعمال العلاقات بين الزوايا (الدرس 1)

8 أجد قيمة كل من a ، b ، و c في الشكل الآتي:

$a = 80^\circ$, $b = 65^\circ$, $c = 35^\circ$

9 $m\angle 1 = 75^\circ$, $m\angle 2 = 45^\circ$, $m\angle 3 = 30^\circ$

10 $m\angle 1 = 85^\circ$

11 $m\angle 2 = 35^\circ$, $m\angle 1 = 113^\circ$

12 $m\angle 1 = 55^\circ$, $m\angle 2 = 23^\circ$, $m\angle 3 = 63^\circ$

13 $m\angle 2 = 110^\circ$, $m\angle 1 = 40^\circ$

14 $m\angle 1 = 72^\circ$, $m\angle 2 = 68^\circ$, $m\angle 3 = 40^\circ$

22

الوحدة 7 الأشكال ثنائية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

إيجاد قياسات زوايا مجهولة باستعمال المستقيمات المتوازية والقاطع (الدرس 1)

أختبر معلوماتي بحل التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، أستعين بالمنال المُعطى.

مثال: في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 9 = 75^\circ$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

1 $m\angle 7 = 75^\circ$ 2 $m\angle 5 = 75^\circ$ 3 $m\angle 6 = 105^\circ$
 4 $m\angle 8 = 105^\circ$ 5 $m\angle 11 = 75^\circ$ 6 $m\angle 12 = 105^\circ$

مثال: في الشكل المجاور، إذا كان $m\angle 3 = 133^\circ$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $m\angle 5$
 $m\angle 5 = 133^\circ$ $\angle 5$ تبادل $\angle 3$ داخلياً

b) $m\angle 7$
 $m\angle 7 = 133^\circ$ $\angle 7$ تقابل بالرأس $\angle 5$

c) $m\angle 2$
 $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$ زاويتان على مستقيم
 $m\angle 2 + 133^\circ = 180^\circ$ أعوض $m\angle 3 = 133^\circ$
 $m\angle 2 = 47^\circ$ أطرح 133° من طرفي المعادلة

d) $m\angle 8$
 $m\angle 8 + m\angle 3 = 180^\circ$ زاويتان متحالفتان
 $m\angle 8 + 133^\circ = 180^\circ$ أعوض $m\angle 3 = 133^\circ$
 $m\angle 8 = 47^\circ$ أطرح 133° من طرفي المعادلة

21

الوحدة 7 الأشكال ثنائية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

استعمال التشابه لإيجاد قياسات مجهولة (الدرس 5)

أجد قيمة x في كل زوج من المضلعات المتشابهة الآتية:

17 $x = 10$

18 $x = 4.4$

مثال: في الشكل المجاور إذا كان $\triangle EDF \sim \triangle NMP$ ، فأجد قيمة x .

أكتب تناسباً
 $\frac{MP}{DF} = \frac{NP}{EF}$
 $\frac{24}{20} = \frac{30}{x}$
 بالضرب التبادلي
 $24x = 600$
 أقسم طرفي المعادلة على 24
 $x = 25$

أجد قيمة x في كل زوج من المضلعات المتشابهة الآتية:

19 $X(-36, 0)$ إحداثي الرأس X .

20 $A(0, 2)$ إحداثي الرأس A .

مثال: يبين الشكل المجاور المثلث $\triangle OAB$ وصورة $\triangle OCD$ الناتجة عن تكبير مركزه نقطة الأصل:

(a) أجد معامل التكبير.
 الطريقة 1: بما أن $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ فإن النسبة بين طولَي أي ضلعين متناظرين تساوي معامل التكبير: $\frac{OC}{OA} = \frac{4}{2} = 2$
 إذن، معامل التكبير 2

24

الوحدة 7 الأشكال ثنائية الأبعاد

أستعدّ لدراسة الوحدة

المضلعات المتشابهة (الدرس 5)

أكتب أزواج الزوايا المتناظرة، ثم أجد عامل المقياس لزوج المضلعات المتشابهة في كل مما يأتي:

15 $m\angle 4 = 30^\circ + 95^\circ + m\angle 4 = 180^\circ$
 $125^\circ + m\angle 4 = 180^\circ$
 $m\angle 4 = 55^\circ$

16 $m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$
 $m\angle 2 + 55^\circ = 180^\circ$
 $m\angle 2 = 125^\circ$

مثال: في الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle DEF$:

(1) أكتب أزواج الزوايا المتناظرة:
 $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$

(2) أجد عامل المقياس.
 لإيجاد عامل المقياس أجد النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين:
 $\frac{CB}{FE} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$
 إذن، عامل المقياس يساوي $\frac{4}{3}$

23

كتاب التمارين

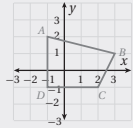
الأشكال ثنائية الأبعاد

الوحدة 7

أستعدّ لدراسة الوحدة

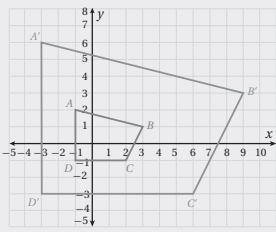
مثال: أرسّم المضلع $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(-1, 2)$, $B(3, 1)$, $C(2, -1)$, $D(-1, -1)$ في المستوى الإحداثي، ثم أرسّم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومُعامله 3.

الخطوة 1: أرسّم المضلع $ABCD$ في المستوى الإحداثي:



الخطوة 2:

أرسّم المضلع $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثي.



الخطوة 3: أرسّم المضلع $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثي.

إحداثيات رؤوس الشكل الأصلي	إحداثيات رؤوس الصورة
(x, y)	$(3x, 3y)$
$A(-1, 2)$	$A'(-3, 6)$
$B(3, 1)$	$B'(9, 3)$
$C(2, -1)$	$C'(6, -3)$
$D(-1, -1)$	$D'(-3, -3)$

26

الأشكال ثنائية الأبعاد

الوحدة 7

أستعدّ لدراسة الوحدة

الطريقة 2: أجد النسبة بين الإحداثي y للرأس C والإحداثي y للرأس A المناظر له: $\frac{y_c}{y_a} = \frac{4}{2} = 2$. إذن، معامل التكبير يساوي 2.

(b) أجد إحداثي الرأس D .

ينتج إحداثي الرأس D عن ضرب إحداثي الرأس B المناظر له في معامل التكبير:

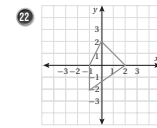
$$(3, 0) \rightarrow (3 \times 2, 0 \times 2) \rightarrow (6, 0)$$

إذن، $D(6, 0)$.

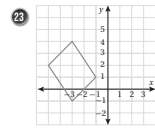
رسم شكل تحت تأثير تكبير (الدرس 6)

4: أرسّم $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(0, 2)$, $B(2, -1)$, $C(-2, -1)$ في المستوى الإحداثي، ثم أرسّم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومُعامله 4. (21-23) أنظر ملحق الإجابات.

أرسّم كل مضلع مما يأتي على ورقة مرّعات، ثم أرسّم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل، باستعمال معامل التكبير المعطى:



معامل التكبير 3

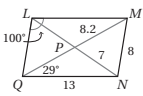


معامل التكبير 4

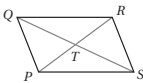
25

الدرس 2 متوازي الأضلاع

(1-8) أنظر ملحق الإجابات.



- 1 LM 2 LP 3 LQ 4 MQ
5 $m\angle LMN$ 6 $m\angle NQL$ 7 $m\angle LMN$ 8 $m\angle LMN$

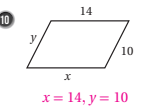


9 أجد قيم x و y من المتغيرين x و y في $PQRS$ المجاور إذا كانت:

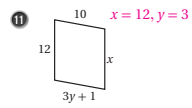
$$PT = x + 2, \quad TR = y, \quad QT = 2x, \quad TS = y + 3$$

$$x = 5, y = 7$$

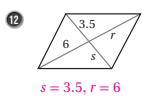
أجد قيم المتغيرات في كل من متوازيات الأضلاع الآتية:



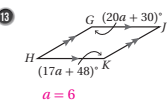
$$x = 14, y = 10$$



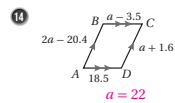
$$x = 12, y = 3$$



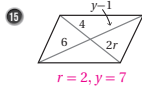
$$s = 3.5, r = 6$$



$$a = 6$$

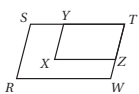


$$a = 22$$



$$r = 2, y = 7$$

11 في الشكل الآتي، إذا كان $RSTW$ و $XYZZ$ متوازيين أضلاع، فأثبت أن $\angle R \cong \angle X$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر ملحق الإجابات.



12 في الشكل الآتي $BCCG$ ، إذا كان $\overline{HD} \cong \overline{FD}$ فأثبت أن $\angle F \cong \angle GCB$ باستعمال البرهان ذي العمودين. أنظر ملحق الإجابات.

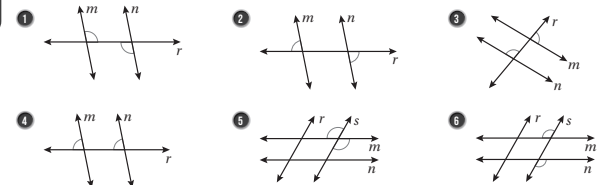


28

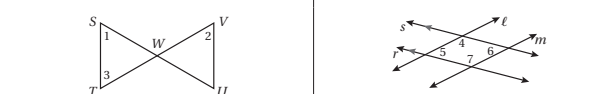
الدرس 1 إثبات توازي المستقيمات وتعامدها

التمارين ثنائية الأبعاد

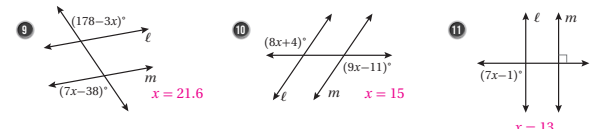
أحد ما إذا كانت المعلومات الواردة في كل شكل مما يأتي كافية لإثبات أن $m \parallel n$ ، وإن كانت كذلك فأستعملها لإثبات توازي المستقيمين: (1-8) أنظر ملحق الإجابات.



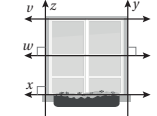
7 في الشكل الآتي، إذا كان $s \parallel r$ و $\angle 5 \cong \angle 6$ ، فأثبت أن $m \parallel n$ باستعمال البرهان ذي العمودين.



أجد قيمة x التي تجعل $m \parallel n$ في كل مما يأتي:



12 ناهضة: أجد أي المستقيمات في النافذة المجاورة متوازية. أبرز إجابتك باستعمال مسطرة أو نظرية. (أو عكس مسطرة الزاويتين المتناظرتين)



27

كتاب التمارين

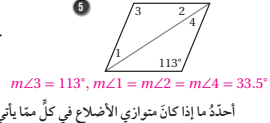
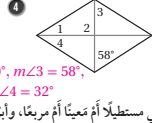
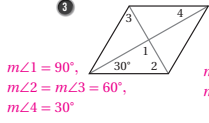
الدرس 4 حالات خاصة من متوازي الأضلاع

إذا كان $ABCD$ مستطيلاً، فأجد طول كل قطر من قطريه في الحالات الآتية:

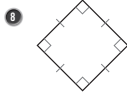
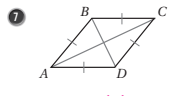
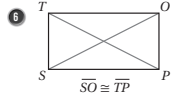
1 $AC = 2(x-3), BD = x + 5$ 16

2 $AC = 2(5a + 1), BD = 2(a + 9)$ 22

أجد قياسات الزوايا المرمّقة في كل معين ممّا يأتي:



أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع في كل ممّا يأتي مستطيلاً أم مربعاً، وأبرّر إجابتي:



مستطيل؛ لأن قطريه متطابقان.

معين؛ لأن أضلاعه متطابقة.

مربع؛ لأن أضلاعه متطابقة وزواياه قوائم.

في الشكل المجاور، إذا كان كلٌّ من $QRST$ و $QRTV$ معيناً، فاثبت أنّ $\Delta QRT \cong \Delta QRV$.

متطابق أضلاع. أنظر ملحق الإجابات.



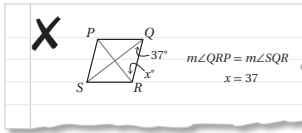
يبين الشكل المجاور المربع $XWZY$. إذا كان $WT = 3$ ، فأجد كلّ ممّا يأتي:

10 $m\angle WTZ = 90^\circ$

11 $m\angle WYZ = 45^\circ$

12 $ZX = 6$

13 $XY = 3\sqrt{2}$



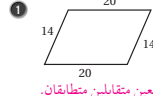
أكتشف الخطأ: أنظر الحلّ المجاور، واكتشف الخطأ الواردة فيه، وأصحّحه، علماً بأنّ $PQRS$ معين.

الخطأ أن الزاويتين غير متطابقتين، والصحيح أن مجموع قياسيهما يساوي 90° فتكون $x = 53^\circ$.

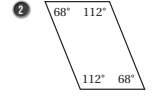
30

الدرس 3 تمييز متوازي الأضلاع

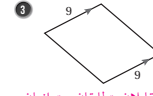
أحدّد النظرية التي يمكن استعمالها لإثبات أنّ الشكل الرباعيّ في كل ممّا يأتي متوازي أضلاع:



كل ضلعين متقابلين متطابقان.

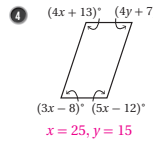


كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

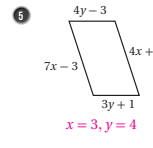


ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.

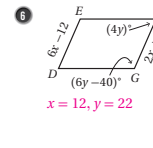
أجد قيمة x و y اللتين تجعلان كلّ شكلٍ رباعيّ ممّا يأتي متوازي أضلاع:



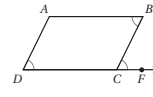
$x = 25, y = 15$



$x = 3, y = 4$



$x = 12, y = 22$

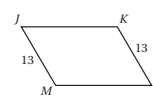


استعمل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور لكتابة برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبت أنّ الشكل الرباعيّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

أنظر ملحق الإجابات.

8 أمثل الروس $A(-5, -2), B(-3, 3), C(4, 3)$ في المستوى الإحداثي، ثمّ أحدّد إحداثيات الراس D الذي يجعل الشكل الرباعيّ $ABCD$ متوازي أضلاع، وأبرّر إجابتي. النقطة $D(2, -2)$.

الضلع AD أفقي، ميله يساوي صفراً وطوله يساوي 7 وحدات، وهو يطاق BC ويوازيه، فيكون الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.



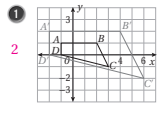
يقول عماد: إنّهُ يمكن إثبات أنّ الشكل الرباعيّ $JKLM$ متوازي أضلاع باستعمال عكسي نظرية الأضلاع المتطابقة في متوازي الأضلاع. أكتشف الخطأ في قول عماد.

الخطأ: لا توجد معلومات تفيد أنّ $JK = ML$ لتطبيق النظرية.

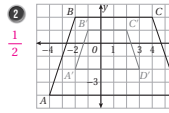
29

الدرس 6 التمدّد

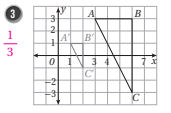
أجد معامل التمدّد في كل ممّا يأتي:



2



$\frac{1}{2}$

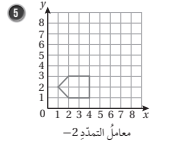


$\frac{1}{3}$

أنسخ كلّ مضلع ممّا يأتي على ورقة مربعة، ثمّ أرسم صورةً له تحت تأثير تمدّد مركزه نقطة الأصل، باستعمال المعامل التمدّد المعطى أسفله: (4-9) أنظر ملحق الإجابات.



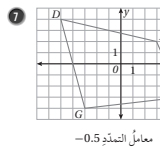
معامل التمدّد 3.5



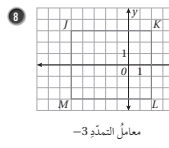
معامل التمدّد 0.5



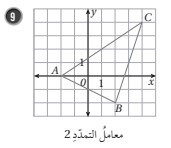
معامل التمدّد 0.5



معامل التمدّد -0.5



معامل التمدّد -3



معامل التمدّد 2

أمثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثمّ أمثل صورته الناتجة عن تمدّد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدّد في كلّ من المسألين الآتيين: (10, 11) أنظر ملحق الإجابات.

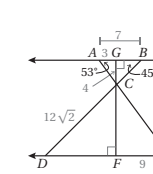
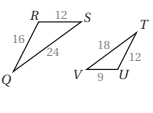
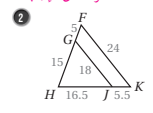
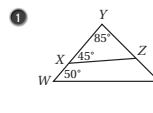
10 $X(6, -1), Y(-2, -4), Z(1, 2); k = 3$

11 $T(9, -3), U(6, 0), V(3, 9), W(0, 0); k = \frac{2}{3}$

32

الدرس 5 تشابه المثلثات

أحدّد ما إذا كان كلّ مثلثين ممّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كان كذلك فاكْتُب عبارة التشابه، وأبرّر إجابتي.



4 $\Delta CAG \sim \Delta CEF$

5 $\Delta ACB \sim \Delta ECD$

6 $m\angle ECD = 82^\circ$

7 $BC = 4\sqrt{2}$

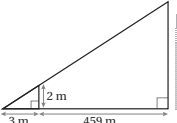
8 $\Delta DCF \sim \Delta BCG$

9 $m\angle ECF = 37^\circ$

10 $CF = 12$

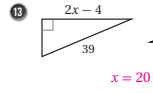
11 $DE = 21$

12 بَلِّغ: أجد ارتفاع البرج في الشكل الآتي باستعمال تشابه المثلثات.

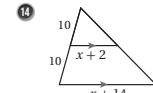


308 m

أجد قيمة المتغيّر x في كل زوج من أزواج المثلثات المتشابهة الآتية:

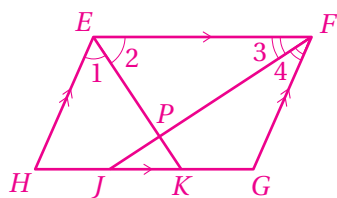


$x = 20$



$x = 10$

31

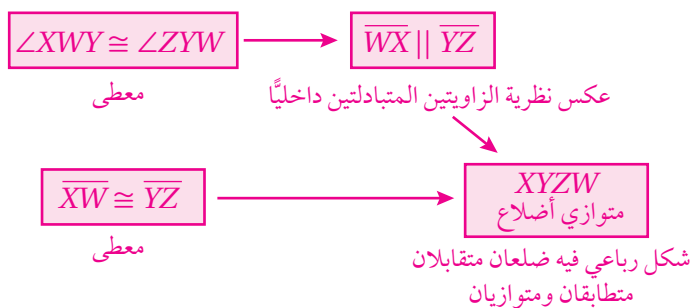


المبررات	العبارات
(1) معطى.	$\angle 1 \cong \angle 2$ (1)
(2) معطى.	$\angle 3 \cong \angle 4$ (2)
(3) لأن $\angle E$ و $\angle F$ متحالفتان.	$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ$ (3)
(4) من المعطيات.	$2(m\angle 2) + 2(m\angle 3) = 180^\circ$ (4)
(5) نتيجة الخطوة 4.	$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$ (5)
(6) مجموع زوايا المثلث.	$m\angle EPF = 90^\circ$ (6)
(7) لأن $\angle EPF$ قائمة.	$\overline{EK} \perp \overline{FJ}$ (7)

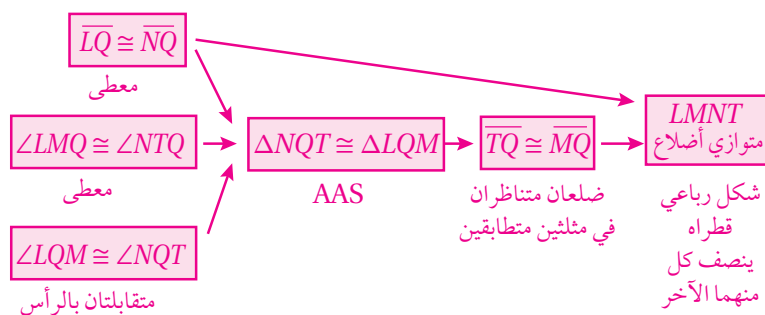
الدرس 3 (أدرب وأحل المسائل):

- متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.
- لا يمكن الحكم أنه متوازي أضلاع من المعطيات الموجودة.

(7)



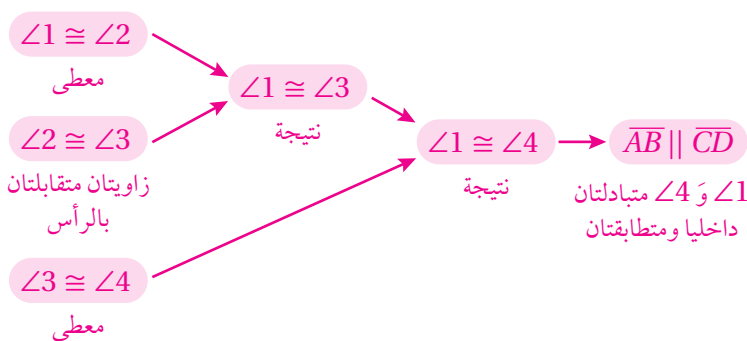
(8)



(11)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	$\overline{MJ} \parallel \overline{NK}$ (1)
(2) زاويتان متناظرتان.	$\angle 1 \cong \angle 3$ (2)
(3) معطى.	$\angle 1 \cong \angle 2$ (3)
(4) نتيجة.	$\angle 1 \cong \angle 3$ (4)
(5) معطى.	$\angle 3 \cong \angle 4$ (5)
(6) نتيجة.	$\angle 2 \cong \angle 4$ (6)
(7) $\angle 2$ و $\angle 4$ عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين.	$\overline{KM} \parallel \overline{LN}$ (7)

(12)



الدرس 2 (أدرب وأحل المسائل):

(14)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $GDKH$ متوازي أضلاع
(2) ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.	(2) $\overline{DK} \cong \overline{GH}$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle K \cong \angle G$
(4) $\angle DJK$ معطى، $\angle HFG$ تبادل داخلياً الزاوية القائمة القائمة FHJ في متوازي أضلاع.	(4) $\angle DJK \cong \angle HFG$ زاويتان قائمتان
(5) AAS	(5) $\triangle DJK \cong \triangle HFG$

(15)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\triangle AKM$ متطابق الضلعين
(2) زاويتا قاعدة في مثلث متطابق الضلعين.	(2) $\angle A \cong \angle CMD$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle A \cong \angle BCD$
(4) نتيجة الخطوتين 2 و 3.	(4) $\angle BCD \cong \angle CMD$

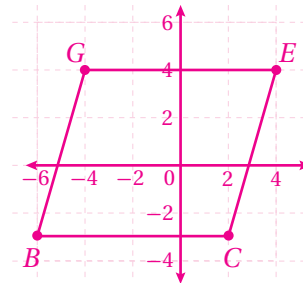
(9)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	$\triangle TRS \cong \triangle RTW$ (1)
(2) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.	$\angle STR \cong \angle WRT$ (2)
(3) الزاويتان $\angle WRT$ و $\angle STR$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	$\overline{ST} \parallel \overline{RW}$ (3)
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	$\overline{ST} \cong \overline{RW}$ (4)
(5) شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.	$RSTW$ متوازي أضلاع (5)

(10)

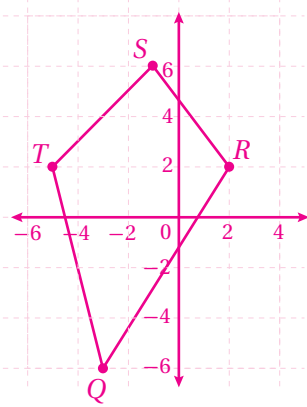
المبررات	العبارات
(1) معطى.	$\angle ANL \cong \angle DLN$ (1)
(2) الزاويتان $\angle ANL$ و $\angle DLN$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	$\overline{AN} \parallel \overline{DL}$ (2)
(3) معطى.	$\angle ALN \cong \angle DNL$ (3)
(4) الزاويتان $\angle ALN$ و $\angle DNL$ متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	$\overline{AL} \parallel \overline{DN}$ (4)
(5) تعريف متوازي الأضلاع.	$ANDL$ متوازي أضلاع (5)

(14)



المبررات	العبارات
(1) ميل $\overline{BG} = \frac{7}{2}$ = ميل \overline{CE}	$\overline{BG} \parallel \overline{CE}$ (1)
(2) ميل $\overline{GE} = 0$ = ميل \overline{BC}	$\overline{BC} \parallel \overline{GE}$ (2)
(3) تعريف متوازي أضلاع.	الشكل $BCEG$ متوازي أضلاع (3)

(15)



الأضلاع المتقابلة غير متوازية؛ لأن:

$$\text{ميل } \overline{QT} = -4, \text{ ميل } \overline{RS} = \frac{-4}{3}, \text{ ميل } \overline{QR} = \frac{8}{5}, \text{ ميل } \overline{TS} = 1$$

إذن؛ المضلع $QRST$ ليس متوازي أضلاع.

(16) $D(4, 0)$

$$\text{ميل } \overline{AB} = \text{ميل } \overline{DC} = 3, \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

$$\text{ميل } \overline{BC} = \text{ميل } \overline{AD} = \frac{-2}{3}, \overline{AC} \parallel \overline{BC}$$

(17) $E(6, 6)$

$$\text{ميل } \overline{AB} = \text{ميل } \overline{CE} = 3, \overline{AB} \parallel \overline{CE}$$

$$\text{ميل } \overline{BE} = \text{ميل } \overline{AC} = \frac{1}{4}, \overline{AC} \parallel \overline{BE}$$

(19)

المبررات	العبارات
(1) أنصاف أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع.	$\overline{AM} \cong \overline{OC}, \overline{BM} \cong \overline{DO}$ (1)
(2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	$\angle M \cong \angle O$ (2)
(3) SAS	$\triangle AMB \cong \triangle DOC$ (3)
(4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (4)
(5) المبررات السابقة.	$\overline{DA} \cong \overline{CB}$ (5)
(6) شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.	$ABCD$ متوازي أضلاع (6)

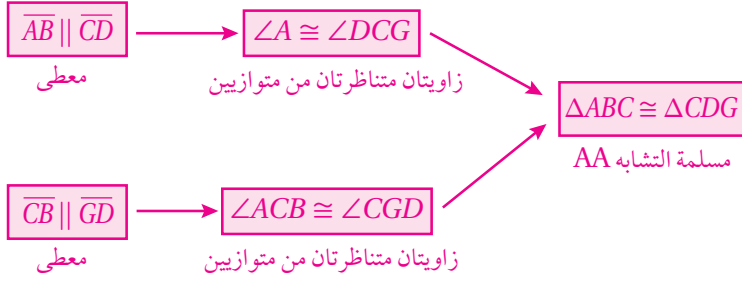
8) $\angle ASR \cong \angle ACB$ زاويتان قائمتان، $\angle A$ زاوية مشتركة بين المثلثين.

$$\Delta ASR \sim \Delta ACB \text{ بمسئمة التشابه } AA, AB = 15$$

(10)

المبررات	العبارات
(1) زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين KNJ	(1) $\angle GJH \cong \angle MKL$
(2) معطى.	(2) $\angle H \cong \angle L$
(3) مسئمة التشابه AA	(3) $\Delta GHJ \sim \Delta MLK$

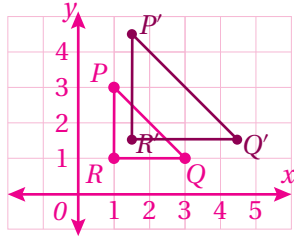
(11)



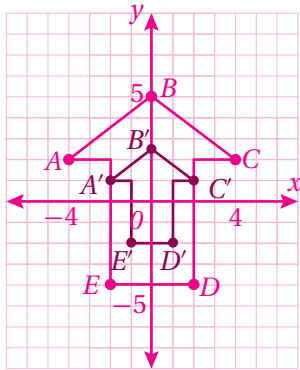
من التشابه $\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CG}$ ، ومنه $AB \times CG = CD \times AC$

الدرس 6 (أدرب وأحل المسائل):

5)



6)



الدرس 4 (أدرب وأحل المسائل):

(24)



الدرس 5 (أدرب وأحل المسائل):

(1) النسبة بين طولي الضلعين المتطابقين في المثلث الأصغر وطولي الضلعين المتطابقين في المثلث الأكبر $\frac{3}{4}$ ، النسبة بين أطول ضلعين في كل من المثلثين $\frac{3}{4}$ ، إذن؛ المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SSS، $\Delta ACB \sim \Delta EGF$

(2) الزاوية S مشتركة بين المثلثين والنسبة بين طولي الضلعين اللذين يحصران الزاوية S في المثلثين هي $\frac{2}{3}$.

المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SAS، $\Delta PSQ \sim \Delta RST$

(3) النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة $\frac{6}{11}$ ، $\frac{4}{7}$ ، $\frac{7}{12}$. المثلثان غير متشابهين.

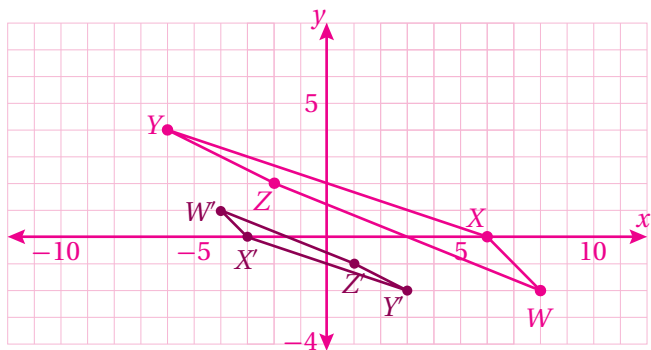
(4) يوجد زوجان من الزوايا المتناظرة المتطابقة. المثلثان متشابهان بمسئمة التشابه AA ، $\Delta TSQ \sim \Delta PSR$

(5) $\angle ABE \cong \angle ACD$ ، $\angle AEB \cong \angle ADC$ زوايا متناظرة من متوازيين. بمسئمة التشابه AA ، $\Delta AEB \sim \Delta ADC$ ، $AB = \frac{18}{5}$

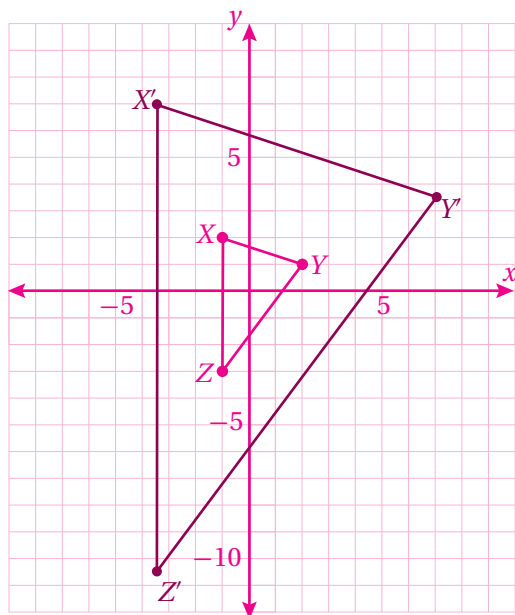
(6) $\angle EGF \cong \angle GHF$ زاويتان قائمتان، $\angle F$ زاوية مشتركة بين المثلثين. بمسئمة التشابه AA ، $\Delta EGF \sim \Delta GHF$ ، $HG = \frac{180}{13}$

(7) $\angle ACB \cong \angle ECF$ زاويتان متقابلتان بالرأس، $\angle A \cong \angle F$ معطى. بمسئمة التشابه AA ، $\Delta ACB \sim \Delta FCE$ ، $CE = 6$ ، $AC = 12$

9)

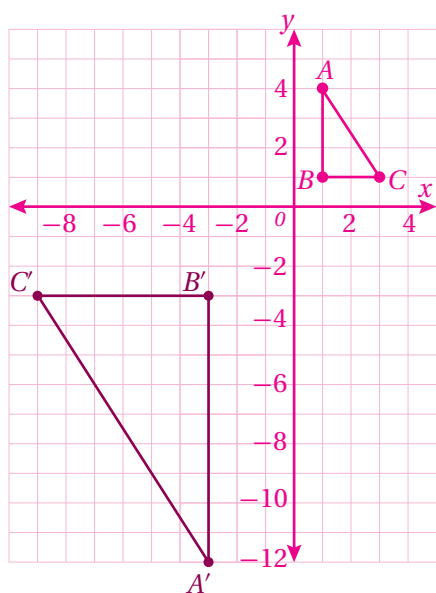


10)

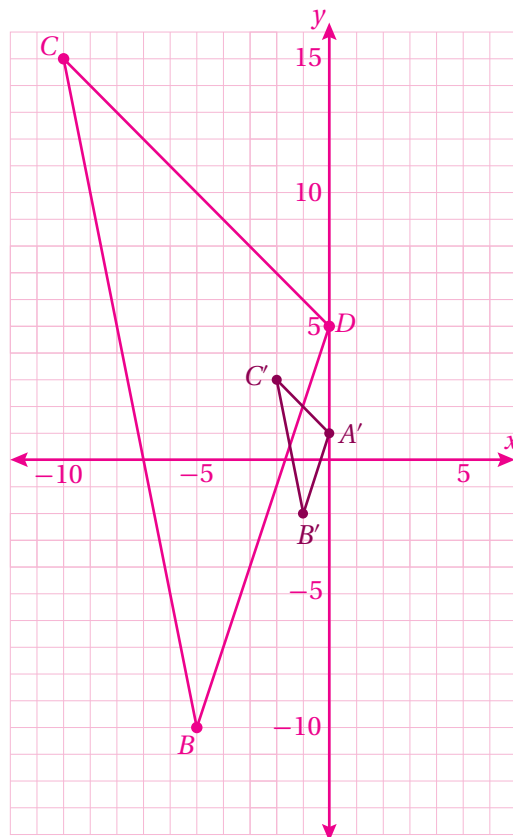


اختبار نهاية الوحدة:

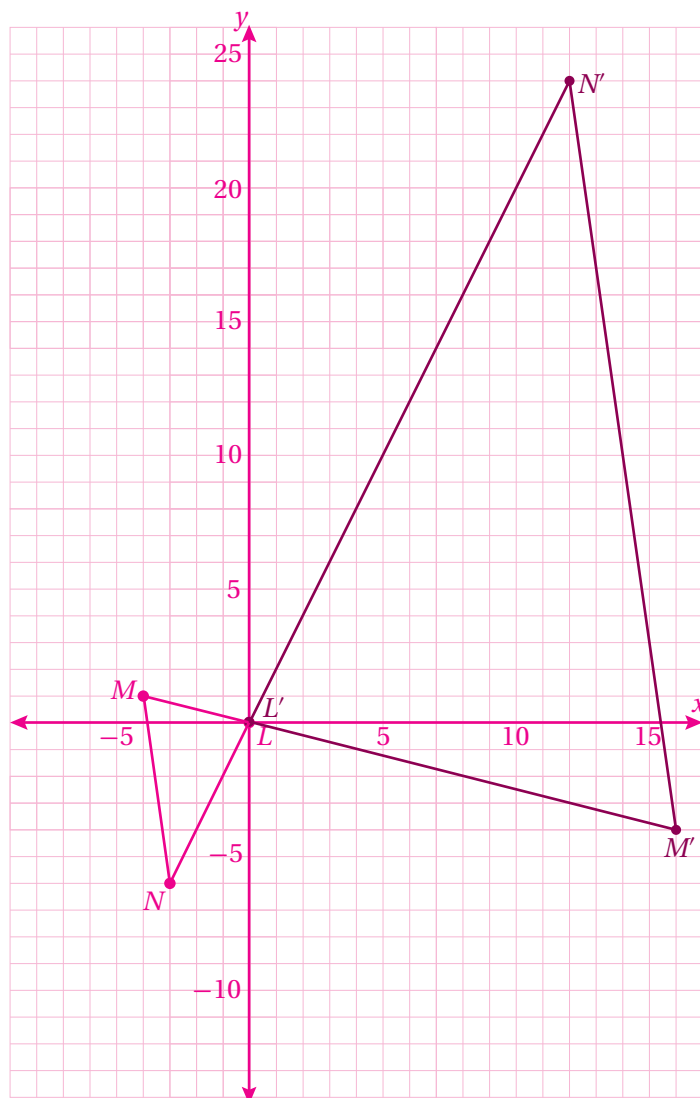
20)



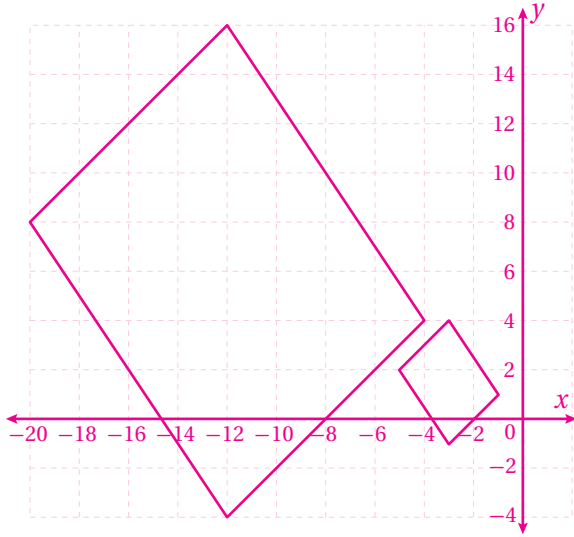
7)



8)



23)

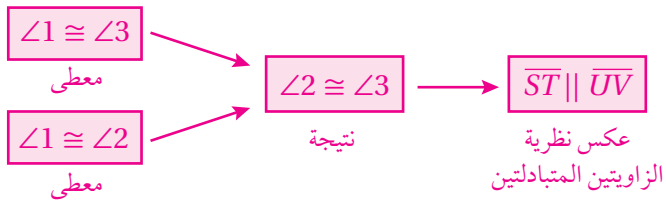


كتاب التمارين - الدرس 1:

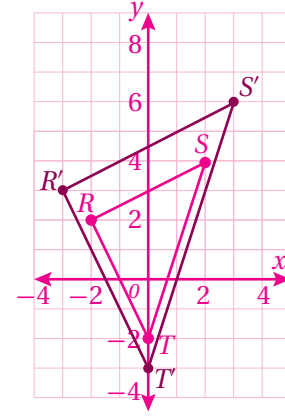
- (1) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.
- (2) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان خارجياً.
- (3) غير كافية.
- (4) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتناظرتان.
- (5) غير كافية.
- (6) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان خارجياً.
- (7)

المبررات	العبارات
(1) $r \parallel s$ ، الزاويتان 6 و 7 متحالفتان.	(1) $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$
(2) معطى.	(2) $m\angle 5 = m\angle 6$
(3) نتيجة.	(3) $m\angle 5 + m\angle 7 = 180^\circ$
(4) الزاويتان 5 و 7 متحالفتان، ومجموع قياسيهما 180°	(4) $l \parallel m$

(8)



21)



كتاب التمارين - (أستعد لدراسة الوحدة):

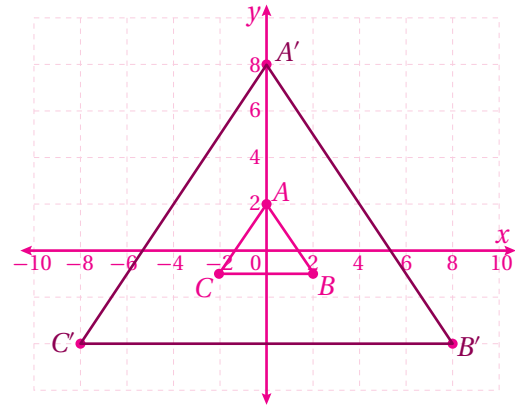
15) $\angle P \cong \angle T, \angle Q \cong \angle U, \angle S \cong \angle W, \angle R \cong \angle V,$

عامل المقياس يساوي $\frac{2}{3}$

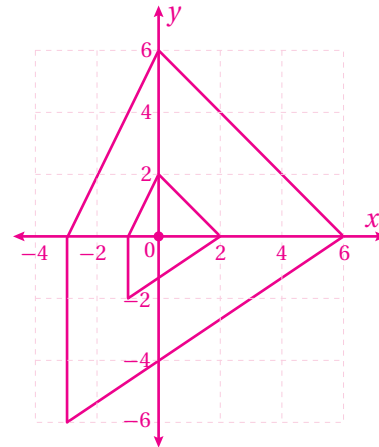
16) $\angle B \cong \angle R, \angle A \cong \angle S, \angle E \cong \angle T, \angle D \cong \angle U, \angle C \cong \angle V,$

عامل المقياس يساوي 2

21)



22)



كتاب التمارين - الدرس 2:

(1) 13، ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.

(2) 7، قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

(3) 8، ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.

(4) 16.4، p منتصف MQ

(5) 80° متحالفة مع $\angle QLM$.

(6) 80° متحالفة مع $\angle QLM$.

(7) 100° ، تقابل $\angle QLM$ في متوازي أضلاع.

(8) 29° ، متبادلة داخلياً مع $\angle NQM$.

(16)

المبررات	العبارات
(1) $\overline{HD} \cong \overline{FD}$ معطى.	(1) $\triangle FDH$ متطابق الضلعين قاعدته \overline{FH}
(2) زاويتا قاعدة مثلث متطابق الضلعين.	(2) $\angle H \cong \angle F$
(3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(3) $\angle H \cong \angle GCB$
(4) نتيجة.	(4) $\angle F \cong \angle GCB$

(17)

المبررات	العبارات
(1) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(1) $\angle T \cong \angle X$
(2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.	(2) $\angle T \cong \angle R$
(3) نتيجة.	(3) $\angle R \cong \angle X$

كتاب التمارين - الدرس 3:

(7)

المبررات	العبارات
(1) معطى.	(1) $\angle B \cong \angle BCF$
(2) الزاويتان B و BCF متطابقتان ومتبادلتان داخلياً.	(2) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(3) معطى.	(3) $\angle D \cong \angle BCF$
(4) الزاويتان D و BCF متطابقتان ومتناظرتان.	(4) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
(5) تعريف متوازي الأضلاع.	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع من العبارتين 2، 4

كتاب التمارين - الدرس 4:

(9)

المبررات	العبارات
(1) ضلعان في معين.	(1) $\overline{QR} \cong \overline{RT}$
(2) ضلعان في معين.	(2) $\overline{QR} \cong \overline{QT}$
(3) نتيجة.	(3) $\overline{QR} \cong \overline{RT} \cong \overline{QT}$
(4) تعريف المثلث متطابق الأضلاع.	(4) $\triangle QRT$ متطابق الأضلاع

كتاب التمارين - الدرس 5:

(1) $\angle Y$ زاوية مشتركة، $m\angle W = m\angle YZX = 50^\circ$ ، $\triangle YZX \sim \triangle YWU$ ، وفق مسلمة التشابه AA.

$$\frac{16.5}{22} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \checkmark, \frac{HJ}{HK} \stackrel{?}{=} \frac{HG}{HF} \stackrel{?}{=} \frac{GJ}{KF} \quad (2)$$

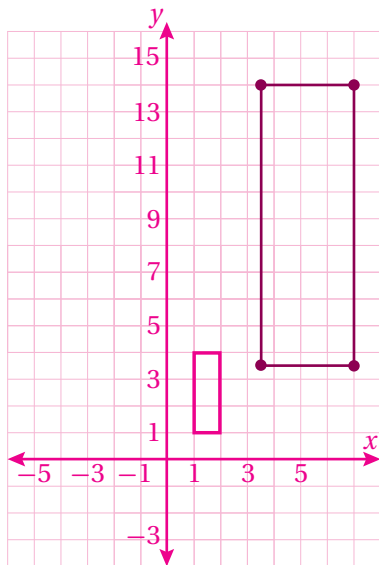
$\triangle HGJ \sim \triangle HFK$ وفق نظرية التشابه SSS.

$$\frac{24}{18} = \frac{16}{12} = \frac{12}{9} = \frac{3}{4} \checkmark, \frac{QS}{VT} \stackrel{?}{=} \frac{QR}{UT} \stackrel{?}{=} \frac{RS}{UV} \quad (3)$$

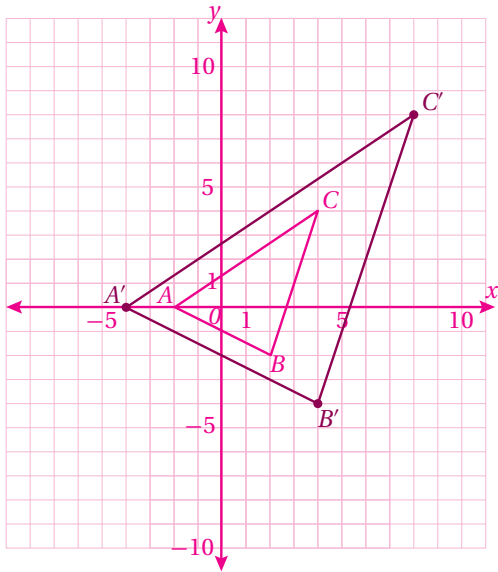
$\triangle QSR \sim \triangle TVU$ وفق نظرية التشابه SSS.

كتاب التمارين - الدرس 6:

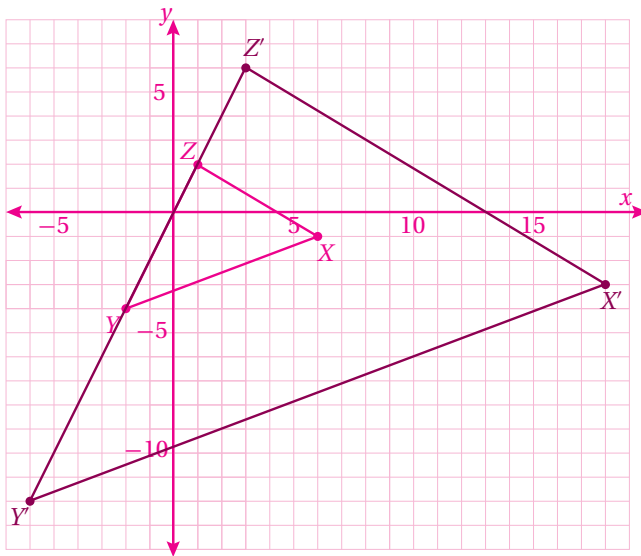
4)



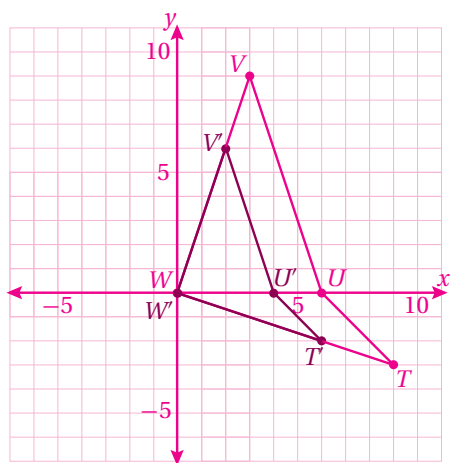
9)



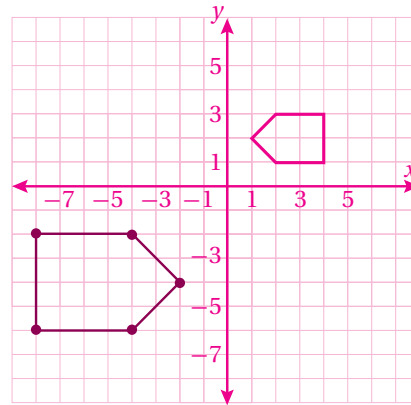
10)



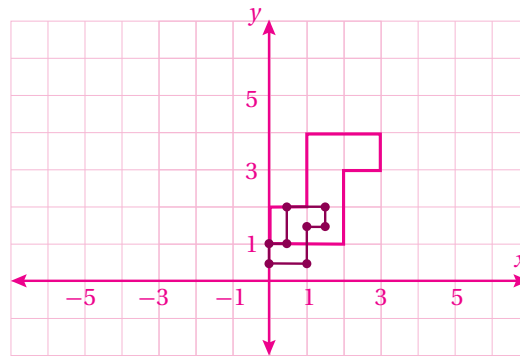
11)



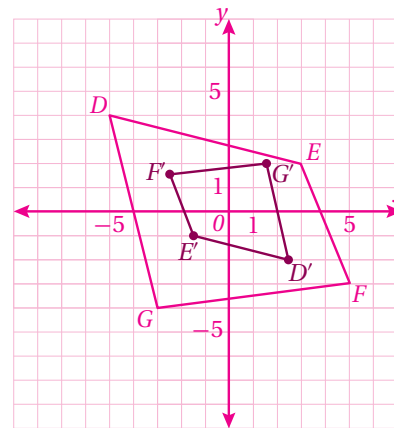
5)



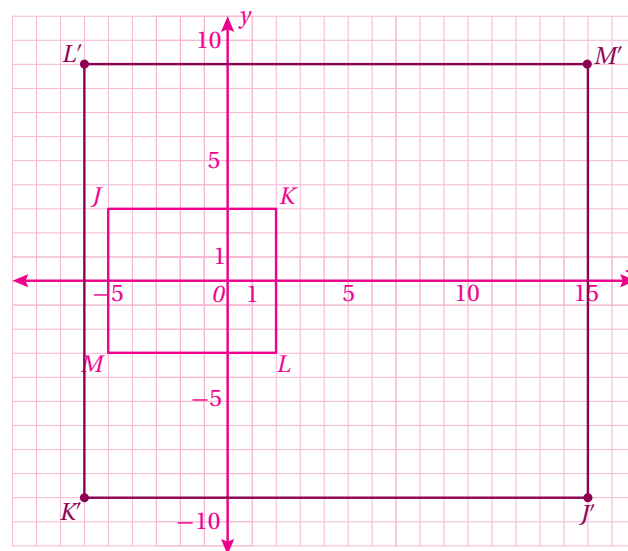
6)



7)



8)



الأشكال ثلاثية الأبعاد

الوحدة

8



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			ورقة المصادر 13 24 مكعب وحدة.	1
الدرس 1: رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد	<ul style="list-style-type: none"> رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي. رسم المسقط العلوي والجانبية والأمامية لشكل ثلاثي الأبعاد. استعمال المساقط العلوية والجانبية والأمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد. 	<ul style="list-style-type: none"> الرسم المتساوي. المنظور. المسقط العلوي. المسقط الأمامي. المسقط الجانبي. 	<ul style="list-style-type: none"> أوراق مثلثة متساوية القياس. أوراق منقطة متساوية القياس. مكعبات وحدة. ورقة المصادر 13 ورقة المصادر 14 جهاز (أجهزة) حاسوب. شبكة إنترنت. 	3
الدرس 2: المقاطع والمجسمات الدورانية	<ul style="list-style-type: none"> تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى. تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم. تعرف المجسمات الدورانية. وصف المجسم الدوراني الناتج من دوران شكل مستوي حول محور معطى. تحديد أبعاد مجسم دوراني. إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركبة. 	<ul style="list-style-type: none"> المقطع. المقطع العرضي. المنشور. مستوى التماثل. المجسم الدوراني. محور الدوران. 	<ul style="list-style-type: none"> أوراق منقطة متساوية القياس. مكعبات وحدة. مجسمات مختلفة. جهاز (أجهزة) حاسوب. شبكة إنترنت. ورقة المصادر 15 	3
الدرس 3: حجم الكرة ومساحة سطحها.	<ul style="list-style-type: none"> إيجاد مساحة سطح الكرة. إيجاد حجم الكرة. 	<ul style="list-style-type: none"> الكرة. الدائرة الكبرى. نصف الكرة. 	<ul style="list-style-type: none"> مجسمات كروية مختلفة. مجسمات نصف كرة. جهاز (أجهزة) حاسوب. شبكة إنترنت. 	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			<ul style="list-style-type: none"> قطع بوليسترين. لاصق. أوراق منقطة متساوية القياس. كاميرا تصوير أو كاميرا هاتف محمول. 	1 (حصّة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				12 حصّة

ما أهمية هذه الوحدة؟

تُعَدُّ الهندسة ثلاثية الأبعاد واحدة من أكثر فروع الرياضيات استعمالاً في التطبيقات العلمية والحياتية، وقد استعملها العلماء لحساب حجم الكرة الأرضية ومساحة سطحها، واستعملها المهندسون لتصميم المباني الجميلة.



1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط، وسيتعرفون أيضاً كيفية تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى، إضافة إلى تحديد عدد مستويات التماثل للمجسمات، وإيجاد حجم المنشور، وإيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط.
- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى، وعدد مستويات التماثل للمجسمات.
- إيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

تعلمت سابقاً:

- ✓ خواص الأشكال ثنائية الأبعاد.
- ✓ إيجاد المساحة الكلية والحجم للأشكال ثلاثية الأبعاد.
- ✓ حساب مساحة الدائرة ومحيطها.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حساب مساحة الدائرة ومحيطها.
- إيجاد المساحة الكلية وحجم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- توظيف قوانين المساحة الكلية والحجم في حل مسائل رياضية وتطبيقات حياتية.

الصف الثامن

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي.
- رسم المسقط العلوي والجانب والمامي لشكل ثلاثي الأبعاد.
- استعمال المساقط العلوية والجانبية والمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرّف المجسمات الدورانية.
- إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركبة.
- إيجاد مساحة سطح الكرة.
- إيجاد حجم الكرة.

الصف التاسع

- إيجاد أطوال وقياسات لزوايا مجهولة في أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال نظرية فيثاغورس والنسب المثلثية.

الصف الحادي عشر،

والصف الثاني عشر

- إيجاد حجم المجسمات الدورانية.
- استعمال المتجهات لتحديد قياسات في أشكال ثلاثية الأبعاد.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي؛ لإنشاء مجسم، ووصف مقطعه، ورسم مساقطه.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أيبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أيبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: الأشكال ثلاثية الأبعاد

4 أبنى 3 تصاميم إضافية للمجسم الذي اخترته.

5 أقطع كل مجسم صمّمته قطعاً مختلفاً، ثم أصف الشكل الهندسي الناتج من القطع، ويمكنني تلوين جهة القطع لتسهيل وصفه.

6 أرسّم كل قطع على ورقة مربعات.

7 أجد حجم المجسم الذي اخترته، وأجد مساحة سطحه الكلية.

8 أعدّ عرضاً تقديمياً يتضمن صوراً أو مقطعاً مرئياً (فيديو) يوضّح خطوات عملي في المشروع، والمساقط والمقاطع التي رسمتها.

عرض النتائج:

• أعرّض المجسمات التي صمّمتها أمام طلبة صفّي، وأوضح أهميتها وعلاقتها بما تعلمته في الوحدة.

• أقدم العرض التقديمي، وأتحدّث بالتفصيل عن خطوات المشروع والنتائج التي توصلت إليها.

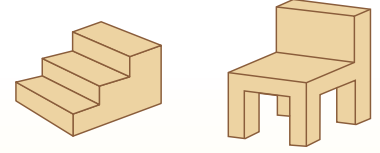
أستعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعِي الخاص الذي سنستعمل فيه ما ستعلمه في هذه الوحدة حول رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي لإنشاء مجسم ورسم مساقطه.

المواد والأدوات:

- قطع بوليسترين.
- لاصق.
- أوراق منقطة متساوية القياس.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أختار أحد المجسمين الآتين، وأحدّد قياساته ثم أرسّمه باستعمال الرسم المتساوي.



2 أبنى المجسم الذي صمّمته باستعمال قطع البوليسترين واللاصق.

3 أرسّم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبّي، للمجسم الذي صمّمته على ورقة منقطة متساوية القياس.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	بناء المجسم، ورسمه بالرسم المتساوي.			
2	رسم مساقط المجسم ومقطعه.			
3	إيجاد حجم المجسم.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض المشروع.			

- 1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتاج صحيح كامل.

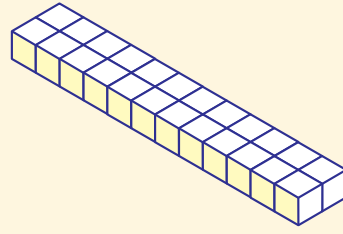
هدف النشاط:

- بناء متوازي مستطيلات، ورسم أوجهه الظاهرة.

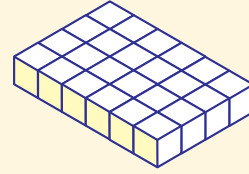
خطوات العمل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزود كل مجموعة بـ 24 مكعب وحدة، وورقة المصادر 13: شبكة مربعات.
- أطلب إلى كل مجموعة بناء متوازي مستطيلات بأحد الأبعاد الآتية:

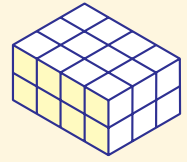
$$12 \times 2 \times 1$$



$$6 \times 4 \times 1$$



$$4 \times 3 \times 2$$



- أطلب إلى المجموعات رسم الوجه العلوي، والأمامي، والجانبى للشكل الذي بُنيَ على ورق مربعات.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب إلى المجموعات فصل متوازي المستطيلات الذي بُنيَ إلى جزأين متطابقين.
- أطلب إلى المجموعات وصف أحد الجزأين المتطابقين، من حيث طوله وعرضه وارتفاعه، وعلاقته بالشكل الأصلي.
- أناقش إجابات المجموعات.

التكليف: إذا واجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في رسم أوجه متوازي المستطيلات، يمكن وضع ورقة المربعات على الوجه وتحديد رؤوس مربعات الوجه ثم رسمه.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية فصل كل متوازي مستطيلات إلى جزأين متطابقين بأكثر من طريقة.

توسعة: أطلب إلى الطلبة بناء أشكال أخرى من متوازي المستطيلات بالعدد نفسه من المكعبات، وإعادة تنفيذ خطوات النشاط.

نتائج الدرس:

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي.
- رسم المسقط العلوي والجانبى والأمامى لشكل ثلاثي الأبعاد.
- استعمال المساقط العلوية والجانبية والأمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.

نتائج التعلّم القبلي:

- رسم الأشكال ثنائية الأبعاد على ورق مربعات.
- بناء مجسمات من مكعبات صغيرة.

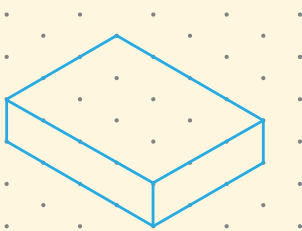
مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

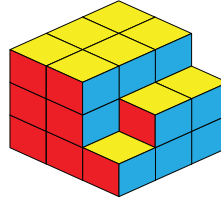
1

- أرسم الشكل الآتي على اللوح، ثم أسأل الطلبة:



- « هل الشكل ثلاثي الأبعاد أم ثنائي الأبعاد؟ ثلاثي الأبعاد.
- « ما اسم الشكل؟ ما أبعاده؟ متوازي مستطيلات، أبعاده $4 \times 3 \times 1$
- « هل يظهر الشكل كاملاً؟ لا.
- « كم وجهًا مخفيًا في الشكل؟ 3
- « كيف يمكن رسم الشكل؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أعزز الإجابات الصحيحة.

أستكشف



ما عدد المكعبات التي يتكوّن منها الجسم المجاور؟

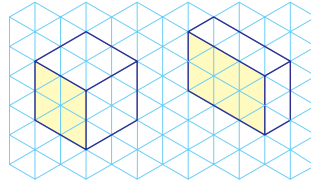
فكرة الدرس

أرسم أشكالاً ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط.

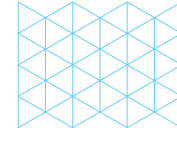
المصطلحات

الرسم المتساوي، المنظور، المسقط العلوي، المسقط الأمامي، المسقط الجانبي.

الرسم المتساوي (isometric drawing) طريقة لرسم الأشكال ثلاثية الأبعاد على ورقة ثنائية الأبعاد، تُستعمل فيها ورقة متساوية القياس مثلثة أو منقطة.



أشكال ثلاثية الأبعاد مرسومة على ورقة مثلثة متساوية القياس



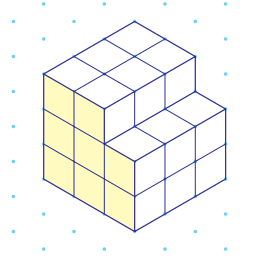
ورقة مثلثة متساوية القياس



ورقة منقطة متساوية القياس

مثال 1

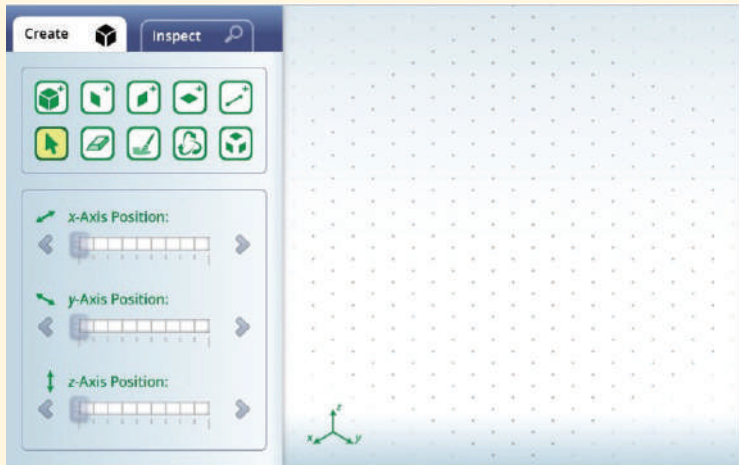
يبيّن الشكل المجاور مجسمًا ثلاثي الأبعاد مرسومًا على ورقة منقطة متساوية القياس مكونًا من مكعبات وحدة.



- 1 ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها الجسم؟ يتكوّن الجسم من ثلاث طبقات، وفي كلّ طبقة 8 مكعبات وحدة. إذن، يتكوّن الجسم من 24 مكعب وحدة.


✓ إرشاد: يفضل رسم متوازي المستطيلات على ورقة كبيرة منقطة متساوية القياس وعرض الرسم على الطلبة.

- أوضح للطلبة أن الأداة التي تظهر على شاشات حواسيبهم هي أداة للرسم المتساوي القياس، ثم أطلب إلى المجموعات استكشاف أيقونات الأداة.





- أمثل الشكل الوارد في المثال 1 باستعمال الأداة، وأوضح للطلبة أن المجسم مكوّن من مكعبات وحدة، ثم أناقش معهم حلّ الفرع 1 من المثال، وألفت انتباههم إلى أخذ الطبقات رأسياً عند عدّ المكعبات التي يتكوّن منها المجسم، ثم أطلب إليهم رسم المجسم نفسه باستعمال الأداة، ثم رسمه على الورق المنقّط المتساوي القياس الموجود في نهاية كتاب التمارين.

- أتابع عمل المجموعات وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

- ألون باللون الأحمر المكعب المشار إليه في الفرع 2 من المثال بالنقر على الأيقونة  واختيار اللون الأحمر، ثم النقر على الأوجه الثلاثة الظاهرة من المكعب، ثم أسأل الطلبة:

« لو أزلنا المكعب الأحمر من المجسم، فكم مكعباً سيبقى؟
23 مكعباً.

« كيف سيصبح الشكل بعد إزالة المكعب الأحمر؟

- أزيل المكعب الأحمر بالنقر على الأيقونة  ثم النقر على المكعب الأحمر، ثم أحدّد الحواف الظاهرة للمكعبات المحيطة بالمكعب الأحمر باستعمال الأيقونة ، ثم أطلب إلى الطلبة تكرار الخطوات نفسها، ثم أطلب إليهم إزالة المكعب من رسم المجسم على الورق المنقّط المتساوي القياس الخاص بهم.

- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

- أوّجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الشكل المجاور لها، ثم أسألهم:

« هل نرى مثل هذا الشكل في حياتنا اليومية؟ أين؟ نعم، إجابة محتملة: عند عرض عبوات المواد الغذائية في المحلات التجارية.

« هل يمكن تغيير شكل المجسم؟ كيف؟ نعم، بتغيير أماكن المكعبات.

« ما عدد المكعبات في المجسم؟

- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

« أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟

« أعزز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحداً، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثم أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مرّة أخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت من قدّم الإجابة الصحيحة.

- أذكر الطلبة بما تعلّموه سابقاً عن رسم الأشكال ثنائية الأبعاد على ورقة ثنائية الأبعاد باستعمال شبكة مربعات، وأوضح لهم أنه يمكن رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد أيضاً على ورقة ثنائية الأبعاد، وهو ما يُسمّى بالرسم متساوي القياس الذي لا نستعمل فيه ورق المربعات، إنما نستعمل فيه الورق المنقّط متساوي القياس، أو الورق المثلث متساوي القياس، وأعرض أمامهم ورقة من كلّ نوع.

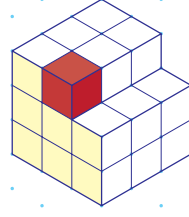
- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):



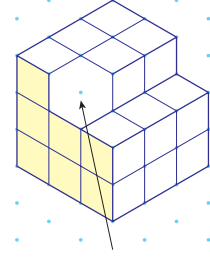
<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Isometric-Drawing-Tool/>

الوحدة 8

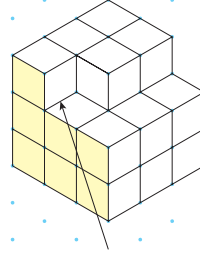
2 إذا أزيل المكعب الملوّن بالأحمر من المجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقّطة متساوية القياس.



الخطوة 1 أزيل الحواف الثلاث الظاهرة للمكعب الأحمر.



الخطوة 2 أرسم الحواف التي أصبحت ظاهرة من المكعب المحيطة بالمكعب الأحمر.



✓ أتتحق من فهمي:

1 يبيّن الشكل المجاور مجسمًا ثلاثي الأبعاد مرسومًا على ورقة منقّطة متساوية القياس مكونًا من مكعبات وحدة.

2 ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها المجسم؟ 12

3 إذا أزيل المكعب الأحمر من المجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقّطة متساوية القياس. أنظر ملحق الإجابات.

ملحوظة: استعمل الورق المنقّط متساوي القياس الموجود في كتاب التمارين.

117

إرشادات:

- أؤكد أهمية الرسم متساوي القياس في الحياة اليومية، مثل: رسم مخططات الإنشاءات العمرانية، ورسم مخططات المصانع.
- أذكر الطلبة بمفهوم مكعب الوحدة الذي تعلّموه سابقًا في الصف السادس الأساسي.
- ألقت انتباه الطلبة إلى أنه يمكن أيضًا أخذ الطبقات أفقيًا عند عدّ المكعبات التي يتكوّن منها المجسم.
- يُفضّل تنفيذ خطوات المثال في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن استعمال لوح متنقل خاص بالورق المنقّط متساوي القياس لشرح المثال، والذي يمكن إعداده بسهولة بلصق ورقة منقّطة متساوية القياس مكبّرة، وإصاقها على طبق من الكرتون المقوّى ثمّ تغطيته بلاصق شفاف.

تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تخيل الشكل الجديد بعد إزالة المكعب الأحمر، وعندها لا يمكنهم رسم الشكل الصحيح على الورق المنقّط متساوي القياس؛ ولعلاج ذلك يمكن استعمال المكعبات لبناء الشكل، ثمّ إزالة المكعب المحدّد.

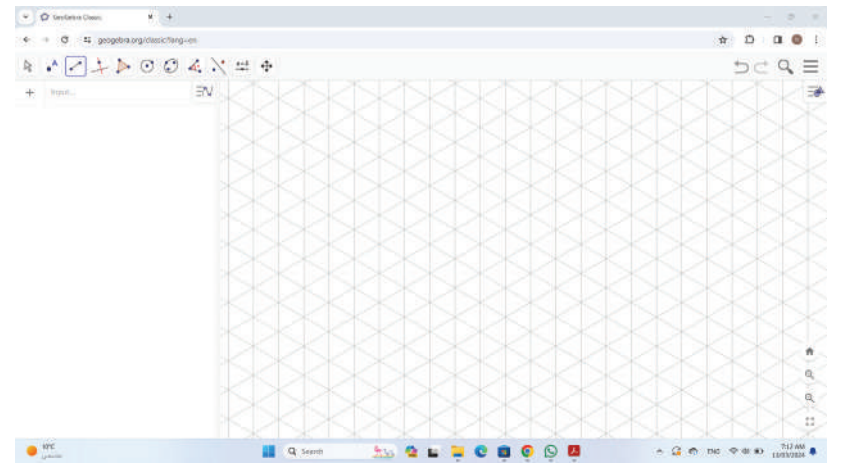
تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

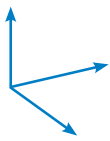
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتتحق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجه.

✓ إرشاد: يمكن استعمال برمجية جيوجبرا لتوضيح الرسم المتساوي بعد اختيار Isometric من Grid Type في نافذة خصائص الشبكة المنبثقة من خصائص Graphics view كما يظهر في الصورة أدناه.



ألاحظ من الرسم المتساوي في الأمثلة السابقة أن:

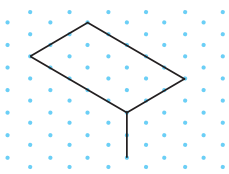


- الحواف مرسومة في ثلاثة اتجاهات.
- الحواف المخفية لا تظهر في الرسم.
- أحد الأوجه يظل للمساعدة على تصور الشكل ثلاثي الأبعاد.

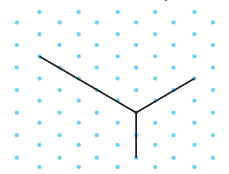
مثال 2

أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طوله 5 وحدات، وعرضه 3 وحدات، وارتفاعه وحدتان.

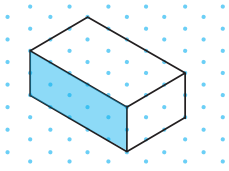
الخطوة 2 أكمل رسم المستطيل العلوي للمجسم.



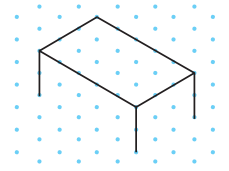
الخطوة 1 أبدأ من نقطة محددة على الورقة، وأرسم منها ثلاث حواف للمجسم في ثلاثة اتجاهات؛ وحدتان للأسفل، و5 وحدات لليسا، و3 وحدات لليمين.



الخطوة 4 أصل بين الرؤوس المتقابلة، ثم أظلل الوجه الأمامي من المجسم.



الخطوة 3 أرسم القطع المستقيمة الرأسية الظاهرة من المجسم بطول وحدتين.




أتحقق من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طوله 4 وحدات، وعرضه 3 وحدات، وارتفاعه 3 وحدات.

- ناقش مع الطلبة ملاحظاتهم حول الرسم متساوي القياس، وألخص معهم هذه الملاحظات بالاستعانة بالفقرة التي تسبق المثال 2، ثم أبين لهم أنه يمكن عد هذه الملاحظات شروطاً يجب التزامها عند الرسم المتساوي.

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم الدخول إلى أداة الرسم المتساوي القياس التي استعملت في المثال 1.

- أطلب إلي أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثم أوضح للطلبة أنهم سيستعملون الأيقونة  لرسم متوازي المستطيلات الوارد في المثال.

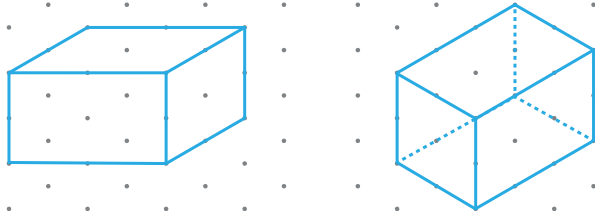
- أوضح للطلبة خطوات تمثيل متوازي المستطيلات باستعمال أداة الرسم المتساوي، باتباع الإجراءات الواردة في المثال 2 بتنفيذ الخطوات أمامهم، ثم أطلب إليهم تنفيذ كل إجراء بعد ذلك.

- أطلب إلى الطلبة إعادة تنفيذ الخطوات الواردة في المثال لرسم متوازي المستطيلات على الورق المنقط متساوي القياس الموجود في نهاية كتاب التمارين.


- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة عند الرسم على الورق المنقط متساوي القياس برسم الخطوط المخفية، وقد يخطئون أيضاً برسم خطوط أفقية كما في الأشكال الآتية؛ لذا أنبههم باستمرار إلى هذه الأخطاء.



- أطلب إلى الطلبة تحديد أي الأشكال مرسومة بشكل صحيح على الورق المنقط متساوي القياس في ورقة المصادر 14: أي الرسومات صحيحة؟

إرشاد: يمكن تظليل الوجه الأمامي لمتوازي المستطيلات باستعمال الأيقونة ، وذلك بالنقر على الأيقونة، ثم اختيار أحد الألوان من القائمة، ثم تظليل الوجه الأمامي بالنقر المتتابع حتى يُعبأ كامل الوجه باللون المطلوب.


تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في رسم متوازي المستطيلات؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.


• ناقش مع الطلبة المقصود بكل من المصطلحات الآتية: المنظور، والمسقط العلوي، والمسقط الأمامي، والمسقط الجانبي.

• ناقش مع الطلبة خطوات رسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي لكل مجسم في المثال 3 باتباع الخطوات الآتية:



« أرسم المجسم باستعمال أداة الرسم المتساوي القياس.

« انقر على أيقونة  ليظهر المجسم دون الورقة المنقطة متساوية القياس.

« أضغط على المجسم بزرّ الفأرة الأيمن بشكل مستمر، وأحرّك المجسم لإظهار كل وجه من أوجهه بوضوح، ثمّ أطلب إلى الطلبة رسم الوجه الظاهر على ورق المربعات.

« انقر على الأيقونة  لتظهر مساقط الشكل في خانة العمل، ثمّ أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة رسوماتهم بالمقارنة مع الرسومات الظاهرة على الشاشة.

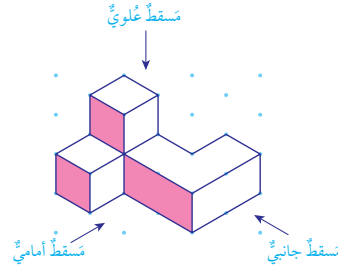
إرشادات: ✓

- لإخفاء المحاور الثلاثة التي تظهر بعد الضغط على أيقونة  انقر على المربع المجاور لخيار .
- ألقت انتباه الطلبة إلى رسم حدود داخل المساقط للدلالة على الارتفاعات المختلفة للشكل.
- يمكن تزويد الطلبة بشبكة المربعات من ورقة المصادر 13.

الوحدة 8

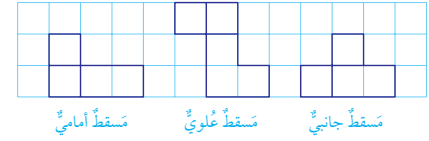
تُسمى النقطة التي يُنظرُ للمجسمِ مِنْ خلالها **المنظور** (perspective)، وتُستعملُ منظوراتٌ مختلفةٌ عندَ رسمِ المجسمِ؛ لأنَّ منظورًا واحدًا لا يُعطي تصوّرًا مكتملًا عنِ المجسمِ.

يُعَدُّ **المسقطُ العلويُّ** (plan view) المنظورُ العلويُّ للمجسمِ، و**المسقطُ الأماميُّ** (front view) المنظورُ الأماميُّ للمجسمِ، و**المسقطُ الجانبيُّ** (side view) المنظورُ الجانبيُّ للمجسمِ.



أتعلم

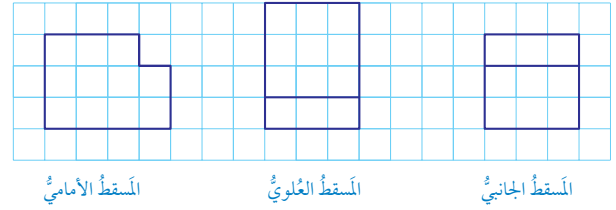
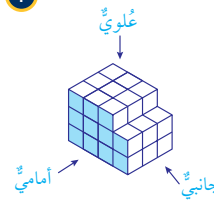
الحدودُ التي تُظهرُ داخلَ المساقطِ تدلُّ على وجودِ ارتفاعاتٍ مختلفةٍ للمجسمِ.



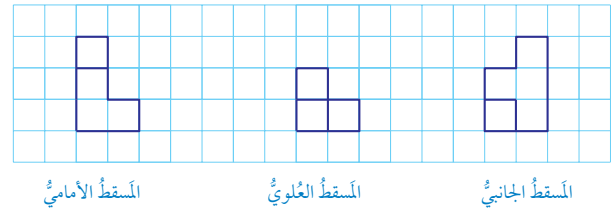
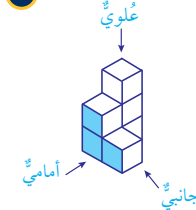
مثال 3

أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي، لكل من المجسمات الآتية:

1

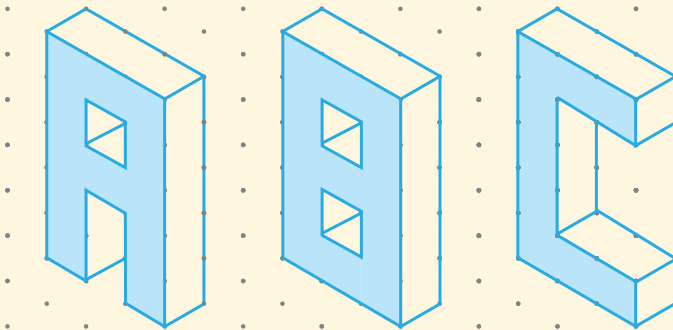


2



توسعة: أطلب إلى الطلبة رسم أحرف أسمائهم بالأحرف الإنجليزية الكبيرة على الورق المنقط متساوي القياس.

مثال:

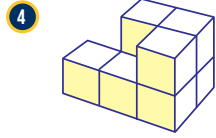
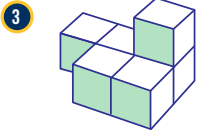


تنوع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في رسم مساقط المجسمات ثلاثية الأبعاد على ورق المربعات؛ لذا يمكن بناء المجسمات الواردة في المثال باستعمال مكعبات الوحدة والربط بين المجسم وأوجهه ومساقطه؛ لدوام أثر التعلم.

(3-4) أنظر الهامش.

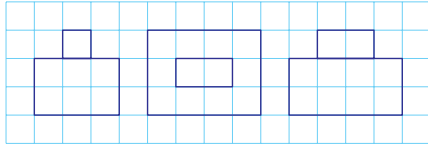
أنتحقق من فهمي:



إرشاد: أستمعمل أوراق المربعات الموجودة في نهاية كتاب التارين.

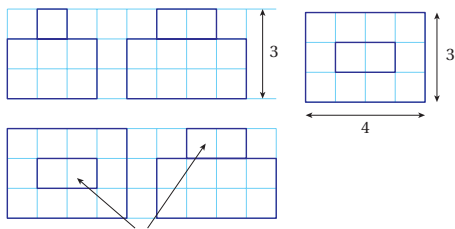
يمكن استعمال المساقط وورقة منقطة متساوية القياس لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.

مثال 4



مَسْقَطُ أَمَامِي مَسْقَطُ عَلَوِيّ مَسْقَطُ جَانِبِيّ

أستمعمل ورقة منقطة متساوية القياس والمساقط المجاورة، لرسم المجسم من مكعبات وحدة.

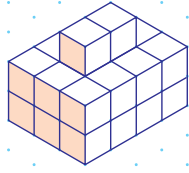


• يُظهِرُ المَسْقَطُ العُلُوِّيُّ أَنَّ قَاعَةَ المَجْسَمِ على شكل مستطيل طوله 4 وحدات وعرضه 3 وحدات.

• يُظهِرُ المَسْقَطُ الأماميُّ أَنَّ الارتفاع الكليّ للمجسم 3 وحدات.

• يُظهِرُ المَسْقَطُ الجانبيُّ أَنَّ المَجْسَمَ متوازي مستطيلات يعلوه مكعبان متجاوران في المنتصف.

• أرسَمُ المَجْسَمَ الَّذِي توصلتُ إلى وصفه من خلال المساقط على الورقة المنقطة متساوية القياس، ثمَّ أظللُ الجهة الأمامية.



120

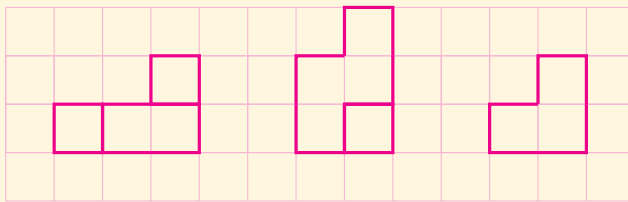
مثال 4

- أوضح للطلبة أنه إذا كانت المساقط الثلاثة للمجسم معلومة، فإنه يمكن رسم المجسم بالرسم المتساوي باستعمال مكعبات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم قراءة مثال 4 ورسم المجسم على الورق المنقطة المتساوي القياس.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب إلى المجموعات التحقق من صحة رسمهم باستعمال أداة الرسم المتساوي القياس، وذلك برسم المجسم باستعمال الأداة، ثمَّ التحقق من تطابق مساقط المجسم الذي رسموه مع المساقط الواردة في المثال.

- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

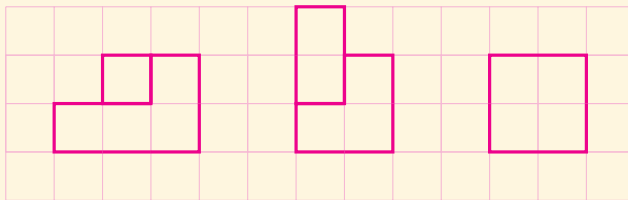
إجابات (أنتحقق من فهمي 3):

3)



المسقط الجانبيّ المسقط العلويّ المسقط الأماميّ

4)



المسقط الجانبيّ المسقط العلويّ المسقط الأماميّ

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأن الحدود المرسومة داخل المساقط تدلّ على الارتفاعات المختلفة للشكل.
- يُفضّل استعمال أداة الرسم متساوي القياس؛ للتحقق من صحة الرسم، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا فإنه يمكن توجيه المجموعات إلى بناء المجسمات باستعمال المكعبات، ثمَّ ملاحظة مساقط الشكل ومقارنتها بالمساقط الواردة في المثال.

أُتدَرَّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدَرَّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 4)، والمسألتيْن (7, 8)، والمسألتيْن (13, 14)، والمسألتيْن (17, 18)، ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ آية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

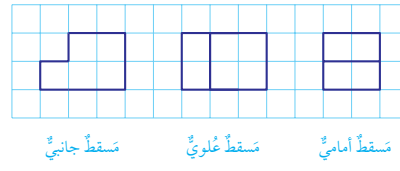
إرشادات:

- في سؤال 3، أحثّ الطلبة على عدّ المكعبات بطرائق مختلفة. مثلاً: ثلاث طبقات عمودية في كلّ طبقة منها 6 مكعبات، أو طبقتان عموديتان في كلّ طبقة منها 9 مكعبات، أو ثلاث طبقات أفقية في كلّ طبقة منها 6 مكعبات.
- في السؤالين 9 و10، أوجّه الطلبة لقراءة الإرشاد الوارد في هامش السؤال، وأؤكد أهمية جملة "أقلّ عدد من مكعبات الوحدة" الواردة في السؤال.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أُتدَرَّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

الوحدة 8



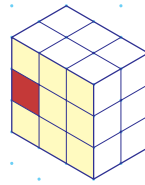
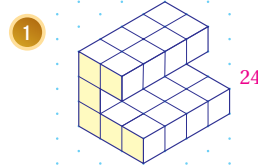
أُستعمل ورقة منقطة متساوية القياس والمساقط المجاورة، لرسم المجسّم من مكعبات وحدة.

ملحوظة: أُستعمل الورق المنقطة متساوي

القياس الموجود في كتاب التمارين. أنظر ملحق الإجابات.

أُتدَرَّب وأحلّ المسائل

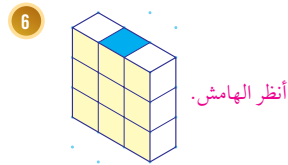
أجدّ عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها كلّ مجسّم ممّا يأتي:



ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها المجسّم المجاور؟ 18

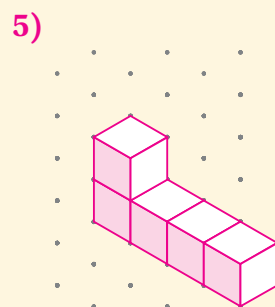
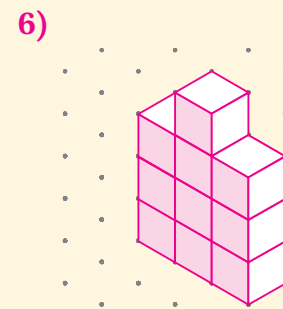
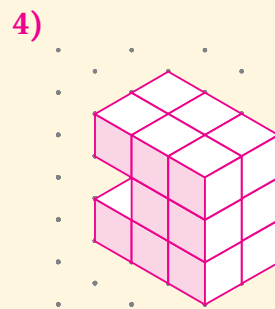
إذا أُزيل المكعب الأحمر من المجسّم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر الهامش.

إذا وُضِع مكعب وحدة فوق كلّ متوازي مستطيلات ممّا يأتي ليغطّي المربع المرسوم باللون الأزرق، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس:



121

إجابات (أُتدَرَّب وأحلّ المسائل):



- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين (19, 20).
- أَرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 5, 6, 9, 10 كتاب التمارين: 1, 3, 5, 7
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 6, 10, 11, 12, 15 كتاب التمارين: 2, 4, 6, 8, 10
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 10, 11, 12, 16, 19, 20 كتاب التمارين: (5 - 10)

5 الإثراء

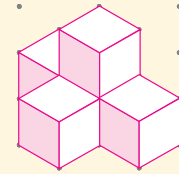
البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

« أرسّم جميع الحالات الممكنة للمجسم الناتج من ترتيب 5 مكعبات بشكل متلاصق، ثمّ أرسّم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبّي لكلّ مجسم.

إجابة ممكنة:

أنظر رسم الطلبة للمجسمات ومساقطها.



تنبيه: ألفت انتباه الطلبة إلى أن تلاصق المكعبات يعني أن يكون أحد أوجه المكعب على الأقلّ متصلًا اتصالًا كاملاً بوجه مكعب آخر.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.

7 أرسّم متوازيّ مستطيلاتٍ على ورقةٍ منقّطةٍ متساوية القياسٍ طولُهُ 3 وحداتٍ، وعرضُهُ 3 وحداتٍ، وارتفاعُهُ 6 وحداتٍ. أنظر الهامش.

8 أرسّم متوازيّ مستطيلاتٍ على ورقةٍ منقّطةٍ متساوية القياسٍ طولُهُ 4 وحداتٍ، وعرضُهُ وحدتانٍ، وارتفاعُهُ 3 وحداتٍ. أنظر الهامش.

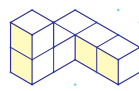
يتكوّن كلّ مجسّمٍ ممّا يأتي من 6 مكعباتٍ وحيدةٍ. أجدُ أقلّ عددٍ من مكعباتِ الوحدة التي يمكنُ إضافتها إلى كلّ مجسّمٍ ليصبح متوازيّ مستطيلاتٍ:

9



4

10



12

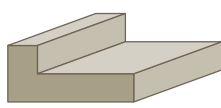
إرشادٌ

أحدّد مواقع المكعبات السّيّ التي تكملُ الشكل إلى متوازي مستطيلاتٍ أوّلًا قبل البدء بالرّسم.

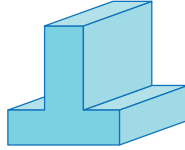
أرسّم كلّ مجسّمٍ ممّا يأتي على ورقةٍ منقّطةٍ متساوية القياس:

(11-12) أنظر الهامش.

11



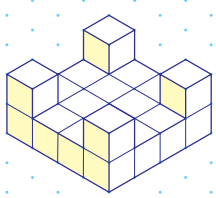
12



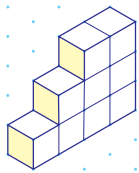
(13-14) أنظر ملحق الإجابات.

أرسّم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبّي، لكلّ من المجسّمات الآتية:

13



14

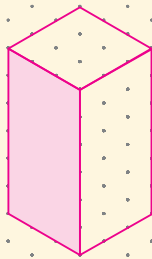


إرشادٌ

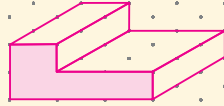
أستعملُ أوراقَ المربعات الموجودة في نهاية كتاب التمارين.

إجابات (أندرب وأحلّ المسائل):

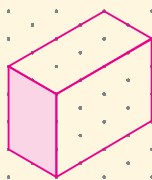
7)



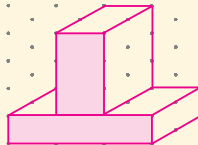
11)



8)

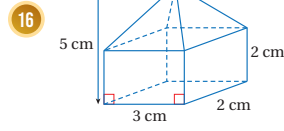
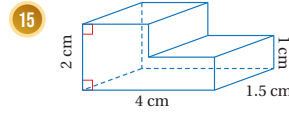


12)

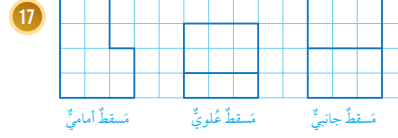


الوحدة 8

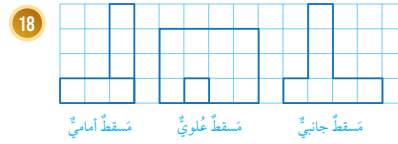
أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، لكل من المجسمات الآتية: (أرسم كل مسقط بأبعاده الحقيقية)



أستعمل ورقة منقطة متساوية القياس والمساقط المعطاة، لرسم كل مجسم مما يأتي من مكعبات وحدة:



أنظر الهامش.

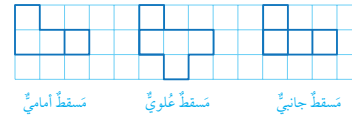


أنظر الهامش.

مهارات التفكير العليا

19 **أكتشف الخطأ:** رسم عامر متوازي المستطيلات المجاور على ورقة منقطة متساوية القياس. أكتشف الخطأ الذي وقع فيه عامر، وأصححُه بإعادة رسم المتوازي على ورقة منقطة متساوية القياس. **أنظر الهامش.**

20 **تحذ:** أستخدم ورقة منقطة متساوية القياس، لرسم المجسم المعطى مساقطه في ما يأتي من مكعبات وحدة. **أنظر الهامش.**



21 **أكتب** كيف أرسم المساقط الثلاثة لمجسم؟ **أنظر إجابات الطلبة.**

123

نشاط التكنولوجيا



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التفاعلية التي يحويها لتحديد مساقط الأشكال ثلاثية الأبعاد، وأخبرهم أن الموقع يحوي مسائل تفاعلية بأربع مستويات مختلفة.

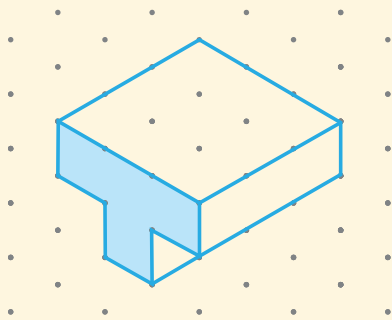
إرشاد: يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1-3) من خطوات تنفيذ المشروع.

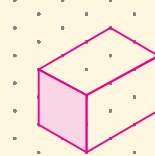
الختام 6

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل: « أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، للمجسم الآتي.

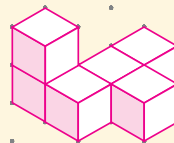


إجابات (أدرب وأحل المسائل):

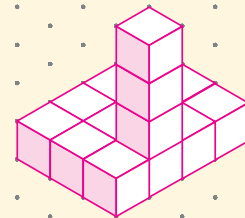
17) **الخطأ:** ظهور الحواف المخفية. **الرسم التالي هو الصحيح:**



20)



18)



أستكشف



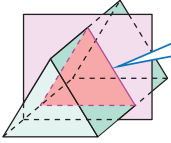
كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن المجاورة للحصول على شرائح مستطيلة الشكل؟

فكرة الدرس

- أحدد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- أحدد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- أتعرف المجسمات الدورانية.

المصطلحات

المقطع، المقطع العرضي، المنشور، مستوى التماثل، المجسم الدوراني، محور الدوران.



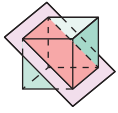
المقطع العرضي مثلث

أفترض أن مستوى قطع مجسمًا، عندها يُسمى الشكل ثنائي الأبعاد الناتج من تقاطع مستوى مع مجسم **مقطعًا** (section). فمثلًا، يبين الشكل المجاور أن تقاطع مستوى ومنشور ثلاثي هو مثلث. ويُسمى المقطع الموازي لقاعدة المجسم **المقطع العرضي** (cross section).

مثال 1

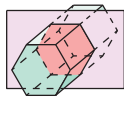
أحدد المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كل مما يأتي، وأحدد أي المقاطع هو مقطع عرضي:

1



المقطع مستطيل.

2



المقطع سداسي، وهو مقطع عرضي؛ لأنه مواز للقاعدة.

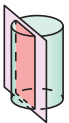
3



المقطع مثلث، وهو مقطع عرضي؛ لأنه مواز للقاعدة.

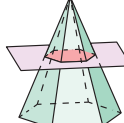
أتحقق من فهمي

4



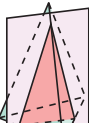
المقطع مستطيل.

5



المقطع سداسي، وهو مقطع عرضي.

6



المقطع مثلث.

نتائج الدرس:

- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرف المجسمات الدورانية.
- وصف المجسم الدوراني الناتج من دوران شكل مستوي حول محور معطى.
- تحديد أبعاد مجسم دوراني.
- إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركبة.

نتائج التعلّم القبلي:

- الانعكاس في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- محور الانعكاس في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- الدوران في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- مركز الدوران في الأشكال ثنائية الأبعاد.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

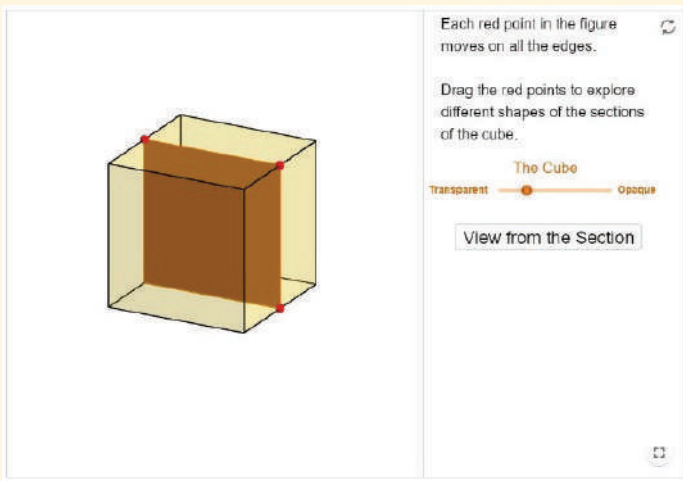
أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 15: لوحة الهدف.
- أطلب إلى المجموعات تحديد حرف من لوحة الهدف على كل مما يأتي:
 - « حرف ليس له أي محور تماثل.
 - « حرف له محور تماثل.
 - « حرف له محورا تماثل.
- أناقش الحل مع الصفّ كاملاً.

- أحرك المستوى الذي يقطع المجسم بأوضاع مختلفة، وأطلب إلى الطلبة تحديد شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كل مرة، ثم أنقر على **View from the Section** لإظهار شكل المقطع، وأتحقق من صحة إجابات الطلبة في كل مرة.
- أطلب إلى المجموعات استكشاف المؤشرات المختلفة الموجودة في الشاشة، وتحديد تأثير كل منها على وضع المستوى ومكانه بالنسبة إلى المجسم، ثم أطلب إليهم استكشاف مقاطع مختلفة، وألفت انتباههم إلى إمكانية النقر على **↺** لإعادة الشكل إلى وضعه الأصلي.
- أطلب إلى المجموعات العودة إلى الصفحة الرئيسة، واختيار **Exploring Sections of Cubes** من القائمة الموجودة في الصفحة الرئيسة، لتظهر الشاشة الآتية:

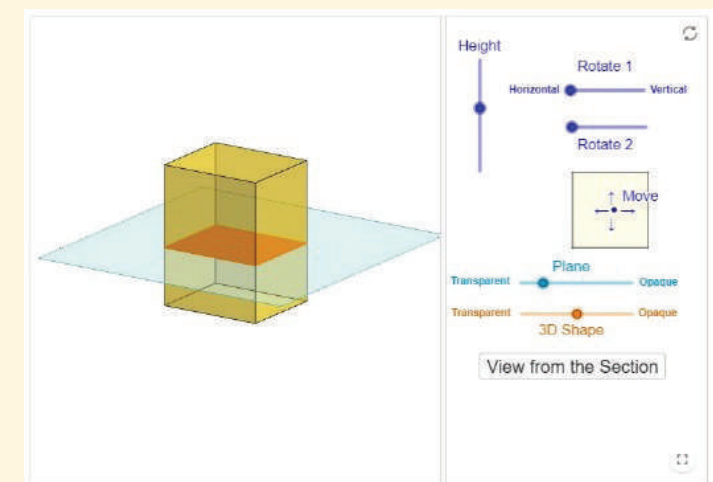


- أطلب إلى المجموعات تحريك النقاط الحمراء على حدود المكعب لتحريك المستوى الذي يقطع المجسم؛ لمحاكاة الشكل الوارد في الفرع 1 من المثال 1، ثم أسأل الطلبة:
- برأيكم، ما شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى مع المكعب؟ **مستطيل، أو مربع.**
- أطلب إلى المجموعات النقر على **View from the Section** لإظهار شكل المقطع والتحقق من إجاباتهم.
- أطلب إلى المجموعات النقر على **↺** لإعادة الشكل إلى وضعه الأصلي، ثم أطلب إليهم تحريك المستوى بأوضاع مختلفة؛ لاستكشاف المقطع الناتج في كل مرة.
- أطلب إلى المجموعات استكشاف جميع مقاطع المجسمات الموجودة في الصفحة الرئيسة.
- أناقش حلّ الفرعين 2 و3 من المثال 1 مع الطلبة من دون استعمال البرمجية؛ للتحقق من تمكّنهم من مفهوم المقطع.

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:
- « ما الأشكال التي تُصنّع بها الجبنة؟ منشور رباعي، منشور ثلاثي.
- « كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن الظاهرة في الصورة إلى شرائح مثلثة الشكل؟ بتقطيعها بسكين بشكل يوازي قاعدتها المثلثة.
- « كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن إلى شرائح مستطيلة؟ بتقطيعها بسكين بشكل عمودي على قاعدتها المثلثة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
- « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أوضّح للطلبة المقصود بكلّ من: المقطع، والمقطع العرضي، وأذكر لهم أمثلة على ذلك.
 - أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):
- <https://www.geogebra.org/m/M5dZnUeH>
- أطلب إلى الطلبة اختيار **Sections of Rectangular Prisms (Cuboids)** من القائمة الموجودة في الصفحة الرئيسة، لتظهر الشاشة الآتية:

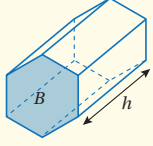


الوحدة 8

المنشور (prism) هو شكل ثلاثي الأبعاد، له قاعدتان متطابقتان ومتوازيتان، ومقاطع العرضية جميعها متطابقة، ويمكن إيجاد حجم المنشور بضرب مساحة المقطع العرضي له (القاعدة) في ارتفاعه.

حجم المنشور

مفهوم أساسي

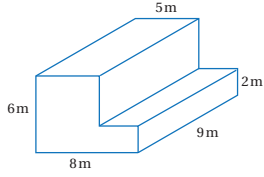


• **بالكلمات:** حجم المنشور يساوي ناتج ضرب مساحة مقطعه العرضي في ارتفاعه.

• **بالرموز:** $V = Bh$

حيث h ارتفاع المنشور، و B مساحة المقطع العرضي للمنشور.

مثال 2



أجد حجم المنشور المجاور.

1 **الخطوة** أجد مساحة المقطع العرضي.

أجد مساحة المقطع العرضي (B) بجمع مساحتي المستطيلين B_1 و B_2

$$\begin{aligned} B &= B_1 + B_2 && \text{صيغة مساحة المقطع العرضي} \\ &= (l_1 \times w_1) + (l_2 \times w_2) && \text{صيغة مساحة المستطيل} \\ &= (6 \times 5) + (3 \times 2) && \text{أعوّض} \\ &= 30 + 6 = 36 && \text{أجد الناتج} \end{aligned}$$

إذن، مساحة المقطع العرضي للمنشور 36 m^2

2 **الخطوة** أجد حجم المنشور.

$$\begin{aligned} V &= Bh && \text{صيغة حجم المنشور} \\ &= 36 \times 9 && \text{أعوّض} \\ &= 324 && \text{أجد الناتج} \end{aligned}$$

إذن، حجم المنشور 324 m^3

125

أخطاء شائعة!

يظن بعض الطلبة خطأً أن قاعدة المنشور يجب أن تكون مضلعاً منتظماً؛ لذا أوكد باستمرار أنه يمكن أن تكون القاعدتان أيّ مضلع بشرط أن تكونا متطابقتين ومتوازيتين.

إرشاد: يُفضّل تنفيذ إجراءات المثال 1 في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكناً، فإنه يمكن توضيح نوع المقطع والمقطع العرضي للمجسمات باستعمال مجسمات حقيقية مصنوعة من الورق أو الكرتون أو أي مجسمات أخرى مناسبة.

تنبيه: أتجنّب مناقشة مقاطع الكرة؛ لأن ذلك سيناقش في الدرس القادم.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

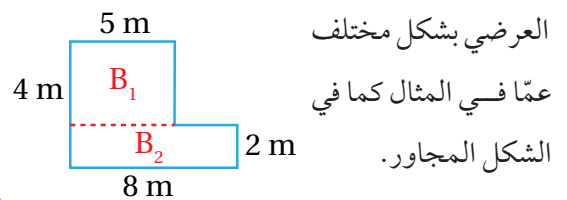
التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أناقش مفهوم المنشور مع الطلبة، وأعطي لهم أمثلة على ذلك مثل: منشور ثلاثي، رباعي، خماسي، ...
- أناقش مع الطلبة صيغة إيجاد حجم المنشور بالكلمات والرموز الوارد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي).
- أناقش حلّ مثال 2، وأؤكد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

إرشاد: أوضّح للطلبة أنه يمكن تقسيم المقطع



العرضي بشكل مختلف عمّا في المثال كما في الشكل المجاور.

مثال 3

• أعرض أمام الطلبة متوازي مستطيلات، مثل: صندوق أغذية، أو صندوق مناديل ورقية، ثم أوضح لهم كيف يمكن وضع مرآة مستوية تمر في مركز الصندوق وتوازي وجهين متوازيين فيه، بحيث ينعكس أحد نصفي الصندوق على نصفه الآخر تمامًا.

• أسأل الطلبة: بكم طريقة يمكن عمل ذلك؟ لماذا؟
3 طرائق، بعدد أزواج الأوجه المتوازية في متوازي المستطيلات.

• أوضح للطلبة أن المرآة تمثل مستوى تماثل، ثم أوضح لهم المقصود بمستوى التماثل، وأقدم لهم أمثلة على ذلك.

• ناقش مع الطلبة حلّ المثال 3.

• إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

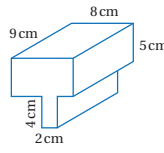
- يمكن عرض منشور ثلاثي شفاف أمام الطلبة؛ لتوضيح عدد مستويات التماثل للمنشور الثلاثي.
- يمكن الاستفادة من عدد محاور التماثل لقاعدة المجسم لتحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.

أخطاء شائعة:

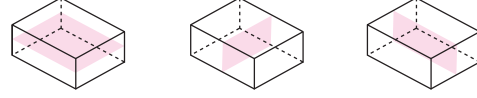
قد يظن الطلبة خطأً أن المستوى الذي يحوي حرفين متقابلين من متوازي المستطيلات يشكل مستوى تماثل. أوضح للطلبة أن مستوى التماثل يجب أن يقسم الشكل ثلاثي الأبعاد إلى نصفين متطابقين كل منهما صورة مرآة للآخر. هذا الخطأ يشبه خطأ الظن بأن قطر المستطيل محور تماثل.

تحقق من فهمي:

أجد حجم المنشور المجاور. 432 cm^3

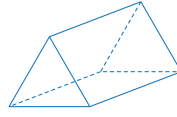


مستوى التماثل (plane of symmetry) هو مستوى يقسم الشكل ثلاثي الأبعاد إلى نصفين متطابقين كل منهما صورة مرآة للآخر، فمثلاً تبين الأشكال الآتية مستويات التماثل جميعها لمتوازي المستطيلات.



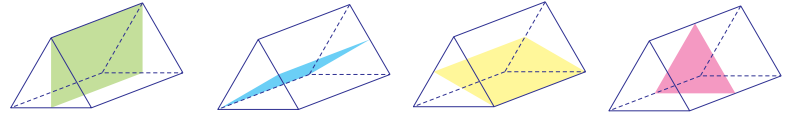
مثال 3

يبين الشكل المجاور منشورًا ثلاثيًا قاعدته مثلث متطابق الأضلاع. أحدد عدد مستويات التماثل للمنشور.



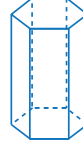
بما أن قاعدة المنشور مثلث متطابق الأضلاع، فإن لها ثلاثة خطوط تماثل، وهذا يعني أن للمنشور مستوى تماثل مرتبطاً بكل من هذه الخطوط الثلاثة، ويوجد أيضاً مستوى تماثل مواز للقاعدة يقطع المنشور إلى نصفين متطابقين.

ومنهُ فإن المجموع الكلي لمستويات تماثل هذا المنشور هو 4 مستويات.



تحقق من فهمي:

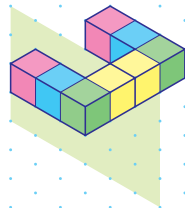
أحدد عدد مستويات التماثل للمنشور السداسي المنتظم المجاور. 7



يمكنُ إكمال الرسم المتساوي لشكلٍ ثلاثي الأبعاد إذا علمتُ مستوى تماثل الشكلٍ وأحد النصفين المتطابقين حوله.

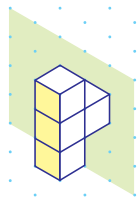
مثال 4

أكمل رسم المجسم في الشكل المجاور، علمًا بأن المستوى المظلل مستوى تماثل. بما أنه توجد 4 مكعبات في الشكل، فهذا يعني أنه يجب إضافة 4 مكعبات أخرى على الجهة الأخرى من مستوى التناظر.



تحقق من فهمي:

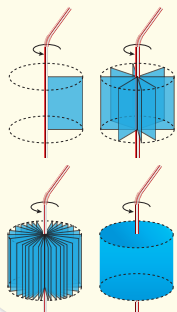
أكمل رسم المجسم في الشكل المجاور، علمًا بأن المستوى المظلل مستوى تماثل. ملحوظة: أستمع الورق المنقطة متساوي القياس الموجود في كتاب التمارين. أنظر الهامش.



المجسمات الدورانية

نشاط هندسي

الإجراءات:

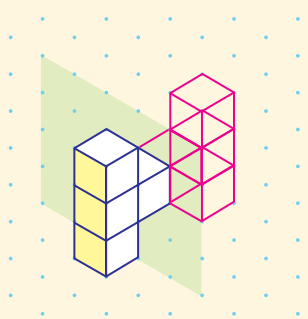


- 1 الخطوة: أرسم مستطيلًا على ورقة مقوَّاة، ثم أفضّه.
- 2 الخطوة: أستمع شريطًا لاصقًا لتثبيت المستطيل على ماصّة.
- 3 الخطوة: أدور نهاية الماصّة بين يدي، وأراقب النتيجة.

أطلّ النتائج:

ما المجسم الناتج من دوران المستطيل حول الماصّة؟

إجابة - (أتحقّق من فهمي 4):



- أوضح للطلبة أن من فوائد مستويات التماثل في المجسمات: إكمال الرسم المتساوي لشكل ثلاثي الأبعاد إذا عُرِف مستوى تماثل له وأحد نصفيه المتطابقين حول هذا المستوى.
- ناقش حلّ المثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد أن عدد المكعبات على جهتي مستوى التماثل متساويان.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: يمكن مناقشة المثال مع الطلبة باستعمال أداة الرسم المتساوي، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن استعمال لوح متنقل خاص بالورق المنقطة متساوي القياس لشرح المثال.

نشاط هندسي: المجسمات الدورانية

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كل مجموعة بقطعة كرتون مستطيلة الشكل، وماصّة، ولاصق.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط الهندسي الوارد في الصفحة 127 من كتاب الطالب.
- أختار أحد أفراد المجموعات، وأطلب إليه عرض النشاط أمام الطلبة، ثم أسأل الطلبة: ما المجسم الناتج من دوران قطعة الكرتون مستطيلة الشكل حول الماصّة؟ أسطوانة.

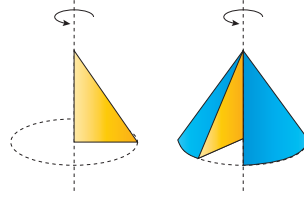
إرشاد: أطلب إلى أفراد المجموعات توزيع الأدوار في ما بينهم أثناء تنفيذ النشاط، فمثلاً يثبت أحد فردي المجموعة قطعة الكرتون على الماصّة الملصقة، ثم يدور الفرد الآخر نهاية الماصّة بيديه.

مثال 5

- أقدم مفهوم المجسم الدوراني ومحور الدوران، وأستعين بالأسطوانة التي نتجت من دوران المستطيل في النشاط السابق.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم قراءة مثال 5 ومناقشة حلّه، ثم أكلف مندوباً عن إحدى المجموعات بحلّ المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله.
- أطلب تبرير النتائج وخاصة في ما يتعلق بأبعاد المجسم الدوراني وأبعاد الشكل الأصلي المدور.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

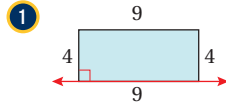
قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في وصف المجسم الدوراني الناتج من وصف الأشكال المستوية؛ لذا يمكن نمذجة المسائل بطريقة مشابهة للنشاط الهندسي.



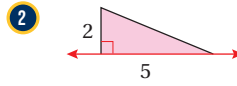
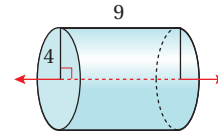
المجسم الدوراني (solid of revolution) هو شكل ثلاثي الأبعاد ناتج من دوران شكل مستوي حول محور، ويسمى المستقيم الذي يدور حوله الشكل المستوي **محور الدوران** (axis of revolution). فمثلاً، عند تدوير مثلث حول محور يحوي أحد أضلاعه، فإن المجسم الدوراني الناتج مخروط.

مثال 5

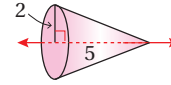
أصف المجسم الدوراني الناتج من دوران كلٍّ من الأشكال المستوية الآتية حول المحور المعطى، ثم أحدد قياساته وأرسمه.



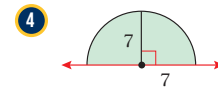
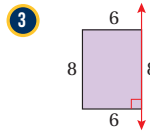
المجسم الدوراني الناتج أسطوانة ارتفاعها 9 وطول نصف قطرها 4



المجسم الدوراني الناتج مخروط ارتفاعه 5 وطول نصف قطره 2



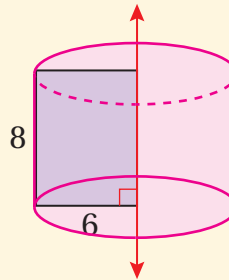
(3-4) أنظر الهامش.



✓ **أتحقق من فهمي:**

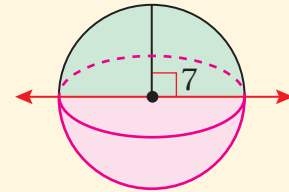
إجابات - (أتحقق من فهمي 5):

3)



المجسم الدوراني الناتج: أسطوانة ارتفاعها 8 وطول نصف قطر قاعدتها 6

4)



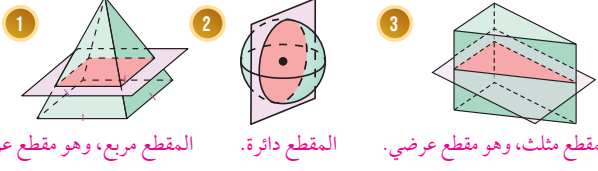
المجسم الدوراني الناتج: كرة طول نصف قطرها 7

أحدّد المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كلِّ ممّا يأتي، وأحدّد أيُّ المقاطع هو مقطع عرضي:

أُتدرب
وأحلّ المسائل

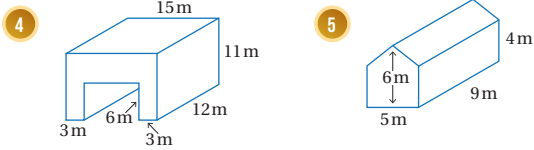
معلومة

للمقاطع أهمية كبيرة في دراسة الهياكل التشريحية للحيوانات والنبات، ومن خلالها كشف العلماء القاب عن الأنسجة والأعضاء المخفية.



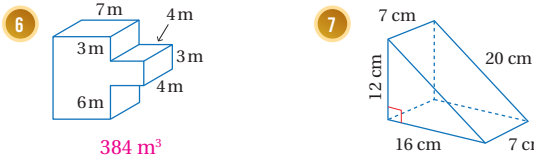
1 المقطع مربع، وهو مقطع عرضي. 2 المقطع دائرة. 3 المقطع مثلث، وهو مقطع عرضي.

أجد حجم كل منشور ممّا يأتي:



1332 m³

225 m³



384 m³

672 m³

8 يبيّن الشكل الآتي مكعبًا، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المكعب.

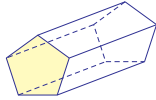


أفكّر

إذا كانت قاعدة المنشور مضلعًا منتظمًا، فما علاقة ذلك بمستويات التماثل؟

9 يبيّن الشكل الآتي منشورًا خماسيًا منتظمًا، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المنشور.

6



أُتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى قراءة المعلومة المرتبطة بالأسئلة (1 - 3) حول أهمية المقاطع العرضية في دراسة الحيوانات والنباتات.

توسعة: في السؤال 17، أطلب إلى

الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن خصائص الفولاذ ومجالات استخدامه، وكتابة فقرة قصيرة عن ذلك.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أُتدرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حلّ المسائل (18 – 21).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17 كتاب التمارين: (1 – 4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (17 – 19) كتاب التمارين: (1 – 5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (18 – 21) كتاب التمارين: (3 – 6)

الإثراء

5

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:



« يبيّن الشكل المجاور

مجسّمًا مكوّنًا من

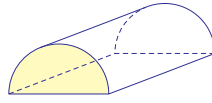
5 مكعبات وحدة.

أضيف إلى المجسم

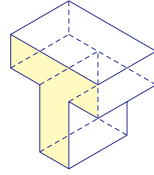
مكعبًا سادسًا بحيث يصبح للمجسم:

- مستوى تماثل واحد.
- مستويًا تماثل.
- 3 مستويات تماثل.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.



10 يبيّن الشكل المجاور مجسّمًا مقطّعه العرضي نصف دائرة، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المجسم. 2

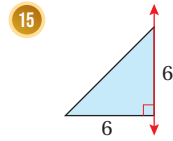
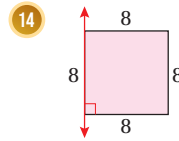


11 يبيّن الشكل المجاور منشورًا مقطّعه العرضي على شكل حرف T، أحدّد عدد مستويات التماثل لهذا المنشور. 2

أكمل رسم المجسم في كلّ ممّا يأتي، علمًا بأنّ المستوى المظلل مستوى تماثل: (12–13) أنظر الهامش.



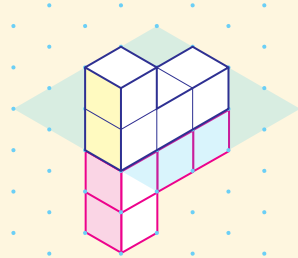
أصنّف المجسم الدوراني الناتج من دوران كلّ من الأشكال المستوية الآتية حول المحور المعطى، ثمّ أحدّد قياساته وأرسمه: (14–15) أنظر ملحق الإجابات.



16 **علبة:** يبيّن الشكل المجاور علبة سطحها العلوي والتسلفي متطابقان، وكلاهما مكوّن من مستطيل طوله 9 cm وعرضه 4 cm مع نصف دائرة عند كلّ نهاية. إذا كان ارتفاع العلبة 3 cm، فأجد حجمها. 145.7 cm^3

إجابات – (أندرب وأحلّ المسائل):

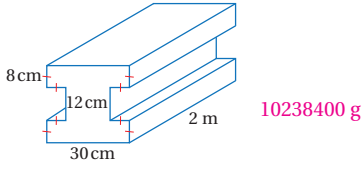
12)



13)



17 **دعامة فولاذية:** يبين الشكل الآتي المقطع العرضي لدعامة فولاذية على شكل منشور، طولها 2 m، إذا كانت كتلة 1 cm³ من الفولاذ 79 g، فأجد كتلة الدعامة.

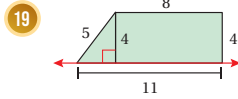
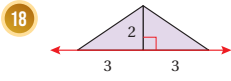


معلومة

يُعدُّ الفولاذ المادة الأكثر شيوعًا لبناء البنية التحتية، وفي الصناعات حول العالم؛ فهو يستخدم لتصنيع جميع المواد بدءًا من الإبرة إلى ناقلات البترول.

مهارات التفكير العليا

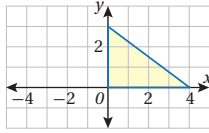
تبرير: أرسم المجسم المركب الناتج من تدوير كلٍّ من الأشكال المستوية الآتية حول المحور المُعطى، ثمَّ أصفِّ المجسم الناتج وأحدِّد قياساته: (18-19) أنظر الهامش.



20 **تحديد:** أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس مجسمًا مكونًا من 6 مكعبات وحددة له 5 مستويات تماثل. أنظر ملحق الإجابات.

21 **تبرير:** أجد المساحة الكلية لسطح المجسم الناتج من دوران المثلث الآتي حول المحور l ، وأبرر إجابتي. (أكتب الإجابة بدلالة π)

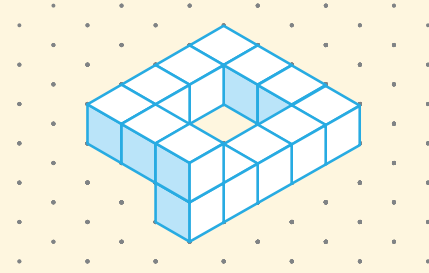
36 π ، المجسم الدوراني
الناتج: مخروط طول نصف
قطر قاعدته 4 وارتفاعه 3



22 **أكتب:** كيف يمكن تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم؟ أنظر إجابات الطلبة.

نشاط التكنولوجيا

- أعرض الشكل الآتي على الطلبة، وأخبرهم أن المجسم الظاهر فيها يُسمى شكلاً مستحيلًا (impossible object)، وأوضح لهم أن الشكل المستحيل هو نوع من أنواع الخداع البصري، وهو شكل ثنائي الأبعاد يُفسَّر بصرياً على أنه شكل ثلاثي الأبعاد، ولكن وجوده هندسياً غير ممكن.



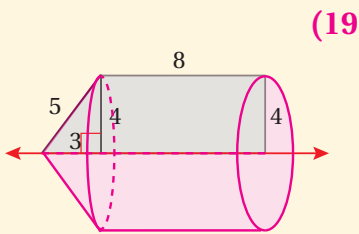
- أطلب إلى الطلبة البحث عن صور لأشكال مستحيلة في شبكة (الإنترنت).
- أطلب إلى الطلبة رسم الشكل المستحيل الخاص بهم على الورق المنقطة متساوي القياس.

تعليمات المشروع:

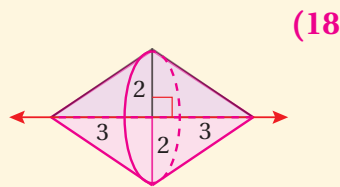
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (4-7) من خطوات تنفيذ المشروع.

الختم 6

إجابات - (أندرب وأحل المسائل):



المجسم الدوراني الناتج: أسطوانة يعلوها مخروط.
طول نصف قطر كلٍّ من الأسطوانة وقاعدة المخروط 4، ارتفاع الأسطوانة 8، ارتفاع المخروط 3 وارتفاعه الجانبي 5



المجسم الدوراني الناتج: مخروطان متماثلان قاعدتهما ملتصقتان ورأساهما باتجاهين مختلفين. طول نصف قطر قاعدة كلٍّ مخروط 2 وارتفاعه 3

نتائج الدرس:

- إيجاد مساحة سطح الكرة.
- إيجاد حجم الكرة.

نتائج التعلّم القبلي:

- إيجاد مساحة الدائرة.
- إيجاد حجم المنشور ومساحة سطحه.
- إيجاد حجم المخروط، ومساحة سطحه.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أضع على الطاولة أمام الطلبة: كرة قدم، وحبّة برتقال، وكرة تنس طاولة، ثمّ أسألهم:

« ما الصفة المشتركة بين هذه المجسمات؟ كلّ منها على شكل كرة.

« ما الاختلافات بين المجسمات؟ ستختلف إجابات الطلبة، إجابة محتملة: تختلف المجسمات في الحجم.

أستكشف

كَمْ سنتيمتراً مربعاً مِنْ الجِلْد يلزَمُ لصنع الكرة المجاورة؟



فكرة الدرس

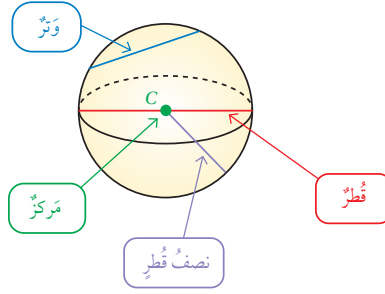
أجد مساحة سطح الكرة وحجمها.

المصطلحات

الكرة، الدائرة الكبرى، نصف الكرة.

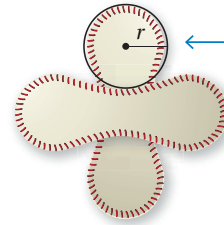
الكرة (sphere) هي مجموعة النقاط جميعها في الفضاء التي تبعدُ بعداً ثابتاً عن نقطة معلومة تُسمى مركز الكرة.

- نصف قطر الكرة هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الكرة وأي نقطة على الكرة.
- وتر الكرة هو قطعة مستقيمة طرفها أي نقطتين على الكرة.
- قطر الكرة وتر يمر في المركز.



يمكن إيجاد صيغة لمساحة سطح الكرة بقص كرة كما في الشكل أدناه وملاحظة القطعتين اللتين تتكوّن منهما.

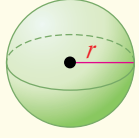
ألاحظ أن كل قطعة مكوّنة تقريباً من دائرتين متطابقتين متصلتين، ممّا يعني أن الكرة بأكملها مكوّنة من 4 دوائر متطابقة تقريباً طول نصف قطر كلّ منها r ، وبما أن مساحة الدائرة $A = \pi r^2$ ، فإن مساحة القطع التي تتكوّن منها الكرة تُساوي $4\pi r^2$ وهذه هي الصيغة العائنة لمساحة سطح الكرة.



مساحة كلّ دائرة تُساوي πr^2 تقريباً

مساحة سطح الكرة

مفهوم أساسي



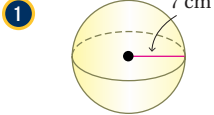
• **بالكلمات:** مساحة سطح الكرة (S.A) هي حاصل ضرب 4π في مربع طول نصف قطرها.

• **بالرموز:** $S.A = 4\pi r^2$

حيث r طول نصف قطر الكرة.

مثال 1

أجد مساحة سطح كل كرة مما يأتي، وأقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة:



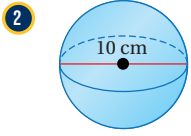
صيغة مساحة سطح الكرة $S.A = 4\pi r^2$

أعوّض $r = 7$ $= 4\pi(7)^2$

أبسّط $= 196\pi$

أستعمل الآلة الحاسبة ≈ 615.8

إذن، مساحة سطح الكرة $196\pi \text{ cm}^2$ ، أو 615.8 cm^2 تقريبًا.



بما أن طول قطر الكرة 10 cm فإن هذا يعني أن طول نصف قطرها 5 cm

صيغة مساحة سطح الكرة $S.A = 4\pi r^2$

أعوّض $r = 5$ $= 4\pi(5)^2$

أبسّط $= 100\pi$

أستعمل الآلة الحاسبة ≈ 314.2

إذن، مساحة سطح الكرة $100\pi \text{ cm}^2$ ، أو 314.2 cm^2 تقريبًا.

• أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، وتأمل الصورة المجاورة لها، ثم أسألهم:

« أين تُستعمل هذه الكرة؟ في لعبة كرة القدم.

« هل توجد كرات تُستعمل في ألعاب أخرى؟ ما الأمثلة على ذلك؟ نعم، توجد، مثلًا: كرة السلة، كرة الطائرة، كرة اليد، كرة التنس الأرضي.

« كم سنتيمترًا مربعًا من الجلد نحتاج إليه لصنع الكرة الظاهرة في الصورة؟

• أخبر الطلبة أنهم سيتعرفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.

• أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:

« ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟

« من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟

• أعزز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

• أوضّح للطلبة المفهوم الرياضي للكرة، وعناصرها بالاستعانة بما ورد في كتاب الطالب.

• أسأل الطلبة السؤال الآتي:

« ما صيغة حساب مساحة الدائرة؟ $A = \pi r^2$

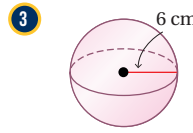
• أستمع لإجابات الطلبة، ثم أكتب صيغة مساحة الدائرة على اللوح.

• أناقش الطلبة في طريقة التوصل إلى صيغة حساب مساحة سطح الكرة باستعمال كرة يمكن فتحها، وملاحظة أن سطح الكرة مكوّن من أربع دوائر متطابقة تقريبًا، ثم أكتب الصيغة بالكلمات والرموز كما ورد ذكرها في صندوق (مفهوم أساسي) في كتاب الطالب.

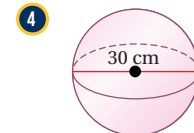
• أناقش مع الطلبة حلّ المثال 1 على اللوح؛ وأؤكد ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

• إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أتحقق من فهمي:



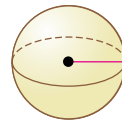
$$452.4 \text{ cm}^2$$



$$2827.4 \text{ cm}^2$$

يمكن إيجاد طول قطر الكرة إذا علمت مساحة سطحها.

مثال 2



$$S.A = 30\pi \text{ m}^2$$

أجد طول قطر الكرة المجاورة إذا علمت أن مساحة سطحها $30\pi \text{ m}^2$ ، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.

$$S.A = 4\pi r^2$$

صيغة مساحة سطح الكرة

$$30\pi = 4\pi r^2$$

$$S.A = 30\pi$$

$$r^2 = 7.5$$

أقسم طرفي المعادلة على 4π

$$r = \pm\sqrt{7.5}$$

تعريف الجذر التربيعي

$$= \pm 2.7$$

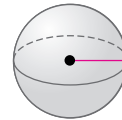
أستعمل الآلة الحاسبة

وبما أن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا، إذن، طول نصف قطر الكرة يساوي 2.7 m تقريبًا. أجد طول قطرها ($2r$) كالآتي:

$$2r = 2 \times 2.7 = 5.4$$

إذن، طول قطر الكرة يساوي 5.4 m تقريبًا.

أتحقق من فهمي:



$$S.A = 20.25\pi \text{ m}^2$$

أجد طول قطر الكرة المجاورة إذا علمت أن مساحة سطحها $20.25\pi \text{ m}^2$ ، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.

$$4.5 \text{ m}$$

مثال 2

- أسأل الطلبة:

« كيف يمكن إيجاد طول نصف قطر كرة علمت مساحتها؟ بتعويض المساحة في صيغة مساحة سطح الكرة، وحل المعادلة الناتجة.

- أناقش حلّ مثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأوضح لهم أنه يُعدّ تطبيقًا غير مباشر على قانون مساحة سطح الكرة.

إرشاد:

ألفت انتباه الطلبة عند حلّ المثال 2 إلى أن r تمثل طول نصف القطر، ولا يمكن أن يكون الطول سالبًا؛ لذا عند حلّ المعادلة الناتجة نأخذ القيمة الموجبة لـ r ، ونهمل القيمة السالبة.

تنبيه: قد يعوّض بعض الطلبة 3.14 بدلاً من π في الآلة الحاسبة عند إيجاد مساحة سطح الكرة، ما يؤدي إلى اختلاف الإجابة، إذ إن قيمة π في الآلة الحاسبة هي (3.141592675.....). أذكر الطلبة بهذا الأمر، وأقبل التيجتين؛ لأن كليهما صحيحة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

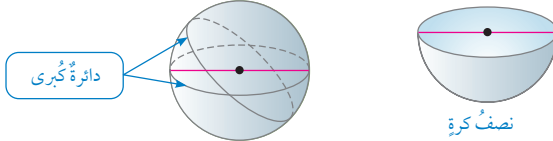
أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقق من فهمي) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنبًا لإحراجة.

إذا قطع مستوى كرة فإنه يقطعها في نقطة أو في دائرة، وإذا كان المستوى يحتوي مركز الكرة فعندها يُسمى هذا التقاطع **الدائرة الكبرى** (great circle)، فالدائرة الكبرى لها مركز الكرة نفسه، وطول نصف قطرهما مساوٍ لطول نصف قطر الكرة، ومحيطها هو محيط الكرة نفسه.



تقسم كل دائرة كبرى الكرة إلى نصفيين متطابقين يُسمى كل منهما **نصف كرة** (hemisphere).

التعليق
تحتوي الكرة عدداً لا نهائياً من الدوائر الكبرى.



مثال 3: من الحياة

الكرة الأرضية: يبلغ طول خط استواء الكرة الأرضية حوالي **40070 km** تقريباً. أجد مساحة سطح الكرة الأرضية التقريبية، مقرباً إجابتي لأقرب جزء من عشرة. بما أن خط الاستواء يمثل محيطاً كبيراً للكرة الأرضية، فطولُه يمثل محيطاً للكرة الأرضية.

الخطوة 1 أجد طول نصف قطر الكرة الأرضية.

$C = 2\pi r$	صيغة محيط الدائرة
$40070 = 2\pi r$	أعوّض $C = 40070$
$r \approx 6377.3$	استعمل الآلة الحاسبة

إذن، طول نصف قطر الكرة الأرضية **6377.3 km** تقريباً.



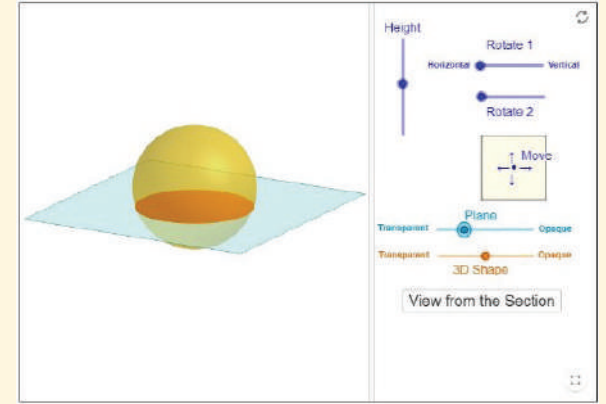
• أوضح للطلبة المقصود بكل من: المقطع، والمقطع العرضي، وأذكر لهم أمثلة على ذلك.



• أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):

<https://www.geogebra.org/m/M5dZnUeH#material/ZHaaZ7E4>

• أحرك المستوى الذي يقطع الكرة بأوضاع مختلفة، وأطلب إلى الطلبة تحديد شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى والكرة في كل مرة، ثم أنقر على **View from the Section** لإظهار شكل المقطع والتحقق من صحة إجابات الطلبة في كل مرة.



• أتوصل مع الطلبة عن طريق مناقشة ما سبق إلى أن ما ينتج من تقاطع مستوى مع كرة يكون إما نقطة أو دائرة، وأوضح لهم أن أكبر هذه الدوائر والتي لها مركز الكرة نفسه تُسمى الدائرة الكبرى، ثم أوضح لهم كل ما يتعلق بالدائرة الكبرى من حيث: نصف قطرها، ومحيطها، وعلاقتها بمحيط الكرة ونصف قطرها.

• أناقش مع الطلبة مفهوم نصف الكرة، ويمكن توضيح ذلك عملياً بإحضار 3 حبات برتقال وقطع كل حبة برتقال قطعاً مختلفاً، أو ملامستها بمستوى كما في الأشكال المرسومة في كتاب الطالب.

• أطلب إلى المجموعات قراءة المثال 3 ومناقشة حلّه، ثم أكلف مندوباً عن إحدى المجموعات حلّ المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله، وأؤكد لهم أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحلّ.

إرشادات

- ألقت انتباه الطلبة إلى وجود عدد لا نهائي من الدوائر الكبرى للكرة.
- يُفضّل توضيح مقاطع الكرة في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكناً، فإنه يمكن توضيح ذلك باستعمال مجسمات حقيقية.

تنويع التعليم:

في المثال 3، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في إيجاد تفسير للمسائل الحياتية، مثل: تخيّل محيط الأرض وطول نصف قطرها؛ لذا أقدم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، مع التنويه بضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ؛ ما يساعدهم على حلّ المسائل بسهولة.

مثال 4

- أذكّر الطلبة بقانون حساب حجم المنشور وقانون حساب حجم الأسطوانة، ثمّ أعرض عليهم قانون حساب حجم الكرة بالكلمات والرموز كما ورد ذكّرها في صندوق (مفهوم أساسي) في كتاب الطالب.
- ناقش حلّ مثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأوكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ الطلبة في إدخال $\frac{4}{3}$ في آلاتهم الحاسبة عند حساب حجم الكرة؛ لذا تأكّد أن الطلبة يستخدمون آلاتهم الحاسبة الخاصة بطريقة صحيحة، وألفت انتباههم إلى أن استخدام قيمٍ تقريبية مثل 1.33 يؤدي إلى أخطاء في الإجابات.

الخطوة 2 أستمع لنصف القطر لإيجاد مساحة سطح الكرة الأرضية.

$$S.A = 4\pi r^2$$

$$= 4\pi(6377.3)^2$$

$$\approx 511073731$$

صيغة مساحة سطح الكرة

$$r = 6377.3$$

أعوض $r = 6377.3$

أستمع الآلة الحاسبة

إذن، مساحة سطح الكرة الأرضية 511073731 km^2 تقريبًا.

تحقق من فهمي:



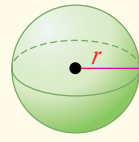
كرة: يبلغ محيط كرة بلاستيكية 60 cm، أجد مساحة سطحها التقريبية مقربًا إجابتي

لأقرب عدد صحيح. 1146 cm^2

يمكن إيجاد حجم الكرة باستعمال القاعدة الآتية:

حجم الكرة

مفهوم أساسي



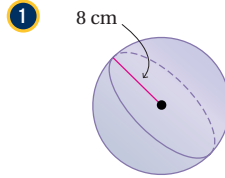
• بالكلمات: حجم الكرة (V) يساوي حاصل ضرب $\frac{4}{3}\pi$ في مكعب طول نصف قطرها.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

• بالرموز: حيث r طول نصف قطر الكرة.

مثال 4

أجد حجم كلّ كرة أو نصف كرة ممّا يأتي، مقربًا إجابتي لأقرب عدد صحيح:



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi(8)^3$$

$$= \frac{2048}{3}\pi$$

$$\approx 2145$$

صيغة حجم الكرة

$$r = 8$$

أعوض $r = 8$

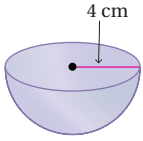
أبسط

أستمع الآلة الحاسبة

إذن، حجم الكرة 2145 cm^3 تقريبًا.

الوحدة 8

2



$$V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi (4)^3 \right)$$

$$= \frac{128}{3} \pi$$

$$\approx 134$$

صيغة حجم نصف الكرة

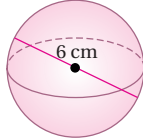
أعوّض $r = 4$

أبسّط

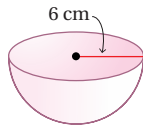
أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجم نصف الكرة 134 cm^3 تقريبًا.✓ **أتدقّق من فهمي:**

3

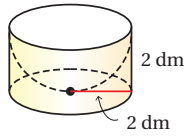
113 cm³

4

452 cm³

يمكن إيجاد حجم الجسم المركب بتحديد الأشكال الهندسية التي يتكوّن منها والعملية الحسابية اللازمة لإيجاد حجمه.

مثال 5



المجسم المجاور أسطوانة تحتوي نصف كرة مفرغة، أجد حجم الجزء المتبقي من الأسطوانة دون نصف الكرة مقربًا لإجابتي لأقرب جزء من مئة.

لإيجاد حجم الجزء المتبقي من الأسطوانة دون نصف الكرة (V)، أطرّح حجم نصف الكرة (V_2) من حجم الأسطوانة (V_1)

$$V = V_1 - V_2$$

$$= \pi r^2 h - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$= \pi (2)^2 (2) - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi (2)^3 \right)$$

$$= 8\pi - \frac{16}{3} \pi$$

$$= \frac{8}{3} \pi$$

$$\approx 8.38$$

صيغة حجم الجسم

بتعويض صيغتي حجم الأسطوانة وحجم نصف الكرة

أعوّض $r = 2, h = 2$

أبسّط

أطرّح

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجم الجسم $\frac{8}{3} \pi \text{ dm}^3$ أو 8.38 dm^3 تقريبًا.

التدريب

4

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1-13) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل / الزميلة.

✓ **إرشادات:**

- في السؤالين 12 و13، أوضّح للطلبة أن هذا الشكل يُسمّى المغزل، ويُستعمل في الأعمال اليدوية، مثل: نسج الملابس، وعمل الحبال.
- ألّفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)؛ لِمَا لها من أهمية في مساعدتهم على حلّ الأسئلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أندرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

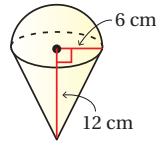
- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (18 – 16).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤالين الإثرائيين الآتيين:
 - « خزّان ماء أسطواني يتسع إلى 30 m^3 من الماء. ما أقل نصف قطر لكرة تتسع إلى الكمية نفسها من الماء؟ أقرب الإجابة لأقرب جزء من عشرة. 1.9 m »
 - « أبحث في تأثير حجم الكرة عند ضرب طول نصف قطرها في d . يُضرب الحجم في d^3 . يكبر الحجم إذا كان $d > 1$ ، يصغر الحجم إذا كان $0 < d < 1$ »

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

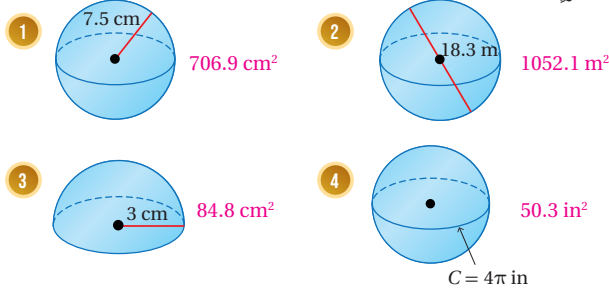


أجدّ حجم المجسم المجاور، المكوّن من مخروط ارتفاعه 12 cm يعلوه نصف كرة طول نصف قطرها 6 cm ، مقرّباً إجابتي لأقرب جزء من مئة. 904.78 cm^3

أتحقّق من فهمي:

أندرب وأحلّ المسائل

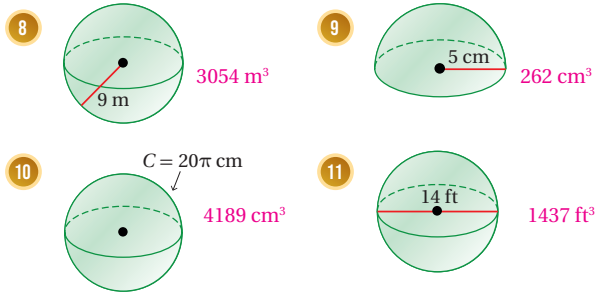
أجدّ مساحة سطح كلّ كرة أو نصف كرة ممّا يأتي، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة:



أجدّ طول قطر الكرة في كلّ من الحالات الآتية، مقرّباً إجابتي لأقرب جزء من عشرة:

5. كرة مساحة سطحها 200 cm^2 8 cm 6. كرة حجمها 200 cm^3 7.3 cm
7. كرة حجمها 50 m^3 4.6 m

أجدّ حجم كلّ كرة أو نصف كرة ممّا يأتي، مقرّباً إجابتي لأقرب عدد صحيح:



إرشاد

لإيجاد مساحة سطح نصف الكرة، لا أنسى إضافة مساحة الدائرة الكبرى.

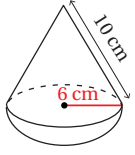
إرشاد

لإيجاد طول نصف قطر الكرة في السؤالين 6 و 7 أحلّ المعادلة بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين.

الواجب المنزلي:

أسّتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 16 كتاب التمارين: 1, 3, 5, 7
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 16) كتاب التمارين: 4, 6, 8, 10
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (15 – 18) كتاب التمارين: (7 – 12)

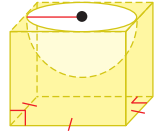


المعاب: يتكوّن الجزء العلويّ من لعبة الغزل المجاورة من مخروط ونصف كرة. أجدُ بدلالة π :

12 حجمَ لعبة الغزل. $240\pi \text{ cm}^3$

13 المساحة الكليّة لسطح لعبة الغزل. $132\pi \text{ cm}^2$

14 كرة معدنيّة طول نصف قطرها 15 cm، صهرت وأعيد تشكيلها لأسطوانة طول نصف قطرها 6 cm، أجدُ ارتفاع الأسطوانة. 125 cm



15 مكعب طول ضلعيه 5 cm يحتوي نصف كرة مفرغة طول نصف قطرها 2.5 cm، أجدُ حجم الجزء المتبقي من المكعب تقريبًا إجابتي لأقرب عدد صحيح. 92 cm^3

معلومة

تعدّ لعبة الغزل من أقدم الألعاب التي اكتشفها علماء الأتاتور، حيث يعود تاريخها إلى القرن الخامس والثلاثين قبل الميلاد.



مهارات التفكير العليا

16 **تبرير:** ما عدد مستويات التماثل للكرة؟ أبرر إجابتي. عدد لانهائي؛ لأن عدد أقطارها لا نهائي، وكل قطر يمر به مستوى تماثل.



17 **تحذ:** تصنع شركة كرات صغيرة من الفولاذ المقاوم للصدأ (ستيل) لعجلات الأحذية طول قطرها 4 mm، أجدُ عدد الكرات الصغيرة التي يمكن للشركة تصنيعها من 1 مترًا مكعبًا من (ستيل). 29841551



18 **تحذ:** كرة طول قطرها 10 cm نُجنت من مكعب خشبي طول ضلعيه 10 cm، أحسب النسبة المئوية لكثافة الخشب المهدور.

حجم الكرة 523.6 cm^3 ، المهدور 476.4 cm^3 ، نسبة المهدور 48%

19 **أكتب:** كيف أجد مساحة سطح كرة وحجمها إذا علمت طول نصف قطرها؟ أنظر إجابات الطلبة.

نشاط التكنولوجيا:



- أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

إرشاد: يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات استكمال العمل في المشروع وإعداد الصور والمقاطع المرئية (الفيديوهات) والتقارير اللازمة؛ تمهيدًا للبدء في عرض المشروع أمام الطلبة.

الختام 6

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أجد حجم كل كرة مما يأتي: (أكتب الإجابة بدلالة π)

1 كرة طول نصف قطرها 3 cm $36 \pi \text{ cm}^3$

2 كرة طول نصف قطرها 6 cm $288 \pi \text{ cm}^3$

3 كرة طول قطرها 24 cm $2304 \pi \text{ cm}^3$

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (1 - 5) فرديًا، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (6 - 20)، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجههم، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1 أخذ الأشكال الآتية لا ينتج من تقاطع مكعب مع مستوى:

- (a) المثلث (b) المستطيل
(c) النقطة (d) الدائرة

2 مساحة السطح التقريبية للكرة المجاورة تساوي:

- (a) 3217 cm^2 (b) 4287 cm^2
(c) 12861 cm^2 (d) 17149 cm^2

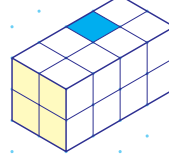
3 إذا كانت مساحة الدائرة الكبرى لكرة تساوي 33 cm^2 ، فإنّ مساحة سطح الكرة تساوي:

- (a) 42 cm^2 (b) 132 cm^2
(c) 117 cm^2 (d) 264 cm^2

4 ما عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها المجسم أدناه؟ 16

5 إذا أزيل المكعب الملون بالأحمر من المجسم، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر الهامش.

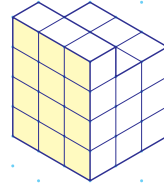
6 إذا وُضِعَ مكعب وحدة فوق متوازي المستطيلات الآتي ليغطّي المربع باللون الأزرق، فأرسم الشكل الجديد على ورقة منقطة متساوية القياس. أنظر الهامش.



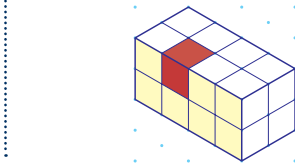
7 أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طوله 4 وحدات، وعرضه 4 وحدات، وارتفاعه 7 وحدات. أنظر الهامش.

8 أرسم على ورقة منقطة متساوية القياس متوازي مستطيلات طوله 4 وحدات وعرضه وحدتان، وارتفاعه 6 وحدات. أنظر الهامش.

9 أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، للمجسم الآتي: أنظر ملحق الإجابات.

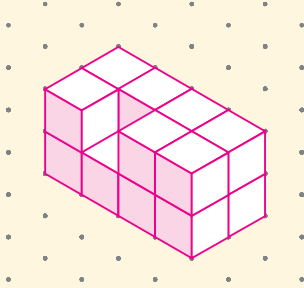


أحدّد المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كلّ ممّا يأتي، وأحدّد أيّ المقاطع هو مقطع عرضي:

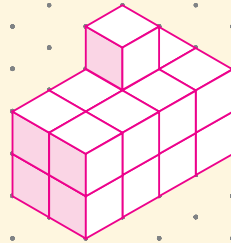


إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

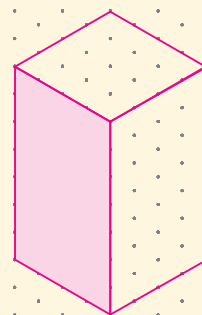
5)



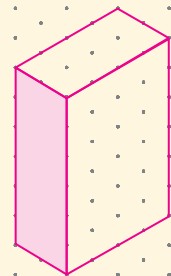
6)



7)



8)



تدريب على الاختبارات الدولية

• أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حلّ الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.

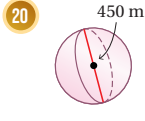
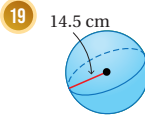
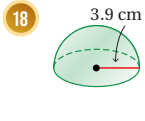
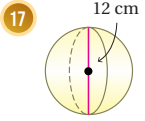
• أشجع الطلبة على الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكلّ جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

16 أكمل رسم المجسم في

الشكل المجاور، علماً بأن المستوى المظلل مستوى تماثل.

(16-20) أنظر ملحق الإجابات.

أجد مساحة سطح كل كرة أو نصف كرة مما يأتي، ثم أجد حجمها، وأقرب إجاباتي لأقرب جزء من مئة:



تدريب على الاختبارات الدولية

21 ما قطر الكرة التي مساحتها 100π م²؟

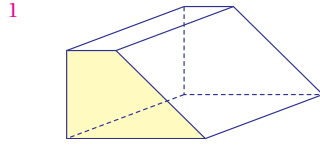
- a) 5 m **b) 10 m**
c) 5π m d) 25π m

22 أي المجسمات الآتية له عدد لا نهائي من مستويات التماثل؟

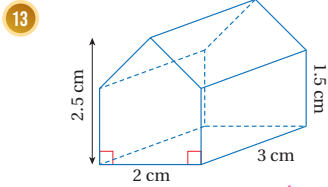
- a) هرم ثلاثي منتظم
b) متوازي مستطيلات
c) أسطوانة
d) منشور سداسي منتظم

12 يبين الشكل الآتي منشوراً مقطوعه العرضي شبه

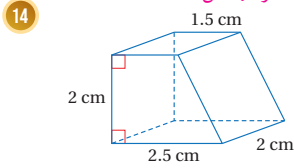
منحرف، أحدد عدد مستويات تماثل المنشور.



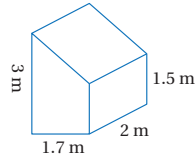
أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانب، لكل من المجسمات الآتية: (أرسم كل مسقط بأبعاده الحقيقية)



(13-14) أنظر الهامش.

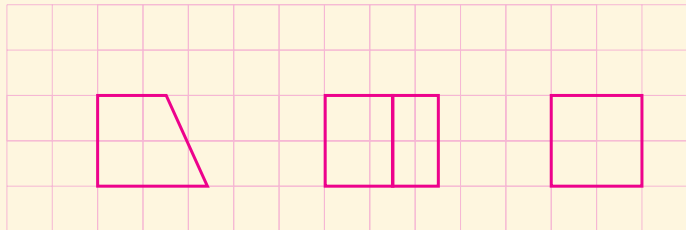


15 أجد حجم المنشور الآتي: 7.7 m^3



إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

(14)



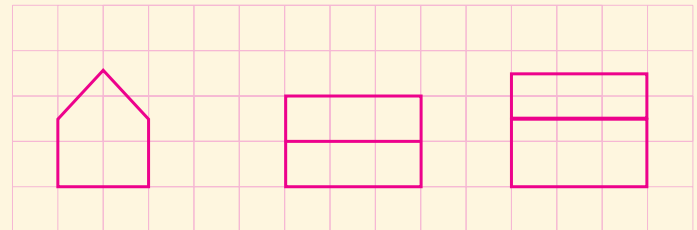
المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

طول مربع الشبكة 1 cm

(13)



المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي

طول مربع الشبكة 1 cm

كتاب التمارين

الاشكال ثلاثية الأبعاد

الوحدة 8

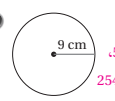
أستعدّ لدراسة الوحدة

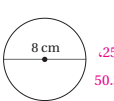
المخطّطة 3 أجّد مجموع المساحات.

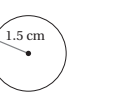
أجّد مجموع المساحات
 $A = A_1 + A_2 + A_3$
 $= 9 + 18 + 27 = 54 \text{ cm}^2$
 أعوّض وأجّد الناتج

محيط الدائرة ومساحتها (الدرس 2)

المحيط: 9.4 cm
 المساحة: 7.1 cm²
 أجّد محيط كل دائرة ومساحتها في كلّ ممّا يأتي:

1.  المحيط: 56.5 cm
 المساحة: 254.5 cm²

2.  المحيط: 25.1 cm
 المساحة: 50.3 cm²

3.  المحيط: 9.4 cm
 المساحة: 7.1 cm²

مثال: أجّد محيط الدائرة المجاورة ومساحتها.

أولاً: أجّد محيط الدائرة.
 صيغة محيط الدائرة
 $c = 2\pi r$
 $\approx 2 \times 3.14 \times 5$
 ≈ 31.4
 إذن، محيط الدائرة يساوي 31.4 تقريباً.

ثانياً: أجّد مساحة الدائرة.
 صيغة مساحة الدائرة
 $A = \pi r^2$
 $\approx 3.14 \times (5)^2$
 ≈ 78.5
 إذن، مساحة الدائرة تساوي 78.5 تقريباً.

الاشكال ثلاثية الأبعاد

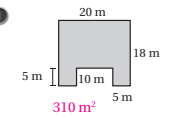
الوحدة 8

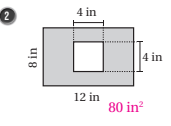
أستعدّ لدراسة الوحدة

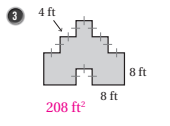
أختيرُ معلوماتي بحلّ التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، أستعينُ بالمشال المُعطى.

مساحة الأشكال المركبة (الدرس 2)

أجّد مساحة كلّ شكلٍ ممّا يأتي:

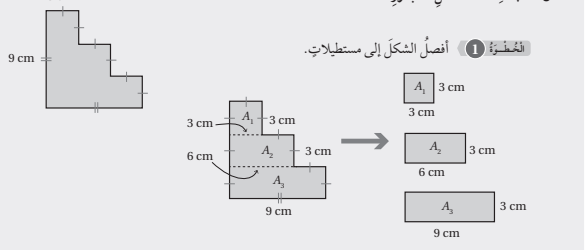
1.  310 m²

2.  80 in²

3.  208 ft²

مثال: أجّد مساحة الشكل المجاور.

المخطّطة 1 أنصّل الشكل إلى مستطيلات.



المخطّطة 2 أجّد مساحة A₁, A₂, A₃.

صيغة مساحة المستطيل
 أعوّض
 $A = l \times w$
 $A_1 = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$
 $A_2 = 6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$
 $A_3 = 9 \times 3 = 27 \text{ cm}^2$

الاشكال ثلاثية الأبعاد

الوحدة 8

أستعدّ لدراسة الوحدة


المخطّطة 3 أجّد المساحة الكلية لسطح المخروط:

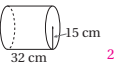
صيغة مساحة سطح المخروط
 $SA = LA + B$
 $= 1178.1 + 706.9$
 $= 1885$
 أعوّض وأجّد الناتج

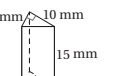
إذن، المساحة الكلية لسطح المخروط تساوي 1885 cm² تقريباً.

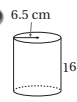
حجم المنشور والأسطوانة (الدرس 3)

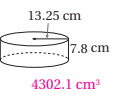
أجّد حجم كلّ مجسمٍ ممّا يأتي:

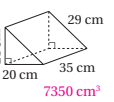
10.  1131 m³

11.  22619.5 cm³

12.  300 mm³

13.  2123.7 cm³

14.  4302.1 cm³

15.  7350 cm³

مثال: أجّد حجم كلّ مجسمٍ ممّا يأتي:

صيغة حجم المنشور
 $V = Bh$
 $= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3) \times 6$
 $= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3) \times 6$
 $= 36$
 إذن، حجم المنشور يساوي 36 cm³

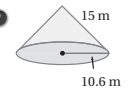
الاشكال ثلاثية الأبعاد

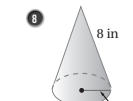
الوحدة 8

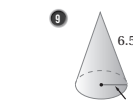
أستعدّ لدراسة الوحدة

مساحة سطح المخروط (الدرس 2)

أجّد مساحة الكلية لسطح كلّ مجسمٍ ممّا يأتي:

7.  852.5 m²

8.  150.8 in²

9.  110 in²

مثال: أجّد المساحة الكلية لسطح المخروط المجاور.

المخطّطة 1 أجّد المساحة الجانبية لسطح المخروط:

صيغة المساحة الجانبية لسطح المخروط
 $LA = \pi r \ell$
 $= \pi(15)(25)$
 ≈ 1178.1
 إذن، المساحة الجانبية لسطح المخروط تساوي 1178.1 cm²

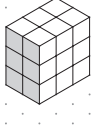
المخطّطة 2 أجّد مساحة القاعدة:

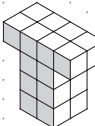
صيغة مساحة الدائرة
 $B = \pi r^2$
 $= \pi(15)^2$
 ≈ 706.9
 إذن، مساحة القاعدة 706.9 cm²

كتاب التمارين

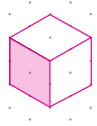
الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد

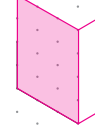
أجد عدد مكعبات الوحدة التي يتكوّن منها كل مجسم مما يأتي:

1  18

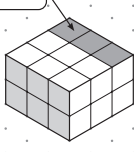
2  20

أكمل رسم كل مجسم مما يأتي:

3  مكعب طول ضلعي وحدتان

4  متوازي مستطيلات أبعاده: 3 وحدات، وحدتان، 4 وحدات

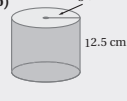
5 أرسّم المجسم الآتي بعد إضافة ثلاثة مكعبات فوقه في المكان المحدّد:

أضيف 3 مكعبات هنا 

38


الوحدة 8 الأشكال ثلاثية الأبعاد


أستعدّ لدراسة الوحدة


b)  $V = \pi r^2 h$
 $= \pi (8^2)(12.5)$
 أرسّض $r = 8, h = 12.5$
 أستخدم الآلة الحاسبة 2513.274123
 إذن، حجم الأسطوانة يساوي 2513.3 cm^3 تقريباً.

حجم المخروط (الدرس 3)


أجد حجم كل مجسم مما يأتي، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من مئة:

16  340.34 cm^3

17  1272.35 in^3

18  804.25 mm^3

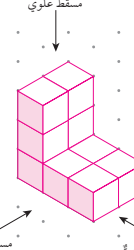
مثال: أجد حجم المخروط المجاور، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من مئة:

 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $= \frac{1}{3} \pi (5^2)(12)$
 ≈ 314.16
 أستخدم الآلة الحاسبة
 إذن، حجم المخروط يساوي 314.16 cm^3 تقريباً.

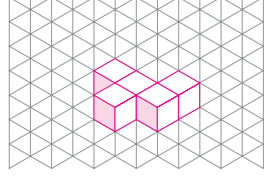
37

الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد (يتبع)

أكمل رسم المجسم الآتي باستخدام مسطّطيه: الجانبي، والعلوي.

 مسطّط علوي مسطّط جانبي مسطّط أمامي

10 أستخدم الورقة المثلثة المتساوية القياس أدناه والمساقط المجاورة له، لرسم المجسم من مكعبات وحدته:

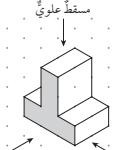
مسطّط جانبي مسطّط أمامي مسطّط علوي 

40

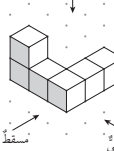
الدرس 1 رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد (يتبع)

يتكوّن متوازي المستطيلات أدناه من 12 مكعب وحدته، أرسّم الشكل الناتج بعد إزالة المكعبين المظلّلين.

أرسّم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي، لكلّ من المجسمات الآتية:

7  مسطّط علوي مسطّط جانبي مسطّط أمامي

المسقط الجانبي المسقط العلوي المسقط الأمامي

8  مسطّط علوي مسطّط جانبي مسطّط أمامي


المسقط الجانبي المسقط العلوي المسقط الأمامي


39


كتاب التمارين


الدرس 3 حجم الكرة ومساحة سطحها


أجد مساحة سطح كل كرة أو نصف الكرة وحجمها مما يأتي. أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة:


- 

مساحة السطح: 12.6 in^2 ،
الحجم: 4.2 in^3
- 

مساحة السطح: 113.1 cm^2 ،
الحجم: 113.1 cm^3
- 

مساحة السطح: 1017.9 m^2 ،
الحجم: 3053.6 m^3
- 

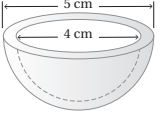
مساحة السطح: 153.9 in^2 ،
الحجم: 179.6 in^3
- 

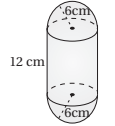
مساحة السطح: 2120.6 m^2 ،
الحجم: 7068.6 m^3
- 

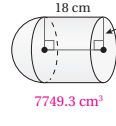
مساحة السطح: 763.4 cm^2 ،
الحجم: 1526.8 in^3
- مساحة السطح: 763.4 cm^2 ،
الحجم: 1526.8 in^3

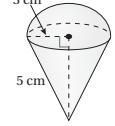
أجد مساحة سطح كل كرة وحجمها مما يأتي بدلالة π :
- كرة نصف قطرها 13 cm

مساحة السطح: $676\pi \text{ cm}^2$ ،
الحجم: $2929.3\pi \text{ cm}^3$
- كرة محيطها 30 cm

مساحة السطح: $\frac{900}{\pi} \text{ cm}^2$ ،
الحجم: $\frac{4500}{\pi} \text{ cm}^3$
- 

لعبة من البلاستيك على شكل نصف كرة مجوفة من الداخل كما في الشكل المجاور. أجد كمية البلاستيك اللازمة لصنع اللعبة. 16 cm^3
- أجد حجم كل مجسم مما يأتي:
- 

2261.9 cm^3
- 

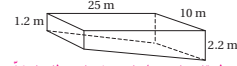
7749.3 cm^3
- 

94.2 cm^3

42

الدرس 2 المقاطع والمجسمات الدورانية

الوحدة 8
الفعال الطبيعية للوحدة

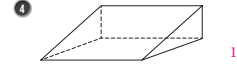
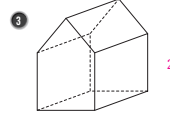


مسليح: يبين الشكل المجاور مسيحا تميل قاعدته من أحد الأطراف إلى الطرف الآخر:

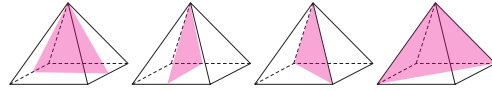
- هل المسح على شكل منشور؟ أبرز إجابتني. نعم، على شكل منشور، له قاعدتان مضلعتان متوازيتان متطابقتان كل منهما على شكل شبه منحرف.
- أجد كمية الماء اللازمة لملء المسح.

$$V = \left(\frac{2.2 + 1.2}{2} \times 25 \right) \times 10 = 425 \text{ m}^3$$

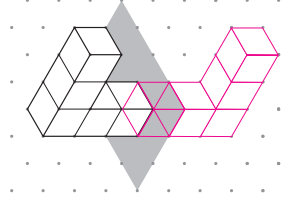
أحدد عدة مستويات التماثل لكل مجسم مما يأتي:



أرسم مستويات التماثل الأربعة لهرم قاعدته مربعة.



أكمل رسم المجسم في الشكل المجاور، علماً بأن المستوى المظلل مستوى تماثل.

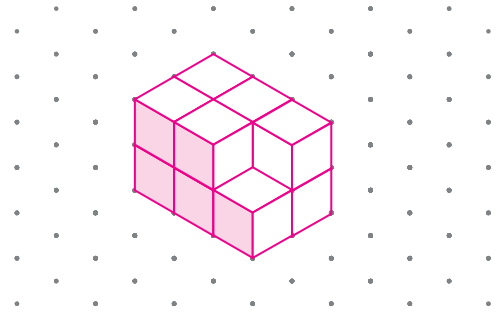


41

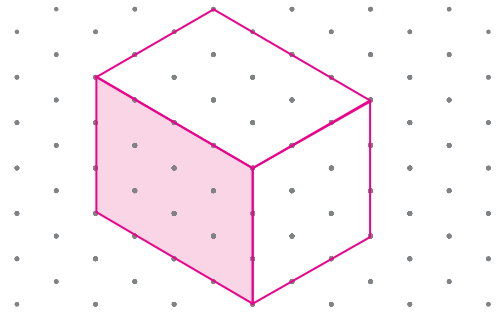
ملاحظاتي

الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 1):

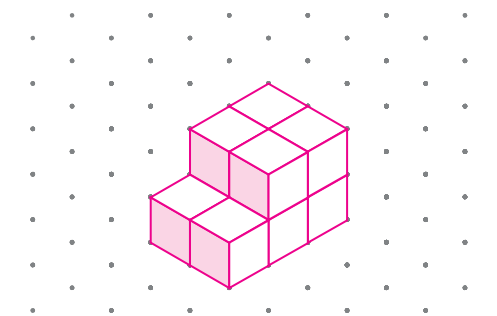
2)



الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 2):

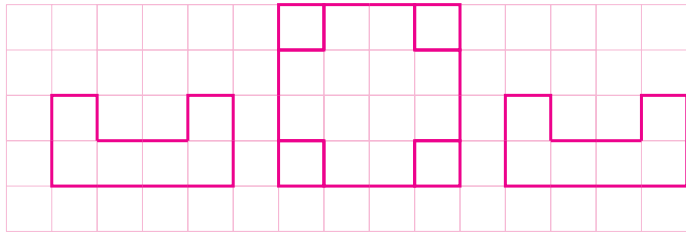


الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 4):



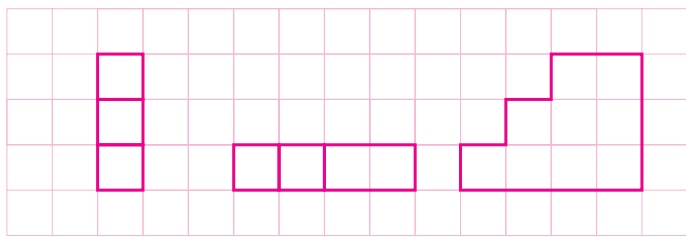
الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

13)



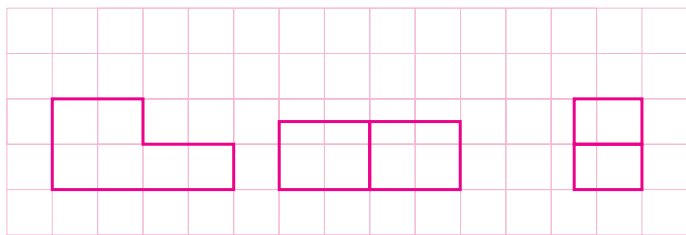
المسقط الأمامي المسقط العلوي المسقط الجانبي

14)



المسقط الأمامي المسقط العلوي المسقط الجانبي

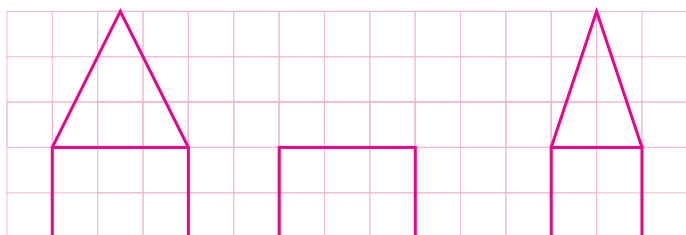
15)



المسقط الأمامي المسقط العلوي المسقط الجانبي

(طول مربع الشبكة 1 cm)

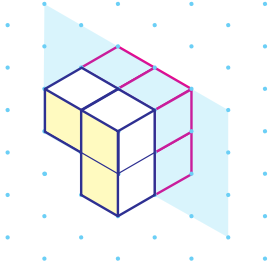
16)



المسقط الأمامي المسقط العلوي المسقط الجانبي

(طول مربع الشبكة 1 cm)

16)



(17) مساحة السطح: 452.39 cm^2 ، الحجم: 904.78 cm^3

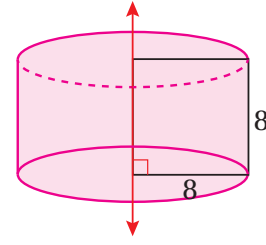
(18) مساحة السطح: 143.35 cm^2 ، الحجم: 124.24 cm^3

(19) مساحة السطح: 2642.08 cm^2 ، الحجم: 12770.05 cm^3

(20) مساحة السطح: 636172.51 m^2 ، الحجم: 47712938.43 m^3

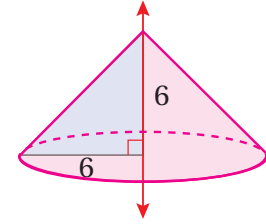
الدرس 2 (أتدرب وأحل المسائل):

14)



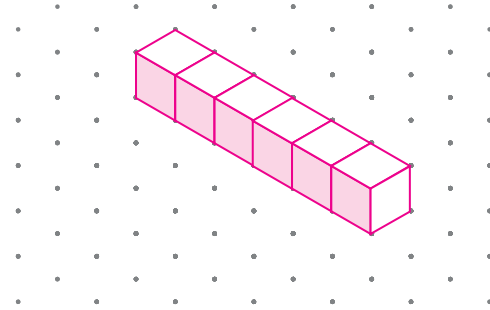
المجسم الدوراني الناتج: أسطوانة ارتفاعها 8 وطول نصف قطر قاعدتها 8

15)



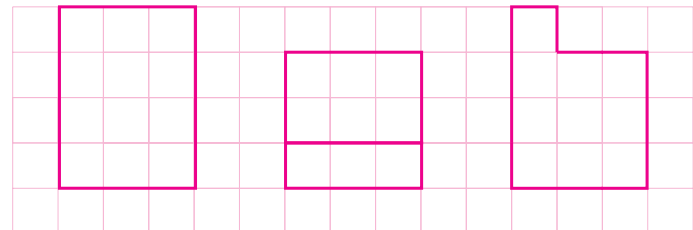
المجسم الدوراني الناتج: مخروط ارتفاعه 6 وطول نصف قطر قاعدته 6

20)



اختبار نهاية الوحدة:

9)



المسقط الأمامي

المسقط العلوي

المسقط الجانبي



مخطط الوحدة



اسم الدرس	النتائج	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 16	1
الدرس 1: الربيعيات	<ul style="list-style-type: none"> • تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات. • تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها. 	<ul style="list-style-type: none"> • مقاييس التشتت. • المدى. • الربيعيات. • المدى الربيعي. • الربيع الأدنى. • الربيع الأعلى. • القيمة المتطرفة. • الصندوق ذو العارضتين. 	<ul style="list-style-type: none"> • مسطرة. • ورقة المصادر 17 	3
الدرس 2: اختيار التمثيل الأنسب	<ul style="list-style-type: none"> • اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة. • كتابة استدلال حول بيانات ممثلة. 	<ul style="list-style-type: none"> • البيانات العددية. • البيانات النوعية. • الاستدلال. 	<ul style="list-style-type: none"> • ورقة المصادر 18 • ورقة المصادر 19 	3
الدرس 3: عدّ النواتج	<ul style="list-style-type: none"> • تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها. 	<ul style="list-style-type: none"> • النواتج. • الحادث. • الفضاء العيني. • مخطط الشجرة. • مخطط الاحتمال. 	<ul style="list-style-type: none"> • كرتون مقوى. • أقلام تلوين. 	2
الدرس 4: احتمال الحوادث المرگبة	<ul style="list-style-type: none"> • إيجاد احتمالات حوادث مرگبة. 	<ul style="list-style-type: none"> • حادث بسيط. • حادث مرگب. 	<ul style="list-style-type: none"> • أحجار نرد. • أوراق بيضاء. 	2
عرض نتائج مشروع الوحدة				1 (حصّة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				13 حصّة

تهيئة الوحدة

الوحدة
9

الإحصاء والاحتمالات

ما أهمية هذه الوحدة؟

برزت أهمية الإحصاء والاحتمالات حديثاً بسبب الاعتماد المتزايد على الحواسيب في شتى مجالات الحياة، فنتج عن ذلك بيانات كبيرة نحتاج إلى تحليلها، وفهمها؛ لتتخذ قرارات صحيحة بناءً عليها. وسأتعلم في هذه الوحدة مهارات إحصائية كثيرة ستساعدني على اتخاذ قرارات صحيحة في حياتي.



1 نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرف الطلبة في هذه الوحدة أحد مقاييس تشتت البيانات، وهو: المدى الربيعي، وسيتعرفون أيضاً كيفية تمثيل البيانات باستعمال الصندوق ذي العارضتين، وتفسير بيانات ممثلة بالصندوق ذي العارضتين.

وسيتعرف الطلبة أيضاً كيفية اختيار التمثيل الأنسب لمجموعة من البيانات وفقاً لنوع البيانات والهدف من كل تمثيل، إضافة إلى تعريف مفهوم الاستدلال وكتابة استدلال حول بيانات ممثلة.

سيتعلم الطلبة في هذه الوحدة عدة طرائق لإيجاد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وهي: مخطط الشجرة، والجدول، ومخطط الاحتمال، إضافة إلى استعمال هذه الطرائق في إيجاد احتمالات حوادث مركبة.

سأتعلم في هذه الوحدة:

- تمثيل بيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.
- اختيار التمثيل الأنسب لمجموعة من البيانات.
- إيجاد الفضاء العيني لتجربة عشوائية.
- إيجاد احتمال حادث مركب.

تعلمت سابقاً:

- ✓ إيجاد الوسيط والمدى لمجموعة من البيانات.
- ✓ تمثيل مجموعة من البيانات بالقطاعات الدائرية، والجدول التكرارية، والمخططات التكرارية، ومخططات الساق والورقة.
- ✓ إيجاد احتمال وقوع الحوادث.

التربط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- وصف أثر القيمة المتطرفة في الوسط الحسابي لمجموعة بيانات.
- حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات، وتحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.
- تمثيل البيانات باستعمال مخطط الساق والورقة.
- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث لتجربة عشوائية متساوية الاحتمال.
- إيجاد احتمالات حوادث ممثلة في جداول ذات اتجاهين.
- إيجاد الاحتمال التجريبي لوقوع حادث ما.

الصف الثامن

- تعرف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات.
- تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.
- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثلة.
- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.
- إيجاد احتمالات حوادث مركبة.
- إيجاد مقاييس التشتت لبيانات مفردة، وأخرى منظمة في جداول تكرارية.
- تنظيم البيانات في جداول تكرارية ذات فئات.
- تقدير مقاييس النزعة المركزية للجدول التكرارية ذات الفئات.
- إيجاد الاحتمال باستعمال أشكال فن.
- إيجاد احتمالات هندسية باستعمال الأطوال والمساحات والزوايا.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة لجمع البيانات، وتحليلها واختيار التمثيل الأنسب لها، وكتابة استنتاجات حولها.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أوزع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولاً بأول، وتعزيزها بالصور.
- أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبين للطلبة سلفاً معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبين للطلبة ما يأتي:
 - « إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
 - « اختيار كل مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
 - « الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلب عليها؛ تعزيزاً لمهاراتهم في حل المشكلات.



مشروع الوحدة: جمع البيانات، وتحليلها

7 أمثل البيانات التي حصلتُ عليها من إجابات كل سؤال باستعمال إحدى طرائق تمثيل البيانات التي تعلمتها سابقاً، وأبرز اختبار كل تمثيل.



8 أكتب استنتاجاً اعتماداً على إجابات الطلبة عن كل سؤال.

9 أصفُ حادثاً بسيطاً وحاداً مركباً حول البيانات النوعية التي حصلتُ عليها.

عرض النتائج:

- أكتب تقريراً أضمته الأسئلة الإحصائية التي كتبتها، بحيث يلي كل سؤال التمثيل الإحصائي للبيانات التي حصلتُ عليها من إجابات السؤال، والاستنتاج الذي وضعتُه حول هذه البيانات.
- أضمن التقرير مقياس التزعة المركزية، ومقياس التشتت، والقيم المتطرفة لكل مجموعة بيانات.
- أناقش مع زملائي / زميلاتي صحة الاستنتاجات التي توصلتُ إليها.

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعي الخاص الذي سنستعمل فيه ما سنتعلمه في هذه الوحدة لجمع بيانات، وتحليلها، وكتابة استنتاجات حولها.

خطوات تنفيذ المشروع:

- 1 أختار موضوعاً شائقاً، وأكتب ثلاثة أسئلة إحصائية حولهُ تكون إجاباتها بيانات عددية، وسؤالين إحصائيين تكون إجاباتهما بيانات نوعية. مثلاً، قد يكون الموضوع (الحفاظ على البيئة) أو (خطر التدخين).
- 2 أصمم استبانة بطريقة جاذبة، وأكتب فيها الأسئلة الإحصائية التي أعدتها، ثم أطبع 20 نسخة منها على الأقل.
- 3 أطلب إلى 20 طالباً / طالبة في مدرستي الإجابة عن فقرات الاستبانة.
- 4 أجد للبيانات العددية التي حصلتُ عليها:
 - مقياس التزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال).
 - المدى، والرُّبيعات، والمدى الرَّبيعي.
- 5 أمثل البيانات بالصندوق ذي العارضتين.
- 6 أحدد القيم المتطرفة لكل مجموعة بيانات (إن وجدت).

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	كتابة 20 سؤالاً إحصائياً حول موضوع معين.			
2	إيجاد المدى والرُّبيعات والمدى الرَّبيعي لمجموعة من البيانات.			
3	وصف حادث بسيط وحادث مركب حول مجموعة من البيانات النوعية.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

- 1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
- 3 تقديم نتاج صحيح كامل.

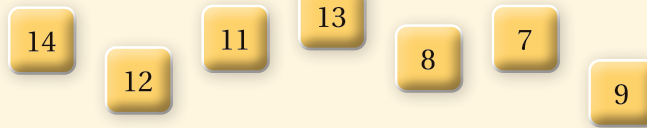
هدف النشاط:

- التحقق من امتلاك الطلبة لمهارات حساب مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من البيانات، وحلّ المشكلات.

إجراءات النشاط:

- أوزع الطلبة إلى مجموعات ثنائية.

- أكتب الأعداد المجاورة على اللوح، ثم أخبر الطلبة بما يأتي:



« يلعب هشام لعبة مرّات عدّة، وفي كلّ محاولة يكون عدد النقاط التي يحرزها بين 1 و 20، وتبيّن الأعداد المكتوبة على اللوح علاماته في 7 محاولات ».

- أخبر المجموعات أن هشامًا لعب اللعبة الثامنة، ثمّ أوزع عليهم البطاقات أدناه من ورقة المصادر 16: نشاط أسئلة إحصائية، وأطلب إليهم الإجابة عن السؤال الموجود على كلّ بطاقة.

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيط النقاط في المحاولات الثمانية 10؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان المدى للنقاط في المحاولات الثمانية 9؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيط النقاط في المحاولات الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 9.5؟

- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أناقش إجابات الأسئلة مع الطلبة على اللوح.

إرشادات:

- أذكر الطلبة بأهمية ترتيب البيانات تصاعديًا عند إيجاد الوسيط.
- أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل الحصة الصفية.

نتائج الدرس:

- تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات.
- تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.

نتائج التعلّم القبلي:

- حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات، وتحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.
- وصف أثر القيمة المتطرفة في الوسط الحسابي لمجموعة بيانات.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

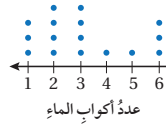
أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أخبر الطلبة أنهم سيلعبون لعبة تقيس سرعة ردود أفعالهم.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أطلب إلى أحد فردي المجموعة الإمساك بمسطرة طولها 30 cm رأسياً بطرف أصابعه من نقطة الصفر فوق أصابع الفرد الآخر، ثم أطلب إليه إفلات المسطرة دون تحدّث، وعلى الفرد الثاني الإمساك بالمسطرة بسرعة، ثم تحديد طول المسطرة أسفل خنصره، وأخبرهم أنّه كلّما كانت ردّة فعلهم أسرع، كان طول المسطرة أسفل الخنصر أقل.

أستكشف



سألّت هديل مجموعة من طالبات صفّها عن عدد أكواب الماء التي تشربها كلّ واحدة منهنّ في اليوم، ومثلت ما حصلت عليه بالنقاط كما في الشكل المجاور:

- (1) أجد وسيط هذه البيانات.
- (2) أرّتب البيانات في مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى. ما عدد القيم في كلّ مجموعة؟
- (3) أجد الوسيط لكلّ مجموعة.
- (4) وضعت هديل الفرضية الآتية، هل الفرضية التي وضعتها هديل صحيحة؟
يشرب ربع مجموعة الطالبات كوبين ماء أو أقل في اليوم.

فكرة الدرس

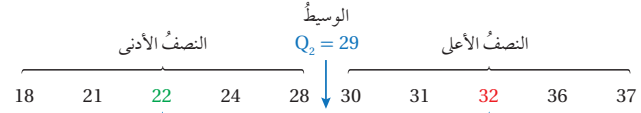
- تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتت البيانات.
 - أمثل بيانات بالصندوق ذي العارضتين، وأفسرها.
- المصطلحات**
- مقياس التشتت، المدى، الرّبيعيّات، المدى الربيعي، الربع الأدنى، الربع الأعلى، القيمة المتطرفة، الصندوق ذي العارضتين.

الآن

الوسط الحسابي والوسيط والمنوال هي مقاييس نزعة مركزية وتصف مركز البيانات بطرائق مختلفة.

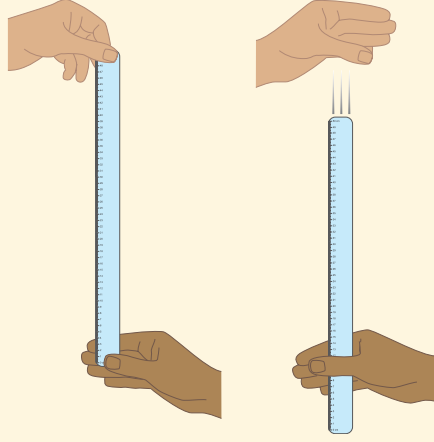
تُستعمل مقاييس التشتت (measures of variation) لوصف مقدار تشتت البيانات وتباينها. ويُعدّ المدى (range) أحد مقاييس التشتت، وهو يساوي الفرق بين أكبر قيم البيانات وأصغرها، ويُرمز إليه بالرمز R.

الرّبيعيّات (quartiles) قيم تقسم البيانات إلى أربع مجموعات متساوية تحوي كلّ منها ربع البيانات، إذ يقسم الوسيط البيانات إلى مجموعتين متساويتين.



وسيط النصف الأدنى من البيانات، ويُسمى الربع الأدنى (lower quartile)، ويرمز إليه بالرمز Q_1 ، وربع البيانات يقلّ عنه أو يساويه.

وسيط النصف الأعلى من البيانات، ويُسمى الربع الأعلى (upper quartile)، ويرمز إليه بالرمز Q_3 ، وربع البيانات يزيد عليه أو يساويه.



- أطلب إلى فردي المجموعة تكرر التجربة 10 مرات، ثم إيجاد الوسط الحسابي للأطوال التي حصل عليها الفرد الثاني، وتسجيل النواتج في ورقة المصادر 17: سرعة ردة الفعل.
- أطلب إلى فردي المجموعة تبادل الأدوار.
- يفوز في اللعبة الفرد الذي يكون لديه أفضل ردة فعل؛ أي الفرد الذي يكون الوسط الحسابي له أقل.

الاستكشاف

2

- أوجه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (استكشف)، ثم أسألهم:
 - « كم طالبة في صف هديل تشرب 3 أكواب من الماء يوميًا؟ 4 طالبات.
 - « كم طالبة في صف هديل تشرب 5 أكواب من الماء يوميًا؟ طالبة واحدة.
 - « ما وسيط البيانات التي حصلت عليها هديل؟ 3
 - « عند ترتيب البيانات في مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى، ماعدد البيانات في كل مجموعة؟ 8
 - « ما وسيط كل مجموعة؟ وسيط المجموعة الأولى (2)، ووسيط المجموعة الثانية (4.5).
- كما يظهر في السؤال الرابع من فقرة (استكشف) أن هديل وضعت فرضية تفيد بأن ربع الطالبات يشربن كوبي ماء أو أقل. هل فرضية هديل صحيحة؟ نعم، صحيحة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثم أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟
- أعزز الإجابات الصحيحة.

- لا يقلل المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألا أخطئ أحدًا، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟"، ثم أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعززه، ثم أعود إلى الطالب نفسه / الطالبة نفسها وأطلب إليه / إليها الإجابة عن السؤال مرة أخرى، وأعززه / أعزها كما عززت من قدم الإجابة الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (استكشف)، أعزز الوعي الصحي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية الاستهلاك الكافي والمنتظم من الماء، فكمية الماء التي يشربها الشخص يوميًا تلعب دورًا مهمًا في الحفاظ على صحة الجسم، ولهذا يوصي خبراء التغذية بشرب 8 إلى 10 أكواب من الماء كل يوم للحفاظ على صحة جيدة.

مثال 1: من الحياة

- أذكر الطلبة بمقاييس النزعة المركزية التي تعلموها سابقاً وهي: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، وأذكرهم بأن هذه المقاييس تصف مركز البيانات بطرائق مختلفة؛ لذا سميت مقاييس النزعة المركزية.
- يبين للطلبة وجود مقاييس أخرى تصف مقدار تشتت البيانات وتباعدها عن بعضها وتسمى مقاييس التشتت، وألفت انتباههم إلى أنهم تعرفوا سابقاً مقياساً من هذه المقاييس؛ ألا وهو المدى.
- أكتب البيانات الآتية على اللوح: 18, 21, 22, 24, 28, 30, 31, 32, 36, 37
- أسأل الطلبة الأسئلة الآتية:
 - « ما وسيط هذه البيانات؟ 29
 - « إذا قسمنا البيانات إلى مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى، فما وسيط كل مجموعة؟ وسيط النصف الأعلى (32)، وسيط النصف الأدنى (22).

- يبين للطلبة أن وسيط البيانات ووسيط النصف الأعلى ووسيط النصف الأدنى قيم تقسم البيانات إلى أربع مجموعات متساوية في كل منها ربع البيانات؛ لذا تسمى هذه القيم بالربيعيات، ثم أخبرهم أن وسيط النصف الأدنى من البيانات يسمى الربع الأدنى ويُرْمَزُ إليه بالرمز Q_1 ، وأن ربع البيانات تقل عنه أو تساويه، وأخبرهم أيضاً أن وسيط النصف الأعلى من البيانات يسمى الربع الأعلى، ويُرْمَزُ إليه بالرمز Q_3 ، وأن ربع البيانات تزيد عليه أو تساويه، أما وسيط البيانات فيُرْمَزُ إليه بالرمز Q_2 .
- أخبر الطلبة أنه يمكن وصف توزيع البيانات باستعمال الربيعيات باستعمال جمل، مثل:
 - « نصف البيانات تقل عن 29 (الوسيط) أو تساويه.
 - « ثلاثة أرباع البيانات تقل عن 32 (الربع الأعلى) أو تساويه.
- أطلب إلى الطلبة إعطاء مزيد من الجمل التي تصف توزيع البيانات وأكتبها على اللوح، وأناقشهم في صحتها.
- أتوصل عن طريق مناقشة الطلبة في الجمل التي تصف توزيع البيانات باستعمال الربيعيات إلى استنتاج أن النصف الأوسط من البيانات يقع بين الربع الأعلى والربع الأدنى، وهو ما يُسمى المدى الربيعي، ثم أقدم لهم المفهوم بالكلمات والرموز بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.

استنتج مما سبق أن النصف الأوسط من البيانات يقع بين الربعين: الأعلى، والأدنى، وهذا يقودنا إلى مقياس آخر من مقاييس التشتت هو **المدى الربيعي** (interquartile range) الذي يُرمز إليه بالرمز (IQR).

المفهوم الأساسي

- **بالكلمات:** المدى الربيعي هو مدى النصف الأوسط من البيانات، وهو الفرق بين الربعين: الأعلى، والأدنى.
- **بالرموز:** $IQR = Q_3 - Q_1$

مثال 1: من الحياة

ملاحظات: يبين الجدول المجاور مساحات المحافظات الأردنية مقربة إلى أقرب جزء من عشرة. أجد المدى.

المحافظة	المساحة (بالآلاف الكيلومترات المربعة)
عجلون	0.4
عمّان	7.5
العقبة	6.9
البلقاء	1.1
إربد	1.5
جرش	0.4
الكرك	3.4
معان	32.8
مادبا	0.9
المفرق	26.5
الطفيلة	2.2
الزرقاء	4.7

الخطوة 1 أرتب البيانات تصاعدياً.

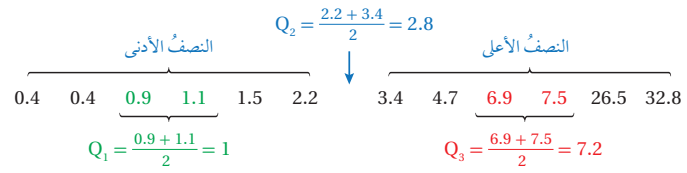
0.4, 0.4, 0.9, 1.1, 1.5, 2.2, 3.4, 4.7, 6.9, 7.5, 26.5, 32.8

الخطوة 2 أجد المدى.

أكثر قيم البيانات 32.8 وأصغرها هي 0.4، إذن المدى هو:

$$R = 32.8 - 0.4 = 32.4$$

2 أجد المدى الربيعي (IQR).



$$IQR = Q_3 - Q_1 = 7.2 - 1 = 6.2$$

إذن، المدى الربيعي (IQR) للبيانات هو 6.2

- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، وأؤكد أهمية استعمال المدى والمدى الربيعي في وصف توزيع البيانات.

إرشاد: أذكر الطلبة أنه إذا كان عدد القيم زوجياً عند إيجاد الوسيط، فإنه توجد قيمتان في الوسط، وعليه يكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد المدى الربيعي بعدم ترتيب البيانات تصاعدياً؛ لذا أؤكد بصورة مستمرة أهمية ترتيب البيانات؛ وذلك لأن كل ربع يمثل بحد ذاته وسيطاً لمجموعة من البيانات، ويجب ترتيب البيانات تصاعدياً لإيجاده.

تعزير اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2

- أذكر الطلبة بمفهوم القيمة المتطرّفة الذي تعلّموه سابقاً وتأثيره في الوسط الحسابي للبيانات.
- أبيّن للطلبة إمكانية إيجاد القيم المتطرّفة لمجموعة من البيانات باستعمال الربيعيات، فأبيّن قيمة تقلّ عن المقدار $Q_1 - 1.5(IQR)$ ، أو تزيد على المقدار $Q_3 + 1.5(IQR)$ تُعدّ قيمة متطرّفة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكد لهم أنه ليس بالضرورة وجود قيم متطرّفة.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- يمكنني الاستعانة بالشكل التوضيحي الوارد في الصفحة 146 من كتاب الطالب لتوضيح علاقة القيم المتطرّفة بالربيعيات.
- أذكر الطلبة بأن مخطّط الساق والورقة هو طريقة لتنظيم البيانات تُقسّم فيها كلّ قيمة في البيانات إلى جزأين، هما: الساق وهو الرقم (أو الأرقام) الذي في المنزلة الكبرى، والورقة وهي الأرقام الأخرى.
- أذكر الطلبة أنه يمكن تفسير توزيع البيانات الممثّلة بمخطّط الساق والورقة ووصفها بسهولة؛ لأنّها مرتّبة تصاعدياً.

3 أستمع المَدَى والمَدَى الرُّبِيعِي لوصف البيانات.

مَدَى هذه البيانات 32.4 ألف كيلومتر مربع، ورُبِعُ محافظات المملكة مساحتها ألف كيلومتر مربع أو أقلّ، ورُبِعُ المحافظات أيضًا مساحتها 7.2 آلاف كيلومتر مربع أو أكثر، وتتراوح مساحات النصف الأوسط من المحافظات بين ألف كيلومتر مربع و 7.2 آلاف كيلومتر مربع، ولا تتجاوز الفروق بين مساحتها 6.2 آلاف كيلومتر مربع.

4-6) أنظر الهامش.

عدد النقاط				
64	61	67	59	60
58	57	71	56	62

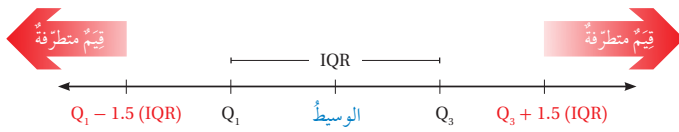
يبين الجدول المجاور عدد النقاط التي سجّلها فريق كرة سلة في أحد المواسم:

4 أجد المَدَى.

5 أجد المَدَى الرُّبِيعِي.

6 أستمع المَدَى والمَدَى الرُّبِيعِي لوصف البيانات.

القيمة المتطرّفة (outlier) هي قيمة أكبر بكثير أو أقل بكثير من قيمة الوسيط، وتعدّ أيّ قيمة تقلّ عن المقدار $Q_1 - 1.5(IQR)$ أو تزيد على المقدار $Q_3 + 1.5(IQR)$ قيمة متطرّفة.



مثال 2

الساق	الورقة
1	2 2 7
2	3 3 3 4 4 5 6 6 8 8 9
3	0 1 4 6
4	0 6

أجد القيم المتطرّفة (إن وجدت) في البيانات الممثّلة بمخطّط الساق والورقة المجاور.

1 الخطوة أجد الربيعيات.

الساق	الورقة
1	2 2 7
2	3 3 3 4 4 5 6 6 8 8 9
3	0 1 4 6
4	0 6

أستمع الأقواس لتحديد النصف العلوي والسفلي من القيم، ثمّ أجدّ القيم اللازمة لإيجاد الربيعيات.

$$Q_1 = \frac{23 + 23}{2} = 23 \quad Q_3 = \frac{30 + 31}{2} = 30.5$$

إجابات - (أتحقّق من فهمي 1):

4) 15

5) 6

4) مدى هذه البيانات 15، سجّل الفريق 58 نقطة أو أقل في ربع مبارياته، وأيضاً سجّل 64 نقطة أو أكثر في ربع مبارياته. يتراوح عدد النقاط التي سجّلها الفريق في النصف الأوسط من مبارياته بين 58 نقطة و 64 نقطة ولا يتجاوز الفرق بين عدد نقاطها 6 نقاط.

مثال 3: من الحياة

- أقدم للطلبة طريقة الصندوق ذي العارضتين في تمثيل البيانات، وأبين لهم استناد هذه الطريقة في التمثيل على الربيعيات، إضافة إلى القيمتين العظمى والصغرى، وأستعين في ذلك بالمخطط الوارد في الصفحة 147 من كتاب الطالب.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح، وأؤكد أهمية تحديد النقاط الأساسية، ثم رسم الصندوق والعارضتين باستعمال هذه القيم.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بعدم رسم خط رأسي داخل الصندوق يمر بالوسيط؛ لذا أنبههم على أهمية هذه الخطوة.

الخطوة 2 أجد المدى الربيعي.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 30.5 - 23 = 7.5$$

الخطوة 3 أجد القيم المتطرفة (إن وجدت).

$$Q_1 - 1.5(IQR) = 23 - 1.5(7.5) = 11.75$$

$$Q_3 + 1.5(IQR) = 30.5 + 1.5(7.5) = 41.75$$

بما أن البيانات لا تحتوي قيمة أقل من 11.75، لكنّها تحتوي القيمة 46 وهي أكبر من 41.75، إذن القيمة المتطرفة الوحيدة هي 46.

أتحقق من فهمي:

أجد القيم المتطرفة (إن وجدت) للبيانات الممثلة بمخطط

$$Q_1 = 66.5, Q_3 = 86$$

لا يوجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن 37.25 أو تزيد على 115.25

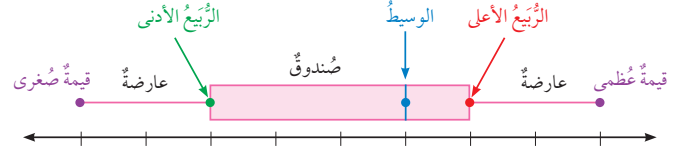
الورقة	الساق
5	3 6 8
6	5 8
7	0 3 7 7 9
8	1 4 8 8 9
9	9

المفتاح: 5|3 = 53

يُستعمل الصندوق ذو العارضتين (box-and-whisker plot) لتمثيل البيانات باستعمال القيمتين العظمى والصغرى وربيعيات البيانات.

التعليق

يُستعمل الصندوق ذو العارضتين لتحديد مدى انتشار (تباين) البيانات.



مثال 3: من الحياة

برتقال: أستعمل الصندوق ذا العارضتين لتمثيل عدد صناديق البرتقال التي أنتجتها مزرعة خلال 9 سنوات:

572, 452, 457, 460, 360, 407, 380, 458, 264

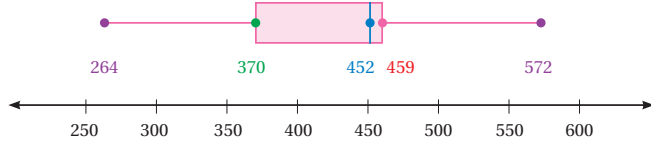


الخطوة 1 أرّتب البيانات تصاعديًا، وأجد الوسيط، والرّبيعات، والقيمتين: العظمى، والصّغرى:



الخطوة 2 أرسمُ خطّ أعداد، وأعيّن عليه نقاطًا تمثل كلاً من: القيمتين العظمى والصّغرى، والوسيط، والرّبيع الأدنى، والرّبيع الأعلى.

الخطوة 3 أرسمُ صندوقًا باستعمال الرّبيعات، ثمّ أرسمُ خطأ رأسياً داخل الصندوق يمرّ بالوسيط، ثمّ أرسمُ العارضتين من الصندوق إلى القيمتين: العظمى، والصّغرى.

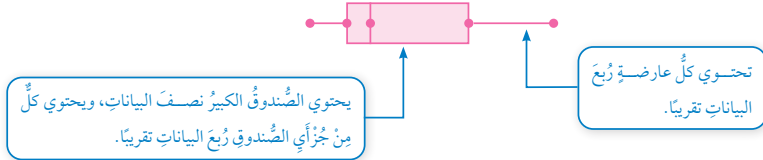


أتحقق من فهمي:

أستعمل الصندوق ذا العارضتين لتمثيل البيانات الآتية التي تمثل أعمار المعلمين في إحدى المدارس:

أنظر الهامش. 30, 52, 26, 35, 45, 22, 49, 32, 28, 50, 42, 35

يقسم الصندوق ذو العارضتين البيانات إلى أربعة أجزاء: جزأي الصندوق، والعارضتين. ويحتوي كل جزء من الأجزاء الأربعة العدد نفسه من القيم تقريبًا.



تدل أطوال أجزاء مخطط الصندوق ذي العارضتين على مقدار تشتت البيانات، فكلما زاد طول الصندوق أو طول عارضتيه ازدادت البيانات انتشارًا وتباعداً.

أوضح للطلبة أن كل عارضة في الصندوق ذي العارضتين تحتوي ربع البيانات، وأن كل جزء من الصندوق أيضًا يحتوي ربع البيانات تقريبًا، ثمّ أبين لهم أن تمثيل البيانات في الصندوق ذي العارضتين يسهل علينا وصف توزيع البيانات والحكم على مدى تشتتها، إذ إنه كلما زاد طول الصندوق أو طول عارضتيه ازدادت البيانات انتشارًا وتباعداً.

ناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح.

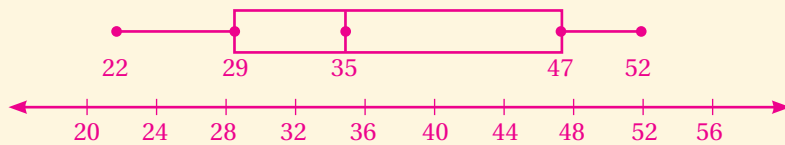
يمكن توجيه أسئلة مشابهة للسؤال الوارد في الفرع 3 من المثال؛ لأتحقق من مدى فهم الطلبة تفسير البيانات الممثلة بالصندوق ذي العارضتين، مثل:

« هل البيانات أكثر تشتتًا في النصف العلوي أم في النصف السفلي؟ »

« هل البيانات أكثر تشتتًا في الجزء العلوي من الصندوق أم في الجزء السفلي؟ »

إرشاد: في الفرع 2 من المثال 4 أطلب إلى الطلبة إعطاء أكبر عدد من الجمل التي تصف البيانات.

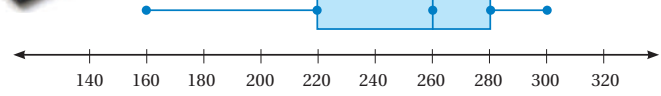
إجابات - (أتحقق من فهمي 3):



الوحدة 9



مثال 4: من الحياة
أقراص تخزين: يبيّن الصندوق ذو العارضتين أدناه سعة تخزين مجموعة من الأقراص الصلبة بوحدة الجيجابايت:



1 أصف توزيع البيانات.

بما أن كل عارضة تمثل ربع البيانات، ويمثل الصندوق نصف البيانات، إذن:

- تتراوح سعة ربع الأقراص الصلبة بين 160 و 220 جيجابايتًا.
- تتراوح سعة نصف الأقراص الصلبة بين 220 و 280 جيجابايتًا.
- تتراوح سعة ربع الأقراص الصلبة بين 280 و 300 جيجابايت.

2 أجد المدى الربيعي للبيانات.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 280 - 220 = 60$$

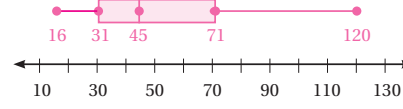
إذن، المدى الربيعي 60 جيجابايتًا، وهذا يعني أن النصف الأوسط من أقراص التخزين لا تتجاوز الفروق بين ساعاتها 60 جيجابايتًا.

3 هل البيانات أكثر تشتتًا أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرر إجابتي.

بما أن العارضة السفلى أطول من العارضة العليا، فهذا يعني أن البيانات أسفل الربع الأدنى أكثر تشتتًا من البيانات فوق الربع الأعلى.

أتحقق من فهمي: (4-6) أنظر الهامش.

ساعات: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين المجاور أسعار الساعات في أحد المحالّ بالدینار.



4 أصف توزيع البيانات.

5 أجد المدى الربيعي للبيانات.

6 هل البيانات أكثر تشتتًا أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرر إجابتي.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تفسير البيانات الممثلة في الصندوق ذي العارضتين؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

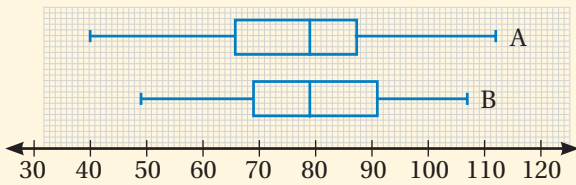
مثال 5: من الحياة



- أوضح للطلبة إمكانية استعمال التمثيل بالصندوق ذي العارضتين المزدوج للمقارنة بين مجموعتي بيانات.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 5 على اللوح.

مثال إضافي:

اعتمد تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه، وأجيب عن الأسئلة الآتية:



1 ما القيمة الصغرى في مجموعة البيانات A؟ 40

2 ما القيمة العظمى في مجموعة البيانات B؟ 107

3 أي المجموعتين لها أكبر مدى ربعي؟ المجموعة B

4 أي المجموعتين أكثر تشتتًا فوق الربع الأعلى؟ المجموعة A

إجابات - (أتحقق من فهمي 4):

4 - مدى هذه البيانات 104

- تتراوح أسعار ربع الساعات بين JD 16 و JD 31

- تتراوح أسعار النصف الأوسط من الساعات بين JD 31 و JD 71

- تتراوح أسعار ربع الساعات بين JD 71 و JD 120

5 المدى الربعي للبيانات 40، وهذا يعني أنه لا تتجاوز الفروق بين أسعار النصف الأوسط من الساعات JD 40.

6 بما أن العارضة العليا أطول من العارضة السفلى، فهذا يعني أن البيانات فوق الربع الأعلى أكثر تشتتًا من البيانات أسفل الربع الأدنى.

أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 - 8) والمسائل (15 - 20) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدمّة من الزميل / الزميلة.

إرشادات:

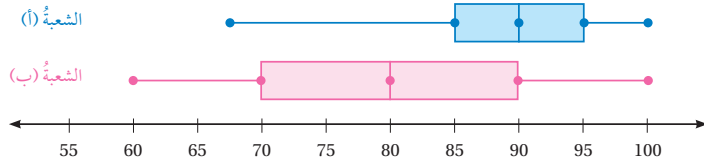
- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- في الأسئلة (18 - 20) أبيّن للطلبة أن التمثيل بالصندوق ذي العارضتين المزوج يسهّل المقارنة بين مجموعتي بيانات.

يمكن استعمال الصندوق ذي العارضتين المزوج للمقارنة بين مجموعتي بيانات.

مثال 5: من الحياة

علامات: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزوج أدناه علامات طلبة الصف الثامن في مادة الرياضيات في الشعبتين (أ) و (ب) في إحدى المدارس:

1 أيّ الشعبتين علامات الطلبة فيها أكثر تشبّهًا؟ أبرّر إجابتي.



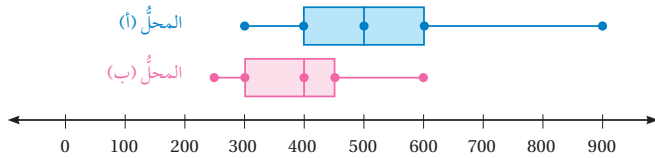
2 ألاحظ أنّ المدى والمدى الربيعي لعلامات الطلبة في الشعبة (ب) أكبر من المدى والمدى الربيعي في الشعبة (أ)، ومنه فإنّ علامات الطلبة في الشعبة (ب) أكثر تشبّهًا.

3 أيّ الشعبتين علامات الطلبة فيها أفضل؟ أبرّر إجابتي.

4 علامات الطلبة أفضل في الشعبة (أ)؛ لأن نصف الطلبة حصلوا على علامة 90 فأكثر، في حين أنّ ربع الطلبة فقط في الشعبة (ب) حصلوا على علامة 90 فأكثر.

أتحقّق من فهمي:

هواتف: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزوج أدناه أسعار الهواتف النقالة بالدينار في المحلّين (أ) و (ب):



3 أيّ المحلّين أسعار الهواتف فيه أكثر تشبّهًا؟ أبرّر إجابتي.

(3-4) أنظر الهامش.

4 أيّ المحلّين أسعار الهواتف فيه أعلى؟ أبرّر إجابتي.

إجابات - (أتحقّق من فهمي 5):

3 ألاحظ أنّ المدى والمدى الربيعي في المحلّ (أ) أكبر من المدى والمدى الربيعي في المحلّ (ب)، ومنه فإنّ أسعار الهواتف النقالة في المحلّ (أ) أكثر تشبّهًا.

4 أسعار الهواتف في المحلّ (أ) أعلى؛ لأن أسعار ثلاثة أرباع الأجهزة فيه JD 400 فأكثر، في حين أنّ أسعار نصف الأجهزة في المحلّ (ب) أقل من أو تساوي JD 400.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركوا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (23 – 21).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 21 (أكتشف الخطأ)، أذكر الطلبة بإيجاد القيم الخمس الأساسية في الصندوق ذي العارضتين أولاً.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (9 – 14) كتاب التمارين: (1 – 4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (9 – 14), 21 كتاب التمارين: (5 – 7)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (9 – 14), (21 – 23) كتاب التمارين: 8, 9

الوحدة 9

أجدد المدى والرّبيعيّات والمدى الرّبيعيّ لكلّ مجموعة بياناتٍ ممّا يأتي:

1 85, 77, 58, 69, 62, 73, 55, 82, 67, 77, 59, 92, 75

2 28, 42, 37, 31, 34, 29, 44, 28, 38, 40, 39, 42, 30

3

السائق	الورقة
19	3 5 5
20	2 2 5 8
21	5 8 8 9 9 9
22	0 1 7 8 9
23	2

المفتاح: $19|3 = 193$

4

السائق	الورقة
5	0 3 7 9
6	1 3 4 5 5 6
7	1 5 6 6 9
8	1 2 3 5 8
9	2 5 6 9
10	
11	7

المفتاح: $5|0 = 5.0$

أجدد القيم المتطرفة (إن وُجدت) لكلّ مجموعة بياناتٍ ممّا يأتي:

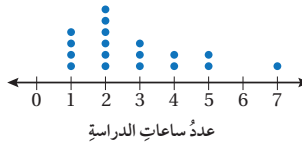
5 52, 40, 49, 48, 62, 54, 44, 58, 39

6 133, 62, 152, 127, 168, 146, 174

7 4.8, 5.5, 4.2, 11.5, 3.4, 7.5, 1.6, 3.8

مدة التحليق (min)

13 $\frac{1}{2}$	21 $\frac{1}{2}$	21	16 $\frac{3}{4}$
10 $\frac{1}{4}$	19	32	26 $\frac{1}{2}$
29	16 $\frac{1}{4}$	28 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{1}{2}$



طائرة ورقية: يبيّن الجدول المجاور

مدة تحليق عددٍ من الطائرات الورقية بالدقائق. أجدد المدى والمدى الرّبيعيّ للبيانات، ثمّ أمثلها بالصندوق ذي العارضتين. أنظر ملحق الإجابات.

يبيّن التمثيل بالنقاط المجاور عدد الساعات التي يقضيها بعض الطلبة في الدراسة لامتحان. أمثل البيانات بالصندوق ذي العارضتين. أنظر ملحق الإجابات.

أُتدرب وأحل المسائل

معلومة

تؤسّر 4 قوًى مختلفة في تحليق الطائرة الورقية، وهي قوًى الدفع، والرفع، والجاذبية، والسحب؛ لذا تُختار المواد الخفيفة لتقاوم الطائرة الجاذبية وتحلّق بسهولة.

5) $Q_1 = 42, Q_3 = 56$
لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن 21 أو تزيد على 77

6) $Q_1 = 127, Q_3 = 168$
القيم المتطرفة تقل عن 65.5 أو تزيد على 229.5

9 القيمة 62 متطرفة؛ لأنها تقل عن 65.5

7) $Q_1 = 3.6, Q_3 = 6.5$
القيم المتطرفة تقل عن -0.75 أو تزيد على 10.85
القيمة 11.5 متطرفة؛ لأنها أكبر من 10.85

151

إجابات - (أُتدرب وأحل المسائل):

1

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الرّبيعي
37	79.5	60.5	19

2

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الرّبيعي
16	41	29.5	11.5

3

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الرّبيعي
39	221	202	19

4

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الرّبيعي
6.7	8.65	6.35	2.3

البحث وحلّ المسائل:

• أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأوصح لهم أن الهدف من هذا النشاط هو اكتشاف أثر إضافة بيانات جديدة أو استثناء بعض البيانات في التمثيل بالصندوق ذي العارضتين على الاستنتاجات التي يمكن الحصول عليها.

• أطلب إلى المجموعات تنفيذ الإجراءات الآتية:

- « اختيار موضوع وجمع بيانات حوله.
- « تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، ثم ووصف توزيع البيانات.
- « استثناء أدنى قيمتين في البيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- « إضافة قيمتين أدنى من القيمة الصغرى للبيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- « استثناء أعلى قيمتين في البيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- « إضافة قيمتين أعلى من القيمة العظمى للبيانات، ثم تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووصف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.

• ناقش الطلبة حول تأثير إضافة بيانات جديدة أو استثناء بعض البيانات في استنتاجاتهم.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

معلومة

يُعدّ الفهد الصياد من أسرع الحيوانات، ويمكن أن تبلغ سرعته 110 km/h خلال 3 ثوانٍ من انطلاقه.



سرعة: يبيّن الجدول أدناه سرعة مجموعة من الحيوانات بالكيلومتر لكل ساعة.

الحيوان	السرعة (km/h)
الفهد الصياد	100
النمر	58
القطّة	48
الفيل	40
الفأز	13
العنكبوت	2

10 أمثل البيانات بالصندوق ذي العارضتين. أنظر الهامش.

11 أجد المدى الربيعي للبيانات. $IQR = 45$

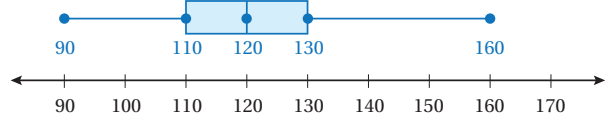
12 أجد القيم المتطرفة (إن وجدت).

13 أصف توزيع البيانات. أنظر الهامش.

14 هل البيانات أكثر تشتتاً أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرز إجابتي.

أنظر الهامش.

أفلام: يبيّن تمثيل الصندوق ذي العارضتين أدناه مدة عرض مجموعة من الأفلام بالدقائق:



15 ما النسبة المئوية للأفلام التي تزيد مدّة عرضها على 120 دقيقة؟ 50%

16 هل البيانات أكثر تشتتاً أسفل الربع الأدنى أم فوق الربع الأعلى؟ أبرز إجابتي.

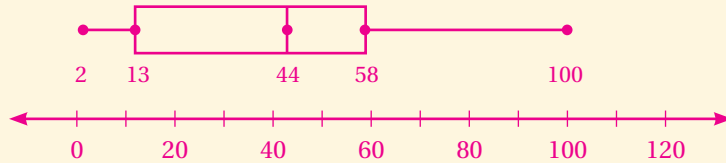
17 أجد المدى الربيعي للبيانات. 20

12 لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن -54.5 أو تزيد على 125.5

16 فوق الربع الأعلى؛ لأن العارضة فوق الربع الأعلى أطول من العارضة أسفل الربع الأدنى.

إجابات - (أدرب وأحلّ المسائل):

(10)



13 - سرعة ربع الحيوانات 58 km/h أو أكثر.

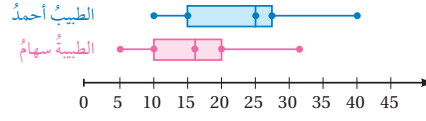
- سرعة ربع الحيوانات 13 km/h أو أقل.

- تتراوح سرعة النصف الأوسط من الحيوانات بين 13 km/h و 58 km/h ولا يتجاوز الفرق بين سرعاتها 45 km/h

14 بما أن العارضة العليا أطول من العارضة السفلى، فهذا يعني أن البيانات فوق الربع الأعلى أكثر تشتتاً من البيانات أسفل الربع الأدنى.

الوحدة 9

يبين تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه مدة انتظار المرضى عند طبيبي الأسنان: أحمد، وسهام:



18 أجد المدى الربيعي لمدة انتظار المرضى عند الطبيبة سهام. 10

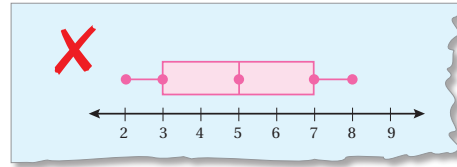
19 أجد المدى الربيعي لمدة انتظار المرضى عند الطبيب أحمد. 12.5

20 يرغب أنور بمراجعة أحد الطبيبين، أيهما أنصحهُ بزيارته؟ أبرر إجابتي.

الطبيبة سهام؛ لأن وسيط مدة الانتظار عندها أقل من الطبيب أحمد، إضافة إلى أن مدة الانتظار عندها لا تتجاوز 32 دقيقة، في حين قد تصل مدة الانتظار عند الطبيب أحمد إلى 40 دقيقة.

مهارات التفكير العليا

21 **اكتشف الخطأ:** ورد في التمثيل بالصندوق ذي العارضتين الآتي خطأ، اكتشفه، وأصححه. علماً أن التمثيل للقيم: 2, 6, 3, 3, 7, 4, 6, 9, 6, 8, 5, 8. أنظر الهامش.



22 **مسألة مفتوحة:** أكتب مجموعة من البيانات قيمة المدى الربيعي لها 15 وتحتوي قيمتين متطرفتين. أنظر إجابات الطلبة.

23 **مسألة مفتوحة:** أكتب مجموعة من البيانات عندما أمثلها بالصندوق ذي العارضتين يكون طول كل من الصندوق والعارضتين متساويًا، وأبرر كيفية اختيار القيم. أنظر إجابات الطلبة.

24 **اكتب** كيف أمثل بيانات استعمال الصندوق ذي العارضتين؟ أنظر إجابات الطلبة.

153

نشاط التكنولوجيا



أحفز الطلبة على تصفح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في تفسير البيانات الممثلة باستعمال الصندوق ذي العارضتين.

✓ **إرشاد:** يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

⚠ **تنبيه:** يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حل المسائل.

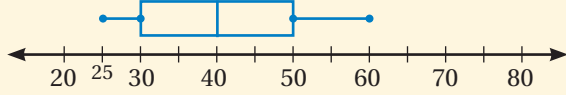
تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (6-1) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (اكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« يبين الصندوق ذو العارضتين أدناه أسعار السلع في متجر بالدينار:



1 ما سعر أرخص سلعة في المتجر؟ JD 25

2 ما النسبة المئوية لعدد السلع التي يزيد سعرها على JD 50 أو يساويه؟ 25%

3 أجد المدى الربيعي للبيانات. JD 20

الدرس 2 اختيار التمثيل الأنسب

أستكشف

الطلاب	نسبة
المترشحات <td>43%</td>	43%
سمر <td>28%</td>	28%
آلاء <td>29%</td>	29%
ريم <td></td>	

بيّن الجدول المجاور نسبة الأصوات التي حصلت عليها طالبات الصف الثامن المترشحات للبرلمان الطلابي. أيهما أفضل لتمثيل هذه البيانات: الأعمدة البيانية، أم القطاعات الدائرية؟ أبرر إجابتك.

فكرة الدرس

- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- أكتب استدلالاً حول بيانات ممثلة.

المصطلحات

البيانات العددية، البيانات النوعية، الاستدلال.

نتائج الدرس:

- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثلة.

نتائج التعلّم القبلي:

- تمثيل البيانات بطرائق مختلفة.
- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 18: تمثيلات بيانية.
- أطلب إلى المجموعات ذكر اسم كل تمثيل بياني في ورقة المصادر، واقتراح عنوان له.
- أناقش إجابات المجموعات وأقدم لهم التغذية الراجعة.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم:
 - « ما نسبة الطالبات اللواتي صوّتن لسمر؟ 43%
 - « هل يمكن تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية؟ لماذا؟ لا؛ لأن التمثيل بالأعمدة يحتاج إلى وجود تكرار لكل فئة.
 - « هل يمكن تمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية؟ لماذا؟ نعم؛ لأن البيانات الموجودة تمثل نسبة تكرار كل فئة إلى التكرارات جميعها.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
 - « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
 - « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

مفهوم أساسي

اختيار التمثيل الأنسب

يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية.	التمثيل بالصُّور
يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية والمقارنة بين فئاتها.	الأعمدة البيانية
يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية حين يكون الهدف من التمثيل مقارنة الجزء بالكل.	القطاعات الدائرية
يُستعمل لتمثيل البيانات النوعية أو العددية المنفصلة، وإظهار عدد مرات تكرار كل قيمة في مجموعة البيانات.	التمثيل بالنقاط
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية التي تتغير مع الزمن.	الخطوط البيانية
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية بحيث تظهر القيم جميعها في التمثيل.	الساق والورقة
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية لدراسة مقدار تشتت البيانات وتباعدتها.	السُّدوق ذو العارضتين
يُستعمل لتمثيل البيانات العددية المنظمة في فترات ذات تكرارات.	المخطّط التكراري

المفاهيم العابرة للمواد

أوكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (أستكشف)، أثير حواراً عن أهمية المشاركة في مجالس الطلبة في المدارس؛ تأكيداً لمبدأ المساواة، وتنمية الحسّ بالمسؤولية لدى الجميع. وإثراءً لهذا الحوار، أوجّه للطلبة عدداً من الأسئلة، مثل:

- « ما فائدة مجالس الطلبة في المدرسة؟
- « ما آلية اختيار الأعضاء؟
- « من يريد أن يكون عضواً في مجلس الطلبة؟ لماذا؟
- « ما مقترحات تحسين أداء المجلس؟

مثال 1

- أذكر الطلبة أن البيانات نوعان: عددية، ونوعية، وأذكر لهم مثالاً على كل نوع، ثم أطلب إليهم ذكر أمثلة على كل نوع.
- أوضح للطلبة أنه عند تمثيل البيانات نحتاج إلى تحديد إن كانت بيانات عددية أم نوعية؛ لاختيار التمثيل الأنسب، إضافة إلى تحديد الهدف من التمثيل، ثم ناقش معهم أنواع التمثيلات التي درسوها واستعمال كل تمثيل بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 1، وأؤكد لهم أهمية تحديد نوع البيانات أولاً ثم اختيار التمثيل الأنسب.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتتحقق من فهمي) بعد كلّ مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أوضح للطلبة مفهوم الاستدلال، وأؤكد لهم ضرورة استعمال لغة احتمالية للتعبير عن الاستدلال، مثل استعمال كلمة (من المُتَوَقَّع) أو (أتوقَّع)؛ لأن الاستدلال مبني على عيّنة صغيرة من المجتمع.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 1

أختار تمثيلاً مناسباً لكلّ ممّا يأتي، وأبرر إجابتي:

1 عدد الطلبة في مسابقة حفظ الأحاديث النبوية الشريفة كل عام.

2 بما أن البيانات عددية تتغير مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

3 الرياضة الأكثر تفضيلاً لطلبة الصف الثامن.

4 بما أن البيانات نوعية وتعلّق بجزء من كلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

5 توزيع عدد سكّان المملكة الأردنية الهاشمية بحسب الفئات العمرية.

6 بما أن البيانات عددية موزعة على فئات، فإن التمثيل بالمخطّط التكراري هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

أتتحقق من فهمي:

4 عدد ساعات الدراسة لطلبة الصف الثامن في إحدى المدارس.

5 بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.

6 المسافة التي يقطعها أحمد بسيارته كل شهر.

7 بما أن البيانات عددية تتغير مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

8 توزيع دخل الأسرة على المتطلبات المنزلية.

9 بما أن البيانات نوعية وتعلّق بجزء من الكلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

الاستدلال (inference) هو عبارة يمكن التوصل إليها من تحليل بيانات تمّ جمعها حول الظاهرة أو الموضوع قيد الدراسة، ويفضّل استعمال لغة احتمالية للتعبير عن الاستدلال؛ لأن النتيجة توصّف بناءً على عيّنة صغيرة من المجتمع.

مثال 2: من الحياة

بيّن التمثيل بالصور المجاور عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي الرياضي في 5 أيام متتالية.

السبت	👤👤👤👤👤👤
الأحد	👤👤👤👤
الاثنين	👤👤👤
الثلاثاء	👤👤
الأربعاء	👤
المفتاح: كلّ 👤 تدلّ على 10 أشخاص.	

1 ما عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي الرياضي يوم السبت؟

بما أن كلّ صورة تعبّر عن 10 أشخاص، وبما أنه توجد 7 صور مقابل يوم السبت، إذن فإن عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي يوم السبت 70 شخصاً.

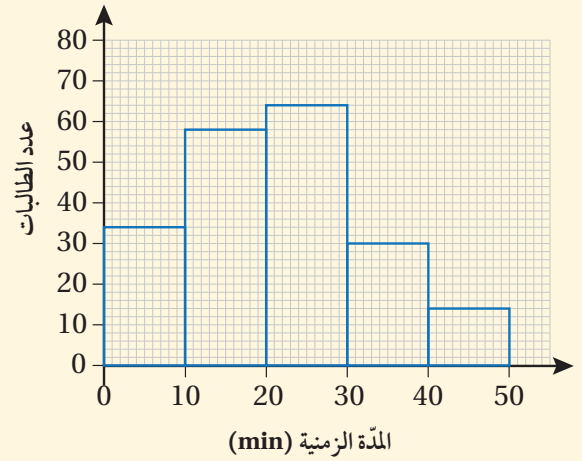
تنويع التعليم

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد التمثيل الأنسب للبيانات؛ لذا يمكن عمل لوحة حائط لأنواع التمثيلات تحتوي كلمات مفتاحية تدلّ على الهدف من استعمال كلّ تمثيل، وتثبيتها بجانب اللوح أثناء الحصة الصفية؛ لتسهيل الرجوع إليها.

✓ **إرشاد:** أطلب إلى الطلبة كتابة استدلالات أخرى من التمثيل بالصور الوارد في المثال 2.

مثال إضافي:

صممت رفيف استبانة سألت فيها مجموعة من الطالبات عن المدة الزمنية بالدقائق التي يحتجن إليها للوصول إلى المدرسة، ومثلت النتائج التي حصلت عليها بالمخطط التكراري الآتي:



تقول رفيف:

من المتوقع أن أكثر من نصف طالبات المدرسة يحتجن على الأقل إلى 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة.

« هل استدلال رفيف صحيح؟ أبرر إجابتي. نعم؛ لأنه يظهر من التمثيل البياني أن عدد الطالبات اللاتي سألتهن رفيف هو 200 طالبة، وأن 108 منهن يحتجن على الأقل إلى 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة، وهذا العدد أكثر من نصف الطالبات، وهذا يعطي انطباعاً أن أكثر من نصف طالبات المدرسة يحتجن على الأقل 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة.

2 أجد الوسط الحسابي لعدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي يومي الأحد والإثنين.

عدد الأشخاص الذين ارتادوا النادي يوم الأحد 45 شخصاً، وعددهم يوم الإثنين 35 شخصاً.

إذن، الوسط الحسابي لعدد الأشخاص يومي الأحد والإثنين هو:

$$\bar{x} = \frac{45 + 35}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

أجمع القيم، وأقسمها على عددها، وأبسط.

3 أكتب استدلالاً حول موعد ذهاب الأشخاص إلى النادي، معتمداً على التمثيل:

على التمثيل:

يظهر من التمثيل أن أكبر عدد من الأشخاص يرتادون النادي الرياضي يوم السبت، ويستمر عددهم بالانخفاض وصولاً إلى يوم الأربعاء، ومنه يمكنني كتابة استدلال يحتوي كلمات احتمالية كما يلي:

من المتوقع أن عدد الأشخاص الذين يرتادون النادي الرياضي يقل مع مضي أيام الأسبوع ابتداءً من يوم السبت.

السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء
10 أشخاص	8 أشخاص	6 أشخاص	4 أشخاص	2 شخص

عدد الأشخاص يقل كل يوم

المفتاح: كل شخص يمثل 10 أشخاص.

تحقق من فهمي:

يبين التمثيل بالصور المجاور وسيلة النقل التي يستعملها مجموعة من الطلبة للوصول إلى المدرسة. أكتب استدلالاً حول كيفية وصول الطلبة إلى المدرسة معتمداً على التمثيل. أنظر الهامش.

المشي	3 أشخاص
السيارة	8 أشخاص
الحافلة	4 أشخاص
الدراجة	1 شخص

المفتاح: كل شخص يمثل طالبين.

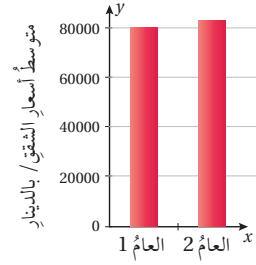
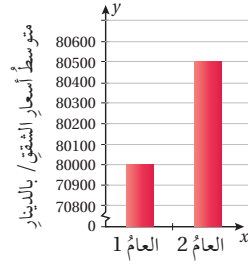
تعلمت في المثال السابق أنه يمكن التوصل إلى استدلالات بتحليل بيانات ممثلة، ولكن في بعض الأحيان تكون التمثيلات مضللة، مما يؤدي إلى التوصل إلى استدلالات غير صحيحة. ومن هذه التمثيلات المضللة استعمال تدرج غير مكتوب على المحور الرأسي (محور Y).

إجابة (تحقق من فهمي 2):

إجابات محتملة:

- من المتوقع أن ما يقرب على نصف طلبة المدرسة يستعملون السيارات للوصول إليها.
- من المتوقع أن ما يزيد على ثلاثة أرباع طلبة المدرسة يستعملون وسائل النقل للوصول إليها.

بيّن التمثيلان الآتيان متوسط أسعار الشقق السكنية في عامين متتاليين. أي التمثيلين مضلل؟ أبرّر إجابتك.



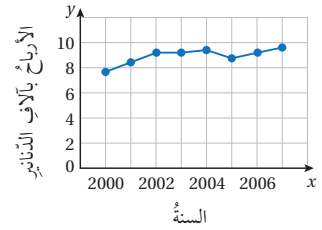
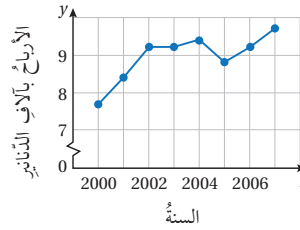
التعليق

تدلّ العلامة \hookrightarrow على أنّ التدرّج على المحور y غير مكنون.

يُظهر التمثيل بالأعمدة جهة اليسار أنّ متوسط أسعار الشقق في العام 2 زاد بما يقارب ثلاثة أمثال متوسط أسعار الشقق عنه في العام 1، لأنّ التدرّج على محوره الرأسيّ غير مكنون، في حين أنّ متوسط أسعار الشقق زاد بمقدار 500 دينار فقط. أمّا التمثيل بالأعمدة جهة اليمين فلا يُظهر فرقاً كبيراً بين العامين في متوسط أسعار الشقق؛ لأنّ التدرّج على محوره الرأسيّ مكنون. إذن، التمثيل بالأعمدة جهة اليسار مضلل.

أتحقّق من فهمي:

بيّن التمثيلان الآتيان أرباح إحدى الشركات بالآلاف الدنانير. أي التمثيلين مضلل؟ أبرّر إجابتك. أنظر الهامش.



- أوّضح للطلبة أن بعض التمثيلات البيانية قد تكون مُضلّلة؛ لذا قد تؤدي إلى استدلالات غير صحيحة، مثل استعمال تدرّج غير مكتمل على المحور y .
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- ألّفت انتباه الطلبة إلى أنّ العلامة \hookrightarrow تدلّ على أنّ التدرّج غير مكتمل.
- أطلب إلى الطلبة إعادة التمثيل بالأعمدة بتدرّج مكتمل؛ للتحقق من صحة الإجابة.

- أوّضح للطلبة أن تمثيل البيانات بالصور قد يكون مُضلّلاً أيضاً، إذ إن استعمال صور مختلفة في الشكل أو الحجم للدلالة على التمثيل قد يؤدي إلى استدلال غير صحيح.
- ناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح.

إجابة (أتحقّق من فهمي 3):

التمثيل الذي على اليسار مضلل؛ لأنه يُظهر الفرق في الأرباح بين السنتين 2000 و 2006 كبيراً جداً، والسبب أن التدرّج على المحور الرأسي غير مكتمل. الواقع أن الفرق في الأرباح بين السنتين حوالي 2000 JD في التمثيلين.

مثال إضافي:

بالاعتماد على التمثيل بالصور أدناه الذي يبيّن الفاكهة المفصّلة لدى مجموعة من الطلبة، أجب عن الأسئلة الآتية:

التفاح	
البرتقال	
الموز	
الكمثرى	

- يقول أحمد: إنه يمكن الاستدلال من التمثيل أنّ الفاكهة الأكثر تفضيلاً لدى الطلبة هي البرتقال. هل استدلال أحمد صحيح؟ أبرّر إجابتي. الاستدلال غير صحيح؛ لأن الفاكهة الأكثر تفضيلاً هي الموز.
- أذكر ثلاثة أخطاء وردت في التمثيل بالصور. حجم الرموز غير متساو، شكل الرموز المستعملة مختلف، لا يوجد مفتاح للتمثيل.

4 التدريب

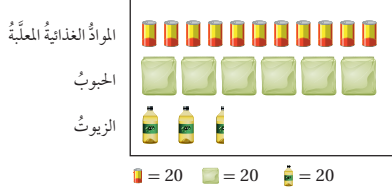
أدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (8 - 1) والمسألتين (11 - 12) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: أناقش الطلبة في الإجابة عن الأسئلة الواردة في صناديق (أفكر) الواردة في هامش أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)؛ لما لها من أهمية في تعزيز فهمهم لأفكار الدرس.

مثال 4

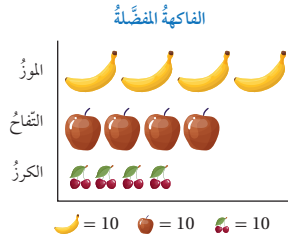
التبرعات من المواد الغذائية



بالاعتماد على التمثيل بالصور المجاور، استدلّ همام أنّ عدده علب المواد الغذائية المتبرّع بها وعدده علب الحبوب تقريباً متساو. هل استدلال همام دقيق؟ أبرّر إجابتي.

تمثّل كل صورة العدد نفسه من الأشياء، ولكن لأنّ حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الحبوب أكبر من حجم الصورة المستعملة للتعبير عن المواد الغذائية المعلّبة، يظهر أنّ العدد من النوعين تقريباً متساو، في حين أنّ عدد علب الحبوب نصف عدد علب المعلّبات.

أتحقّق من فهمي:



بالاعتماد على التمثيل بالصور المجاور، استدلّت هناء أنّ عدد الأشخاص الذين يفضّلون الموز تقريباً ضعف عدد الأشخاص الذين يفضّلون الكرز. هل استدلال هناء دقيق؟ أبرّر إجابتي.

أنظر الهامش.

أدرّب وأحلّ المسائل

- أختار تمثيلاً مناسباً لكلّ ممّا يأتي، وأبرّر إجابتي: (1-3) أنظر الهامش.
- ارتفاع الأشجار في إحدى الغابات.
- إجابات مجموعة من الطلبة عن سؤالٍ إجابته (نعم أو لا).
- عدد الأهداف التي سجّلها كلّ عضوٍ في فريق كرة قدمٍ في إحدى البطولات.
- الأرباح التي يحقّقها ريان من مشروع الصغير كلّ سنة.
- نتائج اختبار اللغة العربية لأحد الصّغوف.
- أعداد المصابين بفيروس كورونا وفقاً للفئات العمرية المختلفة.
- بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.

158

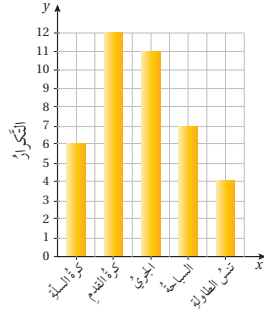
إجابة (أتحقّق من فهمي 4):

استدلال هناء غير صحيح. تمثّل كل صورة العدد نفسه من الأشياء ولكن، حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الموز أكبر من حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الكرز؛ لذا يظهر أنّ عدد الموز مثلي عدد الكرز. الواقع أنّ عدد الموز مساوٍ لعدد الكرز.

إجابات - (أدرّب وأحلّ المسائل):

- بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.
- بما أن البيانات نوعية وتتعلّق بجزء من الكلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.
- بما أن البيانات نوعية، ونرغب في إظهار عدد الأهداف التي سجّلها كلّ لاعب، فإنه من الأنسب استعمال التمثيل بالنقاط.

الوحدة 9

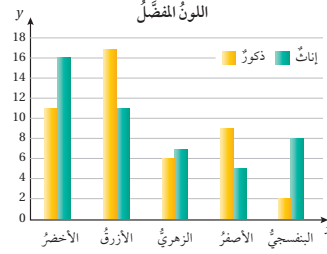


صمم عليّ استبانة سأل فيها 40 طالباً من طلبة مدرسته عن الرياضة المفضلة لديهم، ومثل النتائج التي حصل عليها بالأعمدة كما في الشكل المجاور:

أي الرياضات هي الأكثر تفضيلاً عند الطلبة؟ كرة القدم.

يقول عليّ: (أتوقع من التمثيل بالأعمدة أن تنس الطاولة هي الرياضة الأقل تفضيلاً لدى طلبة الأردن). هل استدلال عليّ صحيح؟ أبرّر إجابتي.

صحيح؛ لأن العمود الذي يمثل تنس الطاولة هو أقصر عمود.



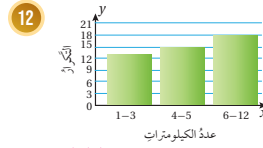
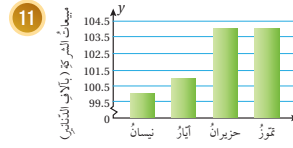
قررت إدارة إحدى المدارس استطلاع آراء طلبة الصف الأول الموزعين على ثلاث شعب عن اللون الذي يفضلونه لطلاء الغرف الصفية. جمعت الإدارة نتائج الاستطلاع، ومثلته بالأعمدة المزدوجة كما في الشكل المجاور:

أكمل الجملة الآتية: (ملحوظة: يوجد إجابات أخرى).

عدد الطلبة الذين يفضلون الطلاء الأزرق أكبر من عدد الطلبة الذين يفضلون الطلاء باللون الأخضر.

إجابتي. اللون الأزرق؛ لأن أكبر عدد من الطلبة يفضلون الطلاء به.

أبين لم تعد كل من التمثيلات الآتية مضللة:



الفئات غير متساوية في الطول.

159

تنوع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أدرّب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليشركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (19 - 15).
- أرسد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في الأسئلة (17 - 15) (تبرير)، ألفت انتباه الطلبة إلى تقدير نسبة القطاعات من الكلّ للإجابة عن الأسئلة.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, 13 كتاب التمارين: (1 - 4)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, (13 - 16) كتاب التمارين: (1 - 5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13 - 19) كتاب التمارين: 6, 7

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزود كل مجموعة بورقة المصادر 19: ورقة بيانات التحقق من التقدير.
- أخبر الطلبة أنه طُلب إلى 60 شخصاً حمل كتاب وتقدير عدد صفحاته، علماً بأن عدد الصفحات الحقيقية للكتاب 55 صفحة، وأنه قد سجّل جنس كل منهم في الورقة، واليد التي استعملها في التقدير، وتقدير كل منهم لعدد صفحات الكتاب.

أفكر

أكتب استدلالاً حول اللون الذي يفضلهُ الطلبة لطلاء الغرف الصفية.

11 يُظهر التمثيل أن مبيعات شهر تموز 4 أمثال مبيعات شهر نيسان، في حين أن الفرق بين مبيعات الشهرين 5 آلاف دينار فقط.

- أطلب إلى المجموعات فصل تقديرات الذكور عن الإناث وتنظيم كل منها في جدول تكراري.
- أطلب إلى المجموعات اختيار التمثيل الأنسب للبيانات.
- أطلب إلى المجموعات كتابة استنتاج حول البيانات.

إرشاد: أوجه الطلبة إلى تظليل الإناث أو الذكور بلون مختلف على الورقة؛ لتسهيل فصل البيانات.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

تعليمات المشروع:

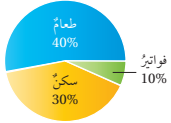
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 7 و 8 من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أختار تمثيلاً مناسباً لكل ممّا يأتي:

- 1 عدد الطلبة في مسابقة الجري كل عام. الخطوط البيانية.
- 2 توزيع دخل الأسرة الشهري على المتطلبات المنزلية. القطاعات الدائرية.
- 3 الفاكهة المفضّلة لدى مجموعة من طلبة الصف الثامن. التمثيل بالصور.



بيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور توزيع دخل الأسرة الشهري على المتطلبات المنزلية:

13 لِمَ يُعدُّ هذا التمثيل مضملاً؟ أنظر الهامش.

14 اقترح تعديلاً للتمثيل المجاور، وأبرر إجابتك. أنظر الهامش.



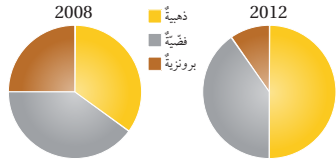
تبرير: بيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور أنواع المركبات التي مرّت أمام منزل زياد في إحدى ساعات النهار:

15 أجد النسبة المئوية للسيارات التي مرّت خلال هذه الساعة. 50%

16 يقول زياد: إن ربع المركبات التي مرّت من الشارع هي حافلات أو شاحنات. هل أتفق مع قول زياد؟ أبرر إجابتك. لا أتفق مع زياد؛ لأن الشاحنات بنوعها الصغيرة والكبيرة مع الحافلات تُشكّل أكبر من ربع الدائرة.

17 يقول زياد: إن نصف عدد الأشخاص الذين مرّوا من الشارع كانوا يركبون السيارات.

هل ما يقوله زياد صحيح؟ أبرر إجابتك. ما يقوله زياد غير صحيح؛ لأن عدد المركبات لا يمثل عدد الأشخاص الذين مرّوا من الشارع، فالعدد الذي تقله الحافلة أكبر من العدد الذي تقله السيارة.



18 تبرير: بيّن التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور أنواع الميداليات التي فازت بها إحدى الدول في دورتين متتاليتين من الألعاب الأولمبية. أكتب استدلالاً بالاعتماد على التمثيل.

أفكر

هل يركب العدد نفسه من الأشخاص كل نوع من المركبات؟

18 من المتوقع أن أداء لاعبي الدولة عام 2012 أفضل منه عام 2008؛ لأنهم حصلوا على ميداليات ذهبية وفضية أكثر.

زيادة عدد الميداليات الذهبية على حساب الميداليات البرونزية بين عامي 2008 و 2012، وهذا مؤشر على تحسّن أداء لاعبي الدولة.

19 تحدّد ما المعلومات التي يمكنني الحصول عليها من تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين ولا يمكنني الحصول عليها من تمثيلها بالمخطط التكراري؟ أبرر إجابتك. الوسيط، الربيعان الأدنى والأعلى، المدى، المدى الربيعي، القيمتين الصغرى والعظمى.

20 كيف أحدّد التمثيل الأنسب لتمثيل بيانات معطاة؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابات - (أندرب وأحل المسائل):

- 13 - مصاريف الطعام أقل من النصف، في حين يُظهر الرسم أنها أكبر من النصف.
- مصاريف السكن 3 أمثال الفواتير، في حين بيّن الرسم أن مصاريف السكن تصل إلى 5 أمثال مصاريف الفواتير.
- المجموع لا يمثل 100%

- 14 يقسم 288° على 80% من الدخل الشهري (مجموع النسب الموجودة) فيصبح التمثيل كما يأتي:
36° فواتير، 108° سكن، 144° طعام. يضاف قطاع آخر يُسمى مصاريف أخرى درجته 72° ونسبته 20%.

نتائج الدرس:

- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.

نتائج التعلّم القبلي:

- تحديد الفضاء العيني لتجربة عشوائية.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث إذا كانت التجربة العشوائية متساوية الاحتمال.
- إيجاد احتمالات حوادث ممثلة في جداول ذات اتجاهين.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد

التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

التهيئة

1

- أكتب الكلمات الآتية على اللوح:
نواتج، حادث، حادث مؤكّد، حادث ممكن، حادث مستحيل، تجربة عشوائية، تجربة عادلة، تجربة متحيّزة، فضاء عيني.
- أطلب إلى الطلبة كتابة تعريف -بلغتهم الخاصة- لكل مصطلح من المصطلحات المكتوبة على اللوح، مع إعطاء مثال عليه.
- ناقش إجابات الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

فكرة الدرس

أحدّد نواتج الفضاء العيني وعددها.

المصطلحات

النواتج، الحادث، الفضاء العيني، مخطّط الشجرة، مخطّط الاحتمال.

أستكشف



ترغبُ شذى باختيار أحد التخصصات الجامعية: دكتورُ صيدليّة، هندسةُ حاسوب، هندسةُ ميكانيكيّة، إمّا في الجامعة الأردنية أو في جامعة العلوم والتكنولوجيا الأردنية. كمّ خيارًا أمام شذى لاختيار التخصص والجامعة؟

التفكير

التجربة العشوائية تجربة نستطيع أن نتنبأ فيها بالنواتج جميعها التي يمكن أن تظهر قبل إجرائها، لكننا لا نعلم تحديدًا أيها سيظهر حتى تُجرى التجربة.

تُسمّى الخيارات المحتملة لتجربة عشوائية ما **النواتج** (outcomes)، فمثلًا توجد 6 نواتج محتملة لتجربة رمي حجر نرد هي: 1, 2, 3, 4, 5, 6. أمّا **الحادث** (event) فهو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، مثل ظهور عدد زوجي في تجربة رمي حجر النرد. تُسمّى جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية للفضاء العيني (sample space)، ويمكن استعمال طرائق عدة لإيجاده، منها **مخطّط الشجرة** (tree diagram).

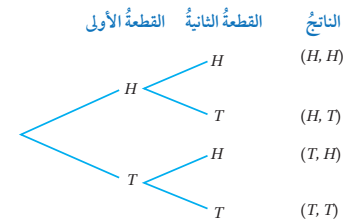
مثال 1



أستعمل مخطّط الشجرة لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعتي نقد منتزعتين مرة واحدة عشوائيًا. لقطعة النقد وجهان، أحدهما يحتوي صورة، والآخر كتابة؛ لذا أرمز إلى الوجه الذي يحتوي الصورة بالرمز (H) وإلى الوجه الذي يحتوي الكتابة بالرمز (T).

التفكير

أرّمز إلى الصورة بالحرف H، وإلى الكتابة بالحرف T، وهما الحرفان الأولان من الكلمتين الإنجليزيّتين Head، و Tail.



إرشادات:

- ألّفت انتباه الطلبة إلى أن الحرف H هو الحرف الأول من الكلمة الإنجليزية Head، وأن الحرف T هو الحرف الأول من الكلمة الإنجليزية Tail.
- أبين للطلبة أن قطعة النقد المنتظمة تعني أنها أداة عادلة، وذلك يعني أن احتمال ظهور الوجه مساوٍ لاحتمال ظهور الكتابة.
- ألّفت انتباه الطلبة إلى أن كتابة النواتج من التجربة العشوائية في المثال 1 تكون على صورة أزواج مرتبة، الإحداثي الأول في كل زوج هو أحد نواتج رمي قطعة النقد الأولى، والإحداثي الآخر هو أحد نواتج رمي قطعة النقد الثانية.

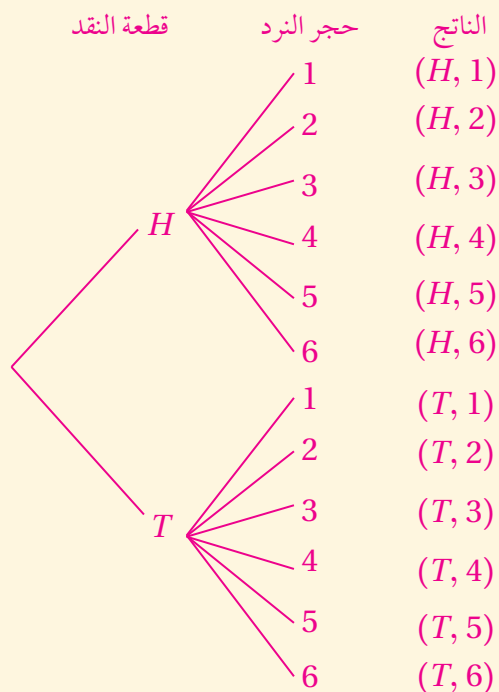
تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذكراً في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّر الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أتحقّق من فهمي) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنباً لإحراجه.

إجابة - (أتحقّق من فهمي 1):



- أوّجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم: « ما التخصصات الجامعية التي ترغب شذى بدراستها؟ **دكتور صيدلة، هندسة حاسوب، هندسة ميكانيكية.** »
- « في أيّ الجامعات ترغب شذى بدراسة هذه التخصصات؟ **إمّا في الجامعة الأردنية، أو في جامعة العلوم والتكنولوجيا.** »
- « كم خياراً أمام شذى لاختيار التخصص والجامعة؟ »
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم: « ما رأيكم في إجابة زميلكم / زميلتك؟ »
- « من يتفق مع إجابة زميله / زميلتها؟ »
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم كلّ من: النواتج، والحادث، والفضاء العيني، والتجربة العشوائية.
- أوّضح للطلبة وجود عدّة طرائق تساعد على إيجاد عناصر الفضاء العيني، منها: طريقة مخطّط الشجرة.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 1، ثمّ أسألهم: « كم وجهاً لقطعة النقد؟ وجهان؛ أحدهما صورة، والآخر كتابة. »
- « ماذا نرسم إلى الوجه H ؟ »
- « ماذا نرسم إلى الكتابة T ؟ »
- « ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد الأولى؟ H, T »
- « ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد الثانية؟ H, T »
- « ما النواتج المحتملة لرمي قطعتي النقد مرة واحدة عشوائياً؟ **ستختلف إجابات الطلبة.** »
- أتوصّل عن طريق النقاش مع الطلبة إلى أهمية وجود طريقة تسهّل إيجاد جميع نواتج التجربة العشوائية، ثمّ أقدم لهم كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة الشجرة.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 2

- أوضح للطلبة وجود طريقة أخرى لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية، وهي: طريقة الجدول.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثم أسألهم: « ما النواتج المحتملة لتدوير مؤشر القرص المرقم؟ 1, 2, 3, 4 »
- « ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد؟ H, T »
- « ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد مرة واحدة عشوائياً وتدوير مؤشر القرص؟ **ستختلف** إجابات الطلبة.
- أوضح للطلبة كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة الجدول.
- إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن كتابة النواتج من التجربة العشوائية في المثال 2 تكون على صورة أزواج مرتبة.
- أطلب إلى الطلبة إعادة حلّ المثال باستعمال طريقة الشجرة؛ للتحقق من أن النواتج الممكنة لتجربة عشوائية هي نفسها بصرف النظر عن الطريقة المستعملة في إيجاد هذه النواتج.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند كتابة نواتج تجربة عشوائية باستعمال طريقة الجدول؛ بكتابة الإحداثي الأول في الزوج المرتب من العمود الأيسر تارة، ومن الصف العلوي تارة أخرى، وكذلك الأمر بالنسبة إلى الإحداثي الثاني؛ لذا أنبههم باستمرار إلى ضرورة الانتباه إلى الالتزام بترتيب محدد، ويُفضّل أن يكون الإحداثي الأول من الزوج المرتب من العمود الأيسر، والإحداثي الثاني من الصف العلوي.

ألاحظ من مخطط الشجرة أن لهذه التجربة 4 نواتج ممكنة؛ لذا فإنّ الفضاء العيني هو:

$$(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)$$

أتحقق من فهمي:

استعمل مخطط الشجرة لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد وحجر نرد مرة واحدة عشوائياً. **أنظر الهامش.**

يمكن أيضاً استعمال الجدول لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية.

مثال 2



استعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد مرة واحدة عشوائياً وتدوير مؤشر قرص عشوائياً مقسم إلى 4 قطاعات متطابقة كُيّت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4

أرسم جدولاً، وأسجل في الصف الأعلى منه نواتج تدوير مؤشر القرص المرقم، وفي العمود إلى اليسار نواتج إلقاء قطعة النقد، ثم أملأ الجدول.

		القرص المرقم			
		1	2	3	4
قطعة النقد	H	H, 1	H, 2	H, 3	H, 4
	T	T, 1	T, 2	T, 3	T, 4

أجد من الجدول أن لهذه التجربة 8 نواتج ممكنة؛ لذا فإنّ الفضاء العيني هو:

$$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4)$$

أتحقق من فهمي:

استعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد مرة واحدة عشوائياً وسحب بطاقة عشوائياً من كيس يحتوي 3 بطاقات متماثلة كُيّت عليها الأعداد 1, 2, 3. **أنظر الهامش.**

يمكنني أيضاً استعمال **مخطط الاحتمال** (possibility diagram) لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية.

إجابة - (أتحقق من فهمي 2):

		البطاقات المرقمة		
		1	2	3
قطعة النقد	H	H, 1	H, 2	H, 3
	T	T, 1	T, 2	T, 3

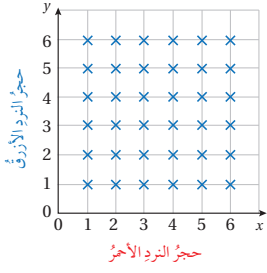
الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (T, 1), (T, 2), (T, 3)$$

مثال 3

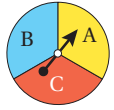


استعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي حجرَي نرد مرة واحدة عشوائياً أحدهما لونه أحمر والآخر لونه أزرق.



أرسم محورين، وأسجل على أحدهما نواتج رمي حجر النرد الأحمر، وعلى المحور الآخر نواتج رمي حجر النرد الأزرق، كما في الشكل المجاور، حيث يمثل تقاطع خطوط مخطط الاحتمال الفضاء العيني للتجربة.

✓ **أتتحقق من فهمي:** أنظر الهامش.



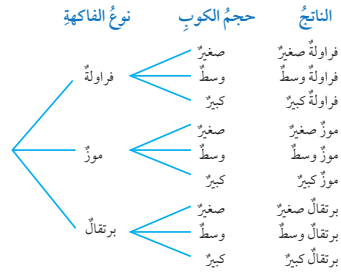
فرص دائري مقسم إلى 3 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأحرف A, B, C كما في الشكل المجاور. استعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص مرتين عشوائياً.

مثال 4: من الحياة



عصير طبيعي: تريد عبيد شراء عصير طبيعي من محل بيع العصير في أكواب بثلاثة أحجام مختلفة: صغير، ووسط، وكبير، ولديه 3 أنواع مختلفة من الفاكهة: فراولة، وموز، وبرتقال. كم خياراً مختلفاً أمام عبيد لشراء العصير؟

يمكنني استعمال الشجرة البيانية لتحديد عدد الخيارات الممكنة أمام عبيد.



إذن، لدى عبيد 9 بدائل مختلفة للعصير.

• أوضح للطلبة وجود طريقة أخرى لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية، وهي: طريقة مخطط الاحتمال.

• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أسألهم: « ما النواتج المحتملة لرمي حجر النرد الأول؟ **1, 2, 3, 4, 5, 6**

« ما النواتج المحتملة لرمي حجر النرد الثاني؟ **1, 2, 3, 4, 5, 6**

« ما النواتج المحتملة لرمي حجرَي النرد مرة واحدة عشوائياً؟ **ستختلف إجابات الطلبة.**

• أوضح للطلبة كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة مخطط الاحتمال.

• إن لزم الأمر، ناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

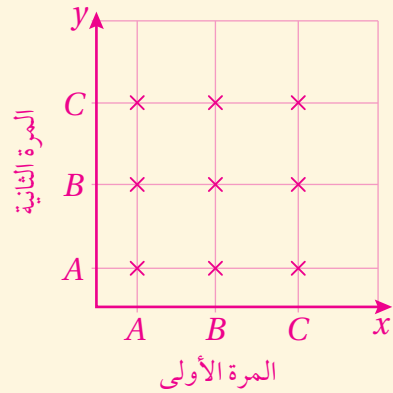
✓ **إرشاد:** أطلب إلى الطلبة إعادة حلّ المثال

باستعمال طريقتي: الشجرة البيانية، والجدول؛ للتحقق من أن النواتج الممكنة لتجربة عشوائية هي نفسها بصرف النظر عن الطريقة المستعملة في إيجاد هذه النواتج، ثم أسألهم: من وجهة نظرك، أيّ الطرائق أفضل في إيجاد نواتج رمي حجرَي مرة واحدة عشوائياً؟ مع التبرير.

مثال 4: من الحياة



إجابة - (أتتحقق من فهمي 3):



الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

(A, A), (A, B), (A, C), (B, A), (B, B), (B, C), (C, A), (C, B), (C, C)

• أوضح للطلبة أهمية استعمال طرائق عدّ النواتج التي تعلموها في هذا الدرس في كثير من التجارب العشوائية الحياتية، وأذكر لهم بعضها.

• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أسألهم: « ما النواتج المحتملة لاختيار الفاكهة؟ **فراولة، موز، برتقال.**

« ما النواتج المحتملة لاختيار حجم الكوب؟ **صغير، وسط، كبير.**

• أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد النواتج الممكنة للتجربة على اللوح باستعمال طريقة الشجرة.

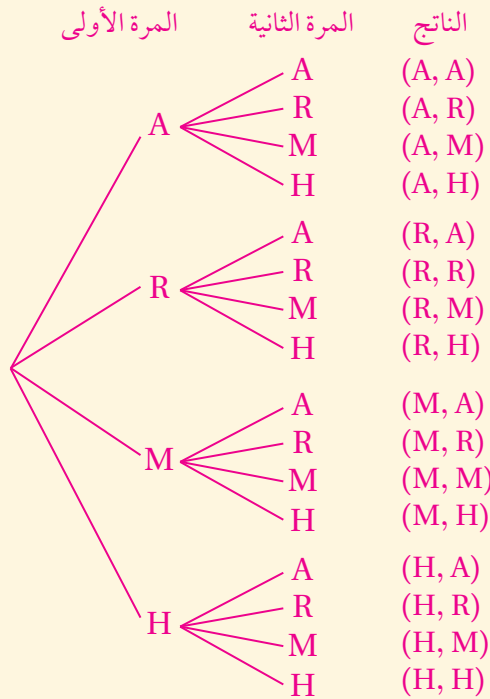
• أطلب إلى الطلبة استعمال طريقتي: الجدول، ومخطط الاحتمال؛ لإيجاد النواتج الممكنة للتجربة، وتحديد الطريقة الأسهل لهذه التجربة من وجهة نظرهم.

أُتدرَّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أُتدرَّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (4 - 1) والمسألتيّن (12 - 11) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدّمة من الزميل / الزميلة.

إرشاد: أناقش الطلبة في الإجابة عن السؤال الوارد في صندوق (أفكر) الواردة في هامش سؤال 8 في بند (أُتدرَّب وأحلّ المسائل)؛ لما لها من أهمية في تعزيز فهمهم لفكرة الدرس.

إجابة - (أُتدرَّب وأحلّ المسائل):



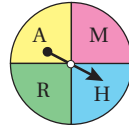
(1)



أُتحقَّق من فهمي:

بوشار: يرغب مهتدّ في شراء بوشار يُباع في علب بثلاثة أحجامٍ مختلفة: صغير، ووسط، وكبير، وأمامه نكهتان مختلفتان: الملح، والزبدة، كمّ خياراً مختلفاً أمام مهتدّ لشراء البوشار؟ أنظر الهامش.

أُتدرَّب وأحلّ المسائل



1 أُستعمل مخطّط الشجرة لتحديد الفضاء العينيّ لتجربة تدوير مؤشر القرص المجاور مرّتين عشوائياً. أنظر الهامش.

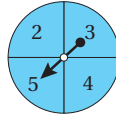
2 أُستعمل مخطّط الاحتمال لتحديد الفضاء العينيّ لتجربة رمي قطعة نقدٍ وحجرٍ نردٍ مرةً واحدةً عشوائياً. أنظر ملحق الإجابات.



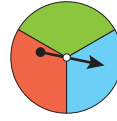
3 سُجِّت كرتانٍ عشوائياً على التوالي دون إرجاعٍ من صندوقٍ يحتوي الكرات الأربع المتماثلة المجاورة.

4 أُستعمل الجدول لتحديد الفضاء العينيّ للتجربة. أنظر ملحق الإجابات.

أجد عدد عناصر الفضاء العينيّ. 12



القرص A



القرص B

أُستعمل مخطّط الشجرة لتحديد الفضاء العينيّ للتجارب العشوائية الآتية المعتمدة على القرصين الدائريين المجاورين، علماً بأنهما مقسمان إلى أجزاءٍ متطابقة:

5 تدوير مؤشر القرص A ومؤشر القرص B مرةً واحدةً عشوائياً.

6 تدوير مؤشر القرص A مرّتين عشوائياً.

7 تدوير مؤشر القرص B مرّتين عشوائياً.

8 تدوير مؤشر القرص B ثلاث مرّاتٍ عشوائياً.

(5-8) أنظر ملحق الإجابات.

إرشاد

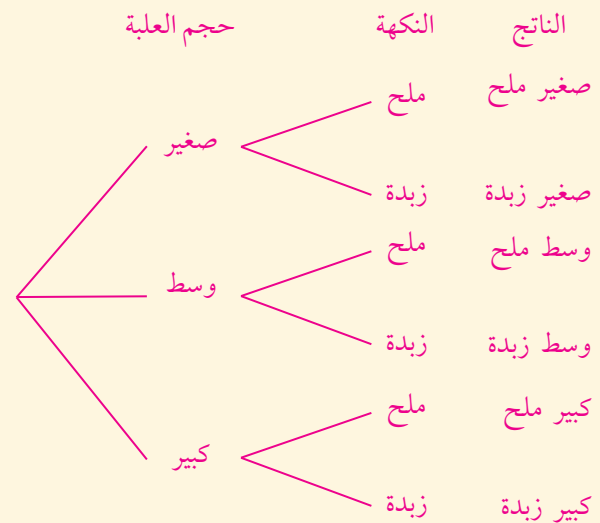
أرمرُ إلى اللون الأحمر بالحرف R، واللون الأخضر بالحرف G، واللون الأزرق بالحرف B، واللون الأصفر بالحرف Y، وهي الحروف الأولى من أسماء هذه الألوان باللغة الإنجليزية:

Red → R
Green → G
Blue → B
Yellow → Y

أفكر

هلّ يمكن تمثيل التجربة العشوائية في السؤال 8 باستعمال مخطّط الاحتمال؟

إجابة - (أُتحقَّق من فهمي 4):



لدى مهتدّ 6 بدائل لشراء البوشار.

تنوع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أندرب وأحلّ المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوّجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 16 و 17.
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (5 - 8), (13 - 15) كتاب التمارين: 1, 2, 5, 6
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (9, 10), (13 - 15) كتاب التمارين: (3 - 6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (9, 10), (13 - 17) كتاب التمارين: 7, 8

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كلّ مجموعة بقطعة كرتون مقوى، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى كلّ مجموعة تصميم قرصين مختلفين، وتقسيم كلّ منهما إلى قطاعات متطابقة، ثمّ ترقيم القطاعات.
- أطلب إلى كلّ مجموعة كتابة الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرصين مرة واحدة عشوائية باستعمال طريقة الشجرة، وطريقة الجدول وطريقة مخطط الاحتمال.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أنه يمكن أن يأخذ قطاعان الرقم نفسه.
- يمكن للمجموعات تصميم قرص واحد وكتابة الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص مرّتين عشوائياً.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.

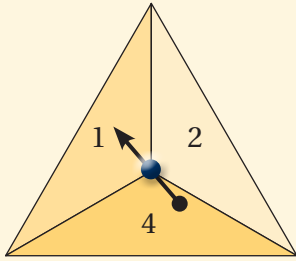
إرشادات:

- في السؤال 16 (تحديّ)، أدرّج مع الطلبة في الأسئلة للحصول على إجابة السؤال بتوجيه الأسئلة الآتية:
 - « إذا كان القرص مقسّمًا إلى قطاعين متطابقين، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 4
 - « إذا كان القرص مقسّمًا إلى 3 قطاعات متطابقة، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 9
 - « إذا كان القرص مقسّمًا إلى 4 قطاعات متطابقة، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 16
 - « ما نمط الأعداد الظاهر؟ عدد عناصر الفضاء العيني هو ناتج ضرب عدد القطاعات في نفسه.
 - « إذن، ما عدد عناصر الفضاء العيني للتجربة؟ ناتج ضرب n في n أي n^2

• أوجه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثم أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبها للإجابة عن السؤال.

• إن لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

« أستعمل الجدول لتحديد عناصر الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر الشكل الآتي مرتين عشوائياً.



	1	2	4
1	1, 1	1, 2	1, 4
2	2, 1	2, 2	2, 4
4	4, 1	4, 2	4, 4

الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4),
(4, 1), (4, 2), (4, 4)

دور مؤشر قرص مقسّم إلى 3 قطاعات متطابقة ألوانها: أحمر (R)، وأزرق (B)، وأبيض (W) مرة واحدة عشوائياً، ثم دور مؤشر قرص آخر مقسّم إلى 4 قطاعات متطابقة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4 مرة واحدة عشوائياً.

9 أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني للتجربة العشوائية. أنظر ملحق الإجابات.

10 أجد عدد عناصر الفضاء العيني. 12



وحدة تخزين: يرغب يوسف في شراء مشغل (مقاطع صوتية)، ولديه 4 ساعات مختلفة بالجيبايت: 2GB, 4GB, 8GB, 16GB، ويمكنه الاختيار من 5 ألوان مختلفة: الفضي، والأخضر، والأزرق، والزهري، والأسود.

11 أستعمل الجدول لتحديد جميع البدائل الممكنة ليوسف عند اختيار المشغل.

12 أجد عدد الخيارات الممكنة أمام يوسف. 20 أنظر ملحق الإجابات.



يقدم مطعم قائمة الطعام المجاورة لزيائته:

13 أستعمل مخطط الشجرة لتحديد جميع الخيارات الممكنة لوجبة طعام مكونة من: طبق مقبلات، و طبق رئيسي، و طبق تحلية.

أنظر الهامش.

14 أجد عدد الخيارات الممكنة لوجبة الطعام. 24

15 أعود إلى فقرة (أستكشف)، وأحل المسألة الواردة فيها. 6

مهارات التفكير العليا

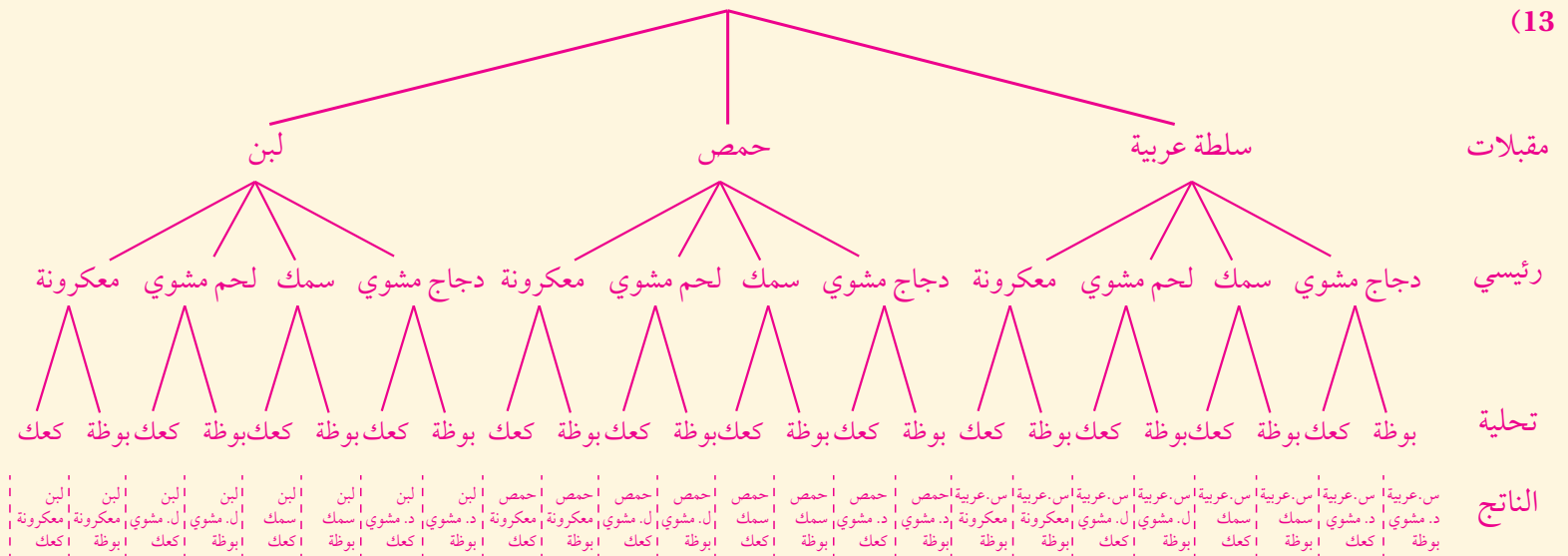
16 تحدّ: قرص مقسّم إلى n من القطاعات المتطابقة، أجد عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشره مرتين. n^2

17 مسألة مفتوحة: أعطي مثالا على تجربة عشوائية عدد عناصر الفضاء العيني لها 30. أنظر إجابات الطلبة.

18 أكتب: كيف أجدّ الفضاء العيني لتجربة عشوائية؟ أنظر إجابات الطلبة.

إجابة - (أدرب وأحل المسائل):

13



الدرس 4 احتمال الحوادث المركبة

أستكشف



نسي أحمد أول رقمين من رمز الدخول إلى بريده الإلكتروني، لكنه تذكر أن الرقم الأول فردي والرقم الثاني زوجي. ما احتمال أن يختار أحمد الرقمين الصحيحين لرمز الدخول؟

فكرة الدرس

- أجد احتمالات حوادث مركبة.

المصطلحات

الحدث البسيط،
الحدث المركب.

نتائج الدرس:

- إيجاد احتمالات حوادث مركبة.

نتائج التعلم القبلي:

- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث لتجربة عشوائية متساوية الاحتمال.

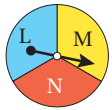
يسمى الحادث الذي يحتوي ناتجًا واحدًا فقط **حادثًا بسيطًا** (simple event)، أما **الحادث المركب** (compound event) فهو حادث يتكوّن من حادثين بسيطين أو أكثر.

تعلّمت سابقًا أنه إذا كانت نواتج التجربة العشوائية متساوية الاحتمال، فإن احتمال وقوع أيّ حادثٍ يساوي نسبة عدد عناصره إلى عدد عناصر الفضاء العيني:

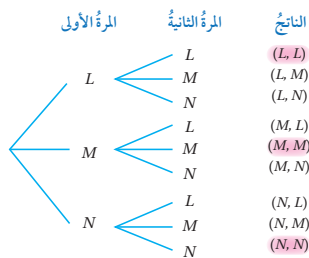
$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

يمكن استعمال مخطط الشجرة لإيجاد احتمالات الحوادث المركبة.

مثال 1



قرص مقسم إلى 3 قطاع متطابقة كُتبت عليها الأحرف L, M, N كما في الشكل المجاور. دوّر مؤشر القرص مرتين عشوائيًا، وسجّل الحرفان اللذان وقفاً عندهما المؤشر، استعمل مخطط الشجرة لأجد:



1 احتمال وقوع المؤشر عند الحرف نفسه في المرّتين.

أمثل الفضاء العيني للتجربة باستعمال مخطط الشجرة.

ألاحظ أنّ عدد عناصر الفضاء العيني 9

أفترض أنّ الحادث A هو وقوع المؤشر عند الحرف نفسه

مرّتين، إذن عدد عناصر هذا الحادث يساوي 3؛ لذا فإنّ احتمال

الحادث A هو:

$$P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

- بعد الانتهاء من تنفيذ النشاط أوجه للطلبة الأسئلة الآتية:
 - « هل جميع المجاميع لها فرصة الحدوث نفسها؟
 - « أيّ المجاميع له أكبر فرصة الحدوث؟
 - « أيّ المجاميع له أقلّ فرصة الحدوث؟
- أستمع لإجابات الطلبة من دون تعليق.

مراجعة التعلم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيّنة في مقدّمة دليل المعلم (الصفحتين i و h) والمُتعلّقة بمراجعة التعلم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بحجري نرد، وورقة.
- أطلب إلى المجموعات رسم الجدول الآتي على الورقة.

12	5	9
2	11	7
8	4	10

- أطلب إلى أحد فردي المجموعة اختيار عدد من الجدول، ثمّ أطلب إليه رمي حجري النرد، فإذا كان مجموع العددين الظاهرين على حجري النرد يساوي العدد الذي اختاره، يضع إشارة خاصة به على العدد.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار وتكرار الخطوات نفسها.
- يسجّل الفوز لمن يكمل سطرًا كاملًا أفقيًا أو رأسيًا أو قطريًا من الإشارات الخاصة به.

- « ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ وقوف مؤشر القرص عند الحرف نفسه في المرّتين.
- « ما عدد عناصر الحادث؟ 3
- « أذكرها. $(L, L), (M, M), (N, N)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الشجرة على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
- « ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ وقوف مؤشر القرص عند الحرف L في أي من المرّتين أو كليهما.
- « ما عدد عناصر الحادث؟ 5
- « أذكرها. $(L, L), (L, M), (L, N), (M, L), (N, L)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الشجرة على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن فهم الحادث المطلوب إيجاد احتماله يسهّل عملية تحديد عدد عناصره بسهولة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى الفرق بين عبارة (المرّة الأولى) وعبارة (المرّة الأولى فقط)، وذلك في تدريب (أنتحقّ من فهمي) التابع للمثال 1.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

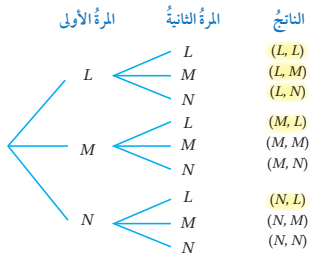
أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (أنتحقّ من فهمي) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم من أخطأ في الإجابة؛ تجنّباً لإحراجه.

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم:
- « من منكم لديه بريد إلكتروني؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- « ممّ يتكوّن رمز الدخول إلى البريد الإلكتروني عادة؟ من أرقام وأحرف ورموز.
- « ما الذي نسيه أحمد من رمز الدخول؟ أول رقمين من الرمز.
- « ما الأرقام التي من الممكن أن توضع في الخانة الأولى من الرمز إذا كان الرقم الأول فردياً؟ 1, 3, 5, 7, 9
- « ما الأرقام التي من الممكن أن توضع في الخانة الثانية من الرمز إذا كان الرقم الثاني زوجياً؟ 0, 2, 4, 6, 8
- « ما احتمال أن يختار أحمد الرقمين الصحيحين لرمز الدخول؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
- « ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتك؟
- « من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

مثال 1

- أذكر الطلبة بمفهوم كلّ من: الفضاء العيني، والحادث، واحتمال الحادث.
- أبيّن للطلبة وجود نوعين من الحوادث، هما: الحادث البسيط، والحادث المركّب. وأوضّح لهم إمكانية استعمال طرائق عدّ النواتج التي تعلّموها في الدرس السابق، لتحديد عدد عناصر الحادث وعدد عناصر الفضاء العيني للتجربة العشوائية، تمهيداً لإيجاد احتمال الحادث.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 1، ثمّ أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطط الشجرة.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
- « ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 9

الوحدة 9



2 احتمال وقوع المؤشّر عند الحرف L في أيّ من المرّتين أو كليهما. أفرّض أنّ الحادث B هو وقوع المؤشّر عند الحرف L في أيّ من المرّتين أو كليهما، إذن عدد عناصر هذا الحادث 5؛ لذا فإنّ احتمال الحادث B هو:

$$P(B) = \frac{5}{9}$$

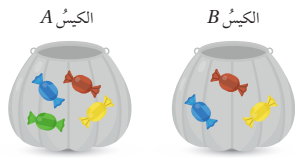
✓ **أتحقّق من فهمي:**

3 احتمال وقوع المؤشّر عند الحرف M في المرّة الأولى فقط. $\frac{2}{9}$

4 احتمال وقوع المؤشّر عند الحرف N في أيّ من المرّتين أو كليهما. $\frac{5}{9}$

يمكن استعمال الجدول في إيجاد احتمالات الحوادث المركّبة.

مثال 2



سحبّت غدير قطعة حلوى عشوائياً من كلّ كيس من الكيسين المجاورين، أستعمل جدولاً لأجد:

		الكيس B		
		R	B	Y
الكيس A	R	R, R	R, B	R, Y
	Y	Y, R	Y, B	Y, Y
	B	B, R	B, B	B, Y
	G	G, R	G, B	G, Y

1 احتمال سحب قطعتي حلوى من اللون نفسه. أمثّل الفضاء العينيّ للتجربة باستعمال جدول. ألاحظ أنّ عدد عناصر الفضاء العينيّ 12

أفرّض أنّ الحادث A هو سحب قطعتي حلوى لهما اللون نفسه، إذن عدد عناصر هذا الحادث 3؛ لذا فإنّ احتمال الحادث A يساوي:

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثمّ أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال الجدول.

• ناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 12

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتمال؟ سحب قطعتي حلوى من اللون نفسه.

« ما عدد عناصر الحادث؟ 3

« أذكرها. $(R, R), (B, B), (Y, Y)$

• أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث في الجدول على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.

• ناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتمال؟ سحب قطعتي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.

« ما عدد عناصر الحادث؟ 4

« أذكرها. $(R, R), (R, Y), (Y, R), (Y, Y)$

• أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث في الجدول على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.

✓ **إرشادات:**

• أذكر الطلبة باستعمال الرمز R للدلالة على اللون الأحمر، والرمز Y للدلالة على اللون الأصفر، والرمز B للدلالة على اللون الأزرق، وهي الحروف الأولى من أسماء هذه الألوان باللغة الإنجليزية:

Red \longrightarrow R

Blue \longrightarrow B

Yellow \longrightarrow Y

مثال 3

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطط الاحتمال.
- ناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 36 »

« ما الحوادث المطلوب إيجاد احتمالها؟ ظهور العدد 3 على كلا الحجرين.

« ما عدد عناصر الحادث؟ 1 »

« أذكرها. (3, 3) »

- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

- ناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما الحوادث المطلوب إيجاد احتمالها؟ ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.

« ما عدد عناصر الحادث؟ 10 »

« أذكرها. (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (5, 3), (6, 3) »

- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث، وكتابه بأبسط صورة.

		الكيس B		
		R	B	Y
الكيس A	R	R, R	R, B	R, Y
	Y	Y, R	Y, B	Y, Y
	B	B, R	B, B	B, Y
	G	G, R	G, B	G, Y

2 احتمال سحب قطعتي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.

أفترض أن الحادث يمثل سحب قطعتي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.

ألاحظ من الجدول أنه توجد 4 نواتج لا تحتوي قطعة حلوى زرقاء أو خضراء؛ لذا فإن احتمال الحادث B يساوي:

$$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

✓ **أتدقق من فهمي:**

3 احتمال سحب قطعة حلوى خضراء. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ 4 احتمال سحب قطعتي حلوى مختلفتين في اللون. $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

يمكن أيضاً استعمال مخطط الاحتمال لإيجاد احتمالات الحوادث المركبة.

مثال 3



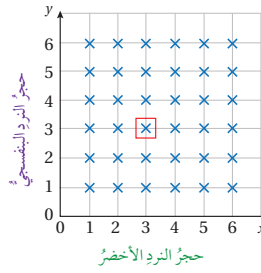
في تجربة رمي حجرَي نرد مرة واحدة عشوائياً أحدهما لونه أخضر والآخر لونه بنفسجي، أستعمل مخطط الاحتمال لأجد:

1 احتمال ظهور العدد 3 على كلا الحجرين.

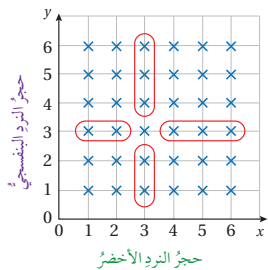
أمثل الفضاء العيني للتجربة باستعمال مخطط الاحتمال. ألاحظ أن عدد عناصر الفضاء العيني 36

أفترض أن الحادث A هو ظهور العدد 3 على كلا الحجرين، إذن عدد عناصر هذا الحادث 1؛ لذا فإن احتمال الحادث A هو:

$$P(A) = \frac{1}{36}$$



الوحدة 9



2 احتمال ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.

أفترض أن الحادث B هو ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.

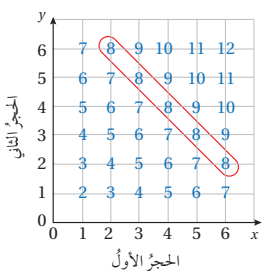
ألاحظ من مخطط الاحتمال وجود 10 نواتج ظهر فيها العدد 3 مرة واحدة فقط؛ لذا فإن احتمال الحادث B يساوي:

$$P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

✓ **أتتحقق من فهمي:**

3 احتمال ظهور العدد 3 مرة واحدة على الأقل. $\frac{11}{36}$ 4 احتمال عدم ظهور العدد 3 $\frac{25}{36}$

مثال 4 في تجربة رمي حجرين نرد متميزين مرة واحدة عشوائياً وإيجاد ناتج جمع العددين الظاهريين، أجد:



1 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين يساوي 8

يمكنني استعمال مخطط الاحتمال لكتابة المجموع لكل ناتج.

ألاحظ أن عدد عناصر الفضاء العيني 36

أفترض أن الحادث A هو ظهور عددين مجموعهما 8،

إذن عدد عناصر الحادث 5؛ لذا فإن احتمال الحادث A يساوي:

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

2 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهريين أكبر من أو يساوي 8

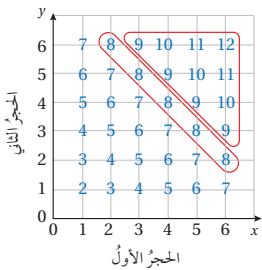
أفترض أن الحادث B هو ظهور عددين مجموعهما أكبر أو يساوي 8

ألاحظ من مخطط الاحتمال وجود 10 نواتج مجموعها أكبر من 8،

و 5 نواتج مجموعها 8، إذن عدد عناصر الحادث 15؛ لذا فإن احتمال

الحادث B يساوي:

$$P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$



• أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطط الاحتمال.

• أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:

« ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 36

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتمالته؟ أن يكون مجموع العددين الظاهريين يساوي 8

« ما عدد عناصر الحادث؟ 5

« أذكرها. (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

• أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

• أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه السؤالين الآتيين:

« ما الحادث المطلوب إيجاد احتمالته؟ أن يكون

مجموع العددين الظاهريين أكبر من أو يساوي 8

« ما عدد عناصر الحادث؟ 15

• أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطط الاحتمال على اللوح، ثم أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث، وكتابه بأبسط صورة.

تنويع التعليم:

أطلب إلى الطلبة من ذوي المستوى فوق المتوسط كتابة مسألة لإيجاد احتمالات حوادث مركبة في تجارب عشوائية.

أندرب وأحل المسائل:

- أوجه الطلبة إلى بند (أندرب وأحل المسائل)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (1 - 9) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديداً ترتبط ارتباطاً مباشراً بأمثلة الدرس، وهي تُستعمل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أية مسألة، فإنني أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حل المسألة على اللوح، وأحفز الطلبة على توجيه أي تساؤل عن خطوات الحل المقدمة من الزميل / الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (أندرب وأحل المسائل)، فإنني أضع كلاً منهم مع طالب آخر / طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركوا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (22 - 24).
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 22 (تبرير)، أوجه الطلبة إلى كتابة الفضاء العيني للتجربة باستعمال مخطط الاحتمال.

أندرب وأحل المسائل

- 3 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين أقل من 8 $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$
- 4 احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين أقل من أو يساوي 8 $\frac{26}{36} = \frac{13}{18}$

في تجربة رمي قطعتي نقد عشوائياً مرة واحدة، أستعمل مخطط الشجرة لإيجاد احتمال:

- 1 ظهور صورتين. $\frac{1}{4}$
- 2 ظهور صورة وكتابة. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
- 3 ظهور صورة واحدة على الأقل. $\frac{3}{4}$
- 4 عدم ظهور صورة. $\frac{1}{4}$

في تجربة رمي حجرّي نرد مرة واحدة عشوائياً، أستعمل الجدول لإيجاد احتمال أن يكون:

- 5 العددين الظاهرين أقل من 5
- 6 العددين الظاهرين زوجيين.

- 7 أحد العددين الظاهرين فقط أولياً. (5-7) أنظر الهامش.

سحبنا دينا عشوائياً بطاقة من 4 بطاقات كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4 ورمت حجرّ نرد مرة واحدة عشوائياً، ثم أوجدت مجموع العددين الظاهرين. أستعمل مخطط الاحتمال لأجد احتمال أن يكون مجموع العددين: (8-9) أنظر ملحق الإجابات.

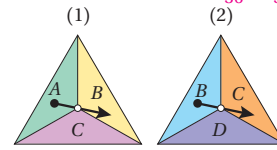
- 8 يساوي 5
- 9 أكبر من 6

في تجربة رمي حجرّي نرد مرة واحدة عشوائياً وإيجاد ناتج جمع العددين الظاهرين، أجد احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين:

- 10 يساوي 4 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
- 11 يساوي 7 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- 12 أقل من 4 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

- 13 عددًا زوجياً. $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$
- 14 من مضاعفات العدد 3 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
- 15 مربعًا كاملاً. $\frac{7}{36}$

16 في إحدى الألعاب، يدور مؤشر كل من الشكلين المجاورين مرة واحدة عشوائياً، ويحصل اللاعب على نقطة إذا توقف مؤشر كلا الشكلين على الحرف نفسه. ما احتمال الحصول على نقطة؟ $\frac{2}{9}$



إجابات - (أندرب وأحل المسائل):

- 5) $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$ 6) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ 7) $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

		الحجر الثاني					
		1	2	3	4	5	6
الحجر الأول	1	1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
	2	2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
	3	3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
	4	4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
	5	5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
	6	6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (10 - 12), (17 - 19), كتاب التمارين: (1 - 5)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (13 - 21), كتاب التمارين: (4 - 7)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13 - 15), (20 - 24), كتاب التمارين: (8 - 12)

الوحدة 9



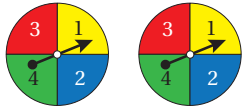
يحتوي كيس 4 حبات كعك، اثنتان منها بحشوة المُرَبِّي، وواحدة بحشوة الشوكولاتة، وواحدة بحشوة الكريمة. اختار محمود كعكة عشوائياً من الكيس وأكلها، ثم أخذ كعكة أخرى. أستمع الجدول لأجد احتمال:

(17-19) أنظر الهامش.

17 أن تكون حبتا الكعك بحشوة المُرَبِّي.

18 أن تكون إحدى حبتَي الكعك بحشوة الكريمة.

19 أن تكون حبتا الكعك بحشوة الشوكولاتة.



قرصان دائريان كلٌّ منهما مقسّم إلى 4 قطاعات

متطابقة كُتِبَتْ عليها الأعداد 1, 2, 3, 4 كما

يظهر في الشكل المجاور. تم تدوير مؤشريها

معاً مرة واحدة عشوائياً وإيجاد ناتج ضرب العددين اللذين يقف عندهما المؤشران، أجد احتمال أن يكون ناتج ضرب العددين:

20 يُساوي $\frac{3}{16}$

21 يُساوي $\frac{1}{8}$

21 يُساوي $\frac{1}{8}$

مهارات التفكير العليا

22 تبرز: قرصان دائريان كلٌّ منهما مقسّم إلى 8 قطاعات متطابقة كُتِبَتْ عليها الأعداد من 1 إلى 8. تم تدوير مؤشري القرصين معاً مرة واحدة عشوائياً، وإيجاد ناتج ضرب العددين اللذين يقف عندهما المؤشران. أجد احتمال أن يكون ناتج ضرب العددين مربعاً كاملاً زوجياً، وأبرر إجابتي.

23 تبرز: رمّت لمياء حجرَي نرد متمايزين مرة واحدة عشوائياً، ثم أوجدت ناتج ضرب العددين الظاهريين. أجد احتمال ألا يكون ناتج الضرب بين 19 و35، وأبرر إجابتي.

24 مسألة مفتوحة: أصف تجربة عشوائية، ثم أحدد حدثاً مركباً فيها وأجد احتمالها. أنظر إجابات الطلبة.

25 أكتب: كيف أجد احتمال حدث مركب باستعمال مخطط الشجرة؟ أنظر إجابات الطلبة.

22 تبرز: $\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$ ، المربعات الكاملة هي: 4 ثلاث حالات، 16 ثلاث حالات، 36 حالة واحدة، 64 حالة واحدة، وعدد عناصر الفضاء العيني 64

23 $\frac{29}{36}$ ، النواتج المستثناة: 20 حالتين، 24 حالتين، 25 حالة واحدة، 30 حالتين، أي إن عدد النواتج المستثناة 7 من أصل 36 ناتجاً.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزود كل مجموعة بقطعة كرتون مقوى، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى كل مجموعة تصميم قرصين مختلفين، وتقسيم كل منهما إلى قطاعات متطابقة، ثم ترقيم القطاعات.
- أطلب إلى كل مجموعة كتابة 5 أسئلة لإيجاد احتمالات حوادث مركبة لتجربة عشوائية معتمدة على تدوير مؤشري القرصين.

إجابات - (أدرب وأحل المسائل):

17) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 18) $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 19) 0

		السحب الثاني			
		كريمة (ك)	شوكولاتة (ش)	مرَبِّي (م)	مرَبِّي (م)
السحب الأول	مرَبِّي (م)	(م، ك)	(م، ش)	(م، م)
	مرَبِّي (م)	(م، ك)	(م، ش)	(م، م)
	شوكولاتة (ش)	(ش، ك)	(ش، م)	(ش، م)
	كريمة (ك)	(ش، ك)	(ك، م)	(ك، م)

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجباً منزلياً.



- أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجاد احتمالات حوادث مركّبة.

إرشاد: يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

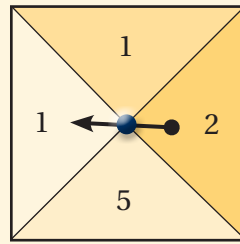
تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضّح للطلبة معنى كل مصطلح، ليسهل عليهم حلّ المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 9 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحدّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:



« دُور مؤشّر الشكل المجاور مرّتين عشوائياً، وحُسيب مجموع العددين اللذين يقف عندهما المؤشّر. أجد احتمال أن يكون مجموع الرقمين اللذين يقف عندهما المؤشّر:

1 أقلّ من أو يساوي 5 $\frac{9}{16}$

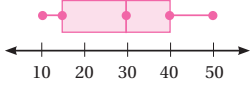
2 عددًا فرديًا. $\frac{3}{8}$

	1	1	2	5
1	2	2	3	6
1	2	2	3	6
2	3	3	4	7
5	6	6	7	10

اختبار نهاية الوحدة

اختبار نهاية الوحدة:

أستعمل التمثيل بالصندوق ذي العارضتين أدناه للإجابة عن الأسئلة 7، 8، 9: (7-9) أنظر الهامش.

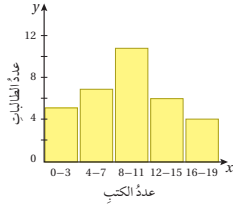


7 أجد القيمتين: العظمى، والصغرى، والرابع الأعلى، والرابع الأدنى، والوسيط، للبيانات الممثلة.

8 أصف توزيع البيانات.

9 أجد القيم المتطرفة في البيانات (إن وجدت).

10 صممت رنا استبانة حول عدد الكتب التي قرأتها طالبات صفها خلال شهر، ومثلت النتائج بالمخطط التكراري الآتي. أكتب استدلالاً بالاعتماد على التمثيل. ثلث عدد الطلبة قروا (8-11) كتاباً.



في تجربة رمي حجرَي نرد متميزين، أستخدم الجدول لإيجاد احتمال أن يكون:

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

11 العددين الظاهريين أكبر من 4

12 العددين الظاهريين زوجيين.

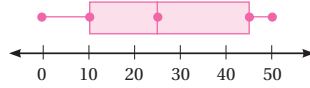
أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 مدى البيانات الآتية يساوي:

53, 57, 62, 48, 45, 65, 40, 42, 55

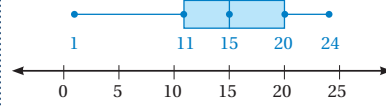
a) 11 b) 25 c) 53 d) 65

2 الربع الأعلى للبيانات الممثلة بالصندوق ذي العارضتين أدناه هو:



a) 0 b) 10 c) 25 d) 45

أستعمل التمثيل بالصندوق ذي العارضتين الآتي للإجابة عن السؤالين 3 و 4:



3 نسبة البيانات التي تزيد على 20:

a) 25% b) 50% c) 75% d) 100%

4 نسبة البيانات التي تقل عن 15:

a) 25% b) 50% c) 75% d) 100%

أجد المدى والرابعيات والمدى الربيعي لكل مجموعة بيانات مما يأتي: (5-6) أنظر الهامش.

5 40, 33, 37, 54, 41, 3, 27, 39, 35

6 132, 127, 106, 140, 158, 135, 129, 138

إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

5 المدى 51، الربع الأدنى 30، الربع الأعلى 40.5 المدى الربيعي 10.5

6 المدى 52، الربع الأدنى 128، الربع الأعلى 139 المدى الربيعي 11

7 العظمى 50، الصغرى 10، الربع الأعلى 40، الربع الأدنى 15، الوسيط 30

8 - 25% من البيانات قيمتها 40 فأكثر.

- و 25% من البيانات قيمتها 15 فأقل.

- تتراوح قيم النصف الأوسط من البيانات بين 15 و 40 ولا يتجاوز الفرق بينها 25

9 لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن 22.5 - أو تزيد على 77.5

تدريب على الاختبارات الدولية

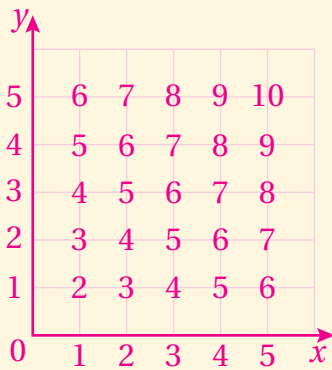
- أعرف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبين لهم أهميتها، ثم أوجههم إلى حل الأسئلة في بند (تدريب على الاختبارات الدولية) فردياً، ثم أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

إجابات - (اختبار نهاية الوحدة):

- 13 - التشتت في درجات الحرارة في المنطقة (أ) أكبر منه في المنطقة (ب).
- الربيع الأعلى والوسيط في المنطقة (أ) أكبر منهما في المنطقة (ب).
- الربيع الأدنى في المنطقة (ب) أكبر منه في المنطقة (أ).

- 14 أنصحها بقضاء الإجازة في المنطقة (ب)؛ لأن درجة الحرارة فيها لا تتجاوز 32°C ، في حين تصل في المنطقة (أ) إلى 36°C

15) $\frac{4}{25}$ 16) $\frac{13}{25}$ 17) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$



تدريب على الاختبارات الدولية

18 أي القيم في مجموعة البيانات الآتية متطرفة؟

3.7, 3.0, 3.4, 3.6, 5.2, 5.4,
3.2, 3.8, 4.3, 4.5, 4.2, 3.7

- a) 3.0 b) 5.4
c) 3.0, 5.4 d) لا توجد قيم متطرفة

19 وسيط البيانات الآتية هو:

7, 8, 14, 3, 2, 1, 24, 18, 9, 15

- a) 8.5 b) 10.1 c) 11.5 d) 23

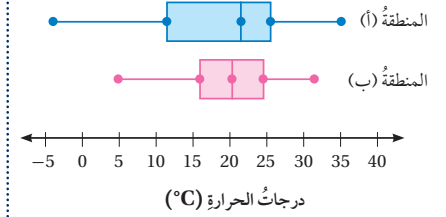
20 أي مجموعات البيانات الآتية المدى الربيعي لها يساوي 10؟

- a) 3, 4, 9, 16, 17, 24, 31
b) 41, 43, 49, 49, 50, 53, 55
c) 12, 14, 17, 19, 19, 20, 21
d) 55, 56, 56, 57, 58, 59, 62

21 أربع بطاقات كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4، إذا سُجبت منها بطاقة عشوائياً وأرجعت، ثم سُجبت بطاقة أخرى عشوائياً، فما احتمال أن تحمل البطاقتان العدد 2؟

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{16}$

درجات حرارة: يبين تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزوج أدناه درجة الحرارة وقت الظهيرة في المنطقتين السياحتين (أ) و (ب) على مدار العام:



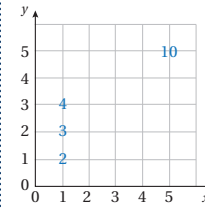
درجات الحرارة ($^{\circ}\text{C}$)

(13-14) أنظر الهامش.

13 أصف الفروق بين مجموعتي البيانات.

14 ترغب ريم في قضاء شهر تموز في إحدى المنطقتين، فأأي المنطقتين أنصحها بها؟ أبرر إجابتي.

قرصان كل منهما مقسم إلى 5 قطاع متطابقة كُتبت عليها الأعداد 1, 2, 3, 4, 5. دُور مؤشراً معاً مرة واحدة عشوائياً وأوجد ناتج جمع العددين اللذين يقفان عندهما. أكمل مخطط الاحتمال المجاور، ثم أجد احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين:



15 يساوي 5 16 عددًا زوجيًا.

17 أقل من 7 (15-17) أنظر الهامش.

كتاب التمارين

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

تمثيل البيانات بمخطط الساق والورقة (الدرس 1)

أمثل كل مجموعة بيانات مما يأتي باستعمال مخطط الساق والورقة: (5-6) أنظر ملحق الإجابات.

5 19 21 45 35 53 26 38 6 13.1 12.5 14.7 12.8 13.6 13.4
27 36 34 52 35 33 41 15.2 12.5 13.4 14.3 14.8 13.9

مثال: تمثّل الأعداد الآتية كمثل عددي من طلبة الصف التاسع. أمثل الكتل باستعمال مخطط الساق والورقة:

46	52	71	67	55	72	63	60	48	54
49	61	56	58	52	64	48	45	65	57

الخطوة 1: أجسّد أكبر وأصغر عددي في البيانات، ثمّ أحذد الرقم الذي في منزلة الكبرى لكل منهما؛ أكبر عدد 72، والرقم الذي في منزلة الكبرى 7، وأصغر عدد 45، والرقم الذي في منزلة الكبرى 4

الخطوة 2: أرسم خطاً رأسياً وأختر أفقياً، وأكتب كلمتي (الساق) و(الورقة)

الورقة	الساق
4	4
5	5
6	6
7	7

كما في الشكل المجاور، ثمّ أكتب السيقان من 4 إلى 7

الخطوة 3: أكتب الأوراق المناظرة لكل ساق على الجانب الأيمن من الخط، فمثلاً للعدد 46 أكتب الرقم 6 إلى يمين الرقم 4. أكرّر الورقة بعدد مرات ظهورها في البيانات.

الورقة	الساق
4	6 8 9 8 5
5	2 5 4 6 8 2 7
6	7 3 0 1 4 5
7	1 2

الخطوة 4: أرتب الأوراق تصاعدياً، ثمّ أضع مفتاحاً يوضح كيف تُقرأ البيانات.

الورقة	الساق
4	5 6 8 8 9
5	2 2 4 5 6 7 8
6	0 1 3 4 5 7
7	1 2

المفتاح: 45 = 45

44

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

أختر معلوماتي بحل التدريبات أولاً، وفي حال عدم تأكدي من الإجابة، أستعين بالمثل الممط.

القيمة المتوسطة (الدرس 1)

أحذد القيمة المتوسطة في كل مجموعة بيانات مما يأتي، وأصف أثرها في الوسط الحسابي:

1 القيمة (22) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي للأسفل. 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100

2 القيمة (13) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي للأعلى. -15, 13, -7, -9, -11, -13, -14, -14

3 القيمة (7.9) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي للأعلى. 1.2, 2.3, -0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2

4 ألتدجال: يبين الجدول المجاور أطوال بعض الأشجار بالمتر. أحذد القيسة المتوسطة في البيانات وأحذد أثرها في الوسط الحسابي.

أطوال الأشجار			
2.19	3.82	1.85	0.9
2.1	1.98	1.95	2.2

القيمة (3.82) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي إلى الأعلى.

مثال: أحذد القيمة المتوسطة في كل مجموعة بيانات مما يأتي، وأصف أثرها في الوسط الحسابي:

a) 93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99

القيمة 43 أصغر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسحبها نحوها (لأسفل) بحيث تصبح أقل من معظم القيم.

b) $8\frac{1}{2}$, $6\frac{5}{8}$, $3\frac{1}{8}$, $5\frac{3}{4}$, $6\frac{5}{8}$, $5\frac{5}{8}$, $19\frac{1}{2}$, $4\frac{7}{8}$

القيمة $19\frac{1}{2}$ أكبر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسحبها نحوها (لأعلى) بحيث تصبح أعلى من معظم القيم.

43

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

البيانات العددية والنوعية (الدرس 2)

أصنّف البيانات الآتية إلى بيانات عددية أو بيانات نوعية بوضع إشارة (✓) في المربع المناسب:

بيانات عددية	بيانات نوعية
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10 الزمن الذي أفضيه في التدرّب على كرة السلة خلال الأسبوع.

11 أيام الأسبوع التي تتدرّب فيها على كرة السلة.

12 معدّل عدد نبضات القلب في الدقيقة.

13 لون القميص الذي ترتديه.

أحذد ما إذا كانت الإجابة عن كل سؤال إحصائي مما يأتي بيانات عددية متصلة أو منفصلة أم بيانات نوعية، ثمّ أكتب إجابة مُحتملة عن كل سؤال:

14 عدد أفراد الأسرة بيانات عددية منفصلة؛ لأنها أعداد صحيحة يمكن إجراء عمليات حسابية عليها. إجابة محتملة: 3 إخوة.

15 ما المحافظات الأردنية التي زرتها؟ المحافظات الأردنية بيانات نوعية؛ لأنه لا يمكن عدّها أو قياسها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابة محتملة: محافظة عجلون.

16 ما عرض كتاب الرياضيات؟ يمثل الطول بيانات عددية متصلة يمكن قياسها أو تقريها. إجابة محتملة: 20.6 cm

17 ما عدد الأحرف العربية في اسمك؟ عدد الأحرف العربية في اسمي بيانات عددية منفصلة؛ لأنها أعداد صحيحة يمكن إجراء عمليات حسابية عليها. إجابة محتملة: 4 أحرف.

18 ما الأحرف العربية في اسمك؟ الأحرف العربية في اسمي بيانات نوعية؛ لأنه لا يمكن عدّها أو قياسها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابة محتملة: ع، م، ر

19 هل تتحدّث لغة غير العربية؟ الإجابة عن هذا السؤال إما (نعم) أو (لا)، وهي بيانات نوعية؛ لأنه لا يمكن عدّها أو قياسها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابة محتملة: نعم.

46

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

تفسير البيانات الممثلة بمخطط الساق والورقة (الدرس 1)

يمثّل مخطط الساق والورقة المجاور عدد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة المدرسي في عدد من المباريات:

7 ما عدد المباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 20 نقطة؟ 12

8 أجدّ المدى. 29

9 أجدّ الوسيط. 22

مثال: يمثّل مخطط الساق والورقة المجاور أعمار ركاب حافلة سياحية:

الورقة	الساق
0	2
1	2 2 3 5 8
2	0 0 1 1 3 4 6 6 6 8 9
3	0 0 1

المفتاح: 12 = 12

a) ما عدد الركاب الذين تقلّ أعمارهم عن 30 سنة؟

يمثّل قيم الساق 0 و 1 و 2 الأعمار الأقل من 30، وعدد الأوراق التي تقابلها يساوي 7، إذن، عدد الركاب الذين تقلّ أعمارهم عن 30 سنة يساوي 7

b) أجدّ المدى. 69 - 1 = 68

أكثر قيم البيانات، 69، وأصغر القيم 1

45

كتاب التمارين

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

(الدرس 4) إيجاد احتمال وقوع حدثٍ (الدرس 4)

لدى حنين مجموعة البطاقات الآتية، إذا سحبت حنين بطاقةً بيضاءً عشوائياً، فأجد احتمال سحب بطاقة تحمل:

A
U
S
T
R
A
L
I
A

20 الحرف S $\frac{1}{9}$ 21 الحرف Z 0 22 الحرف R أو الحرف A $\frac{4}{9}$

مثال: لدى عمر مجموعة البطاقات الآتية، إذا سحب عمر بطاقةً بيضاءً عشوائياً، فأجد:

▲
▲
▲
▲
■
■
●

(a) احتمال سحب بطاقة تحمل مثلثاً. عدد النتائج الممكنة (الفضاء العيني) لهذه التجربة يُساوي 7، وعدد عناصر هذا الحدث يُساوي 4؛ لأنّ عدد البطاقات التي تحمل مثلثاً يُساوي 4

$P(\text{مثلث}) = \frac{4}{7}$

(b) احتمال سحب بطاقة تحمل خماسياً. عدد عناصر هذا الحدث يُساوي 10؛ لأنّه لا توجد بطاقة تحمل شكل الخماسي. $P(\text{خماسي}) = \frac{0}{10} = 0$

(c) احتمال عدم سحب بطاقة تحمل دائرة. عدد عناصر هذا الحدث يُساوي 6؛ لأنّه توجد 6 بطاقات لا تحمل دائرة. $P(\text{ليست دائرة}) = \frac{6}{7}$

(d) احتمال سحب بطاقة تحمل دائرة أو مثلثاً. عدد عناصر هذا الحدث يُساوي 15؛ لأنّه توجد بطاقة واحدة تحمل دائرة و 4 بطاقات تحمل مثلثاً، ومجموعها يُساوي 5 $P(\text{دائرة أو مثلث}) = \frac{5}{7}$

48

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

أستعدّ لدراسة الوحدة

مثال: أحدّد ما إذا كانت إجابة كلّ سؤال إحصائيّ مما يأتي بياناتٍ عدديةً متصلةً أو منفصلةً أم بياناتٍ نوعية، ثمّ أكتب إجابةً مُحتملةً عن كلّ سؤال:

(a) ما المسافة بين منزلك والمدرسة؟
تمثّل المسافات بياناتٍ عدديةً متصلةً يمكن قياستها وتقريبها ولا يمكن عدّها بقيمتها الممكنة. إجابةً مُحتملةً عن السؤال: $3\frac{1}{2}$ km

(b) في أيّ يومٍ من أيام الأسبوع وُلدت؟
أيام الأسبوع بياناتٍ نوعية، لأنّه لا يمكن قياستها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابةً مُحتملةً عن السؤال: يوم الأربعاء.

البيانات

بياناتٍ عددية

هيّ بياناتٍ يمكن رصدّها على شكل أرقام، وأيضاً يمكن قياستها وإجراء العمليات الحسابية عليها، وترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً.

مثال:
عدد الأضواء
الطول، الكتلة
درجة الحرارة
علامة الامتحان
عدد الكتب المقروءة
عدد الموظفين، السرعة

بياناتٍ نوعية

هيّ بياناتٍ غير رقمية يمكن ملاحظتها ولا يمكن قياستها

مثال:
لون العيون، الأسماء
مكان الولادة
اللون المفضّل
الحيوان المفضّل
اللون الأضواء
إجابات أسئلة (نعم) أم (لا)

47

الدرس 2 اختيار التمثيل الأنسب

أختار التمثيل الذي يمكن من خلاله الحصول على:

- الوسيط لمجموعة من البيانات.
- القيمة العظمى لمجموعة من البيانات.
- إجابة محتملة: الصندوق ذو العارضين.
- التكرار لنتيجة معينة من البيانات.
- إجابة محتملة: الأعمدة البيانية، أو الساق والورقة.
- إجابة محتملة: المخطط التكراري.

5 بيّن التمثيلان الآتيان الأرباح السنوية لإحدى الشركات. أيّ التمثيلين يُعطي انطباعاً بأنّ أرباح الشركة تزداد سريعاً؟ أبرز التمثيل الذي على اليسار؛ لأن فارق الأرباح بين السنة 1 والسنة 6 مثل 6 بـ 6 وحدات، في حين أنّ فارق الأرباح بين السنة 1 والسنة 6 في التمثيل الذي على اليمين مثل 3 بـ 3 وحدات.

الأرباح بالدينار
السنة

الأرباح بالدينار
السنة

6 سأل رامي 40 امرأة و 40 رجلاً إن كانوا ينظفون أسنانهم مرتين على الأقل في اليوم، ومثل النتائج بالقطاعات الدائرية المجاورة. أكتب استدلالتين اعتمداً على التمثيل.

الاستدلال الأول: نسبة النساء اللواتي ينظفون أسنانهم مرتين على الأقل في اليوم أكبر من نسبة الرجال الذين ينظفون أسنانهم مرتين على الأقل في اليوم.

الاستدلال الثاني: نسبة الرجال الذين ينظفون أسنانهم أقل من مرتين في اليوم يزيد على 50%.

7 صمّمت براءة استبانة سألت فيها طالبات من مدرستها عن الرياضة المفضّلة لديهنّ، ومثلت النتائج التي حصلت عليها بالتمثيل بالأعمدة المجاورة.

تقول براءة: «أتوقّع من التمثيل البيانيّ أنّ نصف عدو طالبات المدرسة يفضّلنّ كرة القدم». هل استدلالتك براءة صحيحة؟ أبرز إجابتك.

الاستدلال غير صحيح؛ لأن من يفضّلن كرة القدم 15 طالبة من أصل 67 طالبة، وهذا أقل من ربع الطالبات.

الرجال

أقل من مرتين في اليوم

النساء

أقل من مرتين في اليوم

العدد

كرة القدم كرة الطائرة كرة القدم

50

الدرس 1 التوزيعات

معمداً تمثّل الصندوق ذي العارضين المزوج المجاور، أجب عن الأسئلة الآتية:

- ما القيمة الصغرى في مجموعة البيانات A. 25
- ما القيمة العظمى في مجموعة البيانات B. 70
- أي مجموعة البيانات لها أكبر مدى زبينيّ (IQR)؟ المجموعة A
- أي المجموعتين لها أكبر مدى؟ المجموعة B

بيّن الجدول المجاور عدد الدقائق التي يقضيها مجموعة من الأشخاص في أداء التمارين الرياضية يومي السبت والأحد: (5-7) أنظر ملحق الإجابات.

عدد دقائق التمارين الرياضية	الأحد	السبت
ليان	45	30
هشام	40	55
سامي	45	35
فرح	55	60
هالة	60	45
راكان	90	75

- أجد المدى والمدى الزبينيّ (IQR) للبيانات في كلّ يوم.
- أمثل بيانات اليوميّ بالصندوق ذي العارضين المزوج.
- أي اليوميّ بيانه أكثر تشبهاً؟ أبرز إجابتك.

بيّن تمثيل الصندوق ذي العارضين الآتي أعداداً لطلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (أ)، أما مدارس المدينة (ب) فإنّ أقل عدو من الطلبة فيها 280 طالباً، وأكبر عدو من الطلبة 1820 طالباً، ووسط أعداو الطلبة 1400 طالب، والتباعد الأدنى 1100 طالب، والتباعد الأعلى 1600 طالباً:

(أ)

- أمثل بيانات المدينة (ب) على التمثيل السابق نفسه.
- أصف الفروق بين مجموعتي البيانات.

49

كتاب التمارين

الدرس 4 احتمال الحوادث المركبة

سحب جني بطاقة عشوائياً من كل مجموعة من مجموعتي البطاقات المجاورة، وملئت الفضاء العيني للناتج المحتملة في الجدول أدناه، أجد احتمال:

1 سحب مثلث واحد فقط. $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

2 سحب شكلين لونهما أبيض. $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

3 سحب شكلين لونهما أسود. $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

4 ألا يكون أحد الشكلين المسحوبين دائرة. $\frac{9}{16}$

5 أن يكون عدد أضلاع الشكلين المسحوبين أكبر أو يساوي 5. $\frac{11}{16}$

يملك سامي كيتين من الكرات الزجاجية. ألوان الكرات في كل كيس: أزرق، أحمر، أخضر. إذا سحب سامي كرة عشوائياً من كل كيس، فاجد احتمال:

6 أن يكون للكرتين المسحوبتين اللون نفسه. $\frac{5}{16}$

7 أن تكون إحدى الكرات المسحوبة على الأقل لونها أحمر. $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

في تجربة تدوير مؤشر القرصين A و B المجاورين مرة واحدة عشوائياً وإيجاد مجموع العددين اللذين يقف عندهما مؤشر كل قرص، أجد احتمال أن يكون مجموع العددين:

8 يساوي 5. $\frac{1}{8}$

9 أكبر من 5. $\frac{3}{8}$

في تجربة رمي 3 قطع متمايزة مرة واحدة عشوائياً وتسجيل الوجه الظاهر، أستعمل مخطط الشجرة لاجد احتمال:

10 ظهور صورة واحدة على الأقل. 11 ظهور كتابة مرتين فقط. 12 عدم ظهور كتابة.

(10-12) أنظر ملحق الإجابات.

الدرس 3 عد النواتج

بريد جهاد اختيار وجبة من فطيرة ومرطب.

1 أستعمل مخطط الشجرة لتحديد الخيارات الممكنة أمام جهاد.

2 أجد عدة الخيارات الممكنة أمام جهاد.

سحبت كرة عشوائياً من الكيس A، ثم سحبت كرة عشوائياً من الكيس B.

3 أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني للتجربة. أنظر الهامش.

4 أجد عدة عناصر الفضاء العيني. 12

سحبت كرتين عشوائياً على التوالي مع الإرجاع من كيس يحتوي ثلاث كرات متماثلة ألوانها: أحمر (R)، أزرق (B)، أخضر (G).

5 أكمل الجدول المجاور، ثم أجد الفضاء العيني للتجربة.

6 أجد عدة عناصر الفضاء العيني. 9

7 أستعمل الجدول لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد مرة واحدة عشوائياً، وتدوير مؤشر القرص المجاور مرة واحدة عشوائياً.

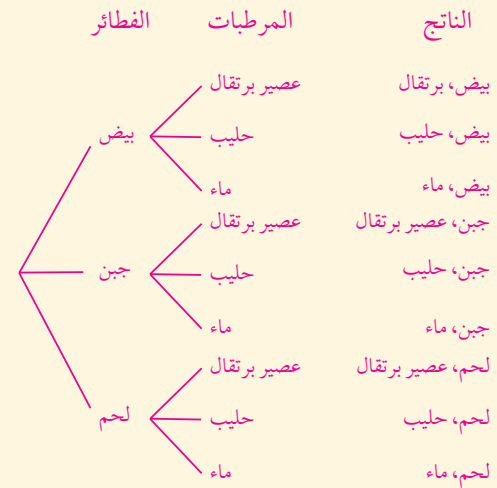
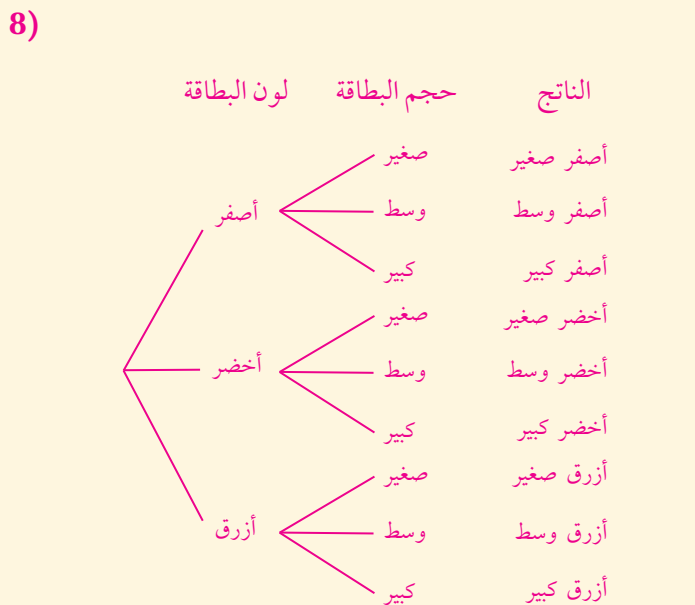
8 صكيات: تبيع مكتبة ثلاثة ألوان بين بطاقات الملاحظات: أصفر، أخضر، أزرق، ويسن كل لون توجد ثلاثة أحجام مختلفة: صغير، وسطي، كبير. أستعمل مخطط الشجرة لتحديد الخيارات الممكنة جميعها لشراء بطاقة ملاحظات.

أنظر الهامش.

إجابات - كتاب التمارين - الدرس 3:

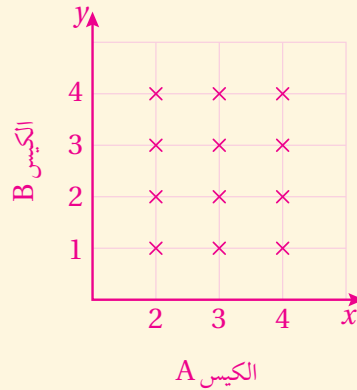
7)

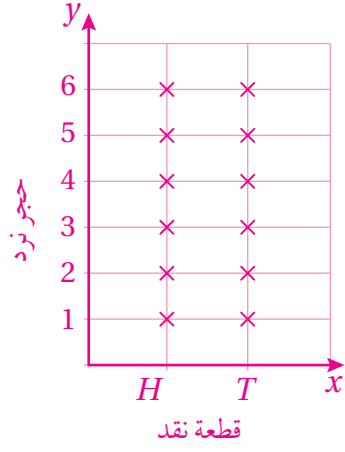
		تدوير مؤشر القرص				
		1	2	3	4	5
رمي قطعة نقد	H	H, 1	H, 2	H, 3	H, 4	H, 5
	T	T, 1	T, 2	T, 3	T, 4	T, 5



2) 9

3)



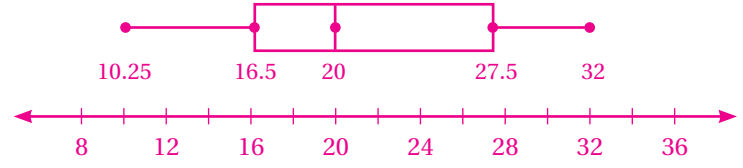


(2)

الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

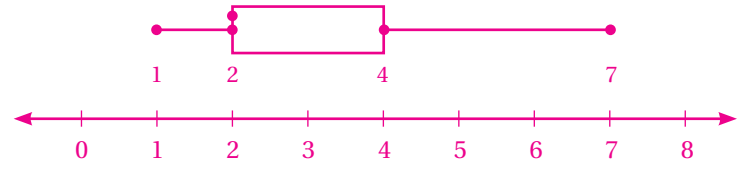
(8) المدى: 21.75

المدى الربيعي: 11



(3)

(9)



		السحبة الثانية			
		R	G	B	Y
السحبة الأولى	R	R, G	R, B	R, Y
	G	G, R	G, B	G, Y
	B	B, R	B, G	B, Y
	Y	Y, R	Y, G	Y, B

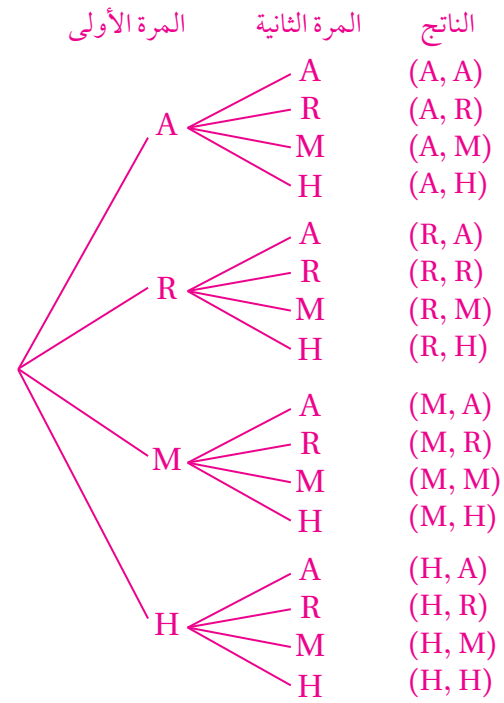
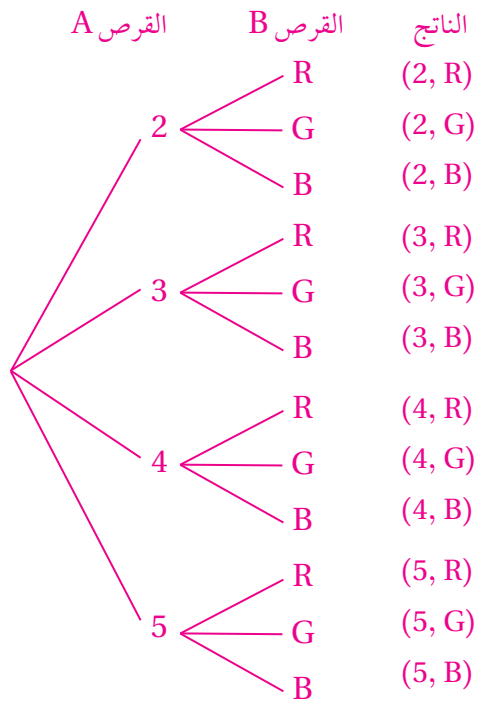
الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$(R, G), (R, B), (R, Y), (G, R), (G, B), (G, Y), (B, R), (B, G), (B, Y), (Y, R), (Y, G), (Y, B)$

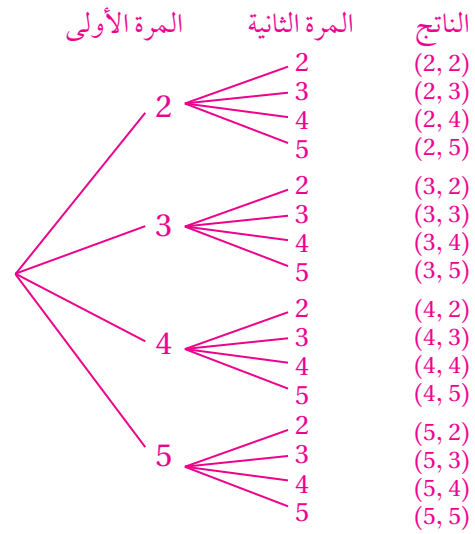
الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

(1)

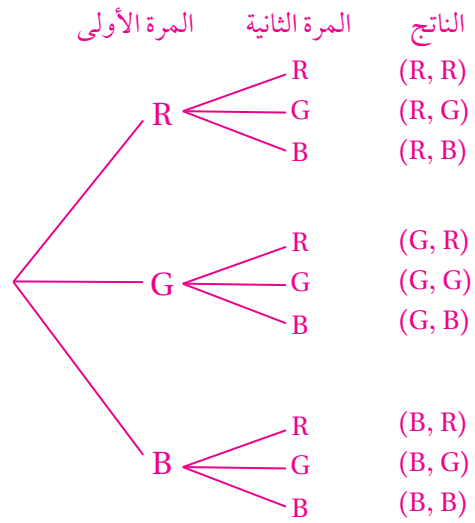
(5)



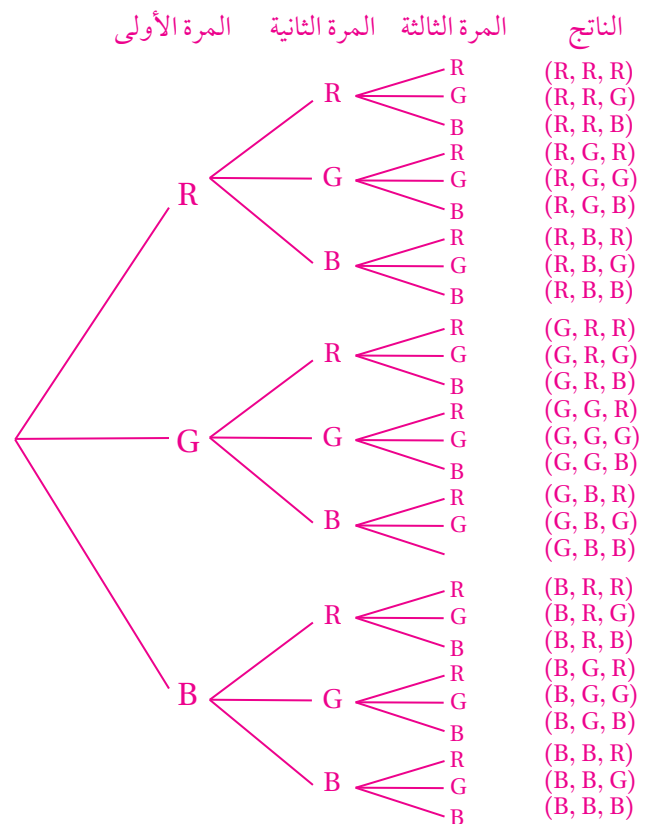
(6)



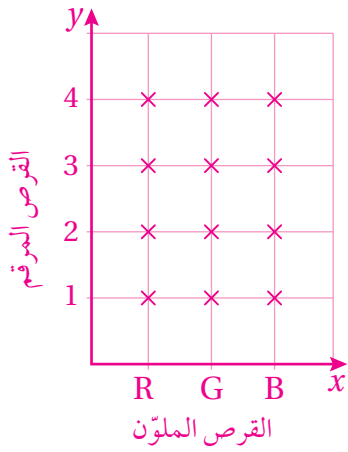
(7)



(8)



(9)



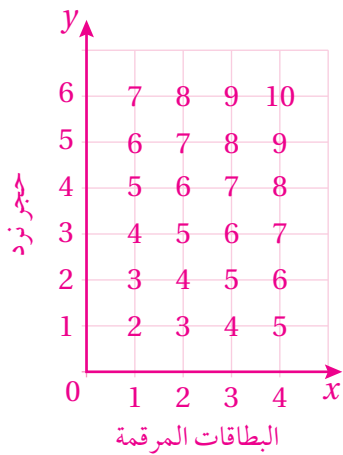
(11)

		لون المشغل				
		فضي	أخضر	أزرق	زهري	أسود
سعة المشغل GB	2	2, فضي	2, أخضر	2, أزرق	2, زهري	2, أسود
	4	4, فضي	4, أخضر	4, أزرق	4, زهري	4, أسود
	8	8, فضي	8, أخضر	8, أزرق	8, زهري	8, أسود
	16	16, فضي	16, أخضر	16, أزرق	16, زهري	16, أسود

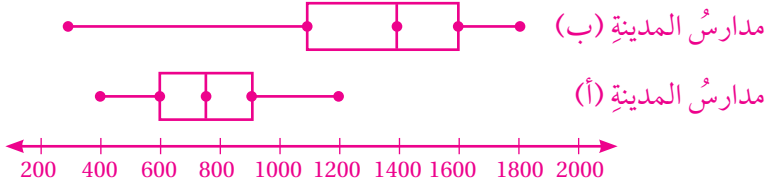
الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

8) $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

9) $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$



(8)



5)

السائق	الورقة
1	9
2	1 6 7
3	3 4 5 5 6 8
4	1 5
5	2 3

المفتاح: $1|9 = 19$

6)

السائق	الورقة
12	5 5 8
13	1 4 4 6 9
14	3 7 8
15	2

المفتاح: $12|5 = 12.5$

(9) - ألاحظ أن المدى والمدى الربيعي لأعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (ب) أكبر من المدى والمدى الربيعي في مدارس المدينة (أ)، ومنه فإن أعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (ب) أكثر تشتتاً.

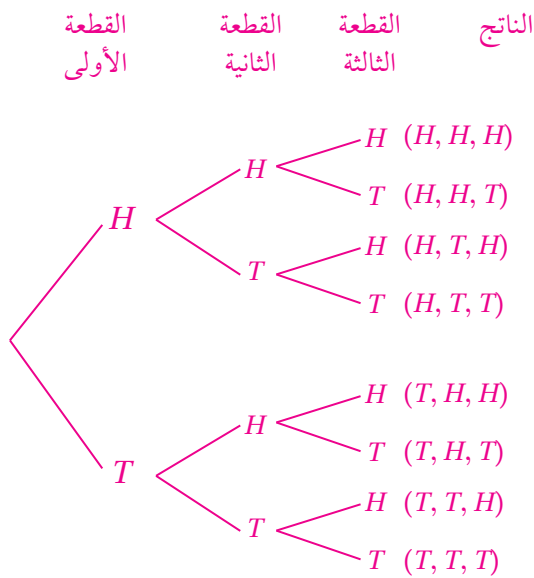
- ألاحظ أن الربع الأدنى والربع الأعلى والوسيط في مدارس المدينة (ب) أكبر منه في مدارس المدينة (أ)، وهذا يدل على كثافة سكانية أعلى في المدينة (ب).

كتاب التمارين - الدرس 4:

10) $\frac{7}{8}$

11) $\frac{3}{8}$

12) $\frac{1}{8}$

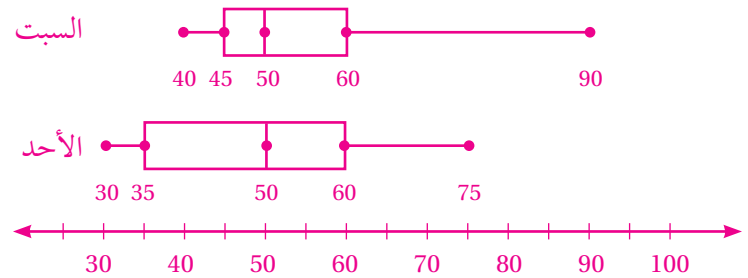


كتاب التمارين - الدرس 1:

(5) - السبت: المدى 50، المدى الربيعي 15

- الأحد: المدى 45، المدى الربيعي 25

(6)



(7) بيانات يوم الأحد أكثر تشتتاً؛ لأن المدى الربيعي لها 25 والمدى الربيعي لبيانات يوم السبت 15

أوراق المصادر

ورقة المصادر 1 : شبكة المتباينات

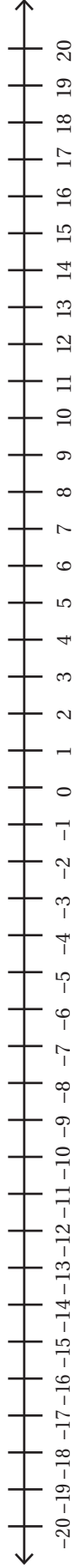
\wedge

\vee

ورقة المصادر 2 : بطاقات الأعداد (من -10 إلى 10) 

-10	-9	-8	-7	-6
-5	-4	-3	-2	-1
0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10				

ورقة المصادر 3 : خط أعداد (من 20 – إلى 20)



ورقة المصادر 4 : لعبة التعويض

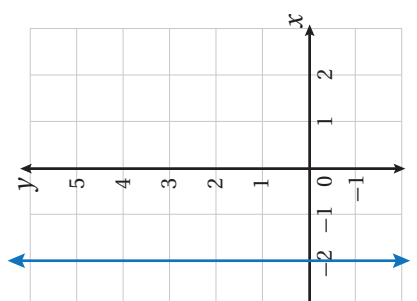
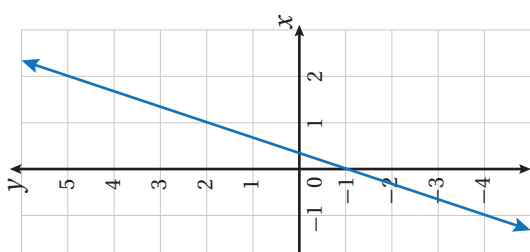
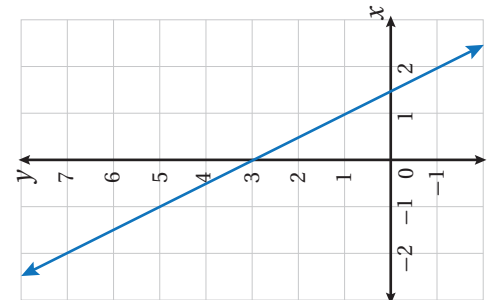
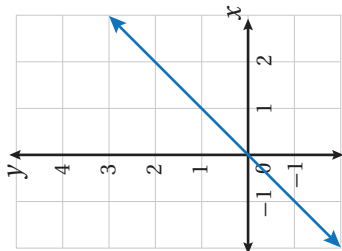
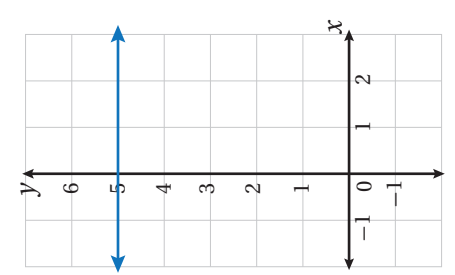
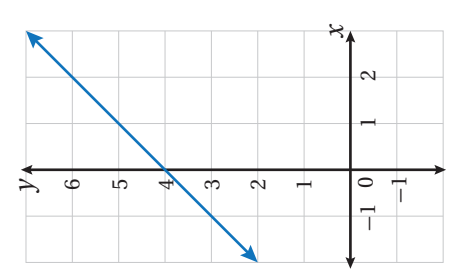
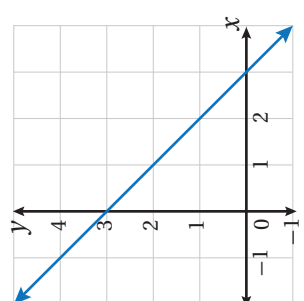
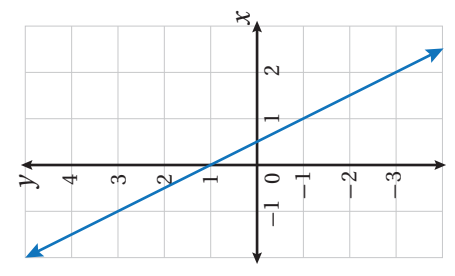


إذا كانت $x = 3$ ، فما قيمة $(-7 - x)$ ؟	الناتج -10
إذا كانت $x = 2$ ، فما قيمة $(1 - 5x)$ ؟	الناتج -9
إذا كانت $x = -3$ ، فما قيمة $(3x + 1)$ ؟	الناتج -8
إذا كانت $x = -1$ ، فما قيمة $(3x - 4)$ ؟	الناتج -7
إذا كانت $x = -2$ ، فما قيمة $(3x)$ ؟	الناتج -6
إذا كانت $x = -1$ ، فما قيمة $(3x - 2)$ ؟	الناتج -5
إذا كانت $x = 6$ ، فما قيمة $(2 - x)$ ؟	الناتج -4
إذا كانت $x = 5$ ، فما قيمة $(3 - x)$ ؟	الناتج -2
إذا كانت $x = -2$ ، فما قيمة $(1 + x)$ ؟	الناتج -1
إذا كانت $x = 7$ ، فما قيمة $(8 - x)$ ؟	الناتج 1
إذا كانت $x = -5$ ، فما قيمة $(x + 7)$ ؟	الناتج 2
إذا كانت $x = -6$ ، فما قيمة $(10 + x)$ ؟	الناتج 4
إذا كانت $x = -1$ ، فما قيمة $(2 - 3x)$ ؟	الناتج 5
إذا كانت $x = -4$ ، فما قيمة $(2 - x)$ ؟	الناتج 6

ورقة المصادر 5 : بطاقات المعادلات والحلول

$x = 2$	$15 - 8x = 1$	$41 + 4x = 14$	$x = -49$	$5x + 4 = 24$
$x = 5$	$3 - 8x = 37$	$13 - 5x = 18$	$x = -32$	$\frac{3x-6}{2} = -9$
$x = -1$	$6(1 - 6x) = 42$	$x = -1$	$x = -11$	$x = 4$
$x = -2$	$3(13 - 5x) = 9$	$9 + 2x = 10$	$x = -7$	$x = 6$
$x = 7$	$5 - \frac{x}{3} = 5$	$19 = 2x - 5$	$x = -14$	$x = -1$
$x = -4$	$\frac{2x}{9} = -4$	$8 - \frac{4}{x} = 8$	$x = 15$	$x = -4$
$x = -18$	$7x - 1 = 4$	$3 - \frac{1}{5} = 4$	$3 - \frac{x}{5} = -3$	$3x - 7 = 14$
$x = -1$	$7x - 8 = -36$	$7x - 8 = -36$	$x = -2$	$x = -2$
$x = -1$	$9(1 - 3x) = 90$	$9(1 - 3x) = 90$	$x = -7$	$x = -3$
$x = -1$	$8 = x$	$8 = x$	$x = -0.5$	$x = -0.5$
$x = -1$	$3 - \frac{x}{4} = -5$	$3 - \frac{x}{4} = -5$	$x = -11$	$x = -11$
$x = -2$	$3(13 - 5x) = 9$	$3(13 - 5x) = 9$	$x = -7$	$x = -7$
$x = -2$	$7x - 8 = -36$	$7x - 8 = -36$	$x = -2$	$x = -2$
$x = -2$	$9(1 - 3x) = 90$	$9(1 - 3x) = 90$	$x = -3$	$x = -3$
$x = -1$	$8 = x$	$8 = x$	$x = -0.5$	$x = -0.5$
$x = -1$	$3 - \frac{x}{4} = -5$	$3 - \frac{x}{4} = -5$	$x = -11$	$x = -11$
$x = -2$	$3(13 - 5x) = 9$	$3(13 - 5x) = 9$	$x = -7$	$x = -7$
$x = -2$	$7x - 8 = -36$	$7x - 8 = -36$	$x = -2$	$x = -2$
$x = -1$	$9(1 - 3x) = 90$	$9(1 - 3x) = 90$	$x = -3$	$x = -3$
$x = -1$	$8 = x$	$8 = x$	$x = -0.5$	$x = -0.5$
$x = -1$	$3 - \frac{x}{4} = -5$	$3 - \frac{x}{4} = -5$	$x = -11$	$x = -11$
$x = -2$	$3(13 - 5x) = 9$	$3(13 - 5x) = 9$	$x = -7$	$x = -7$
$x = -2$	$7x - 8 = -36$	$7x - 8 = -36$	$x = -2$	$x = -2$

ورقة المصادر 6 : مطابقة التمثيلات البيانية

<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>-1</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	5	3	1	-1	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	4	3	2	1
x	-1	0	1	2																	
y	5	3	1	-1																	
x	-1	0	1	2																	
y	4	3	2	1																	
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td><td>-2</td></tr> <tr><td>y</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	x	-2	-2	-2	-2	y	-1	0	1	2	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	-1	0	1	2
x	-2	-2	-2	-2																	
y	-1	0	1	2																	
x	-1	0	1	2																	
y	-1	0	1	2																	
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>-4</td><td>-1</td><td>2</td><td>5</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	-4	-1	2	5	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	5	5	5	5
x	-1	0	1	2																	
y	-4	-1	2	5																	
x	-1	0	1	2																	
y	5	5	5	5																	
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	3	4	5	6	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>1</td><td>-1</td><td>-3</td></tr> </table>	x	-1	0	1	2	y	3	1	-1	-3
x	-1	0	1	2																	
y	3	4	5	6																	
x	-1	0	1	2																	
y	3	1	-1	-3																	
																					
																					
																					
																					

ورقة المصادر 7 : حلُّ أنظمة المعادلات الخطية بالحذف 

$x + 2y = 15$	$3x + 2y = 18$	$x + y = 11$
$3x + 7y = 47$	$5x + 2y = 43$	$x + 7y = 27$
$x - 7y = 13$	$x - 3y = 17$	$5x - 3y = 97$
$x + 2y = 30$	$3x - 2y = 6$	$x - y = 3$

ورقة المصادر 8 : الأشكال الرباعية

1) أستمعلُ مسطرةً مدرّجةً لتصنيفِ كلِّ من الأشكال الهندسية (المضلعات الرباعية) بتلوينها وفق الألوان في عمود التصنيف:

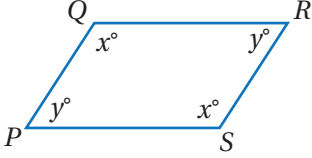
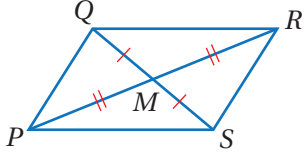
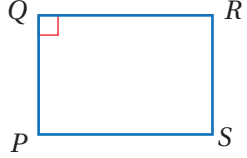
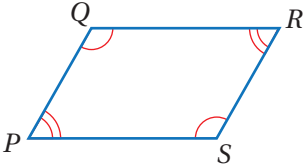
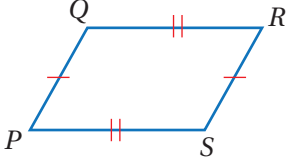
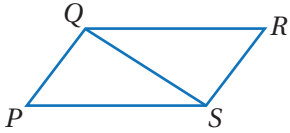
الأشكال الهندسية (المضلعات الرباعية)	التصنيف
	<p>مربع Square </p> <p>مستطيل Rectangle </p> <p>معين Rhombus </p> <p>متوازي أضلاع Parallelogram </p> <p>شبه منحرف Trapezium </p> <p>رباعي غير منتظم Quadrilateral </p>

2) أختارُ ممّا بين القوسين للحصولِ على عبارةٍ صحيحة دائماً، وأبرّرُ إجابتي:

- كلُّ مستطيلٍ هو: (معينٌ ، مربعٌ ، متوازي أضلاع)
- كلُّ معينٍ هو: (مستطيلٌ ، متوازي أضلاعٍ ، مربعٌ)
- كلُّ مربعٍ هو: (متوازي أضلاعٍ ، معينٌ ، مستطيلٌ)

ورقة المصادر 9 : لعبة التوصيل

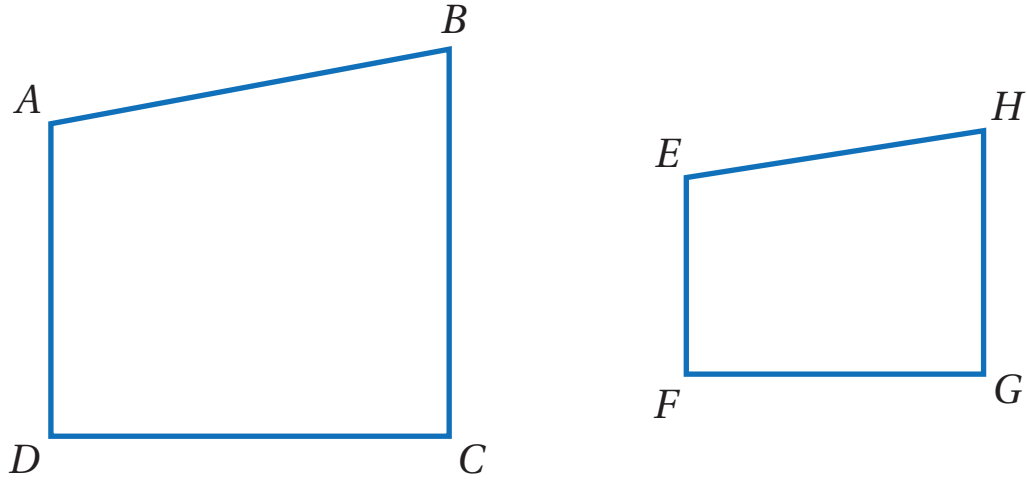
أصل بين نص النظرية والشكل المناسب المرافق لها:

الشكل	نص النظرية
	<p>إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربعة قوائم.</p>
	<p>إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.</p>
	<p>إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متطابقة.</p>
	<p>إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر.</p>
	<p>إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قطر يقسمه إلى مثلثين متطابقين.</p>
	<p>إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن الزوايا المتقابلة متطابقة.</p>

ورقة المصادر 10 : أنا أفكر في ...

رسم الشكل وتسميته (باللغتين العربية والإنجليزية)	أنا أفكر في ...
	<p>« شكلٌ رباعيٌّ.</p> <p>« لهُ محاورٌ تماثلٌ بعددِ أضلاعِهِ.</p> <p>« جميعُ أضلاعِهِ متطابقةٌ.</p> <p>« جميعُ زواياهُ قوائمٌ.</p>
	<p>« شكلٌ رباعيٌّ</p> <p>« لهُ محورا تماثلٍ.</p> <p>« فيه كلُّ ضلعينِ متوازيانِ ومتطابقانِ.</p> <p>« جميعُ زواياهُ قوائمٌ.</p>
	<p>« شكلٌ رباعيٌّ.</p> <p>« ليسَ لهُ محاورٌ تماثلٍ.</p> <p>« فيه كلُّ ضلعينِ متوازيانِ ومتطابقانِ.</p>
	<p>« شكلٌ رباعيٌّ.</p> <p>« لهُ محورا تماثلٍ.</p> <p>« جميعُ أضلاعِهِ متطابقةٌ.</p>
	<p>« شكلٌ رباعيٌّ.</p> <p>« يمكنُ أن يكونَ لهُ محورٌ تماثلٍ واحدٌ.</p> <p>« فيه ضلعانِ متوازيانِ.</p>
	<p>« شكلٌ رباعيٌّ.</p> <p>« لهُ محورٌ تماثلٍ واحدٌ.</p> <p>« فيه زوجانِ من الأضلاعِ المتطابقةِ.</p>

ورقة المصادر 11 : الزوايا والأضلاع المتناظرة



اعتمادًا على الشكل أعلاه، أصل بخطِّ بينَ الزوايا والأضلاع المتناظرة في القائمتين أدناه:

\overline{AB}

$\angle A$

\overline{BC}

$\angle B$

\overline{CD}

$\angle C$

\overline{DA}

$\angle D$

\overline{GF}

$\angle H$

\overline{HG}

$\angle E$

\overline{EH}

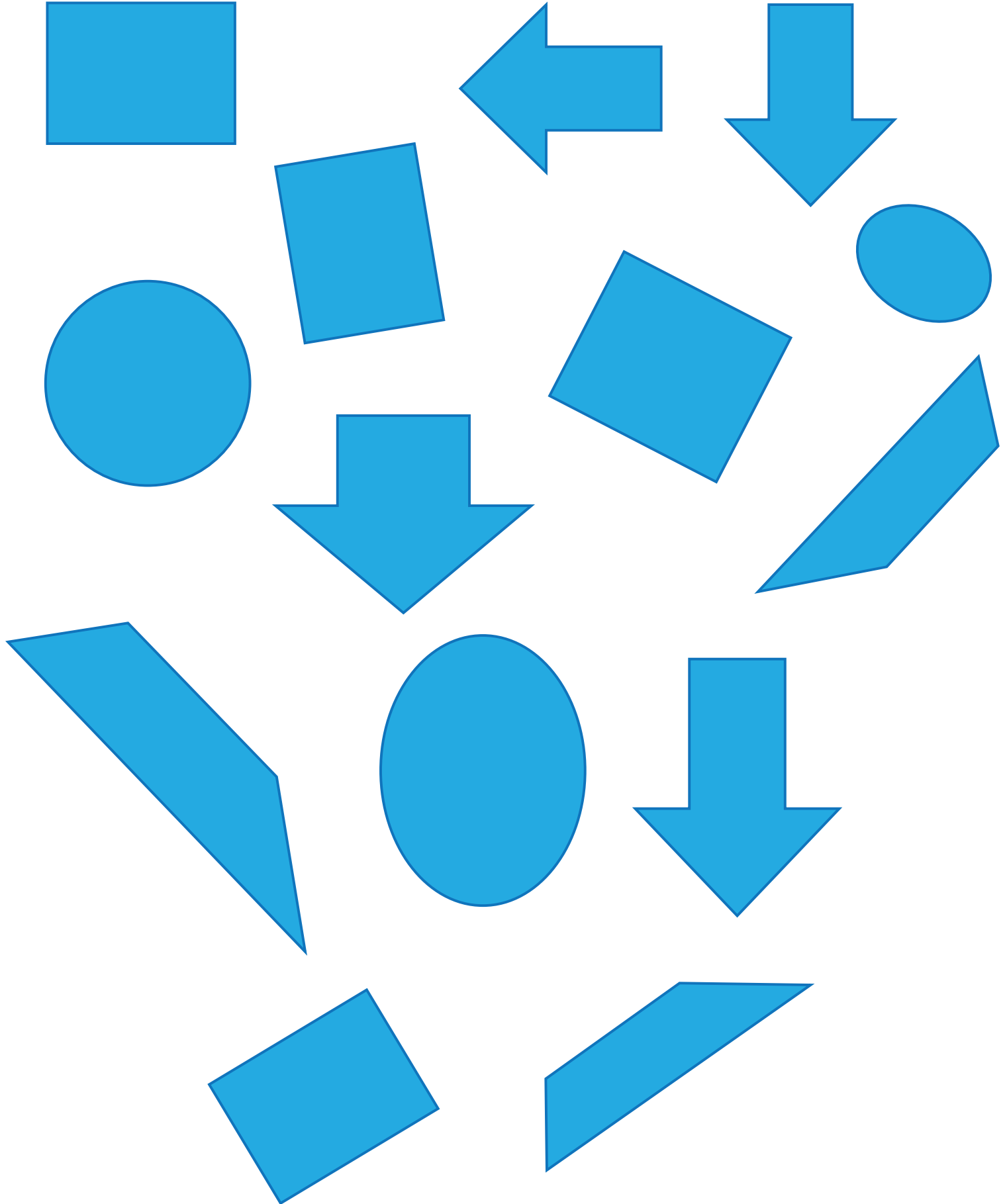
$\angle G$

\overline{FH}

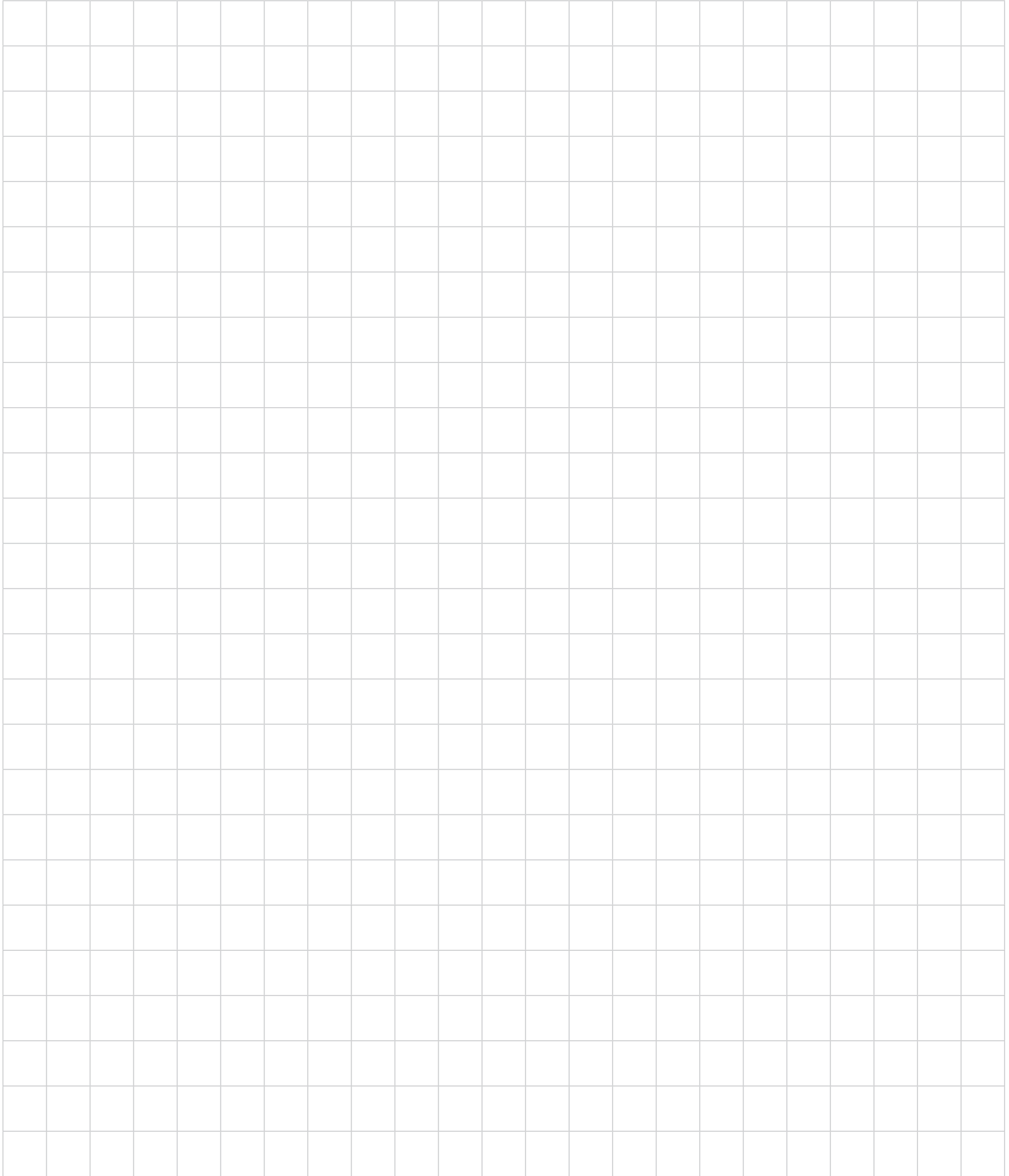
$\angle F$

ورقة المصادر 12 : التطابق والتكبير

أضع إشارة (✓) على الأشكال المتطابقة، وإشارة (X) على الشكل وصورتَه الناتجة من التكبير في كلِّ ممَّا يأتي:

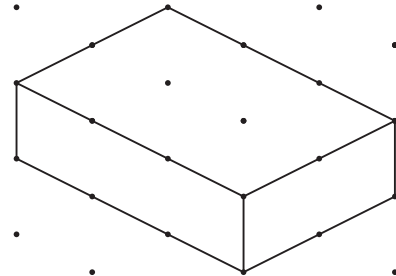
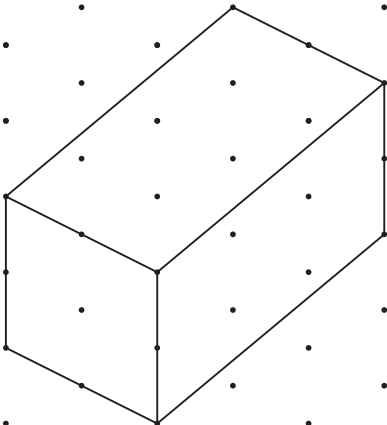
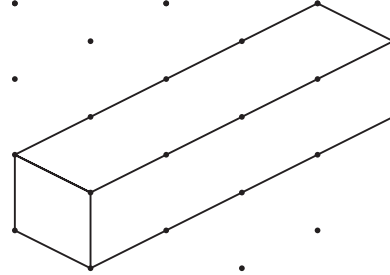
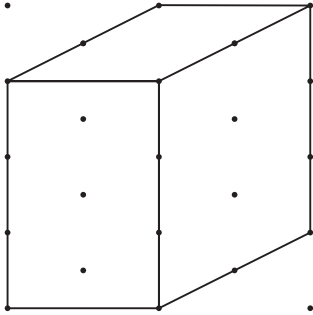
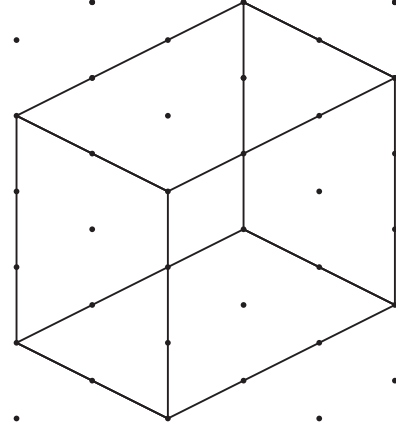
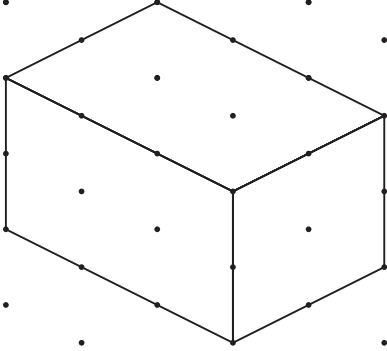


ورقة المصادر 13 : شبكة مربعات

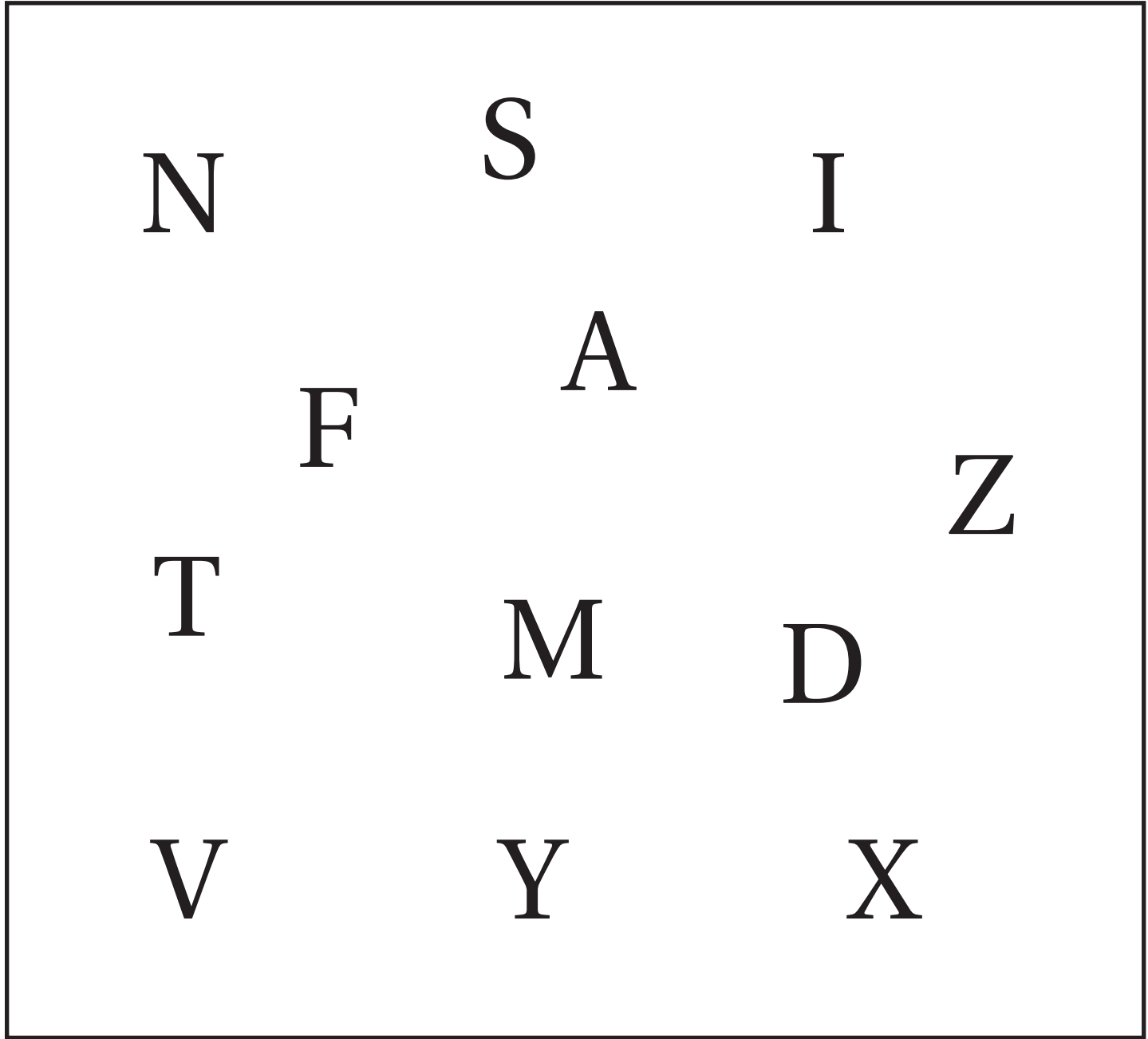


ورقة المصادر 14 : أيّ الرسومات صحيحة؟

أيّ الأشكال الآتية مرسوم بشكل صحيح على الورق المنقّط متساوي القياس؟ أبرّر إجابتني.



ورقة المصادر 15 : لوحة الهدف 



ورقة المصادر 16 : نشاط أسئلة إحصائية

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيط النقاط في المحاولات الثمانية 10؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان المدى للنقاط في المحاولات الثمانية 9؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 9.5؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيط النقاط في المحاولات الثمانية 11؟

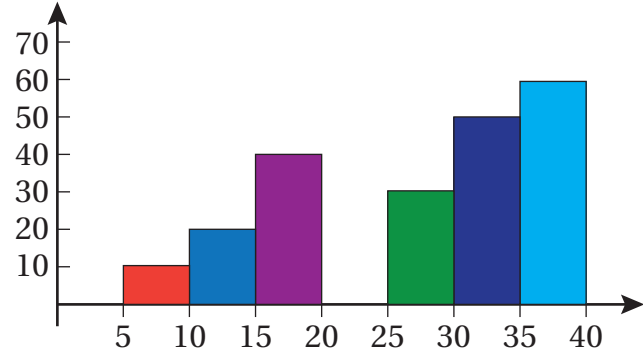
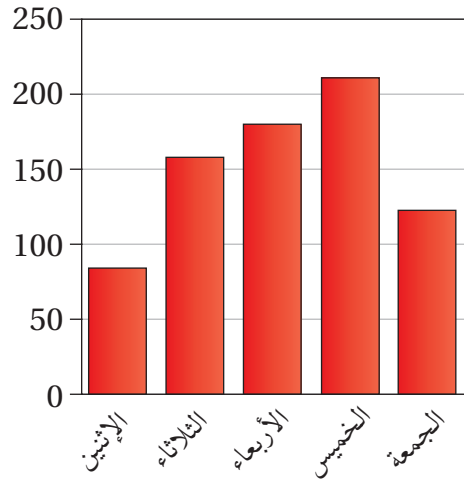
ورقة المصادر 17 : سرعة ردة الفعل

اللاعبُ 2	اللاعبُ 1	رقمُ المحاولةِ
		1
		2
		3
		4
		5
		6
		7
		8
		9
		10

الوسطُ الحسابيُّ للاعبِ 2	الوسطُ الحسابيُّ للاعبِ 1
---------------------------	---------------------------

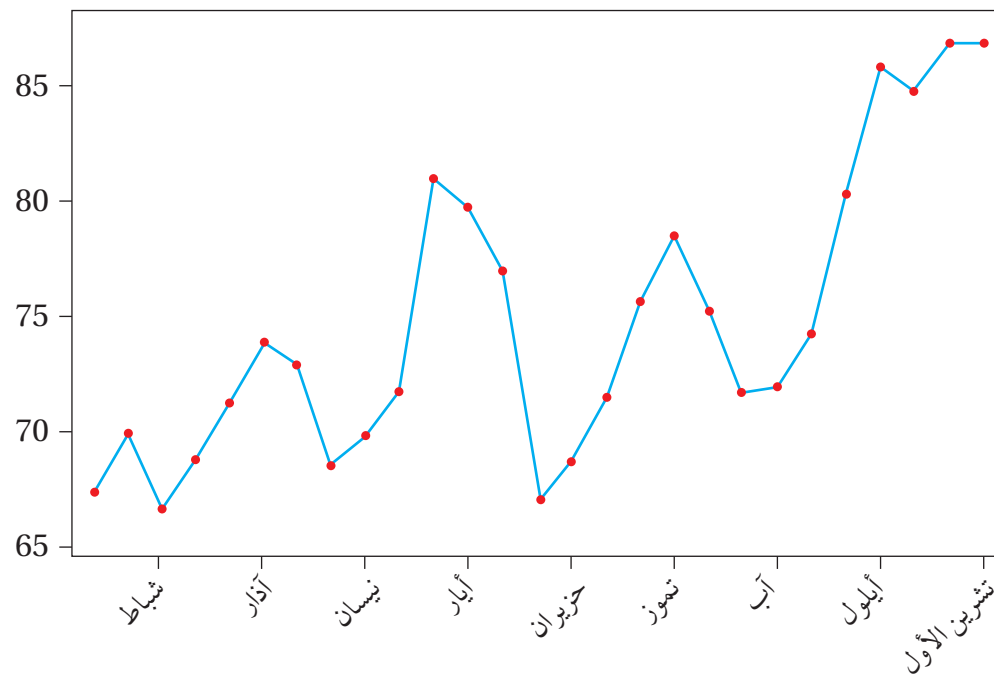
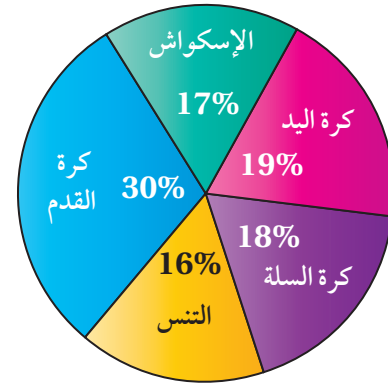
اللاعبُ الأسرعُ هوَ؛ لأنَّهُ

ورقة المصادر 18 : تمثيلات بيانية



5	6
6	7, 7, 9
7	2, 4, 7, 7, 8
8	1, 2, 2, 3, 4, 8
9	0, 2, 3, 4

المفتاح 5 | 6 = 56%



ورقة المصادر 19 : ورقة بيانات التحقق من التقدير

التقدير	اليمن	الجنس	الشخص
49	اليمن	ذكر	31
57	اليمن	أنثى	32
79	اليمن	ذكر	33
78	اليمن	أنثى	34
80	اليسرى	ذكر	35
95	اليمن	أنثى	36
80	اليمن	ذكر	37
92	اليمن	أنثى	38
150	اليمن	أنثى	39
50	اليسرى	ذكر	40
198	اليمن	أنثى	41
43	اليمن	ذكر	42
100	اليمن	ذكر	43
70	اليمن	ذكر	44
43	اليمن	أنثى	45
50	اليمن	أنثى	46
60	اليمن	أنثى	47
68	اليمن	أنثى	48
50	اليسرى	أنثى	49
70	اليمن	أنثى	50
801	اليمن	ذكر	51
105	اليسرى	أنثى	52
210	اليمن	أنثى	53
98	اليمن	أنثى	54
60	اليمن	ذكر	55
45	اليمن	أنثى	56
50	اليمن	ذكر	57
100	اليمن	ذكر	58
296	اليمن	أنثى	59
50	اليسرى	ذكر	60

التقدير	اليمن	الجنس	الشخص
100	كلتا اليدين	ذكر	1
150	اليمن	أنثى	2
100	اليمن	أنثى	3
200	اليمن	ذكر	4
75	اليمن	أنثى	5
160	اليمن	أنثى	6
100	اليسرى	أنثى	7
500	اليمن	ذكر	8
100	اليمن	أنثى	9
140	اليسرى	ذكر	10
100	اليمن	أنثى	11
150	اليمن	أنثى	12
200	اليسرى	أنثى	13
102	اليمن	ذكر	14
100	اليمن	ذكر	15
105	اليمن	ذكر	16
140	اليمن	أنثى	17
214	اليمن	ذكر	18
214	اليمن	أنثى	19
214	اليمن	ذكر	20
214	اليمن	ذكر	21
214	اليمن	ذكر	22
214	اليمن	ذكر	23
100	اليمن	ذكر	24
87	اليمن	أنثى	25
50	اليمن	ذكر	26
73	اليمن	أنثى	27
45	اليمن	أنثى	28
50	اليمن	ذكر	29
50	اليمن	أنثى	30

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته
نرحب بكم في

[موقع ومنتديات صقر الجنوب التعليمية](#)
[منهاج المملكة الأردنية الهاشمية](#)

وسعدنا وشرفنا ان ننتشر معكم في تقديم
كل ما هو جديد للمنهاج المحدث الطورة ولجميع

المستويات والواد

ملفات نجمعها من كل مكان ونضعها لكم في مكان واحد

ليسهل تحميلها

علما ان جميع ما ننشر مجاني 100%

أخي الزائر - أختي الزائرة ان دعمكم لنا هو انضمامكم لنا
فهو شرف كبير

[صفحتنا على الفيس بوك هنا](#)

[مجموعتنا على الفيس بوك هنا](#)

[قناتنا على اليوتيوب هنا](#)

جميع ملفاتنا نرفعها على مركز تحميل خاص في [صقر الجنوب](#)

نحن نسعد دائما ان نقدم كل ما هو أفضل لكم وهذا وعد منا ان شاء الله
شجعونا دائما حتى نواصل في العطاء و [نسأل](#) الله ان يوفقنا ويسد خطانا

في حال واجهت أي

مشكلة في تحميل أي ملف

من [منتديات صقر الجنوب](#) المنهاج الاردني

[صفحة اهل بنا](#)