الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

54 عام المجتمع
YEAR OF COMMUNITY

نحن الإمارات
WE THE UAE
2031

مفتاح الإجابات

2025-2026

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة

دليل الطالب التفاعلي

Mc Graw Hill

مفتاح الإجابات

McGraw-Hill Education

الرياضيات

المسار المتقدّم

نسخة الإمارات العربية المتحدة

دليل الطالب التفاعلي

Mc Graw Hill

Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 09 ADV Math Vol.1
FM. Front Matter, from Integrated Math I © 2012
1. Expressions, Equations, and Functions, from Integrated Math I Chapter 1 © 2012
2. Linear Equations, from Integrated Math I Chapter 2 © 2012
3. Linear Functions, from Integrated Math I Chapter 3 © 2012
4. Equations of Linear Functions, from Integrated Math I Chapter 4, Lessons 1-4 © 2012
5. Linear Inequalities, from Integrated Math I Chapter 5 © 2012
6. Systems of Linear Equations and Inequalities, from Integrated Math I Chapter 6 © 2012
EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math I © 2012

صورة الغلاف: VAlex/Shutterstock

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-1-44-700117-1 (نسخة الطالب)
MHID: 1-44-700117-6 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-44-700115-7 (نسخة المعلم)
MHID: 1-44-700115-X (نسخة المعلم)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

محتويات موجزة

الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الوحدة 3 الدوال الخطية

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الوحدة 5 المتباينات الخطية

الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الوحدة 7 التعابير والمعادلات التربيعية

الوحدة 8 الأسس والدوال الأسيّة

الوحدة 9 الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

الوحدة 10 المنطق والبرهان الرياضي

الوحدة 11 التبرير والبرهان

الوحدة 12 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الوحدة 13 المثلثات المتطابقة

الوحدة 14 التناسب والتشابه

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المحتويات

الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

محور التركيز 2
1.1 المتغيرات والتعابير 4
1.2 ترتيب العمليات. 8
1.3 خصائص الأعداد. 12
1.5 المعادلات. 16
1.6 العلاقات 22
1.7 الدوال. 26
مهمة تقويم الأداء. 32
تدريب على الاختبار المعياري 36

الوحدة 2 المعادلات الخطية

محور التركيز 38
2.1 كتابة المعادلات. 42
2.2 حل معادلات الخطوة الواحدة. 48
2.3 حل معادلات متعددة الخطوات. 52
2.4 حل معادلات تتضمن متغير في كل طرف 56
2.5 حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة 60
2.8 المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي. 64
2.9 المتوسط الحسابي المرجح. 68
مهمة تقويم الأداء. 72
تدريب على الاختبار المعياري 76

الوحدة 3 الدوال الخطية

محور التركيز 78
3.1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا. 80
3.2 حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني. 84
3.3 معدل التغير والميل 88
3.5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية 94
3.6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية 98
مهمة تقويم الأداء. 102
تدريب على الاختبار المعياري 106

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

محور التركيز 108
4.1-4.2 تمثيل و كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع 110
4.3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل 114
4.4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة 118
4.5 الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة 122
مهمة تقويم الأداء 126
تدريب على الاختبار المعياري 130

الوحدة 5 المتباينات الخطية

محور التركيز 132
5.1 حل المتباينات بالجمع والطرح 134
5.2 حل المتباينات بالضرب والقسمة 138
5.3 حل المتباينات متعددة الخطوات 142
5.4 حل المتباينات المركبة 146
5.6 التمثيل البياني لمتباينات ذوات متغيرين 152
مهمة تقويم الأداء 158
تدريب على الاختبار المعياري 162

الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

محور التركيز 164
6.1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا 166
6.2 التعويض 170
6.3 الحذف باستخدام الجمع والطرح 174
6.4 الحذف باستخدام الضرب 178
6.6 أنظمة المتباينات 182
مهمة تقويم الأداء 188
تدريب على الاختبار المعياري 192

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7 **التعابير والمعادلات التربيعية**

محور التركيز xxx
7.1 جمع كثيرات الحدود وطرحها xxx
7.2 ضرب كثيرة حدود في أحادية الحد xxx
7.3 ضرب كثيرات الحدود xxx
7.4 نواتج الضرب الخاصة xxx
7.5 استخدام خاصية التوزيع xxx
7.6 حلّ $x^2+bx+c=0$ xxx
7.7 حلّ $ax^2+bx+c=0$ xxx
7.8 الفرق بين مربعين xxx
7.9 المربعات الكاملة xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

الوحدة 8 **الأسس والدوال الأسيّة**

محور التركيز xxx
8.1 خواص ضرب الاسس xxx
8.2 خواص قسمة الأسس xxx
8.3 الأسس النسبية xxx
8.4 الترميز العلمي xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 9 الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

محور التركيز xxx
9.1 دوال الجذر التربيعي xxx
9.3 العمليات على التعابير الجذرية xxx
9.5 التغير العكسي xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

الوحدة 10 المنطق والبرهان الرياضي

محور التركيز xxx
10.1 التبرير الإستقراري والتخمين xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

الوحدة 11 التبرير والبرهان

محور التركيز xxx
11.2 البرهان الجبري xxx
11.3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة xxx
11.4 إثبات العلاقات بين الزوايا xxx

الوحدة 12 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

محور التركيز xxx
12.2 الزوايا والمستقيمات المتوازية xxx
12.3 ميل الخط المستقيم xxx
12.4 معادلات المستقيم xxx
12.5 إثبات توازى المستقيمات xxx
2.6 المتعامدات والمسافة xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 13 المثلثات المتطابقة

محور التركيز xxx
13.2 زوايا المثلثات xxx
13.3 المثلثات المتطابقة xxx
13.4 إثبات تطابق المثلثات: SSS، SAS xxx
3.5 إثبات تطابق المثلثات: ASA، AAS xxx
13.7 التطابق في المثلثات xxx
13.8 المثلثات والبرهان الإحداثي xxx
13.9 مساحة متوازي الأضلاع والمثلث xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

الوحدة 14 التناسب والتشابه

محور التركيز xxx
14.3 المثلثات المتشابهة xxx
4.4 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتشابهة xxx
14.5 أجزاء المثلثات المتشابهة xxx
مهمة تقويم الأداء xxx
تدريب على الاختبار المعياري xxx

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

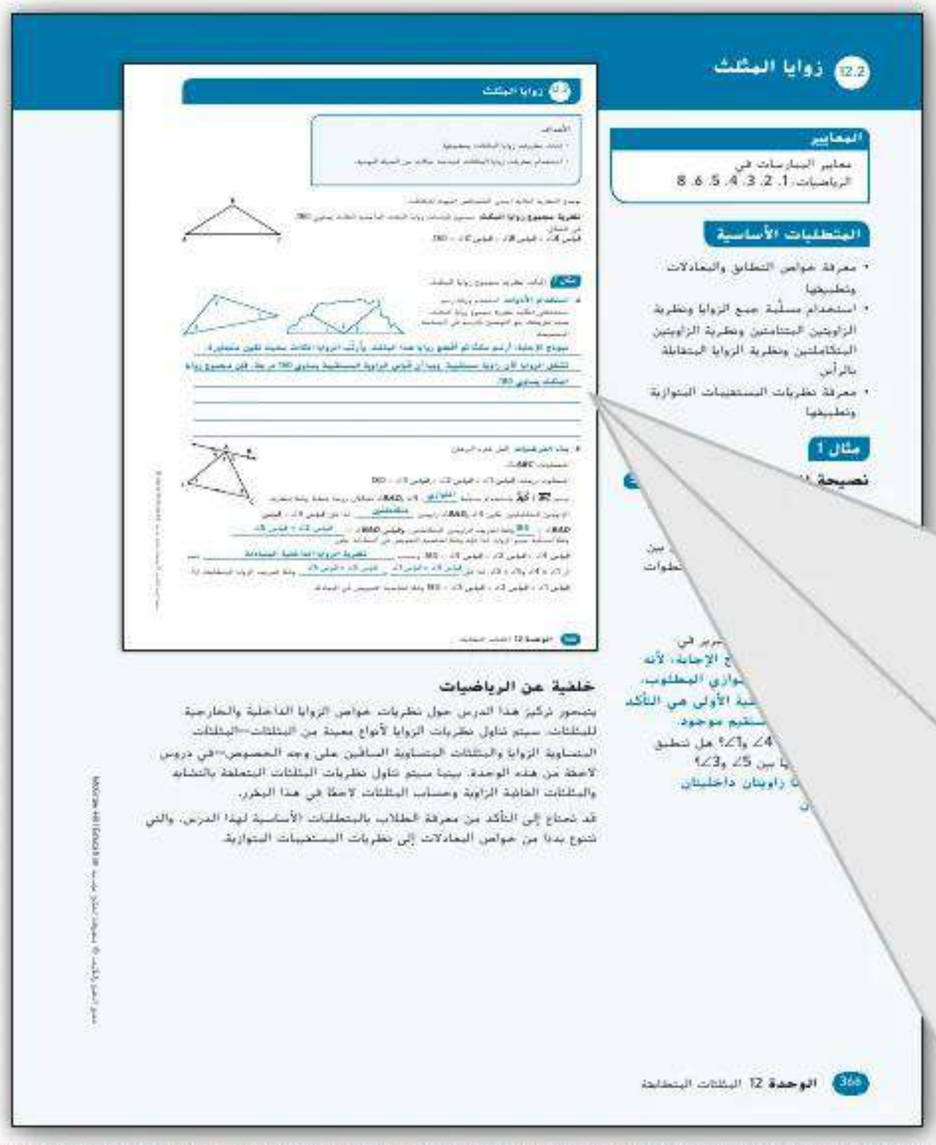
كيفية استخدام هذا البرنامج الدراسي

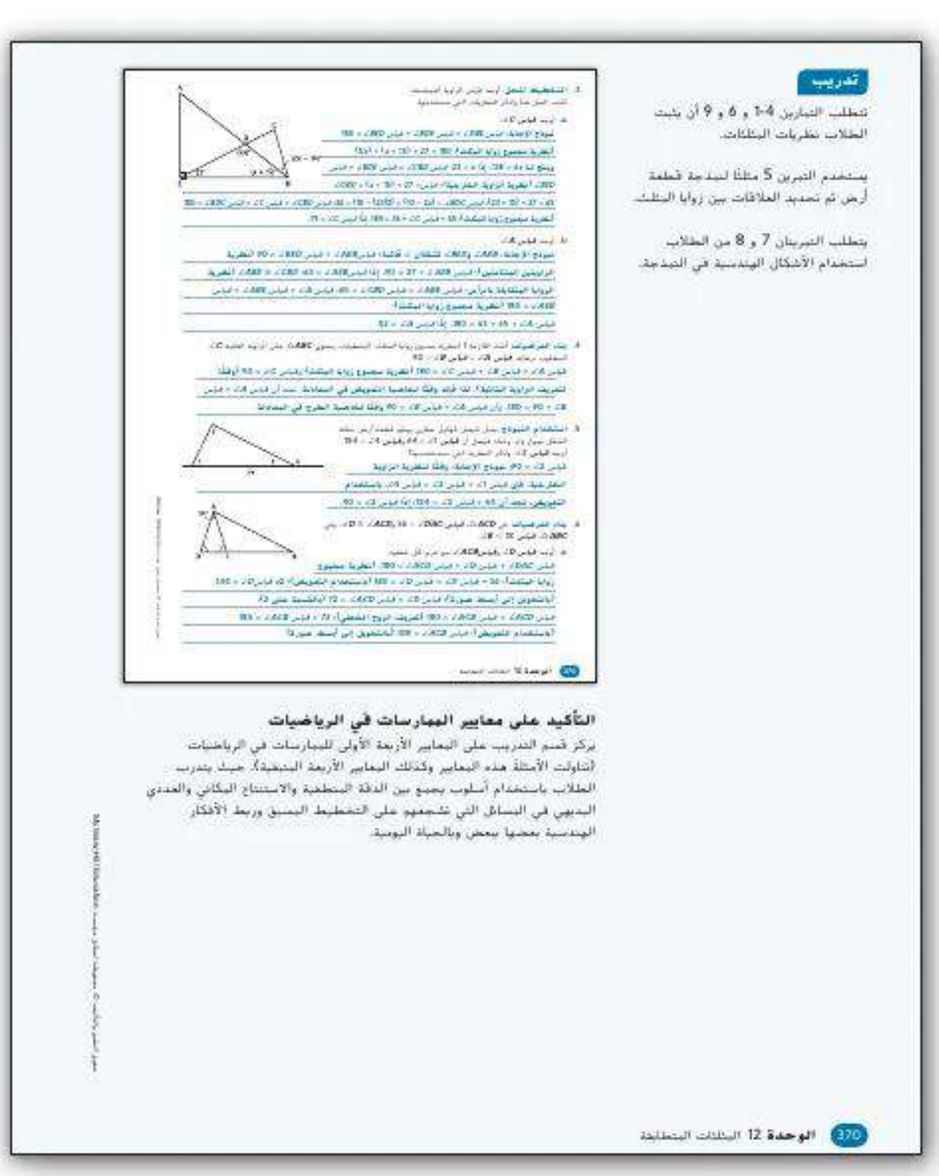
يعد *دليل الطالب التفاعلي* مصدرًا مرجعيًا ممتعًا يساعد الطلاب على تحقيق النجاح.

الأهداف

صُممت الدروس خصيصًا بتركيز واضح على الاستيعاب المفاهيمي والدقة. وتضمن الأمثلة الخارجية وأقسام التدريب قدرة الطلاب على صياغة المفاهيم الأساسية.

يساعد التركيز القوي على النمذجة الطلاب في ربط الرياضيات بالحياة اليومية. سيتمكن الطلاب من تطوير النماذج التي تمثل المواقف من الحياة اليومية واختبارها وتحسينها.





b. **استخدام نموذج** ارسم التقاطع x.
وفسّر ما يمثله.

المعايير

إن معايير الممارسات في الرياضيات (SMP) مضمنة بقوة وبصورة جوهرية داخل كل درس. يشمل دعم المعلم الإضافي النصائح والاستراتيجيات والأفكار حول كيفية تنفيذ SMPs في الفصل. يرمز كل مثال وتمرين إلى معايير الممارسات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

x

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تدريب التقويم

يوجد مهمتان لتقويم الأداء في نهاية كل وحدة تتحدى الطلاب للتدريب على التفكير بطريقة تجريدية والمثابرة وحل المسائل في المهام.

الجزء B

ما مقدار المياه الإضافية بحسب كل حبل، إضافية فعلية الأجزاء وزيد توفير المعلومات المناسبة إلى الوسيط بين حالة.

فيما يلي معلومات الصور المطلوبة

- الخشب بسعر 5 سنتيمترات
- الأسمنت بسعر 6.25 سنتيمترات
- الفرشاة بسعر 10 سنتيمترات

الجزء C

يتكلف الصبر بسعر AED 9000 لتكلفة أجزاء الرسم. فيما يلي تقديرات التكاليف لهذا الرسم.

- الخشب: AED 8.50 لكل متر مكعب
- الأسمنت: AED 6.64 لكل متر مكعب
- الفرشاة: AED 2.5 لكل متر مكعب

أي من التقديرات التالية يتفق أكثر؟

الجزء D

هذا السبب يمثل أيضا في استخدام بالغة الرسم. فيما يلي الخاصة المرتبطة بـ

الرسم بعد بالغة الرسم، الذي سيوضع إلى تصفيف قطعة الأرض

إذا كانت بالغة كل بالغة رسم هي AED 6.36، فهل سيكون بالغة استخدام بالغة الرسم أعلى مواتية للسبب بسبب؟

الوحدة 12 مهمة تقويم الأداء 409

نصيحة للتدريس

م م ر 6

توفر مهمة تقويم الأداء هذه فرصة للربط بالمعيار م م ر 6 (مراعاة الدقة). تتطلب الأجزاء B و C و D تحويلات متعددة بين وحدات القياس. وإذا وجد الطلاب صعوبة في تتبع كل هذه التحويلات، فيمكنك أن تقترح عليهم استخدام التحليل البُعدي لتنظيم عملهم.

أخطاء شائعة

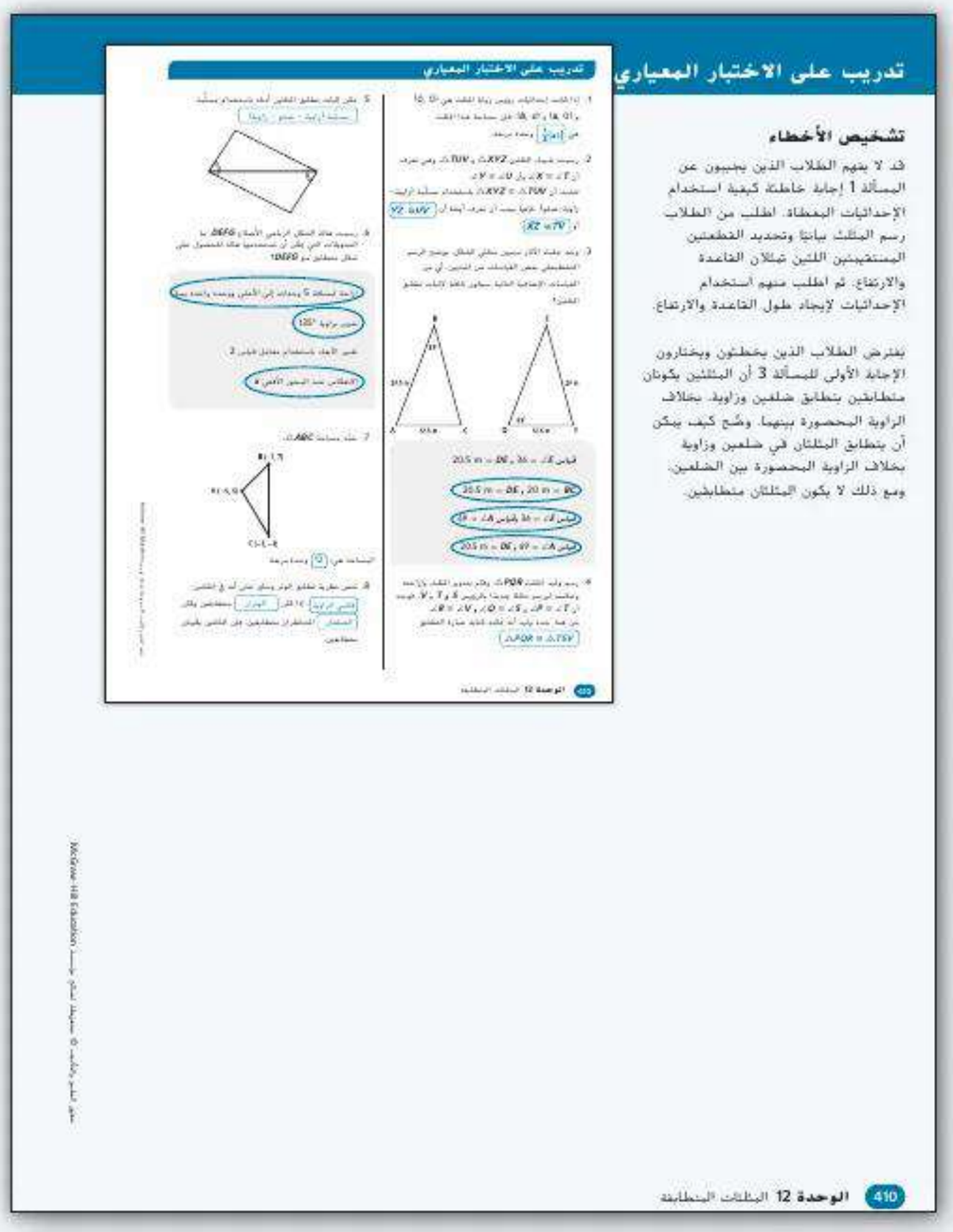
عند كتابة معادلة لإيجاد ارتفاع متواري الأضلاع، قد يختار الطلاب نسبة مثلثية غير مناسبة أو يعوضون عن طول الضلع بشكل غير صحيح. على سبيل المثال، لإيجاد الارتفاع h عندما تكون 30 هي القاعدة، قد يكتب الطلاب $\cos 80° = \frac{h}{18}$ (فتكون النتيجة $h = 3.15$) أو $\sin 80° = \frac{h}{30}$ (وتكون النتيجة $h = 29.5$). اطلب من الطلاب مقارنة هذه النتائج بأطوال الأضلاع المعروفة والتفكير فيما إذا كانت هذه النتائج منطقية للارتفاع أم لا.

إرشادات تسجيل الدرجات

الجزء	الحد الأقصى للنقاط	إجابة الدرجة الكاملة
A	2	قاعدة قطعة الأرض شكلاً رباعي الأضلاع فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان. إذا هي شكل متواري أضلاع، ترسم ارتفاعاً من الزاوية العلوية اليسرى إلى الضلع الذي طوله 30 m. لتحصل على مثلث قائم الزاوية. لإيجاد الارتفاع h، نحل لإيجاد $\sin 80° = \frac{h}{18} \approx 17$. وتستخدم قانون المساحة $A = bh$. إذا تبلغ مساحة قطعة الأرض حوالي $30 \text{ m} \times 17 \text{ m}$، أو 510 m^2 تقريباً.
B	3	تضع كل صيغ على 100 لتحويل السنتيمترات إلى أمتار، كمية الخشب: $26.6 \text{ m}^3 \approx 15 \times 100 \times 510 \text{ m}^2$، كمية الأسمنت: $33.23 \text{ m}^3 \approx 6.25 \times 100 \times 510 \text{ m}^2$، كمية الفرشاة: $53.18 \text{ m}^3 \approx 10 \times 100 \times 510 \text{ m}^2$
C	2	لتكلفة الخشب: $\text{AED } 212.8 \approx (\frac{\text{AED } 8}{\text{m}^3}) \times 26.6 \text{ m}^3$. لتكلفة الأسمنت: $\text{AED } 220.6 \approx (\frac{\text{AED } 6.64}{\text{m}^3}) \times 33.23 \text{ m}^3$. لتكلفة الفرشاة: $\text{AED } 132.95 \approx (\frac{\text{AED } 2.5}{\text{m}^2}) \times 1 \times 53.18 \text{ m}^2$. يمكنه أن يختار الخشب أو الفرشاة.
D	3	نموذج الإجابة: تقريب مساحة قطعة الأرض إلى 600 m^2. مساحة البلاطة الواحدة هي $140 \text{ m} \times 160 \text{ m} \approx 600$ أو 0.24 m^2. إذا يتم حساب عدد البلاط المطلوب كالتالي $2500 \times 0.24 \text{ m}^2 \approx 600 \text{ m}^2$. وتكلفة 2500 بلاطة تساوي $2500 \times \text{AED } 6.36 \approx \text{AED } 15,900$ أي أن التكلفة تتجاوز الميزانية بفارق كبير.
الإجمالي	10	

الوحدة 12 مهمة تقويم الأداء 409

وتوجد هناك إرشادات بالإضافة إلى نصائح للتدريس.



تدريب على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

قد لا يتهم الطلاب الذين يجيبون عن المسألة 1 إجابة خاطئة كيفية استخدام الإحداثيات المعطاة. اطلب من الطلاب رسم المثلث بيانياً وتحديد القطعتين المستقيمتين اللتين تمثلان القاعدة والارتفاع. ثم اطلب منهم استخدام الإحداثيات لإيجاد طول القاعدة والارتفاع.

يفترض الطلاب الذين يخطئون ويختارون الإجابة الأولى للمسألة 3 أن المثلثين يكونان متطابقين بتطابق ضلعين وزاوية. بخلاف الزاوية المحصورة بينهما. وضّح كيف يمكن أن يتطابق المثلثان في ضلعين وزاوية بخلاف الزاوية المحصورة بين الضلعين. ومع ذلك لا يكون المثلثان متطابقين.

تدريب على الاختبار المعياري

1. إذا كانت إحداثيات رؤوس زاوية المثلث هي $(5, 0)$، $(1a, 0)$، و $(1b, 0)$، فإن مساحة هذا المثلث هي $\frac{1}{2}ab$، وهذه صحيحة.

2. رسمت هيلين المثلثين $\triangle XYZ$ و $\triangle UVW$، وهي تعرف أن $\overline{YZ} \cong \overline{VW}$، $\overline{XY} \cong \overline{UV}$، $\angle Y \cong \angle V$. لكن $\triangle UVW \cong \triangle XYZ$ باستخدام مسلمة الزاوية-الضلع-الزاوية (ASA). هيلين خاطئة لأنها لم تعرف أيضاً أن $\overline{XZ} \cong \overline{UW}$.

3. رسم جاسم الأربع مثلثات المثلث المتساوي الساقين. أي من المعلومات الإضافية التالية يكفي لإثبات تطابق المثلثين؟

قياس $\angle A$ = قياس $\angle D$، $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

قياس $\angle A$ = قياس $\angle D$، قياس $\angle B$ = قياس $\angle E$

قياس $\angle A$ = قياس $\angle D$، $\overline{AB} \cong \overline{DE}$، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

4. رسم وليد المثلث PQR، وقام بتصوير المثلث وإثباته وبالتحديد أن $\overline{PS}$ و $\overline{QT}$ هما متوسطان. فيما يلي أجزاء البرهان الذي كتبه وليد. أكمل كل جزء ناقص من هذا البرهان. ثم اكتب خطة لإثبات صحة المثلث $\triangle PQR \cong \triangle TSV$.

5. بنى أيمن مثلثين متطابقين باستخدام مسلّة. [مسلّة زاوية - مسلّة زاوية]

6. رسم عادل المثلث الرباعي $DEFG$ بما هو موضح. أي من المعلومات التي يمكن أن يستخدمها عادل للحصول على مثلث متطابق مع $\triangle DEFG$؟

- زاوية مساحة 5 وحدات إلى الأعلى ووحدة واحدة يسار
- بعرض زاوية $125°$
- طول DE باستخدام مقياس رسم 2
- المثلث عند المنتصف الأعلى 4

7. جد مساحة $\triangle ABC$.

المساحة هي [12] وحدة مربعة

8. تمرين مقترح لتطابق الجزء وتطابق المثلث في المثلث. [قياس الزاوية | الجزء | المثلث] متطابقين وفق [المثلث] متطابقين.

في نهاية كل وحدة، يوجد قسم تمرين على الاختبار يعكس الأسئلة الموجودة في التقويمات. ساعد الطلاب على الاستعداد بأسئلة التدريب التي تتعدى الاختيار من متعدد والإجابة المختصرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

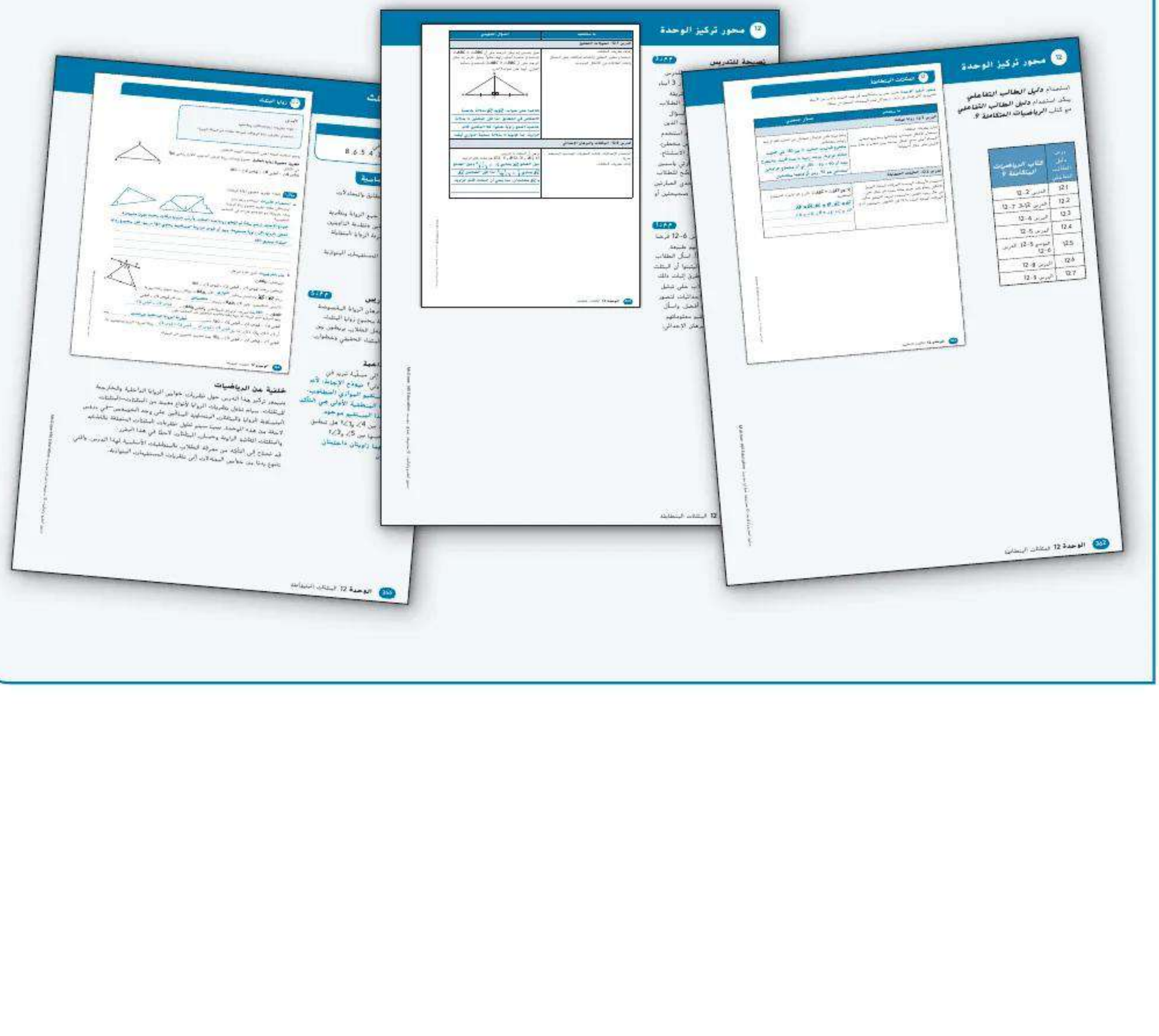
AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_x_xi_687146.indd 11 8/22/19 11:44 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

صُمم كل درس وتقويم لتطوير فهم الرياضيات لدى طلابك وربط عملية التعلم بالمعايير الخاصة بالممارسات في الرياضيات.

التركيز

يسمح لك *دليل الطالب التفاعلي* بتركيز وقتك داخل بالفصل على الاستكشاف العميق للمفاهيم حتى يتمكن الطالب من اكتساب أساس قوي في المعرفة بالرياضيات والتفكير.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xii_xv_687146.indd 12 8/22/19 11:49 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الترابط المنطقي

يعتمد *دليل الطالب التفاعلي* على المعرفة المكتسبة من الدروس والمناهج السابقة. وهو يعمل على إرشاد الطلاب خلال كل مفهوم بالتقدم المدروس مع تكوين الروابط حتى يكون كل معيار ما هو إلا امتداد طبيعي لما تعلمه الطلاب.

13.2 إثبات نظريات متوازيات الأضلاع

اختبارات متوازي الأضلاع

الأهداف
- إثبات متوازيات متوازيات الأضلاع من خلال عمل رسومات هندسية ديناميكية.
- استخدام الإحداثيات لإثبات خصائص متوازيات الأضلاع.

مثال 1 استكشاف شروط متوازيات الأضلاع

استكشف استخدم برنامج الهندسة الديناميكية لاستكشاف متوازيات الأضلاع أدناه. لاحظ بعناية كل شكل رباعي لتحديد ما إذا كانت أضلاعه المتقابلة متوازية.

a. استخدم الأدوات استخدم برنامج Geometer's Sketchpad لرسم قطعتين مستقيمتين متوازيتين في نفس اتجاه متوازيتين. راجع قائمة "Straight" في القائمة "Tools by Category" لرسم قطعة مستقيمة. راجع قائمة "Tools by Category > Radius" لرسم دائرة. لاحظ أن نصف قطر الدائرة هو المسافة بين مركز الدائرة وأي نقطة على الدائرة. استخدم الأمر "Measure" لقياس طول كل قطعة مستقيمة. ثم استخدم الأمر "Measure" لقياس المسافة بين نقطتي نهاية كل قطعة مستقيمة.

b. ارسم الشكل الرباعي ارسم قطعة مستقيمة تربط بين نقطتي نهاية القطعتين المستقيمتين. ثم ارسم قطعة مستقيمة أخرى تربط بين نقطتي النهاية الأخريين للقطعتين المستقيمتين.

c. قس أطوال الأضلاع المتقابلة استخدم الأمر "Measure" لقياس طول كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي. ثم احسب المسافة بين نقطتي نهاية كل ضلع.

d. ما العلاقة بين أطوال الأضلاع المتقابلة في كل شكل رباعي؟ لا يوجد ارتباط بين أطوال الأضلاع المتقابلة.

الوحدة 13 الأشكال الرباعية 420

خلفية عن الرياضيات

عندما يستخدم الطلاب برنامج الهندسة الديناميكية لرسم الشكل الرباعي، قد يفترضون أن الشكل سيكون متوازي أضلاع ومن ثم يستخدمون أوامر مختصرة لرسم قطع مستقيمة تبدو متوازية فحسب. ذكّر الطلاب بأنه يجب البدء بتطابق الأضلاع المتقابلة أولًا قبل وضع أي تخمينات أخرى.

باستخدام أدوات القياس المتوفرة في برامج الهندسة الديناميكية، يستطيع الطلاب استكشاف ما تعلموه مسبقًا عن خواص أضلاع متوازيات الأضلاع وزواياها وأقطارها، وبينما يعملون ذلك، شجّعهم على وضع تخمينات حول الشروط اللازمة ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع والتفكير في طرق إثبات هذه التخمينات.

نصيحة للتدريس

ساعد الطلاب على وضع تخمينات حول شروط متوازي الأضلاع عن طريق تحديهم لاستخدام برنامج الهندسة الديناميكية لتعديل الشكل الرباعي *EFGH* بحيث تكون أضلاعه المتقابلة غير متوازية. ثم ناقش لماذا لا يمكن القيام بذلك.

الأسئلة الداعمة

- عند تعيين الشكل الرباعي *EFGH*.
  كيف يمكنك استكشاف العلاقات بين أطوال أضلاعه؟ **بتحديد القطعة المستقيمة الخاصة بكل ضلع. ثم استخدام الأمر (Measure) لعرض طول القطعة المستقيمة. سيتم تحديث الأطوال تلقائيًا عند تغيير الشكل الرباعي *EFGH*.**
- ما ميل الارتباط بين طولي $\overline{FG}$ و $\overline{EF}$؟ **لا يؤثر طول $\overline{EF}$ في طول $\overline{FG}$، والعكس صحيح. أي لا يوجد ارتباط بين أطوال الأضلاع المتجاورة في متوازي الأضلاع.**

مثال 1

الدقة

تندمج المكونات الثلاثة للدقة وهي: الاستيعاب المفاهيمي والمهارة والطلاقة الإجرائية والتطبيق خلال *دليل الطالب التفاعلي*. ويسمح ذلك للطلاب بأن يتقدموا تجاه مستوى أعلى من الإنجاز.

لا تتعلق الدقة بالمسائل الصعبة فقط. ولكنها تتعلق بالتأكد من اكتساب الطلاب لفهم عميق لمفاهيم الرياضيات والقدرة على تطبيقها في مواقف من الحياة اليومية.

تمرين

يتطلب التمرين 1 أن يستخدم الطلاب برنامج الهندسة الديناميكية لإنشاء متوازيات أضلاع ووضع تخمينات حولها.

في التمرين 2، يعلّق الطلاب على محاولة تقديم برهان. ثم يدوّن فرضية ويصيغون فقرة برهان حول التظريد.

في التمرين 3، يحتاج الطلاب إلى بناء فرضية وصياغة فقرة برهان حول متوازي أضلاع.

في التمرينين 4 و7، يثبت الطلاب النظرية عبرياً من خلال استخدام الإحداثيات لإثبات أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

في التمرين 5، يكمل الطلاب البرهان الذي تم التخطيط له في التمرين 3. يجب أن يستخدم الطلاب البنية بينما يعملون على إثبات نظرية متوازيات الأضلاع.

يطلب التمرين 6 من الطلاب حل مسألة من الحياة اليومية من خلال استخدام الإحداثيات لإثبات أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

الوحدة 13 الأشكال الرباعية 424

أخطاء شائعة

في الإنشاء الهندسي في التمرين1، قد يستخدم الطلاب أوامر مختصرة لرسم قطع مستقيمة تبدو متوازية فحسب. لذا ذكّرهم بأن استخدام الأمر "Construct Parallel Line" يحتم بعد الأضلاع المتقابلة متوازية في متوازي الأضلاع حتى إذا تغير شكله وموقعه. في الجزء a من التمرين 1، قد يجد الطلاب صعوبة في استخدام الأدوات المتوفرة في برنامج الهندسة الديناميكية لتحديد الزوايا وإيجاد قياساتها. من الأخطاء الشائعة تحديد قطع مستقيمة أو نقاط أخرى عند تحديد الأمر "Measure". في هذه الحالة، قد يتحول لون عبار قياس زاوية إلى اللون الرمادي في الخانة، مما يجعله غير قابل للتحديد. اجمع الطلاب أيضًا بالتحقق مرة أخرى من أن الزوايا الموضحة مع قياساتها تتطابق مع تلك التي يعتقد الطلاب أنهم يقيسونها.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xii_xv_687146.indd 13 8/22/19 11:49 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تحليل كل معيار في النهج المتبع في ممارسات في الرياضيات، بما في ذلك معانيها وكيف تبدو في الفصل وأنواع الأسئلة التي يمكن للمعلمين استخدامها في تعزيز تطوير الرياضيات لدى طلابهم.

إن الهدف من معايير التدريب هو ترسيخ قدرات المعرفة بالرياضيات في نفوس جميع الطلاب وتحقيق الميل الإيجابي لديهم تجاه أهمية استخدام الرياضيات بكفاءة.

ما معايير الممارسات في الرياضيات؟

1. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
2. التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.
3. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
4. استخدام نماذج الرياضيات.
5. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية.
6. مراعاة الدقة.
7. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.
8. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

لما تعد معايير الممارسات في الرياضيات مهمة لطلاب الصف الثانوي؟

تعمل المعايير المتعلقة بممارسات في الرياضيات على تعيين توقعات لاستخدام لغة الرياضيات والتمثيلات في التفكير، وحل المسائل، والتمثيل استعدادًا للحياة المهنية ومجموعة واسعة من تخصصات الكليات. تبني الرياضيات في المرحلة الثانوية مهارات جديدة وأكثر تطورًا على المهارات السابقة المكتسبة في الصفوف K-8 التي كانت تتمحور حول الحساب العددي.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xiv_xxii_687146.indd 14 8/22/19 11:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

1 فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط بدء الحل. ويحللون المعطيات، والقيود، والعلاقات، والأهداف. ويضعون التخمينات حول شكل الحل ومعناه ويخططون مسارًا للحل بدلًا من الانتقال ببساطة إلى محاولة الحل. وهم يفكرون في المسائل المشابهة، ويحاولون استخدام الحالات الخاصة وصور أبسط من المسألة الأصلية من أجل الحصول على نظرة ثاقبة للحل. كما أنهم يراقبون تقدمهم ويقيمونه ويغيرون مسارهم إذا لزم الأمر. قد يقوم الطلاب الأكبر، اعتمادًا على سياق المسألة، بتحويل التعبيرات الجبرية أو تغيير نافذة العرض على حاسبة التمثيل البياني للحصول على ما يحتاجونه من معلومات. ويستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات شرح حالات التشابه بين المعادلات والأوصاف اللفظية والجداول والرسوم البيانية، أو يرسمون رسومًا تخطيطية بالسمات والعلاقات المهمة. ويمثلون البيانات بيانيًا ويبحثون عن التوافق أو الاتجاهات. أما الطلاب الأصغر فقد يعتمدون على استخدام أشياء ملموسة أو صور لمساعدتهم في تصور المسألة وحلّها. يتحقق الطلاب المتفوقون في الرياضيات من صحة إجابات المسائل باستخدام طريقة مختلفة. ويسألون أنفسهم باستمرار، "هل هذا الجواب منطقي؟" ويمكنهم فهم طرق الآخرين لحل المسائل المعقدة وتحديد حالات التشابه بين الطرق المختلفة.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
يستغرق حل مسألة رياضيات وقتًا. يستخدم الطلاب المتفوقون في مادة الرياضيات عملية منطقية لفهم المسائل، ويفهمون أنه قد توجد أكثر من طريقة لحل المسألة، ويغيّرون العملية إذا لزم الأمر.	• مثّل العملية بصورة متوافقة بينما تحل المسألة أمام الصف الدراسي. • اسمح للطلاب ببذل الجهد، وعرض المساعدة عن طريق الأسئلة. • اطلب من الطلاب التحقق من عملهم باستخدام طريقة أخرى.	بينما يتقدم الطلاب، فهم يبنون المثابرة على حل المسائل التي تخلق لهم نوعًا من التحدي. فهم يستخدمون عملية سترشدهم خلال كل مسألة لتؤدي بهم إلى الحل.	• ما خطتك لحل المسألة؟ • ماذا يجب أن تفعل إذا واجهتك مشكلة؟ • هل الإجابة منطقية؟ • هل هناك أية طريقة أخرى لحل المسألة؟ • الآن بعد انتهائك من حل المسألة، ما الذي فعلته بشكل جيد؟ كيف يمكنك التعامل مع مسألة مشابهة في المرة القادمة؟

2 التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات والعلاقات بينها في المواقف المذكورة في المسائل. وهم لديهم قدرتان متكاملتان لاستخدامهما في المسائل التي تتضمن علاقات كمية، وهما: القدرة على الفصل عن السياق – لتجريد موقفٍ معين وتمثيله رمزيًا واستخدام الرموز التمثيلية كما لو أنها منفصلة بذاتها بدون التعامل بالضرورة مع مراجعها، والقدرة على الربط بالسياق – للتوقف عند الحاجة أثناء عملية المعالجة من أجل استكشاف المراجع الخاصة بالرموز المتضمنة. يستلزم التفكير الكمي عادات إنشاء تمثيل منطقي للمسألة التي يقومون بحلها؛ والتفكير في الوحدات المتضمنة؛ والاهتمام بمعاني الكميات، وليس فقط بكيفية حسابها؛ ومعرفة الخصائص المختلفة للعمليات والأشياء واستخدامها بمرونة.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
يمكن للطلاب البدء بسياق مادي أو من الحياة اليومية وتمثيله بعد ذلك بأعداد أو رموز مجردة (الفصل عن السياق)، وإيجاد حل ثم الرجوع مرة أخرى إلى السياق للتحقق أن الحل منطقي (الربط بالسياق).	• مثّل استخراج المعلومات من المسألة وحدد المتغيرات. ووضّح كيفية الربط بين المتغيرات بناءً على المعلومات المعطاة. • اربط بين الإجراءات ومعانيها.	يربط الطلاب مواقف من الحياة اليومية بالتمثيلات المجردة في الرياضيات، سواءً كانت نماذج جبرية أو أشكالًا هندسية. فهم يفكرون فيما تمثله المتغيرات والأشكال ومعناها في السياق.	• ما الذي تمثله الأعداد؟ ما المتغيرات، وكيف ترتبط ببعضها وبالأعداد؟ • كيف يمكن تمثيل العلاقات في الرياضيات؟ هل توجد أكثر من طريقة واحدة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xiv_xxii_687146.indd 15 8/22/19 11:50 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

يُمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم الفرضيات المذكورة والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا واستخدامها في بناء الفرضيات. وهم يضعون التخمينات ويبنون تسلسلًا منطقيًا للعبارات لاستكشاف حقيقة تخميناتهم. كما يُمكنهم تحليل المواقف بتقسيمها إلى حالات. ويمكنهم التعرف على الأمثلة المضادة واستخدامها. وأيضًا يمكنهم تبرير استنتاجاتهم وإخبار الآخرين بها والإجابة على نقاشات الآخرين. وهم يفكرون في البيانات بطريقة استقرائية، مما يؤدي لفرضيات مقبولة تأخذ بعين الاعتبار السياق التي نشأت منه البيانات. ويُمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات أيضًا المقارنة بين كفاءة فرضيتين مقبولتين والتفريق بين المنطق السليم أو القويم وبين المنطق الخاطئ. وفي حالة وجود خطأ في فرضية ما، يستطيعون توضيح ماهية هذا الخطأ. يمكن لطلاب المرحلة الابتدائية بناء فرضيات باستخدام مراجع ملموسة مثل الأجسام والرسومات والرسوم التخطيطية والإجراءات. يمكن أن تكون هذه الفرضيات منطقية وصحيحة، مع أنها ليست معممة ولم تصبح رسمية حتى الصفوف اللاحقة. لاحقًا، يتعلم الطلاب تحديد المجالات التي يمكن تطبيق فرضية ما عليها. يمكن للطلاب في جميع الصفوف الاستماع إلى فرضيات الآخرين أو قراءتها، وتحديد ما إذا كانت منطقية، وطرح أسئلة مفيدة لتوضيح الفرضيات أو تحسينها.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
تتطلب فرضيات الرياضيات السليمة تسلسلًا منطقيًا للعبارات والأسباب. يمكن للطلاب مشاركة أفكارهم بوضوح والدفاع عنها.	• ساعد الطلاب على التمييز بين الفرضيات والتخمينات المنطقية. • مثّل تقييمات الفرضيات الصحيحة والخاطئة.	يتحدث الطلاب ويكتبون عن الرياضيات ويشاركون أفكارهم مع الأخرين. فهم يستنتجون الخلاصات ويضعون التخمينات ويشرحون طريقة استنتاجهم ويثبتون خلاصاتهم ويتحدون خلاصات الآخرين.	• كيف وصلت إلى هذه الإجابة؟ هل هذا صحيح دائمًا؟ • لماذا أفلح ذلك؟ ما الدليل من الرياضيات الذي يمكنك تقديمه؟ • هل يمكنك تقديم "مثال خارج عن التعريف" أو مثال مضاد؟

4 استخدام نماذج الرياضيات.

يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها في حل المسائل التي تظهر في حياتهم اليومية والمجتمع ومكان عملهم. في الصفوف المبكرة، قد يكون ذلك بسهولة كتابة معادلة جمع لوصف موقف ما. وفي الصفوف المتوسطة، قد يطبق الطالب استنتاجًا تناسبيًا لتخطيط حدث بالمدرسة أو تحليل مشكلة في المجتمع. وفي المرحلة الثانوية، قد يستخدم الطالب الهندسة لحل مسألة تصميم أو يستخدم دالة لوصف كيفية اعتماد كمية مرابحة ما على غيرها. إن الطلاب المتفوقين في الرياضيات الذين يمكنهم تطبيق ما يعرفونه يمكنهم بسهولة بناء افتراضات وقيم تقريبية لتبسيط موقف معقد، مدركين أن ذلك قد يحتاج للمراجعة لاحقًا. ويستطيعون تحديد الكميات المهمة في موقف عملي ورسم مخطط بالعلاقات باستخدام أدوات مثل الرسوم التخطيطية، والجداول بمدخلين، والرسوم البيانية والمخططات الانسيابية والمعادلات. ويمكنهم أيضًا تحليل تلك العلاقات في الرياضيات لاستنتاج الخلاصات. كما أنهم يفسرون بشكل روتيني نتائج الرياضيات تلك في سياق الموقف والتفكير في ما إذا كانت النتائج منطقية، وأيضًا تحسين النموذج إذا لم يؤدِ الغرض منه.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
تربط النمذجة الرياضيات والإحصاء في الفصل بالحياة اليومية والعمل واتخاذ القرارات. إن المتوقع من طلاب الصف الثانوي في هذه المرحلة تطبيق الحقائق الهامة المكتسبة في الصفوف المبكرة على مسائل الصف الثانوي.	• اربط النماذج المتاحة بالموقف مرة أخرى. • ناقش مدى ملاءمة العديد من النماذج. • حل مسائل من الحياة اليومية بطرق متعددة.	يختار الطلاب الرياضيات والإحصائيات المناسبة ويستخدمونها لتحليل المواقف، لفهمها بشكل أفضل ولتحسين قراراتهم. يرى الطلاب أن الرياضيات ليست مجرد مجموعة من المهارات ليس لها استخدام في الحياة اليومية.	• كيف يمكنك تمثيل الموقف في الرياضيات؟ • كيف تمثّل المعادلة أو الرسم التخطيطي الموقف؟ • ما الافتراضات التي يمكنك بناءها؟ هل ينبغي عليك بناؤها؟ • هل يمكنك تقديم تقدير جيد للإجابة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xiv_xxii_687146.indd 16 8/22/19 11:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5 استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية.

يراعي الطلاب المتفوقون في الرياضيات الأدوات المتاحة أثناء حل مسألة رياضيات. ويمكن لهذه الأدوات أن تشمل قلم رصاص وورقة، أو نماذج ملموسة، أو مسطرة، أو منقلة، أو حاسبة، أو ورقة بيانات، أو نظام جبري حاسوبي، أو مجموعة إحصائية، أو برنامج هندسي حركي. ويتمتع الطلاب المتفوقون بما يكفي من الدراية بالأدوات الملائمة لصفّهم أو مقررهم الدراسي لاتخاذ قرارات سليمة بشأن الظرف الذي قد تكون فيه هذه الأدوات مفيدة مع إدراكهم لكل من الأفكار التي سيكتسبونها وحدودهم. على سبيل المثال، يحلل طلاب الصف الثانوي المتفوقون في الرياضيات التمثيلات البيانية للدوال والحلول الناتجة عن استخدام حاسبة التمثيل البياني. ويمكنهم اكتشاف الأخطاء المحتملة من خلال استخدام عملية التقدير ومعارف الرياضيات الأخرى بشكل استراتيجي. وعند عمل نماذج الرياضيات، يعرفون أن التكنولوجيا قد تتيح لهم تصور نتائج الافتراضات المختلفة، واستكشاف عواقبها، ومقارنة التنبؤات بالبيانات. ويمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات في مستويات الصفوف المختلفة تحديد مصادر رياضيات خارجية ذات صلة، مثل محتوى رقمي موجود على موقع ويب واستخدامها في طرح المسائل أو حلها. ويمكنهم استعمال الأدوات التكنولوجية لاستكشاف المفاهيم وتعميق فهمهم لها.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
تعد بعض الأدوات، بما في ذلك التقدير والأدوات الافتراضية، أكثر أهمية من غيرها. ويجب على الطلاب فهم فوائد كل أداة وحدودها.	• اجعل مجموعة متنوعة من الأدوات متوفرة في فصلك. وشجّع الطلاب على أن يكون لديهم أدوات متاحة أثناء العمل خارج الفصل. • ناقش مع الطلاب مزايا الأدوات المتنوعة وحدودها.	يأخذ الطلاب القرارات باستمرار حول اختيار أداة/استراتيجية لحل المسألة. ويجب أن تشمل الأدوات المتنوعة أشياء مثل ورقة وقلم وأغراض مادية ووسائل تعليمية يدوية مرئية وحاسبات التمثيل البياني وبرنامج هندسي حركي. ويجب أيضًا أن تشمل على استراتيجيات مثل التقدير أو الرياضيات الذهنية أو ورقة بيانات أو استخدام برنامج بياني أو استخدام الإنترنت في حل المسائل.	• ما الأدوات التي تساعدك على تصور الموقف؟ ما حدود استخدام هذه الأداة؟ • هل تحتاج إلى إجابة دقيقة؟ • كيف يمكنك استخدام التقدير كأداة؟ • هل يمكنك حل هذه المسألة باستخدام أداة أخرى؟

6 مراعاة الدقة.

يحاول الطلاب المتفوقون في الرياضيات مشاركة المعرفة بدقة مع الآخرين. ويحاولون استخدام تعريفات واضحة في مناقشاتهم مع الآخرين وفي استنتاجاتهم الشخصية. ويذكرون معنى الرموز التي اختاروها، بما في ذلك استخدام علامة يساوي بصورة متوافقة ومناسبة. ويحرصون على تحديد وحدات القياس وتسمية المحاور لتوضيح حالات التشابه بين الكميات في أية مسألة. كما أنهم يقومون بعملية الحساب بدقة وكفاءة والتعبير عن الإجابات العددية بدرجة من الدقة تُناسب سياق المسألة. في الصفوف الابتدائية، يقدم الطلاب لبعضهم تفسيرات صيغت بعناية. وبوصولهم للمرحلة الثانوية، يكونون قد تعلموا التحقق من الادعاءات واستخدام التعريفات استخدامًا صريحًا.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
إن الدقة في الرياضيات تعني أكثر من حسابات دقيقة. فهي أيضًا القدرة على التواصل بلغة الرياضيات. في رياضيات المرحلة الثانوية، تؤدي اللغة الدقيقة إلى التواصل الفعال ويمكن استخدامها كأداة للفهم وحل المسائل.	• استخدم لغة رياضيات دقيقة. • وضّح كيفية استخدام أدوات مثل القاموس. • ناقش ما تعنيه بأن يكون التعريف دقيقًا. اجعل الطلاب يتعاونون معًا لكتابة تعريفاتهم الخاصة وتحسينها.	يستخدم الطلاب مفردات واضحة ودقيقة بينما يشرحون طريقة استنتاجهم ويطرحون الأسئلة. ويعرّفون أيضًا سمات القياس بشكل صحيح ويسمون الإجابات ويحددون وحدات القياس ويسمون التمثيلات البيانية ويعرّفون المتغيرات ويستخدمون رموز الرياضيات لتجنب أي سوء فهم.	• كيف يمكن للمعنى الاعتيادي لمصطلح الرياضيات أن يساعدك في تذكر المعنى في سياق الرياضيات؟ • هل يمكنك تقديم بعض الأمثلة وأمثلة خارجة عن التعريف لهذا المصطلح؟ • هل يشبه هذا المصطلح شيئًا تعرفه بالفعل؟ • ما الذي يعنيه رمز الرياضيات؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xiv_xxii_687146.indd 17 8/22/19 11:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

7 محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

يدقق الطلاب المتفوقون في الرياضيات لتمييز نمط أو بنية. قد يلاحظ الطلاب الأصغر، على سبيل المثال، أن جمع ثلاثة وسبعة هو ذاته جمع سبعة وثلاثة، أو قد يصنفون مجموعة أشكال وفقًا لعدد أضلاع الشكل. لاحقًا، سيرى الطلاب أن 8×7 تساوي ما يتذكرونه جيدًا من أن $3 \times 7 + 5 \times 7$. استعدادًا لتعلم خاصية التوزيع. في التعبير $x^2 + 9x + 14$، يمكن أن يرى الطلاب الأكبر أن 14 هي 7×2 وأن 9 هي $7 + 2$. وهم يدركون أهمية المستقيم الموجود في الشكل الهندسي، ويمكن استخدام استراتيجية رسم مستقيم مساعد لحل المسائل. ويمكنهم كذلك الرجوع خطوة لإلقاء نظرة عامة وتغيير منظورهم. ويمكنهم رؤية الأشياء المعقدة، مثل بعض التعابير الجبرية، كأشياء مفردة أو تتألف من عدة أشياء. على سبيل المثال، يمكنهم رؤية $5 - 3(x - y)^2$ على أنها 5 ناقص عدد موجب مضروب في مربع واستخدام ذلك لمعرفة أن قيمته لا يمكن أن تكون أكثر من 5 لأي أعداد حقيقية من x و y.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
تعتمد الرياضيات على بنية محددة جيدًا. ويبحث الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن هذه البنية لإيجاد طرق أسهل لحل المسائل.	• اطلب من الطلاب التحدث عن ما يرونه في التركيب الخاص بالتعبيرات والمعادلات. • شجّع الطلاب على التفكير في خصائص الأشكال التي يعرفونها وكيفية تطبيق تلك الخصائص على الشكل الموجود بالمسألة.	يستخدم الطلاب الخصائص لمساعدتهم بوسائل بديلة للحل. يستفيد الطلاب من مقارنة الحدود ويبحثون عن اختصارات للحلول. فهم يستخدمون منظِمات البيانات والمطويات لتوضيح الأمثلة/الأمثلة الخارجة عن التعريف وتصنيف الأشكال/الأعداد وشرح تركيب التعبيرات الجبرية.	• كيف يمكنك استخدام ما تعرفه بالفعل لمساعدتك في حل هذه المسألة؟ • كيف يمكن أن يساعدك ما تعرفه عن الأعداد الصحيحة عند العمل مع متعددات الحدود؟ • ما الأشكال التي تراها في هذا الشكل؟ هل يمكننا إضافة مستقيم أو قطعة مستقيمة أخرى لمنحنا معلومات أكثر؟

8 البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

يلاحظ الطلاب المتفوقون في الرياضيات ما إذا كانت العمليات الحسابية متكررة، ويبحثون عن الطرق العامة والمختصرة على حد سواء. قد يلاحظ طلاب المرحلة الابتدائية العليا أنه عند قسمة 25 على 11 فهم يكررون الحسابات ذاتها مراراً وتكراراً، ويستنتجون أن لديهم كسرًا عشريًا متكررًا. ومن خلال الاهتمام بحساب الميل حيث يتحققون بصورة متكررة مما إذا كانت النقاط على المستقيم الذي يمر خلال النقطة (1, 2) بميل 3، قد يقوم طلاب المرحلة المتوسطة باستخلاص المعادلة $\frac{y-2}{x-1} = 3$. وملاحظة التوافق في الطريقة التي تُلغى بها الحدود عند توسيع $(x - 1)(x + 1)$، $(x - 1)(x2 + x + 1)$ و$(x - 1)(x3 + x2 + x + 1)$ قد تقودهم إلى الصيغة العامة لمجموع متسلسلة هندسية. وبينما يعمل الطلاب المتفوقون في الرياضيات على حل مسألة ما، فهم يحافظون على مراقبة العملية مع مراعاة التفاصيل. ويقيّمون باستمرار مدى منطقية نتائجهم الوسطية.

ماذا يعني ذلك؟	ما الذي يمكنني فعله؟	كيف يبدو الأمر؟	ما الأسئلة التي أطرحها؟
وُصِفت الرياضيات بأنها دراسة الأنماط. ويمكن أن يؤدي التعرف على نمط ما إلى نتائج أكثر سرعة وكفاءة.	• اعرض على الطلاب عددًا محددًا من الأمثلة ثم أرشدهم لاستنتاج خلاصة ما. • أشِر إلى الأنماط بينما تعمل على حل المسائل وناقش معهم المفاهيم.	يبحث الطلاب على الاختصارات أو التعميمات. فهم يجربون العديد من الأمثلة المحددة ثم يكوّنون حالة عامة. إن الخبرات المتكررة في وصف تفكير الطلاب تساعدهم في الربط بين ما يعرفونه والمواقف الجديدة التي تتطلب تفكيرًا مماثلًا.	• هل ترى نمطًا؟ • هل هذا النمط يشبه نمطًا ما رأيته من قبل؟ • هل تشبه هذه المسألة شيئًا تعرفه بالفعل؟ • كيف يصلح ذلك مع الأعداد الأخرى؟ هل يصلح ذلك في جميع الأوقات؟ كيف علمت ذلك؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_FM_xiv_xxii_687146.indd 18 8/22/19 11:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

ملاحظات

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

1 الهدف الأساسي من الوحدة

استخدام دليل الطالب التفاعلي

يمكن استخدام دليل الطالب التفاعلي (ISG) مع كتاب الرياضيات المتكاملة 1.

درس دليل الطالب التفاعلي	الرياضيات المتكاملة 1
1.1	الدرس 1-1
1.2	الدرس 1-2
1.3	الدرسان 1-3، 1-4
1.5	الدرس 1-4
1.6	الدرس 1-5
1.7	الدرس 1-6

نصائح للتدريس

م٠ م٠ ر 2

يمنح السؤال التمهيدي للدرس 1.1 الطلاب فكرة عن **معيار الممارسة في الرياضيات 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكميّة)**. وضّح للطلاب أن التعبير $14x + 5$، وحده يعتبر تعبير رياضيات «مجرد». بعبارة أخرى، يمكن معالجته وفهمه باستخدام قواعد الرياضيات ولكن هذا لا يعني بالضرورة أنه يحمل معنى مفيدًا الحياة اليومية. وضّح للطلاب أن سيناريو طلب الكتب عبر الإنترنت يُعد بمثابة «سياق» في حد ذاته. سيرى الطلاب العديد من الأمثلة على هذا طوال مدة الدورة الدراسية ولديهم العديد من الفرص للانتقال ما بين الرياضيات التجريدية والرياضيات المرتبطة بسياق.

1 التعابير والمعادلات والدوال

الهدف الأساسي من الوحدة التعرّف على بعض مما ستستكشفه في هذه الوحدة. الإجابة عن الأسئلة التمهيدية. عند الانتهاء من كل درس، ارجع إلى تلك الصفحات للتحقق من عملك.

ماذا سوف تتعلم	سؤال مراجعة
الدرس 1.1: المتغيرات والتعابير	
تفسير أجزاء احد التعابير، مثل الحدود والعوامل والمعاملات. استخدام بنية التعبير لتحديد طرائق إعادة كتابته.	التعبير $14x + 5$ يمثل تكلفة طلب x نسخة من أحد الكتب عبر الإنترنت، بما في ذلك رسوم الشحن. أي حد في التعبير يمثل رسم الشحن؟ كيف عرفت ذلك؟ **العدد 5 في التعبير هو رسم الشحن لأن هذا الحد من التعبير لا يعتمد على عدد الكتب التي طُلبت.**
الدرس 1.2: ترتيب العمليات	
تفسير التعابير المعقدة عن طريقة عرض واحد أو أكثر من أجزائها على هيئة كيان واحد. استخدام بنية التعبير لتحديد طرائق إعادة كتابته.	كيف توجد قيمة التعبير $3 + 6 \div 18 - 5^2$؟ هل تحصل على نتيجة مختلفة إذا كان التعبير مكتوبًا بالطريقة التالية $(3 + 6) \div 18 - 5^2$؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالنفي. **وفقًا لترتيب العمليات، تُبسّط الأسس أولاً وتتبعها عمليتا الضرب والقسمة من اليسار إلى اليمين ثم الجمع والطرح من اليسار إلى اليمين. بوجود الأقواس، تصبح القيمة 23 بدلاً من 25 لأننا نوجد قيمة $(3 + 6)$ أولاً.**
الدرس 1.3: خصائص الأعداد	
استخدام بنية احد التعابير لتحديد طرائق إعادة كتابته. تفسير التعابير المعقدة عن طريق عرض واحد أو أكثر من أجزائها على هيئة كيان واحد.	كيف يمكنك إعادة كتابة التعبير 8×89 بحيث يتم تبسيطه باستخدام الحساب الذهني؟ $8 \times 89 = 8(90 - 1) = 8 \times 90 - 8 \times 1 =$ $720 - 8 = 712$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_002_003_687146.indd 2 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

ماذا سوف تتعلم	سؤال مراجعة
الدرس 1.5: المعادلات	
تكوين معادلات ومتباينات بمتغير واحد. واستخدامها لحل المسائل. حل المعادلات والمتباينات الخطية بمتغير واحد بما في ذلك المعادلات ذات المعاملات الممثلة بالأحرف. توضيح أن كل خطوة من خطوات حل المعادلة البسيطة تتبع إثبات مساواة الأعداد بالخطوة التي تسبقها بدءًا من الافتراض بأن المعادلة الأصلية لها حل. وضع فرضية عملية لتبرير طريقة الحل.	أنفق سمير AED 7.75. دون حساب الضريبة، في المتجر حيث اشترى دفترًا بتكلفة AED 2.50 و 3 أقلام. اكتب المعادلة وحلها لإيجاد سعر كل قلم. **افترض أن x = تكلفة كل قلم، $3x + 2.50 = 7.75$؛ $x = 1.75$؛** **يبلغ سعر كل قلم AED 1.75**
الدرس 1.6: العلاقات	
فهم أن التمثيل البياني للمعادلة بمتغيرين يمثل مجموعة جميع حلولها معينة بالنقاط على المستوى الإحداثي، وهو غالبًا ما يشكل منحنيًا والذي (قد يكون مستقيمًا). **يتناول أيضًا:** F.IF.1	استخدم رمز المجموعة لكتابة مجال العلاقة ومداها $\{(-2, 3), (4, 4), (4, 5), (5, -8)\}$. **المجال: $\{5, 4, -2\}$؛ المدى: $\{-8, 5, 4, 3\}$**
الدرس 1.7: الدوال	
فهم أن الدالة من مجموعة ما (تُسمى المجال) لمجموعة أخرى (تُسمى المدى) تعين لكل عنصر في المجال عنصرًا واحدًا بالتحديد في المدى. إذا كانت f دالة و x عنصرًا في مجالها، فإن $f(x)$ يشير إلى مخرج f المقابل للمدخل x. التمثيل البياني الذي يمثل f هو التمثيل البياني للمعادلة $y = f(x)$. استخدام رمز الدالة وإيجاد قيمة الدوال المقابلة للمدخلات في مجالاتها. وتفسير العبارات التي تستخدم رمز الدالة بدلالة السياق. ربط مجال الدالة بتمثيلها البياني، وبالعلاقة الكمية التي تصفها حيثما ينطبق ذلك.	قال أحد الطلاب إن العلاقة $\{(-2, 3), (4, 4), (4, 5), (5, -8)\}$ هي دالة. هل تتفق معه؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالنفي. **لا؛ قيمة المجال 4 مقترنة بقيمتيّ مدى مختلفتين، لذا فالعلاقة لا يمكن أن تكون دالة.** المبلغ المالي الموجود في حساب ندى المصرفي، بالدراهم، بعد فتحها الحساب بعدد n من الشهور يتمثل في الدالة $b(n) = 50n + 100$. فما معاني القيمتين 50 و 100؟ ما الرصيد الموجود بحساب ندى بعد 10 شهور؟ **العدد 50 معناه أن ندى تجمع AED 50 إلى حسابها كل شهر، والعدد 100 معناه أن ندى فتحت حسابها بمبلغ AED 100.** **ستحصل ندى على AED 600 في حسابها بعد 10 شهور.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للتدريس

م٠ م٠ ر 2

يمكن الاستفادة من السؤال التمهيدي للدرس 1.4 كنقطة البدء لمناقشة موجزة حول **معيار الممارسة في الرياضيات 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. وضح للطلاب أن النمذجة في الرياضيات هي عملية استخدام الرياضيات لوصف مواقف الحياة اليومية و/أو التعامل مع مسائل الحياة اليومية. اطلب من الطلاب أن يذكروا موقف الحياة اليومية الموجود في هذا السؤال بأسلوبهم الخاص. ثم اسألهم كيف يمكن الاستفادة من الرياضيات لحل هذه المشكلة. أخبر الطلاب بأن المعادلات هي إحدى الطرق لتمثيل مواقف الحياة اليومية ووضح أنه سيكون لديهم العديد من الفرص لوضع واستخدام هذا النوع من النماذج خلال هذه الدورة الدراسية.

الوحدة 1 الهدف الأساسي من الوحدة 3

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_002_003_687146.indd 3 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات:
2, 3, 4, 7, 8

المتطلبات الأساسية

- أجرِ العمليات بالأعداد النسبية

مثال 1

نصائح للتدريس

م٠م٠ر 5

قد ترغب في ربط ذلك **بمعيار الممارسة في الرياضيات 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية)**. قد يستفيد المتعلمون بطريقة التعلم الحركي بشكل خاص من استخدام وسائل تعليمية يدوية ملموسة في بناء مراحل النمط بأنفسهم. وقد يستفيد الطلاب من استخدام المربعات أو غير ذلك من الأجسام الأخرى لإنجاز المرحلتين 4 و 5 من النمط مما يساعدهم في التحقق من إكمالهم الجدول بشكل صحيح.

الأسئلة الداعمة

- ما وجه المقارنة بين كل مرحلة من النمط والمرحلة التي تسبقها؟ **تتم إضافة صف رأسي يتكون من بلاطة واحدة سوداء وبلاطتين بيضاويين إلى الجانب الأيمن من المرحلة السابقة**
- كم عدد البلاطات البيضاء التي قد تحتاجها للمرحلة 10؟ وكم عدد البلاطات السوداء؟ 20; 13
- كيف يمكنك التحقق أن التعابير التي كتبتها صحيحة؟ **تحقق لترى إن كان التعبير يقدم العدد الصحيح من البلاطات، عندما تكون n = 1, 2, 3.**

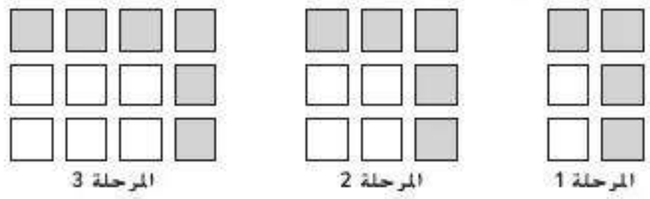
الأهداف

- كتابة التعابير الجبرية.
- استخدام بنية تعبير ما لتحديد طرائق لإعادة كتابته.
- تفسير أجزاء من التعبير.

يتألف **التعبير الجبري** من نواتج جمع و/أو ضرب الأعداد والمتغيرات. قد يكون **حد** التعبير عددًا أو متغيرًا أو ناتج ضرب أو ناتج قسمة الأعداد والمتغيرات. فعلى سبيل المثال، في التعبير 24m + 5n + 0.1، هناك ثلاثة حدود: "24m"، "و" 5n، "و" 0.1.

مثال 1 **اكتب تعبيرًا جبريًا**

الاستكشاف **تصمم أسرة آل حسين ممرًا جديدًا لحديقتهم. ويستخدمون بلاطات مربعة بيضاء وسوداء لعمل نمط سيستخدمونه لبناء الممر.**



a. **إيجاد نمط** أكمل الجدول.

المرحلة	1	2	3	4	5
عدد البلاطات البيضاء	2	4	6	8	10
عدد البلاطات السوداء	4	5	6	7	8
إجمالي البلاطات	6	9	12	15	18

b. **إيجاد نمط** فلنفترض أن أسرة آل حسين ترغب في عمل مرحلة n من النمط. اكتب تعبيرًا لعدد البلاطات البيضاء التي سيحتاجونها. اشرح كيفية كتابتك للتعبير.
2n؛ عدد البلاطات البيضاء أكبر بمرتين من رقم المرحلة؛ وهذا يأتي في صورة n × 2 أو في صورة 2n.

c. **إيجاد نمط** اكتب تعبيرًا لعدد البلاطات السوداء التي سيحتاجون اليها لعمل المرحلة n من النمط. اشرح كيفية كتابتك للتعبير.
n + 3؛ عدد البلاطات السوداء أكبر بثلاث مرات من رقم المرحلة؛ وهذا يأتي في صورة n + 3 أو في صورة n + 3.

d. **استخدام البنية** اكتب تعبيرًا لإجمالي عدد البلاطات التي سيحتاجون اليها لعمل المرحلة n من النمط. هل توجد أكثر من طريقة واحدة لكتابة التعبير؟ اشرح.
الإجابة النموذجية: n + 3 + 2n؛ يمكنك أيضًا كتابة هذا في صورة n + 3 + 2n إذا بدأت بعدد البلاطات السوداء ثم أضفت إليه عدد البلاطات البيضاء.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

معلومات أساسية في الرياضيات

التعبير الجبري: طريقة تسجيل سلسلة مكونة من عملية أو أكثر من العمليات الحسابية والتي تضم أعدادًا و/أو متغيرات. في هذا الدرس، سيكون التركيز على تفسير أجزاء التعبير. سيكون الطلاب الذين يتمتعون بطلاقة التفكير في الرياضيات قادرين على فهم التعبير 3y + 7 على أنه "3 أضعاف العدد مجموعًا إلى 7". بيد أن بإمكانهم أيضًا فهمه على أنه جزءان منفصلان: 3y والتي قد تمثل تكلفة y من الشطائر تبلغ تكلفة كل منها 3 AED. والعدد 7 الذي قد يمثل تكلفة عدد طبق خضروات بتكلفة 7 AED. يرسي هذا الدرس هذه الفكرة باستخدام التعابير البسيطة، ولكن سيكتسب الطلاب مزيدًا من الخبرة بالتعامل مع التعابير الأكثر تعقيدًا. أثناء تقدمهم خلال المقرر الدراسي.

لاحظ أن الطلاب قد يخلطون أحيانًا بين التعابير والمعادلات. المعادلة: عبارة رياضيات توضح أن هناك تعبيرين متساويين.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_004_007_687146.indd 4 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

e. **استخدام من البنية** www قيمة تعبيرك من **الجزء** "d" لقيم n = 1, 2, 3, 4, 5 للتحقق من أنه يؤدي إلى القيم نفسها الموجودة في الصف السفلي من الجدول في **الجزء** "a".

2(1) + 1 + 3 = 6; 2(2) + 2 + 3 = 9; 2(3) + 3 + 3 = 12; 2(4) + 4 + 3 = 15; 2(5) + 5 + 3 = 18

يمكن كتابة تعبير لفظي مثل " أكثر بمقدار 3 من عدد البلاطات البيضاء" في صورة تعبير جبري n + 3 لأن الكلمتين "أكثر من" تناظران الجمع.

المفهوم الأساسي

أكمل الجدول بكتابة العملية التي تناظران مع كل مجموعة من العبارات الكلامية.

العبارات اللفظية	العملية
أكثر من، مجموع، زائد، زيادة بمقدار، مضافًا إلى	**الجمع**
أقل من، بالطرح من، الفارق، ينقص بمقدار، ناقص	**الطرح**
ناتج ضرب، مضروبًا في، ضرب	**الضرب**
ناتج قسمة، مقسومًا على	**القسمة**

مثال 2 **تفسير أجزاء من التعبير**

التعبير 6 + 12.5y + 8x يوضح التكلفة الإجمالية بالدراهم لطلب عدد x من القمصان و عدد y من القبعات من موقع إلكتروني. تشتمل التكلفة على رسوم للشحن وهي ثابتة بغض النظر عن عدد القمصان أو القبعات التي تطلبها.

a. **استخدام من البنية** ما الذي يمثله المعامل 8 في التعبير؟ ما الذي يمثله الحد 8x؟ اشرح.

المعامل 8 يمثل تكلفة كل قميص؛ والحد 8x يمثل التكلفة الإجمالية للقمصان؛ فعليك ضرب عدد القمصان x في تكلفة كل قميص للحصول على التكلفة الإجمالية.

b. **استخدام البنية** ما الذي يمثله المعامل 12.5 في التعبير؟ ما الذي يمثله الحد 12.5y؟ اشرح.

المعامل 12.5 يمثل تكلفة كل قبعة؛ والحد 12.5y يمثل التكلفة الإجمالية للقبعات؛ فعليك ضرب عدد القبعات y في تكلفة القبعة للحصول على التكلفة الإجمالية.

c. **استخدام البنية** ما رسوم الشحن؟ اشرح كيف عرفت الحل.

6 AED؛ لا يعتمد هذا الجزء من التعبير على عدد القمصان أو القبعات الذي تطلبها.

d. **استخدام البنية** كيف سيختلف التعبير الذي يمثل التكلفة الإجمالية إذا قررت الشركة زيادة سعر كل قميص وكل قبعة بقيمة 1.50 AED؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

م.م.د 7

نصائح للتدريس

قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في تفسير معاملات تعبير الرياضيات كمبالغ بالدرهم. قد يكون من المفيد إعادة كتابة المعامل 12.5 في صورة 12.50 لتوضيح أن هذا المعامل يمثل تكلفة 12.50 AED لكل قبعة.

الأسئلة الداعمة

- كم عدد الحدود الموجودة في التعبير المقدم؟ **3**
- ما الذي يجعل بعض الحدود تختلف عن الأخرى؟ **يحتوي أول حدَّين، 8x و12y، على متغيرين. بينما يعتبر الحد الأخير 6 ثابتًا.**
- كيف تستخدم التعبير لإيجاد التكلفة الإجمالية لطلب 4 قمصان و6 قبعات؟ **استبدل x = 4 و y = 6، ثم حوّل التعبير لأبسط صورة.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يقدم **المثال 2** فرصةً لتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 7 (إيجاد البنية واستخدامها)**. ينص المعيار على أنه ينبغي أن "يتمكن الطلاب من رؤية الأشياء المعقدة، مثل بعض التعابير الجبرية، على أنها أجزاء مفردة أو على أنها تتألف من عدة أجزاء." ساعد الطلاب على رؤية التعبير الموجود في المثال على أنه يتألف من جزءين: متغير يعتمد على عدد القمصان والقبعات التي تم طلبها، وجزء ثابت لا يعتمد على الكميات التي تم طلبها. إضافة إلى ذلك، ينبغي أن يكون الطلاب قادرين على التعمق إلى حد أكبر لتحليل الحدود الفردية 8x و12.5y. وفي كل الأحوال، يمثل المعامل وحدة تكلفة قميص أو قبعة.

5 1.1 المتغيرات والتعابير

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_004_007_687146.indd 5 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

التمرين

ربط التمارين بالمعايير

في**التمارين 1 و 4 و 5 و 7**، يجب أن يكتب الطلاب التعبير لموقف معين بطريقة مختلفة تحقق المعيار **A.SSE.2**.

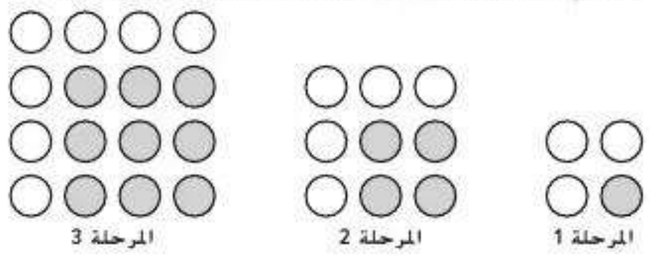
في**التمارين 2 و 3 و 6 و 8** يفسر الطلاب حدود التعبير المقدم بحسب السياق أو يكتبون تعابير تطابق موقفًا معينًا يحقق المعيار **A.SSE.1a**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	7, 8
2	7
3	2
4	7
5	3
6	7
7	4
8	7

تمرين

1. استخدم حسن اقراص عدّ زرقاء وبيضاء لعمل النمط الموضح ادناه.



a. **إيجاد نمط** اكتب تعبيرًا يمثل عدد اقراص العدّ الزرقاء في المرحلة n وتعبيرًا يمثل عدد اقراص العدّ البيضاء في المرحلة n. ما الذي توضحه لك التعابير عن عدد اقراص العدّ من كل لون في المرحلة n؟

زرقاء: n^2؛ بيضاء: $1 + 2n$؛ عدد قطع العد الزرقاء يساوي رقم المرحلة مضروبًا في نفسه.

وعدد قطع العد البيضاء أكثر بواحد من ضعف رقم المرحلة.

b. **استخدام البنية** اكتب تعبيرين مختلفين يمثلان العدد الإجمالي لأقراص العد في المرحلة n. اشرح كيفية معرفتك بأن التعبيرين صحيحان.

$1 + 2n + n^2$ أو $n^2 + 1 + 2n$؛ يمكن البدء بعدد قطع العد الزرقاء ثم جمع عدد قطع العد البيضاء،

أو يمكن البدء بعدد قطع العد البيضاء ثم جمع عدد قطع العد الزرقاء.

2. **استخدام البنية** التعبير $13.25d + 6.5$ يعطي التكلفة الإجمالية بالدراهم لاستئجار دراجة وخوذة لعدد d من الأيام. لا يعتمد رسم تأجير الخوذة على عدد الأيام.

a. ما معامل d؟ ما الذي يمثله؟

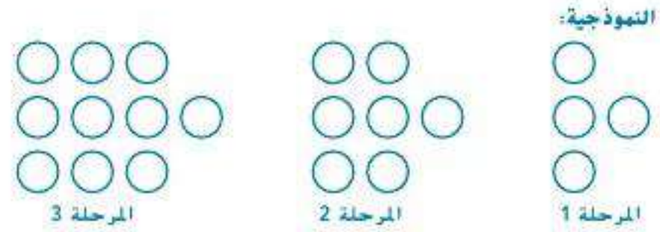
13.25؛ يمثل التكلفة مقابل استئجار الدراجة بدون الخوذة في اليوم (13.25 AED).

b. كيف سيختلف التعبير إذا تضاعفت تكلفة الخوذة؟

سيصبح التعبير كالتالي $13.25d + 13$

3. **التفكير بطريقة تجريدية** يصنع جابر نمطًا مستخدمًا اقراص العد الملونة. ويتنامى النمط بطريقة يمكن توقعها في كل مرحلة من مراحل النمط. التعبير $3n + 1$ يوضح العدد الاجمالي لأقراص العد الملونة في كل مرحلة من مراحل النمط. اصنع رسمًا تصوريًا لتوضيح كيف سيبدو النمط الخاص بجابر. ارسم المراحل 1 و 2 و 3.

الإجابة النموذجية:



حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعالم مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 1**، قد يكتب الطلاب تعبيرًا يصلح لبعض مراحل النمط، ولكن لا يصلح لجميع المراحل. فعلى سبيل المثال، قد يلاحظ الطالب وجود 3 قطع عدّ بيضاء في المرحلة 1، فيكتب $3n$ أو $n + 2$ لتمثيل عدد قطع العدّ البيضاء. ويكون كلا هذين التعبيرين غير صحيح، حيث إنهما لا يصلحان للمراحل الأخرى للنمط.

إذا واجه الطلاب صعوبة في كتابة التعابير الصحيحة، فاقترح أن يقوموا بإجراء الخطوة الوسيطة الخاصة بوضع جدول ومحاولة إيجاد نمط، كما فعلوا في **المثال 1**. ثم اطلب منهم التحقق من أن تعابيرهم تصلح لجميع المراحل الموجودة في الجدول.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_004_007_687146.indd 6 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

يوضح الجدول أسعار عدة أغراض في متجر مستلزمات مكتبية.
استخدم الجدول في حل التمارين 6-4.

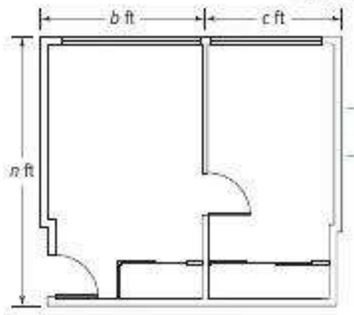
العنصر	السعر
دباسة	AED 5.99
حامل شريط لاصق	AED 3.50
ورق ملاحظات لاصق	AED 3.25
قلم حبر	AED 1.75

4. **استخدام البنية** تشتري سلمى s دباسة وg قلم حبر.
ومعها قسيمة بخصم AED 2 من التكلفة الإجمالية لمشترياتها. اكتب
تعبيرين مختلفين يمكن استخدامهما لإيجاد التكلفة الإجمالية قبل احتساب قيمة الضريبة.
الإجابة النموذجية: $1.75g + 5.99s - 2$؛ $5.99s + 1.75g - 2$

5. **تفكير ناقد** يشتري عبد الرحمن x موزعات شريط لاصق و x رزمة ورق ملاحظات لاصق. ويقول
إنه يستطيع استخدام التعبير $6.75x$ لإيجاد التكلفة الإجمالية لهذه الأغراض قبل احتساب الضريبة.
هل تتفق معه؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالنفي.
أتفق؛ فحامل الشريط اللاصق ورزمة ورق الملاحظات اللاصق يكلفان AED 3.25 + AED 3.50 = AED 6.75.
ويشتري x زوجًا من حوامل الشريط اللاصق ورزم ورق الملاحظات اللاصق بتكلفة $6.75x$.

6. **استخدام البنية** يشتري عبد الله s رزمة من ورق الملاحظات اللاصق وقلم حبر واحدًا. وهو
يستخدم التعبير $1.08(3.25s + 1.75)$ لإيجاد التكلفة الإجمالية. في رأيك، ما الذي يمثله 1.08 في
التعبير؟ اشرح.
يتم فرض ضريبة مبيعات قيمتها 8%؛ والضرب في 1.08 يوضح التكلفة الإجمالية بما فيها ضريبة المبيعات.

7. **استخدام نموذج** يوضح الشكل رسمًا تخطيطيًا لشقة من غرفتين. اكتب تعبيرًا يمثل مساحة
الشقة، بالقدم المربع، وذلك بإيجاد مساحة كل غرفة أولاً ثم الجمع بعدها. ثم صف
كيف يمكنك كتابة التعبير بطريقة مختلفة.



$bn + cn$؛ كما يمكنك إيجاد طول كل ضلع من أضلاع الشقة، n و $c + b$، ثم
الضرب: $n(b + c)$

8. **استخدام البنية** صف موقفًا يمكن تمثيله بكل تعبير.
a. $9.95 + 0.75b$
الإجابة النموذجية: التكلفة الإجمالية للبيتزا، إذا كانت البيتزا تكلف
AED 9.95 بالإضافة إلى AED 0.75 مقابل كل إضافة، b.
b. $15x - 5x$
الإجابة النموذجية: تكلفة شراء x قبعة، إذا كان السعر المعتاد لكل قبعة هو AED 15
ويتم عرضها للبيع بتخفيض قيمته AED 5.
c. $59c - 25c - 30$
الإجابة النموذجية: ربح المتجر في أغلفة الحواسب اللوحية، إذا كان المتجر يدفع AED 30
رسوم شحن بالإضافة إلى AED 25 لكل غلاف حاسب لوحي ويبيعها مقابل AED 59 لكل غلاف

حقوق الطبع والتأليف © تعود لشركة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 7**، قد يكتب الطلاب التعبير $nb + c$ لتمثيل مساحة الشقة. ويعتبر ذلك خطأ، حيث ينقص التعبير الأقواس. وينبغي أن يُكتَب التعبير على النحو $n(b + c)$. لإقناع الطلاب أن هاتين الطريقتين لكتابة التعبير مختلفتان ، اطلب منهم إيجاد قيمة مساحة الشقة باستخدام قيم عددية محددة لكل من n و b و c. لاحظ أن الطلاب سيكتسبون مزيدًا من المهارة في استخدام الأقواس في الدرسين التاليين.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

استخدم **التمرين 3** لتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكمّية)**. يبدأ هذا التمرين بطريقة تجريدية، بتقديم تعبير جبري يمثل عدد قطع العد اللازمة لوضع كل مرحلة من مراحل النمط. ساعد الطلاب على الانتقال إلى الواقع الملموس بمناقشة حقيقة أن التعبير $3n + 1$ يتكون من "جزء متزايد" ($3n$) "وجزء ثابت" (1). ويقدم ذلك قرينة هامة عن النمط. قد يرغب الطلاب في البدء في وضع نمط ملائم من خلال وضع قطعة عد واحدة على حافة النمط؛ بحيث يمثل ذلك الجزء الذي لا يتغير. ثم يمكنهم إضافة صفوف من قطع العد والتي تزيد من مرحلة لأخرى وفقًا للقاعدة $3n$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_004_007_687146.indd 7 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

1.2 ترتيب العمليات

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

المتطلبات الأساسية

- أجرِ العمليات بالأعداد النسبية
- أوجد مساحات ومحيط الأشكال البسيطة
- احسب النسب المئوية

مثال 1

نصائح للتدريس

م٠م٠ر 5

يقدم الشرح ربطًا **بمعيار الممارسة في الرياضيات 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. إذا لم يكن الطلاب على ثقة بالكيفية التي ينبغي عليهم المتابعة بها، فشجعهم على محاولة إيجاد قيمة التعابير بطرق مختلفة. وعندما يجدون قيمة التعبير بشكل صحيح، سيجدون القيمة بين الخيارات المقدمة. يساهم السماح للطلاب بتجربة حل التعابير بهذه الطريقة في منحهم الفرصة ليجدوا طريقتهم الخاصة لحل المسائل.

الأسئلة الداعمة

- في التعبير $26 - 15 + 4 - 1 + 14$. هل تحصل على نفس القيمة إذا قمت بجميع عمليات الجمع ثم جميع عمليات الطرح مقابل القيام بالعمليات من اليسار إلى اليمين؟ **لا؛ ستكون القيمة 5– أو 28 بناءً على الطريقة.**
- كيف تعرف أيًا من هذه الطرق هي الصحيحة؟ **الطريقة الثانية هي الصحيحة حيث إن AED 28 أحد خيارات الإجابات.**

معلومات أساسية في الرياضيات

يعتبر ترتيب العمليات إجراءً قياسيًا لإيجاد قيمة التعابير العددية. باستخدام هذه الخطوات المتفق عليها، فإن جميع من يجدون قيمة تعبير سيحصلون على نفس النتيجة.

ولكي تسهل على الطلاب تذكر ترتيب العمليات، ساعدهم على حفظ الجملة التالية "أقبل الأستاذ ضاحكًا وقابل جميع طلابه". والتي تمثل الحروف الأولى من كلماتها ترتيب العمليات خلال إيجاد قيمة التعبير: الأقواس ثم الأس ثم الضرب والقسمة ثم الجمع والطرح. تأكد من أن يفهموا أنه يجب إجراء جميع عمليات الضرب والقسمة بالترتيب الذي تكون عليه في التعبير من اليسار إلى اليمين. وينطبق ذلك على جميع عمليات الجمع والطرح.

1.2 ترتيب العمليات

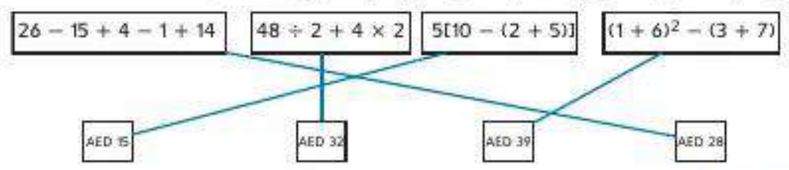
الأهداف

- إيجاد قيمة التعابير باستخدام ترتيب العمليات.
- استخدام بنية تعبير ما لتحديد طرائق لإعادة كتابته.
- تفسير أجزاء من التعبير.

إيجاد قيمة تعبير تعني حـل ذلك التعبير. حين توجد قيمة تعبيرٍ معقدٍ يحتوي على عمليات متعددة، فينبغي عليك إجراء العمليات بالترتيب الصحيح للحصول على قيمة التعبير الصحيحة.

مثال 1 **جـد قيمة التعابير**

الاستكشاف ابتكرت علياء لعبة. فكتبت تعابير على قصاصات ورقية تُمثّل مبالغ مختلفة من المال. وأمام اللاعب 10 ثوانٍ لمطابقة كل تعبير مع المبلغ المناسب له.



a. **التخطيط للحل** جـد قيم التعابير. ارسم خطًا يمتد من كل تعبير إلى القيمة الصحيحة.

b. **تفكير ناقد** قال معاذ إنه من أجل إيجاد قيمة $14 + 1 - 4 + 15 - 26$ فستجري عمليتي الجمع ثم عمليتي الطرح. هل تتفق معه؟ اشرح.
لا؛ فهذا يؤدي إلى $-8 = 15 - 19 - 26$، وهذا خاطئ. لإيجاد القيمة الصحيحة، اجمع واطرح من اليسار إلى اليمين.

c. **استخدام الأدوات** استخدم آلتك الحاسبة لإيجاد قيمة العملية $48 \div 2 + 4 \times 2$. هل تُظهر القيمة الصحيحة؟ إذا كان الأمر كذلك، فبأي ترتيب تُجري الآلة العمليات؟ وإذا كان الأمر عكس ذلك، ففي رأيك، بأي ترتيب تُجري الآلة العمليات؟
تستند الإجابة إلى الآلة الحاسبة؛ فالآلات الحاسبة التي تعطي القيمة الصحيحة تنفّذ الضرب والقسمة قبل الجمع؛ والآلات الحاسبة التي تعطي القيمة الخاطئة تُجري العمليات من اليسار إلى اليمين.

d. **التواصل بدقة** ما القواعد التي يمكنك تحديدها عن رموز التجميع. مثل الأقواس والأسس حتى تحصل على القيم الصحيحة من العملية $5[10 - (2 + 5)]$ والعملية $(1 + 6)^2 - (3 + 7)$؟
جـد قيمة التعبير داخل مجموعة رموز التجميع الداخلية أولاً؛ ثم جـد قيمة الأسس.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_008_011_687146.indd 8 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تُسمى القاعدة التي تصف الترتيب الذي يجب عليك اتباعه لإجراء العمليات باسم **ترتيب العمليات**.

المفهوم الأساسي

أكمل الجدول بكتابة ترتيب العمليات.

العمليات	ترتيب العمليات
الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.	الخطوة 1: **إيجاد قيم التعابير داخل رموز المجموعات.**
الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.	الخطوة 2: **إيجاد قيم جميع القيم الأسية.**
إيجاد قيم التعابير داخل رموز المجموعات.	الخطوة 3: **اضرب و/أو اقسم من اليسار إلى اليمين.**
إيجاد قيم جميع القيم الأسية.	الخطوة 4: **اجمع و/أو اطرح من اليسار إلى اليمين.**

مثال 2 **اكتب تعبيرًا وجد قيمته**

يشتري محمد سجادة لغرفة مربعة طول ضلعها s قدمًا. يبين الجدول سعر السجادة وسعر الجزء المعدني الذي يُثبّت حافتها.

العنصر	السعر
السجادة	AED 2.65 لكل قدم مربع
الجزء المعدني	AED 0.20 لكل قدم

a. **استخدام نموذج** الجزء المعدني يُثبّت السجادة بكامل امتداد محيط الغرفة، باستثناء مدخلها. وهو بعرض 3 ft. اكتب تعبيرًا يدل على الطول الإجمالي للجزء المعدني الذي سيحتاجه محمد. اشرح.

$4s - 3$؛ محيط الغرفة هو 4 أضعاف طول الضلع الواحد؛ ثم اطرح 3 أقدام تمثل طول المدخل.

b. **استخدام نموذج** اكتب تعبيرًا يمكن لمحمد أن يستخدمه لحساب التكلفة الإجمالية للسجادة والجزء المعدني لغرفة أضلاعها بطول s قدمًا. اشرح ما الذي يمثله كل مصطلح في التعبير الذي وضعته.

$2.65s^2 + 0.2(4s - 3)$؛ التكلفة الإجمالية تساوي تكلفة السجادة (2.65 مضروبة في مساحة السجادة، s^2) زائد تكلفة الجزء المعدني (0.2 مضروبة في طول الجزء المعدني).

c. **استخدام البنية** اشرح كيف يمكنك كتابة التعبير بطريقة مختلفة.

الإجابة النموذجية: جد تكلفة الجزء المعدني أولاً؛ ثم اجمع تكلفة السجادة: $2.65s^2 + 0.2(4s - 3)$.

d. **التواصل بدقة** اشرح كيف يمكنك استخدام تعبير من **الجزء "b"** لإيجاد التكلفة الإجمالية للسجادة والجزء المعدني لغرفة ذات أضلاع بطول 16 قدمًا.

استخدم ترتيب العمليات لإيجاد قيمة التعبير عندما $s = 16$:

$$2.65 \times 16^2 + 0.2(4 \times 16 - 3) = 690.60 \text{ AED}.$$

e. **استخدام البنية** كيف يمكن للتعبير من **الجزء "b"** أن يختلف إذا كان محمد يمتلك قسيمة خصم بقيمة 10% من التكلفة الإجمالية؟ (إرشاد: خصم 10% من التكلفة الإجمالية معناه أن يدفع محمد 90% من التكلفة الأصلية). ما المبلغ الذي سيدفعه محمد في هذه الحالة؟

$0.9[2.65s^2 + 0.2(4s - 3)]$; AED 621.54

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة أمبناي مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

م.م.ر 7

نصائح للتدريس

يعتبر الجزء e فرصة مثالية لتناول البنية وكذلك المعيارين A.SSE.1b وA.SSE.2. قد يرغب الطلاب في تطبيق الخصم بمقدار 10% بكتابة التعبير الأصلي للتكلفة مطروحًا منه التعبير الخاص بتكلفة الـ 10%. ينتج عن ذلك التعبير $2.65s^2 + 0.2(4s - 3) - 0.1[2.65s^2 + 0.2(4s - 3)]$. وهو تعبير معقد ولكنه صحيح. ساعد الطلاب على فهم أن التعبير المكافئ، والناتج عن أخذ 90% من التكلفة الأصلية، سينتج عنه تعبير التعامل معه أسهل بكثير.

الأسئلة الداعمة

- ما التعبير الذي يمثل محيط الغرفة الذي يشمل المدخل؟ **4s**
- ما العملية التي يتعين عليك إجراؤها للتعبير ليتضمن حساب المدخل؟ لماذا؟ **اطرح 3 من التعبير 4s، حيث إن الحافة المعدنية لا تتجاوز المدخل.**
- ما التعبير الذي يمثل إجمالي تكلفة الجزء المعدني؟ هل تحتاج إلى استخدام الأقواس؟ اشرح. **$0.2(4s - 3)$؛ تحتاج إلى لأقواس حيث إنك تقوم بضرب طول الجزء المعدني $4s - 3$، في 0.2، و$0.2(4s - 3)$ مختلف عن $0.2 \times 4s - 3$.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

استخدم **المثال 2** لتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 4 (استخدام النماذج الرياضية)**. ينص أحد العناصر الأساسية للمعيار على أن "يتمكن الطلاب من تحديد الكميات المهمة في المواقف العملية". قد ترغب في أن تطلب من الطلاب قراءة المسألة كاملة، ثم إعادة قراءة كل جزء منها لتحديد الكميات المهمة. يستطيع الطلاب استخدام قلم تظليل لتحديد أي معلومات عددية يرونها ذات أهمية لحل المسألة. فعلى سبيل المثال، تعتبر حقيقة أن المدخل يبلغ عرضه 3 أقدام معلومة مهمة متضمنة في عبارة **الجزء a**. وسيساعد إبراز ذلك الطلاب على تذكر أن يضعوا ذلك في الاعتبار عند كتابة التعبير الذي يمثل طول الجزء المعدني.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_008_011_687146.indd 9 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

التمرين

ربط التمارين بالمعايير

التمارين من 1 إلى 6 والتمارين 8 و 14 و 15 تقدم للطلاب مزيدًا من التدريب على إيجاد قيمة التعابير في الرياضيات وإيجاد قيمة التعابير الجبرية بعد استبدال المتغيرات بقيم، مما يحقق المعيار **A.SSE.2.**

التمارين 7 و 9 و 13 تتناول المعيار **A.SSE.1b**، والذي يطلب من الطلاب إيجاد قيمة التعابير العددية لمواقف الحياة اليومية.

التمارين من 10 إلى 12 تطلب من الطلاب إيجاد قيمة التعبير الجبري وتحديد إن كانت العبارات المقدمة بشأن التعبير صحيحة أم لا لتحقق المعيار **A.SSE.1b.**

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1–6	6
7	2، 3، 6
8	3
9	5
10–12	2
13	4
14–15	2

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

التمرين 7c يتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 3 (بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين)**. تأكد من أن الطلاب فهموا أن المسألة غير محددة الإجابة ولها عدة إجابات محتملة. يتمثل أحد الأغراض المهمة للمسألة في أن يبرر الطلاب إجاباتهم ليوضحوا أن نتائج الحكام التي اختاروها تؤدي إلى نتيجة من 70 للغطس. ذكّر الطلاب أنه يجب عليهم تقديم خمس نتائج، بالرغم من أنه يتم استخدام ثلاث فقط في حساب نتيجة الغطس. وقد ترغب في طرح بعض أسئلة "ماذا لو" للمتابعة. فقد تطرح على سبيل المثال السؤال، "ماذا لو كانت درجة الحكم الخاص بك أقل؟ هل سيغير ذلك من نتيجة الغطس؟ وعلل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالسلب."

تمرين

الحساب بصحة جـد قيمة كل تعبير.

1. $10^2 - 20 + 43$ — **−6**
2. $32 - (7 - 1)^2$ — **4−**
3. $64 \div (2 + 6) - 14$ — **144**

الحساب بصحة جـد قيمة كل تعبير إذا كان $x = 2$، و $y = 7$، و $z = -1$.

4. $z(2x - y)$ — **60**
5. $y2 - 4y \div 2$ — **35**
6. $x(z + 5y) - 2x^2$ — **3**

7. يبين الجدول كيف يتم حساب النتائج في مسابقات الغطس. فكل حكم من الحكام الخمسة يسجل نتيجة كل غطسة بدرجة من 1 إلى 10 بزيادات بقيمة 0.5 نقطة.

حساب نتيجة الغطس	
الخطوة 1	تجاهل أعلى وأقل نتيجة من بين نتائج الحكام الخمسة.
الخطوة 2	اجمع النتائج المتبقية لإيجاد صافي المجموع.
الخطوة 3	اضرب صافي المجموع في درجة الصعوبة.

a. **الحساب بصحة** يقوم عبر بغطسة درجة صعوبتها 2.5. ونتائجه التي أعطاها له الحكام هي 8.0 و 7.5 و 6.5 و 7.5 و 7.0. اكتب تعبيرًا وجـد قيمة النتيجة التي حصل عليها في الغطسة.
2.5(7.5 + 7.5 + 7.0)؛ 55

b. **بناء براهين** تقوم إسراء بغطسة وتستخدم التعبير $3.2 \times (8.0 + 8.5 + 7.5)$ لإيجاد قيمة نتيجة غطستها. ما نتيجة غطسة؟
ما الذي يمكنك استنتاجه بشأن أعلى نتيجة حصلت عليها من الحكام الخمسة؟ اشرح.
76.8؛ أعلى نتيجة كانت 8.5 أو أكبر لأن النتيجة الأعلى قد تم تجاهلها ولا تظهر في التعبير.

أمين الصندوق مُحق. كان ينبغي على إيناس إدخال التعبير على آلتها الحاسبة بالطريقة التالية 3(18.95 − 2) + 2(11.50).

c. **التفكير بطريقة كمية** تقوم منّ بغطسة درجة صعوبتها 3.5. ونتيجة غطستها هي 70. فما النتائج التي قد تكون مي حصلت عليها من الحكام الخمسة؟ اشرح.
الإجابة النموذجية: 7 و 7 و 6 و 8 و 5؛ نتيجتها هي 70 = (6 + 7 + 7)3.5

d. **التفكير بطريقة كمية** يقوم غلي أيضا بغطسة درجة صعوبتها 3.5. ونتيجته هي 75.25. فما النتائج التي قد يكون غلي حصل عليها من الحكام الخمسة؟ اشرح.
الإجابة النموذجية: 7 و 7 و7 و 7.5 و 8؛ نتيجته هي 75.25 = (7 + 7 + 7.5)3.5

e. **التفكير بطريقة كمية** تؤدي أسماء غطسة بدرجة صعوبة 3.3. بلغت قيم أربع من نتائجها 7.5 و 7.0 و 6.5 و6.5 . يؤدي محمود غطسة بدرجة صعوبة 3.1 وحقق نتائج 7.0 و 7.5 و 7.5 و 6.0 و 8.0. إذا كانت نتيجة أسماء النهائية أكبر من نتيجة محمود، فما الذي يمكنك قوله عن نتيجة أسماء الخامسة؟ اشرح.
ينبغي أن تكون نتيجة أسماء الخامسة تساوي 7.5 أو أكبر؛ ونتيجة محمود هي 68.2 = (7.0 + 7.5 + 7.5)3.1؛ فإذا كانت نتيجة أسماء الخامسة تساوي 7.0 أو أقل، فإن النتيجة 7.5 سيتم تجاهلها، وأعلى نتيجة لها قد تكون 67.65 = (7.0 + 7.0 + 6.5) 3.3. إذا كانت نتيجتها الخامسة تساوي 7.5 أو أكبر، فإن نتيجتها هي 69.3 = (7.5 + 7.0 + 6.5)3.3.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمنهاج مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_008_011_687146.indd 10 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

8. **تفكير ناقد** طُلب من أحد الطلاب إيجاد قيمة أحد التعابير. والطريقة التي اتبعها الطالب موضحة على الجهة اليسرى. علّق على طريقة حل الطالب. إذا كانت هناك أي أخطاء، فحددها وجد قيمة التعبير الصحيحة.

$6^2 - 5 \times 2 + 2(9 - 7)$
$= 6^2 - 5 \times 2 + 2(2)$
$= 36 - 5 \times 2 + 2(2)$
$= 36 - 10 + 4$
$= 36 - 14$
$= 22$

السطر قبل الأخير غير صحيح. وجب على الطالب أن يجمع/يطرح من اليسار لليمين. القيمة الصحيحة تساوي 30.

9. **استخدام الأدوات** تشتري إيناس 3 ألعاب فيديو تكلف AED 18.95 للواحدة. كما أنها تشتري زوجين من سماعات الأذن يكلف الزوج منها AED 11.50 ومعها قسيمة خصم بقيمة AED 2 من سعر كل لعبة فيديو. تستخدم إيناس آلة حاسبة، كما هو موضح، لتكتشف أن التكلفة الإجمالية لهذه الأغراض تساوي AED 77.85. ويخبرها أمين الصندوق أن التكلفة الإجمالية تساوي AED 73.85 أيهما مُحق؟ اشرح.

3+18.95-2+2+11.5
77.85

صحيحة أحيانًا: فحين تكون $2 + b$ سالبة، فإن قيمة التعبير ستكون أكبر من 100.
صحيحة دائمًا: $a^2 - 5(1 + 2) = a^2 - 5(3) = a^2 - 15$.

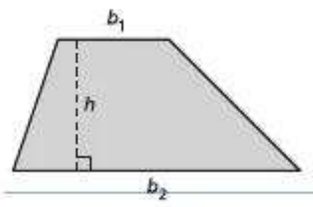
التفكير بطريقة كمية حدد ما إذا كانت كل عبارة عن التعبير $a^2 - 5(b + 2)$ **صحيحة دائمًا، أو صحيحة أحيانًا، أو غير صحيحة *أبدًا*. اشرح.**

10. إذا كانت $a = 10$، فإن قيمة التعبير اصغر من 100.

11. إذا كان $b = 1$، فإن التعبير يساوي $a^2 - 15$.

12. قيمة التعبير تساوي 0.
صحيحة أحيانًا: إذا كانت $a = 0$ و$b = -2$، فإن قيمة التعبير تساوي $0^2 - 5(-2 + 2) = 0$.

13. **استخدام نموذج** اللوحة الجانبية من منحدر مخصص للوح التزلج على شكل شبه منحرف، كما هو موضح بالشكل. يمكن استخدام التعبير $\frac{h}{2}(b_1 + b_2)$ لإيجاد مساحة شبه المنحرف. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لمعرفة كمية الخشب اللازمة لبناء لوحتين جانبيتين لمنحدر مخصص للتزلج بحيث يكون
$h = 24$ بوصة، و $b_1 = 30$ بوصة، و $b_2 = 50$ بوصة.



$\frac{24}{2} \times 2 (30 + 50)$: 1920 بوصة مربعة

14. **التفكير بطريقة كمية** اكتب تعبيرًا يتضمن الأعداد 2 و 4 و 5 وقيمته تساوي 50 . ينبغي أن يتضمن التعبير مجموعة واحدة من الأقواس.
الإجابة النموذجية: $5^2(4 - 2)$

15. **التفكير بطريقة كمية** كتبت ليلى التعبير $2 \div 8 + 6 - 5 \times 3 + 6$ وطلبت من سناء إيجاد قيمته. وحين جدت سناء قيمته، حصلت على 19. وأخبرت ليلى سناء أن قيمتها غير صحيحة وقالت إن القيمة ينبغي أن تكون 38. فمع من منهما تتفق؟ اشرح.
سناء مُحقّة. حين تُقيّم هذا التعبير، فأجرِ عمليتي الضرب والقسمة أولاً، ثم الجمع والطرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 10**. قد ينجح الطلاب في في إعادة كتابة التعبير بشكل صحيح في الصورة $100 - 5(b + 2)$ ثم استنتاج أن قيمة التعبير ستكون دائمًا أقل من 100. قد يقع الطلاب في هذا الخطأ بسبب التفكير في القيم الموجبة للمتغير b، مما يجعلهم يظنون أن $(b + 2)$ مقدار موجب. اقترح أن يجرب الطلاب إيجاد قيمة التعبير باستخدام مجموعة من القيم للمتغير b. ما إن يجرب الطلاب قيمة سالبة، مثل $b = -10$، سيدركون أن $-5(b + 2)$ موجبة وأن قيمة التعبير أكبر من 100.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

التمرين 13 يعتبر فرصة ليعمل الطلاب على **معيار الممارسة في الرياضيات 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. وقد يغفل بعض الطلاب عن حقيقة أنه يجري بناء لوحين جانبيين، وقد يؤدي ذلك إلى توصلهم لإجابة خاطئة. لذا شجع الطلاب على قراءة المسألة بعناية، وتحديد المعطيات المهمة، والاجتهاد في عملية كتابة وإيجاد قيمة التعبير الملائم.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_008_011_687146.indd 11 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

1.3 خصائص الأعداد

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات:
2, 3, 4, 6, 7, 8

المتطلبات الأساسية

- أجرِ العمليات بالأعداد النسبية

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يُعَد التعرف على التعابير العددية المكافئة بدراسة خواص التساوي وخاصية التوزيع هو أحد جوانب **معيار الممارسة في الرياضيات (إيجاد البنية واستخدامها).** ويمثل النموذج الهندسي، مثل الحديقة الموضحة في المثال، طريقة جيدة لتوضيح سبب كون هذه التعابير متكافئة. اطلب من الطلاب، الذين يواجهون صعوبة في إيجاد عدة طرق لكتابة التعابير، تسمية طول كل جانب من جوانب الرسم التخطيطي.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء c**، كيف تجد مساحة مستطيل؟ **أوجد حاصل ضرب طول المستطيل في عرضه.**
- بناءً على نتائج **الجزءين c و d**، ما التعبيران العدديان اللذين يجب أن يكونا متساويين؟
$3.4(3.6) + 3.4(2.1) = 3.4(3.6 + 2.1)$

1.3 خصائص الأعداد

الأهداف

- إيجاد قيم التعابير باستخدام خصائص الأعداد.
- استخدام بنية تعبير ما لتحديد طرائق لإعادة كتابته.
- تفسير أجزاء من التعبير.

مثال 1 استكشاف خصائص الأعداد

الاستكشاف المستطيل يمثل ABCD حديقة وفاء. وهي تزرع جزءًا من الحديقة خضراوات وجزءًا منها زهورًا، كما هو مبين.

a. **استخدام البنية** ترغب وفاء في تنفيذ ممر مستقيم بقطع الحديقة من النقطة *D* إلى النقطة *C*. اكتب تعبيرين مختلفين يمكنها استخدامهما لإيجاد طول هذا الممر. اشرح السبب في أنه من المنطقي أن يعطي كلا التعبيرين الطول نفسه.

3.6 + 2.1 أو 2.1 + 3.6؛ وستحصل على نفس الطول بغض النظر عما إذا كنت جمعتَ طول جزء الزهور على طول جزء الخضراوات، أم فعلت عكس ذلك.

b. **استخدام البنية** ترغب وفاء أيضًا في وضع سور بطول حدود الحديقة من النقطة A إلى النقطة B إلى النقطة C. فاكتب تعبيرًا يمكنها استخدامه لإيجاد طول السور. ثم بيّن الطريقتين المختلفتين اللتين يمكنها بواسطتهما تجميع زوج من الأعداد في التعبير. هل ستحصل على نتيجة مختلفة بناءً على التجميع؟ اشرح.

3.4 + 2.1 + 3.6 ؛ (2.1 + 3.4) 3.6 + أو 3.4 + (3.6 + 2.1) ؛ باستخدام أي من التعبيرين، فسيكون طول السور هو نفسه مع أيٍّ من هذه التجميعات، وهو 9.1 م.

c. **استخدام البنية** ترغب وفاء في معرفة مساحة الحديقة. وقد حسبت مساحة جزء الخضراوات ومساحة جزء الزهور ثم مجموع هاتين المساحتين. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لتوضيح كيف حسبت المساحة.

$3.4(3.6) + 3.4(2.1) = 12.24 + 7.14 = 19.38\ m^2$

d. **استخدام البنية** حددث خديجة، صديقة وفاء، مساحة الحديقة بطريقة الجمع لإيجاد المسافة من النقطة *A* إلى النقطة *B* ثم الضرب بالمسافة من النقطة *B* إلى النقطة *C*. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لتوضيح كيف جددت خديجة المساحة. هل ستحصل على نفس النتيجة التي حصلت عليها وفاء؟ اشرح سبب منطقية هذا الأمر.

$3.4(3.6 + 2.1) = 3.4(5.7) = 19.38\ m^2$؛ ستحصل على نفس نتيجة وفاء؛ ومن المنطقي أن النتيجتين متطابقتان لأن كلا التعبيرين يمثل نفس المساحة الإجمالية.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

معلومات أساسية في الرياضيات

تلعب خصائص الأعداد في هذا الدرس دورًا هامًا في تنمية مهارات الطلاب في التفكير الحسابي. يرى الطلاب في بعض الأحيان هذه الخصائص على أنها أسماء معقدة لبعض الحقائق "البديهية". وعلى الرغم من ذلك، تعتبر هذه الخصائص بمثابة الركائز المنطقية للعمليات الحسابية الجبرية والعددية.

وبينما يتقدم الطلاب في المقررات الدراسية للرياضيات في المدرسة الثانوية، سيُطالبون بتقديم براهين منطقية أكثر دقة. وسيتوقع من الطلاب تبرير أي عبارات بالمنطق الوجيه. يساعد جعل الطلاب يعللون الخطوات الجبرية بذكر أحد خصائص الأعداد الحقيقية في تكوين عادة ذهنية ستساعدهم بشكل جيد عندما يُطلَب منهم تبرير العبارات الأكثر تعقيدًا في المستقبل.

12 الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_012_015_687146.indd 12 8/22/19 8:50 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

في نشاط الاستكشاف السابق، ربما اكتشفت الخصائص التالية للأعداد.

المفهوم الأساسي

أكمل الجدول باستخدام الأعداد لكتابة أمثلة عن كل خاصية.

الخاصية	أمثلة
خاصية التبديل بالنسبة لأي عددين a وb، تكون $a + b = b + a$ وتكون $a \times b = b \times a$.	**الإجابات النموذجية:** $5 + 9 = 9 + 5$ $5 \times 9 = 9 \times 5$
خاصية التجميع بالنسبة لأي أعداد a وb وc، تكون $(a + b) + c = a + (b + c)$ وتكون $(ab)c = a(bc)$.	$3 + (4 + 10) = (3 + 4) + 10$ $(3 \times 4)10 = 3(4 \times 10)$
خاصية التوزيع بالنسبة لأي أعداد a وb وc، تكون $a(b - c) = ab - ac$، $a(b + c) = ab + ac$.	$2 \times 8 + 8 \times 5 = 8(5 + 2)$ $2 \times 8 - 8 \times 5 = 8(5 - 2)$

مثال 2 **استخدام الحساب الذهني**

يشتري محمد أدوات لفريق كرة القدم الذي يلعب فيه. يبين الجدول أسعار بعض من الأغراض التي يشتريها.

العنصر	السعر
كرات القدم	AED 22 للكرة
المرمى القابل للنقل	AED 93 لكل زوج

a. **استخدام البنية** سيشتري محمد 7 كرات قدم. اكتب تعبيرًا للتكلفة الإجمالية لكرات القدم. ثم اشرح كيف يمكننا استخدام خاصية التوزيع لإعادة كتابة التعبير من أجل إيجاد التكلفة باستخدام الحساب الذهني.

الإجابة النموذجية: 7(22)؛ أعد كتابة التعبير في صورة 7(2 + 20)؛ وبناءً على خاصية التوزيع، فإن هذا يساوي 7(20) + 7(2) = 140 + 14 = 154.

b. **استخدام البنية** سيشتري محمد 6 أزواج من المرامي القابلة للنقل. وضّح طريقتين مختلفتين يمكنه من خلالهما إيجاد تكلفة المرامي باستخدام خاصية التوزيع.

الإجابة النموذجية: 6(100) = 6(100 − 7) = 6(93)؛ 6(93) = 540 + 18 = 558؛ 6(93) = 6 (90 + 3) = 6(90) + 6(3) = 6(100) − 6(7) = 600 − 42 = 558.

c. **استخدام البنية** تبرّعت شركة راشد بثلاث كرات قدم وثلاثة مرامي قابلة للنقل لفريق محمد. اكتب تعبيرًا باستخدام خاصية التوزيع لتمثيل تكلفة الأغراض التي تم التبرع بها.

الإجابة النموذجية: 345 = 15 + 330 = 3(110 + 5) = 3(20 + 2 + 90 + 3) = 3(22 + 93).

d. **وصف طريقة الحل** صف طريقة عامة لاستخدام خاصية التوزيع من أجل إيجاد الناتج باستخدام الحساب الذهني.

اكتب العامل الأكبر من بين العاملين كمجموع أو فرق بحيث يكون أحد الحدود أحد مضاعفات 10 والحد الثاني رقم واحد. ثم استخدم خاصية التوزيع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

الجزء c من المثال 2 يرتبط **بمعيار الممارسة في الرياضيات 8 (البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه)**. ما أن ينتهي الطلاب من **الجزءين a و b**، ينبغي أن يبدؤوا في استيعاب الإجراء العام. إذا عانى الطلاب من صعوبة في استيعاب هذه الطريقة العامة، فاقترح أن يحاولوا مع بعض الأمثلة الأكثر تحديدًا مثل 4(89) و 5(72). ثم ساعد الطلاب على تقسيم العملية إلى خطوات. اطرح السؤال التالي: "ما أول ما تقومون به؟" إذا اقتضى الأمر، ساعد الطلاب في أن يدركوا أن كتابة العامل الأكبر على أنه مجموع عددين أحدهما من مضاعفات العدد 10 من الخطوات الأساسية. إذا عانى الطلاب من صعوبة في إدراك ذلك، فاسألهم إن كانت إعادة كتابة 5(72) في الصورة 5(59 + 13) سيكون مساعد أم لا. وتعليل إجابتهم سواء أكانت بالإيجاب أم بالسلب

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يتطلب هذا المثال من الطلاب التعامل بمهارة مع الأعداد الكلية عن طريق تقسيمها إلى أجزاء أسهل لإجراء العمليات الحسابية. قد ترغب في قضاء بعض الوقت في العمل مع الطلاب على التعبير عن عدد مثل العدد 74 باعتباره مجموع أحد مضاعفات العشرة ورقم واحد. تأكد من أن الطلاب فهموا أن بإمكانهم استخدام عملية الجمع (4 + 70) أو الطرح (6 − 80).

الأسئلة الداعمة

- بوجه عام، كيف تحسب قيمة إجمالي التكلفة عند شرائك عدة أشياء من نفس المنتج؟ **ضرب سعر كل منتج في عدد المنتجات المشتراة.**
- في **الجزء a**، لماذا يكون من الأسهل كتابة 7(22) على الصورة 7(2 + 20)؟ **نظرًا لأنه من الصعب حساب 7(22) مباشرة باستخدام الرياضيات الذهنية، بينما من الأسهل حساب 7(2 + 20) حيث إنه بإمكانك استخدام خاصية التوزيع لكتابتها في الصورة 7(20) + 7(2). ويعتبر كل ناتج ضرب في هذا المجموع أسهل في الحساب من حاصل الضرب الأصلي.**
- كيف يمكنك التحقق من كل عملية حسابية تتم بالرياضيات الذهنية؟ **الإجابة النموذجية: قم بحل كل مسألة بطريقة مختلفة أو استخدم الآلة الحاسبة.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_012_015_687146.indd 13 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م: م: ر 6

في هذا المثال، يستخدم الطلاب خصائص الأعداد ويعرفونها. إذا عانى الطلاب من صعوبة في تذكر أسماء الخصائص، فاعمل معهم على وضع بعض أساليب المساعدة على الاستذكار. فعلى سبيل المثال، عندما تلعب الشطرنج، فأنت تقوم بتبديل أماكن القطع جيئة وذهابًا على الرقعة؛ بالمثل في خاصية التبديل، تنتقل الأعداد والمتغيرات جيئة وذهابًا حول رمز العملية.

الأسئلة الداعمة

- ما فائدة إعادة كتابة التعبير الأصلي في الصورة $-4m^3 + 4m + 2m + 6n^3$؟ **ما إن تضع الحدين 4m و 2m بجانب بعضهما البعض، يمكنك الجمع بينهما باستخدام خاصية التوزيع.**
- كيف يمكنك التحقق من أن التعبير الأخير مكافئ للتعبير الأصلي؟ **الإجابة النموذجية: استبدل المتغيرات في كل من التعبيرين بنفس القيم وتحقق من الحصول على نفس النتيجة.**

الحدود المتشابهة هي حدود تتكون من المتغيرات نفسها، وتكون المتغيرات المتوافقة فيها مرفوعة إلى الأس نفسه. في التعبير $2y^2 + 7x^2 + 4x + 5x^2$، الحدان $5x^2$ و$7x^2$ حدان متشابهان. يمكنك استخدام خصائص الأعداد لتبسيط التعابير من خلال تجميع الحدود المتشابهة.

مثال 3 **تجميع الحدود المتشابهة**

اتبع هذه الخطوات لتبسيط التعبير $-4m^3 + 4m + 6n^3 + 2m$

a. **استخدام البنية** ما الحدود المتشابهة في التعبير؟ اشرح كيف عرفت الحل.
4m و 2m؛ لهما نفس المتغير ومرفوعان إلى نفس القوة.

b. **التواصل بدقة** ما الخاصية التي تتيح لك إعادة كتابة التعبير في الصورة التالية $-4m^3 + 4m + 2m + 6n^3$؟ لماذا؟
خاصية التبديل؛ تنص الخاصية على أنك تستطيع الجمع بأي ترتيب.

c. **استخدام البنية** وضّح كيفية استخدام خاصية التوزيع لإعادة كتابة الحدين الأوسطين (2m و 4m) كحد واحد. ما التعبير المبسّط؟
$4m + 2m = (4 + 2)m = 6m$؛ $-4m^3 + 6m + 6n^3$

d. **وصف طريقة الحل** صف كيف يمكنك تبسيط تعبير من خلال تجميع الحدود المتشابهة.
لكل مجموعة من الحدود المتشابهة، اجمع المعاملات للحصول على معامل الحد المتوافق في التعبير المبسّط.

تمرين

استخدام البنية ما الخاصية الموضحة في كل معادلة؟

1. $9y + 3x + 6y = 3x + 9y + 6y$
خاصية التبديل

2. $c(5 + d) = 5c + cd$
خاصية التوزيع

3. $4(5m) = (4 \times 5)m$
خاصية التجميع

استخدام البنية يبين الجدول أسعار تذاكر دخول الملاهي. استخدم الجدول في حل التمارين 6–4. في كل موقف، اشرح كيفية استخدام خاصية التوزيع والحساب الذهني لإيجاد التكلفة الإجمالية للتذاكر.

نوع التذكرة	السعر
البالغون	AED 29
الطلاب	AED 21
كبار السن	AED 18

4. 7 تذاكر للبالغين
الإجابة النموذجية: AED 203 = 7 − 210 = 7(1) − 7(30) = 7(30 − 1) = 7(29)

5. 9 تذاكر للطلبة
الإجابة النموذجية: AED 189 = 9 + 180 = 9(1) + 9(20) = 9(20 + 1) = 9(21)

6. 12 تذكرة لكبار السن
الإجابة النموذجية: AED 216 = 24 − 240 = 12(2) − 12(20) = 12(20 − 2) = 12(18)

استخدام البنية حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

7. $-2k + 2k^2 - 3k + k^3$
$-5k + 2k^2 + k^3$

8. $2n^2 + 5n^4 - 6n^2 - 3n^4$
$-4n^2 + 2n^4$

9. $-b + 3a + b^2 - 2b + 6a - 9a$
$-3b + b^2$

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

أخطاء شائعة

في **التمرين 1**، قد يرى بعض الطلاب أن التعبير الموجود على كل من جانبي علامة يساوي يحتوي على ثلاثة حدود، ومن ثَمَ يقرروا سريعًا بأن الخاصية المناسبة هنا هي خاصية التجميع. لذا شجع الطلاب على دراسة التعبيرين بعناية واطلب منهم وصف وجه الاختلاف بينهما. ما أن يدرك الطلاب أن الحدين قاما "بتبديل مكانهما"، سيتمكنون من ربط المعادلة بشكل أسهل بخاصية التبديل.

14 الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_012_015_687146.indd 14 8/22/19 8:50 PM

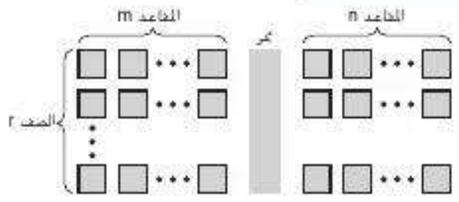
Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

10. **تفكير ناقد** تشحن عائشة 8 أكياس جرانولا إلى أحد الزبائن. يزن كل كيس 22 oz والحد الأقصى للوزن الذي يمكنها شحنه في صندوق واحد هو 10 lb و 5 oz. وهي تُجري حساباتها الموضحة في المربع إلى اليسار وتقرر أنه باستطاعتها شحن الأكياس في صندوق واحد. هل تتفق معها؟ اشرح.

$8(22) = 8(20 + 2)$
$= 8(20) + 2$
$= 160 + 2$
$= 162$ oz

لا؛ فقيمة 10 lb و 5 oz مُمثلة في 165 oz = 5 + 10(16)، ولكن عائشة استخدمت خاصية التوزيع بطريقة غير صحيحة. وكان عليها أن تكتب 8(20 + 2) = 8(20) + 8(2) = 160 + 16 = 176 oz.

11. يحوي مسرحٌ على عدد m من المقاعد في كل صف على الجانب الأيسر من الممر وعدد n من المقاعد في كل صف على الجانب الأيمن من الممر. يوجد عدد r صفًا من المقاعد.



a. **استخدام نموذج** اشرح كيف يمكنك استخدام خاصية التوزيع لكتابة تعبيرين مختلفين يمثلان العدد الإجمالي للمقاعد في المسرح.

العدد الإجمالي للمقاعد هو عدد المقاعد في كل صف، $n + m$، مضروبًا في عدد الصفوف، r. ويتمثل هذا في $r(m + n)$. وبتطبيق خاصية التوزيع، فهذا يتمثل أيضًا في $rm + rn$.

b. **بناء براهين** افترض أنك ضاعفت عدد المقاعد في كل صف في الجانب الأيسر من الممر. فهل سيضاعف هذا عدد المقاعد في المسرح؟ استخدم أحد التعابير التي كتبتها في **الجزء "a"** لتبرير إجابتك.

لا؛ فعدد المقاعد الأصلي في المسرح هو $rm + rn$. إذا ضاعفت m، فإنك تضاعف فقط الحد الأول من التعبير، وليس الحد الثاني، لذا فأنت لا تضاعف العدد الإجمالي للمقاعد في المسرح.

12. **بناء براهين** هل توجد خاصية ابدال أو خاصية تجميع في الطرح؟ اشرح لم نعم أو لم لا في كل خاصية.

لا توجد أي خاصية من هاتين الخاصيتين؛ المثال المضاد يوضح عدم وجود خاصية التبديل في الطرح: $7 - 4 \neq 4 - 7$؛ المثال المضاد يوضح عدم وجود خاصية التجميع في الطرح: $1 - (10 - 2) \neq (1 - 2) - 10$.

13. **التفكير بطريقة كمية** قدّم مثالاً مضادًا لتوضيح أنه لا توجد خاصية ابدال أو خاصية تجميع في القسمة. ما العلاقة بين النتائج حين يتبدل ترتيب قسمة عددين؟

$4 \div 8 \neq 8 \div 4$. لذا فلا توجد خاصية التبديل في القسمة $4 \div (8 \div 16) \neq (4 \div 8) \div 16$. لذا فلا توجد خاصية التجميع في القسمة. طالما لم يكن أحد العددين في القسمة صفرًا، فحينما يتم تبديل ترتيب العددين في القسمة، تكون كل نتيجة المقلوب العددي للنتيجة الأخرى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

التمرين 12 يقدم فرصة لتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 3 (بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين)**. وقد ترغب بشكل خاص في استخدام التمرين كنقطة بدء لمناقشة موجزة حول الأمثلة المضادة. تأكد من أن الطلاب استوعبوا أن توضيح خطأ الفرضية لا يحتاج سوى لمثال مضاد واحد فقط. وبناءً على ذلك، يعتبر وجود مثال واحد لا تصلح فيه خاصية التبديل للطرح كافيًا لاستنتاج عدم وجود هذه الخاصية. وبالمثل، يحتاج الطلاب لإيجاد مجموعة واحدة فقط من الأعداد لا تصلح معها خاصية التجميع مع الطرح.

للتمرين

ربط التمارين بالمعايير

التمارين من 1 إلى 3، ومن 7 إلى 9، و 12، و 13 تتطلب من الطلاب استيعاب الكيفية التي تسمح بها خصائص الأعداد بكتابة التعابير بطرق مختلفة، وفقًا للمعيار **A.SSE.2**.

التمارين من 4 إلى 6، و 10، و 11 تطلب من الطلاب إعادة كتابة تعبير باستخدام خاصية التويع قبل إيجاد القيم يحقق المعيار **A.SSE.1b**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1–3	7
4–6	7
7–9	7
10	3
11	3. 4
12	3
13	2

أخطاء شائعة

التمرين 10 يبرز أحد أكثر الأخطاء الشائعة في صفوف مادة الجبر. ففي العملية الحسابية الموضحة، لم يتم "توزيع" العدد 8 بشكل كامل على جميع الحدود في العامل الثاني. إذا ارتكب الطلاب هذا الخطأ، فذكّرهم بأن خاصية التوزيع تنص على أنه يجب توزيع العامل الموجود خارج الأقواس بشكل كامل على كل حد من الحدود الموجودة داخل الأقواس. يمكنك مساعدة الطلاب بتوضيح مثال يتضمن عدة حدود داخل الأقواس. فعلى سبيل المثال، يمكن إعادة كتابة $5(4 + 2 + 8)$ في الصورة $5(4) + 5(2) + 5(8)$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_012_015_687146.indd 15 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

1.5 المعادلات

المعايير

ويتناول أيضًا: A.REI.3

معايير الممارسة في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 7, 8

المتطلبات الأساسية

- أجرِ العمليات بالأعداد النسبية
- استخدم ترتيب العمليات
- استخدم خصائص الأعداد

مثال 1

نصائح للتدريس

م. م. ر 4

تعتبر المعادلة أحد أنواع النماذج التي يمكن استخدامها لوصف موقف من الحياة اليومية. ساعد الطلاب على كتابة النموذج الملائم بأن تقدم لهم "صيغة معادلة". فعلى سبيل المثال، [التعبير الذي يستخدمه متجر الدراجات الرائعة] = [المبلغ الذي دفعه عادل].

الأسئلة الداعمة

- هل هناك أي طريقة صحيحة أخرى لكتابة المعادلة في **الجزء** a؟ **نعم، فعلى سبيل المثال يمكنك كتابتها في الصورة** $3.5h + 8.5 = 26$.
- في **الجزء** a. ما الذي ينبغي عليك القيام به لتقرر إن كان عادل قد استأجر الدراجة لمدة 6 ساعات أم لا؟ **استبدل بحيث تكون** $h = 6$ **في المعادلة لترى إن كان طرفا المعادلة متساويين.**

معلومات أساسية في الرياضيات

حل معادلة معينة هو قيمة المتغير التي تجعل المعادلة صحيحة. قد يكون لمعادلة حل واحد أو عدة حلول أو عدد لا نهائي من الحلول أو لا يكون لها أي حلول على الإطلاق. في هذا الدرس، سيرى الطلاب معادلات ليس لها حلول أو لها حل واحد أو لها عدد لا نهائي من الحلول (أي جميع الأعداد الحقيقية). عندما يدرس الطلاب المعادلة التربيعية، سيتعاملون مع العديد من المعادلات التي لها حلان. فعلى سبيل المثال، للمعادلة $x^2 - 1 = 8$ الحلين $x = 3$ و-3.

ويستطيع الطلاب معرفة المعادلات التي ليس لها حل بتحويل كل من طرفي المعادلة لأبسط صورة حتى يجدوا تناقضًا. فعلى سبيل المثال ليس للمعادلة $m + 7 = m + 9$ أي حل. ويعد هذا منطقيًا، حيث إن جمع العدد 7 إلى عدد لا يمكن أن يقدم نفس نتيجة جمع العدد 9 إلى نفس العدد. وتكون مجموعة الحل في هذه الحالة هي المجموعة الخالية، والتي يمكن كتابتها في الصورة { } أو Ø.

الأهداف

- كتابة معادلات ذات متغير واحد واستخدامها لحل المسائل.
- حل المعادلات الخطية ذات المتغير الواحد وشرح خطوات الحل.

جملة الرياضيات التي تتضمن رمز يساوي (=) هي **معادلة**. تنص المعادلة على تساوي تعبيرين.

مثال 1 **استقصاء المعادلات**

الاستكشاف قامت مجموعة من الأصدقاء باستئجار دراجات من متاجر دراجات مختلفة. يوضح الجدول التعبير الذي يستخدمه كل متجر لحساب تكلفة تأجير إحدى دراجاته لمدة h ساعة.

المتجر	التكلفة لكل h ساعة (AED)
الدراجات الرائعة	$5(h + 1)$
الدراجات الثلاثية	$3.5h + 8.5$
الدراجات السريعة	$2(3h - 1)$

a. **استخدام نموذج** استأجر عادل دراجته من متجر "الدراجات الثلاثية" ودفع AED 26 في مقابل التأجير. اكتب معادلة تربط بين التعبير الذي يستخدمه متجر الدراجات لحساب التكلفة والمبلغ الذي دفعه عادل. هل تعتقد أن عادل استأجر دراجته لمدة 6 ساعات؟ برر إجابتك باستخدام المعادلة التي كتبتها.

$26 = 3.5h + 8.5$؛ لا؛ إذا أجّر دراجته لمدة 6 ساعات، فسيكون التعبير على الطرف الأيسر من المعادلة: $3.5(6) + 8.5$ = 29.5، وهذا لا يساوي 26.

b. **بناء براهين** هل تعتقد أن عادل استأجر دراجته لمدة 5 ساعات؟ برر إجابتك باستخدام المعادلة التي كتبتها.

نعم؛ عندما يكون $h = 5$، فإن الطرف الأيسر من المعادلة هو $3.5(5) + 8.5 = 26$، لذا فإن طرفي المعادلة متساويان.

c. **تفكير ناقد** استأجرت علياء دراجتها من "الدراجات الرائعة" ودفعت AED 25. وتعتقد علياء أنها استأجرت دراجتها لمدة 5 ساعات. هل تتفق معها؟ استخدم معادلة لشرح لم نعم أو لم لا.

لا؛ المعادلة هي $5(h + 1) = 25$، عندما يكون $h = 5$، يكون الطرف الأيسر من المعادلة هو $5(5 + 1) = 5(6) = 30$، وهذا لا يساوي 25؛ لذا فإن عدد الساعات لا يمكن أن تكون 5.

d. **استخدام التفكير المنطقي** استأجرت فاطمة دراجتها من "الدراجات السريعة" ودفعت AED 22. هل استأجرت الدراجة لمدة 3 أو 4 أو 5 ساعات؟ استخدم معادلة لشرح إجابتك.

4 ساعات؛ المعادلة هي $2(3h - 1) = 22$؛ إن $h = 4$ فقط تجعل الطرف الأيسر من المعادلة مساويًا للطرف الأيمن.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_016_021_687146.indd 16 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

حَل معادلة معينة هو قيمة المتغير التي تجعل المعادلة صحيحة. تُسمى مجموعة الأعداد التي يمكن اختيار مجموعة تعويض لمتغير معين منها **مجموعة التعويض**. **أما مجموعة الحل** فهي مجموعة جميع الحلول في مجموعة التعويض.

مثال 2 **حل معادلة**

أكمل هذه الخطوات لحل المعادلة $12 = 2p - (11p - 4 \div 8^2)$.

a. **استخدام البنية** استخدم ترتيب العمليات لتبسيط التعبير بين الأقواس وكتابة المعادلة المكافئة. اشرح خطواتك.

جد قيمة الأس أولاً: $12 = 2p - (11p - 4 \div 64)$

ثم قم بإجراء القسمة: $12 = 2p - (11p - 4 \div 64)$.

ثم اطرح في النهاية: $12 = 2p - (11p - 16)$. المعادلة الناتجة هي $12 = 2p - 5p$.

b. **استخدام البنية** اشرح كيفية تبسيط المعادلة الناتجة. ما الخاصية التي تثبت صحة هذه الخطوة في العملية؟

$12 = 2p - 5p$ يمكن تبسيطها عن طريق جمع الحدود المتشابهة: $12 = 3p$. يتم تبرير ذلك باستخدام خاصية التعويض.

c. **استخدام البنية** ما حل المعادلة؟ كيف علمت ذلك؟

$p = 4$: هذه هي القيمة الوحيدة لـ p التي يمكن ضربها في 3 للحصول على ناتج 12.

d. **تفسير المسائل** اشرح كيف يمكنك التحقق من صحة حلك.

تحقق من أن تعويض $p = 4$ في المعادلة الأصلية يؤدي إلى عبارة صحيحة.

$12 = 8 - 20 = 2(4) - (5)4 = 2(4) - (11 - 4 \div 8^2)4$. لذا فالحل صحيح.

e. **تفكير ناقد** المجموعة $\{p < 5 < 3\}$ يتم التعبير عنها على أنها مجموعة تعويض للمعادلة $15 = 2p - (11p - 4 \div 8^2)$. هذه المجموعة موضحة على خط الأعداد. تقول موزة إن ذلك يغير حل المعادلة. هل توافق على رأي موزة؟ اشرح إجابتك.

الإجابة النموذجية: نعم؛ يتم تبسيط المعادلة إلى $15 = 3p$. لذا فإن الحل هو $p = 5$. وبما أن العدد 5 ليس قيمة في مجموعة التعويض، فلا يوجد حل للمعادلة.

f. **وصف طريقة الحل** إذا لم يتم توفير مجموعة تعويض لمعادلة معينة، فصف كيف يمكنك محاولة حل المعادلة. كيف يمكن أن يغير توفير مجموعة تعويض من طريقتك في الحل؟

الإجابة النموذجية: في حالة عدم توفر مجموعة تعويض وإذا كانت المعادلة بسيطة بما يكفي، فيمكنني تجربة قيم والتحقق منها في المعادلة، مع تحسين تخميني في كل مرة. إذا لم تكن المعادلة بسيطة، يمكنني تحويلها لأبسط صورة باستخدام خصائص الأعداد الحقيقية حتى تصبح المعادلة بسيطة بما يكفي حتى يمكنني معرفة الحل. إذا تم توفير مجموعة تعويض، فقد أتمكن من التحقق من القيم من المجموعة في المعادلة بدلاً من تبسيط المعادلة أولاً.

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

سيحوّل الطلاب المعادلة المذكورة إلى أبسط صورة للحصول على المعادلة المكافئة $12 = 3p$. شجع الطلاب على حل هذه المعادلة بالنظر. ويُتوقَّع من الطلاب فيما بعد حل المعادلة بقسمة كلا الطرفين على 3 (خاصية القسمة في المعادلة) ولكن يمكنهم الآن أن يسألوا أنفسهم ببساطة، "ما العدد الذي إذا ضربناه في 3 ستكون النتيجة 12؟"

الأسئلة الداعمة

- ما الخطوة الأولى في تحويل التعبير الموجود بين الأقواس إلى أبسط صورة؟ لماذا؟ **أوجد قيمة الأس، هذه هي الخطوة الأولى في ترتيب العمليات.**
- عندما يكون لديك المعادلة $12 = 2p - 5p$. هل هناك أي حدود متشابهة؟ اشرح. **نعم؛ $5p$ و $-2p$ هما حدان متشابهان حيث يتضمنان نفس المتغير المرفوع لنفس الأس.**
- في **الجزء e**، اذكر بعض الأمثلة على الأعداد المتضمنة في الجزء المظلل من خط الأعداد. **الإجابات النموذجية: 3.25، $3\frac{1}{2}$، 4.11111، إلخ.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

من العناصر الهامة **لمعيار الممارسة في الرياضيات 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)** التحقق من كون الإجابة منطقية. اشرح للطلاب أن حل المعادلة يجعلها "متوازنة". بعبارة أخرى، تعتبر قيمة المتغير حلاً إذا جعلت طرفي المعادلة متساويين. وللتحقق من صحة الحل، استبدل القيمة بالمتغير في المعادلة الأصلية. اسأل الطلاب عن سبب أهمية استبدال القيمة في المعادلة *الأصلية*. ومساعدة الطلاب على فهم أهمية ذلك في ضمان عدم وجود أخطاء في الخطوات الوسيطة في الحل.

17 1.5 المعادلات

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_016_021_687146.indd 17 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

بعض المعادلات ليس لها حل. وتوجد معادلات أخرى لها أكثر من حل واحد. يُطلق على المعادلة التي تكون صحيحة لكل قيم المتغير اسم **متطابقة**. على سبيل المثال، $x + 3 = 3 + x$ هي متطابقة.

مثال 3 حل معادلة

أكمل هذه الخطوات لحل المعادلة $5x + 4x + 3 = 2x + 2 + 7x$.

a. **استخدام البنية** استخدم خاصية أو أكثر لتبرير كل خطوة لعملية الحل الموضحة أدناه.

المعادلة الأصلية	$5x + 4x + 3 = 2x + 2 + 7x$
خاصية التعويض	$9x + 3 = 2x + 2 + 7x$
خاصية التبديل	$9x + 3 = 2x + 7x + 2$
خاصية التعويض	$9x + 3 = 9x + 2$

b. **بناء براهين** ما حل المعادلة الأصلية؟
برر إجابتك.
لا يوجد حل؛ لا توجد قيمة لـ x يمكن أن تكون فيها $9x + 3$ بنفس قيمة $9x + 2$.

c. **التفكير بطريقة كمية** قم بتغيير أحد الحدود في المعادلة الأصلية بحيث يكون للمعادلة حل واحد بالضبط. عندما يكون $x = 1$. كيف تعرف أن إجابتك صحيحة؟
الإجابة النموذجية: $7x + 2 + 7x = 3x + 2 + 4x + 3$؛ $5x + 4x + 3 = 10x + 2$؛ يتم تبسيط المعادلة إلى $9x + 3 = 10x + 2$؛ وتعويض 1 بـ x: $2 + 10 = 3 + 9$.

مثال 4 حُـلّ معادلة

أكمل هذه الخطوات لحل المعادلة $-3b + 9b + 17 = 5b + 15 + b + 2$.

a. **استخدام البنية** استخدم خاصية أو أكثر لتبرير كل خطوة لعملية الحل الموضحة أدناه.

المعادلة الأصلية	$-3b + 9b + 17 = 5b + 15 + b + 2$
خاصية التبديل	$-3b + 9b + 17 = 5b + b + 15 + 2$
خاصية التعويض	$-3b + 9b + 17 = 6b + 17$
خاصية التعويض	$6b + 17 = 6b + 17$

b. **بناء براهين** ما حل المعادلة الأصلية؟
برر إجابتك.
الحل هو أي رقم حقيقي؛ لأي قيمة من قيم b، الطرف الأيسر من المعادلة يساوي الطرف الأيمن.

c. **التفكير بطريقة كمية** لنفرض أن 17 في المعادلة الأصلية كان 18. بدون حل معادلة أخرى، ما هو الحل المحتمل لهذه المعادلة؟ اشرح طريقة معرفتك لذلك.
لن يوجد حل؛ المعادلة النهائية ستكون $6b + 17 = 6b + 18$، وهي ليست صحيحة أبدًا لأي قيمة من قيم b.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

قد يكون من المفيد للمتعلمين بطريقة التعلم البصري استخدام قلم تحديد لتعيين كل خطوة من خطوات الحل لتوضيح أي جزء من المعادلة قد تغير من سطر للسطر الذي يليه.

الأسئلة الداعمة

- ما سبب كون المعادلة $9x + 3 = 9x + 2$ بدون حل؟ **جمع العدد 3 على كمية لا يمكن أن يمنح نفس نتيجة جمع العدد 2 على نفس الكمية.**
- إذا ك انت الحدود الثابتة في المعادلة المبسطة مختلفة، فهل سيكون للمعادلة حل؟ **ما دامت الحدود الثابتة مختلفة، ستظل المعادلة بدون حل.**

مثال 4

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

قد يجد الطلاب من الغريب أن تقبل المعادلة أي عدد حقيقي كحلٍ لها. ولكي يعتاد الطلاب هذه الفكرة، قد ترغب في أن تطلب منهم كتابة أمثلة على هذا النوع من المعادلات. قد يبدأ الطلاب بكتابة تعابير متماثلة على طرفي المعادلة مثل $x + 4 = x + 4$، ثم تعديل أحد الطرفين أو كليهما بحيث يبدو كل منهما مختلفًا عن الآخر. فعلى سبيل المثال، $x + 4 = 2 + x + 2$.

الأسئلة الداعمة

- عند حل المعادلة، هل سيؤثر تقديم تحويل أحد طرفي المعادلة إلى أبسط صورة على الطرف الآخر؟ **لا**
- لماذا يكون من المساعد استخدام خاصية التبديل أولاً عند التحويل لأبسط صورة $5b + 15 + b + 2$؟ **يسمح لك هذا بوضع الحدود المتشابهة بجانب بعضها البعض؛ ثم يمكن توفيق الحدود المتشابهة.**

التدريس المتمايز

إذا عانى الطلاب من صعوبة في تحديد الخصائص التي تعلل كل خطوة في هذه الحلول، اطلب منهم أن يشرحوا أولاً وجه الاختلاف بين كل سطر من سطور الحل عن السطر الذي يسبقه. ما إن يذكر الطلاب ما تغير لفظيًا، قد يسهل عليهم ربط هذا بأحد خصائص الأعداد التي رأوها. قد ترغب في وضع قائمة بخصائص الأعداد على جدار الفصل. وسيمنح هذا الطلاب قائمة بالخصائص التي يمكنهم الاختيار منها.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_016_021_687146.indd 18 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 5 كتابة معادلة وإيجاد حلها

يوضح الجدول رسومًا تم فرضها مقابل أشياء مستعارة تم تجاوز الزمن المحدد لإرجاعها في مكتبة العبيكان.

العنصر	رسوم التأخير
كتاب	AED 1.10 بالإضافة إلى AED 0.25 في اليوم
قرص مدمج	AED 1.50 بالإضافة إلى AED 0.75 في اليوم
قرص فيديو رقمي	AED 3.00 بالإضافة إلى AED 1.25 لكل يوم

a. **استخدام نموذج** لنفرض أن d يمثل عدد الأيام التي مرت على وقت إرجاع كتاب معين. لنفرض أن F يمثل إجمالي رسوم التأخير المفروضة على تأخير الكتاب. اكتب معادلة للصيغة F = [التعبير] الذي توضح كيفية حساب رسوم التأخير. اشرح كيف كتبت المعادلة.

$F = 0.25d + 1.10$، رسوم التأخير تساوي 0.25 مضروبة في عدد الأيام، d، بالإضافة إلى رسم بقيمة AED 1.10، والذي لا يعتمد على عدد الأيام.

b. **استخدام نموذج** يوجد مع حسام كتاب قد تأخر تسليمه لمدة 5 أيام. وضّح كيف تحل معادلة لحساب رسوم التأخير للكتاب. استخدم المساحات المتوفرة لتوضيح خطوات حلك واكتب تفسيرًا لكل خطوة في المساحات على اليسار.

$F = 0.25d + 1.10$ — المعادلة الأصلية من الجزء "a"

$F = 0.25(5) + 1.10$ — **تعويض 5 بدلاً من d.**

$F = 1.10 + 1.25$ — **الضرب.**

$F = 2.35$ — **الجمع.**

c. **التفكير بطريقة كمّية** اكتب جملة تشرح ما الذي يوضحه السطر الأخير من حلك.

إجمالي رسوم التأخير على كتاب حسام يساوي AED 2.35.

d. **استخدام نموذج** اكتب معادلة توضح كيفية حساب إجمالي رسوم التأخير F لقرص مدمج قد تأخر إرجاعه لمدة d يومًا (أيام). ثم وضّح كيفية استخدام المعادلة لحساب إجمالي التأخير لقرص مدمج قد تأخر إرجاعه لمدة 7 أيام.

$F = 0.75d + 1.50$، $F = 0.75(7) + 1.50 = 5.25 + 1.50 = 6.75$؛ رسوم التأخير تساوي AED 6.75.

e. **استخدام نموذج** اكتب معادلة توضح كيفية حساب إجمالي رسوم التأخير F لقرص فيديو رقمي قد تأخر إرجاعه لمدة d يومًا (أيام). يوجد مع سميرة قرص فيديو رقمي تبلغ رسوم تأخيره AED 10.50. استخدم معادلتك لتحديد هل تأخر قرص الفيديو الرقمي لدى سميرة لمدة 9 أيام أم لا. اشرح إجابتك.

$F = 1.25d + 3.00$، $d = 9$ ليس حلاً للمعادلة $10.50 = 1.25d + 3.00$، إذًا قرص الفيديو الرقمي ليس متأخرًا بمقدار 9 أيام.

f. **التفكير بطريقة كميّة** أعادت إسراء قرصًا مدمجًا إلى المكتبة وكانت تكلفة التأخير عليها AED 6.00. كم عدد الأيام التي تأخرتها إسراء لإرجاع القرص المدمج؟ اشرح استنتاجك.

الإجابة النموذجية: 6 أيام؛ يمكن أن تكون معادلة المسألة هي $6 = 1.5 + 0.75d$. يمكنني تعويض قيم العدد الكلي بعدد الأيام d حتى أحسب قيمة تجعل المعادلة صحيحة.

محفوظ لناشر الحقوق © محفوظة لصالح مكجرو هيل للتعليم McGraw-Hill Education

مثال 5

نصائح للتدريس

م٠ م٠ ر 4

شجع الطلاب على التعبير عن معادلتهم $F = 0.25d + 1.10$ بكلمات. ("تساوي الرسوم AED 0.25 مضروبة في عدد الأيام زائد AED 1.10.") ويعتبر التعامل بالانتقال بين مختلف نماذج التمثيل – والتي تكون في هذه الحالة معادلة ووصفًا لفظيًا – مهارة أساسية للنجاح في الجبر.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء b**، هل يتعين عليك استبدال 5 عوضًا عن المتغير F أو المتغير d في المعادلة؟ لماذا؟ **d، حيث يمثل d عدد الأيام، وقد تأخر حسام في رد الكتاب 5 أيام.**
- كيف تحول $0.25(5) + 1.10$ لأبسط صورة؟ لماذا؟ **ابدأ بالضرب ثم الجمع. هذا هو الترتيب الذي يقتضيه ترتيب العمليات.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_016_021_687146.indd 19 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

للتمرين

ربط التمارين بالمعايير

في**التمارين من 1 إلى 3 و 8** يجب أن يكتب الطلاب معادلة لتمثيل موقف من الحياة اليومية وحل المسألة، لتحقيق المعيار **A.CED.1**.

في **التمارين 4 و 6 و 7** يجب على الطلاب تعليل كل خطوة في حل معادلة خطية تحقق **A.REI.1**.

في **التمرين 5** يحل الطلاب المعادلة باستخدام القيم من مجموعة استبدال محددة تحقق **A.REI.3**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	4
2	2
3	3
4	7
5	7
6 – 7	7
8	2, 3, 4

أخطاء شائعة

في**التمرين 5**، قد يتحقق الطلاب من القيم المقدمة على خط الأعداد، والعمل من اليسار إلى اليمين. وما إن يحددوا أن $x = -2$ هو حل للمعادلة، قد يتوقفون مفترضين أنهم قد وجدوا "الحل". ذكر الطلاب أنه قد يكون للمعادلة أكثر من حل وأنه ينبغي عليهم الاستمرار في التحقق من القيم الأخرى.

تمرين

تبيع ثلاثة مواقع إلكترونية طعامًا للحيوانات الأليفة التي تتطلب حمية غذائية خاصة. يوضح الجدول التعابير التي تُحدد التكلفة الإجمالية لطلب طعام الحيوانات الأليفة من كل موقع إلكتروني. استخدم الجدول لحل التمارين 1–3.

موقع إلكتروني	التكلفة للأرطال p (AED)
مطبخ الحيوانات الأليفة	1.75(p- 1)
ركن الحيوانات الأليفة	2.50(p + 2)
الطعام الرائع	1.50p + 6

1. **استخدام نموذج** اشترت أمنية طعامًا للحيوانات الأليفة من موقع "الطعام الرائع" "Super Chow" ودفعت إجمالي AED 16.50. اكتب معادلة تربط بين التعبير الذي يستخدمه الموقع الإلكتروني لحساب التكلفة والمبلغ الذي دفعته أمنية. ثم استخدم المعادلة لشرح ما إذا كنت تعتقد أن أمنية قد اشترت 7 أرطال من طعام الحيوانات الأليفة أم لا.

16.50 = 6 + 1.50p: نعم اشترت أمنية lb 7 من طعام الحيوانات الأليفة لأنه عندما يكون $p = 7$، يكون الطرف الأيسر من المعادلة هو 16.50 = 6 + (7)1.50، إذًا فإن طرفي المعادلة متساويان.

2. **التفكير بطريقة كمية** اشترى خالد طعامًا للحيوانات الأليفة من موقع "ركن الحيوانات الأليفة" "Pet Zone" ودفع إجمالي AED 32.50. هل اشترى lb 10 أم lb 11 أم lb 12 من طعام الحيوانات الأليفة؟ استخدم معادلة لتبرير إجابتك.

lb 11: المعادلة هي 32.50 = (2 + p)2.50؛ إن $p = 11$ فقط تجعل الطرف الأيسر من المعادلة يساوي الطرف الأيمن.

3. **بناء براهين** المعادلة 42 = (1 − p)1.75 يمكن أن تُستخدم لإيجاد كمية طعام الحيوانات الأليفة التي طلبتها عائلة سمير من موقع "مطبخ الحيوانات الأليفة" "Canine Kitchen". هل طلبت عائلة سمير أكثر أم أقل من lb 20 من طعام الحيوانات الأليفة؟ برهن على إجابتك.

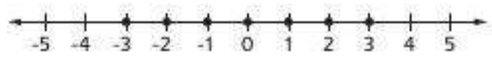
أكثر؛ عندما يكون $p = 20$، يكون الطرف المعادلة الأيسر 33.25 = (1 − 20)1.75، بما أن هذا أقل من AED 42، فلا بد أن عائلة سمير قد طلبت أكثر من lb 20 من طعام الحيوانات الأليفة.

4. **استخدام البنية** صف الخطوات التي تستخدمها لحل المعادلة $x + 4 + (2^4 - 6) = 16$. ثم اشرح كيفية معرفتك أن حلك صحيح.

جد قيمة الأس: $x + 4 + (16 - 6) = 16$؛ جد قيمة التعبير بين الأقواس:

$x + 4 + 10 = 16$؛ اجمع: $x + 14 = 16$؛ الحل هو $x = 2$، الحل صحيح لأن تعويض $x = 2$ في المعادلة الأصلية يؤدي إلى عبارة حقيقية.

5. **استخدام البنية** القيم على خط الأعداد هي مجموعة تعويض للمعادلة $m^2 + 1 = 5$. أيُّ القيم، إن وجدت، تُعد حلاً للمعادلة؟ اشرح.



2 و2−: تعويض $m = 2$ أو $m = -2$ في المعادلة يجعل الطرف الأيسر من المعادلة يساوي 5، لذا فإن 2 و2− حلان للمعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعلم ماكجرو هيل التعليمية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_016_021_687146.indd 20 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

استخدام من البنية حُـلّ كل معادلة. قم أولاً بتحويل المعادلة إلى أبسط صورة واستخدم خاصية معينة لتبرير كل خطوة. ثم اكتب الحل واشرح كيف حصلت عليه.

6. $c + 12 + 6c = 10c - 3c + 11 + 1$ المعادلة الأصلية

$c + 12 + 6c = 7c + 12$ **خاصية التعويض**

$c + 6c + 12 = 7c + 12$ **خاصية التبديل**

$7c + 12 = 7c + 12$ **خاصية التعويض**

الحل: **الحل هو أي عدد حقيقي؛ لأي قيمة من قيم c، الطرف الأيسر من المعادلة يساوي الطرف الأيمن.**

7. $2n + 2 + 2n = 6n - 2n - 2$ المعادلة الأصلية

$2n + 2 + 2n = 4n - 2$ **خاصية التعويض**

$2n + 2n + 2 = 4n - 2$ **خاصية التبديل**

$4n + 2 = 4n - 2$ **خاصية التعويض**

الحل: **لا يوجد حل؛ لا توجد قيمة لـ n يكون للطرف $4n + 2$ من عندها نفس قيمة $4n - 2$.**

8. يوفر موقع الكتروني لأعضائه سعرًا خاصًا للأفلام عبر الإنترنت كما هو موضح في الإعلان. لنفرض أن m يمثل عدد الأفلام التي تشاهدها. ولنفرض أن C يمثل إجمالي تكلفة مشاهدة الأفلام.

الوَلَع بالأفلام

رسم الاشتراك لمرة واحدة: AED 6.85
ثم شاهد الكم الذي تريده من الأفلام كما تحب مقابل AED 2.99 فقط لكل فيلم!

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة تربط بين إجمالي التكلفة وعدد الأفلام التي تشاهدها.

$C = 2.99m + 6.85$

b. **استخدام نموذج** يشاهد كمال 16 فيلمًا في هذا الشهر. اشرح كيف يمكن استخدام المعادلة لحساب التكلفة الإجمالية.

استبدل $m = 16$ في المعادلة: $C = 2.99(16) + 6.85 = 54.69$

c. **تفكير ناقد** تقول ماجدة إنها اشتركت في أحد المواقع ودفعت AED 19 بالضبط لمشاهدة بعض الأفلام. قالت أختها إن هذا مستحيل. من منهما المُحقة؟ اشرح.

أختها على صواب. تكلفة 4 أفلام تساوي $2.99(4) + 6.85 = 18.81$ AED وتكلفة 5 أفلام تساوي $2.99(5) + 6.85 = 21.80$ AED. لذا لا يوجد عددٌ من الأفلام يكلّف AED 19 بالضبط.

d. **التفكير بطريقة كمية** لا يتقاضى موقع عالم الأفلام رسومًا للاشتراك. ولكنه يضع سعرًا موحدًا على كل فيلم. إذا كان تأجير 13 فيلمًا في موقع الوَلَع بالأفلام يكلف نفس تكلفة استئجار 9 أفلام في موقع عالم الأفلام. فما التكلفة التي يتقاضاها موقع عالم الأفلام عن كل فيلم؟

$2.99(13) + 6.85 = 45.72$, $45.72 = 9p$ P $p = 5.08$: يتقاضى موقع عالم الأفلام تكلفة قدرها AED 5.08 عن كل فيلم.

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة وتاليف

أخطاء شائعة

قد يرتكب الطلاب المعتادون على حل المعادلة بإجراء نفس العملية بكل من طرفي المعادلة خطأ في **التمرين 6**. وما أن يحولوا المعادلة إلى أبسط صورة في الصورة $7c + 12 = 7c + 12$. يمكنهم طرح $7c$ من كل من الطرفين وطرح 12 من كل من الطرفين وتتبقى القيمة $0 = 0$. أو يمكنهم طرح 12 من كل طرف ثم قسمة كل طرف على $7c$ للحصول على نتيجة $1 = 1$. قد يستنتج الطلاب أن المعادلة الأصلية ليس لها أي حلول. شجع الطلاب على التوقف عند مرحلة مبكرة من العملية عندما يمكنهم ملاحظة أن أي قيمة للمتغير تجعل الطرفين متساويين.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

قد ترغب في استخدام **التمرين 8** لمناقشة جوانب **معيار الممارسة في الرياضيات 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. يتلخص أحد أجزاء المعيار في التفكير إن كانت النتائج منطقية أم لا. ما أن يستخدم الطلاب نموذجهم (معادلتهم) لتحديد تكلفة مشاهدة 16 فيلمًا. أسألهم إن كانت إجاباتهم منطقية أم لا ولماذا. لإجابة هذا، قد يقرر الطلاب تحديد التكلفة دون استخدام النموذج. فعلى سبيل المثال، يمكنهم استخدام نص الإعلان لاستنتاج أن تكلفة مشاهدة 16 فيلمًا تساوي AED 2.99 للفيلم الواحد، وذلك يساوي AED 47.84 زائد رسوم التسجيل وهي AED 6.95، بإجمالي AED 54.69. وينبغي أن يطابق ذلك النتيجة التي حصل عليها الطلاب من حل المعادلة والتي توضح أن الإجابة منطقية.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_016_021_687146.indd 21 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المعايير

ويتناول أيضًا: F.IF.1
معايير الممارسة في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 6

المتطلبات الأساسية

- ضع النقاط على مستوى إحداثي

مثال 1

م٠م٠ر 4

نصائح للتدريس

بينما يعمل الطلاب لفهم المسألة، قد ترغب في بدء مناقشة موجزة حول إيجابيات وسلبيات كل عملية تمثيل للعلاقة المقدمة. فعلى سبيل المثال، قد يجعل الرسم البياني من السهل رؤية أي أنماط في الأزواج المرتبة، بينما يوضح المخطط بقوة الرابط بين قيم المجال وقيم المدى المقابلة.

الأسئلة الداعمة

- كيف تجد الزوج المرتب لعثمان؟ **ابدأ عند نقطة الأصل وقم بعد الوحدات إلى اليمين لتجد قيمة x ثم قم بعد الوحدات بالتحرك للأعلى لتجد قيمة y.**
- ماذا يُمثل الزوج المرتب (52, 5.5)؟ **مراهقة قامت بمجالسة الأطفال لمدة 5.5 ساعات وحصلت على AED 52.**
- لماذا لا يوجد سوى 4 قيم للمجال؟ **قام اثنان من المراهقين بمجالسة الأطفال لمدة 3 ساعات لكل منهما.**

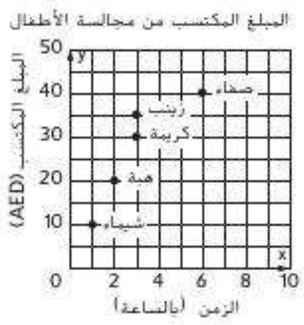
الأهداف

- تمثيل علاقة بعدة طرائق.
- تحديد المجال والمدى لعلاقة معينة.
- تفسير التمثيل البياني لعلاقة معينة.

العلاقة هي مجموعة من الأزواج المرتبة. مجموعة المساقط الأولى للأزواج المرتبة تدعى **المجال**. مجموعة المساقط الثانية للأزواج المرتبة تدعى **المدى**.

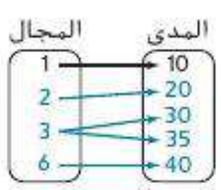
مثال 1 **تمثيل علاقة**

الاستكشاف سأل مراسل جريدة صحفية مراهقين عن آخر مرة جلسوا فيها مع أطفال. ذكر كل مراهق عددًا من الساعات التي جلسها مع الأطفال والمبلغ الذي اكتسبه. يوضح التمثيل البياني النتائج.



a. **استخدام نموذج** اكتب مجموعة الأزواج المرتبة الموضحة في التمثيل البياني. ما الذي تمثله الأعداد في كل زوج مرتب؟
{(1, 10), (2, 20), (3, 30), (3, 35), (6, 40)}؛ العدد الأول يمثل عدد الساعات، والعدد الثاني يمثل المبلغ المكتسب.

b. **استخدام نموذج** يمكنك استخدام جدول أو تطبيق لتمثيل علاقة معينة. **التطبيق** هو تخطيط يوضح كيفية اقتران كل عنصر في المجال بعنصر آخر في المدى. أكمل الجدول والتطبيق الموضحين أدناه.



x	y
1	10
2	20
3	30
3	35
6	40

c. **شرح المسائل** اكتب المجال والمدى للعلاقة. اكتب كلاً منهما كمجموعة داخل القوسين { }.
المجال: {1, 2, 3, 6}؛ المدى: {10, 20, 30, 35, 40}

d. **استخدام نموذج** كيف يمكنك من خلال التمثيل البياني معرفة أي المراهقين قد جالس أطفالاً لعدد الساعات نفسه؟
جالست زينب وكريمة الأطفال لنفس عدد الساعات لأن نقاط أزواجهم المرتبة تقع على الخط الرأسي نفسه.

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

معلومات أساسية في الرياضيات

يمهد الدرسان 1.5 و1.6 الطلاب للعلاقات والدوال. العلاقة هي ببساطة مجموعة من الأزواج المرتبة. ويمكن تحديد الأزواج المرتبة بقائمة، وفي كل الحالات تكتب القائمة في العادة باستخدام الترميز العلمي مثل {(−4, 2), (3, −5), (0, 4)}. ويمكن تقديم الأزواج المرتبة في صورة جدول أو رسم بياني أو معادلة. فعلى سبيل المثال، تصف المعادلة $y = x + 3$ العلاقة بين مجموعة لا نهائية من الأزواج المرتبة $(-4, -1)$، و(-1.8)، و$(\pi, \pi + 3)$.

وتمثل مجموعة قيم x للأزواج المرتبة المجال، بينما تمثل مجموعة قيم y للأزواج المرتبة المدى. لاحظ أن عناصر المجال والمدى تكتب عادة بترتيب تصاعدي ولا تدرج العناصر المكررة إلا مرة واحدة. في العلاقة الأولى المذكورة أعلاه، المجال {−3, 0, 4} والمدى {−4, 2, 5}.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_022_025_687146.indd 22 8/22/19 8:50 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

e. **التفكير بطريقة كمية** أي المراهقين حصل على أكبر سعر للساعة؟ برر إجابتك.

تكسب زينب 35 AED في 3 ساعات، وهذا يعني أنها تكسب 11.67 AED في الساعة. تكسب شيماء وهبة وكريمة 10 AED في الساعة كل على حدة، وتكسب صفاء 6.67 AED في الساعة.

في العلاقة، تكون القيمة التي تحدد الخرج هي **المتغير المستقل**. المتغير ذو القيمة المعتمدة على قيمة المتغير المستقل يُسمى **المتغير التابع**.

مثال 2 **تفسير تمثيل بياني**

بدأت منى من منزلها وذهبت في نزهة طويلة. يمثل التمثيل البياني المسافة بينها وبين منزلها منذ بدأت النزهة.

a. **استخدام نموذج** ما ما المقصود بالمتغير التابع والمتغير المستقل؟ اشرح.

المتغير المستقل: الزمن؛ المتغير التابع: المسافة؛ تعتمد المسافة على المدة الزمنية التي كانت منى تمشي خلالها

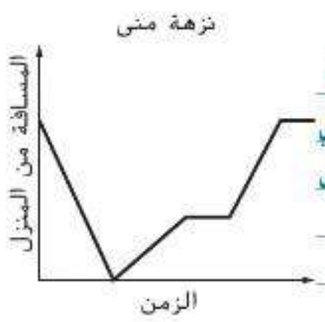
b. **التواصل بدقة** صف ما يجري في التمثيل البياني.

كلما زاد الزمن، زادت المسافة. وهذا يوضح أن منى قد مشت مسافة أطول بعيدًا عن المنزل. أصبح الرسم البياني خطًا أفقيًا. لذا فإن المسافة من المنزل لا تتغير ولكن الزمن يزداد. قد يعني هذا أنها توقفت للاستراحة. ثم واصلت المشي لمسافة أكبر بعيدًا عن المنزل حتى قمة الرسم البياني. وعند هذه النقطة، بدأت المشي عائدة إلى منزلها حتى وصلت إليه.

c. **استخدام نموذج** كيف سيصبح التمثيل البياني مختلفًا إذا قررت منى التوقف عند منزل عمتها في طريق العودة إلى المنزل وقضت الليلة هناك؟

سيكون هناك جزء أفقي في الجزء المائل لأسفل في الرسم البياني.

d. **التواصل بدقة** يوضح التمثيل البياني مرة أخرى مشت فيها منى. ما الذي يوضحه التمثيل البياني؟ قارن بين تلك النقاط الطرفية وبين نظيراتها في التمثيل البياني الأول.



الإجابة النموذجية: كلما زاد الزمن، تعود منى أدراجها إلى منزلها، ثم تصل إلى منزلها لبدء المشي بعيدًا عن منزلها، وتتوقف ثم تمشي بعيدًا عن منزلها ثم تتوقف مجددًا. في الرسم البياني الأول، بدأت منى وانتهت عند منزلها. في الرسم البياني الأول، بدأت منى رحلتها وأنهتها في مكان قريب من منزلها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

المثال 2 يمكن أن يعزز مناقشةً شيقةً حول **معيار الممارسة في الرياضيات 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. وبوجه خاص، يطلب المثال من الطلاب التفكير بعناية في عملية تمثيل واحدة لعلاقة (رسم بياني) حتى يمكنهم ترجمتها إلى طريقة تمثيل أخرى (كلمات). يمكنك تحدي الطلاب بأن تسألهم إن كان الجزء الأفقي من الرسم البياني يعني أن منى قد توقفت عن السير أم لا. وبالرغم من أن هذه أحد الاحتمالات، فإن الجزء الأفقي من الرسم البياني يوضح أن مسافتها من البيت لم تتغير. ومن المحتمل أنها تدور في دائرة على مسافة ثابتة حول البيت. وبالرغم من أن الخيار الثاني لا يبدو محتملاً في سياق الحياة اليومية، فإن الانتباه لهذه الاحتمالية يتطلب فهمًا عميقًا لما يمثله الرسم البياني.

مثال 2

م٠ م٠ ر 4

نصائح للتدريس

قد ينظر بعض الطلاب إلى الرسم البياني للمسافة التي سارتها منى، ويلاحظوا شكله فيفترضوا أنها كانت تمشي على جبل شديد الانحدار. تأكد من أن يفهم الطلاب أن الرسم البياني ليس صورة أو خريطة للمسار الذي سارته منى. بل يوضح فحسب المسافة النسبية من المنزل في عدة أوقات. لمساعدة الطلاب على فهم ذلك، اطلب منهم تتبع الرسم البياني ببطء من اليسار إلى اليمين بأصابعهم. بينما يقومون بذلك، اطلب من الطلاب وصف كيفية تغير مسافة منى من المنزل.

الأسئلة الداعمة

- ما الذي يجعل من المنطقي أن يبدأ الرسم البياني من نقطة الأصل؟ **عند الوقت 0، تكون المسافة من المنزل 0، حيث إن منى تبدأ من المنزل.**
- ما الذي يحدث لمسافة منى من المنزل على الجزء الأفقي من الرسم البياني؟ **لا تتغير مسافتها من المنزل (تظل ثابتة).**
- أي نقطة على الرسم البياني تمثل اللحظة التي تكون فيها منى على أبعد مسافة من المنزل؟ كيف علمت ذلك؟ **عند قمة الرسم البياني تكون على أبعد مسافة من المنزل فعند هذه النقطة تكون المسافة من المنزل بأكبر قيمة لها.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_022_025_687146.indd 23 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

للتمرين

ربط التمارين بالمعايير

التمارين 1 و 2 و 7 و 8 تمنح الطلاب الفرصة للتدرب على معرفة المجال والمدى لعلاقة، مما يحقق المعيار **F.IF.1**.

التمارين من 3 إلى 6 تمنح الطلاب الفرصة للتدرب على تفسير الرسم البياني الذي يمثل علاقة بين كميتين تحققان المعيار **A.REI.10**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	1, 4
2	1, 3, 4
4–3	6
5	3
6	4
7	3
8	4

أخطاء شائعة

في **التمرين 1a** قد يكتب بعض الطلاب المجال في الصورة {2, 3. 3, 5.5, 8}. ذكر الطلاب أنه في المجموعات، تذكر العناصر المكررة مرة واحدة فقط. لذا تكون المجموعة {2, 3. 3, 5.5, 8} في الحقيقة مطابقة للمجموعة {2, 3. 5.5, 8}. إضافة إلى ذلك، يجب أن يدرك الطلاب أن تغيير ترتيب العناصر لا يغير المجموعة. لذا يمكن كتابة المجال في الصورة {8, 2. 5.5, 3}. إلا أنه من المعتاد ترتيب عناصر المجموعة ترتيبًا تصاعديًا.

تمرين

1. تعطي الأزواج المرتبة التالية الطول بالقدم والوزن بالأرطال لخمسة ثعابين في منزل زواحف في حديقة حيوانات: {(5.5, 4.5), (3, 0.5), (3, 2), (8, 4.5), (2, 0.5)}

a. **تفسير المسائل** اكتب المجال والمدى للعلاقة.

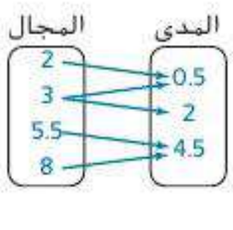
المجال: {2, 3, 5.5, 8}؛ المدى: {0.5, 2, 4.5}

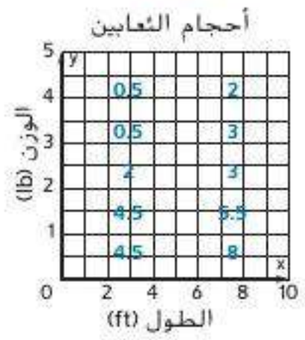
b. **استخدام نموذج** ما المقصود بالمتغيرات التابعة والمتغيرات المستقلة؟

المتغير المستقل: الطول، المتغير التابع: الوزن

c. **استخدام نموذج** أكمل الجدول، والمخطط والتمثيل البياني أدناه.

x	y
	• •
•	
• •	





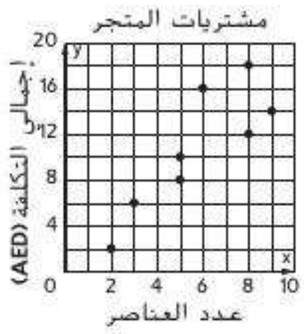
d. **استخدام نموذج** كيف يمكنك من خلال التمثيل البياني معرفة الثعابين التي لها الوزن نفسه؟

إذا كانت النقاط تقع على نفس الخط الأفقي، فإن لها نفس الوزن.

e. **استخدام نموذج** ما الذي يعنيه إذا كانت هناك نقطتان على التمثيل البياني تقعان على خط رأسي؟

في حالة وجود نقطتين على أي خط رأسي في الرسم البياني، إذًا سيكون للثعبانين اللذين لهما نفس الطول وزنان مختلفان.

2. يوضح التمثيل البياني عدد العناصر التي اشتراها ثمانية عملاء في متجر كبير وإجمالي تكلفة العناصر.



a. **تفسير المسائل** اكتب المجال والمدى للعلاقة.

المجال: {2, 3, 5, 6, 8, 9}؛ المدى: {2, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18}

b. **استخدام نموذج** اشرح كيف يمكنك من خلال التمثيل البياني معرفة كم عدد العملاء الذين أنفقوا أكثر من 12 AED.

3 عملاء؛ احسب عدد النقاط التي تقع فوق الخط الأفقي $y = 12$.

c. **تفكير ناقد** قال أحد الزملاء إنه بإمكانك جمع القيم في المجال لإيجاد إجمالي عدد العناصر التي اشتراها أولئك العملاء. هل تتفق معه؟ اشرح.

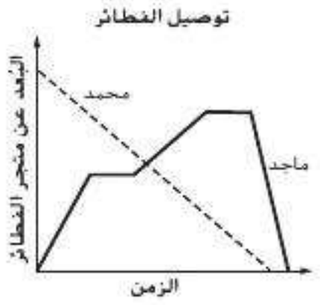
لا؛ اشترى عميلان 5 أشياء و8 أشياء، لذا لا يمكنك إضافة قيم المجال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة MARSHALL CAVENDISH EDUCATION

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_022_025_687146.indd 24 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

يستخدم ماجد ومحمد سيارتيهما لتوصيل الفطائر. يمثل التمثيل البياني بُعدهما عن متجر الفطائر بدءًا من الساعة 6 PM. استخدم التمثيل البياني في حل التمارين 6-3.



3. **التواصل بدقة** صف ماذا يحدث في التمثيل البياني لماجد.
يقود ماجد السيارة بعيدًا عن متجر البيتزا، ويتوقف لتوصيل الطلبات، ويستمر في القيادة بعيدًا عن متجر البيتزا، ويتوقف لتوصيل أحد الطلبات الأخرى، ثم يعود إلى متجر البيتزا.

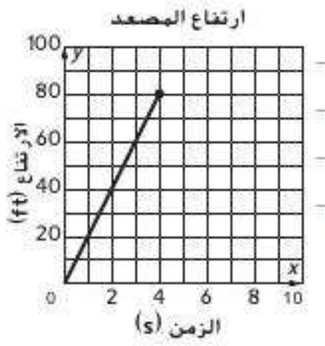
4. **التواصل بدقة** صف ماذا يحدث في التمثيل البياني لمحمد.
في الساعة 6 مساءً محمد غير موجود في متجر البيتزا، وهو يقود السيارة مباشرة إلى هناك دون توقف.

5. **تفكير ناقد** يقول أحد الزملاء أن التمثيلين البيانيين لماجد ومحمد يتقاطعان لذا لا بد وأن سيارتيهما قد اصطدمتا بعد الساعة 6 PM. هل توافق أم لا؟ اشرح.
لا أوافق: تمثل نقطة التقاطع الزمن الذي كان فيه كل من ماجد ومحمد على مسافة واحدة من متجر البيتزا.

6. **استخدام نموذج** بعد الساعة 6 PM، أيهما كان الأول في العودة لمتجر الفطائر؟ كيف علمت ذلك؟
محمد: يتقاطع الرسم البياني الخاص به مع المحور الأفقي x قبل الرسم البياني لماجد. وهذا يعني أن مسافته من متجر البيتزا كانت "صفر" قبل أن تكون مسافة ماجد من المتجر "صفر".

7. **التعليق على الاستنتاج** تقول سميرة إنه في أي علاقة، يجب أن يكون عدد العناصر في المجال أكبر من أو يساوي عدد العناصر في المدى. هل تتفق معها؟ إذا كان كذلك، فوضح السبب. إذا كانت خاطئة، فاضرب مثالاً مضادًا.
لا أوافق: مثال مضاد: في العلاقة {(3, 1), (2, 1)}، المجال هو {1}، إذًا يشمل عنصرًا واحدًا، بينما يشمل المدى {3, 2} عنصرين.

8. **استخدام نموذج** يوضح التمثيل البياني ارتفاع مصعد عن الأرض. صف المجال والمدى لهذه العلاقة بالكلمات وباستخدام المتباينات. ثم اذكر ثلاثة أزواج مرتبة في العلاقة.



المجال: جميع الأعداد الصحيحة من 0 إلى 4، $\{4 \geq x \geq 0\}$:
المدى: جميع الأعداد الصحيحة من 0 إلى 80، $\{80 \geq y \geq 0\}$:
الإجابة النموذجية: (0, 0)، (1, 20)، (2, 40)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 5**، قد يرى بعض الطلاب الرسم البياني "كخريطة طريق" توضح مسارات السيارات. في هذه الحالة، قد يستنتج الطلاب أن نقطة التقاطع تمثل نقطة اصطدام. ساعد الطلاب على فهم أن المحور الرأسي يمثل المسافة بين السائقين ومتجر البيتزا. بينما توضح نقطة التقاطع أنه هناك لحظة يكون فيها السائقان على نفس المسافة من متجر البيتزا. إلا أنهما قد يكونان على طريقين مختلفين أو ربما في مدينتين مختلفتين.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يمكنك استخدام **التمرين 8** للربط **بمعيار الممارسة في الرياضيات 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكمية)**. قد يتمكن الطلاب من النظر في الرسم البياني ووصف المجال على أنه "جميع الأعداد الحقيقية من 0 إلى 4". ولكن يخفقون في ترجمة هذا إلى عبارة ذات معنى تمثل موقفًا في الحياة اليومية. في هذه الحالة، يوضح المجال أن المصعد قد تحرك لمدة 4 ثوانٍ. وبالمثل، يوضح المدى أن المصعد قد صعد من ارتفاع 0 قدم (الطابق الأرضي) إلى ارتفاع 80 قدمًا. توضح حقيقة أن المدى يتضمن جميع الأعداد الحقيقية من 0 إلى 80 أن المصعد قد مر بجميع الارتفاعات المحتملة من 0 قدم إلى 80 قدمًا.

25 1.6 العلاقات

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_022_025_687146.indd 25 8/22/19 8:50 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المعايير

ويتناول أيضًا: F.IF.2, F.IF.5
معايير الممارسة في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 6

المتطلبات الأساسية

- ضع النقاط على مستوى إحداثي

مثال 1

نصائح للتدريس

م· م· ر 4

ساعد الطلاب على فهم كل نموذج بأن تطلب منهم أولاً تحديد المُعطى (مقدار الوقت الذي يذاكر فيه الطالب) والنتيجة (درجات الطالب).

الأسئلة الداعمة

- في المخططات، كيف تساعدك الأسهم على تحديد ما إذا كان المخطط دالة أم لا؟ **إذا لم تكن أي من قيم المدخلات لها أكثر من سهم، فالمخطط يمثل دالة.**
- في الرسم البياني، كيف يمكنك معرفة إن كان لأحد المعطيات معينة لنتيجتان؟ **تقع نقطتان على نفس الخط الرأسي.**

الأهداف

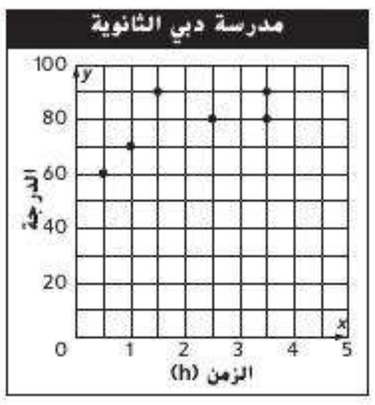
- فهم تعريف الدالة وتعريف العلاقات التي تمثل دوالاً.
- استخدام رمز الدالة وشرحه.
- الربط بين مجال الدالة والتمثيل البياني الخاص به.

الدالة هي علاقة يوجد بها مُخرج بالضبط لكل قيمة مُدخل. وبطريقة أخرى، كل عنصر في المجال يتم تعيينه لعنصر واحد بالضبط في المدى.

مثال 1 **تحديد الدوال**

الاستكشاف أجرى مصطفى استطلاع رأي بين الطلاب في بعض المدارس الثانوية. وسأل في كل مدرسة ستة طلاب عن مدة دراستهم لاختبارهم الأخير والدرجة التي حصلوا عليها في الاختبار. يتم تمثيل بياناته في الجدول والمخطط والتمثيل البياني أدناه.

المدرسة الثانوية الوسطى	
الدرجة	الزمن (h)
81	0.5
81	1
92	3
75	1.5
90	2
94	1.5



a. **استخدام نموذج** بالنسبة لكل مدرسة، هل العلاقة تمثل دالة؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالنفي.

الوسطى: لا؛ يتم تعيين قيمة المعطى 1.5 لقيمتي النتائج 75 و 94.

الشارقة: نعم؛ يتم تعيين كل قيمة معطى لقيمة نتيجة واحدة بالضبط.

دبي: لا؛ يتم تعيين قيمة المعطى 3.5 لقيمتي النتائج 80 و 90.

b. **تفكير ناقد** أجرى مصطفى استطلاع رأي بين ستة طلاب في مدرسة الشارقة الثانوية. وكتب بياناته على شكل مجموعة الأزواج المرتبة هذه: {(3, 81), (0.5, 67), (1.5, 70), (2.5, 70), (4, 98), (3, 87)}. زعم مصطفى أن العلاقة لا تمثل دالة، ولكنه قال إنه يمكنه تغيير قيمة مُدخل واحد فقط أو قيمة مُخرج فقط وجعلها دالة. هل تتفق مع رأي مصطفى؟ الشرح.

نعم؛ العلاقة لا تمثل دالة لأن قيمة المعطى 3 يتم تعيينها لقيمتي مُخرجين 81 و 87. لجعل العلاقة دالة، يمكن أن يغير مصطفى الزوج المرتب (3, 81) إلى (3.5, 81).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة MARSHALL CAVENDISH EDUCATION

معلومات أساسية في الرياضيات

تعتبر الدوال أدوات أساسية لوصف ظواهر الحياة اليومية. في العديد من مواقف الحياة اليومية، من المنطقي أن يكون لكل قيمة "معطى" قيمة "نتيجة" واحدة. فعلى سبيل المثال، قد تمثل الدالة درجة الحرارة في وسط مدينة في وقت محدد. وفي هذه الحالة يكون المعطى عبارة عن الوقت المحدد في اليوم، ومن المنطقي أن يكون هناك درجة حرارة واحدة (نتيجة) مقابلة لهذا الوقت من اليوم.

قد يتساءل الطلاب عن سبب الحاجة لاستخدام ترميز الدالة. وضح أنها توفر اختصارات لتسمية الدوال والتمييز بين الدوال المتعددة. كما سيرى الطلاب استخدام ترميز الدوال في المقررات الدراسية اللاحقة عندما يتعاملون مع تعبيرات معقدة مثل $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_026_031_687146.indd 26 8/22/19 8:51 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

التمثيل البياني الذي يتألف من نقاط غير متصلة هو **دالة منفصلة**. الدالة التي لها تمثيل بياني يمثل مستقيمًا أو منحنى هي **دالة متصلة**.

مثال 2 **التمثيل البياني للدالة**

يبلغ سعر التذكرة إلى معرض الإمارة 5 AED لكل فرد.

a. **استخدام نموذج** ارسم تمثيلًا بيانيًا يمثل العلاقة بين عدد التذاكر التي تشتريها وإجمالي تكلفة التذاكر.

b. **استخدام نموذج؟** هل تمثل العلاقة دالة؟ اشرح.

نعم؛ يتم تعيين كل قيمة معطى لقيمة نتيجة واحدة بالضبط.

c. **التواصل بدقة** هل الدالة منفصلة أم متصلة؟ لماذا؟ استخدم سياقًا من الحياة اليومية لشرح لماذا إجابتك منطقية.

منفصل؛ يتكون التمثيل البياني من نقاط غير متصلة. وهذا منطقي لأنه لا يمكنك سوى شراء عدد كلي من تذاكر المعرض.

d. **التفكير بطريقة كميّة** ما مجال الدالة؟ ما مدى ارتباط المجال بسياق الحياة اليومية؟

المجال هو مجموعة من الأعداد الكلية {0, 1, 2,...}. لا يمكنك إلا شراء عدد كلي من التذاكر.

e. **التفكير بطريقة كميّة** ما مجال الدالة؟ ما مدى ارتباط المدى بسياق الحياة اليومية؟

المدى هو مضاعفات العدد 5 {0, 5, 10,....}. نظرًا لأن التكلفة تساوي 5 أضعاف عدد التذاكر بالدرهم الإماراتي، فإن التكلفة الإجمالية ستكون مضاعفات للقيمة 5 AED.

f. **تفكير ناقد** قال أحد الطلاب إنك إذا كتبت دالة كمجموعة من الأزواج المرتبة. فإن الزوج المرتب (25, 100) سيكون عنصرًا في المجموعة. هل توافق أم لا؟ اشرح.

لا أوافق؛ العدد الأول في الزوج المرتب هو عدد التذاكر التي تشتريها؛ وإذا اشتريت 25 تذكرة، فستكون التكلفة 5(25) = 125 AED، وليس 100 AED، إذًا (100, 25) ليسا في المجموعة.

g. **التواصل بدقة** صف موقفًا يمكن وضع نموذج له باستخدام دالة تتضمن الأزواج المرتبة نفسها مثل الدالة الخاصة بتكلفة تذاكر معرض الإمارة. ولكن الزوج المرتب يكون خاصًا بالنوع الذي لم تحدده كإجابة لك على الجزء "c". اشرح لماذا يؤدي هذا الموقف إلى دالة من نوع آخر.

الإجابة النموذجية: تقود نورا دراجتها بسرعة 5 أميال في الساعة بعيدًا عن منزلها. وتبلغ المسافة التي قطعتها 5 أضعاف عدد الساعات التي ركبت الدراجة فيها. يمكن التعبير عن هذه الحالة عن طريق دالة متصلة. وتتضمن أزواجًا مرتبة مثل (1, 5) و(2, 10)، مثل مسألة تكلفة التذكرة، ولكن الدالة تكون منطقية أيضًا لكل القيم الزمنية بين العدد الكلي للساعات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

م٠ م٠ ر 4

نصائح للتدريس

إذا عانى الطلاب من صعوبة في الانتقال مباشرة من الوصف اللفظي إلى الرسم البياني، فاقترح أن يضعوا جدولاً من القيم ثم تعيين الأزواج المرتبة من الجدول.

الأسئلة الداعمة

- لكل نقطة على الرسم البياني، ما علاقة قيمة y بقيمة x؟ **تساوي قيمة y 5 أضعاف قيمة x.**
- هل من المنطقي تمثيل النقطة (1.5, 7.5) على الرسم البياني؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالسلب. **لا، فلا يمكنك شراء 1.5 تذكرة للمعرض.**
- هل من المنطقي تمثيل النقطة (0, 0) على الرسم البياني؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالسلب. **نعم، فإذا اشتريت 0 من التذاكر، ستدفع 0 من الدراهم.**
- ما الذي تلاحظه بشأن جميع النقاط على رسمك البياني؟ **جميعها تقع على خط مستقيم يمر عبر نقطة الأصل.**

27 1.7 الدوال

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_026_031_687146.indd 27 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م٠ م٠ ر 1

إذا احتاج الطلاب إلى مساعدة في الجدول، فاقترح أن يقوموا أولاً بملء الصف بقيم x واستخدام قيم تفصل بينها قيم متساوية، كاستخدام قيم x تزيد بمقدار 1. ثم اطلب من الطلاب إيجاد قيم y المقابلة. باختيار قيم x التي تفصل بينها قيم متساوية، قد يتمكن الطلاب من التعرف على الأنماط التي قد تساعدهم في ملء قيم y.

الأسئلة الداعمة

- في هذه العلاقة، ما الذي يحدث لقيمة y بينما تزيد قيمة x بمقدار 1؟ **تزيد قيمة y بمقدار 2.**
- ما الذي يجعل من المنطقي رسم الرسم البياني على أنه دالة متصلة؟ **المجال هو جميع الأعداد الحقيقية.**
- كيف يمكنك التحقق من رسمك للرسم البياني بشكل صحيح؟ **اختر نقطة من على الرسم البياني وتأكد من أن الإحداثيين x و y للنقطة يحققان المعادلة المقدمة.**

التدريس المتمايز

قد يستفيد المتعلمون بطريقة التعلم الحركي من استخدام أشياء مادية لمساعدتهم في إجراء اختبار الخط الرأسي. فعلى سبيل المثال، قد يستخدم الطلاب قلم حبر أو رصاص أو عودًا من المعكرونة غير المطهوة لتمثيل الخط الرأسي. اطلب منهم حمل أي من هذه الأشياء بشكل رأسي وتمريرها ببطء على الرسم البياني من اليسار لليمين. يسهل ذلك على الطلاب تحديد إن كان هناك قيمة x يقطع فيها الخط الرسم البياني في أكثر من نقطة.

يعد **اختبار الخط الرأسي** طريقة لتحديد ما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة أم لا. إذا تقاطع المستقيم الرأسي مع التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فلن يكون التمثيل البياني بمثابة دالة. وإلا فإن العلاقة دالة.

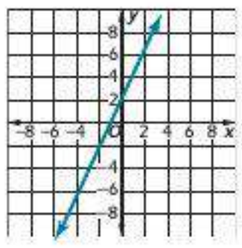
مثال 3 **التمثيل البياني للدالة**

اتبع هذه الخطوات للتمثيل البياني للمعادلة $y - 2x = 4$ وتحديد هل تمثل المعادلة دالة أم لا.

a. **تفسير المسائل** أكمل الجدول أدناه لإيجاد خمسة أزواج مرتبة تجعل المعادلة صحيحة.
تم عرض نماذج من الأزواج المرتبة.

x	−2	−1	0	1	2
y	0	2	4	6	8

b. **تفسير المسائل** استخدم الجدول لمساعدتك على التمثيل البياني للمعادلة على المستوى الإحداثي المتوفر.



c. **بناء براهين** هل تمثل العلاقة دالة؟ استخدم التمثيل البياني لتبرير إجابتك.
نعم؛ لا يوجد خط رأسي يتقاطع مع التمثيل البياني في أكثر من نقطة واحدة. لذا فإن العلاقة تمثل دالة عن طريق اختبار الخط الرأسي.

d. **التفكير بطريقة تجريدية** ما المجال والمدى للدالة؟ اشرح مدى ارتباط ذلك بالتمثيل البياني للدالة.
المجال والمدى هما جميع الأعداد الحقيقية. يستمر الخط إلى ما لا نهاية إلى اليسار وإلى اليمين، مما يوضح أن المجال هو جميع الأعداد الحقيقية. يستمر الخط إلى ما لا نهاية إلى الأعلى وإلى الأسفل، مما يوضح أن المدى هو جميع الأعداد الحقيقية.

e. **التواصل بدقة** صف كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني للدالة لإيجاد قيمة المخرج مع قيمة المدخل 6−.
احسب القيمة 6− على المحور الأفقي x. ثم انتقل إلى أسفل رأسيًا إلى التمثيل البياني للدالة. ثم انتقل أفقيًا إلى المحور الرأسي y واقرأ القيمة المقابلة. قيمة النتيجة هي 8−.

f. **التواصل بدقة** كيف عرفت رسم التمثيل البياني كدالة متصلة؟ استخدم الدالة المعطاة في تبريرك. كيف يمكنك تحديد ما إن كانت العلاقة منفصلة أم لا؟
الإجابة النموذجية: التمثيل البياني للدالة $y - 2x = 4$ متصل لأن المجال والمدى هما جميع الأعداد الحقيقية. ستكون العلاقة منفصلة إذا أعطت المعادلة أو سياق المسألة نتائج غير متصلة عند رسمها بيانيًا.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_026_031_687146.indd 28 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

رمز الدالة هو طريقة لاستخدام معادلة من أجل كتابة قاعدة للدالة. على سبيل المثال، في رمز الدالة، نتم كتابة المعادلة $y = x + 7$ كما يلي $f(x) = x + 7$. التمثيل البياني للدالة $f(x)$ هو التمثيل البياني للمعادلة $y = f(x)$.

في رمز الدالة، توضح الصيغة $f(x)$ عنصر المدى الموافق للعنصر x في المجال. على سبيل المثال، بالنسبة إلى الدالة $f(x) = x + 7$، يمثل $f(9)$ قيمة المَخرج الذي يتوافق مع قيمة المَدخل $x = 9$. لذلك، $f(9) = 9 + 7 = 16$.

مثال 4 **استخدام رمز الدالة وتفسيره**

تدير لمياه شركة لبناء الأسوار. وتقوم بحساب إجمالي التكلفة C لبناء سور باستخدام قاعدة الدالة $C(x) = 5x + 25$، حيث يمثل x طول السور بالقدم.

a. **التفكير بطريقة كمية** ما قيمة $C(17.5)$؟ ما الذي يمثله $C(17.5)$؟

$C(17.5) = 112.5$؛ يمثل $C(17.5)$ تكلفة إنشاء سور يصل طوله إلى 17.5 قدمًا. لذا، يكلف الأمر AED 112.50 لإنشاء سور بطول 17.5 قدمًا.

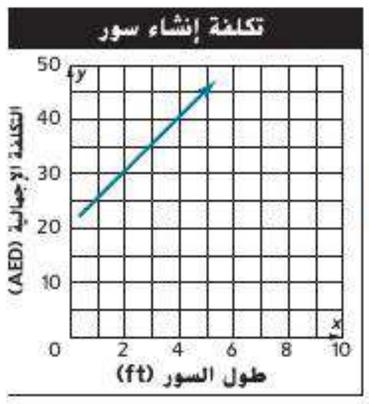
b. **استخدام نموذج** اشرح كيف يمكن أن يستخدم كمال قاعدة الدالة لإيجاد تكلفة إنشاء سور يصل طوله إلى 11 ياردة (1 ياردة = 3 اقدام).

11 ياردة تساوي 33 قدمًا، لذا احسب $C(33)$ عن طريق تعويض $x = 33$ في المعادلة: $C(33) = 5(33) + 25 = 190$؛ تكلفة إنشاء السور هي AED 190.

c. **استخدام نموذج** مثّل بيانيًا C(x) على المستوى الإحداثي على اليسار.

d. **التفكير بطريقة تجريدية** ما المجال والمدى للدالة؟ اشرح كيف يرتبط ذلك بالتمثيل البياني للدالة.

المجال هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي الصفر؛ يبدأ الخط عند المحور الرأسي y ويستمر إلى ما لا نهاية إلى اليمين. المدى هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 25؛ يبدأ الخط عند $y = 25$ ويستمر إلى أعلى إلى ما لا نهاية.



e. **التواصل بدقة** هل رسمت التمثيل البياني كدالة منفصلة أم متصلة؟ برر اختيارك.

متصلة؛ يمكنك طلب إنشاء سور بطول يمثل عددًا حقيقيًا أكبر من أو يساوي الصفر؛ لذا من المنطقي أن ترسم رسمًا بيانيًا متصلاً.

f. **التواصل بدقة** هل قد تتغير إجابتك عن **الجزء** "e" إذا كانت مادة إنشاء السور تُباع بزيادات مقدارها قدم واحدة فقط؟ إذا أراد شخص ما إنشاء سور لطول لا يمثل عددًا كُليًا فماذا قد يفعل؟ اشرح.

نعم، ربما كنت سأرسم دالة منفصلة إذا كانت المادة تُشترى بزيادات مقدارها قدم واحدة فقط. وكان المجال سيتكون من الأعداد الكلية فقط. إذا أراد شخص ما إنشاء سور بطول لا يمثل عددًا كليًا، يجب عليه شراء طول سور يمثل العدد الكلي التالي الأكبر من الطول المطلوب.

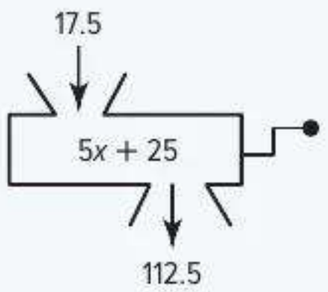
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4

م٠ م٠ ر 2

نصائح للتدريس

قد يكون من المساعد للطلاب التفكير في الدالة "كآلة" تقوم بإدخال معطى وإجراء عملية أو أكثر عليه ثم تنتج "نتيجة". يُوضح أدناه رسم بسيط بناء على الدالة في هذا المثال.



الأسئلة الداعمة

- كيف تستخدم ترتيب العمليات لإيجاد قيمة C(17.5)؟ **ابدأ أولاً بضرب 17.5 في العدد 5 ثم اجمع 25 إلى حاصل الضرب.**
- في هذه المسألة، ما الوحدات المصاحبة للمعطيات؟ ما الوحدات المصاحبة للنتائج؟ **قدم، درهم**
- في الرسم البياني، ما الذي يجعل من المنطقي أن يكون منحنى الخط لأعلى بينما تتحرك من اليسار إلى اليمين؟ **يوضح ذلك أن تكلفة السياج تزيد مع تزايد طول السياج.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

استخدم ما تعلمه الطلاب حول الدوال لتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 3 (بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين)** فعلى سبيل المثال، يمكنك أن تطلب من الطلاب مناقشة الرابطة بين العلاقات والدوال: هل تمثل كل علاقة دالة؟ هل تمثل كل دالة علاقة؟ لماذا؟ قد يرسم الطلاب مخطط فين، على النحو الموضح أدناه، لمساعدتهم في الإجابة على هذه الأسئلة وتعليل إجاباتهم.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_026_031_687146.indd 29 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

للتمرين

ربط التمارين بالمعايير

التمرين 1 يطلب من الطلاب العمل مع عدة تمثيلات لتحديد العلاقات التي تمثل دالة، وفقًا للمعيار **F.IF.1**.

في **التمرين 2**، يمثل الطلاب دالة بيانيًا بناء على الوصف اللفظي لموقف من الحياة اليومية يحقق **F.IF.5**.

التمرينان 3 و **4** يوفران للطلاب فرصة التمرن على التمثيل البياني للدوال باستخدام معادلة، متناولين بذلك **F.IF.1**.

في **التمرين 5**، يفسر الطلاب ترميز الدالة وإجراء الحسابات باستخدام ترميز الدالة وتفسير مجال الدالة في سياق الموقف، لتحقيق كل من **F.IF.2** و **F.IF.5**.

التمرين 6 تمرين استنتاجي يطلب من الطلاب التفكير بعناية في تعريف الدالة، متناولاً **F.IF.1**.

عرض المعايير

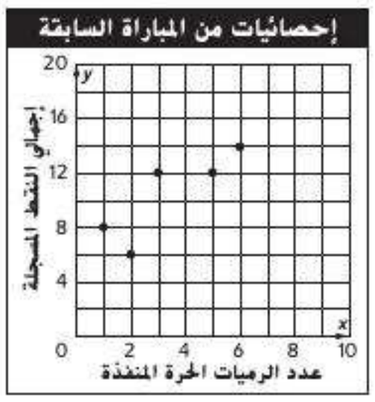
تمرين	م.م.ر
1	4
2	2, 4
3-4	1
5	2
6	3

أخطاء شائعة

في **التمرين 2 الجزء c**، قد يذكر الطلاب أن المجال هو جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من 0. وقد يفترض الطلاب أنه من الممكن استخدام الاستنتاج التناسبي لمضاعفة أو قسمة الكميات الموجودة في أي وصفة لإعداد أي عدد من الأطباق مثل 0.7 طبق أو 8.5 أطباق. وبالرغم من صحة ذلك نظريًا، تعتمد الوصفة على استخدام عدد كلي من البيض، مما يقيد عدد الحصص التي يمكن إعدادها إلى الأعداد الكلية الأكبر من أو تساوي 1.

تمرين

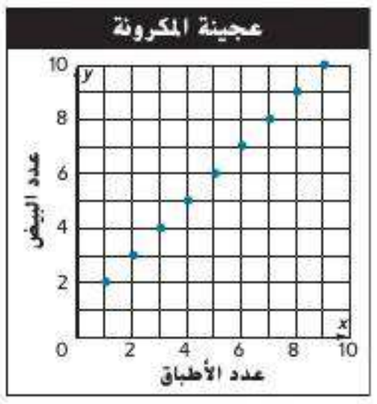
1. **استخدام نموذج** جمع محمود بيانات حول بعض اللاعبين في فريق كرة السلة النسائي. يتم تمثيل البيانات في الجدول والمخطط والتمثيل البياني. هل كل علاقة تمثل دالة؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم بالنفي.



تاريخ الفريق	
المباريات التي تم لعبها	السنوات في الفريق
24	1
45	2
82	3
88	3
120	5

تاريخ الفريق: لا؛ يتم تعيين قيمة المعطى 3 لقيمتي النتائج 82 و 88. السن والارتفاع: لا؛ يتم تعيين كل من قيم المعطيات 22 و 25 لقيمتي نتائج. إحصائيات من المباراة السابقة: نعم؛ يتم تعيين كل قيمة معطى لقيمة نتيجة واحدة بالضبط.

2. توضح وصفة عجينة المكرونة التي تُعد في المنزل أن عدد البيض الذي تحتاج إليه هو أكبر دائمًا بمقدار واحد من عدد الأطباق التي تُعدها.



a. **استخدام نموذج** ارسم تمثيلًا بيانيًا يوضح العلاقة بين عدد الأطباق وعدد البيض.

b. **استخدام نموذج؟** هل تمثل العلاقة دالة؟ اشرح.

نعم؛ يتم تعيين كل قيمة معطى لقيمة نتيجة واحدة بالضبط.

c. **التفكير بطريقة كميّة** ما مجال الدالة؟ ما مدى ارتباط المجال بسياق الحياة اليومية؟

المجال هو كل الأعداد الكلية الأكبر من أو تساوي 1. يمكنك إعداد طبق واحد أو أكثر، ويجب أن يكون عدد الأطباق عددًا كليًا لأنك بإمكانك استخدام عدد كلي من البيض فقط.

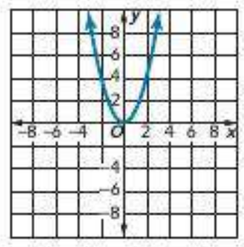
Macmillan/McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة الطبع والتأليف

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_026_031_687146.indd 30 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

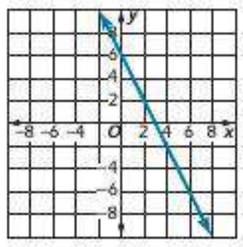
تفسير المسائل مثّل كل معادلة بيانيًا. ثم اشرح هل تمثل المعادلة دالة أم لا.

4. $y = x^2$



دالة؛ لا يوجد خط رأسي يتقاطع مع التمثيل البياني في أكثر من نقطة واحدة.

3. $2x + y = 6$



دالة؛ لا يوجد خط رأسي يتقاطع مع التمثيل البياني في أكثر من نقطة واحدة.

5. **التفكير بطريقة كميّة** يتم حساب الارتفاع h لمنطاد بالقدم بعد t ثانية منذ إطلاقه. عن طريق الدالة $h(t) = 2t + 6$.

a. ما القيمة $h(20)$، وماذا توضح؟

$h(20) = 46$؛ ارتفاع المنطاد بعد 20 s من إطلاقه هو 46 ft.

b. اشرح كيف تستخدم الدالة لإيجاد الارتفاع للمنطاد بعد دقيقتين من إطلاقه.

تساوي الدقيقتان 120 s = 2(60)، لذا احسب $h(120)$ عن طريق تعويض $t = 120$ في المعادلة: $h(120) = 2(120) + 6$

246 =: ارتفاع المنطاد يساوي 246 ft.

c. ما ارتفاع المنطاد بعد إطلاقه مباشرة؟ كيف علمت ذلك؟

6 ft؛ $t = 0$ قبل إطلاق المنطاد، و $h(0) =$.

d. هل توجد أي قيود على قيم t يمكن استخدامها كمعطيات للدالة؟ إذا كان ذلك صحيحًا، فكيف يؤثر ذلك على التمثيل البياني للدالة؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: يجب أن تكون قيم t أكبر من أو تساوي الصفر لأن القيمة السالبة للوقت لا تكون منطقية بالنسبة للمسألة المعطاة. سيبدأ التمثيل البياني عند المحور الرأسي ويتجه إلى اليمين فقط.

6. **بناء براهين** تمثل المجموعة التالية من الأزواج المرتبة دالة، ولكن إحدى القيم مفقودة وتم استبدالها بعلامة استفهام: {(?, 2), (5, 2), (3, 2), (-3, -1), (-4, -1)}. ما الاستنتاجات التي يمكنك الحصول عليها بخصوص القيمة المفقودة؟ اشرح.

لا يمكن أن تكون القيمة المفقودة 4− أو 3−. إذا كانت القيمة المفقودة أيًا من هاتين القيمتين، إذًا لن تُمثل مجموعة الأزواج المرتبة قيمة معطى معينة لقيمتي نتيجة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 6**، قد يذكر الطلاب أن القيم الناقصة لا يمكن أن تكون 3 أو 5. وضح إنه إذا كانت القيمة الناقصة 3 أو 5، فسيكون أحد الأزواج المرتبة مكررًا في المجموعة. وبالرغم من أن عناصر المجموعة تذكر مرة واحدة، لن تعني هذه العناصر المكررة أن العلاقة ليست دالة. اقترح أن يعيد الطلاب قراءة تعريف الدالة واطلب منهم التفكير فيما إذا كان هناك طريقة لاستبدال علامة الاستفهام بقيمة بحيث يعين معطى واحد لأكثر من نتيجة. قد يساعد ذلك الطلاب على إدراك أن القيمة الناقصة لا يمكن أن تكون 4− أو 3−.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

قد تحتاج إلى استخدام **التمرين 5** لتناول **معيار الممارسة في الرياضيات 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية)** فعلى سبيل المثال، قد يُدخل الطلاب الدالة $h(t) = 2t + 6$ كدالة Y_1 في الحاسبة البيانية. يمكن للطلاب استخدام الحاسبة لعرض جدول للدالة والبحث عن أنماط في قيم y. يمكن للطلاب حينئذ عرض رسم بياني واستخدامه (أو استخدام الجدول) للتحقق من إجاباتهم عن الأسئلة الموجودة في هذا التمرين.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_026_031_687146.indd 31 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

1 مهمة تقويم الأداء

إيجاد سعر الوحدة

سيستخدم الطلاب الرسم البياني لكتابة الدوال وإيجاد المجال والمدى وحساب أسعار التخفيض.

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: تؤكد مهمة تقويم الأداء في الفصل 1 على الممارسات الرياضية **ومعيار الممارسة في الرياضيات 1 ومعيار الممارسة في الرياضيات 2 ومعيار الممارسة في الرياضيات 3 ومعيار الممارسة في الرياضيات 4 ومعيار الممارسة في الرياضيات 6.**

بداية سريعة

إذا عانى الطلاب من صعوبة في البدء في المهمة، فاقترح أن يركزوا أولاً على الرسم البياني المقدم. استخدم بعضًا أو كلاً من الأسئلة التالية لمساعدة الطلاب على فهم الرسم البياني.

- عين بعض الأزواج المرتبة التي تقع على الرسم البياني. **الإجابة النموذجية: (0, 0), (2, 5), (4, 9)**
- ما الذي يجعل من المنطقي أن يقع (0, 0) على الرسم البياني؟ **يكلف 0 رطل من الكرز مبلغ 0 درهم.**
- كيف تعرف أن السعر لكل رطل يقل لأكثر من 3 أرطال؟ **يصبح الرسم البياني أقل انحدارًا لأكثر من 3 أرطال.**

فيما يلي، اطلب من الطلاب قراءة **الجزء A**. فإذا كانوا يعانون من صعوبةٍ في فهم السؤال، فاطلب منهم استخدام قواميسهم للبحث عن أي مصطلحات غير مألوفة، مثل المجال أو المدى أو نسبي أو غير نسبي.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

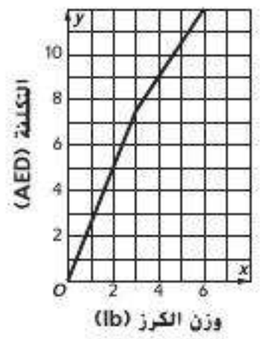
تتماشى مهمة تقويم الأداء هذه إلى حدٍ كبيرٍ مع **معيار الممارسة في الرياضيات 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكميّة)** طوال المهمة. سيحتاج الطلاب إلى الانتقال جيئة وذهابًا بين الرياضيات التجريدية والرياضيات المرتبطة بسياق من مواقف الحياة اليومية. فعلى سبيل المثال، لإبراز الطبيعة التجريدية للمهمة، اطلب من الطلاب تحديد النقطة الموجودة على الرسم البياني حيث إن قيمة x تساوي 2. يبغي أن يجد الطلاب أن النقطة لها الإحداثيان (2, 5). وينبغي أن يتحققوا أن هذه النقطة حل للمعادلة $y = 2.5x$، والتي تصف جزءًا من الرسم البياني بالقيمة $0 \geq 3 \leq x$. لإبراز الجانب المرتبط بالسياق للمسألة، اسأل الطلاب ما الذي تمثله النقطة (2, 5). تأكد من فهم الطلاب أن الزوج المرتب يحمل معلومات حول مواقف الحياة اليومية، فعلى سبيل المثال يكلف رطلان من الكرز 5 AED.

مهمة تقويم الأداء

إيجاد سعر الخصم

أعطِ حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من توضيح خطواتك بأكملها . ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة وبرر إجابتك.

يوفر متجر الإيمان عرضًا خاصًا على الكرز. لكل رطل يتم شراؤه فوق 3 lb وحتى 6 lb، يتم خصم 1 AED على السعر لكل رطل. يُفيد متجر الإيمان العملاء بعدم شراء أكثر من 6 lb من الكرز. يوضح التمثيل البياني التكلفة y بالدرهم الإماراتي لشراء x أرطال من الكرز.



الجزء "A"

جـد المجال والمدى. صف معناهما في سياق هذه الحالة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_032_033_687146.indd 32 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء "B"

استخدم التمثيل البياني لتحديد التكلفة لكل رطل من أجل شراء lb 3 أو أقل من الكرز. اكتب معادلة وحلها لإيجاد التكلفة الإجمالية من أجل شراء lb 2.5 من الكرز. صف كيف يمكن استخدام التمثيل البياني للتحقق من صحة إجابتك.

الجزء "C"

اشرح ما إذا كان التمثيل البياني يمثل علاقة و/أو دالة.

الجزء "D"

اكتب الدالة f(x) التي توضح تكلفة شراء x lb من الكرز، حيث $6 \leq x > 3$. اشرح كيف حصلت على إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للتدريس

م٠ م٠ ر 1

الجزء C يمنح الفرصة للربط **بمعيار الممارسة في الرياضيات 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. اسأل الطلاب ما الذي يجعل من المنطقي أن يكون هذا الموقف من الحياة اليومية دالة. وإذا اقتضى الأمر، ساعد الطلاب على إدراك أنه لكل وزنٍ من الكرز لا يوجد سوى تكلفة واحدة مقابلة. بعبارة أخرى، يقترن كل معطى (وزن) بنتيجة (تكلفة) واحدة فقط. فليس من المنطقي أن يكون للوزن الواحد أكثر من تكلفة مقابلة.

أخطاء شائعة

قد يجد بعض الطلاب صعوبة في كتابة قاعدة الدالة في **الجزء D**. وبوجه خاص، قد يكتب الطلاب $f(x) = 3x + 1.5$ بدلاً من $f(x) = 1.5x + 3$. شجع الطلاب على التحقق من قواعدهم بأن يروا إن كانت تصلح مع بعض الأزواج المرتبة الموجودة على الرسم البياني. فعلى سبيل المثال، تقع النقطة $(4, 9)$ على الرسم البياني، لذا ينبغي أن يتمكن الطلاب من إيجاد قيمة الدالة للنقطة $x = 4$ وإيجاد أن $f(4) = 9$. إذا حصلوا على نتيجة مختلفة، فاطلب من الطلاب إعادة النظر في الخطوات التي استخدموها لوضع قاعدة الدالة.

معايير رصد الدرجات

الجزء	الحد الأقصى النقاط	جدول الإجابات
A	2	المجال هو $0 \geq 6 \leq x$ حيث إنه من المستحيل شراء قيمة سالبة من الكرز ولا يستطيع العميل شراء أكثر من 6 أرطال. يساوي المدى $0 \geq 12 \leq y$ حيث إنه يستحيل إنفاق مبلغ سالب من المال وإذا اشترى العميل الحد الأقصى من الكرز وهو 6 أرصال فسيدفع AED 12.
B	2	يمثل الخط $y = 2.5x$ تكلفة شراء 3 أرطال أو أقل من الكرز. $y = 2.5(2.5)$ أو $y = 6.25$ تمثل تكلفة شراء 2.5 رطل من الكرز. إذًا يكلف 2.5 رطل من الكرز مبلغ AED 6.25. يمكنك التحقق من إجابتك بالتأكد من مرور الرسم البياني بالنقطة $(5, 6.2)$.
C	2	يمثل الرسم البياني علاقة، حيث إنه مجموعة من الأزواج المرتبة. يمثل الرسم البياني دالة، حيث إن كل قيمة x (عدد الأرطال) يقابلها قيمة y فريدة (التكلفة).
D	2	$f(x) = 3 + 1.5x$؛ أوجد نقطتين على الرسم البياني حيث $3 < 6 \leq x$. استخدم هاتين النقطتين لإيجاد ميل الخط المار بهما. استخدم الميل ونقطة واحدة لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y. ثم استخدم الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكتابة الدالة.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_032_033_687146.indd 33 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

في مكتب البريد

سيكتب الطلاب التعابير ويكتبون المعادلات ويحلونها لتحديد طريقة فعالة التكلفة لشراء التذاكر.

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: تؤكد مهمة تقويم الأداء في الفصل 1 على الممارسات الرياضية **ومعيار الممارسة في الرياضيات 1 ومعيار الممارسة في الرياضيات 2 ومعيار الممارسة في الرياضيات 3 ومعيار الممارسة في الرياضيات 4 ومعيار الممارسة في الرياضيات 7.**

بداية سريعة

- ما المعطيات المقدمة في **الجزء A**؟ **عدد التذاكر المشتراة**
- بخلاف معطيات الخصم، ما المعطيات الناقصة الأخرى؟ **تكلفة سعر التذكرة الكامل**

فيما يلي، اطلب من الطلاب قراءة **الجزء A**. إذا عانى الطلاب من صعوبة في تحديد تعبير منفذ عروض التذاكر، فاستخدم جدولاً للتفكير في عدد التذاكر المجانية لـ 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 تذاكر.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تتماشى مهمة تقييم الأداء هذه إلى حدٍ كبيرٍ مع **معيار الممارسة في الرياضيات 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. قد يشكل سلوك تكلفة التذاكر المشتراة من منفذ عروض التذاكر صعوبة على بعض الطلاب. وسيكتب الطلاب مثل هذه الدوال ويمثلونها بيانيًا في وقت لاحق في هذا المقرر الدراسي. **الجزء C** من مهمة تقويم الأداء عبارة عن سؤال متعدد الأجزاء يتطلب عدة خطوات قبل التوصل إلى الإجابة المنشودة. في **الجزء C**، يجب أن يكون الطلاب روابط بأن شراء عدد تذاكر من مضاعفات العدد 3 يعني أنه لكل مجموعة من 3 تذاكر يتم دفع ثمن تذكرتين وتقدم 1 مجانًا. وبالتالي، يقدم قسمة *n* على العدد 3 عدد التذاكر المجانية.

مهمة تقويم الأداء

في مكتب البريد

أعطِ حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من توضيح خطواتك بأكملها، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة وبرر إجابتك.

يريد جلال وأصدقاؤه الذهاب لمشاهدة مسرحية في المسرح الجديد في وسط البلد. ولديه الخيارات التالية لتوفير المال عند شراء العديد من التذاكر. يبيع كل منفذ التذاكر بالسعر الكامل نفسه قبل تطبيق أي خصم.

عروض التذاكر	مكتب بريد أبوظبي	مكتب بريد عجمان
احصل على تذكرة مجانية عند شراء تذكرتين كاملتين مدفوعتي الثمن!	خصم بقيمة 20% عند شراء 4 تذاكر أو أكثر!	استرجع AED 10 من إجمالي قيمة التذاكر

الجزء "A"

حدد متغيرًا واكتب التعابير لتمثيل تكلفة 10 تذاكر إذا تم شراؤها من منفذ عروض التذاكر أو مكتب بريد أبوظبي أو مكتب بريد عجمان. حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وفقًا لتعابيرك، هل من الممكن تحديد ما إذا كان سعر 10 تذاكر أقل عند أحد منافذ التذاكر عن منفذ آخر أم لا؟ برر إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_034_035_687146.indd 34 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء "B"
لنفرض أن مدرسة تشتري 34 تذكرة مقابل AED 500 عن طريق مكتب بريد عجمان. هل كان يمكن أن توفر المدرسة مزيدًا من المال إذا اشترت التذاكر من مكتب بريد أبوظبي؟ اكتب الحل هنا.

الجزء "C"
لنفرض أن سعر التذكرة الكامل هو AED 15. يشتري أحد العملاء عدد n تذكرة من منفذ عروض التذاكر حيث n هو أحد مضاعفات العدد 3. اكتب دالة C(n) توضح تكلفة التذاكر مع تطبيق الخصم. جد قيمة C(6) وصف معنى ذلك.

الجزء "D"
وضّح أي وكيل يوفر أفضل أو أسوأ صفقة. كلما زاد عدد التذاكر المشتراة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

م٠ م٠ ر2

نصائح للتدريس

الجزء B يقدم فرصةً للربط **بمعيار الممارسة في الرياضيات 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكمية)**. في هذه الحالة، يجب على الطلاب التفكير بطريقة تجريدية وكمية. يجب على الطلاب التفكير بطريقة تجريدية لتكوين الروابط بين التعابير والتكلفة وأن $7b < 8b$ للمتغير $b > 0$. التفكير بطريقة كمية، حيث إن b عدد كلي موجب وتمثل التعابير مبلغًا بالدرهم، وسيكلف منفذ التذاكر دائمًا مبلغًا أقل من مكتب بريد أبوظبي مقابل 10 تذاكر. قد يقارن الطلاب بين منافذ التذاكر الأخرى، ولكن ستكون هذه المقارنة فحسب مستقلة عن قيمة b.

أخطاء شائعة

تأكد من تفسير الطلاب لكل تخفيض بشكل صحيح. فعلى سبيل المثال، في مكتب بريد أبوظبي، لا يشمل شراء أقل من 4 تذاكر أي تخفيض. أما شراء 4 تذاكر أو أكثر فيشمل تخفيضًا 20%. يجب أن يعرف الطلاب أن الضرب في 0.8 (أو أخذ 80% من المبلغ) يكافئ إيجاد 20% من المبلغ الأصلي ثم طرحه لإيجاد التكلفة بعد التخفيض.

معايير رصد الدرجات

الجزء	الحد الأقصى النقاط	جدول الإجابات
A	2	افترض أن b = السعر الأصلي للتذكرة؛ لمنفذ عروض: $7b$. لمكتب بريد أبوظبي: $8b$. لمكتب بريد عجمان: $10 - 10b$. يمكنك فقط استنتاج أن سعر منفذ عروض التذاكر سيكون أقل من مكتب بريد أبوظبي، حيث إنه لكل قيمة عدد كلي موجب b, $8b > 7b$.
B	2	نعم، كان بإمكانهم توفير AED 92. $510 \div 34 = 15$. إذًا فإن السعر الأصلي للتذكرة يبلغ AED 15. $0.8(15)(34) = 408$. إذًا تبلغ التكلفة بعد التخفيض 20% عند مكتب بريد أبوظبي AED 408. $500 + 10 = 408$ AED 500 − AED 408 = AED 92
C	2	$C(n) = 10n$؛ لكل 3 تذاكر يتم شراؤها، ستكون واحدة منها مجانية. إذًا، $\frac{2}{3}n$ هو عدد التذاكر التي سيتم الدفع مقابلها إذا تم شراء تذاكر بعدد مضاعفات العدد 3. $C(6) = 10(15) = 60$ أو 60، إذًا سيكلف شراء 6 تذاكر مبلغ AED 60.
D	2	مع تزايد عدد التذاكر، يكون عرض مكتب بريد عجمان هو الأسوأ حيث يقدم تخفيضًا AED 10 بغض النظر عن عدد التذاكر المشتراة. بينما يكون عرض منفذ عروض التذاكر هو الأفضل. فلو تم شراء تذاكر بعدد أي من مضاعفات 3، ستساوي التذاكر المجانية تخفيضًا بنحو 33%، و $20\% < 33\%$.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_034_035_687146.indd 35 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تمرين على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

الطلاب الذين يخطئون في إجابة **العنصر 4** قد يخلطون بين قيم *x* وقيم *y* عند تحديد النقط على الرسم البياني. لذا ذكرهم بأن قيم المدخل للدالة هي قيم *x* والنتيجة هي قيم *y*.

للطلاب الذين يعانون من صعوبة مع **العنصر 6** قد لا يفهمون الطرق المختلفة لتعريف الدالة. وهي فرصة لمناقشة طرق التمثيل المتعددة. فعلى سبيل المثال، قد يفهم الطلاب أنه في الدالة يجب أن تقترن كل قيمة معطى بقيمة نتيجة واحدة، وقد يتمكنون من التعرف على الدالة عند تقديمها على مخطط بياني أو جدول للقيم، ولكن قد لا يفهمون كيفية عرض تعريف الدالة كرسم بياني. تأكد من استيعاب الطلاب لحقيقة أن أي خط رأسي يمكن أن يمر خلال نقطة واحدة من الدالة. فإذا مر الخط الرأسي بأكثر من نقطة واحدة، لا يمكن أن تكون العلاقة دالة حيث إن قيم المعطى (قيم *x*) المقابلة للخط مقترنة بأكثر من قيمة نتيجة واحدة (قيم *y*).

تدريب على الاختبار المعياري

1. ستة تعابير موضحة. حدد كل التعابير المكافئة للمعادلة $3x - 12y$.

$4(x - 3y)$	$2x - 6y - (x + 6y)$
$3(x - 4y)$	$6x - 6y - (3x - 6y)$
$x + 4y + 2(x - 8y)$	$4(x - 3y) - x$

2. في العام الماضي، قام خالد بتنزيل x نشيدًا في الشهر. وقد قام صديقه مؤمن بتنزيل عدد من الأناشيد يزيد عنه بمقدار 60 نشيدًا في العام الماضي.

اكتب معادلة تمثل عدد الأناشيد y التي قام خالد بتنزيلها في الشهر في العام الماضي. في ضوء العدد الذي قام مؤمن بتنزيله.

$y = x + 5$

3. يحل مسعود المعادلة $3x - 2 = -4$. ويضيف العدد 2 إلى كلا طرفي المعادلة ثم يقسم كلا طرفي المعادلة على العدد 3.

حدد جميع الخصائص الموضحة أدناه والتي تتيح لمسعود تبرير هذه الخطوات.

خاصية التوزيع

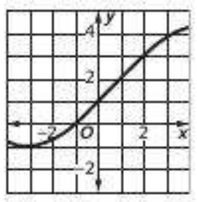
خاصية الجمع في المعادلة

خاصية التبديل

خاصية الضرب في المعادلة

خاصية القسمة في المعادلة

4. يوضح التمثيل البياني جزءًا من الدالة $y = f(x)$.



أكمل ما يلي.

$f(2) =$ 3 . $f(1) =$ 2 .

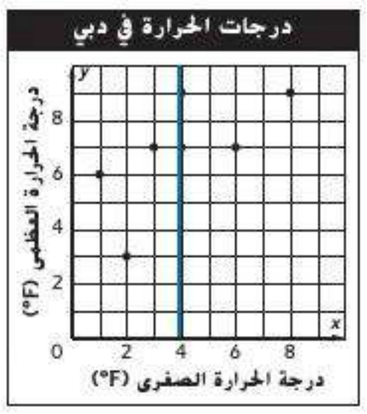
$f($ −1 $) = 0$ $f($ 0 $) = 1$

5. لاحظ التعبير التالي.

$2(x - 1) + 4x^2 + 2(x^2 - 1)$

عندما يتم تحويل التعبير إلى أبسط صورة بشكل كامل، فإن معامل الحد x^2 هو 6 .

6. في التمثيل البياني، كل زوج مرتب يعطي درجة الحرارة الصغرى والعظمى لكل يوم في أسبوع الشتاء الحالي في دبي. ارسم مستقيمًا رأسيًا على التمثيل البياني يمكن استخدامه لتوضيح لماذا لا تُعد هذه العلاقة دالة.



7. بالنسبة إلى الدالة $f(x) = \frac{x(x+1)}{2}$ باستخدام المجال {1, 2, 3, 4, 5}، ما المدى؟

المدى: {1, 3, 6, 10, 15}

حقوق الطبع والتأليف © تحميلة لمنال موسى 9780190316687

إستراتيجية خوض الاختبار

قد يواجه بعض الطلاب صعوبة مع **العنصر 2** حيث لا يطلب منهم كتابة المعادلة الكاملة، بل يطلب منهم كتابة قيم *a* و *b*. وضح للطلاب أنه ينبغي أن يتأكدوا من كتابة جميع الخطوات الوسيطة أثناء عملية الحل. ما أن يكتب الطلاب المعادلة الأخيرة $y = x + 5$ أو $y = 1x + 5$، يمكنهم رسم مربعات حول قيم *a* و *b* في المعادلة. وسيساعد ذلك على ضمان كتابة القيم بشكل صحيح في مربعات الإجابة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_036_037_687146.indd 36 8/22/19 8:51 PM

36 **الوحدة 1** التعابير والمعادلات والدوال

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

8. فكّر في كل علاقة. هل كل علاقة تمثل دالة؟ اختر نعم أو لا في كل صف. بالنسبة إلى أي صف تختار الإجابة لا، اشرح لماذا لا تعد العلاقة دالة.

هل تمثل العلاقة دالة؟	نعم	لا
{(−3, 3), (3, 2), (2, 2)}	✓	
{(−2, −5), (− 1, 0), (0, −3), (1, 4), (1, 6)}		✓
العلاقة التي تربط بين كل عدد حقيقي وضعفه	✓	
العلاقة التي تربط بين كل عدد حقيقي والصفر	✓	
العلاقة التي تربط بين كل عدد صحيح موجب وعوامله		✓

بالنسبة إلى العلاقة في الصف الثاني، يتم تعيين قيمة المعطى "1" لقيمتي النتائج 4 و 6. بالنسبة إلى العلاقة في الصف الخامس، كل عدد صحيح غير العدد واحد له عاملان على الأقل، لذا بالنسبة إلى كل إدخال غير العدد واحد سيوجد العديد من النتائج.

9. حـلّ المعادلة $6.8 = 0.2(4t + 10)$. اشرح عملك وبرر كل خطوة من عملية الحل.

$10 + 4t = 34$ (خاصية القسمة لـ =)؛ $4t = 24$ (خاصية الطرح لـ =)؛ $t = 6$ (خاصية القسمة لـ =)

10. تخطط أحلام لشراء جهاز تلفاز جديد بسعر البيع بالتجزئة والذي يبلغ AED x. يوفر المتجر تخفيضات على البيع، كما توجد خصومات على الضرائب. الدالة $p(x) = 0.8x - 150$ توضح السعر النهائي p الذي ستشتري به التلفاز.

a. وضّح معنى الطرفين 0.8x و 150 في الدالة، في ضوء التخفيضات والخصومات على الضرائب.

$0.8x$ يمثل السعر بعد خصم 20%، ويمثل 150 خصمًا على الضرائب بمقدار AED 150.

b. جـد قيمة p(1500) وصف ما الذي يعنيه.

$p(1500) = 0.8(1500) - 150 = 1050$؛ ستدفع أحلام 1050 AED مقابل التلفاز الذي يُباع بسعر التجزئة مقابل AED 1500.

c. تخطط أحلام لإنهاء الشراء بسعر يتراوح بين 1400 و 1800 AED للتلفاز. احسب أسعار البيع بالتجزئة التي يمكن أن تختار منها عندما تكون في المتجر. كيف ترتبط هذه القيم بالمجال والمدى للدالة؟

من 1937.50 إلى 2437.50 AED؛ المجال: $1937.5 \le x \le 2437.5$، المجال: $1800 \le p \le 1400$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إستراتيجية خوض الاختبار

قد يجد بعض الطلاب الجدوال الموجودة في **العنصر 8** صعبة. اقترح أن يركز الطلاب على صف واحد في المرة. ولمساعدتهم على القيام بذلك، قد يرغب الطلاب في استخدام ورقة بيضاء لإخفاء جميع الصفوف الموجود أسفل الصف الذي يعمل به. كما سيساعد ذلك في ضمان أن يضع الطلاب علامة تحديد في الخانة الصحيحة في الصف الصحيح.

تشخيص الأخطاء

قد لا يفهم الطلاب الذين يجيبون بشكل خاطئ على الجزء الأخير من **العنصر 8** أن العلاقات المحددة تمثل كل عدد صحيح موجب أكبر من 1 معين بنتيجتين على الأقل. قد يكون من المفيد للطلاب كتابة بعض توافيق المدخل/المخرج النموذجية. فعلى سبيل المثال يعين العدد الصحيح 8 إلى 8, 4, 2, 1. وقد يساعد رؤية مثال محدد مثل هذا على إدراك أن العلاقة ليست دالة.

العناوين

العنصر 9

[2] الإجابة الصحيحة للمتغير $t = 6$
وخاصيتان صحيحتان على الأقل للحل
[1] الإجابة الصحيحة للمتغير $t = 6$ فقط
[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة والاستنتاج خاطئان

العنصر 10

[4] تم الإجابة على جميع الأجزاء الثلاثة بشكل صحيح وكامل
[3] تم الإجابة على جزءين بشكل صحيح وكامل
[2] تم الإجابة على جزءين بشكل صحيح وليس كاملاً
[1] تم الإجابة على جزء واحد بشكل صحيح
[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابات والاستنتاج خاطئان

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch1_036_037_687146.indd 37 8/22/19 8:51 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

استخدام دليل الطالب التفاعلي

يمكن استخدام دليل الطالب التفاعلي (ISG) مع كتاب الرياضيات المتكاملة 1.

درس دليل الطالب التفاعلي	الرياضيات المتكاملة 1
2.1	الدرس 1_2
2.2	الدرس 2_2
2.3	الدرس 2_3، التوسع 2_10
2.4	الدرس 2_4
2.5	الدرس 2-8
2.6	الدرس 2-9

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يتصل السؤال التمهيدي الخاص بالدرس 2.4 بـ **م.م.ر 7 (إيجاد البنية واستخدامها)**. اشرح للطلاب أنه يتوجب عليهم وصف الكيفية التي توصلوا بها إلى إجابة محددة. يتطلب حل المسائل استخدام خواص التساوي والأعداد وأداء العمليات بترتيبٍ محدّد. وضّح للطلاب أن خط عملية القسمة يماثل رمز القسمة، وهي العملية الأولى "للرجوع إلى الوراء". كما يؤدي هذا الرمز أيضًا دور رمز التجميع، بحيث يكون $-7x-(-3)$ هو المقسوم في عملية القسمة.

2 المعادلات الخطية

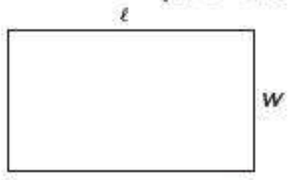
الهدف الأساسي من الوحدة تعرّف على بعض مما ستستكشفه في هذه الوحدة. أجب عن الأسئلة السابقة. عند الانتهاء من كل درس، ارجع إلى تلك الصفحات للتحقق من عملك.

ما ستتعلمه	سؤال المراجعة
الدرس 2.1: كتابة المعادلات	
تكوين معادلات ومتباينات بمتغير واحد ثم استخدامها في حل المسائل. إيجاد حل المعادلات والمتباينات الخطية بمتغير واحد، بما في ذلك المعادلات ذات المعاملات الممثَّل عنها بالحروف. **ويتناول أيضًا: A.CED.3 .N.Q.2**	محيط الدائرة يساوي حاصل ضرب مثلي نصف القطر في π (ط). ما المعادلة المستخدمة لإيجاد محيط الدائرة؟ إذا كان المعطى هو أن نصف القطر يساوي 6 بوصات، فما الذي يمكن أن تحدده؟ **$C = 2r \times \pi$؛ محيط الدائرة يساوي 12π بوصة** **أو ≈37 بوصة.**
الدرس 2.2: حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة	
شرح كل خطوة من خطوات حل المعادلة البسيطة تتبع التأكيد على مساواة الأعداد بالخطوة التي تسبقها بدءًا من الافتراض بأن المعادلة الأصلية لها حل. تكوين فرضية عملية لتعليل منهجية الحل. **ويتناول أيضًا: A.REI.3,A.CED.1**	ما العملية التي ينبغي عليك استخدامها لحل مسألة $23 + c = 23$؟ علل إجابتك. **ينبغي أن تستخدم عملية الطرح، حتى تعزل المتغير.** **ثم ينبغي تطبيق خاصية الطرح في المعادلة وطرح 23 من كل طرف.**
الدرس 2.3: حل المعادلات متعددة الخطوات	
شرح كل خطوة من خطوات حل المعادلة البسيطة تتبع التأكيد على مساواة الأعداد بالخطوة التي تسبقها بدءًا من الافتراض بأن المعادلة الأصلية لها حل. تكوين فرضية عملية لتعليل منهجية الحل. تكوين معادلات ومتباينات بمتغير واحد ثم استخدامها في حل المسائل. إيجاد حل المعادلات والمتباينات الخطية بمتغير واحد، بما في ذلك المعادلات ذات المعاملات الممثَّل عنها بالحروف.	افترض أنك تريد حل المعادلة $\frac{-7x-(-3)}{8} = 3$. حدد الخطوة الأولى ثم حل المعادلة. **ابدأ الحل بترتيب عكسي بضرب كلا الطرفين في 8.** **الحل يساوي 3−.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_038_041_687146.indd 38 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

ما ستتعلمه	سؤال المراجعة
الدرس 2.4: حل المعادلات التي تحتوي على متغير في كل طرف	
إيجاد حل المعادلات والمتباينات الخطية بمتغير واحد، بما في ذلك المعادلات ذات المعاملات الممثَّل عنها بالحروف. تكوين معادلات ومتباينات بمتغير واحد ثم استخدامها في حل المسائل. شرح كل خطوة من خطوات حل المعادلة البسيطة تتبع التأكيد على مساواة الأعداد بالخطوة التي تسبقها بدءًا من الافتراض بأن المعادلة الأصلية لها حل. تكوين فرضية عملية لتعليل منهجية الحل.	يحاول صديقك اختيار صالة الألعاب الرياضية التي سيرتادها. تتقاضى صالة الألعاب الرياضية 1 مبلغ AED 165 في العام و AED 3 في الزيارة. تتقاضى صالة الألعاب الرياضية 2 مبلغ AED 12 في الشهر و AED 3.50 في الزيارة. كم عدد الزيارات التي تجعل العضويتين بالتكلفة نفسها؟ اشرح. $165 + 3x = 12\ (12) + 3.5x;\ x = 42$ **قد تكون تكاليف العضويتين متساوية إذا كان صديقك يزور صالة الألعاب الرياضية 42 مرة في السنة الواحدة.** مربع يبلغ طول ضلعه $2x$ يتساوى محيطه مع محيط مستطيل تبلغ أبعاده $x + 5$ و $x - 1$. ما أبعاد كل شكل منهما؟ **المربع: طول الضلع 4؛ المستطيل: الأبعاد 7 و 1**
الدرس 2.5: حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة	
كوّن معادلات ومتباينات بمتغير واحد ثم استخدمها في حل المسائل. مثّل القيود بالمعادلات أو المتباينات، وبأنظمة المعادلات و/أو المتباينات، وفسر الحلول باعتبارها حلولاً عملية أو غير عملية في سياق تمثيل النموذج.	إذا كانت القيمة المطلقة لعدد هي بعده عن الصفر على مستقيم الأعداد، فلم للمعادلة $\lvert x\rvert = 3$ حلان؟
الدرس 2.8: المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي	
إعادة ترتيب الصيغ لإبراز مقدار ما مستخدمًا التفكير المنطقي ذاته المستخدم في حل المعادلات. إيجاد حل المعادلات والمتباينات الخطية بمتغير واحد، بما في ذلك المعادلات ذات المعاملات الممثَّل عنها بالحروف. استخدام الوحدات باعتبارها طريقةً لفهم المسائل ولتوجيه حل المسائل متعددة الخطوات؛ واختيار الوحدات وتفسيرها بشكل متسق في صورة صيغ؛ واختيار المقياس ونقطة الأصل وتفسيرهما في التمثيلات البيانية وعروض البيانات.	اكتب معادلة تعبر عن طول المستطيل حسب مساحته وعرضه. ثم جد طول المستطيل إذا كانت مساحته تساوي $213.75\ cm^2$ وعرضه يساوي $9.5\ cm^2$.  **المعادلة تساوي $\frac{A}{\ell}$: $w = 22.5\ cm$** المعادلة $C = 0.1k + 9.50$ تمثل فاتورة شهرية لعميل مقابل استخدام الكهرباء، حيث إن k تساوي عدد الكيلووات-الساعة التي يستخدمها العميل. حل المعادلة لاجل k. حدد عدد الكيلوات/ساعة التي يستخدمها العميل إذا كان يدفع AED 100 شهريًا للكهرباء. **$k = \frac{C - 9.50}{0.1}$: 905 كيلووات/ساعة**

حقوق الطبع والتأليف © تخصيصة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للتدريس

م.م.ر 5

في السؤال التمهيدي الأول من الدرس 2.5 يمكن للطلاب التحقق من إجاباتهم من خلال النظر في **م.م.ر 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية)**. يكافؤ الحل إيجاد الإحداثي x الخاص بنقطة التقاطع الخاصة بالمنحنيين البيانيين للمعادلتين $y = 165 + 3x$ و $y = 144 + 3.5\ x$. ويمكن تحديد ذلك بواسطة الآلة الحاسبة البيانية. أو يمكن للطلاب اختيار إيجاد التعبيرين الخاصين بـ x في المعادلتين ثم المساواة بينهما والحل جبريًا.

نصائح للتدريس

م.م.ر 4

يمكن استخدام سؤال المراجعة الخاص بالدرس 2.7 للبدء بمناقشة **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. اشرح للطلاب أن النمذجة الرياضية هي القدرة على تشكيل نموذجٍ باستخدام الأسس الرياضية التي يعرفونها لحل مسائل من الحياة اليومية. يتعين على الطلاب أن يستطيعوا وصف الحالة الموجودة في الحالة اليومية والواردة في هذا السؤال بأسلوبهم الخاص. أوضح للطلاب أنهم يستطيعون عبر استخدام المعادلات نمذجة مسائل الحالة اليومية وحلها. وضّح للطلاب أن هذه المسألة هي مسألة حركةٍ منتظمة. زوّد الطلاب بأمثلةٍ أخرى عن مسائل حركة خاصة بالمتوسط الحسابي الموزون من الحالة اليومية كالسير إلى المدرسة ثم العودة إلى المنزل بسرعتين مختلفتين.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_038_041_687146.indd 39 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

ما ستتعلمه	السؤال التمهيدي
الدرس 2.9: المتوسط الحسابي المرجح	
إيجاد حل المعادلات والمتباينات الخطية بمتغير واحد، بما في ذلك المعادلات ذات المعاملات الممثَّل عنها بالحروف. تكوين معادلات ومتباينات بمتغير واحد ثم استخدامها في حل المسائل. أعد ترتيب الصيغ لإبراز مقدار ما مستخدمًا التفكير المنطقي ذاته المُستخدَم في حل المعادلات. **ويتناول أيضًا:** A.REI.1,N.Q.1	تقطع طائرة مسافة 1500 mi نحو الجنوب في ساعتين ونصف، ومسافة 1800 mi نحو الشرق في 3 ساعات. اكتب معادلة وحلها لحساب متوسط سرعة الطائرة في الرحلة. $M = \frac{r_1(t_1) + r_2(t_2)}{t_1 + t_2}$: 600 ميل في الساعة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

40 الوحدة 2 المعادلات الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_038_041_687146.indd 40 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_038_041_687146.indd 41 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.1 كتابة المعادلات

المعايير

ويتناول أيضًا: A.CED.3, A.REI.3

معايير الممارسة الرياضية: 1, 2, 3, 4, 6, 7

المتطلبات الأساسية

- اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي
- حل المعادلات الخطية

مثال 1

نصيحة دراسية

م.م.ر 1

يمنح القسم *b* فرصةً لتناول **م.م.ر 1 (فهم المسائل)**. عندما يقارن الطلاب عدد التطبيقات، اطلب منهم مناقشة الطرق المختلفة التي يمكنهم بواسطتها مقارنة العددين. تحدّث عن العمليات التي تؤدي إلى تزايد الأعداد وتناقصها.

الأسئلة الداعمة

- إذا كان عدد التطبيقات لدى أمل أكثر من آمنة، فما العمليات التي يمكن إجراؤها على عدد التطبيقات التي ينبغي على آمنة القيام بها حتى تتمتع بالعدد ذاته من التطبيقات؟ **الجمع و الضرب** ما العمليات التي يمكن إجراؤها على عدد التطبيقات التي ينبغي على أمل القيام بها حتى تتمتع بالعدد ذاته من التطبيقات؟ **القسمة والطرح**
- هل عليك على الدوام استخدام أعداد صحيحة عند عرض العلاقات؟ اشرح. **لا، فالعدد في بعض الأحيان يكون جزءًا كسريًا من عددٍ آخر.**

الأهداف

- التحويل بين الجمل والمعادلات.
- إنشاء معادلات وحلها.

يمكن التعبير عن العلاقة بين الكميات باستخدام الجمل الكلامية أو العددية. تستخدم **الجملة العددية** الأعداد ورموز الرياضيات بدلاً من الكلمات للتعبير عن العلاقات. المعادلة هي جملة عددية يستخدم فيها اشارة "يساوي" لتوضيح أن هناك تعبيرين متساويين. أما **المتغير** فهو عبارة عن رمز يُستخدم في الجبر لتمثيل عدد أو قيمة مجهولة. يمكن استخدام أي حرف كمتغير. **الصيغة** عبارة عن قاعدة تعبر عن العلاقة بين كميات معينة.

مثال 1 **التعبير عن العلاقات بين الكميات**

الاستكشاف يوضح الجدول التالي عدد التطبيقات التي يمتلكها ستة طلاب على هواتفهم.

الاسم	عدد التطبيقات	الاسم	عدد التطبيقات
إبراهيم	10	أمل	5
أحمد	2	إسماعيل	3
أماني	8	آمنة	15

a. **تفسير المسائل** ما الأسماء التي يمكن أن تجعل كل جملة مما يلي صحيحة؟

أماني لديها ستة تطبيقات أكثر من **أحمد**.

أحمد لديه ثمانية تطبيقات أقل من **إبراهيم**.

أمل لديها نصف عدد التطبيقات التي مع **إبراهيم**.

b. **تفسير المسائل** اكتب جملتين صحيحتين توضحان العلاقة بين عدد التطبيقات التي لدى الطالبين.

آمنة وأمل **الإجابة النموذجية: تمتلك آمنة 10 تطبيقات أكثر من أمل؛ وتمتلك أمل ثلث عدد التطبيقات التي مع آمنة.**

إسماعيل وأحمد **الإجابة النموذجية: يمتلك إسماعيل تطبيقات أكثر بمرة ونصف من التي مع أحمد؛ يمتلك إسماعيل تطبيقًا واحدًا أكثر من أحمد.**

آمنة وإبراهيم **الإجابة النموذجية: تمتلك آمنة تطبيقات أكثر بمرة ونصف من التطبيقات التي مع إبراهيم؛ يمتلك إبراهيم 5 تطبيقات أقل من آمنة**

c. **التفكير بطريقة كمية** افترض أن سمية لديها نصف ناتج عدد التطبيقات التي مع أحمد وإبراهيم. كيف يمكنك تحديد عدد التطبيقات التي مع سمية؟

الإجابة النموذجية: جـد مجموع عدد التطبيقات التي يمتلكها كل من أحمد وإبراهيم واقسم المجموع على 2.

d. **استخدام نموذج** اكتب معادلة يمكن حلها لتحديد عدد التطبيقات التي مع سمية بناء على عدد التطبيقات التي مع أحمد وإبراهيم. حدد المتغيرات المستخدمة في المعادلة.

الإجابة النموذجية: لنفترض أن a = عدد التطبيقات مع سمية، و b = عدد التطبيقات مع أحمد، و c = عدد التطبيقات مع إبراهيم. يمكن تحديد التطبيقات التي مع سمية باستخدام المعادلة $a = \frac{1}{2}(b + c)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

معلومات أساسية في الرياضيات

الرياضيات هي لغةٌ يمكن استخدامها للتعبير عن العلاقات القائمة بين المقادير. ويمكّن استخدام الرياضيات لوصف حالةٍ ما من حل المسائل الخاصة بالمقادير بصورةٍ أكثر كفاءة.

تستخدم الأعداد والمتغيرات للتعبير عن المقادير. ويستخدم المتغير عندما تكون القيمة مجهولة. يعبر عن العلاقات بين المقادير باستخدام الرموز الرياضية ورموز التجميع الخاصة بالعمليات بالإضافة إلى إشارة المساواة ورموز المتباينات.

من المهم أن تكون قادرًا على ترجمة الجمل اللفظية إلى جملٍ رياضيةٍ من أجل حل المسائل الكلامية. تسمى القاعدة الرياضية التي تستخدم رموزًا للتعبير عن العلاقات بين المقادير بالقاعدة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_042_047_687146.indd 42 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

مثال 2 تحويل الجمل إلى معادلات.

تفسير المسائل اكتب معادلة ذات متغير واحد لتمثل كل جملة.

a. خمسة امثال مربع عدد يساوي 45.

$5n^2 = 45$

b. ثلاثة امثال الفرق بين عدد و 5 يساوي العدد نفسة ناقص واحد.

$3(n - 5) = n - 1$

c. مربع ناتج جمع عدد مع 5 يساوي ناتج ضرب العدد في 20 زائد واحد.

$(n + 5)^2 = 20n + 1$

مثال 3 المقارنة بين عمليات تحويل الجمل إلى معادلات وتحليلها

a. **الاستفادة من البنية** ما الفرق بين هاتين الجملتين؟

ثلاثة امثال ناتج جمع عدد و 6 يساوي 84.

ناتج جمع 3 امثال عدد و 6 يساوي 84.

الجملة الأولى تعني إيجاد المجموع أولاً ثم الضرب: $3(n + 6) = 84$.

الجملة الثانية تعني الضرب أولاً ثم جمع المجموع زائد 6: $3n + 6 = 84$.

b. **تفكير ناقد** وضح ما إذا كانت المعادلة هي تحويل دقيق للجملة أم لا.

خمسة امثال عدد يساوي 8 ناقص اربعة امثال العدد نفسه.

$5n = 8 - 4n$

الإجابة ليست صحيحة. $4n - 8$ **تعني أن** $4n$ **أقل بمقدار 8، وليس 8 أقل بمقدار** $4n$**. ينبغي كتابة المعادلة** $5n = 4n -$

8 لتوضح أن 8 أقل بمقدار 4 في العدد.

c. **تفكير ناقد** وضح ما إذا كانت المعادلة تحويلاً دقيقاً للجملة أم لا.

ثلاثة امثال ناتج طرح 4 من عدد يساوي ناتج جمع 8 ومثلي العدد نفسه.

$3 \times 4 - n = (8 + n)2$

الإجابة ليست صحيحة. توضح المعادلة أن ثلاثة مضروبة في ناتج طرح 4 ناقص عدد ما، مما يعني ضرب ناتج طرح $n - 4$**. ولذلك ينبغي وضع**

الأقواس. مجموع 8 زائد مثلي العدد يعني المضاعفة أولاً ثم الجمع، وبالتالي لا تحتاج إلى الأقواس. ينبغي أن تكون المعادلة $3(4 - n) = 8 + 2n$.

d. **التفكير بطريقة كمية** توقع ما إذا كان حل المعادلتين اللتين تمثلان الجملتين في **الجزء "a"** مختلف أم لا. اشرح استنتاجك.

ليس لهما نفس: $3(n + 6) = 3n + 18$**، وهي لا تساوي** $3n + 6$ **لقيمة أي من** n

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجروهيل للتعليم

مثال 2

م٠م٠ر 7

نصيحة دراسية

في **الجزأين** b و c. راجع استخدام الأقواس في التعبيرات الرياضية. راجع العبارات المستخدمة بالإنجليزية والتي تشير إلى الحاجة لاستخدام الأقواس عند تحويل العبارات إلى تعبيرات.

الأسئلة الداعمة

- لماذا تستخدم الأقواس في أحد التعبيرات؟ **للإشارة إلى أن العملية بداخل الأقواس يجب إجراؤها أولاً**
- ما العملية التي يتم إجراؤها أولاً في العبارة 3 مضروبة في عدد زائد 2 يساوي 15؟ **الضرب**
- كيف يمكنك إعادة صياغة العبارة، بحيث يتم إجراء عملية الجمع أولاً؟ **الإجابة النموذجية: ثلاثة مضروبة في مجموع عدد زائد 2 يساوي 15.**

مثال 3

م٠م٠ر 3

نصيحة دراسية

يتيح الجزأن b وc للطلاب الفرصة للتعرف على الأخطاء وتفسيرها من خلال الاستنتاج. عند الإشارة إلى أخطاء، تحفز لحلها من خلال توضيح سبب عدم صحتها. تحفز لاستخدام أمثلة وأمثلة مضادة ووسائل إيضاحية وتعليقات منطقية عند النقد.

الأسئلة الداعمة

- اكتب مثالاً يوضح أن الترتيب معكوس عندما تذكر أن 8 أقل من عدد ما. **الإجابة النموذجية: للوصول إلى أن 8 أقل من 12، اطرح 8 — 12 وليس 12 — 8.**
- وضح كيفية حل المعادلة في **الجزء c** من خلال استخدام ترتيب العمليات. **قم بإجراء العمليات الموجودة بين قوسين في البداية، ولذلك اجمع العدد 8 مع و** n**. ثم أوجد مربع مجموع العدد 8 مع** n**. وبعد ذلك اضرب بالعدد 3 والعدد 4. ثم اطرح** n **من حاصل ضرب العددين 3 و 4.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_042_047_687146.indd 43 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

مثال 4

نصيحة دراسية

م.م.ر 1

وضح للطلاب لماذا ينبغي تحديد ما يحاولون إيجاده وحدد مدى ارتباط ذلك بالمعلومات المحددة. حفز الطلاب على تطوير معادلة لفظية ثم تحويلها إلى معادلة رياضية. ذكر الطلاب بالبدء بتحديد المتغيرات.

الأسئلة الداعمة

- ما القيم التي تحاول إيجادها في كل مثال؟ **القسم a: عدد كل نوع من العملات؛ القسم b: الوقت المنقضي في كل نوع من الطرق؛ القسم c: العدد الموجود لدى كل شخص**
- كيف يمكنك تجنب استخدام أكثر من متغير واحد في كل مشكلة؟ **الإجابة النموذجية: يمكنك تحديد متغير لكمية واحدة وكتابة تعبيرات للكميات الأخرى باستخدام هذا المتغير.**

مثال 5

نصيحة دراسية

م.م.ر 1

اطلب من الطلاب تقديم أمثلة على الصيغ التي سبق لهم دراستها في مادة الرياضيات. ناقش ميزات وعيوب كتابة الصيغ على هيئة معادلات بدلاً من كتابيتها على هيئة عبارات.

الأسئلة الداعمة

- كيف يمكنك استخدام قيم معينة للتعرف على ما إذا كانت القاعدة صحيحة؟ **الإجابة النموذجية: يمكنك استخدام مشكلة تعرف إجابتها من قبل، واستبدال القيم، ومعرفة ما إذا كان الناتج صحيحًا.**
- كيف يمكنك تحويل عبارة من كلمات إلى قاعدة؟ **الإجابة النموذجية: انظر إلى الأعداد والكلمات التي توضح العملية الواجب استخدامها.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تعتبر صياغة معادلة لفظية من مسألة لفظية، ثم تحويلها إلى معادلة رياضية من المهارات الهامة في م.م.ر 1 **(فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. ينبغي على الطلاب تحليل المعلومات المحددة في المشكلة ومعرفة كيفية ارتباطها ببعضها البعض والمعلومات التي يحاولون إيجادها. وبمجرد أن يمكنهم نطق ألفاظ هذه العلاقات، ينبغي أن يكون بإمكانهم تمثيلها رياضيًا.

بينما يجري الطلاب عملية كتابة المعادلات لحل المسائل اللفظية، حفزهم على مناقشة العملية مع طلاب آخرين. ينبغي أن يستطيع الطلاب توضيح سبب أن معادلاتهم تمثل العلاقات المحددة في المشكلة بشكل صحيح.

مثال 4 كتابة المعادلات

التخطيط للحل اكتب معادلة لكل من المواقف المذكورة. واذكر أية قيود تجدها. ثم حل كل معادلة.

a. يمتلك مصطفى العديد من قطع الفلوس وأرباع الدراهم التي يبلغ مجموعها AED 2.05. فهو يمتلك 3 قطع ربع درهم أقل من عدد قطع الفلوس. فكم عدد كل من قطع الفلوس وقطع الربع درهم؟

لنفترض أن d = عدد الفلسات و $d - 3$ = عدد الأرباع؛ $d \geq 3$؛ $0.10d + 0.25\ (d - 3) = 2.05$؛

$d = 8$؛ 8 فلسات و 5 أرباع.

b. استغرقت السيدة فاطمة 6 h عندما قطعت مسافة 380 mi لتوصيل عائلتها بالسيارة لزيارة أقاربهم. تولت هي القيادة على جزء من الطريق السريع بسرعة 70 mi/h وجزء على طريق المدينة بسرعة 50 mi/h. وقد استغرقت على الطريق السريع مثلي الزمن الذي قطعته على طريق المدينة. ما الزمن الذي استغرقوه على كل طريق؟

لنفترض أن x = الزمن المستغرق على طريق المدينة و $2x$ على الطريق السريع؛ $x = 2$؛ $50x + 70\ (2x) = 380$؛

لقد استغرقوا ساعتين على طريق المدينة و 4 ساعات على الطريق السريع

c. يمتلك حسن ثلاثة أمثال المال الذي مع سالي. ويمتلك إبراهيم نصف المال الذي مع سالي. ومجموع المبلغ الذي معهم 135 AED. فكم المبلغ الذي يمتلكه كل منهم؟

لنفترض أن z = المبلغ الذي تمتلكه سالي؛ $z = 30$؛ $\frac{1}{2}z + 3z = 135$؛ تمتلك سالي 30 AED ويمتلك إبراهيم 15 AED، ويمتلك حسن 90 AED.

مثال 5 كتابة القواعد

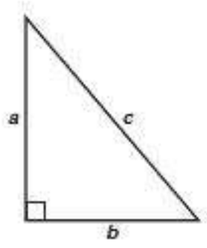
تفسير المسائل حوّل كل جملة مما يلي إلى صيغة.

a. ناتج جمع القياسات لجميع زوايا متعدد الاضلاع يساوي ناتج ضرب 180 في 2 ناقص عدد الأضلاع n.

$s = 180\ (n - 2)$

b. مربع طول وتر مثلث قائم الزاوية يساوي ناتج جمع مربع طول كل ضلع للزاوية القائمة.

$c^2 = a^2 + b^2$



c. المتوسط a لأربعة أعداد w و x و y و z يساوي ناتج قسمة مجموع الأعداد على 4.

$a = \frac{w + x + y + z}{4}$

d. درجة الحرارة C المئوية تساوي $\frac{5}{9}$ من ناتج فرق درجة الحرارة F و 32.

$C = \frac{5}{9}\ (F - 32)$

e. درجة الحرارة بالفهرنهايت تساوي 32 درجة زائد درجة الحرارة $\frac{9}{5}$ بالدرجة المئوية.

$F = 32 + \frac{9}{5}C$

f. اذكر أي قيود على قيم المتغيرات في الصيغ التي كتبتها سابقًا.

بالنسبة إلى الجزء "A"، $n \geq 3$؛ بالنسبة إلى الجزء "B"، $a > 0$ و $b > 0$.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_042_047_687146.indd 44 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 6 كتابة المعادلات من الجمل

التواصل بدقة حول كل جملة إلى معادلة. اشرح الفرق بين المعادلتين.

a. الجملة 1: ثلاثة امثال عدد زائد 7 تساوي 8.
الجملة 2: ثلاثة امثال ناتج جمع عدد و 7 يساوي 8.
الإجابة النموذجية: المعادلة 1: $3x + 7 = 8$؛ المعادلة 2: $3(x + 7) = 8$. في المعادلة 1، تضربُ في المتغير أولاً، ثم توجد المجموع. في المعادلة 2، توجد مجموع 7 زائد المتغير أولاً ثم تضرب في النتيجة.

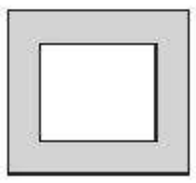
b. الجملة 1: خمسة عشر تساوي ناتج طرح 7 من مثلي عدد.
الجملة 2: خمسة عشر تساوي 7 ناقص مثلي عدد.
الإجابة النموذجية: المعادلة 1: $2x - 7 = 15$؛ المعادلة 2: $7 - 2x = 15$. في المعادلة 1، 7 تقل بمقدار $2x$. في المعادلة 2، تقل $2x$ بمقدار 7.

c. الجملة 1: مربع 3− يساوي ناتج قسمة 54 على عدد.
الجملة 2: معكوس مربع 3 يساوي ناتج قسمة 54 على عدد.
الإجابة النموذجية: المعادلة 1: $(-3)^2 = \frac{54}{x}$؛ المعادلة 2: $-(3)^2 = \frac{54}{x}$. في المعادلة 1، يُرفع العدد السالب إلى القوة الثانية ولكن لا يُرفع في المعادلة 2.

مثال 7 اكتب معادلة

تفسير المسائل اكتب معادلة وحلها لتمثل الأوصاف المذكورة. عرّف المتغيرات واذكر أي قيود تجدها.

a. خصم 25% من سعر مبيع حقيبة الكتف يساوي AED 15.
الإجابة النموذجية: لنفترض أن p هو السعر المعتاد لحقيبة الكتف. $0.25p - p = 15$.
القيود: $p \geq 0$.

b. المساحة المظللة تساوي الفرق بين مربع طول أضلاع المربع الكبير ومربع طول أضلاع المربع الصغير.

الإجابة النموذجية: لنفترض أن y هي طول الضلع في المربع الكبير و x هي طول الضلع في المربع الصغير. $A = y^2 - x^2$. القيود: $0 \leq x$ و $0 \leq y$ و $x \leq y$.

c. ناتج ضرب عددين صحيحين زوجيين موجبين متتاليين هو 24.
الإجابة النموذجية: لنفترض أن x هي العدد الصحيح الأول. $x(x + 2) = 24$.
القيود: $x > 0$، و x عدد زوجي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة Mohammed bin Rashid Al Maktoum

التدريس المتمايز

قد يستفيد الطلاب الذين يواجهون صعوبة في التركيز على التفاصيل من التعاون مع طلال آخرين ومناقشتهم في البنية. اطلب من الطلاب العمل في مجموعات زوجية وكتابة 3 معادلات مختلفة بها المتغيرات والأعداد ذاتها. قد تتضمن الاختلافات عمليات أو رموز جماعية أو ترتيب الحدود. عندئذٍ اطلب منهم كتابة معادلات لفظية مناظرة. بعد المراجعة للتأكد من الدقة. اطلب من الطلاب كتابة معادلة لفظية ومعادلة رياضية في بطاقة فهرسة منفصلة. اطلب من مجموعات الأزواج مبادلة بطاقات الفهرسة وخلطها ومطابقة المعادلات اللفظية والمعادلات الرياضية. اطلب من الطلاب إضافة زوج آخر من المعادلات ذات الصلة لتعيين البطاقات الخاصة بهم وتمريرها إلى زوج آخر. إذا لم يستطع أحد الأزواج. فيمكنهم طلب المساعدة من طلاب آخرين. أثناء النشاط. حفز الطلاب على الإعلان عن استنتاجاتهم.

مثال 6

نصيحة دراسية — م٠م٠د 6

من ميزات استخدام معادلة لوصف العلاقات الدقة الكبيرة للمعادلات. ذكر الطلاب أنه يمكن التعبير عن الجمل بطريقةٍ تجعلها عرضةً للتأويل. شجع الطلاب على التفكير مليًا بالجملة قبل التفكير بكتابة معادلةٍ تمثلها.

الأسئلة الداعمة

- ما العمليات المطلوبة للمعادلات المبينة في **القسم a**؟ كيف علمت ذلك؟ **الإجابة النموذجية: تشير كلمة "في" إلى الضرب، وكلمة "زائد" إلى عملية الجمع.**
- في **القسم b**، هل ترتيب الحدود الجبرية ضروري؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم النفي. **نعم؛ الطرح ليس عملية تبديلية.**

مثال 7

نصيحة دراسية — م٠م٠د 1

ذكر الطلاب بأهمية تعريف متغير لكل حالة وإدراج أي قيود. أشر إلى أنه دون وقع القيود في الحسبان. قد تعطي معادلتهم حلاً غير منطقي بالنسبة للحالة المعطاة.

الأسئلة الداعمة

- في **القسم c**، هل يمكن جعل x العدد الصحيح الثاني؟ وإن كان ذلك. فهل يغير هذا المعادلة؟ **نعم، إذا كان x هو العدد الصحيح الثاني، فإن العدد الصحيح الأول هو $x - 2$. المعادلة هي $x(x - 2) = 24$.**
- في **القسم c**، هل سيغير جعل x العددَ الصحيحَ الثاني من القيود؟ **نعم، فبدلاً من $x > 0$ يطلب أن يكون $x > 2$. سيبقي من المطلوب أن يكون x زوجيًا.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_042_047_687146.indd 45 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

تمرين

ربط التمرينات بالمعايير

الاستنتاج في **التمرينين 1** و **2** متشابهين تمامًا مع الاستنتاج في **المثالين 2** و**3**. عندما يكتب الطلاب معادلات رياضية تعكس بدقة الوصف اللفظي للعلاقات، فإنهم يتعلمون إجادة القسم الأول من **A.CED.1**.

يقدم التمرين 3 للطلاب المزيد من التدريب على كتابة المعادلات، وفقًا لـ **A.CED.1**.

التمرين 4 هو امتداد **للمثال 3**. بالإضافة إلى كتابة معادلة تمثل وصفًا لفظيًا، ينبغي على الطلاب استخدامها لحل مسألة مثل المذكورة في **A.REI.3**.

أخطاء شائعة

قد يواجه الطلاب صعوبة في ترتيب الحدود بشكل سليم في معادلة ما، فضلاً عن استخدام الأقواس. ساعد الطلاب في معرفة أن الترتيب يتم عكسه عند تحويل 3 *أقل من عدد ما إلى* 3 − n. استخدم أمثلة مادية كالتالية: *يوجد لدي* 12 AED. *أما صديقي؛ فما بحوزته أقل مني بمقدار* 3 AED. *هل أستخدم* 12 − 3 *أم* 3 − 12 *لإيجاد مبلغ صديقي؟*

عندما يجد الطلاب أقواسًا، فقد يحاولون تحويلها إلى معادلات بدون فهمها بالفعل أو توضيح العلاقة المبينة. إذا قام الطالب بتحويل $3(x + 7) = 8$ *ثلاثة* x *زائد سبعة بين قوسين يساوي* 8، فلاحظ أن هذا التفسير الحرفي لا يعبر عن فهم المسألة. راجع العبارات المختلفة اللفظية والتي تشير إلى العملية التي ينبغي إجراؤها أولاً.

تمرين

1. **تفسير المسائل** اكتب معادلة لتمثل الجملة.

a. عدد زائد 7 يساوي 13 ناقص مربع العدد نفسه.

$n + 7 = n^2 - 13$

b. ناتج جمع 3 امثال عدد و 9 يساوي 3 امثال ناتج جمع العدد و 3.

$3n + 9 = 3(n + 3)$

c. ناتج قسمة 7 على مثلي العدد يساوي 5.

$\frac{7}{2n} = 5$

2. **الاستفادة من البنية** اذكر الفرق بين الجملتين.

ثلاثة امثال ناتج جمع عدد و 6 يساوي 24.

ناتج جمع 3 امثال عدد و 6 يساوي 24.

التعابير الأولى تعني إيجاد المجموع أولاً ثم الضرب أو $3(n + 6) = 24$.

أما التعابير الثانية تعني الضرب أولاً ثم جمع المجموع زائد 3 أو $3n + 6 = 24$.

3. **تفكير ناقد** اشرح ما إذا كان تحويل المعادلة من الجملة دقيقًا أم لا.

a. مربع ناتج ضرب 4 في عدد يساوي 8 امثال ناتج جمع العدد و 6.

$(4n)^2 = 8(n + 6)$

الإجابة صحيحة. يتم تربيع حاصل الضرب، وبالتالي يلزم وضع الأقواس.

b. ثلاث زائد نصف عدد العدد نفسه ناقص 2.

$\frac{n}{2} + 3 = n - 2$

الإجابة ليست صحيحة. نصف العدد يعني الضرب وليست القسمة على النصف. ينبغي أن تكون المعادلة

$\frac{1}{2}n + 3 = n - 2$

4. **التخطيط للحل** اكتب معادلة لكل موقف وحلها.

a. تخطط علياء لإقامة حفل. وقد دعت أصدقاءها في المدرسة ومثلي عدد أصدقاء المدرسة من نادي السباحة المشتركة فيه. فإذا كان مجموع الأصدقاء الذين حضروا الحفل 21 صديقا، فكم عدد أصدقاء المدرسة الذين دعتهم؟

لنفترض أن s = عدد الأصدقاء في المدرسة؛ فإن $s + 2s = 21$؛ $s = 7$؛ دعت علياء 7 من أصدقاء المدرسة.

b. في إحدى المواسم، انسحب 13% من اللاعبين الذين اشتركوا في دوري كرة القدم. يبلغ مجموع اللاعبين الذين أنهوا الدوري 174 لاعبًا. فكم عدد اللاعبين الذين اشتركوا في الدوري؟

لنفترض أن p = عدد اللاعبين الذين اشتركوا في الدوري؛ $p = 200$؛ $p - 0.13\,p = 174$

عدد اللاعبين الذين اشتركوا في الدوري يساوي 200

c. طلب السيد/ عبد الله 188 كتابًا في الرياضيات. غطت كتب الجبر في صناديق من 12 كتابًا. وغطت كتب الهندسة في صناديق من 10 كتب. وطلب صندوقًا إضافيًا من كتب الجبر أكثر من كتب الهندسة. كم عدد الصناديق لكل نوع من الكتب مما طلبه؟

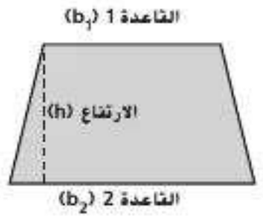
لنفترض أن a = عدد كتب الجبر؛ $a = 9$ 9؛ $12a + 10(a - 1) = 188$؛ هناك 9 صناديق من كتب الجبر

و 8 صناديق من كتب الهندسة

حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_042_047_687146.indd 46 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	



5. **تفسير المسائل** حوّل القاعدة $A = \frac{b_1 + b_2}{2} \times h$ إلى كلمات. افترض أن A تمثل المساحة. اذكر أي قيود في المتغيرات.

الإجابة النموذجية: مساحة شبه المنحرف تساوي الارتفاع مضروبًا في ناتج قسمة مجموع القواعد على 2. القيود: $b_1 \geq 0$ و $b_2 \geq 0$ و $h \geq 0$.

6. ضع باعتبارك كلاً من الجملتين التاليتين:
تسع وأربعون تساوي مربع ناتج جمع عدد و 13.
تسع وأربعون تساوي مربع عدد مضاف إليه 13.

a. **التواصل بدقة** حوّل كل جملة مما يلي إلى معادلة. ثم اشرح الفرق بين المعادلتين.

الإجابة النموذجية: المعادلة الأولى: $(x + 13)^2 = 49$؛ المعادلة الثانية: $x^2 + 13 = 49$. الفرق هو أنه في المعادلة الأولى ستوجد المجموع أولاً ثم تربيع النتيجة، لكن في المعادلة الثانية ستوجد تربيع العدد أولاً ثم المجموع.

b. **التخطيط للحل** استخدم حقيقة أن 7^2 زائد $(-7)^2$ تساوي 49، وأن 6^2 زائد $(-6)^2$ تساوي 36 لإيجاد الحل لكل معادلة. اشرح كيف وجدت الحلول.

الإجابة النموذجية: بالنسبة إلى المعادلة الأولى، بما أن 7^2 أو $(-7)^2$ تساوي 49، فقد قمتُ بحلّ $x + 13 = 7$ و $x = -6$؛ $x + 13 = -7$ أو -20 هي الحلول للمعادلة الأولى. بالنسبة إلى المعادلة الثانية، طرحت 13 من 49، وكان الفارق 36. بما أن 6^2 أو $(-6)^2$ تساوي 36، فإن $x = 6$ أو -6 للمعادلة الثانية.

7. **تفسير المسائل** يُمكن إيجاد أرباح ليلى P من صنع الأساور وبيعها n باستخدام المعادلة $P = 4.25n - 1.65n$.

a. اكتب مسألة بناء على هذه المعلومات. اذكر أي قيود على n.

الإجابة النموذجية: سوف تتكلف ليلى AED 1.65 لصنع أسورة واحدة، وتبيعها مقابل AED 4.25 للواحدة. ما الأرباح التي ستجنيها إذا كانت تصنع وتبيع n أسورة؟ القيود: $n \geq 0$.

b. حوّل المعادلة المذكورة إلى أبسط صورة بجمع الحدود المتشابهة. ما الذي يعنيه المعامل n؟

$P = 2.6n$؛ تكسب ليلى AED 2.60 في الأسورة.

c. إذا جنت ليلى أرباحًا تبلغ AED 122.20. فكم عدد الأساور التي صنعتها وباعتها؟

$2.6n = 122.20$، $n = 47$

d. تريد ليلى أن تجني أرباحًا تبلغ AED 100 على الأقل. فهل سيؤثر ذلك على القيود المفروضة على المعامل n؟ إذا كان الأمر كذلك، فكيف؟ إذا لم يكن الأمر كذلك، فما السبب؟

نعم؛ $2.6n = 100$، $n = 38.46$، إذًا $n \geq 39$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة MAOR-HEP (Education)

ربط التمرينات بالمعايير

يمنح التمرينان 5 و 7 الطلاب فرصة ذكر القيود على المتغيرات في سياق الحالة المعطاة، وفقًا لـ **A.CED.3**.

يقدم التمرين 6 المزيد من التدريب على **A.CED.1**، ذلك لأن الطلاب يكتبون المعادلات للتطابق مع العبارات اللفظية المعطاة.

تناول المعايير

تمرين	SMP
1	1
2	7
3	3
4	1
5	1
6	1, 6
7	1

التدريس المتمايز

اطلب من الطلاب إنشاء مخططات لعمليات التحويل لمساعدتهم على معرفة كيفية توصيل المعادلات الرياضية والأوصاف اللفظية. اطلب من الطلاب كتابة الوصف اللفظي في سطر واحد. وبعد ذلك، اطلب منهم وضع دائرة على العبارات الرئيسية ورسم أسهم من كل ذلك إلى السطر أدناه. اطلب من الطلاب تحويل كل جزء من المسألة مميز بدائرة إلى أرقام ورموز حسابية. بعد مقارنة المعادلة بالمسألة، اطلب من الطلاب تحديد ما إذا كانت الأقواس أو التغييرات في ترتيب بعض التعبيرات أمرًا مطلوبًا. وفي هذه الحالة، اطلب منهم إعادة كتابة المعادلة بشكل سليم في السطر التالي.

47 2.1 كتابة المعادلات

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_042_047_687146.indd 47 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.2 حل معادلات الخطوة الواحدة

المعايير

ويتناول أيضًا: A.REI.3, A.CED.1

معايير الممارسات الرياضية:
1, 2, 3, 4, 6, 8

المتطلبات الأساسية

- التعرف على العمليات العكسية للجمع والطرح والضرب والقسمة
- التعرف على خاصية التجميع والتبديل وخاصية المحايد للجمع والضرب

مثال 1

م٠م٠ر 7

نصائح للتدريس

يمكن أن يتمتع بعض الطلاب بالقدرة على حل المعادلات البسيطة أحادية الخطوة باستخدام الرياضيات الذهنية. تحقق من أنهم يستطيعون شرح سبب استخدام العمليات العكسية لعزل المتغير.

الأسئلة الداعمة

- ما هو أول شيءٍ عليك فعله عند حل المعادلات التالية؟ **الإجابة النموذجية: تحديد العملية المستخدمة في التعبير عن المتغير**
- ما الذي يتعين عليك القيام به حالما تحدّد العملية؟
استخدام العملية العكسية من أجل "التراجع" عن العملية.

معلومات أساسية في الرياضيات

تطبيق خواص المساواة يشبه عملية موازنة كفتي ميزان. إذا كان الميزان في وضعية التوازن (كأن يكون هناك 16 أونصة على إحدى الكفتين ورطل واحد على الأخرى)، فإن جمع أونصة واحدة إلى إحدى الكفتين سيخلّ بتوازن الميزان. والطريقة الوحيدة لاستعادة التوازن هي إضافة أونصة إلى الكفة الأخرى. ومعاملة طرفي المعادلة على نحوٍ متساوٍ تحافظ على تعادل التعبيرين. بمرور الوقت، سيستوعب الطلاب خواص المساواة وسيكون بمقدورهم حل المعادلات بطلاقةٍ دون تعليل كل خطوة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_048_051_687146.indd 48 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.2 حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

الأهداف

- حل المعادلة الخطية ذات الخطوة الواحدة بمتغير واحد.
- تعليل كل خطوة في حل معادلات خطية بسيطة بمتغير واحد.
- إنشاء معادلات خطية بمتغير واحد لتمثيل مسائل من واقع الحياة وحلها.

حل معادلة يعني تحديد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة.
من المفترض أن المعادلتين **متكافئتان** إذا كان حلهما واحدًا.

مثال 1 **تحليل الحلول**

الاستكشاف حدد العملية اللازمة لحل كل معادلة. ثم أكمل النموذج لحل المعادلة. تحقق من حلك.

a. $x + 15 = 31$

الحل باستخدام الجمع

$x + 15 = 31$

$+27 = +27$

$= x\ 70$

b. $k - 27 = 43$

الحل باستخدام الطرح

$k - 27 = 43$

$-15 = -15$

$= k\ 16$

c. $32y = 256$

الحل باستخدام الضرب

$\frac{32y}{10} = \frac{256}{10}$

$\frac{n}{10} \times 10 \quad 256 \quad 74 \times 10 \quad 32y$

$n = 74y$

d. $\frac{n}{10} = 7.4$

الحل باستخدام القسمة

n

$32 \div \quad 32 \div$

8

e. $\frac{1}{4} + g = \frac{5}{8}$

الحل باستخدام القسمة

$\frac{1}{4} + g = \frac{5}{8}$

$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

$g = \frac{3}{8}$

f.

الحل باستخدام الطرح

$-c = \frac{6}{5}$

$-c \div -1 = \frac{6}{5} \div -1$

$n = -\frac{6}{5}$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

g. **التخطيط للحل** اشرح طريقة تحديد العملية اللازمة لحل معادلة ذات خطوة واحدة.

المفهوم الرئيسي

استخدم خواص التساوي لإكمال كل جملة. حوّل كلاً من a وb وc إلى أعداد حقيقية.

- باستخدام خاصية **الطرح** بالمعادلة. إذا كان $a = b$. فإن $a - c =$ **$b - c$**.
- باستخدام خاصية **عملية الضرب** بالمعادلة. إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$. فإن $ac =$ **bc**.
- باستخدام خاصية **الجمع** بالمعادلة. إذا كان $a = b$. فإن $a + c =$ **$b + c$**.
- باستخدام خاصية **القسمة** بالمعادلة. إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$. فإن $a \div c =$ **$b \div c$**.

مثال 2 **استخدم المعادلات الخطية لحل المسائل**

يحب كل من حمدان وأحمد وفارس جمع البطاقات التجارية. يمتلك حمدان 30 بطاقة. ويمتلك 7 بطاقات أقل من التي مع أحمد، و $\frac{3}{2}$ من البطاقات التي يمتلكها فارس.

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة لإيجاد عدد البطاقات التي لدى أحمد.

لنفترض أن k = عدد البطاقات التي يمتلكها أحمد؛ $k - 7 = 30$

b. **وصف طريقة الحل** صف طريقة حل المعادلة. مع تعليل كل خطوة. كم عدد البطاقات التي يمتلكها أحمد؟

استخدم خاصية الجمع في المعادلة وأضف 7 إلى كل طرف في المعادلة. حوّل التعابير في كل طرف من المعادلة إلى أبسط صورة. يمتلك أحمد 37 بطاقة.

c. **التفكير بطريقة كميّة** ما سبب أهمية إجراء العملية ذاتها في كل طرف من المعادلة؟

الإجابة النموذجية: في المعادلة، تحتوي التعابير في كل طرف على قيم متساوية. ويجب التعامل مع الطرف الواحد من المعادلة بدقة التعامل ذاتها مع الطرف الآخر من أجل الحفاظ على تكافؤ التعابير.

d. **تفكير ناقد** يكتب حمدان المعادلة $\frac{3}{2}b = 30$ لتوضيح عدد البطاقات التي يمتلكها فارس. فهو يضرب كلا طرفي المعادلة في $\frac{3}{2}$ ويقرر أن فارس معه 45 بطاقة. هل حل حمدان صحيح؟ علل خطوات حله، أو اشرح ما كان عليه أن يفعله بطريقة مختلفة.

الإجابة النموذجية: حل حمدان ليس صحيحًا. فهو يحتاج إلى عزل المتغير b، وعندما ضرب كلا طرفي المعادلة في $\frac{3}{2}$ أصبح الطرف الأيمن من المعادلة $\frac{9}{4}b$. ينبغي له إما قسمة كلا الطرفين على $\frac{3}{2}$ أو ضرب كلا الطرفين في المعكوس $\frac{2}{3}$. إذًا، يمتلك فارس 20 بطاقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الرئيسي

وضِّح أن خاصيتي الضرب والقسمة تستلزمان أن يكون$c \neq 0$. ناقش مع الطلاب أهمية هذا القيد.

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 4.0

من الجوانب الهامة في استخدام النماذج في حالات العالم الواقعي أن يجري تعريف كل متغير من المتغيرات. راقب عمل الطلاب أثناء إتمامهم حل المثال للتحقق من استخدامهم الترميز على النحو الصحيح. واصل التأكيد على أهمية إيصال الأفكار بدقة.

اطلب من الطلاب اقتراح حالاتٍ أخرى من الحياة اليومية يمكن نمذجتها عبر معادلات خطية بسيطة وأحادية الخطوة.

الأسئلة الداعمة

- ما المقصود بالنموذج الرياضي؟ **هو معادلة أو رسم أو كائن رياضي آخر يصف حالةً من العالم الواقعي.**
- لماذا من الهام كتابة المعادلة الأصلية أثناء حل معادلة؟ **الإجابة النموذجية: تحول هذه الخطوة البسيطة دون ارتكاب خطأٍ في بداية عملية الحل.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يقدم المثال 1 فرصةً هامةً للتمرّن على **م.م.ر 7 (البحثيجاد البنية واستخدامها)**. من **القسم *a*** إلى**الجزء *d***، سوف يتمرن الطلاب على إدراك العملية التي تربط المتغير بالعدد في إحدى طرفي المعادلة، ومعرفة استخدام العملية العكسية لعزل المتغير. ربما يجد الطلاب **القسمين *e* و*f*** أكثر صعوبةً قليلاً؛ وسيتعين عليهم إدراك أن $\frac{1}{4}$ تجمع إلى g، وأن $-c$ تساوي $c \times -1$ من أجل حل كل معادلة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_048_051_687146.indd 49 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تمرين

ربط التمرينات بالمعايير

يتعين على الطلاب في **التمرينات 10-1** تعليل كل خطوةٍ في حل المعادلة البسيطة مما يحقق **A.REI.1**. في **التمرينين 6-1 و 8**، على الطلاب تعليل خطواتهم الخاصة في حل المعادلات. في **التمرينات 7 و 10 و 9**، على الطلاب تعليل الخطوات في الحلول المعطاة أو تصحيحها.

عرض المعايير

تمرين	SMP
1-6	7
7	3
8	1, 4
9	2
10	2

تمرين

الاستفادة من بنية حُـلّ كل معادلة. علل كل خطوة في الحل. تحقق من طريقتك.

1. $\frac{x}{9} = 24$

		التحقق:
$\frac{x}{9} = 24$		
$\frac{x}{9} \times 9 = 24 \times 9$	خاصية الضرب في المعادلة	$\frac{216}{9} = 24$
$x = 216$	بسّط	$24 = 24$

2. $m - 183 = -79$

		التحقق:
$m - 183 = -79$		
$m - 183 + 183 = -79 + 183$	خاصية الجمع في المعادلة	$104 - 183 = -79$
$m = 104$ بسّط		$-79 = -79$

3. $972 + y = 748$

		التحقق:
$972 + y = 748$		
$972 + y - 972 = 748 - 972$	خاصية الطرح في المعادلة	$972 + (-224) = 748$
$y = -224$	بسّط	$748 = 748$

4. $-\frac{4}{5}p = 32$

		التحقق:
$-\frac{4}{5}p = 32$		
$-\frac{4}{5}p(-\frac{5}{4}) = 32(-\frac{5}{4})$	خاصية القسمة في المعادلة	$-\frac{4}{5}(-40) = 32$
$p = -40$	بسّط	$32 = 32$

5. $135 = 9b$

		التحقق:
$135 = 9b$		
$\frac{135}{9} = \frac{9b}{9}$	خاصية القسمة في المعادلة	$135 = 9(15)$
$15 = b$	بسّط	$135 = 135$

6. $45 = \frac{3}{2}z$

		التحقق:
$45 = \frac{3}{2}z$		
$(\frac{2}{3})45 = (\frac{2}{3})\frac{3}{2}z$	خاصية الضرب في المعادلة	$45 = \frac{3}{2}(30)$
$30 = z$	بسّط	$45 = 45$

7. **تفكير ناقد** تريد نورة حل المعادلة $0 = -8t$. وتعلل طريقة حلها بأن القسمة على الصفر غير محددة، وبالتالي لا يوجد حل للمعادلة. هل تتفق مع رأي نورة؟ اشرح استنتاجك وصحح خطأها إذا لزم الأمر.

الإجابة النموذجية: لا، أنا لا أتفق مع نورة. حتى تُحل المعادلة، ينبغي لنورة قسمة كل طرف من المعادلة على -8. بما أن قسمة 0 على -8 يساوي 0، فإن حل المعادلة هو $t = 0$.

حقوق الطبع والتأليف © تعود لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 7**، الحل معرّف لأنه يساوي $\frac{0}{-8}$ والذي يساوي 0. يستطيع الطلاب التحقق من ذلك بالاستفادة من حقيقة أن عمليتي الضرب والقسمة عكس بعضهما البعض. على سبيل المثال، العدد 6 مقسومًا على 3 يساوي 2 لأن 3 أمثال العدد 2 (أو 2 في 3) تساوي 6. وبالطريقة نفسها، يمكننا القول أن العدد 0 مقسومًا على -8 يساوي 0 لأن -8 في 0 (أو 0 في -8) يساوي 0. من خلال تطبيق هذا المنطق على عددٍ مقسومٍ على 0، يمكن للطلاب الوصول إلى فهم السبب في تسمية هذا التعبير "غير معرف". على سبيل المثال، فإن القول بأن العدد 6 مقسومًا على 0 يساوي عددًا ما a سوف يعني أن 0 مضروبًا بـ a (أو أن ضرب عددٍ في 0) يساوي 6. ولكن هذا الأمر ليس ممكنًا لأن ضرب أي عددٍ في 0 يعطي 0.

50 **الوحدة 2** المعادلات الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_048_051_687146.indd 50 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

8. **تقضي أسرة يوسف العطلة في إمارة رأس الخيمة. قطعوا مسافة على الطريق تبلغ 152 km من العين إلى الشارقة وواصلوا القيادة. وبوصولهم رأس الخيمة، كانوا قد قطعوا 236 km إجمالاً.**

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة تمثل المسافة من العين إلى رأس الخيمة.

لنفترض أن d تمثل المسافة من الشارقة إلى رأس الخيمة: $234 = 152 + d$

b. **التخطيط للحل** ما خاصية المعادلة التي قد تستخدمها لعزل المتغير في المعادلة؟ اشرح استدلالك.

الإجابة النموذجية: يضاف عدد إلى المتغير في المعادلة. ولعزل المتغير، استخدم العملية المعكوسة، الطرح. إذًا، استخدم خاصية الطرح في المعادلة لحلها.

c. **التخطيط للحل** كم تبعد رأس الخيمة عن الشارقة؟ كيف تتحقق من أن حلك دقيق؟

84 km ؛ الإجابة النموذجية: قم بتعويض 84 في المعادلة الأصلية: $236 = 152 + 84$. لأن هذه القيمة تجعل المعادلة الأصلية صحيحة، فإن حل المعادلة صحيح.

d. **استخدام نموذج** إذا قطعت عائلة يوسف المسافة من العين إلى دبي بدلاً من الشارقة إلى رأس الخيمة، ستقل المسافة بمقدار 14 km. ما المعادلة التي تمثل المسافة من دبي إلى العين؟ كم تبعد المسافة من العين إلى دبي؟

لنفترض أن d تمثل المسافة من العين إلى دبي: $70 \text{ km} = d + 70 \text{ km} = 236 - 14$

9. **التفكير بطريقة تجريدية** يستخدم عبد الرحمن خاصية الجمع في المعادلة لحل المعادلة $42 = b + 27$. اشرح ما فعله عبد الرحمن وسبب صحة حله.

أضاف عبد الرحمن -27 إلى كل طرف من المعادلة. بدلاً من استخدام العمليات العكسية؛ فقد أضاف المعكوس الجمعي للعدد 27، إلى كل طرف. مجموع العدد ومعكوسه يساوي 0، وبالتالي تصبح المعادلة $15 = b + 0$. وباستخدام خاصية المحايد الجمعي، وجد عبد الرحمن أن الحل هو $b = 15$.

10. **تفكير ناقد** يقول حسام أن بإمكانه حل المعادلة $3x = 9$ بطرح $2x$ من كل طرف. حدد افتراضًا لسبب استخدام حسام لهذا الحل واشرح لماذا لن يكون صحيحًا.

كان يحاول حسام عزل المتغير x في إحدى طرفي المعادلة. ولكنه لم يعزل المتغير إذا إن x موجود في كلا طرفي المعادلة: $2x - 9 = x$. الطريقة الوحيدة لعزل x هي استخدام حقيقة أن الضرب والقسمة عبارة عن عمليتين متعاكستين: فإذا كانت $3x = 9$، فإن $x = 9 \div 3$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز

تحدّ الطلاب المتمكنين من خلال مسائل تطبيقية مماثلة لما يلي. ينبغي على الطلاب كتابة معادلة تمثل الحالة، ومن ثم حل المعادلة والتحقق من عملهم.

- تصنع خديجة أساور لصديقاتها. ولديها شريط بطول 17 قدمًا وتحتاج إلى طول $\frac{2}{3}$ قدمًا من أجل كل سوار. فكم عدد الأساور التي بإمكانها صنعها؟ **$x = 25.5$، إذًا تستطيع خديجة صنع 25 سوارًا.**
- يبعد المريخ في أقرب نقطة له إلى الأرض مسافة 3.5×10^7 ميلاً عن الأرض. يبعد المشتري مسافة 3.7×10^8 ميلاً عن الأرض عند أقرب نقطة له إليها. فبكم يزيد بعد المشتري عن الأرض عن بعد المريخ. **3.35×10^8**
- لدى يوسف 1650 أنشودة على هاتفه. ولدى أيوب أناشيد أقل بنسبة 18% من يوسف، وأما مازن فلديه عدد من الأناشيد يقل بـــ 300 عن يوسف. فمن لديه أقل عدد من الأناشيد؟ كيف توصلت لذلك؟ **وليد؛ قارنت بين العدد 300 الذي تنقص به أناشيد مازن والعدد الناتج عن $18\% \times 1{,}650$ = 297 الذي تنقص به أناشيد شادي. $300 > 297$، وبالتالي $300 - 1650 > 297 - 1650$، ما يعني أن مازن لديه أناشيد أقل من أيوب.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يستلزم التمرين 8a من الطلاب إنشاء نموذج رياضي. خلال **التمرين 8**، سيطبّق الطلاب **م.م.ر 4** أثناء إنشائهم نماذج لحل مسائل الحياة اليومية واستخدامها. وبالنسبة لطلابٍ كثر، بمن فيهم أولئك المتقنين لحل المعادلات الرياضية، يتمثل الجانب الأكثر صعوبةً في المسائل التطبيقية في إنشاء نموذج. اطلب من الطلاب مشاركة طرقهم لكتابة المعادلة الواردة في التمرين 8a. أشر إلى أن هناك أكثر من معادلة صحيحة لتمثيل البيانات. فعلى سبيل المثال، قد يكتب الطالب $d = 210 - 390$. برهن أن هذه معادلة ثنائية الخطوات، ووجه الطلاب أثناء تشكيلهم نموذجًا أحادي الخطوات. سوف يتمتع الطالب الذي يصبح متقنًا لتشكيل النماذج الآن بأفضليةٍ كبيرة مع زيادة النماذج تعقيدًا، ومتعةً أيضًا.

51 2.2 حل معادلات الخطوة الواحدة

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_048_051_687146.indd 51 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.3 حل المعادلات المكونة من عدة خطوات

المعايير

يتناول أيضًا: A.REI.3, A.CED.1

معايير الممارسات الرياضية:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

المتطلبات الأساسية

- التعرف على العمليات العكسية: الجمع والطرح والضرب والقسمة.
- التعرف على خاصية التجميع والتبديل وخاصية المحايد للجمع والضرب
- حل معادلات الخطوة الواحدة

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

شجع الطلاب على البحث عن أنماط وبنىً أثناء تدربهم على حل المعادلات. ذكر الطلاب أن دقة التفكير والترميز هما مفتاحا النجاح في هذه المسائل.

الأسئلة الداعمة

- كيف بوسعك الحكم أن المعادلة متعددة الخطوات؟ **سيكون هناك أكثر من عملية واحدة في التعبير الخاص بالمتغير.**
- ما الطريقة الأخرى التي بوسعك استعمالها لحل المعادلة الواردة في **الجزء d**؟ **انشر على الطرف الأيسر، وأضف 24، ثم قسم على 8.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يقدم المثال 1 فرصةً لتناول **م.م.ر 7 (إيجاد البنية واستخدامها)**. **يتيح القسمان e و f** للطلاب التفكير في طرقٍ بديلةٍ لحل المعادلات متعددة الخطوات، وتحديد ما إن كانت قابلة للتطبيق . يمكن عكس الخطوات في المعادلة متعددة الخطوات. بيد أن ذلك يزيد من صعوبة الحل بسبب إدخال كسور أو أعداد عشرية.

2.3 حل المعادلات متعددة الخطوات

الأهداف

- حل معادلات خطية متعددة الخطوات بمتغير واحد.
- تفسير كل خطوة في حل معادلات خطية بسيطة بمتغير واحد.
- إنشاء معادلات خطية بمتغير واحد لتمثيل مسائل من الحياة اليومية وحلها.

يمكنك حل **معادلة متعددة الخطوات** بالتراجع عن كل عملية والحل بترتيب عكسي.

مثال 1 **إستراتيجيات الحل**

الاستكشاف **حُـلّ كل معادلة، مع كتابة الخطوات وحدد الخصائص التي تعللها.**

a. $7 - 2m = 31$

$7 - 2m - 7 = 31 - 7$	خاصية الطرح في المعادلة
$\frac{-2m}{2} = \frac{24}{-2}$	خاصية القسمة في المعادلة
$m = -12$	بسّـط

b. $4x + 18 = 46$

$4x + 18 - 18 = 46 - 18$	خاصية الطرح في المعادلة
$\frac{4x}{4} = \frac{28}{4}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = 7$	بسّـط

c. $8(q-3) = 72$

$8(q-3) \div 8 = 72 \div 8$	خاصية الضرب في المعادلة
$q - 3 + 3 = 9 + 3$	خاصية الطرح في المعادلة
$q = 12$	بسّـط

d. $\frac{a+5}{3} = 13$

$\frac{a+5}{3} \times 3 = 13 \times 3$	خاصية الضرب في المعادلة
$a + 5 - 5 = 39 - 5$	خاصية الطرح في المعادلة
$a = 34$	بسّـط

e. **الاستفادة من البنية** افترض أن الخطوة الأولى من **الجزء c** كانت "خاصية التوزيع" ما الخطوتان التاليتان؟ هل الحل هو ذاته؟ **ستكون الخطوات: جمع 24 والقسمة على 8. الحل، $q = 12$، هو نفسه.**

الإجابة النموذجية: نعم؛ يمكنك القسمة أولاً ثم الطرح. يمكنك عكس الخطوات. يعمل ذلك على إضناء مزيد من التحدي على المسألة لأنك بعد ذلك تحصل على أعداد عشرية.

f. **الاستفادة من البنية** يقول سالم إنه إذا كان ترتيب خطوات الحل في **الجزء b** معكوسًا، فإن حل المعادلة سيبقى كما هو. هل تتفق معه؟ علل إجابتك بتوضيح الخطوات.

$4x + 18 = 46$	
$\frac{4x}{4} + \frac{18}{4} = \frac{46}{4}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x + 4.5 = 11.5$	بسّـط
$x + 4.5 - 4.5 = 11.5 - 4.5$	خاصية الطرح في المعادلة
$x = 7$	بسّـط

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة الطبع والنشر

52 الوحدة 2 المعادلات الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_052_055_687146.indd 52 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 2 استخدام معادلات متعددة الخطوات لحل المسائل

اشترکت سلوى في خدمة إنشاد لتنزيل الأناشيد. وتدفع AED 7 شهريًا لتنزيل عدد غير محدود من الأناشيد بسعر AED 0.20 لكل نشيد. بلغت فاتورة سلوى الشهر الماضي AED 23.80.

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة لإيجاد عدد الأناشيد التي قامت سلوى بتنزيلها الشهر الماضي.

افترض أن n = عدد الأغاني التي تم تنزيلها؛ $0.20n + 7 = 23.80$

b. **الاستفادة من البنية** اشرح كيفية حل المعادلة، مع تعليل كل خطوة. كم عدد الأناشيد التي قامت سلوى بتنزيلها في الشهر الماضي؟

ابدأ بطرح 7 من كلا طرفي المعادلة. ثم اقسم طرفي المعادلة في 0.20. قامت سلوى بتنزيل 84 نشيد عبر خدمة الإنشاد الشهر الماضي.

c. **استخدام نموذج** تفكّر سلوى في استخدام خدمة جديدة كما هو موضح في الإعلان المعروض. بناءً على استخدام سلوى في الشهر الماضي، فهل ستدخر نقودًا باتباعها هذه الخطة الجديدة؟

محبي الإنشاد
سدد 4 AED شهريًا. وقم بتنزيل أناشيد بقيمة 0.25 AED لكل نشيد.

باستخدام هذه الخدمة الجديدة، ستنفق سلوى $0.25n + 4$ حيث تمثل n عدد الأناشيد التي تم تنزيلها الشهر الماضي. قامت سلوى بتنزيل 84 نشيد. لذا باتباع الخطة الجديدة سيتكلف ذلك $0.25(84) + 4$ أو AED 25. الخطة الجديدة ستكلف المزيد. لذا بناءً على استخدام الشهر الأخير لن تبدّل سلوى الخطط.

d. **التفكير بطريقة كميّة** حُلّ المعادلتين $0.2n + 7 = 19$ و $0.25n + 4 = 19$. ثم صف معنى الحلول في سياق المسألة.

لحل كلتا المعادلتين، اطرح أولاً ثم اقسم. حل كلتا المعادلتين هو $n = 60$. وهذا معناه أنه إذا أرادت سلوى تنزيل أناشيد، بمتوسط 60 نشيد شهريًا، فإن خدمة محبي الإنشاد ستتكلف المبلغ ذاته مثل خدمة الإنشاد. فالتكلفة ستكون AED 19 شهريًا.

e. **الاستفادة من البنية** دون احتساب قيمة $0.2n + 7$ و $0.25n + 4$ لقيم متعددة من n، كيف يمكنك تحديد متى تكون كل خدمة هي الخيار الأفضل؟

التعبيران مساويان فقط لقيمة واحدة من n وهي: $n = 60$. أما بالنسبة لقيم n الأخرى، فإن تكلفة إحدى الخدمات ستكون أعلى من الأخرى. إذا كان $0.2n + 7 > 0.25n + 4$، $n < 60$؛ فهذا لأن $0.4 < 7$، $n = 0$. إذا كان $n > 60$، $0.25n + 4 > 0.2n + 7$ فهذا لأن $19.25 > 19.20$، $n = 61$.

f. **التفكير بطريقة كميّة** ما النصيحة التي قد تسديها إلى سلوى؟

إذا كانت سلوى ستقوم بتنزيل أكثر من 60 نشيد شهريًا، ينبغي لها استخدام الإنشاد. إذا كانت سلوى ستقوم بتنزيل أقل من 60 نشيد شهريًا، ينبغي لها استخدام محبي الإنشاد.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة MEP Arabian Education

مثال 2

م.م.ر 4.0

نصائح للتدريس

ادعُ الطلاب إلى مشاركة تفكيرهم أثناء كتابة المعادلة. قد يفضل بعض الطلاب التعبير عن قيم الأموال بالفلس بدلاً من الدرهم. ناقش مع الطلاب إيجابيات وسلبيات كل خيار. ذكر الطلاب أن كل الحدود الجبرية في المعادلة يجب أن تستخدم الوحدات نفسها.

الأسئلة الداعمة

- ما هي التعابير التي تساوي عند جمعها الناتج الإجمالي 23.8 في معادلتك؟
  هناك ثابت يمثل الرسم الشهري البالغ 7 دراهم وتعبير متغير يمثل الكلفة الإجمالية لتحميل الأناشيد.
- في **القسم d** حدّدت الكلفة الشهرية لكلا الخطتين بـ 19. هل ستختلف قيمة n التي تحقق كل معادلة إذا كانت التكلفة الشهرية أكثر أو أقل من 19 درهم؟

لا، فبصرف النظر عن التكلفة الشهرية، فإن للخطتين تكلفتان متساويتان عندما يساوي عدد الأناشيد المحمّلة 60.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يقدم المثال 2 فرصةً للتمرّن على **م.م.ر 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكميّة)**. على الطلاب التفكير بصورةٍ منطقيةٍ وكميةٍ حين يكتبون معادلةً تمثل المسألة ويحلونها. وعلى الطلاب التفكير بطريقةٍ تجريديةٍ عند تحديد الخواص اللازمة في حل المسألة وتعليل طريقة تفكيرهم.

من الأسهل على الطلاب فهم قيمة التفكير بطريقةٍ كمية. في حين يعدّ التفكير بطريقةٍ تجريديةٍ مفهومًا أكثر صعوبة. شجع الطلاب عبر الإقرار بالصعوبة. وقدّم إليهم الدعم بشرح أهمية كلا شكلي التفكير. وتعدّ الأمثلة بالغة الأهمية لفهم المفاهيم التجريدية. ادعُ الطلاب إلى تشكيل ومشاركة أمثلة توضح الفائدة من كل خاصيةٍ مدرجة في **المثال 3b**.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_052_055_687146.indd 53 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م٠٩٠ر 4

إذا كان الطلاب يعانون من صعوبةٍ في التعابير الخاصة بـــ 3 أعداد زوجية صحيحة ومتعاقبة، فاكتب أمثلةً توضيحيةً على اللوحة. على سبيل المثال، اعرض على الطلاب قيمًا مثل 20 و 22 و 24. وناقش معهم كيفية ارتباط هذه القيم.

الأسئلة الداعمة

- بفرض أن m يمثل العدد الأوسط ضمن مجموعة من 3 أعداد صحيحة متعاقبة. اكتب تعبيرًا يمثل مجموع هذه الأعداد الصحيحة.

  $(m - 1) + m + (m + 1)$

- كيف سيتغير التعبير بالنسبة للأعداد الصحيحة المتعاقبة أو الأعداد الصحيحة الفردية المتعاقبة؟ **لن يتغير التعبير بالنسبة للأعداد الفردية المتعاقبة، لأن الفرق بين كل عددين صحيحين متعاقبين فرديين وزوجيين هو اثنان. ولكنه سيتغير بالنسبة للأعداد المتعاقبة التي يساوي الفرق بين كل اثنين منها 1.**

مثال 3 **نظرية الأعداد**

مجموع ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية يساوي أربعة وثمانين.

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة لتمثيل نموذج للوصف اللفظي.

لنفترض أن n = أول عدد صحيح زوجي: $n + (n + 2) + (n + 4) = 84$

b. **التواصل بدقة** اشرح كيفية تطبيق الخصائص للمساعدة في حل هذه المسألة.

استخدم خاصية التجميع لإعادة تجميع الحدود، وخاصية التبديل لإعادة ترتيب الحدود بترتيب مختلف. استخدم خواص الطرح والقسمة في المعادلة لعزل المتغير.

c. **الاستفادة من البنية** حُـلّ المعادلة لإيجاد الأعداد. تحقق من إجابتك.

$n = 26$: الأعداد هي 26 و 28 و 30؛ $26 + 28 + 30 = 84$

d. **استخدام نموذج** ماذا لو كان المطلوب في المسألة ثلاثة أعداد صحيحة متتالية، بدلاً من ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية؟ فهل هذا سيغير الحل؟

الإجابة النموذجية: المعادلة الجديدة ستكون $n + (n + 1) + (n + 2) = 84$، حيث n تُمثل عددًا صحيحًا. الحل الجديد سيكون 27 و 28 و 29، لذا الحل يتغير.

تمرين

الاستفادة من البنية حُـلّ كل معادلة. علل كل خطوة في الحل.

تحقق من عملك.

1. $\frac{3}{8}y + 7 = 19$

$\frac{3}{8}y + 7 = 19$	
$\frac{3}{8}y + 7 - 7 = 19 - 7$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$\frac{3}{8}y = 12$	**بسّط**
$\frac{8}{3} \times \frac{3}{8}y = \frac{8}{3} \times 12$	**خاصية الضرب في المعادلة**
$y = 32$	**بسّط**

2. $12 - \frac{p}{5} = 3$

$\frac{p}{5} = 3 - 12$	
$12 - \frac{p}{5} - 12 = 3 - 12$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$-\frac{p}{5} = -9$	**بسّط**
$-5 \times (-\frac{p}{5}) = -5 \times (-9)$	**خاصية الضرب في المعادلة**
$p = 45$	**بسّط**

3. ناتج جمع 4 أعداد صحيحة فردية متتالية يساوي "صفر".

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة لتمثيل الوصف اللفظي.

لنفترض أن n = أول عدد صحيح فردي: $n + (n + 2) + (n + 4) + (n + 6) = 0$

b. **الاستفادة من البنية** حُـلّ المعادلة لتحديد الأعداد. تحقق من إجابتك.

$n = -3$: الأعداد هي -3، -1، 1، 3؛ $-3 + (-1) + 1 + 3 = 0$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

54 الوحدة 2 المعادلات الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_052_055_687146.indd 54 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

4. **تفسير المسائل** بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة لثلاث مباريات 63 نقطة. في مباراتين، أحرز الفريق عدد النقاط ذاته، والتي كانت أكثر بنحو 6 نقاط عما أحرزه في المباراة الثالثة. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد النقاط التي أحرزها الفريق في كل مباراة.

المعادلة $\frac{p + p + (p - 6)}{3} = 63$ تمثل هذه الحالة، حيث p هو عدد النقاط المحرزة في مباراتين و$p - 6$ هو عدد النقاط المحرزة في المباراة الثالثة. لذا، أحرز الفريق 65 و65 و59 نقطة.

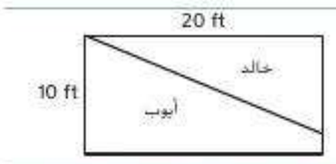
5. **تفكير ناقد** يحاول كل من أيمن ومحمد حل المعادلة $\frac{1}{2}n + 5 = \frac{17}{2}$. استخدم محمد خاصية الطرح في المعادلة متبوعة بخاصية الضرب. استخدم أيمن أيضًا خاصية الطرح في المعادلة، لكن بما أن n مضروب في $\frac{1}{2}$ فإن أيمن يفترض أنه يمكن استخدام خاصية القسمة لعزل المتغير. أيهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

الإجابة النموذجية: الطريقة التي اتبعها كل طالب صحيحة. فالقسمة على عدد ما ثم الضرب في معكوس هذا العدد هما عمليتان متكافئتان.

6. **استخدام نموذج** اشترت المعلمة هالة عبوة كبيرة من المحاة الوردية الكبيرة للصف الذي تدرّسه مادة الجبر. وقد خصصت 10 محاة للاحتفاظ بها في مكتبها ثم وزعت المحاة المتبقية بالتساوي بين 15 طالبًا تدرس لهم مادة الجبر. إذا حصل كل طالب على 4 محاة، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد المحاة التي كانت في العبوة الأصلية؟

المعادلة $\frac{p - 10}{15} = 4$ تمثل هذه المسألة، حيث p هو عدد المحّايات الموجودة في العبوة الأصلية. وبالتالي توجد 70 محاة في العبوة الأصلية.

7. **استخدام الأدوات** يقوم خالد وأيوب بتقسيم الحديقة كما هو موضح. يريد خالد جزءًا مثلثًا يمثل ثلث مساحة الجزء الخاص بأيوب. اكتب معادلة وحلها لإيجاد طول الجزء الأساسي لحديقة خالد. فما مساحة حديقة خالد؟



الإجابة النموذجية: المعادلة $\frac{1}{2}(x)(20) = \frac{1}{3}\frac{1}{2}(20)\,10 + (10 - x)$ تمثل أن مساحة حديقة خالد تعادل ثلث مساحة حديقة أيوب، حيث x هي الجزء الأساسي لحديقة خالد. يبلغ طول الجزء الأساسي لحديقة خالد 5 أقدام، وتبلغ مساحة حديقته $50\ ft^2$.

8. **التواصل بدقة** اكتب مسألة يمكن تمثيلها بواسطة المعادلة $273 = 23.1 + 11.9p$. ما الذي يمثله المتغير؟ ثم حُلّ المعادلة.

الإجابة النموذجية: حصل مروان على مبلغ قدره 273 AED من صاحب العمل بعد عمله لمدة أسبوع واحد بدوام جزئي، وأجره في الساعة قدره 11.90 AED، ويحصل على تذكرة سفر أسبوعيًا بقيمة 23.10 AED. يُعد عدد الساعات التي عملها هذا الأسبوع، p، هو حل المعادلة، 21.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة الإمارات

نصيحة تقنية

اطلب من الطلاب استخدام آلاتهم الحاسبة للتحقق من إجابتهم. وسيكون عليهم إدخال المعلومات بصورة صحيحة للتحقق من حلولهم. تتطلب الأنواع المختلفة للآلات الحاسبة نقرات مختلفة على المفاتيح. ناقش مع الطلاب حول الطريقة الملائمة لإدخال التعبيرات المعقدة.

تمرين

ربط التمرينات بالمعايير

تقوم التمرينات **4–1** و **7** بتناول **A.REI.3** من خلال طلب حل معادلة خطية من الطلاب.

تفرض **التمرينات 1 و 2 و 5** على الطلاب تعليل كل خطوة في حل معادلة خطية تحقق **A.REI.1**.

تركز **التمرينات 6–8** على كتابة معادلة خاصة بوصف لفظي معطى من أجل حالة محددة تحقق **A.CED.1** والعكس.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1-2	7
3	4, 7
4	1
5	3
6	4
7	5
8	6

التدريس المتمايز

اعرض على الطلاب تحدي الطلاب حل معادلةً تتطلب أكثر من خطوتين.

• **1** $\frac{5 - 3(x + 4)}{2} + 6 = 1$

• **3** $8\left(\frac{x}{7} - \frac{3}{9}\right) + 1 = -71$

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_052_055_687146.indd 55 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.4 حل معادلات ذات متغير واحد في كل طرف

المعايير

يتناول أيضًا: A.REI.1, A.REI.3

معايير الممارسات الرياضية:
1, 2، 3, 4, 7

المتطلبات الأساسية

- كتابة معادلات خطية متعددة الخطوات
- تطبيق خواص المعادلات

مثال 1

م.م.ر 4

نصائح للتدريس

يمنح **القسم C** الفرصة لتناول **م.م.ر 4 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. ينبغي على الطلاب استبدال r بالقيمة -4 للتحقق من مدى صحة إجابتهم. وفي الوقت نفسه، اجعل الطلاب ينظروا في نموذج البلاطات الجبرية للمعادلة واطلب منهم شرح المغزى من كون إشارة القيمة r سالبة وليست موجبة.

الأسئلة الداعمة

- لماذا بدأت ميساء بطرح $4r$ من كل طرف؟

إن طرح $-4r$ من $4r$ يلغي المتغير على الطرف الأيمن من المعادلة

- ما وجه الشبه بين طريقة الحل هذه وطرق الحل التي استخدمتها في دروس سابقة؟ الإجابة النموذجية: العملية هي نفسها بعد وضع المتغير على طرفٍ واحد من المعادلة

معلومات أساسية في الرياضيات

إن لبنات البناء الأساسية لحل المعادلات هي خواص المعادلات. ومن خلال التعريف، للتعبير الواقع على الطرف الأيسر من المعادلة القيمة نفسها للتعبير الواقع على الطرف الأيمن. من خطوة إلى أخرى، تحافظ على المساواة عبر جمع القيمة نفسها إلى كلا الطرفين أو طرحها منهما، أو عبر ضرب كلا الطرفين بالمقدار نفسه.

من الضروري للغاية أيضًا بالنسبة لحل المعادلات إدراك أن القيمة (ولتكن $2x$ على سبيل المثال) وعكسها ($-2x$) يعطيان الصفر. اعزل الحد الرياضي الذي يحتوي على المتغير في أحد طرفي المعادلة عبر استخدام خاصية الجمع أو الطرح في المعادلة. بما أن قسمة أي قيمة على نفسها تساوي 1، استخدم خاصية الضرب أو القسمة في المعادلة لضرب كلا طرفي المعادلة أو قسمتها على قيمة تجعل المعامل الخاص بالمتغير يساوي 1.

2.4 حل معادلات تتضمن متغير في كل طرف

الأهداف

- تكوين معادلات خطية ذات متغير واحد وحلها، ثم استخدامها لحل المسائل.
- شرح كل خطوة في حل المعادلة البسيطة.

عندما توجد متغيرات في كل طرف من المعادلة، يمكنك استخدام خاصية الجمع أو الطرح في المعادلة لحلها.

مثال 1 حل معادلة ذات متغيرات في كل طرف

الاستكشاف تحل وفاء معادلة بوضع نموذج باستخدام المربعات الجبرية ورسم الخطوات التي تتخذها، وموضح على اليسار المعادلات التي وضعتها.

a. **استخدام نموذج** كتابة معادلة للنموذج.

$6r + 3 = 4r - 5$

b. **استخدام نموذج** شرح كل خطوة في الرسم الموضح على اليسار.
جد قيمة r.

c. **تفسير المسائل** كيف تعرف أن حلك صحيح؟ اكتب الحل هنا للتأكد من صحة الحل.

استبدل المتغير r بالعدد 4−، وتحقق من صحة العبارة.

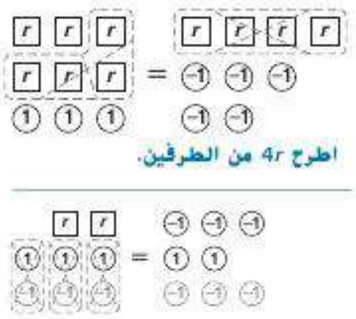
$6(-4) + 3 = 4(-4) - 5$

$-24 + 3 = -16 - 5$

$-21 = -21$

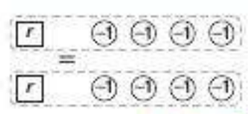
إذًا، $r = -4$ إجابة صحيحة.

d. **بناء البراهين** تقول خولة صديقة وفاء أن بإمكانها حل المعادلة بنقل 4 مربعات
تمثل قيمة r من الطرف الأيمن في المعادلة إلى الطرف الأيسر، ونقل ثلاثة مربعات
تمثل القيمة 1 من الطرف الأيسر إلى الطرف الأيمن في المعادلة. ساعد وفاء في توضيح سبب عدم صحة حل خولة للمعادلة.



اطرح $4r$ من الطرفين.

اطرح 3 من الطرفين.



اقسم الطرفين على 2.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_056_059_687146.indd 56 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

بعض المعادلات لها رموز تجميع، مثل الأقواس الهلالية أو الأقواس المعقوفة. يمكنك استخدام خاصية التوزيع لإيجاد قيمة رموز التجميع أولاً.

مثال 2 **حل معادلة باستخدام رموز التجميع**

يبلغ عُمر السيد/ محمد 8 أمثال الفرق بين 4 أمثال عمر ابنته الكبرى و 5. وفي الوقت ذاته، يبلغ عمر السيد/ محمد $\frac{1}{2}$ ناتج جمع 30 مثلاً لعمر ابنته الكبرى و 22. فكم عمر السيد/ محمد؟

a. **التفكير بطريقة تجريدية** اكتب تعبيرين لعمر السيد/ محمد استنادًا إلى عمر ابنته الكبرى، g. صف العلاقة بين التعبيرين، ثم اكتب معادلة.

b. **الاستفادة من البنية** حوّل طرفي المعادلة إلى أبسط صورة. كيف تتشابه هذه المعادلة مع المعادلة التي كتبتها **في الجزء "a"**؟ علل إجابتك.

c. **الاستفادة من البنية** جد حل المعادلة في **الجزء "b"** لإيجاد قيمة g. علل كل خطوة.

d. **الاستفادة من البنية** ما الذي تمثله قيمة g في سياق تلك المعادلة؟ اشرح كيف يمكن إيجاد عمر السيد/ محمد.

المفهوم الأساسي

الخطوة 1: حوّل التعابير الموجودة في الطرفين لأبسط صورة. استخدم _____ إذا لزم الأمر.
الخطوة 2: استخدم خواص الجمع أو الطرح أو كلاهما في المعادلة للحصول على _____ في أحد طرفي المعادلة والعدد في الطرف الآخر.
الخطوة 3: استخدم خاصية _____ أو _____ بالمعادلة لحل المسألة.

سيوجد في المعادلات أكثر من حرف يُستخدم في تمثيل الكميات المجهولة. لإيجاد الحل لأحد المتغيرات بناء على المتغيرات الأخرى، اتبع الخطوات ذاتها التي تستخدمها في حل المعادلات الأخرى ذات الخطوات المتعددة بمتغيرات في كلا طرفيها. قد تحتاج إلى ذكر قيود إيجاد قيم بعض المتغيرات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة Marshall Cavendish

التدريس المتمايز

سيجد الكثير من المتعلمين بطريقة التعلم الحركي أن من المفيد جدًا استخدام الوسائل التعليمية اليدوية، كالبلاطات الجبرية، لمساعدتهم في إعداد كل معادلة وإدراك الخطوة الواجب اتخاذها تاليًا. وبما أنك تريد أن يصبح بمقدور الطلاب حل المسائل دون الحاجة للوسائل التعليمية اليدوية، فتحقق من تدوينهم الخطوات التي يتخذونها أيضًا وتعليل كل خطوة.

مثال 2

م٠م٠ر 7

نصائح للتدريس

ذكر الطلاب بخاصية التوزيع: $a(b + c) = ab + ac$. إذا كان الطلاب بحاجةٍ إلى مزيدٍ من المراجعة، فاعرض عليهم تعبيرًا عدديًا واطلب منهم تبسيطه في البداية باستخدام خاصية التوزيع ومن ثم استخدام ترتيب العمليات.

$2(3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 6 + 8 = 14$

و $2(3 + 4) = 2(7) = 14$. لاحظ أن التعبيرين $2(3 + 4)$ و $2 \times 3 + 2 \times 4$ متكافئان.

قد يحتاج الطلاب إلى المساعدة في كتابة التعابير الخاصة بعمر السيد منصور بدلالة g. في الحالة الأولى، يطرح العدد 5 من 4 أضعاف عمر الحفيدة $(4g - 5)$ الضرب في العدد 8. وفي الحالة الثانية، يجمع العدد 22 إلى 30 ضعف عمر الحفيدة $(30g - 22)$ الضرب في $\frac{1}{2}$.

الأسئلة الداعمة

- كيف تطبق خاصية التوزيع على رمز الطرح؟ **الإجابة النموذجية: فكر في $4g - 5$ على أنه $4g + (-5)$ ومن ثم استخدم الخاصية التوزيعية.**
- في **القسم d**، هل يهم الطرف الذي تستخدمه من المعادلة لإيجاد عمر السيد منصور؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم السلب. **لا يهم ذلك لأن كلا التعبيرين متكافئان (ولذلك يمكن وضعهما على أنهما متساويان).**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_056_059_687146.indd 57 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م٠م٠ر 7

أخبر الطلاب أنهم سيطبقون ما يعلمونه عن حل المعادلات ذات المتغير الوحيد على هذا المثال. ولكن الفرق الوحيد هنا هو أن أحد المتغيرات عبارة عن حرف.

الأسئلة الداعمة

- كيف تستخدم خاصية التوزيع لحل المعادلة؟

نقوم بضرب كلا الحدّين الموجودين بين القوسين ay و 3، في العدد 5.

- لماذا بإمكانك دمج 2ay و 5ay—وليس على سبيل المثال 2a و 5y—؟ اشرح.

2ay و 5ay- هما حدّان متماثلان: وبما أن a ،y معاملان لكلا الحدّين، فيمكن كتابة 2ay - 5ay بالصيغة ay(5 - 2)، والتي يمكن تبسيطها إلى3ay-. ومن جهة أخرى، 2a و 5y- ليسا حدّين متماثلين: لا يمكن تحليل a و y إلى عوامل في كلا الحدين بحيث يمكن دمج العدد 2 مع 5-.

- لماذا يجب افتراض أن $a \neq 0$؟

إذا كان a = 0، فسوف يساوي مقام الحلِ الصفر، وبالتالي لا يكون معرفا.

أخطاء شائعة

عند تطبيق خاصيتي الجمع أو الطرح في المعادلة، قد يخطأ الطلاب بطرح حدّ من أحد طرفي المعادلة وجمعه إلى الطرف الآخر، أو بالعكس. فعلى سبيل المثال، في **التمرين 1**، قد يطرح الطلاب 8a من الطرف الأيسر للمعادلة ويضيفونه إلى الطرف الأيمن ظنًا منهم أن ذلك سيحافظ على التوازن. ذكر الطلاب أن طرفي المعادلة يبقيان متوازنين فقط إذا كان ما يجرى لأحد الطرفين يجرى أيضًا للطرف الآخر.

فإذا كان الطلاب يكررون هذا الخطأ كثيرًا، شجعهم على إحاطة الحدود التي يجمعونها إلى كل طرف أو يطرحونها منه بدوائر قبل تبسيط الحدود المتماثلة.

مثال 3 **حل المعادلات الخاصة**

الاستفادة من البنية جـد حل المعادلة $2ay - 6 = 5(ay + 3)$ لإيجاد قيمة y. علل كل خطوة في الحل. ما القيود - إن وجدت - التي تواجهك في إيجاد قيمة a؟

	المعادلة الأصلية
$2ay - 6 = 5(ay + 3)$	
$2ay - 6 = 5ay + 15$	**خاصية التوزيع**
$-3ay - 6 = 15$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$-3ay = 21$	**خاصية الجمع في المعادلة**
$y = \frac{21}{-3a}$	**خاصية القسمة في المعادلة**
$y = -\frac{7}{a}$	**حوّل لأبسط صورة؛ $a \neq 0$**

تمرين

1. **الاستفادة من البنية** حـلّ المعادلة. اكتب خاصية في كل خطوة لتعليلها.

$4(2a + 1) - 15 = 3(4a - 5)$	المعادلة الأصلية
$8a + 4 - 15 = 12a - 15$	**خاصية التوزيع**
$8a + 4 = 12a$	**خاصية الجمع في المعادلة**
$4 = 4a$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$1 = a$	**خاصية القسمة في المعادلة**

2. **الاستفادة من البنية** حـلّ المعادلة المعطاة لإيجاد قيمة x. ما القيود - إن وجدت - التي تواجهك في إيجاد قيمة a؟

$5a(x + 2) - 10a = 3(ax + 6)$	المعادلة الأصلية
$5ax + 10a - 10a = 3ax + 18$	**خاصية التوزيع**
$5ax = 3ax + 18$	**جَمْع الحدود المتشابهة**
$2ax = 18$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$a \neq 0 ; x = \frac{9}{a}$	**خاصية القسمة في المعادلة**

3. **الاستفادة من البنية** حـلّ المعادلة المعطاة لإيجاد قيمة z. ما القيود - إن وجدت - التي تواجهك في إيجاد قيمة b؟

$4z + 3 = bz + 9$	المعادلة الأصلية
$4z = bz + 6$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$4z - bz = 6$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$z(4 - b) = 6$	**خاصية التوزيع**
$b \neq 4 ; z = \frac{6}{4 - b}$	**خاصية القسمة في المعادلة**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_056_059_687146.indd 58 8/22/19 8:52 PM

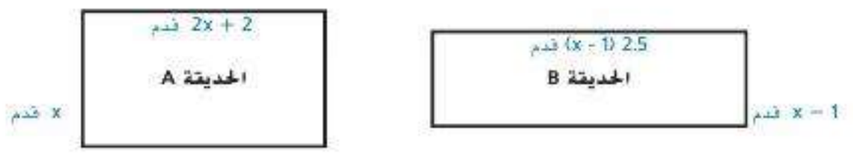
Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

4. **الاستفادة من البنية** حـلّ المعادلة المعطاة لإيجاد قيمة y. ما القيود – إن وجدت – التي تواجهك في إيجاد قيمة m؟

$y - m = ym + 1$	المعادلة الأصلية
$y = ym + 1 + m$	**خاصية الجمع في المعادلة**
$y - ym = 1 + m$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$y(1 - m) = 1 + m$	**خاصية التوزيع**
$y = \frac{1+m}{1-m}; m \neq 1$	**خاصية القسمة في المعادلة**

5. **أنشأت السيدة/ أماني حديقتين مستطيلتي الشكل. يزيد طول الحديقة "A" عن مثلي عرضها بقدمين. ويقل عرض الحديقة "B" عن عرض الحديقة "A" بمقدار قدم واحدة. ويزيد طول الحديقة "B" عن عرضها مرتين ونصف. والحديقتان لهما المحيط ذاته. فما أبعاد الحديقتين؟**

a. **استخدام نموذج** ضع علامة عن أطوال أضلاع المستطيلين اللذين يمثلان الحديقتين. أدرج وحدات القياس.



b. **استخدام نموذج** اكتب تعبيرًا لمحيط كل حديقة. حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. حدد خاصية واحدة على الأقل مما استخدمتها لتحويل كل تعبير إلى أبسط صورة.

الإجابة النموذجية: محيط الحديقة "A": $4 + 6x = 2x + 4x + 4 = 2(2x + 2) + 2x$.

محيط الحديقة "A": $7x - 7 = 5x - 5 + 2x - 2 = (x - 1) 2(2.5) + 2(x - 1)$.

استخدمتُ خاصية التوزيع.

c. **استخدام البنية** اكتب معادلة تمثل العلاقة بين المحيطين. اشرح كل خطوة من الحل وعللها.

$6x + 4 = 7x - 7$ المعادلة من الجزء "b"

$4 = x - 7$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$11 = x$	**خاصية الجمع في المعادلة**

d. **التفكير بطريقة كمية** ما أبعاد الحديقة "A" والحديقة "B"؟

الحديقة "A": 11 ft مضروبة في 24 ft؛ الحديقة "B": 10 ft مضروبة في 25 ft

e. **تفسير المسائل** وجدتْ منال أن محيط الحديقة "B" يساوي $4x - 4$. في أي خطوة أخطأت منال؟ إذا حلت منال المعادلة $6x - 4 = 5x - 6$. فكيف تعرف أن حلها ليس منطقيًا؟

الإجابة النموذجية: لم تضرب منال $(x - 1)$ في 2.5 عند التحويل لأبسط صورة. وإذا استخدمتْ هذا التعبير لإيجاد محيط الحديقة "B"، فسيكون حلها $x = -2$. وبما أن أطوال الأضلاع لا يمكن أن تكون سالبة، فينبغي لها أن تعرف أن حلها خاطئ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة التعليم بالتأليف

تمرين

ربط التمرينات بالمعايير

في **التمرينات 5-1**، على الطلاب شرح كل من الخطوات الجارية خلال حل المعادلة الخطية، والتي تحقق **A.REI.1**. يحقق حل المعادلات في هذه التمرينات **A.REI.3**.

عرض المعايير

تمرين	م٠ م ر
4-1	7
5	1, 2, 4, 7

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

إن التمرين 5 هو مثال عن **م.م.ر 5 (استخدام نماذج الرياضيات)** لأنه يطلب من الطلاب تشكيل معادلة تصف العلاقات القائمة بين محيطي الحديقتين. على الطلاب تحديد المقادير الهامة (طول كل حديقة وعرضها) واستخدام العلاقة المعطاة (للحديقتين المحيط نفسه) لوضع استنتاجات (كتابة كلا المحيطين على أنهما متساويان، والحل من أجل المتغير، واستخدامه لإيجاد أبعاد كل حديقة).

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_056_059_687146.indd 59 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.5 حل معادلات القيمة المطلقة

المعايير

معايير الممارسات الرياضية:
1, 2, 3, 4, 6, 7

المتطلبات الأساسية

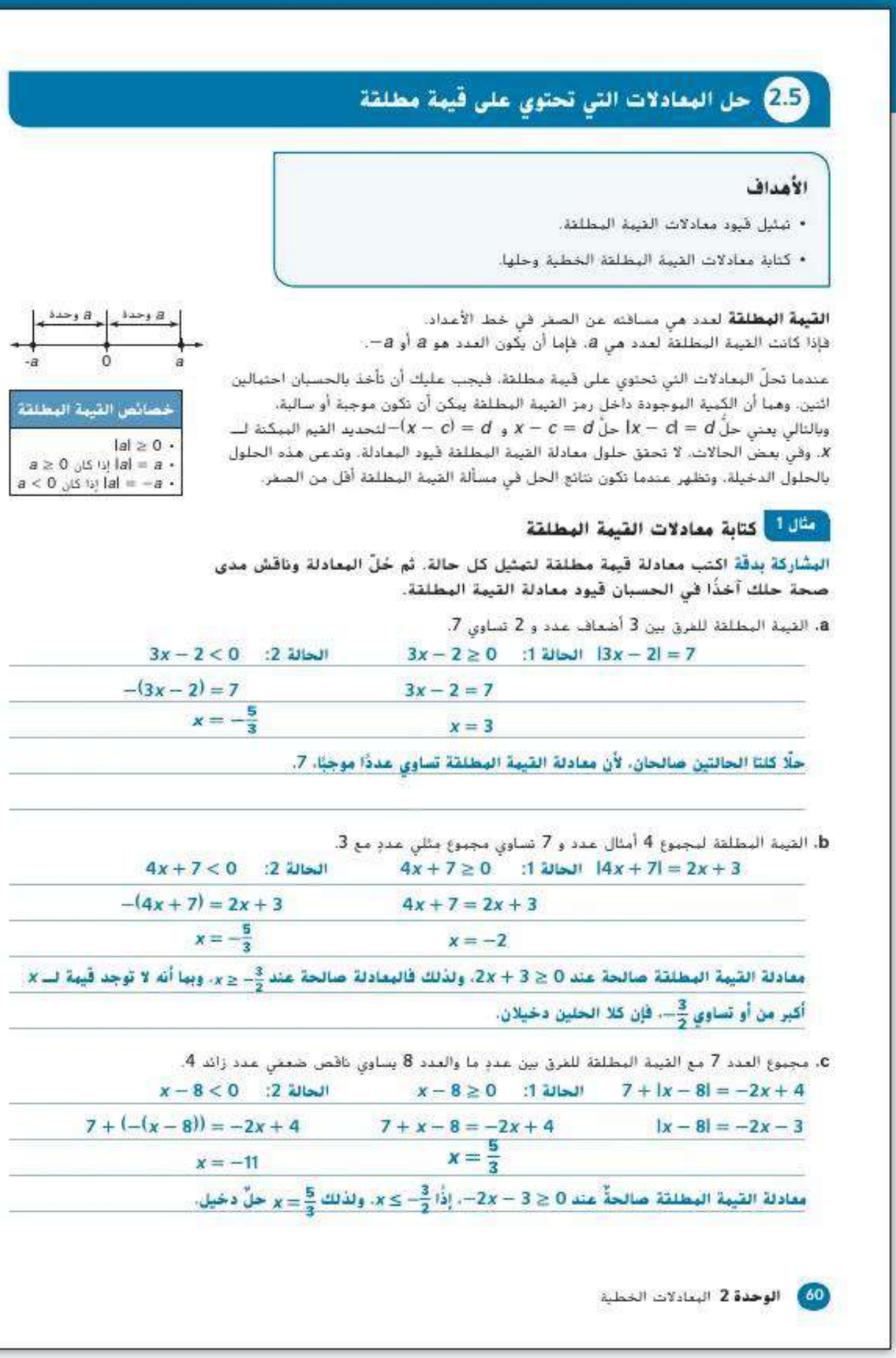
- حل المعادلات الخطية باستخدام المتساوية
- تقييم تعبيرات القيمة المطلقة

مثال 1

تعليمات التدريس

م٠م٠ر 1

يوفر **المثال 1** فرصة لتلبية **معايير الممارسات الرياضية 6 (اختيار والرموز والمقاييس الدقيقة).** سوف يحتاج الطلاب إلى الدقة في تطبيق تعريف القيمة المطلقة لكتابة المعادلات والدقة في حساباتهم. شجع الطلاب على تحديد ما تمثله كل قيمة معينة قبل محاولة كتابة المعادلة.



2.5 حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة

الأهداف

- تمثيل قيود معادلات القيمة المطلقة.
- كتابة معادلات القيمة المطلقة الخطية وحلها.

القيمة المطلقة لعدد هي مسافته عن الصفر في خط الأعداد.
فإذا كانت القيمة المطلقة لعدد هي a، فإما أن يكون العدد هو a أو $-a$.

عندما تحلّ المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة، فيجب عليك أن تأخذ بالحسبان احتمالين اثنين. وهما أن الكمية الموجودة داخل رمز القيمة المطلقة يمكن أن تكون موجبة أو سالبة. وبالتالي يعني حلُّ $|x - c| = d$ حلَّ $x - c = d$ و $-(x - c) = d$ لتحديد القيم الممكنة لـ x. وفي بعض الحالات، لا تحقق حلول معادلة القيمة المطلقة قيود المعادلة. وتدعى هذه الحلول بالحلول الدخيلة. وتظهر عندما تكون نتائج الحل في مسألة القيمة المطلقة أقل من الصفر.

خصائص القيمة المطلقة

- $|a| \geq 0$
- $|a| = a$ إذا كان $a \geq 0$
- $|a| = -a$ إذا كان $a < 0$

مثال 1 كتابة معادلات القيمة المطلقة

المشاركة بدقة اكتب معادلة قيمة مطلقة لتمثيل كل حالة. ثم حُلّ المعادلة وناقش مدى صحة حلك آخذًا في الحسبان قيود معادلة القيمة المطلقة.

a. القيمة المطلقة للفرق بين 3 أضعاف عدد و 2 تساوي 7.

$|3x - 2| = 7$ **الحالة 1:** $3x - 2 \geq 0$ **الحالة 2:** $3x - 2 < 0$

$3x - 2 = 7$ $-(3x - 2) = 7$

$x = 3$ $x = -\frac{5}{3}$

حلّا كلتا الحالتين صالحان، لأن معادلة القيمة المطلقة تساوي عددًا موجبًا، 7.

b. القيمة المطلقة لمجموع 4 أمثال عدد و 7 تساوي مجموع مثلي عددٍ مع 3.

$|4x + 7| = 2x + 3$ **الحالة 1:** $4x + 7 \geq 0$ **الحالة 2:** $4x + 7 < 0$

$4x + 7 = 2x + 3$ $-(4x + 7) = 2x + 3$

$x = -2$ $x = -\frac{5}{3}$

معادلة القيمة المطلقة صالحة عند $2x + 3 \geq 0$، ولذلك فالمعادلة صالحة عند $x \geq -\frac{3}{2}$. وبما أنه لا توجد قيمة لـ x أكبر من أو تساوي $-\frac{3}{2}$، فإن كلا الحلين دخيلان.

c. مجموع العدد 7 مع القيمة المطلقة للفرق بين عددٍ ما والعدد 8 يساوي ناقص ضعفي عدد زائد 4.

$7 + |x - 8| = -2x + 4$ **الحالة 1:** $x - 8 \geq 0$ **الحالة 2:** $x - 8 < 0$

$|x - 8| = -2x - 3$ $7 + x - 8 = -2x + 4$ $7 + (-(x - 8)) = -2x + 4$

$x = \frac{5}{3}$ $x = -11$

معادلة القيمة المطلقة صالحةٌ عند $-2x - 3 \geq 0$، إذًا $x \leq -\frac{3}{2}$. ولذلك $x = \frac{5}{3}$ حلّ دخيل.

محفوظ الحقوق © مجموعة ماكجرو-هيل التعليمية

معلومات عامة عن الرياضيات

تمثل القيمة المطلقة لرقم المسافة لهذا العدد من 0 على خط الأعداد. لذا، فإن بيان "القيمة المطلقة لـ x دائمًا ما يكون x" ليس صحيح. إذا كان $x = -3$ ومن ثم القيمة المطلقة x هي 3، أو عكس x. في هذا الدرس، يقوم الطلاب إنشاء وحل المعادلات بمتغير واحد ينطوي على قيمة مطلقة.

قد يسأل الطلاب ما إذا كانت قيمة تعبير مع القيم المطلقة سالبة. توفر أمثلة التعبيرات التي تقييم إلى القيم الإيجابية والسلبية. يجب على الطلاب استخدام معرفتهم لحل المعادلات باستخدام المتساوية في حل المعادلات التي تنطوي على القيمة المطلقة. في هذا الدرس، ينبغي استخدام معادلات القيمة المطلقة لوصف وحل حالات من الواقع الحقيقي. سيقوم الطلاب باكتشاف حل المتباينات مع القيم المطلقة في درس لاحق.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_060_063_687146.indd 60 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

مثال 2 حل معادلة القيمة المطلقة

تبيع إحدى شركات صنع الحبوب صناديقًا من الحبوب مدوّن عليها الوزن 14.7 oz. وتتبع دقة آلة الوزن ضمن المجال 0.35 oz.

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة تمثّل الموقف. اشرح استنتاجك.

$|x - 14.7| = 0.35$؛ تبين المعادلة أن وزن صندوق الحبوب، x، يمكن أن يكون أكبر بـ 0.35 oz من 14.7 oz أو أقل بـ 0.35 oz من 14.7 oz.

b. **بناء الفرضيات** حلّ المعادلة وبرر كل خطوة. واذكر الوزن الأكبر والأدنى لصناديق الحبوب.

$x - 14.7 = 0.35\|$		معادلة القيمة المطلقة
الحالة 1: $x - 14.7 = 0.35$	الحالة 2: $x - 14.7 = -0.35$	تعريف القيمة المطلقة
$x = 0.35 + 14.7$	$x = -0.35 + 14.7$	خاصية الجمع في المعادلة
$x = 15.05$	$x = 14.35$	بسّط.

تزن صناديق الحبوب بالحد الأدنى 14.35 oz وبالحد الأعلى 15.05 oz.

مثال 3 أثر القيود على معادلات القيمة المطلقة

استخدام البنية جـد عدد حلول كل معادلة.

a. $5 = |x + 2| + 7$

$5 - 7 = |x + 2| + 7 - 7$

$-2 = |x + 2|$ هذه الجملة ليست صحيحة على الإطلاق.

ليس هناك حل لأن $|a| \geq 0$.

b. $|x + 3| + 2 = 2$

$|x + 3| + 2 - 2 = 2 - 2$

$|x + 3| = 0$

حل وحيد $x = -3$; $\{-3\}$

c. $|x - 5| - 7 = x - 12$

$|x - 5| = x - 5$

الحالة 2: $x - 5 < 0$:

$x - 5 = -(x - 5)$

$x - 5 = -x + 5$

$2x = 10$

$x = 5$

يشترط القيد أن تكون $x < 5$، إذًا فليس لهذه الحالة حل.

الحالة 1: $x - 5 \geq 0$:

$x - 5 = x - 5$

هذه المعادلة صحيحة أيًا كانت قيمة x، ولكن القيد يشترط أن تكون $x \geq 5$.

إذًا فالحل هو $\{x|x \geq 5\}$.

d. **التخمين** قارن نتائجك بنتائج الطلاب الآخرين. ثم خمّن عدد العناصر في مجموعة حل معادلة القيمة المطلقة الخطية.

يمكن ألا يكون لمعادلة القيمة المطلقة الخطية أي حلول أو أن يكون لها حل واحد أو اثنان أو عدد لانهائي من الحلول.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات الرياضية

يعتبر **المثال رقم 2** اتصال ضروري مع **معايير الممارسات الرياضية 4 (نموذج مع الرياضيات)** لأن الطلاب المتفوقين في مجال الرياضيات يمكنهم تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل المسائل التي تنشأ في الحياة اليومية، والمجتمع، ومكان العمل.

أسئلة السقالات

- كيف يمكن التعرف على حلول غريبة بالتعويض؟ **يمكن التعويض عن أي حل في المعادلة الأصلية. إذا كانت المعادلة خاطئة، فهذا يعتبر حلاً خارجيًا.**
- لماذا يتعين التأكد من أن الحلول تلبي المتباينة الأصلية؟ **وتمثل كل حالة تقييد. من الممكن حل كل اثنين من المعادلات الخطية التي تنتج من معادلة القيمة المطلقة والحصول على القيمة التي لا تلبي المعادلة الأصلية.**

مثال 2

تعليمات التدريس

م٠م٠ر 4

أقترح أن يختار الطلاب بعض القيم العددية لأوزان الصناديق والتحقق مما إذا كانت القيم تلبي المعلومات المعطاة. مع الأخذ في الاعتبار القيم التي قد يدل عليها العمل في كتابة المعادلة. يقوم الطلاب بتطبيق **معايير الممارسات الرياضية 4 (النموذج الرياضي)** عن طريق كتابة المعادلة التي تمثل الوضع واستكمال الرسم البياني للتوصل إلى النتائج.

أسئلة السقالات

- ما هي التلميحات اللفظية في معطيات المسألة التي تشير إلى وضع نموذج لهذه الحالة عن معادلة القيمة المطلقة؟ **كلمة "داخل"**
- اكتب معادلة القيمة المطلقة لتمثيل أوزان القصوى والدنيا لصناديق الحبوب بدقة في 1.45 أوقية المصنفة على أن وزنها 42.3 أوقية.

$|x - 42.3| = 1.45$

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_060_063_687146.indd 61 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

تعليمات التدريس

م.م.ر 3

تعطي الأجزاء الثلاثة الأولى من **المثال 3** الطلاب بعض الأدلة التي تدعم تخمينهم في الجزء الرابع. حيث يطبق هؤلاء الطلاب **معايير الممارسات الرياضية 3 (بناء حجج صالحة ونقد استنتاج الآخرين)**. ذكّر الطلاب أن هذا المثال قد لا يتعامل مع جميع الحالات والتي ينبغي عليهم التفكير فيها سواء أكانت هناك احتمالات أخرى قبل أن تصل إلى نتيجة.

أسئلة السقالات

- في **الجزء أ** لماذا تترك الحل فارغًا؟ **لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة لعدد سالبة.**
- لماذا لا يوجد سوى حل واحد في **الجزء ب؟** **القيمة المطلقة للعدد صفر هو 0. هناك احتمال واحد فقط.**

أخطاء شائعة

في معادلات مثل **التمرين 4**، قد يغفل بعض الطلاب حقيقة أنه لا تكون $|x-1|$ التي تساوي 5. سيتعين على الطلاب أولاً عزل $|x-1|$ قبل التفكير في الحالتين.

قد لا يعي الطلاب أنه حتى في حالة استخدام الإجراء الصحيح لحل المعادلة، فقد لا تكون الإجابة حلاً للمعادلة الأصلية. ويسمى مثل هذا العدد **حل خارجي**.

تمرين

التفكير بطريقة كمية ما مجموعة حل كل معادلة؟ حدّد كل حل.

1. $|2x| - 6 = 0$ $\{-3, 3\}$
2. $|2x + 1| = 9$ $\{-5, 4\}$
3. $|3w + 9| - 4 = 5$ $\{-6, 0\}$
4. $|x - 1| + 3 = 5$ $\{-1, 3\}$
5. $8|7x - 3| - 7 = 73$ $\left\{\frac{13}{7}, -1\right\}$
6. $|5 - x| = x + 3$ $\{1\}$
7. $|3 - x| + 1 = 1$ $\{3\}$
8. $8 - |5 - x| = 2|5 - x| - 10$ $\{-1, 11\}$
9. $6 + |5x + 2| = 0$ $\varnothing$
10. $|x + 2| = -2 - x$ $\{x|x \leq -2\}$

11. **المشاركة بدقة** يبيع أحد متاجر الألعاب أكياسًا من الرمل المخصص للعب مدوّن عليها الوزن 35 lb. تنتج المعدات المستخدمة لتعبئة الرمل أكياسًا يقع وزنها ضمن مجال 8 oz من الوزن المدون على الكيس. اكتب معادلة قيمة مطلقة وحلّها لتحديد الوزن الأقصى والأدنى لأكياس الرمل المخصص للعب. وبرر كل خطوة في الحل.

$\|x - 35\| = 0.5$		معادلة القيمة المطلقة
الحالة 1: $x - 35 = 0.5$	الحالة 2: $x - 35 = -0.5$	تعريف القيمة المطلقة
$x = 0.5 + 35$	$x = -0.5 + 35$	خاصية الجمع في المعادلة
$x = 35.5$	$x = 34.5$	بسّط.

لا يقل وزن أكياس الرمل المخصص للعب 34.5 lbs ولا يتعدى 35.5 lbs.

12. **التفكير بطريقة تجريدية** إذا كانت تقع النقاط الثلاث a و b و c على المستقيم نفسه، إذا فإن النقطة b تقع بين a و c إذا كانت المسافة بين a و c تساوي مجموع المسافتين من a إلى b ومن b إلى c. اكتب معادلة قيمة مطلقة لتمثيل تعريف البينية.

$|a - b| + |b - c| = |a - c|$

13. **استخدام نموذج** يفحص مدقق للجودة في مصنع للبراغي براغي عشوائية تخرج من خط التركيب. ويجب أن يساوي التفاوت الخاص بجميع البراغي المنتجة 0.04 mm بالحد الأقصى. يفحص المدقق البراغي التي يجب أن يساوي قطرها 6.5 mm. اكتب معادلة قيمة مطلقة لإيجاد القطرين الأعظم للبراغي التي ستتخطى هذا الاختبار بنجاح وحلّها.

$|x - 6.5| = 0.04$؛ الأقصى: 6.54 mm، الأدنى: 6.46 mm

14. **تفسير النتائج** تصنع خديجة مستطيلاً بعداد 12 in في 30 in. وتريد عائشة إعداد مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار 8 in. فإن أرادت أن يكون محيط مستطيلها ضمن مجال 20 in من محيط مستطيل خديجة، فما هما القيمتان العظمى والدنيا لعرض مستطيلها؟ وما الطول والمحيط المناسبان؟

يساوي العرض الأدنى 12 in، ويساوي الطول المقابل 20 in، ويساوي المحيط 64 in، يساوي العرض الأقصى 22 in، ويساوي الطول المقابل 30 in، ويساوي المحيط 104 in.

حقوق الطبع والتأليف © تعود ملكيتها لشركة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_060_063_687146.indd 62 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

15. **التفكير النقدي** طُلب من مريم وفاطمة حل المعادلة $|5x + 6| = |x - 9|$. تقول مريم إن هناك 4 حالات يجب أخذها في الحسبان لأنه توجد قيمتان ممكنتان لكل تعبير قيمة مطلقة. وتقول فاطمة إنهما بحاجة فقط إلى أخذ حالتين في الحسبان. فمع من تتفق من بينهما؟ وهل ستحصل الفتاتان على الحل (الحلول) نفسه؟

فاطمة على صواب، لأنه إذا كانت $|a| = |b|$، فإما أن يكون $a = b$ أو أن يكون $a = -b$. وستحصلان على الإجابة نفسها لأن $a = -b$ و $b = -a$ و $a = b$ و $-a = -b$ معادلات متكافئة.

16. **المشاركة بدقة** اكتب معادلة قيمة مطلقة لتمثيل كل حالة. ثم حلّ المعادلة وناقش مدى صحة حلك آخذًا في الحسبان قيود معادلة القيمة المطلقة.

a. القيمة المطلقة للفرق بين عدد وبين ضعف العدد زائد 2 يساوي 4.

$|x - (2x + 2)| = 4$ أو $|x + 2| = 4$

الحالة 1: $x + 2 \geq 0$ **الحالة 2:** $x + 2 < 0$

$x + 2 = 4$ $-(x + 2) = 4$

$x = 2$ $x = -6$

حلّا كلتا الحالتين صالحان، لأن معادلة القيمة المطلقة تساوي عددًا موجبًا، 4.

b. القيمة المطلقة لمجموع ضعف عدد و 2 تساوي العدد نفسه ناقصًا 3.

$|2x + 2| = x - 3$

الحالة 1: $2x + 2 \geq 0$ **الحالة 2:** $2x + 2 < 0$

$2x + 2 = x - 3$ $-(2x + 2) = x - 3$

$x = -5$ $x = \frac{1}{3}$

معادلة القيمة المطلقة صالحة عند $x - 3 \geq 0$، ولذلك فالمعادلة صالحة عند $x \geq 3$.

وبما أن كلتا قيمتي x ليست أكبر من أو تساوي 3، فكلا الحلان دخيلان.

c. سالب ثلاثة أمثال القيمة المطلقة للفرق بين عدد و 2 يساوي مجموع 1 زائد خمسة أمثال العدد.

$-3|x - 2| = 5x + 1$

الحالة 1: $x - 2 \geq 0$ **الحالة 2:** $x - 2 < 0$

$-3(x - 2) = 5x + 1$ $3(x - 2) = 5x + 1$

$x = \frac{5}{8}$ $x = -\frac{7}{2}$

معادلة القيمة المطلقة صالحة عند $5x + 1 \leq 0$، إذًا فالمعادلة صالحة عند $x \leq -\frac{1}{5}$.

والحلّ $x = \frac{5}{8}$ دخيل، والحل $x = -\frac{7}{2}$ صالح.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة ...

في **التمارين 10-1** و **16** الطلاب في حل المعادلات الخطية القيمة المطلقة .

في **التمارين 11**، **13**، و **14** الطلاب كتابة معادلة القيمة المطلقة للوضع العالم الحقيقي معين ويحل المعادلة .

التمرين 12 اطلب من الطلاب كتابة معادلة القيمة المطلقة لتمثيل الوضع المختصر.

التمرين 15 اطلب من الطلاب دراسة الاستنتاج المقدم حول معادلة القيمة المطلقة ونقد الاستنتاج المبين .

تلبية المعايير

التمرين	معايير الممارسات الرياضية
1–10	2
11	6
12	2
13	4
14	1
15	3
16	6

التأكيد على معايير الممارسات الرياضية

التمرين رقم 15 يتيح الفرصة للطلاب للعمل على **معايير الممارسات الرياضية 3 (وضع براهين صالحة ونقد استنتاج الآخرين)**. **التمرين رقم 15** يتطلب من الطلاب التفكير في معنى القيمة المطلقة والحقيقة أن لكل رقم واحد قيمة معاكسة فقط.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_060_063_687146.indd 63 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.8 المعادلة الحرفية

المعايير

ويتناول أيضًا: A.REI.3,N.Q.13

معايير الممارسات الرياضية:
1, 2, 3, 4, 7

المتطلبات الأساسية

- تطبيق خواص العمليات والمعادلات
- حل المعادلات الخطية

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 4

يوفّر هذا المثال الفرصة للتمرّن على **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات).** ناقش كيفية استخدام معادلات وقواعد تمثل حالات من الحياة اليومية. اسأل الطلاب عن القيمة العملية لحل معادلة حرفية خاصة بمتغير ما.

الأسئلة الداعمة

- كيف تحدد الخطوات المطلوبة لحل معادلةٍ حرفيةٍ خاصةٍ بمتغير محدد؟ **حلّ هذه المعادلات بالطريقة نفسها التي تحل بها معادلاتٍ خطيةً بمتغير واحد. تطبيق خواص العمليات والمعادلة**
- في **القسم c**، هل من الضرورة حل المعادلة لإيجاد قيمة t بغية إتمام الجدول؟ **الإجابة النموذجية: لا، يمكنني استبدال قيم المتغيرات بدلاً من حل المعادلة الحرفية. ولو أنه من الأنسب حل المعادلة الحرفية لإيجاد قيمة t أولاً.**

الأهداف

- إيجاد حل الصيغ لاجل كميات محددة.
- حل المعادلات الخطية في متغير واحد والتي يتم فيها تمثيل المعاملات بالأحرف.
- استخدام التحليل البُعدي لتحويل وحدات القياس.

A **المعادلةالحرفية** لها متغيرات متعددة.

$C = \pi d$ $V = \ell \cdot w \cdot h$ $P = 2\ell + 2w$

عند إيجاد حل للمسائل، من الضروري غالبًا حل المعادلة لإيجاد قيمة أحد هذه المتغيرات.

مثال 1 **حل المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي**

عند السفر، ينبغي لنا معرفة القاعدة: المسافة = المعدل × الزمن.

$$d = r \times t$$

في هذه المعادلة، يمثل d المسافة المقطوعة في رحلة السفر، بينما يمثل r متوسط معدل السرعة، أما t فيمثل المدة الزمنية المستغرقة في السفر.

a. **استخدام النموذج** صف موقفًا من واقع الحياة ربما تريد فيه استخدام المعادلة بالضبط كما هي معروضة أعلاه.
الإجابة النموذجية: إذا كنتُ على سفر لمدة 4 h على مستوى سرعة متوسطة على طريق سريع بنحو 65 mi/h، فسأتمكن من استخدام القاعدة لحساب مقدار المسافة التي سافرتها.

b. **استخدام نموذج** صف موقفًا من واقع الحياة، قد تستفيد فيه من حل المعادلة لإيجاد قيمة المتغير r.
الإجابة النموذجية: إذا قطع قطار 400 mi في 8 h، فبإمكاني استخدام القاعدة لإيجاد معدل متوسط سرعة القطار. حل المعادلة لإيجاد قيمة r يُمكننا من إيجاد المعدل بسهولة أكثر.

c. **الاستفادة من البنية** حل المعادلة لإيجاد t. ثم استخدم المعادلة لإكمال الجدول وتحديد مقدار المدة اللازمة للسفر مسافة 800 km على سرعات متوسطة مختلفة. قرّب الإجابات إلى أقرب جزء من عشرة.
$t = \frac{d}{r}$

السرعة المتوسطة (الكيلومتر في الساعة)	الزمن (بالساعات)
40	20
50	16
60	13.3
70	11.4
80	10
100	8
120	6.7

محتوى الطبع والتأليف محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

معلومات أساسية في الرياضيات

قد يجد بعض الطلاب المعادلات الحرفية صعبة. حيث يمكن أن يكون التلاعب بالمعادلات ذات المتغيرات المتعددة أمرًا مثيرًا للرهبة. ولو أن المتغيرات هي عناصر نائبة بسيطة تمثل قيمًا. تنطبق الخواص الخاصة بحل المعادلات الخطية علىحل المعادلات الحرفية. إذا كان الطلاب يعانون من صعوبات في حل المعادلات الحرفية، فدعهم يستبدلوا القيم ثم يتلاعبو بالمعادلة الناتجة دون تبسيط التعابير العددية. ثم اطلب منهم متابعة العملية خطوةً خطوة أثناء حل المعادلة الحرفية الأصلية. تمنح المعادلات الحرفية فرصًا ممتازةً للتدرّب على خواص العمليات (التجميع والتبديل والتوزيع) والمعادلة (الجمع والطرح والضرب والقسمة).

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_064_067_687146.indd 64 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | Vendor: MPS | Grade: 9 | 1st Pass

مثال 2 حل قاعدة من أجل متغير محدد

صيغة إيجاد مساحة سطح هرم طول ارتفاعه الجانبي ℓ وطول ضلع قاعدته المربعة b هي $S = b^2 + 2\ell b$.

a. **الاستفادة من البنية** حلّ القاعدة لإيجاد قيمة ℓ. أكمل الخطوات والاستنتاجات الناقصة.

$S = b^2 + 2\ell b$	المعطيات
$S - b^2 = 2\ell b$	خاصية الطرح.
$\ell = \frac{S - b^2}{2b}$	**خاصية القسمة في المعادلة**

b. **التخمين** التعبير $b^2 + 2\ell b$ مكافئ للتعبير $b(b + 2\ell)$. هل تعتقد أن هذه الحقيقة تسمح لك بحل معادلة مساحة السطح لإيجاد قيمة "b"؟ اشرح طريقة استدلالك.

لا. إذا قمتُ بقسمة S على $(b + 2\ell)$ لعزل b على طرف واحد من المعادلة، فسيظل لدي b في المقام الموجود على الطرف الآخر من المعادلة. وبما أنه لا يمكنني إزالة المتغير من كل حد يظهر فيه، فلن أستطيع عزله.

مثال 3 استخدام معادلة حرفية

يعمل صديقك على إعداد طعام جديد للقطط تتم تعبئته في عبوات معدنية. وقد انتهى من تحديد حجم المواد الغذائية المراد بيعها في كل عبوة، ولكن تحتاج إلى تحديد ارتفاع العبوة.

a. **استخدام نموذج** اكتب الصيغة الخاصة بحجم العبوة مع وصف ما يمثله كل متغيّر في الصيغة. أعد كتابة المعادلة الحرفية في صيغة تسمح لك بإيجاد ارتفاع العبوة بدلالة نصف القطر والحجم المحددين.

$V = \pi r^2 h$، حيث V هو حجم العبوة، بينما r يمثل نصف قطر القاعدة، أما h فيمثل الارتفاع.

b. **التفكير بطريقة كمية** لقد حددت أن نصف القطر البالغ بوصتين سيوفر أفضل عرض للمنتج على رفوف البيع بالتجزئة. وتحتوي كل عبوة من طعام القطط على 12 أوقية. والأوقية الواحدة تبلغ حوالي 1.8 بوصة مكعبة. أكمل التحليل البُعدي لتحديد ارتفاع العبوة.

$h =$ _____ وضّح القاعدة.

$h = \frac{12 \text{ oz.}}{\pi \cdot (2 \text{ in.})^2}$ استبدل القيم.

$h = \frac{12 \text{ oz.}}{\pi \cdot 4 \text{ in}^2} \times \frac{1.8 \text{ in}^3}{1 \text{ oz.}}$ طبّق التحليل البُعدي.

$h \approx \frac{\frac{V}{\pi r^2}}{1.7}$ بسّط.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

نصيحة تقنية

إن لحل المعادلات الحرفية لإيجاد قيمة متغير محدد منافع هامة عند استخدام التكنولوجيا. ففي **المثال 1**، أكمل الطلاب جدولاً للقيم باستخدام أنسب صيغةٍ للمعادلة الحرفية. ومن السهولة بمكان استخدام أحد برامج الجدولة أو حتى استخدام آلة حاسبة للاستفادة من هذه البنية. فعوضًا عن حل المعادلة مرارًا وتكرارًا، يمكنهم تطبيق التكنولوجيا لحساب الأزمنة. وهذا يتيح للطلاب العمل بأكبر قدرٍ ممكنٍ من الكفاءة.

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 6

مراجعة خواص العمليات والمعادلات. إن طلبك من الطلاب أن يحددوا الخواص التي تعلل كل خطوة يدعم الحقيقة القائلة بأن الخواص التي استخدموها لحل المعادلات أحادية المتغير تنطبق على المعادلات التي تضم أكثر من متغير واحد.

الأسئلة الداعمة

- ما الخطوة الأولى في هذا الحل؟ **طرح b^2 من كلا طرفي المعادلة.**
- لِم تعدّ هذه الخطوة الأولى جيدة؟

الإجابة النموذجية: أحتاج إلى عزل المتغير ℓ. يضع طرح b^2 جميع الحدود التي لا تضم ℓ على أحد طرفي المعادلة.

مثال 3

التدريس المتمايز

أدخل الطلاب في تحدي تذكر قواعد أخرى من الجبر أو الهندسة. وشكّل قائمةً من القواعد على اللوحة. وبالنسبة لكل قاعدة، ادعُ الطلاب إلى اقتراح طرق يمكن استخدام القاعدة وفقها لحل مسائل من الحياة اليومية. حلّ كل قاعدة لإيجاد قيمة متغيرٍ محددٍ بناءً على الحالة الموصوفة.

الأسئلة الداعمة

- ما نوع وحدة الأوقية؟ **وحدة لقياس الوزن**
- كيف يمكن أن تساوي وحدة لقياس الحجم؟ **تزن كل 1.8 بوصة من طعام القطط أوقيةً واحدة.**
- ما الذي يحدث إن لم تقم بالتحويل من الأوقيات إلى البوصات المربعة عند إيجاد قيمة h؟ **الإجابة النموذجية: أحصل على إجابة عبر وحدات غير منطقية. وأحتاج إلى إيجاد الارتفاع بالبوصة.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_064_067_687146.indd 65 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تمرين

ربط التمرينات بالمعايير

تستلزم التمرينات 1 و 3 و 4 و 5 أن يعيد الطلاب ترتيب قاعدةٍ ما بحيث يجري حلها لإيجاد قيمة مقدار محدد وأن يحلوا المعادلات الخطية ذات المتغير الواحد والتي تضم معاملاتٍ على هيئة متغيرات، والتي تلبي متطلبات كل من **A.CED.4** و **A.REI.3**.

في **التمرين 2** يتعين على الطلاب فهم تحويل الوحدات في سياق حالةٍ من الحياة اليومية، وفقًا لـ **N.Q.1**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	3
2	7
3	2, 4, 7
4	1, 4
5	4, 7

تدريب

1. **تفكير ناقد** الصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$ تمثل العلاقة بين درجات الحرارة بوحدة الفهرنهايت "F" والدرجة المئوية "C". جـــدت منى حلاً للصيغة لإيجاد قيمة "C". وستجد حلها معروضًا على اليسار. هل إجابة منى صحيحة؟ اشرح استنتاجك وصحح أي خطأ تجده.

لا. إجابة منى غير صحيحة: فعندما ضربت F في $\frac{5}{9}$ كان ينبغي عليها أيضًا ضرب 32 في $\frac{5}{9}$. لتجنّب ضرب كل حد في كسور، يمكنها طرح 32 من كلا طرفين، ثم ضربهما في $\frac{5}{9}$.

2. **الاستفادة من البنية** استخدم وليد التحليل البُعدي للتحويل من أحد معدلات السرعة إلى مُعدّل آخر. معاملا التحويل اللذان استخدمهما هما $\frac{5280\text{ ft}}{1\text{ mi}}$ و $\frac{1\text{ hr}}{60\text{ min}}$. ما وحدات المعدل الأولي للسرعة؟ ما وحدات المعدل النهائي للسرعة؟ علل إجابتك.

الإجابة النموذجية: سيكون بإمكان وليد التحويل من ميل في الساعة إلى قدم في الثانية، حيث سيتاح له ضرب النسبة في الأميال لكل ساعة باتباع معاملات التحويل التالية:

$$\frac{?\text{ mi}}{\text{hr}} \times \frac{5280\text{ ft}}{1\text{ mi}} \times \frac{1\text{ hr}}{60\text{ min}} \times \frac{1\text{ min}}{60\text{ sec}}$$

3. **الصيغة $A = P(1 + r)$ تمثل مقدار المال A الموجود في حساب بعد مرور عام واحد، بينما P فهو المبلغ المُودَع في البداية أما r فهي نسبة الربح. لاحظ أن نسبة الربح تُكتب في صورة كسر عشري.**

a. **التفكير بطريقة كميّة** أودع جمال AED 2150 في حساب المدخرات. بعد مرور عام واحد، أصبح رصيد حسابه AED 2182.25. حـلّ المعادلة لإيجاد r، وحدد نسبة الربح.

$r = \frac{A}{P} - 1 = \frac{2182.25}{2150} - 1 = 1.015 - 1 = 0.015$؛ نسبة المرابحة كانت 1.5 %

b. **استخدام نموذج** الصيغة $A = P(1 + r)^t$ تمثل مبلغ الأموال A الموجودة في حساب ما بعد t من السنوات، حيث P هو المبلغ المودع في البداية و r هي نسبة الربح. لدى ليلى الآن مبلغ AED 1839.79 في حساب تراكمي سنوي، وتحصل على نسبة ربح مقدارها 2.5%. وقد فتحت الحساب منذ 8 سنوات مضت ولم تضع أي ودائع إضافية منذ ذلك الحين. حل الصيغة لإيجاد قيمة P وإيجاد قيمة الوديعة الأولية لليلى.

$P = \frac{A}{(1 + r)^t}$؛ وديعة ليلى الأولية كانت 1510.00 AED. $= \frac{1839.79}{(1 + 0.025)^8} = 1510.00$

c. **استخدام نموذج** تقول لمياء إنه بالنسبة للصيغة في **الجزء "b"**، سنجد أن **"A"** دائمًا ما يكون أكبر من "P" حيث تكون "r" موجبة و"t" عددًا صحيحًا موجبًا. هل تتفق معها؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا.

الإجابة النموذجية: أوافق. إذا كان $r + 1$ أكبر من 1؛ وأحد الأعداد أكبر من 1، مرفوع إلى أس صحيح موجب، هو أيضًا أكبر من 1. بما أن P مضروب في عدد أكبر من 1 يساوي A > P و A.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_064_067_687146.indd 66 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

4. جودي في طريقها إلى رحلة للصين. وقد حصلتْ على المعلومات التالية بخصوص صرف العملات من مؤسسة مالية دولية.

التمويل الموحد	الدولار (d) إلى اليورو (e)	الدولار (d) إلى اليوان (y)	اليورو (e) إلى اليوان (y)
	e = 0.75d − 7.5	y = 6.2d − 62	y = 8.52e − 62.2

a. **استخدام نموذج** تفكر جودي في تحويل ما لديها من دولارات إلى اليورو أولاً، ثم تحويل اليورو إلى يوان. بافتراض أنها ستستخدم هذا النظام لكل من تحويل العملة وكتابة معادلة تمثل مقدار اليوان بالنسبة إلى الدولار. فسّر كل خطوة في الحل. (تلميح: ابدأ بحل معادلة تحويل اليورو إلى اليوان لإيجاد e.)

حل المعادلة $y = 8.52e - 62.2$ لإيجاد قيمة e.

$y = 8.52e - 62.2$

$y + 62.2 = 8.52e$

$\frac{y + 62.2}{8.52} = e$

قم بإعداد هذه المعادلة لتكون مكافئة لمعادلة تحويل الدولارات إلى يورو، وجد قيمة y.

$\frac{y + 62.2}{8.52} = 0.75d - 7.5$

$y + 62.2 = 8.52\,(0.75d - 7.5)$

$y = 8.52\,(0.75d - 7.5) - 62.2$

$y = 6.39d - 126.1$

b. **التخطيط للحل** قارن هذه المعادلة مع المعادلة الموجودة في الجدول والتي تمثل تحويل الدولار إلى اليوان. جد الحل لهذه المجموعة المؤلفة من معادلتين. بماذا ستنصح جودي: هل تحوّل ما لديها من دولارات إلى اليوان مباشرة أم تحوّل الدولارات إلى اليورو ثم تحوّل اليورو إلى اليوان؟

جد الحل لمجموعة المعادلتين $y = 6.39d - 126.1$ و $y = 6.2d - 62$:

$d = 337.37$ و $y = 2029.68$. عن طريق تعويض قيمة الدولار الأقل من 337.40 $ في كلتا المعادلتين.

وجدتُ أن التحويل مباشرة من الدولار إلى اليوان سيعطيها المزيد من اليوان. لذا ينبغي لجودي استخدام هذه الوسيلة إذا أرادت تحويل مبلغ أقل من 337.40 $. وما عدا ذلك ينبغي لها تحويل الدولارات إلى اليورو ثم تحويل اليورو إلى يوان.

5. الصيغة الخاصة بمساحة سطح الأسطوانة هي $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$. حيث r هي نصف قطر الدائرة وh هي ارتفاع الأسطوانة.

a. **استخدام نموذج** تبلغ مساحة سطح العبوة الأسطوانية $72\pi\ cm^2$ ونصف قطر الدائرة 4 cm. حل الصيغة لإيجاد h ومعرفة ارتفاع العبوة.

$h = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r} = \frac{72\pi - 2\pi(16)}{2\pi(4)} = 5\ cm$

b. **استخدام نموذج** الصيغة الخاصة بمساحة السطح الجانبية من الأسطوانة هي $L = 2\pi rh$. يمكن أن يبلغ ارتفاع أحد الملصقات التي تغطي مساحة السطح الجانبية من عبوة أخرى 7.5 cm ومساحة جانبية قدرها $52.5\pi\ cm^2$. جد قيمة r وحدد نصف قطر العبوة.

$r = \frac{L}{2\pi h} = \frac{52.5\pi}{2\pi(7.5)} = 3.5\ cm$

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تقدم التمرينات 5-2 فرصةً للطلاب للتمرّن على **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** و**م.م.ر 7 (إيجاد البنية واستخدامها)**. شجع الطلاب على التحلي بالصبر أثناء التعامل مع النماذج الرياضية وتشكيل حلول للمسائل المعطاة. وذكرهم أن جميع المعادلات لن تحلّ بخطوة وحيدة. فالمسائل الجديرة بالحل تتطلب في أغلب الأحيان خطوات متعددة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_064_067_687146.indd 67 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

2.9 المتوسطات الحسابية المرجحة

المعايير

ويتناول أيضًا: A.REI.3, N.Q.1, A.CED.1, A.CED.4

معايير الممارسات الرياضية: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

المتطلبات الأساسية

- ترجمة التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية
- تطبيق خواص العمليات والمساواة
- استخدام التحليل البُعدي

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 5

يوفر هذا البحث فرصةً لاستخدام **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** و **م.م.ر 5 (استخدام الأدوات الملائمة بصورة إستراتيجية)**. ناقش أهمية تنظيم المعلومات. وذكر الطلاب بتعريف المتغير الذي سوف يستخدم في المعادلة.

الأسئلة الداعمة

- لماذا يمكن وصف هذه المسألة على أنها مسألة متوسط حسابي مرجح؟
  الإجابة النموذجية: لأن كل نوع من البطاقات يتم ضربه في سعره.
- ما هو التعبير الخاص بعدد تذاكر الأطفال؟
  x — 3 — 18 أو x — 15

2.9 المتوسط الحسابي المرجح

الأهداف

- ابتكار معادلات خطية وحلها في متغير واحد، مع شرح كل خطوة.
- استخدام الوحدات كدليل في حل المسائل متعددة الخطوات.

يتم إيجاد **المتوسط الحسابي المرجح** *M* لمجموعة من البيانات عن طريق ضرب كل قيمة للبيانات في وزنها ثم إيجاد المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات الجديدة.
المسائل المختلطة هي مسائل يجتمع فيها جزءان أو أكثر لتكوين المسائل ككل.
مسائل المعدل المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة معينة أو معدل معين.

مثال 1 **استخدم متوسطات حسابية مرجحة لحل المسائل**

الاستكشاف **ينوي فارس الذهاب إلى السينما مع عائلته وأصدقائه. سعر التذاكر لكبار السن هو 7 AED، أما للبالغين فتبلغ 9 AED وللأطفال 6 AED وذلك للفرد الواحد. ذهب ثمانية عشر فردًا بينهم ثلاثة من أجداده الذين تتجاوز أعمارهم 65 عامًا إلى السينما وأنفقوا 141 AED على التذاكر. فما عدد كبار السن والبالغين والأطفال الذين ذهبوا لمشاهدة الفيلم؟**

a. **استخدام الأدوات** أكمل الجدول لتنظيم المعلومات المعطاة.

	عدد الأشخاص	تكلفة التذاكر	التكلفة الإجمالية
كبار السن	3	AED 7	AED 21
البالغون أقل من 65 عامًا	x	AED 9	AED 9 x
الأطفال أقل من 12 عامًا	$15 - x$	AED 6	AED 6 $(15 - x)$
الإجمالي	18	-----	AED 141

b. **استخدام نموذج** اكتب معادلة وحلها لتمثيل أعداد كبار السن والبالغين والأطفال الذين ذهبوا للسينما. وضّح خطواتك التي اتبعتها مع تعليل استنتاجك لكل خطوة.

$21 + 9x + 6(15 - x) = 141$ **المعادلة الأصلية**

$21 + 9x + 90 - 6x = 141$ **خاصية التوزيع**

$3x + 111 = 141$ **تجميع الحدود المتشابهة**

$3x = 30$ **خاصية الطرح في المعادلة**

$x = 10$ **خاصية القسمة في المعادلة**

3 من كبار السن و 10 بالغون و 15 — 10 أو 5 أطفال ذهبوا إلى السينما.

c. **استخدام نموذج** انضم فرد آخر إلى هذه المجموعة في السينما. إذا كان ممكنًا، فاكتب معادلة تمثل المبلغ الذي دفعه الثمانية عشر فردًا إجمالاً. وإلا فاشرح السبب في عدم إمكانية كتابة المعادلة.

لا يمكن كتابة معادلة لأنك لا تعرف ما إذا كان الشخص طفلاً أم بالغًا أم كبيرًا في السن، وبالتالي لن تعرف إجمالي المبلغ المدفوع للحصول على التذاكر.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

معلومات أساسية في الرياضيات

إن الطلاب على دراية بمفهوم المتوسط الحسابي، أو "المتوسط."
وعند حساب المتوسط الحسابي، يكون لكل قيمة عددية الوزن نفسه. ولكن في المتوسط الحسابي المرجح، يكون لبعض القيم أثر، أو وزن أكبر من القيم الأخرى. يوفّر المتوسط الحسابي المرجح في أغلب الأحيان تقييمًا أكثر دقةً للقيمة المركزية لمجموعةٍ من النقاط البيانية.

سيجد بعض الطلاب أن مسائل المتوسط الحسابي مسائل صعبة، ولا سيما المسائل المختلطة. وبالإضافة إلى ذلك، قد لا يتذكر أولياء الأمور هذه الأنواع من المسائل وقد لا يساعدون الطلاب في حل واجباتهم المنزلية. فاحرص على الإبقاء على العروض بسيطةً ومباشرة. أكد على استخدام البنية، مشددًا على أن اعتماد طريقة محددة واجباتهم المنزلية جدول لتنظيم البيانات مما يجعل حل المسائل الخليطة سهلا.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_068_071_687146.indd 68 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 2 حل مسائل المحاليل

يتوفر المحلول A بتركيز 70% من الحمض، أما المحلول B فيتوفر بتركيز 15% من الحمض. ما مقدار المحلول اللازم لإعداد 110 جالونات من محلول بتركيز 50%؟

a. **التعليق على الاستنتاج** قرأت هدى عبارة المسألة وكتبت المعادلة التالية لتمثيل المسألة المختلطة. هل تمثل معادلتها نموذجًا جيدًا؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟

$$0.7x + 0.15y = 110$$

الإجابة النموذجية: لا. فالطرف الأيسر من المعادلة يظهر الكميات المخلوطة من الحمض في المحاليل، بينما يظهر الطرف الأيمن إجمالي عدد جالونات المحلول. كما أنها تحتاج إلى تبسيط المسألة باستخدام متغير واحد فقط.

b. **استخدام الأدوات** أكمل الجدول باستخدام المعلومات المعطاة.

	عدد الجالونات	كمية الحمض (جالون)
المحلول A	x	$0.7x$
المحلول B	$110 - x$	$0.15(110 - x)$
محلول بتركيز 50%	110	55

c. **الاستفادة من البنية** كم عدد الجالونات اللازمة من محلول بتركيز 70% والجالونات اللازمة من محلول بتركيز 15% ؟ علّل استنتاجك. كيف تعرف أن إجابتك منطقية؟

$0.7x + 0.15(110 - x) = 55$	**المعادلة الرئيسية**
$0.7x + 16.5 - 0.15x = 55$	**خاصية التوزيع**
$0.55x + 16.5 = 55$	**تجميع الحدود المتشابهة.**
$0.55x = 38.5$	**خاصية الطرح في المعادلة**
$x = 70$	**خاصية القسمة في المعادلة**

أنت بحاجة إلى **70** جالون من محلول بتركيز 70% و **40** جالون من محلول بتركيز 15%.

فمن المنطقي أن تحتاج إلى كمية أكبر من محلول بتركيز 70%، وذلك لأن معدل التركيز 15% أقل بكثير من تركيز 50% مقارنة بمعدل تركيز من 70% إلى 50%.

d. **التفكير بطريقة كميّة** تتم إضافة عشرة جالونات من محلول جديد إلى الجالونات البالغ مقدارها 110 جالونات. إذا كانت كمية 120 جالونًا من محلول بتركيز 50%. فما المعطيات التي تعرفها عن المحلول المضاف؟ إذا كانت الكمية 120 جالونًا من محلول بتركيز أقل 50%. فما الصواب بشأن المحلول المضاف؟ اشرح إجابتك.

مزيج الجالونات العشرة المضافة تكوّن محلولًا بتركيز 50% بما أن نسبة الـ 120 جالونًا لم تتغيّر. تحتوي الجالونات العشرة على محلول بتركيز أقل من 50% بما أن تركيز المحلول الجديد أقل من 50%.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح بيرسون © Pearson Education

مثال 2

م.م.ر 3

نصائح للتدريس

عند مناقشة **القسم a**، أشر إلى أنه من غير الصحيح تمثيل المعادلة باستخدام متغيرين اثنين. حيث يمكن لمعادلة واحدة بمتغيرين اثنين تمثيل الحالة الموصوفة بدقة. ولكن هذا المثال يحتوي على معلومات إضافية يمكن استخدامها لكتابة هذه العبارة باستخدام متغير واحد.

الأسئلة الداعمة

- اشرح كيفية تغيير معادلة كندال لتصبح نموذجًا دقيقًا للمسألة. **غيّر قيمة الثابت من 110 إلى 55 لأن هذه القيمة ينبغي أن تساوي مقدار المحلول الحمضي. واستبدل أيضًا y بـ (110 − x).**
- كيف يمكن كتابة المعادلة بدون أرقام عشرية؟ **اضرب كلاً من طرفي المعادلة في 100:**
  70x + 15(110 - x) = 5500
- عندما تحل المعادلة من لإيجاد قيمة x.فهل تكون قد انتهيت؟ **كلا، لأن x تخبرك بعدد الجالونات الواجب استخدامها والتي تحتوي على تركيز 70% من المحلول. وستبقى بحاجةٍ إلى تحديد العدد المطلوب من الجالونات والتي تحتوي على تركيز 15% من المحلول.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

توفر المسائل المختلطة فرصًا ممتازةً للتأكيد على قيمة البنية في المناقشات الرياضية. استخدم **المثال 2** لربط الطلاب مع **م.م.ر 7 (إيجاد البنية واستخدامها)**. اقرأ إحدى المسائل المختلطة واطلب من الطلاب كتابة معادلة تمثيل خاصة بها. نظرًا إلى أن معظم الطلاب يعانون من صعوبة في إنجاز ذلك دون تنظيم المعلومات، اقرأ المسألة مرة ثانية ونظم جدولاً كالجداول المستخدمة في الدرس. واطرح على الطلاب أسئلة محددة أثناء إرشادك إياهم في إتمام الجدول. وفي حال إتمام الجدول، استخدمه لكتابة معادلة تمثل المسألة.

اعرض على الطلاب مسألةً مختلطةً جديدةً واطلب منهم تحديد جوانب تشابهها مع المسائل الأخرى التي صادفوها. شجع الطلاب على استخدام الأدوات والبنية أثناء حلهم لهذه المسائل.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_068_071_687146.indd 69 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

اطلب من الطلاب عمل جدول لتنظيم معلومات المسألة.

الأسئلة الداعمة

- كيف يمكنك تمثيل المسافة التي يقطعها كل قطار، إذا كان أحد القطارين يقطع مسافة x؟ **300 — x**
- إذا سار أحد القطارات لمدة t ساعة قبل أن تصبح المسافة الفاصلة بين القطارين 300 ميل، فما المدة الزمنية التي سارها القطار الآخر؟ **المدة الزمنية نفسها: *t***

تمرين

في **التمرينات 4-1**، على الطلاب استخدام وحدات للاسترشاد أثناء حل مسائل الحياة اليومية، وهي تحقق **N.Q.1**.

في التمرينات 4-2، على الطلاب كتابة المعادلات وحلها من أجل حل مسائل الحياة اليومية، بحيث تحقق **A.CED.1** و **A.REI.3**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	2
2	1, 4
3	1, 4
4	2

مثال 3 **تحليل مسألة السرعة**

يغادر أحد القطارات من المحطة متجهًا إلى الشمال بسرعة 40 ميلاً في الساعة. بينما يغادر قطار ثانٍ من المحطة في الوقت ذاته متجهًا إلى الجنوب بسرعة 50 ميلاً في الساعة. إذا توقف كلا القطارين، فما مقدار ابتعاد كل قطار عن المحطة عند قطع مسافة 300 ميل؟

a. **الاستفادة من البنية** كيف سيساعدك تحليل الوحدات في هذه المسألة على ابتكار نموذج جيد؟

الإجابة النموذجية: كل عدد مرتبط بوحدة قياس. عند إلغاء الوحدات ينبغي أن يتبقى لديّ الزمن بالساعات.

b. **التخطيط للحل** إذا كانت المسافة المقطوعة بالأميال بواسطة أحد القطارين هي *x*، فما مسافة القطار الآخر؟ استخدم هذه المعلومة لكتابة معادلة من الصيغة $d = rt$ لكل قطار.

الإجابة النموذجية: بالنسبة للقطار الأول، $x = 40t$؛ أما بالنسبة للقطار الثاني، $x = 50t - 300$؛ فلنفترض أن *t* يمثل الزمن بالساعات.

c. **التخطيط للحل** اكتب معادلة فردية يمكن حلها لإيجاد المسافة المقطوعة بواسطة القطار الأول عندما يكون القطاران على بُعد 300 mi. اشرح كل خطوة في إجابتك.

الإجابة النموذجية: يمكنني تحديد المعادلتين بأنهما $t = \frac{x}{40}$ و $t = \frac{300 - x}{50}$ ثم إعدادهما لتكونا متساويتين مع بعضهما البعض: $\frac{x}{40} = \frac{300 - x}{50}$. في النهاية، يمكنني إيجاد قيمة x: $50x = 40(300 - x)$ بواسطة خاصية الضرب في المعادلة، و $50x = 12{,}000 - 40x$ بواسطة خاصية التوزيع، و $90x = 12{,}000$ بواسطة خاصية الجمع في المعادلة، و $x = 133\frac{1}{3}$ بالأميال بالتحويل إلى أبسط صورة.

d. **التواصل بدقة** كم تبعد مسافة القطار الثاني عن المحطة عندما يكون القطاران على بُعد 300 mi؟

الإجابة النموذجية: المسافة هي $x - 300$، إذًا اطرح $133\frac{1}{3}$ من 300 mi: $166\frac{2}{3}$ mi $= 300 - 133\frac{1}{3}$.

تمرين

1. **التفكير بطريقة تجريدية** أنشأ مصطفى الجدول الموضح لحل مسألة مختلطة. اذكر المسألة التي يريد مصطفى حلها.

	أرطال الحلوى	السعر لكل رطل	التكلفة الإجمالية
حلوى صلبة	x	3	$3x$
حلوى لينة	$10 - x$	8	$8(10 - x)$
خليط من الحلوى	10	5	50

ما مقدار أرطال الحلوى الصلبة البالغ سعرها 3 AED الواجب خلطها مع الحلوى اللينة البالغ سعرها 8 AED للرطل الواحد لإعداد 10 أرطال من خليط الحلوى بقيمة 5 AED للرطل الواحد؟

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز

قدّم للطلاب مقدمةً مرئيةً عن مفهوم المتوسط الحسابي المرجح. أحضر خليطين مختلفين إلى الفصل الدراسي وأجرِ اختبارًا لتوضيح تركيب الخليطين. على سبيل المثال، أحضر كيسًا يحتوي على 30 كرة رخام زرقاء و 70 كرة رخام حمراء. وأحضر كيسًا آخر يحتوي على 40 كرة رخام زرقاء و 10 كرات رخام حمراء. حدّد النسبة المئوية لكرات الرخام الزرقاء عندما تخلط الكيسين، علمًا أن أحدهما يضم 30% من الكرات الزرقاء والآخر 80% منها.

دع الطلاب يشكلوا خلائط جديدة ومسائل خلطٍ جديدة. وفي البداية، حدّد الخلائط عبر إحصاء النسب وحسابها. ومع اكتساب الطلاب الخبرة في نطاق الخلائط، قدّم إليهم تحديًا بأن يتوقعوا النتيجة باستخدام نموذج رياضي قبل مزج الخليطين ماديًا.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_068_071_687146.indd 70 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

2. **قطعت إحدى الطائرات مسافة 3908 mi من هونولولو إلى طوكيو بسرعة 217 mi/h. كان متوسط سرعة رحلة الذهاب والإياب حوالي 26 mi/h.**

a. **استخدام نموذج** إذا استغرقت الرحلة بالكامل 29.5 h، فكم بلغت سرعة الطائرة للطيران من طوكيو عائدة إلى هونولولو؟ هل الحل منطقي؟

الساعات المستغرقة للسفر إلى طوكيو: $\frac{3908}{217} = 18$؛ لرحلة العودة: $29.5 - 18 = 11.5$. لنفترض أن x تساوي السرعة المجهولة، واكتب معادلة تمثل المسافة المقطوعة:

$\frac{265 \text{ mi}}{\text{hr}} \times 29.5 \text{ hr} = \frac{217 \text{ mi}}{\text{hr}} \times 18 \text{ hr} + \frac{x \text{ mi}}{\text{hr}} \times 11.5 \text{ hr}$. جد حل ما يلي لإيجاد قيمة x: $3906 + 11.5x = 7817.5$؛ $x \approx 340.1 \text{ mi/hr}$. نعم، رحلة العودة تستغرق وقتًا أقصر لتقطع المسافة ذاتها.

b. **تفسير المسائل** أجرى خالد العمليات الحسابية التالية لتقريب سرعة الطائرة في طريقها من طوكيو إلى هونولولو. اشرح طريقة تفكيره.

$$\frac{18(217)}{11.5} \approx 339.7 \text{ mi/h}$$

وقد افترض خالد أن مسافات رحلتي الذهاب والعودة متساويتان، وهذا افتراض معقول. فقد استخدم المعادلة $18(217) = 11.5x$ وجد قيمة x.

3. **تقود فاطمة دراجتها على طريق الدراجات قرابة 6 أميال بطول القناة. وستقود دراجتها من إحدى نقاط النهاية إلى النقطة الأخرى ثم تعود مجددًا. في أحد الاتجاهات، ستقود في اتجاه الرياح؛ بينما في الاتجاه الآخر، فستقود عكس اتجاه الرياح. بعد قيادة الدراجة لمدة 16 دقيقة، قطعتْ مسافة 4 أميال.**

a. **التخطيط للحل** إذا أتيح لفاطمة قيادة الدراجة لمدة ساعة واحدة و5 دقائق، فما مقدار السرعة التي يجب على فاطمة القيادة بها في رحلة العودة؟ افترض أنها ستواصل لمسافة ميلين إلى إحدى نهايات مسار الدراجة قبل العودة. اشرح.

إذا اجتازت فاطمة 4 mi في غضون 16 دقيقة، فهي تقود الدراجة لحوالي $r_1 = \frac{4 \text{ mi}}{16 \text{ min}} = 0.25 \text{ mi/min}$. بافتراض أنها واصلت قيادة الدراجة لمسافة 2 mi إضافيين بهذه السرعة، فسوف تقود الدراجة لمدة $t_1 = \frac{6 \text{ mi}}{0.25 \text{ mi/min}} = 24 \text{ min}$ في اتجاه واحد، ولهذا، فإن مقدار الزمن اللازم لإكمال مسافة العودة البالغة 6 mi هو $t_2 = 65 - 24 = 41 \text{ min}$. ستحتاج إلى ركوب الدراجة بسرعة $r_2 = \frac{6 \text{ miles}}{41 \text{ min}} \approx 0.146 \text{ mi/min}$.

b. **استخدام نموذج** إذا قامت بذلك، فكم سيبلغ متوسط سرعة فاطمة؟ اشرح سبب أهمية إيجاد المتوسط الحسابي المرجح.

بما أن فاطمة سافرت بمعدل كل سرعة من السرعات لفترات زمنية مختلفة، فسأستخدم المتوسط الحسابي المرجح: $\frac{(0.25 \text{ mi/min})(24 \text{ min}) + (0.146 \text{ mi/min})(41 \text{ min})}{(24 + 41) \text{ min}} = \frac{11.986}{65} = 0.18 \text{ mi/min}$

4. **التفكير بطريقة تجريدية** تقول فوزية إنها تستطيع إعداد محلول بتركيز 50% بإضافة محلول بتركيز 40% ومحلول بتركيز 10%. هل تتفق معها؟ برر إجابتك.

لا. حل المعادلة التالية حيث يكون 1 gal من محلول بتركيز 50% مُعدًا باستخدام محلولين بتركيز 10% و40%: $0.4x + 0.1(1 - x) = 0.5$؛ $0.4x + 0.1 - 0.1x = 0.5$؛ $0.3x = 0.4$؛ $x \approx 1.3$. هذه القيمة تحل المعادلة، لكن لا معنى لها في السياق.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح بيرسون © 2020 Pearson Education

نصيحة للتدريس

7 د.م.م

في **التمرين 3**، على الطلاب تطبيق تعريف المتوسط الحسابي المرجح. نظم الطلاب في مجموعات ثنائية صغيرة ودعهم يناقشوا الأفكار المحتملة المختلفة. لا تساعدهم بصورة كبيرة أو على نحو مبكر. بل دع الطلاب يبذلوا مجهودًا في فهم الأفكار شريطة ألا يصابوا بالإحباط. وعند الحاجة، أرشد الطلاب من خلال أسئلةٍ كالسؤال التالي.

ما القاعدة التي يمكنك استخدامها لإيجاد السرعة، إذا كان الزمن والمسافة معلومين؟

$r = \frac{d}{t}$ إذا كان d_1 وd_2 يمثلان المسافتين اللتين قطعتهما فاطمة t_1 وt_2 الزمنين المقابلين، فما معنى التعبير $\frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2}$؟

هـذا هو المعدل الوسطي لسرعة فاطمة خلال الرحلة بكاملها.

أوجد قيمة القاعدة التالية: $\frac{6 + 6}{24 + 41} =$

$$\frac{12}{65} = 0.18 \text{ mi/min}.$$

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_068_071_687146.indd 71 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تحليل بيانات الطقس

سيقوم الطلاب بتحويل بيانات القياس من الوحدات العرفية إلى الوحدات المترية. وخلال هذه العملية، سيحلّون معادلةً حرفيةً من أجل أحد المتغيرات.

المعايير

معايير الممارسات الرياضية: تؤكد مهمة تقييم الأداء في الفصل 2 على الممارسات الرياضية **م.م.ر 1 و م.م.ر 2 و م.م.ر 4 و م.م.ر 6.**

بداية سريعة

إذا كان الطلاب يعانون من صعوبةٍ في البداية، فاطلب منهم أن يقرؤوا الصفوف الأولى من الجدول عبر إتمام العبارة التالية:

"عند ارتفاع ___ قدم، تساوي درجة الحرارة في الخارج ___ درجة فهرنهايت."

ثم اطرح الأسئلة التالية:

- عند أي ارتفاعات في الجدول تقل درجة الحرارة عن 0 درجة فهرنهايت؟ **20000 قدم، 25000 قدم، 30000 قدم، 35000 قدم، 40000 قدم**
- ما وحدات القياس الأخرى التي يمكن استخدامها لقياس الارتفاع؟ **الإجابة النموذجية: الميل، المتر، الكيلومتر**
- ما وحدات القياس الأخرى التي يمكن استخدامها لقياس درجة الحرارة؟ **الدرجات المئوية، الكلفن**

فيما يلي، اطلب من الطلاب قراءة **القسم A**. فإذا كانوا يعانون من صعوبةٍ في فهم السؤال، فاجعلهم يستخدموا قواميسهم للبحث عن أي مصطلحات غير مألوفة، مثل متري وكيلومترات ودرجة مئوية.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تتماشى مهمة تقييم الأداء هذه إلى حدٍ كبيرٍ مع **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. وخلال هذه المهمة، سيستخدم الطلاب جدولاً للبيانات يمثل الارتفاع بالنسبة لدرجة الحرارة بالوحدات العرفية. وتتمثل مهمتهم في إنشاء نموذج مشابه باستخدام الوحدات المترية. وللتأكيد على أن النماذج الرياضية تتمتع بالمرونة في طريقة إنشائها واستخدامها، اسأل الطلاب عن طرقٍ أخرى يمكن بواسطتها عرض البيانات. وشجعهم على التفكير بطريقةٍ ملموسةٍ وتجريدية. اطرح الأسئلة التالية: كيف يساعدك الرسم البياني لهذه البيانات في فهمها؟ افترض معادلة يمكن أن تمثل البيانات الواردة في الجدول. كيف بوسعك استخدام تلك المعلومات؟ وفي النهاية، اسأل عن السبب الذي قد يجعل الشكل المتري من جدول البيانات ضروريًا في بعض السياقات.

تحليل بيانات الطقس

أعطِ حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من توضيح عملك بأكمله، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة، وعلل إجابتك.

يوضح هذا الجدول البيانات المجمعة بواسطة بالون الرصد الجوي. توضح البيانات الموجودة في العمود الأول ارتفاع البالون بالقدم، بينما يوضح العمود الثاني درجة حرارة الهواء بوحدة الفهرنهايت. استكشف العلاقة بين مجموعتي البيانات.

الارتفاع (قدم)	درجة الحرارة (فهرنهايت)
0	59
5,000	41.17
10,000	23.36
15,000	5.55
20000	-12.26
25,000	-30.05
30,000	-47.83
35,000	-65.61
40000	-69.7

الجزء "A"

افترض أنك تريد إنشاء جدول بيانات مترية يمكن مقارنته. إذا تم قياس الارتفاع بالكيلومتر، وقياس درجة الحرارة بالدرجة المئوية، فما الذي ستحتاج إليه لإنشاء مثل هذا الجدول؟

حقوق الطبع محفوظة لصالح مكجرو-هيل للتعليم © McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_072_073_687146.indd 72 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء "B"

استخدم القاعدة المعطاة لتحويل 7,000 ft إلى كيلومترات و34 درجة فهرنهايت إلى درجة مئوية.
وضّح عملك بالكامل وقرّب إلى أقرب جزء من العشرة. أي قاعدة من القواعد أدناه يمكن تعديلها لتنفيذ هذه التحويلات بمزيد من السهولة؟ وضّح القاعدة التي تم تعديلها.

$km = 0.000305\ ft$

$$F=\frac{9}{5}C+32$$

الجزء "C"

أكمل جدول البيانات المترية. وضّح كل قيمة تم تقريبها إلى أقرب جزء من العشرة.

درجة الحرارة (درجة مئوية)	الارتفاع (km)
0	15.0
1.5	5.1
3.1	-4.8
4.6	-14.7
6.1	-24.6
7.6	-34.5
9.2	-44.4
10.7	-54.2
12.2	-56.5

الجزء "D"

صف العلاقة بين الارتفاع ودرجة الحرارة استنادًا إلى البيانات. هل العلاقة هي نفسها في كلتا مجموعتي البيانات؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

م٠م٠ر 1

نصائح للتدريس

يمنح القسم B الفرصة للربط مع م٠م٠ر 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها).
ينص المعيار على أن الطلاب المتفوقين في الرياضيات يسألون أنفسهم "هل هذا مقبول؟" بالنسبة **للقسم B**، اسأل الطلاب لِمَ من المفيد الاستهلال بحل المعادلة الحرفية الخاصة بـ C. وقد تحتاج إلى السير ببعض الطلاب خلال خطوات عملية الحل.

$$F=\frac{9}{5}C+32$$

$$\frac{9}{5}C=F-32$$

$$C=\frac{5}{9}(F-32)$$

معايير رصد الدرجات

الجزء	الحد الأقصى للنقاط	جدول الإجابات
A	2	ستكون بحاجةٍ إلى قواعد للتحويل من القدم إلى المتر ومن المتر إلى الكيلومتر. وستحتاج أيضًا إلى قاعدة تحويل درجة الحرارة من الفهرنهايت إلى الدرجات المئوية.
B	2	2.1 km; 1.1°F؛ للتحويل من الفهرنهايت إلى الدرجات المئوية، أعد كتابة قاعدة درجة الحرارة بالشكل $C=\frac{5}{9}(F-32)$
C	2	انظر في دليل الطلاب التفاعلي للاطلاع على الجدول.
D	2	مع زيادة الارتفاع، تنخفض درجة الحرارة الخارجية. وتصلح هذه العلاقة لكلا مجموعتي البيانات لأن تحويل الوحدات يحافظ على العلاقة دون تغيير.
الإجمالي	8	

الوحدة 2 مهمة تقييم الأداء 73

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_072_073_687146.indd 73 8/22/19 8:52 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	Ist Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

التخطيط للاستعراض

على الطلاب استخدام قاعدة لتقدير حجم غاز الهيليوم اللازم لملأ عددٍ محدد من البالونات. ومن ثم عليهم تحويل الوحدات لتحديد الحجم الملائم الذي يحتله الهيليوم ليملأ البالون.

المعايير

معايير الممارسات الرياضية: تؤكد مهمة تقييم الأداء في الفصل 2 على الممارسات الرياضية **م.م.ر 1 و م.م.ر 2 و م.م.ر 4 و م.م.ر 5 و م.م.ر 6.**

بداية سريعة

إذا كان الطلاب يعانون من صعوبة في البداية، فاشرح لهم أن بوسعهم استخدام قاعدة الحجم لتحديد مقدار الهيليوم في بالون واحد عند نفخه حتى يمتلئ. اقترح أن يرسم الطلاب مخططًا لبالون من أجل توضيح نصف قطر الكرة.

وشجعهم على استخدام آلة حاسبة أو ورقة بيانات لإيجاد حجم البالون الواحد.

مهمة تقويم الأداء

التخطيط للاستعراض

أعطِ حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من توضيح عملك بأكمله، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة، وعلل إجابتك.

يقوم أحد الأندية بتزيين السيارات للاستعراض. سيكون كل فرد من أفراد النادي البالغ عددهم ثمانية مسؤولاً عن تزيين ثلاث سيارات. من بين أمور أخرى، سيتم تزيين كل سيارة باستخدام 20 بالونة معبئة بالهيليوم. وستكون كل بالونة على شكل كرة نصف قطرها 4 بوصات. المطلوب منك هو تحديد كمية الهيليوم اللازمة لجميع البالونات.

الجزء "A"

هذه هي الصيغة الخاصة بحجم الكرة. ما مقدار الهيليوم اللازم لبالونة واحدة بدلالة π؟ و ما وحدة القياس؟

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

الجزء "B"

كم عدد البالونات اللازمة للاستعراض؟ اكتب التعبير العددي وحوّله لأبسط صورة.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تتماشى مهمة تقييم الأداء هذه إلى حدٍ كبيرٍ مع **م.م.ر 6 (مراعاة الدقة)**. في القسمين **A** و **C**، يتم توجيه الطلاب إلى كتابة إجاباتهم بدلالة π. ناقش قيمة كتابة واستخدام تعبير يمثل عددًا مضاعفًا صحيحًا لـ π مقابل تحديد قيمة التعبير نفسه واستخدام القيمة العشرية، والتي تكون بحاجة إلى التقريب. يتيح استخدام التعبير الذي يحتوي على π مقدارًا أكبر من الدقة والضبط. وينبغي إجراء التقريب في الخطوة الأخيرة من المهمة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_074_075_687146.indd 74 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء "C"

ما إجمالي مقدار الهيليوم اللازم لجميع البالونات بدلالة π؟

الجزء "D"

تتوفر خزانات الهيليوم بهذه الأحجام: $50\ ft^3$ و$80\ ft^3$ و $120\ ft^3$. تشير قياسات الحجم إلى الكمية القصوى من الهيليوم التي يمكن للخزان تحملها. كم عدد الخزانات وما الحجم الذي ينبغي استخدامه؟

حقوق الطبع والنشر محفوظة لشركة ماكجروهيل للتعليم © McGraw-Hill Education

م.م.ر 1

نصائح للتدريس

يقدم القسم D فرصةً للربط مع م.م.ر 1 **(مراعاة الدقة)**. ذكر الطلاب أن كمية الهيليوم المطلوبة التي حددوها في **القسم C** قد عبّر عنها بالبوصات المربعة. وسيكون عليهم تحويل هذه الكمية إلى القدم المربعة للإجابة عن **القسم D**.

أخطاء شائعة

قد يتعجّل بعض الطلاب بحلّ المسألة الخاصة بالسيارات الـ 24 كاملة، أو مئات البالونات، بدلاً من الحل من أجل عنصر واحد ومن ثم اللجوء إلى التعميم بدءًا من ذلك العنصر. اشرح أن المسائل المعقدة من هذا القبيل تحلّ على النحو الأسهل عبر حل سلسلةٍ من المسائل الأسهل. شجع الطلاب على تطوير بعض التقنيات لتبسيط المسائل المعقدة، وذلك عبر: رسم مخطط أو إيجاد القيمة أو كتابة خطةٍ تدريجية خطوة خطوة من أجل حل المسألة.

معايير رصد الدرجات

الجزء	الحد الأقصى للنقاط	جدول الإجابات
A	2	$\frac{256}{3}\pi$ بوصة مكعبة
B	2	$8 \times 3 \times 20 = 480$
C	2	$40{,}960\pi$ بوصة مكعبة
D	2	خزان واحد $80\text{-}ft^3$
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_074_075_687146.indd 75 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تمرين على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

ربما يكون الطلاب الذين يكتبون قاعدة غير صحيحة في **البند 7** قد قسموا على $\frac{1}{2}$ بصورة غير صحيحة ذكر الطلاب أن التقسيم على $\frac{1}{2}$ يماثل الضرب في 2

ربما يكون الطلاب الذين أعطوا الإجابة $x = 15$ **للبند 8** قد طرحوا $2x$ من كلا الطرفين. وضّح للطلاب أنه لحذف $-2x$ من الطرف الأيسر للمعادلة، فعليهم إضافة $2x$ إلى كل طرف، لأن $-2x + 2x = 0$.

تدريب على الاختبار المعياري

1. اكتب معادلة لتمثل ما يلي:

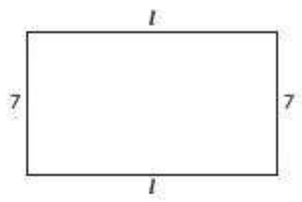
العدد الأقل من p بمقدار خمسة هو 13.

$p - 5 = 13$

حل المعادلة لإيجاد قيمة p.

$p =$ 18

2. نأمل المستطيل التالي:



إذا كان محيط المستطيل هو 40 وحدة، فاكتب معادلة لإيجاد الطول، l.

$2l + 14 = 40$

ما طول المستطيل؟

3 وحدات　　26 وحدة

13 وحدة　　33 وحدة

3. جـد حل ما يلي لإيجاد قيمة t:

$5t - 3 = 27$

$t =$ 6

4. جـد حل ما يلي لإيجاد قيمة f:

$d = gf - 2$

$f = \frac{d+2}{g}$

5. يقوم سعيد بإعداد 5 lb من خليط وجبة خفيفة مكونة من الزبيب واللوز. تبلغ تكلفة الزبيب 3 AED للرطل، بينما تكلفة اللوز 8 AED للرطل. ويريد أن تكون تكلفة مزيج الوجبة الخفيفة 6.50 AED لكل رطل. فكم عدد الأرطال التي ينبغي له استخدامها من كل عنصر؟

1.5 أرطال الزبيب

3.5 أرطال اللوز

6. وزنت وفاء قطنها باستخدام ثلاثة مقاييس مختلفة. وتظهر النتائج في الجدول.

الميزان "A"	الميزان "B"	الميزان "C"
1.8 *kg*	1.763 *kg*	1.77 *kg*

أدق مقياس من المقاييس الثلاثة هو الميزان "B".

7. تعطى مساحة مثلث بالصيغة $A = \frac{1}{2}bh$، حيث h يمثل ارتفاع المستطيل، بينما b يمثل طول قاعدته. إذا كنت تعلم مساحة المستطيل وارتفاعه، فما الصيغة الذي يعطيك طول قاعدته؟

$b = \frac{2A}{h}$

8. جـد حل ما يلي لإيجاد قيمة x:

$-2x + 11 = 3x - 4$

$x = 3$　　$x = -3$

$x = 15$　　$x = 7$

9. عند جمع ناتج ضرب 6 وعدد ما إلى 5 يساوي 9 أمثال هذا العدد ناقص 1.

اكتب معادلة تمثل هذه العبارة.

$6x + 5 = 9x - 1$

حل المعادلة لإيجاد قيمة العدد.

العدد هو 2

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح جهة McGraw-Hill Education ©

استراتيجية حل الاختبار

قد يستخدم الطلاب مقاربات مختلفة لحل **البند 5.** ومهما كانت الطريقة التي اختاروها، فعليك التأكيد على أن عليهم التحقق من معقولية إجابتهم. واطلب منهم التحقق من التكلفة الإجمالية للمكونات بناءً على إجابتهم، ومن ثم اجعلهم يقسموا الإجابة على 5 لإيجاد سعر الرطل الواحد. إذا كانت الإجابة صحيحة، فينبغي أن يكون سعر الرطل 6.50 AED.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_076_077_687146.indd 76　8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

10. كتب محمد في الواجب المنزلي الخطوات التالية لحل 20= 6 + 2x

2x + 6 = 20
x + 6 = 10
x = 4

a. اشرح الخطأ الذي ارتكبه محمد.

لم يقسم محمد الطرف الأيسر بالكامل من المعادلة على 2. بل قسّم 2x فقط على 2.

b. اكتب الخطوات الصحيحة لحل 20 = 6 + 2x اشرح كل خطوة.

2x = 14: بعد طرح 6 من الطرفين. أو **x + 3 = 10: بعد القسمة**

x = 7: بعد قسمة الطرفين على 2. **x = 7: بعد الطرح**

11. أعطت المُعلمة ياسمين درجات الرياضيات باستخدام متوسط حسابي مرجح. حيث قدّرت الواجب المنزلي بنحو 30% والاختبارات بمقدار 50% والاختبارات القصيرة بمقدار 20%. يوضح الجدول درجات الواجب المنزلي والاختبار والاختبار القصير لثلاثة طلاب. أكمل الجدول لعرض درجاتهم النهائية.

الطالب	درجة الواجب المنزلي (%)	درجة الاختبار (%)	درجة الاختبار القصير (%)	الدرجة النهائية (%)
هيام	94	88	100	92.2
هناء	82	78	91	81.8
ناصر	90	97	95	94.5

12. جد حل كل من المعادلات التالية. اكتب الحل هنا واشرح كل خطوة.

a. $5x - 7 = 9x + 1$

1 = 7 − 4x−: بعد طرح 9x من كلا الطرفين.

8 = 4x−: بعد إضافة 7 إلى كلا الطرفين.

2− = x: بعد قسمة كل طرف على 4−.

b. $3(x - 3) = 5(x - 2)$

10 − 5x = 9 − 3x: بعد تطبيق خاصية التوزيع

10 − 2x = 9−: بعد طرح 3x من كلا الطرفين.

2x = 1: بعد إضافة 10 إلى كلا الطرفين.

$\frac{1}{2}$ = x : بعد قسمة كلا الطرفين على 2.

13. في يوم السبت، اعتنت نسرين بالأطفال لمدة 6 ساعات. وكانت تتلقى أجرها بالساعة، كما كانت تحصل على إكرامية قدرها AED 5. بلغ أجرها إجمالاً AED 53.

a. فلنفترض أن h يمثل أجرها بالساعة. فما المعادلة التي تمثل العبارة السابقة؟

6h + 5 = 53

b. حلّ معادلتك لإيجاد قيمة h. كيف يمكنك التحقق من إجابتك؟

8 = h: إذا كان أجرها في الساعة يبلغ 8. فستحصل على 48 AED في 6 ساعات. أضف 5 AED بقشيشًا لتحصل على 53 AED.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

استراتيجية حل الاختبار

بالنسبة **للبند** 12،على الطلاب عرض الخطوات التي اتبعوها بصورة واضحة بحيث يمكن لشخص آخر تتبع طريقة تفكيرهم. وذكر الطلاب أيضًا أن يتحققوا من قيمة *x* التي يجدون أنها تحقق المعادلة الأصلية.

تشخيص الأخطاء

الطلاب الذين يحصلون على الإجابات 94 و 83.7 و 94 للدرجات النهائية الخاصة **بالبند 11** ربما يكونون قد حسبوا قيم المتوسط الحسابي بدلاً من المتوسط الحسابي المرجح. راجع معنى المتوسطات الحسابية المرجحة، وأوضح كيفية حسابها.

الطلاب الذين يعطون $6h = 48$ بمثابة معادلة خاصة **بالبند 13a** يكونون قد أجروا جزءًا من الحساب قبل كتابة المعادلة. أشر إلى أنه يتعين على المعادلة أن تظهر كافة المعلومات المعطاة في المسألة، وبالتالي ينبغي أن توضح أنها عملت لمدة 6 ساعات، وحصلت على إكرامية بمقدار AED 5 وبلغ إجمالي مكسبها AED 53.

المعايير

البند 10

[3] تم شرح الخطأ وإعطاء الإجابة الصحيحة عبر العملية الموضحة

[2] شُرِحَ الخطأ وأعطيت الإجابة الصحيحة ولكن الطريقة لم توضح أو أن الخطأ لم يُشرَح بصورة كاملة ولكن أعطي الحل الصحيح عبر العملية الموضحة

[1] يحتوي الحل على عنصر صحيح واحد

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة وطريقة التفكير خاطئتان

البند 13

[3] تم تقديم المعادلة والحل والشرح بصورة صحيحة

[2] تم تقديم المعادلة والحل بصورة صحيحة ولكن لم يُقدم تعليل لطريقة الاستنتاج أو هناك خطأ في المعادلة ولكن الحل والشرح صحيحان

[1] يحتوي الحل على عنصر صحيح واحد

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة وطريقة التفكير خاطئتان

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch2_076_077_687146.indd 77 8/22/19 8:52 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3 الهدف الأساسي من الوحدة

استخدام *دليل الطالب التفاعلي*

يمكن استخدام *دليل الطالب التفاعلي* (ISG) مع كتاب الرياضيات المتكاملة 1.

درس دليل الطالب التفاعلي	الرياضيات المتكاملة 1
3.1	الدرس 3-1
3.2	الدرس 3-2
3.3	الدرس 3-3
3.4	الدرس 3-5
3.5	الدرس 3-6

نصائح للتدريس

م.م.ر 8

يقدم السؤال التمهيدي للدرس 3.1 للطلاب مثالاً عن **م.م.ر 8 (البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه)**. ينبغي أن يلاحظ الطلاب إذا ما كانت الحسابات مكررة وعليهم مراقبة العملية بكاملها مع الانتباه إلى التفاصيل. تتطلب المسألة من الطلاب نمذجة العلاقات بين الوزن والزمن وتفسيرها. اشرح أن التمثيل البياني لا يمتد إلى ما بعد مركز الإحداثيات لأن القيم السالبة لن تكون منطقية في هذه المسألة.

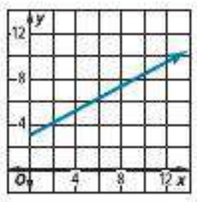
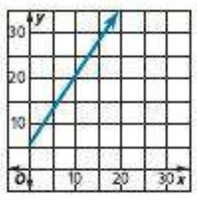
نصائح للتدريس

م.م.ر 4

يساعد السؤال التمهيدي للدرس 3.2 في شرح **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. يطلب السؤال التمهيدي من الطلاب تطبيق الأسس الحسابية التي يعلمونها من أجل التوصل إلى حل المسائل اليومية لحساب الأجور في الساعة. أرشد الطلاب إلى معرفة أن الغاية هي تحديد أزواج المتغيرات التي يؤدي فيها تغير في واحد من المتغيرات إلى تغير في المتغير الآخر.

3 الدوال الخطية

نظرة عامة على الوحدة تعرّف على بعض مما ستستكشفه في هذه الوحدة. أجب على الأسئلة التمهيدية. عند الانتهاء من كل درس، ارجع إلى تلك الصفحات للتحقق من عملك.

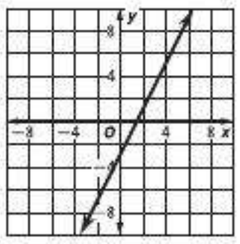
ما ستتعلمه	سؤال التمهيدي
الدرس 3.1: تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا	
بالنسبة لدالة تمثل علاقة بين كميتين، فسّر الميزات الأساسية للتمثيلات البيانية والجداول من حيث الكميات. وقم بعمل تمثيلات بيانية توضح الميزات الأساسية مع تقديم وصف كلامي للعلاقة. **يتناول أيضًا:** F.IF.7a, F.IF.2, F.IF.5, F.IF.9, NQ.1, A.REI.11, F.LE.5	 يبلغ وزن القطة 3.5 أونصة عند الميلاد ويزيد وزنها في العادة 0.5 أونصة في اليوم. اكتب معادلة تمثل وزن القطة. مثّل المعادلة بيانيًا. ماذا سيبلغ وزن القطة خلال أسبوعين؟
الدرس 3.2: حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني	
استيعاب أن التمثيل البياني لمعادلة ذات متغيرين هو مجموعة جميع حلولها مُمثلة بالنقاط على المستوى الإحداثي، وهو غالبًا ما يشكل منحنيًا (والذي قد يكون خطًا). مثّل بيانيًا الدوال الخطية والتربيعية مع توضيح التقاطعات مع المحاور، والقيم العُظمى والصُغرى.	 تبلغ رسوم خدمة أناشيد AED 5.50 في الشهر إلى جانب AED 1.50 لكل نشيد يتم تنزيله. اكتب المعادلة ومثّلها بيانيًا. كم تبلغ تكلفة شراء 10 أناشيد؟

محفوظ الحقوق بالتأليف لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_078_079_687146.indd 78 8/22/19 8:53 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الدروس المستفادة	سؤال التمهيدي
الدرس 3.3: معدل التغير والميل	
احسب مع التفسير متوسط معدل التغير للدالة (الممثلة برموز أو في صورة جدول) خلال فترة محددة. قدّر معدل التغير من التمثيل البياني. اثبت أن الدوال الخطية تزداد بفروق متساوية على مدى فترات متساوية وأن الدوال الأسيّة تزداد بعوامل متساوية على مدى فترات متساوية.	يوضح الجدول التغير في ارتفاع خط الحركة. احسب متوسط معدل التغير وحدد الزمن المطلوب للوصول إلى القاع. الارتفاع (بالقدم): 258، 225.75، 193.50، 161.25 الزمن (بالدقائق): 1، 2، 3، 4
الدرس 3.5: المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية	
اكتب كلًا من المتتاليات الحسابية والهندسية بشكل تكراري وبصيغة صريحة، واستخدمها لتمثيل المواقف والتحويل بين الصيغتين. **يتناول أيضًا:** F.LE.2, A.CED.2, F.IF.3, F.BF.1a, A.REI.11	اقترضت مبلغ AED 250 وترد منه AED 30 كل أسبوع. اكتب قانونًا يوضح مقدار دينك بعد أن تدفع 6 أقساط؟
الدرس 3.6: العلاقات التناسبية وغير التناسبية	
تعرّف على المواقف التي تتغير فيها كمية واحدة بمعدل ثابت لكل فترة بمقدار وحدة واحدة بالنسبة لغيرها. كوّن معادلات ذات متغيرين أو أكثر لتمثيل العلاقات بين الكميات؛ ومثّل هذه المعادلات بيانيًا على المحاور الإحداثية مع مراعاة التسميات والمقاييس. **يتناول أيضًا:** F.LF.BA.CED.1.1a.2 .2 .4	اكتب معادلة نصف العلاقة الظاهرة في التمثيل البياني. هل هذه علاقة تناسبية؟



حقوق النشر وتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

نصائح للتدريس

م٠م٠ر 2

يمكن استخدام السؤال التمهيدي الخاص بالدرس 3.4 للبدء بمناقشة **م٠م٠ر 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكميّة)**. ينبغي أن يتمكن الطلاب من فهم الكميات وعلاقاتها. سيكون الطلاب بحاجة إلى حساب التغير في الارتفاع على الوقت لمعرفة أن معدل التغير يساوي 32.25 ft./min ومن ثم قسمة 258 على 32.25.

نصائح للتدريس

م٠م٠ر 8

يركز السؤال التمهيدي الخاص بالدرس 3.5 على **م٠م٠ر 8 (البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه)**. تبين هذه المسألة للطلاب كيفية ملاحظة ما إذا كانت الحسابات مكررة. في المتتالية الحسابية، على الطلاب البحث عن أساس المتتالية. فإذا كان الطلاب يعانون من صعوبة في تحديد أساس المتتالية، فاطلب منهم إنشاء جدول.

نصائح للتدريس

م٠م٠ر 1

يركز السؤال التمهيدي للدرس 3.6 على **م٠م٠ر 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. ينبغي على الطلاب تذكر أن المتغير التابع يمثّل على المحور الرأسي *y* وأن المتغير المستقل يمثّل على المحور الأفقي *x*.

الوحدة 3 الهدف الأساسي من الوحدة 79

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_078_079_687146.indd 79 8/22/19 8:53 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3.1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

المعايير

يتناول أيضًا: F.IF.7a, F.IF.2, F.IF.5, F.IF.9, N.Q.1, F.LE.5, A.REI.11

معايير الممارسة في الرياضيات: 3، 4، 6، 7

المتطلبات الأساسية

- تمثيل العلاقات بين الكميات باستخدام المعادلات
- تمثيل الدوال باستخدام جدول القيم

مثال 1

الأسئلة الداعمة

- في هذا المثال، هل بإمكانك تحديد نقاط التقاطع ببساطة عبر النظر إلى الجدول؟ **نعم، يحتوي الجدول على عمود خاص بـ $y = 0$ والذي يعطي نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x، وعمود خاص بـ $x = 0$، والذي يعطي نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.**
- كيف تساعدك بنية الجدول في التمثيل البياني للدالة؟ **يمكن تمثيل نقطتي التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y بعد تحديدهما باستخدام الجدول. كما أن قيم x في الجدول تقابل القيم على طول المحور *الأفقي* x في *التمثيل* البياني وقيم y في الجدول تقابل القيم على طول المحور *الرأسي* y في *التمثيل* البياني.**

معلومات أساسية في الرياضيات

إن نقطتي التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y هما سمتان رئيستان للتمثيل البياني الخاص بالدالة الخطية. إن نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x تمثل الإحداثي x لنقطة تقاطع الرسم البياني مع المحور الأفقي x ونقطة التقاطع مع المحور الرأسي yتمثل الإحداثي yلنقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y.

ونظرًا لكون التمثيل البياني للدالة الخطية هو خط مستقيم، فمن الملائم تمثيل نقطتين فقط من أجل رسم التمثيل البياني. وعلى الرغم من أنه يمكن استخدام أي نقطتين، فمن المنطقي في أغلب الأحيان استخدام نقطتي التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y حيث إن القيمة 0 تسهّل إجراء الحسابات. قد يماثل تحديد نقاط التقاطع في جدول الدوال في سهولته إيجاد القيمتين المقابلتين لـ $y = 0$ أو $x = 0$. إذا ما مثّلت دالة ما بواسطة معادلة، فيمكن إيجاد نقاط التقاطع عبر إعطاء إحدى المتغيرين القيمة 0 والحل لإيجاد المتغير الآخر.

3.1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

الأهداف

- تمثيل الدوال الخطية بيانيًا وتوضيح نقاط التقاطع.
- إيجاد العلاقة بين مجال الدالة وتمثيلها البياني، والعلاقة التي تصفها.

إن **الدالة الخطية** دالة يمكن كتابتها بالصيغة القياسية $Ax + By = C$، حيث $A \geq 0$ وA وB لا يساويان الصفر وA وB وC أعداد صحيحة بعامل مشترك أكبر يساوي 1. عند كتابة دالة خطية بالصيغة القياسية، فإن y هي دالة x.

التمثيل البياني لدالة خطية هو خط. التمثيل البياني له تقاطع مع المحور الرأسي y حيث يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y و/أو تقاطُع مع المحور الأفقي x حيث يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x.

غالبًا ما يتم استخدام النماذج الخطية لوصف مواقف من الحياة اليومية.

مثال 1 فسّر النماذج الخطية

الاستكشاف تُحرّك مريم نموذج طائرة أثناء هبوطها النهائي. يوضح الجدول الدالة التي تربط ارتفاع الطائرة فوق الأرض والزمن الذي استغرقته الطائرة في الهبوط.

الزمن (s)	الارتفاع (ft)
x	y
0	48
2	36
4	24
6	12
8	0

a. **الاستفادة من البنية** جد التقاطعات مع المحور الأفقي x والرأسي y في التمثيل البياني للدالة. اشرح كيف توصلت لكل تقاطع.

***التقاطع مع المحور الأفقي x*: 8 ؛ التقاطع مع المحور الرأسي *y*: 48 ؛ 8 هي قيمة x عندما تكون $y = 0$ هي قيمة *y*: 48 عندما تكون $x = 0$.**

b. **استخدام نموذج** ارسم التقاطع مع المحور الأفقي x. فسّر ما يمثله.

توضح نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x عند *8* أنه بعد الهبوط لمدة 8 ثوانٍ، يبلغ ارتفاع نموذج الطائرة 0 قدم أو تكون قد وصلت إلى الأرض.

هبوط نموذج الطائرة

c. **استخدام نموذج** ارسم التقاطع مع المحور الرأسي y. فسّر ما يمثله.

توضح نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y عند *48* أن الطائرة كانت على ارتفاع 48 قدمًا فوق سطح الأرض في الزمن 0 أو قبل أن تبدأ في الهبوط.

d. **الاستفادة من البنية** هل يعطيك تعيين نقاط التقاطع مع المحور الرأسي y والمحور الأفقي x معلومات كافية لتمثيل الدالة بيانيًا؟ برر إجابتك. إذا كانت الإجابة بنعم، فاستكمل التمثيل البياني.

نعم؛ المعلومات كافية لأنه مطلوب نقطتين فقط لتمثيل خط بيانيًا.

e. **استخدام نموذج** اذكر مجالاً منطقيًا لهذا الموقف. ما الذي يمثله المجال؟

$D = \{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$؛ يمثل المجال طول المدة التي تهبط فيها الطائرة.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

80 **الوحدة 3** الدوال الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_080_083_687146.indd 80 8/22/19 8:53 PM

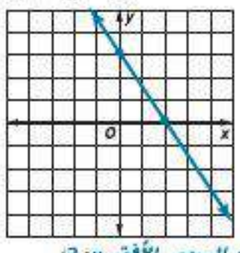
Program: UAE | Component: ISG_TE | 1st Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

عن طريق إيجاد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. سيكون لديك أزواج مرتبة للنقطتين اللتين يمر خلالهما التمثيل البياني للدالة الخطية.

مثال 2 **تمثيل الدوال الخطية بيانيًا**

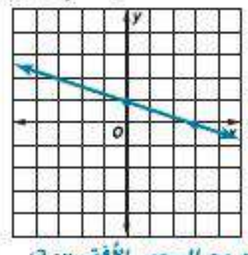
الاستفادة من البنية مثّل كل دالة خطية بيانيًا. حدد التقاطعات.

a. $3x + 2y = 6$



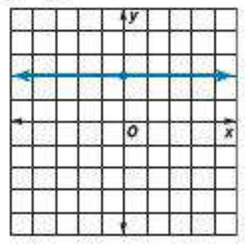
التقاطع مع المحور الأفقي x: 2؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: 3

b. $x + 3y = 3$



التقاطع مع المحور الأفقي x: 3؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: 1

c. $y = 2$

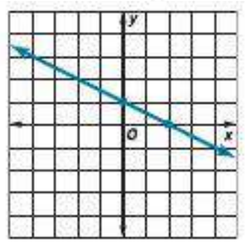


التقاطع مع المحور الرأسي y: 2

d. **الاستفادة من البنية** يمثل الجدول الموجود على اليسار دالة خطية. ما الدالة (الدوال) في **الأجزاء a–c** التي لها تمثيلات بيانية بنفس التقاطع مع المحور الأفقي x مثل الدالة التي يمثلها الجدول؟ ما الدالة (الدوال) التي لها تمثيلات بيانية بنفس التقاطع مع المحور الرأسي y؟ هل أي من الدوال في **الأجزاء a–c** لها نفس التمثيل البياني مثل الدالة التي يمثلها الجدول؟ اشرح وارسم تمثيلاً بيانيًا لتبرير إجابتك.

نفس التقاطع مع المحور الأفقي x: الجزء a؛ نفس التقاطع مع المحور الرأسي y: الجزء b؛ لا؛ على الرغم من أن أحد الرسمين البيانيين يحتوي على نفس التقاطع مع المحور الأفقي x وأحد التمثيلين البيانيين يحتوي على نفس التقاطع مع المحور الرأسي y، لا توجد دالة يحتوي تمثيلها البياني على نقطة تقاطع مع المحور الأفقي x عند 2 ونقطة تقاطع مع المحور الرأسي y عند 1.

x	y
−4	3
−2	2
0	1
2	0
4	−1



تذكّر أن دالة مثل $y = 4x - 7$ يمكن أيضًا التعبير عنها بالمعادلة $f(x) = 4x - 7$ باستخدام رمز الدالة.

مثال 3 **مثّل موقفًا من الحياة اليومية**

وجدت السيدة مها أن درجة منتصف العام في الرياضيات لكل طالب m(x) يمكن تمثيلها على شكل دالة لعدد الساعات x التي درسها الطالب لاختبار منتصف العام $m(x) = 6x + 40$. الدرجة القصوى لمنتصف العام هي 100.

a. **استخدام نموذج** ما الذي يمثله المجال في هذا السياق؟ اذكر مجالاً منطقيًا للموقف. اشرح استنتاجك.

يمثل المجال عدد الساعات التي درسها كل طالب: $D = \{x \mid 0 \le x \le 10\}$. الحد الأدنى لعدد الساعات هو 0 لأن الزمن لا يمكن أن يكون بالسالب. أقصى عدد ساعات هو 10 لأن $6(10) + 40 = 100$، الحد الأقصى لدرجة اختبار منتصف العام.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة © MARS and Education

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

أثناء دراسة الطلاب للسمات الرئيسة الخاصة بالتمثيلات البيانية للدوال الخطية، تناول م.م.ر 4 **(استخدام نماذج الرياضيات)** عبر جعلهم يفسروا مجال إحدى الدوال وسماتها الرئيسة في سياق من الحياة اليومية. في **المثال 1**، يحل الطلاب مسألةً تتضمن إطلاق نموذج طائرة عبر تفسير معنى مجال الدالة الخطية ونقاط تقاطع تمثيلها البياني. ومن خلال تفسير هذين المعنيين في موقف عملي، يعزز الطلاب مهاراتهم في التمثيل البياني للدوال الخطية إضافةً إلى فهمهم للكيفية التي يمكن وفقها استخدام الدوال الخطية لحل مسائل في الحياة اليومية.

مثال 2

م.م.ر 7

نصائح للتدريس

واصل تركيز انتباه الطلاب إلى البنية أثناء تمثيلهم الدوال الخطية بيانيًا. لاحظ أن على الطلاب في **الجزء d** مقارنة الدوال الممثلة جبريًا وبيانيًا وعدديًا في الجداول.

الأسئلة الداعمة

- إذا كانت لدينا دالة خطية ممثلة في شكل معادلة، فكيف بوسعك تمثيل الدالة بيانيًا باستخدام نقاط التقاطع؟ **نعطي y القيمة 0 ونحل المعادلة من أجل x لإيجاد نقطة التقاطع من المحور الأفقي x. نعطي x القيمة 0 ونحل المعادلة من أجل y لإيجاد نقطة التقاطع من المحور الرأسي y. نمثل نقطتي التقاطع ونرسم خطًا يمر بهما.**
- هل للتمثيلات البيانية لجميع الدوال الخطية نقطة تقاطع مع المحور الأفقي **x** ونقطة تقاطع مع المحور الرأسي **y**؟ استخدم أحد التمثيلات البيانية التي أنشأتها **في الأجزاء a–c** لمساعدتك في تبرير إجابتك. **لا؛ إذا كان $a = 0$ و $b \neq 0$، فإن التمثيل البياني الخاص بـ $y = b$ هو خط أفقي لا يتقاطع مع المحور الأفقي x. على سبيل المثال، التمثيل البياني الخاص بـ $y = 2$ في الجزء c ليس له نقطة تقاطع مع المحور الأفقي x.**
- هل من الممكن الإجابة عن الأسئلة في **الجزء d** بدون التمثيل البياني للدوال؟ إذا كان كذلك، فوضح الكيفية. **نعم؛ يمكن استخدام المعادلات لتحديد نقاط التقاطع عبر إعطاء القيمة 0 لكل متغير والحل لإيجاد المتغير الآخر. وبعدها يمكن مقارنة نقطتي التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y مع النقاط الخاصة بالدالة المبينة في الجدول.**

81 3.1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_080_083_687146.indd 81 8/22/19 8:53 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 6

في **المثال 3**، يفسر الطلاب العبارات التي تستخدم ترميز الدوال في سياق من الحياة اليومية. أكّد على أن الدقة والانتباه إلى التفاصيل جانبان أساسيان أثناء حل الطلاب للمعادلات باستخدام ترميز الدوال وتفسير الحلول في المواقف العملية.

الأسئلة الداعمة

- إذا كان التمثيل البياني للدالة $f(x) = mx + b$ يماثل التمثيل البياني لـ $y = mx + b$ إذًا، ما الدالة التي يطلب منك تمثيلها بيانيًا في **المثال 3 الجزء b**؟ **$y = 6x + 40$.**
- ما الذي تعنيه $m(4)$ في هذا المثال؟ **في ترميز الدالة، تمثل $m(4)$ قيمة الدالة $m(x)$ عندما تكون $x = 4$. ويجري إيجادها عبر إحلال القيمة 4 مكان x وحساب $40 + 6(4)$.**
- كيف يمكن استخدام التمثيل البياني الخاص بـ $m(x)$ من أجل إيجاد $m(4)$؟ **عيّن موضع 4 على المحور الأفقي x. ثم أوجد النقطة على التمثيل البياني $m(x)$ والتي تمثل القيمة 4 الإحداثي x الخاص بها. ويمثل الإحداثي y لهذه النقطة قيمة $m(4)$.**

b. الاستفادة من البنية مثّل الدالة m(x) بيانيًا. ضع عنوانًا للتمثيل البياني إلى جانب مُسميات كل محور. اشرح.

يستند المحور الأفقي x إلى المجال، وهو $0 \le x \le 10$. يمتد المحور الرأسي y من 0 إلى 100، بما أن الحد الأقصى للتمثيل هو 100.

c. الاستفادة من البنية حدد التقاطع مع المحور الرأسي y. ناقش دلالته في هذا الموقف.

تمثل نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y عند 40 أقل درجة يمكن تسجيلها في اختبار نصف العام.

d. التواصل بدقة جِد m(4). ثم اشرح معنى m(4) في السياق المعني.

$m(4) = 64$: حصل الطالب الذي درس 4 ساعات على درجة $40 + 6(4)$ أو 64.

e. نقد الاستنتاج صنع داوود تمثيلاً بيانيًا للدالة $h(x) = 73$. وهو يقول إن الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيلين البيانيين h(x) وm(x) هو حل المعادلة $h(x) = m(x)$. هل توافق على رأي داوود؟ استخدم التمثيل البياني أعلاه لشرح إجابتك.

نعم؛ لأن التمثيل البياني $h(x)$ خط أفقي، والإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيلان البيانيان $m(x)$ و$h(x)$ هي 5.5، إذًا $x = 5.5$ و $h(5.5) = m(5.5)$.

تمرين

يهبط كمال تلًا صخريًا. يوضح الجدول الدالة التي تربط بين بُعد كمال عن قاع التل الصخري والزمن الذي استغرقه في النزول. استخدم الجدول في حل التمارين 1-4.

الزمن (min)	الارتفاع (ft)
x	y
0	28
2	20
4	12
7	0

1. **استخدام نموذج** جِد التقاطعين مع المحور الأفقي x والرأسي y. ما الذي يمثله كل تقاطع في هذا السياق؟

التقاطع مع المحور الأفقي x:7؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: 28؛ يمثل التقاطع مع المحور الأفقي x عدد الدقائق التي يستغرقها كمال للوصول إلى قاع التل الصخري؛ يمثل التقاطع مع المحور الرأسي y ارتفاعه المبدئي فوق قاع التل الصخري.

2. **الاستفادة من البنية** مثل الدالة بيانيًا. ضع عنوانًا للتمثيل البياني إلى جانب مُسميات كل محور. اشرح.

استغرق كمال 7 دقائق للنزول من التل الصخري. لذلك رسمت المحور الأفقي x من 0 إلى 10. نزل كمال لمسافة 28 ft. لذلك رسمت المحور الرأسي y من 0 إلى 40 وكان التدرج بمقدار 4.

3. **استخدام نموذج** اذكر مجالاً منطقيًا لهذا الموقف. ما الذي يمثله المجال؟

$D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}$: يمثل المجال مقدار الزمن الذي أمضاه كمال في النزول من التل الصخري.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

أخطاء شائعة

من الأخطاء الشائعة التي يرتكبها الطلاب عند استخدام نقاط التقاطع لتمثيل الدوال الخطية بيانيًا العكس بين نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. ويمكن أن يحدث هذا الخلط في حال عدم إمعان بعض الطلاب التفكير في منطق إيجاد نقاط التقاطع. حيث يمكن أن يغيب عن بعضهم أن إيجاد نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x يتم عبر إعطاء y القيمة 0 وبالعكس. شجع الطلاب على الحدّ من احتمال ارتكاب هذا الخطأ الشائع عبر التحقق من نقاطٍ أخرى على التمثيل البياني للتأكد من تحقيقها المعادلة. أكّد على أن المعادلة الخاصة بالمحور الأفقي x هي $y = 0$ وأن المعادلة الخاصة بالمحور الرأسي y هي $x = 0$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_080_083_687146.indd 82 8/22/19 8:53 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

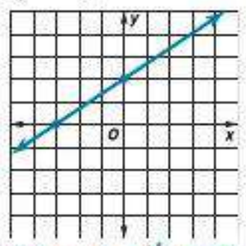
4. **بناء الفرضيات** يهبط كلًا من عائشة وراوية أيضًا تلًا صخريًا. يتم تمثيل ارتفاع عائشة فوق الأرض بعد x من الدقائق بالدالة $h(x) = -5x + 30$. يوضح الجدول الدالة التي تربط بين ارتفاع راوية فوق قاع التل الصخري والزمن الذي استغرقته في النزول. من الذي يبدأ من أعلى ارتفاع، كمال أم عائشة أم راوية؟ من يصل إلى الأرض في أقل لزمن؟ اشرح كيف يمكنك حل المسألة باستخدام التقاطعات.

الزمن (min)	الارتفاع (ft)
x	y
0	32
2	24
4	16
8	0

بدأت راوية من أعلى ارتفاع؛ وصلت عائشة إلى الأرض في أقل لزمن. يتم تمثيل الارتفاع المبدئي بالتقاطع مع المحور الرأسي y؛ الزمن المنقضي في النزول هو التقاطع مع المحور الأفقي x.

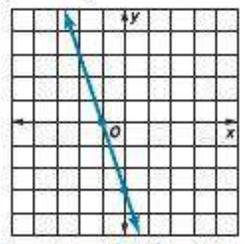
5. **الاستفادة من البنية** مثّل كل دالة خطية بيانيًا. حدد التقاطعات.

a. $2x - 3y = -6$



التقاطع مع المحور الأفقي x: 3− ؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: 2

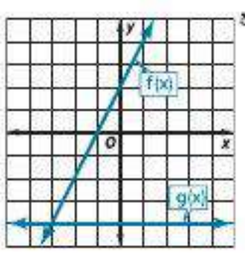
b. $3x + y = -3$



التقاطع مع المحور الأفقي x: 1− ؛ التقاطع مع المحور الرأسي x: 3−

للتمرينين 7–6، $g(x) = -4$ و $f(x) = 2x + 2$.

6. **التواصل بدقة** تعمل ياسمين على حل $f(x) = g(x)$. مثّل بيانيًا $g(x)$ و $f(x)$ وسمهما. كيف تستطيع ياسمين استخدام التمثيلات البيانية لإيجاد الحل؟



الإحداثي x للنقطة حيث يتقاطع التمثيلان البيانيان هو الحل. الإحداثي x هو 3-. لذلك فالحل هو $x = -3$.

7. **الاستفادة من البنية** جد $f(-3)$. كيف تستطيع استخدام التمثيل البياني لإيجاد هذه القيمة؟

$f(-3) = -4$؛ جد الإحداثي y للنقطة على التمثيل البياني $y = 2x + 2$ حيث الإحداثي x هو 3−.

8. **استخدام نموذج** علي لديه 18 AED ليشتري بها المكسرات والبسكويت لحفلة. إذا كانت تكلفة المكسرات تبلغ 3 AED للرطل وتكلفة البسكويت تبلغ 2 AED للرطل، يمكن تمثيل هذا الموقف بالدالة الخطية $3x + 2y = 18$. حيث x يمثل أرطال المكسرات وy هو أرطال البسكويت. مثّل الدالة بيانيًا. ما الذي يمثله كل تقاطع من حيث السياق؟

يمثل التقاطع مع المحور الأفقي x عدد أرطال المكسرات التي يمكن شراؤها إذا لم يتم شراء بسكويت؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو عدد أرطال البسكويت الذي يمكن شراؤه إذا لم يتم شراء مكسرات.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح بيرسون © Pearson Education

تدريب

ربط التمارين بالمعايير

يطلب **التمرين 1** من الطلاب شرح نقطتي التقاطع مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للدالة الخطية، وفقًا لـ **F.IF.4**.

على الطلاب في **التمرين 2**، أن يمثلوا بيانيًا دالة خطية عبر اختيار مقياس رسم ملائم خاص بالسياق من الحياة اليومية المعطى، بموجب **N.Q.1**.

على الطلاب في **التمرين 3** ربط مجال الدالة الخطية بتمثيلها البياني عبر تحديد مجال منطقي للسياق المعطى، بما يحقق **F.IF.5**.

على الطلاب في **التمرين 4** مقارنة خواص الدوال الممثلة جبريًا وعدديًا في الجدول، بما يحقق **F.IF.9**.

على الطلاب في **التمرين 5** التمثيل البياني للدوال الخطية، بما يحقق **F.IF.7a**.

على الطلاب في **التمرين 6** استخدام التمثيلين البيانيين لدالتين خطيتين كي يحددوا متى تكون الدالتان متساويتان، وذلك بما يحقق **A.REI.11**.

على الطلاب في **التمرين 7** استخدام ترميز الدالة وتقييم الدالة الخاصة بقيمة معطاة في المجال، بما يحقق **F.IF.2**.

على الطلاب في **التمرين 8** شرح نقطتي تقاطع التمثيل البياني لدالة خطية وفق السياق المعطى، بما يحقق **F.LE.5**.

عرض المعايير

تمرين	م٠م٠ر
1	4
2	7
3	4
4	3
5	7
6	6
7	7
8	4

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_080_083_687146.indd 83 8/22/19 8:53 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3.2 حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

المتطلبات الأساسية

- التمثيل البياني للدوال الخطية وإيجاد نقاط التقاطع

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يستخدم الطلاب بنية التمثيل البياني الذي رسموه لتحليل العلاقة بين المعادلة الخطية والدالة الخطية المتصلة بها. ومن خلال النظر في الزوج المرتب الذي يمثل نقطة التقاطع الخاصة بالدالة مع المحور الأفقي x، يستطيع الطلاب تكوين الرابط بين صفر الدالة الخطية وحل المعادلة الخطية $2.4x - 6 = 0$.

الأسئلة الداعمة

- كيف تساعدك بنية التمثيل البياني في حل المعادلة؟ **إن حل المعادلة هو قيمة x بحيث $y = 0$ والتي تمثل نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x.**
- لماذا تشكّل نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x حل معادلة رنا؟

إن التقاطع مع المحور x هو النقطة التي يتقاطع فيها التمثيل البياني مع المحور الأفقي x ولجميع النقاط الواقعة على المحور الأفقي x إحداثي y يساوي 0.

معلومات أساسية في الرياضيات

لقد سبق للطلاب رسم دوال خطية والتعرف على سماتها الرئيسة، مثل نقطتي التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. وفي هذا الدرس، سيطبقون ما يعرفونه عن التمثيل البياني للدوال الخطية على حل المعادلات الخطية.

إن أي قيمةٍ تجعل المعادلة صحيحة هي حل أو جذر للمعادلة. يساوي حل المعادلة الخطية قيمة الصفر للدالة الخطية المتصلة بها. ويقع صفر الدالة الخطية عند نقطة تقاطع الدالة مع المحور الأفقي x، بحيث يمكن حل المعادلة عبر التمثيل البياني للدالة ذات الصلة وإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x. يمكن أن يسهل استخدام التكنولوجيا، الحاسبة البيانية، حل المعادلات الخطية من خلال التمثيل البياني.

3.2 حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني

الأهداف

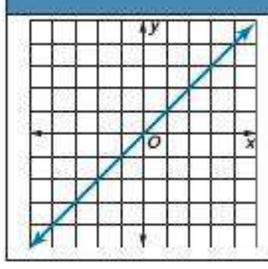
- فهم كيفية ارتباط المعادلات الخطية والدوال الخطية.
- إيجاد أصفار الدوال الخطية عن طريق التمثيل البياني.

المعادلة الخطية لها حل واحد كحد أقصى أو **جذر**. يمكنك حل معادلة خطية عن طريق التمثيل البياني **لدالتها الخطية** ذات الصلة. لحل $ax + b = 0$، فكّر في التمثيل البياني للدالة الخطية المرتبطة $f(x) = ax + b$. بما أن $f(x) = 0$ عند التقاطع مع المحور الأفقي x، فإن التقاطع مع المحور الأفقي x هو حل المعادلة. إذا كانت الدالة ذات الصلة ليس لها تقاطع مع المحور الأفقي x، فليس للمعادلة حل.

المفهوم الأساسي

استكمل الجدول عن طريق كتابة المعلومات المقابلة للدالة الخطية الرئيسة. ثم قم بتمثيل هذه الدالة بيانيًا على مستوى إحداثي.

الدالة الخطية الأصلية $f(x) = x$	
نوع التمثيل البياني:	خطي
المجال:	جميع الأعداد الحقيقية
المدى:	جميع الأعداد الحقيقية



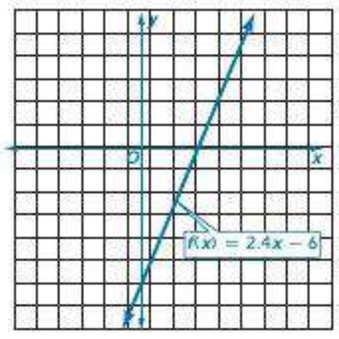
مثال 1 **استكشاف المعادلات الخطية**

الاستكشاف تعمل رنا على حل المعادلة الخطية $2.4x - 6 = 0$

a. **تفسير المسائل** مثّل الدالة ذات الصلة بيانيًا $f(x) = 2.4x - 6$

b. **الاستفادة من البنية** كيف ترتبط الأزواج المرتبة للنقاط التي تشكل التمثيل البياني بالدالة $f(x) = 2.4x - 6$؟

التمثيل البياني هو مجموعة كل النقاط ممثلة في أزواج مرتبة (x, y) تجعل الدالة حقيقية.



c. **تفسير المسائل** ما التقاطع مع المحور الأفقي x؟ ما الارتباط بين التقاطع مع المحور الأفقي x ومعادلة رنا $2.4x - 6 = 0$؟ أدرج مصطلحات الجذر والصفر والحل في شرحك.

التقاطع مع المحور الأفقي x هو 2.5. التقاطع مع المحور الأفقي x، وهو صفر الدالة $f(x) = 2.4x - 6$، هو جذر أو حل المعادلة $2.4x - 6 = 0$. إنها القيمة التي تجعل $2.4x - 6$ تساوي 0.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_084_087_687146.indd 84 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

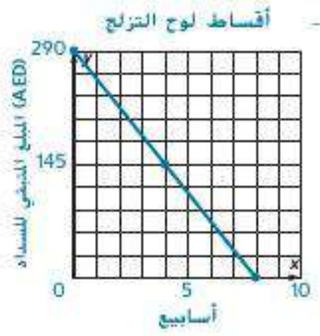
d. **التفكير بطريقة كمية** كيف تستطيع رنا استخدام التمثيل البياني للدالة لحل المعادلة $2.4x - 6 = 6$؟
تمكنت رنا من التوصل إلى الإحداثي x للنقطة التي يساوي y عندها 6 على التمثيل البياني. قيمة x تبلغ 5. لذلك هذا هو حل المعادلة.

يمكن تمثيل مواقف مع الحياة اليومية بمعادلات خطية يمكن بعد ذلك حلها بالتمثيل البياني.

مثال 2 **حل معادلة**

اشترى سلطان لوح تزلج جديدًا بالتقسيط مقابل تكلفة إجمالية تبلغ 290 AED. سيسدد مدفوعات بقيمة 36.25 AED كل أسبوع إلى أن يتم سداد المبلغ المتبقي.

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة يمكن حلها لتحديد عدد الأسابيع المطلوبة لسداد المبلغ واكتب الدالة ذات الصلة. ثم املأ جدول القيم واستخدمه في التمثيل البياني للدالة.
$290 - 36.25x = 0$ أو $y = 290 - 36.25x$ أو $f(x) = 290 - 36.25x$



x	$y = 290 - 36.25x$	y	(x, y)
0	$y = 290 - 36.25(0)$	290	(0, 290)
4	$y = 290 - 36.25(4)$	145	(4, 145)
8	$y = 290 - 36.25(8)$	0	(8, 0)

b. **الاستفادة من البنية** كيف ترتبط مجموعة الحل التي يعبر عنها التمثيل البياني بحل المعادلة؟ كيف ترتبط بالموقف؟
يعبر التمثيل البياني عن مجموعة كل حلول $y = 290 - 36.25x$؛ قيمة x لـ $y = 0$ هي حل المعادلة $290 - 36.25x = 0$. الحلول في الربع الأول فقط هي المنطقية لهذا الموقف، بما أن المبلغ أو عدد الأسابيع لا يمكن أن يكون بالسالب.

c. **بناء فرضيات** كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني لتحديد عدد الأسابيع التي سيدفع فيها سلطان؟ صف كيف يمكنك التأكد من صحة حلك.
الحل هو صفر أو التقاطع مع المحور الأفقي x ومنه $y = 290 - 36.25x$. وقيمته 8. لذلك فإن سلطان سيدفع أقساط لمدة 8 أسابيع. للتحقق من صحة الحل، ضع 8 مكان x في المعادلة $y = 290 - 36.25(8) = 0$: $290 - 36.25x = y$.

يمكن استخدام التقنية في حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني. على سبيل المثال، عند تمثيل دالة خطية بيانيًا على حاسبة، يؤدي الضغط على **TRACE** إلى عرض مؤشر يتحرك على التوالي بطول الخط مع عرض قيم x وy لكل موقع أسفل الشاشة.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح بيرسون © Pearson Education

التدريس المتمايز

يمكن أن يستفيد المتعلمون أصحاب النمط البصري والحركي من التركيز على صورة المبلغ المتناقص كشيء مألوف "يهبط." فعلى سبيل المثال، يمكن أن يفكر المتعلمون أصحاب النمط البصري في المبلغ المتناقص على أنه مقياس جمع التبرعات في الماراثون التلفزيوني لجمع التبرعات، ولكن الخط الأحمر المستهدف ينزل للأسفل بدلاً من أن يرتفع. في حين يمكن أن يفكر المتعلمون أصحاب النمط الحركي في سداد المبلغ المستحق على أنه هبوط من جبل. وبالنسبة للمتعلمين أصحاب النمط الحركي و البصري، يمكن أن تعزز هذه الصور التمثيلات العددية والجبرية. وبما أن التمثيل البياني للدالة هو خط مستقيم هابط، فإن الاستعارة المألوفة تعزّز التمثيل البياني للمبلغ المتناقص أيضًا.

مثال 2

م.م.ر 7

نصائح للتدريس

لقد سبق للطلاب تمثيل مواقف من الحياة اليومية بواسطة دوال خطية. ويمكن أن يعتمد الطلاب على هذه المهارات في وضع نماذج لمواقف من الحياة اليومية عبر كتابة معادلات خطية وحلها، ومن ثم عبر حل هذه المعادلات من خلال التمثيل البياني. ناقش الطلاب للتحقق من فهمهم للعلاقة بين المعادلة الخطية والدالة الخطية ذات الصلة.

الأسئلة الداعمة

- ما وجه اختلاف حالة سلطان ذات الدالة الخطية $y = 290 - 36.25x$ عن وضع نماذج للحالة من خلال المعادلة الخطية ذات المتغير الواحد $290 - 36.25x = 0$؟
تمثل الدالة الخطية المبلغ المتبقي الواجب دفعه في كل عدد محتمل من الأسابيع وكذلك أجزاء الأسابيع الواقعة ضمن المدة. تمثل المعادلة الخطية المبلغ المدفوع لأسبوع واحد بالضبط، وهو الأسبوع الذي يسدّد فيه المبلغ المتبقي للوح التزلج على الجليد.
- إذا زاد سلطان المبلغ المسدد أسبوعيًا، فكيف ستتغير المعادلة والتمثيل البياني للدالة ذات الصلة؟ وهل سيسدد عددًا أكبر أو أقل من الدفعات الأسبوعية؟ اشرح. **في المعادلة، سيزداد معامل x، وسيصبح التمثيل البياني خطًا متناقصًا أكثر انحدارًا، وسيفدو سلطان يسدد عددًا أقل من الدفعات الأسبوعية لأن نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x ستكون أقل من 8.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_084_087_687146.indd 85 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يمكن أن يرى الطلاب ذوو الأنواع المختلفة من الآلات الحاسبة إعداداتٍ مختلفةً للشاشة عما هو مبين في شاشات الآلات الحاسبة الموضحة في المثال. أكّد على أن إعداد شاشة ZDecimal يغير تزايد المؤشر إلى 0.1.

الأسئلة الداعمة

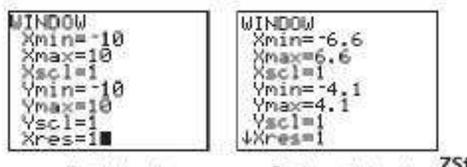
- إذا كنت تستخدم إعداد سامية للشاشة من أجل حل المعادلة الخطية، وإذا عرضت الدالة الخطية ونقطة التقاطع الخاصة بها على المحور الأفقي x على شاشة الآلة الحاسبة. فما المعطيات التي تعرفها عن حل المعادلة؟ اشرح. **يقع الحل بين القيمتين Xmin و Xmax لإعداد ZDecimal الخاص بالشاشة. وبما أن نقطة التقاطع الخاصة بالدالة مع المحور الأفقي x هي جذر المعادلة، فلا بد أن تقع نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x بين هاتين القيمتين اللتان ستظهران على الشاشة.**
- يقول أحد الطلاب أنه إذا رسمت الدالة ذات الصلة بمعادلة خطية بيانيًا على آلة حاسبة ولم تستطع إيجاد نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x عبر استخدام TRACE، فلن يكون للمعادلة حل. هل تتفق معه؟ اشرح. **لا، فنظرًا لطريقة عمل TRACE، لا يستقر المؤشر بالضبط على $y = 0$ عند ضغط السهمين الأيسر والأيمن. كما يتضح من تجربة تامر، لا يعني هذا بالضروري أن المعادلة ليس لها حل.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

قد تحتاج إلى استخدام **المثال 3** لتناول م.م.ر 5 **(استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية)**. ربّما يذكر بعض الطلاب أنهم استطاعوا حل المعادلة الخطية جبريًا بصورةٍ أسهل من طريقة التمثيل البياني. ذلك صحيحًا في الكثير من المعادلات الخطية. ولكن حلّ المعادلات الخطية على الحاسبة البيانية عبر وظيفة TRACE يضيف المزيد من العمق إلى فهم الطلاب للمعادلات الخطية، وذلك لأنّ بوسعهم استكشاف قيم الدالة ذات الصلة مع اقترابهم من الحل. وبالإضافة إلى ذلك، فمن شأن حل المعادلات الخطية عبر التمثيل البياني أن يمنح الطلاب بدايةً قويةً حين يرغبون بحل معادلاتٍ أصعب، كالمعادلات التربيعية.

مثال 3 **استخدام التقنية لحل معادلة**

يستخدم كل من سامية وتامر الحاسبات البيانية في حل المعادلة $0.875x - 2.45 = 0$. تقول سامية إنها وجدت حلاً دقيقًا باستخدام TRACE. يقول تامر إنه لم يستطع التوصل إلى إجابة دقيقة باستخدام TRACE واضطر إلى وضع حل تقديري. أدخل كلا الطالبين الدالة الصحيحة في الحاسبة. اختارت سامية ZDecimal واختار تامر ZStandard من قائمة ZOOM مما أدى إلى إعدادات النافذة المعروضة على اليسار.



إعدادات سامية

إعدادات تامر

a. **استخدام الأدوات** أدخل الدالة في حاسبتك البيانية واضغط على ZOOM واختر خيار سامية.
استخدم TRACE للتوصل إلى قيمة النقاط على التمثيل البياني. كيف يرتبط كل زوج من قيم x وy بالمعادلة $y = 0.875x - 2.45$؟
يمثل كل زوج من قيم x وy الزوج المرتب للنقطة المقابلة على التمثيل البياني وهو حل للمعادلة $y = 0.875x - 2.45$.

b. **التعليق على الاستنتاج** صف كيف قد تكون سامية استخدمت TRACE لحل المعادلة. ما الحل؟
لماذا في رأيك كانت واثقة من دقة حلها؟
اضغط على TRACE، ثم اضغط على السهم الأيمن إلى أن تصبح $y = 0$؛ الحل: $x = 2.8$؛ تحققت سامية من الجذر بوضع 2.8 مكان x في المعادلة $0.875x - 2.45 = 0$: $0.875(2.8) - 2.45 = 2.45 - 2.45 = 0$.

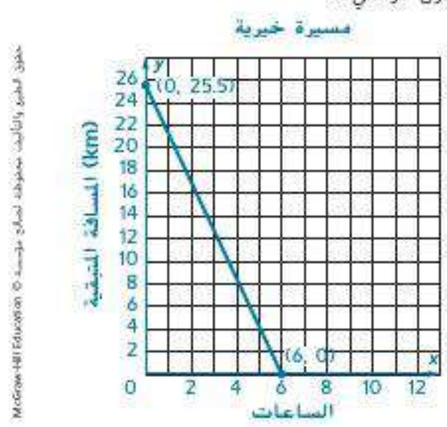
c. **الاستفادة من البنية** والآن اضغط على ZOOM وحدد خيار تامر. مرة أخرى استخدم TRACE للتوصل إلى قيمة النقاط على التمثيل البياني. صف ما يمكن أن يحدث عندما يحاول تامر حل المعادلة.
عندما ضغطا على TRACE، تحرك المؤشر بزيادات ولهذا لم تكن قيمة y عند 0 بالضبط أبدًا. لم يستطع تامر أن يجد التقاطع مع المحور الأفقي x، ولهذا لم يستطع حل المعادلة.

تمرين

1. **استخدام نموذج** ياسمين تشارك في مسيرة خيرية لمسافة 25.5 كيلومتر. تسير بمعدل يبلغ 4.25 km في الساعة. إذا سارت ياسمين بنفس السرعة طوال الحدث، ما الزمن الذي ستستغرقه لاستكمال المسيرة؟

a. استكمل الجدول ومثّل بيانيًا الدالة التي تبين الموقف. حدد التقاطعين مع المحول الرأسي x والأفقي y وضع اسمًا لهما.

x	$y = 25.5 - 4.25x$	y	(x, y)
0	$y = 25.5 - 4.25(0)$	25.5	(0, 25.5)
3	$y = 25.5 - 4.25(3)$	12.75	(3, 12.75)
6	$y = 25.5 - 4.25(6)$	0	(6, 0)



McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_084_087_687146.indd 86 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

b. ما الذي يمثله التقاطعان مع المحور الأفقي x والرأسي y في هذا الموقف؟
يمثل التقاطع مع المحور الأفقي x الذي يبلغ (6) عدد الساعات التي ستحتاجها ياسمين لاستكمال المسيرة؛ ويمثل التقاطع مع المحور الرأسي y الذي يبلغ (25.5) طول المسيرة.

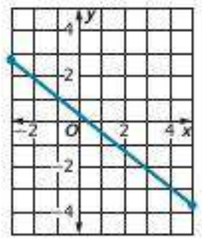
c. بعد أن سارت ياسمين مسافة 17 km. ما الزمن الإضافي الذي ستحتاجه لاستكمال المسيرة؟
اشرح كيف يمكنك استخدام هذا التمثيل البياني في الإجابة على السؤال.
باستخدام التمثيل البياني للدالة $y = 25.5 - 4.25x$، أستطيع تحديد قيمة x عندما y تساوي 8.5 km = 17 - 25.5 واستخدم قيمة التقاطع مع المحور الأفقي x. قيمة x هي 4 عندما $y = 8.5$ وقيمة التقاطع مع المحور الأفقي x هي 6. لهذا فإن ياسمين لديها $6 - 4 = 2$ ساعات أخرى لتسيرها.

d. تقول ريهام صديقة ياسمين إنك يمكنك إعادة كتابة الدالة باستخدام 8.5 باعتبارها القيمة الثابتة في المعادلة بدلاً من 25.5. هل كانت ستصل إلى الحل؟ اشرح.
نعم: وعندها يمثل التقاطع مع المحور الرأسي y المسافة التي ما زال على ياسمين أن تقطعها والتقاطع مع المحور الأفقي x هو الزمن الذي ستستغرقه في قطع تلك المسافة.

2. **التفكير بطريقة كميّة** كيف يمكنك التوصل إلى حل $ax + b = c$ بالتمثيل بيانيًا؟ حدد أي قيود على قيم a وb وc.
مثّل بيانيًا $y = ax + b$ وجد قيمة x عندما تكون $y = c$. قيمة الإحداثي x عندما يكون الإحداثي y هو c هي $\frac{c-b}{a}$. يمكن أن يكون b وc أي أعداد حقيقية لكن a لا يمكن أن تساوي 0 لأن قيمة x لا تكون محددة عندما a = 0: الخط يوازي المحور الرأسي y عندما $a = 0$.

3. تريد بهيرة تمثيل الدالة $y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}$ **بيانيًا** حيث $-2 \le x \le 5$.

a. **التواصل بدقة** مثّل بيانيًا للدالة $y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}$ على المستوى الاحداثي. حدد واذكر اسم أي من التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الراسي y إلى جانب أي قيم x حيث توجد القيمة العظمى أو الصغرى من y.



x	$-\frac{4}{5}x+\frac{2}{5}$	y	(x, y)
−2	$-\frac{4}{5}(-2)+\frac{2}{5}$	2	−2, 2
0	$-\frac{4}{5}(0)+\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$(0, \frac{2}{5})$
5	$-\frac{4}{5}(5)+\frac{2}{5}$	$-\frac{18}{5}$	$(5, -\frac{18}{5})$

تتحقق قيمة y العظمى عندما $x = -2$؛ وتتحقق قيمة y الصغرى عندما $x = 5$

b. **الاستفادة من البنية** تقول بهيرة إنها تستطيع التوصل إلى حل $-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5} = 0$ باستخدام التمثيل البياني. اشرح كيف أمكنها القيام بذلك. ما الحل؟
تستطيع أن تتوصل إلى قيمة x على التمثيل البياني عندما تكون $x = \frac{1}{2}$؛ $y = 0$.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة © Marshall Cavendish Education

أخطاء شائعة

يتمثل أحد الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطلاب عند استخدام الآلة الحاسبة لحل معادلة عبر التمثيل البياني عدم إدخالهم للإعدادات الصحيحة في نافذة التمثيل البياني. وفي بعض الأحيان، إذا لم يتم تحديد القيمتين الصغرى والعظمى على النحو الصحيح، فقد لا يظهر التمثيل البياني على الإطلاق. ولكن هذا لا يعني أن التمثيل البياني ليس موجودًا أو أن المعادلة ليس لها حل. فقد يكون التمثيل البياني ببساطةٍ في مكانٍ ما خارج حدود شاشة الآلة الحاسبة. وإذا حدث ذلك، فربما يحتاج الطلاب إلى ضغط زر WINDOW وضبط الإعدادات. ذكّر الطلاب أن ضغط زر ZOOM واختيار ZDecimal يضبط الشاشة بحيث يتحرك مؤشر TRACE بزيادات تساوي 0.1. وعلى الرغم من أن حجم الشاشة محدود بهذا الخيار، فيمكن تحريك المؤشر إلى $y = 0$.

تدريب

ربط التمارين بالمعايير

في **التمرين 1**، على الطلاب موقف من الحياة اليومية بواسطة دالة خطية ومن ثم حل المعادلة باستخدام التمثيل البياني الخاص بالدالة، بما يحقق كلاً من A.REI.10 وF.IF.7a.

في **التمرين 2**، على الطلاب وصف كيفية التوصل إلى حل $ax + b = c$ عبر التمثيل البياني وتحديد أي قيود على a و b وc، بما يحقق A.REI.10.

في **التمرين 3**، على الطلاب التمثيل البياني للدالة خلال فترة محددة وإيجاد حل لمعادلة ذات صلة باستخدام ذلك التمثيل البياني، بما يحقق كلاً من A.REI.10 وF.IF.7a.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	4
2	2
3	6, 7

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_084_087_687146.indd 87 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | 1st Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

3.3 الميل ومعدل التغير

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: 2، 3، 5، 6، 7

المتطلبات الأساسية

- تمثيل الأزواج المرتبة بيانيًا على المستوى الإحداثي

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

إذا أشار الطلاب إلى أنه من غير الضروري تكرار الحسابات لأن من الواضح أن الفرق على الدوام هو 2−، فاشرح أن الملاحظة البصرية للنمط المتكرر من شأنه أن يفيد لاحقًا عند إجراء الحسابات بواسطة متغيرات وليس أعدادًا حقيقية.

الأسئلة الداعمة

- كيف يحسب الفرق بين قيم *y*؟ **تطرح قيمة *y* المقابلة لـ *x* من قيمة *y* المقابلة لـ 1 − *x*.**
- كيف تساعدك الفروق بين قيم *y* المبينة في الجدول في تفسير التمثيل البياني؟ **تساعدك رؤية الفروق في الجدول في معرفة أنه في كل مرة تزداد فيها قيمة *x* بمقدار 1، تنخفض قيمة *y* بمقدار 2.**

معلومات أساسية في الرياضيات

يدرس الطلاب ميل الدوال الخطية ومعدل تغيرها عبر النظر في الكيفية التي تتغير وفقها قيم *y* خلال فترات فاصلة متساوية لـ *x*. وفي أكثر الحالات بساطةً، ينظر الطلاب في التغيرات في قيمة *y* في كل مرة تتغير فيها قيمة *x* بمقدار 1. بما أن الميل ومعدل التغير هما نسبتا تغيرٍ في قيم *y* إلى التغير في القيم المقابلة لـ *x*، فإن الفرق بين قيم *y* يساوي كلا من الميل ومعدل التغير عندما تتغير *x* ضمن فترة زمنية مقدارها وحدة واحدة. عندما لا يساوي الفرق 1، فيجب تقسيم الفرق بين قيم *y* على الفرق بين القيم المقابلة لـ *x* من أجل إيجاد الميل ومعدل التغير.

3.3 معدل التغير والميل

الأهداف

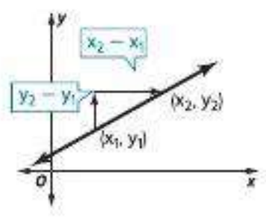
- إيجاد متوسط معدل التغير لدالة على مدار فترة.
- إثبات أن الدوال الخطية تتغير باختلافات متساوية على مدار فترات متساوية.

الدالة الخطية هي دالة يكون التمثيل البياني لها عبارة عن خط. إحدى طرق وصف التمثيل البياني لدالة خطية هي إيجاد **ميلها**، الذي يحدد مدى انحدار الخط. الميل: معدل التغير في إحداثيات *y* **(تغير رأسي)** بالنسبة إلى التغير في إحداثيات *x* **(تغير أفقي)**.

المفهوم الأساسي

أكمل الجدول.

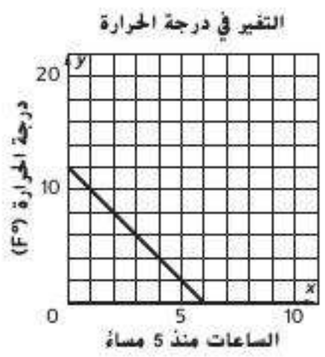
الميل	
الشرح	ميل الخط غير الرأسي: نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.
الرموز	الميل *m* للخط غير الرأسي بين أي نقطتين (x_1, y_1) و(x_2, y_2) يمكن التوصل إليه كالتالي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ← التغير في y ← التغير في x



يمكن استخدام الميل لوصف **معدل تغير**، وهو نسبة تصف في المتوسط مقدار تغير كمية واحدة بالنسبة إلى كمية أخرى. إذا كان x متغيرًا مستقلاً و y متغيرًا تابعًا، فإن معدل التغير = $\frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$.

مثال 1 استكشاف معدل التغير والميل

الاستكشاف ظهر التمثيل البياني أدناه في تقرير أحوال الطقس على التلفاز المحلي بعد ليلة باردة.



a. نقد الاستنتاج فيما يخص درجة الحرارة، ذكر المعلق أنه "بين الساعة 5 مساء و11 مساء، كان معدل التغير سالب 2 درجة فهرنهايت كل ساعة." هل تتفق معه؟ استخدم التمثيل البياني لتبرير إجابتك.

نعم؛ يبدو أن التمثيل البياني يوضح أن التغير في درجة الحرارة 2°F− في كل ساعة من التغير في الزمن.

b. التفكير بطريقة كميّة جد قيمة التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y واشرح كيف يشيران إلى أن معدل التغير سالب.

***التقاطع مع المحور الأفقي x*: (6, 0) ؛ التقاطع مع المحور الرأسي *y*: (0, 12) ؛**

الإجابة النموذجية: التغير في *y* من التقاطع مع المحور الرأسي *y* إلى التقاطع مع المحور الأفقي *x* يبلغ 12−، بينما التغير في *x* يبلغ 6. ناتج القسمة سالب.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_088_093_687146.indd 88 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

c. **إيجاد نمط** يوضح الجدول البيانات المستخدمة لإنشاء تمثيل بياني. استكمل العمود الثالث. تمّ حلّ المسألة الأولى كي تتخذها نموذجًا. كيف يتم التوصل إلى التغير على مدار فترة ساعة واحدة؟ ما الذي تلاحظه؟

اطرح قيمة *y* من قيمة *y* التي قبلها؛ التغير في درجات الحرارة في الفترات المتساوية يبلغ دائمًا −2°F.

الساعات منذ 5 مساءً	درجة الحرارة (°F)	التغير في y (°F)
0	12	___
1	10	10 − 12 = −2
2	8	8 − 10 = −2
3	6	6 − 8 = −2
4	4	4 − 6 = −2
5	2	2 − 4 = −2
6	0	0 − 2 = −2

d. **التخمين** بناءً على **الجزأين "a" و"b"**. عليك تخمين طريقة تغير الدوال الخطية على مدار فترات متساوية. كيف ترتبط التغيرات في قيم y بمعدل التغير؟

تخمين: الدوال الخطية تتغير باختلافات متساوية على مدار فترات متساوية. قسمة التغير في قيم *y* على التغير المقابل في قيمة *x* يعطي معدل التغير.

e. **الاستفادة من البنية** جِد ميل الخط في التمثيل البياني وصف كيف جدته. كيف يرتبط الميل بمعدل التغير؟

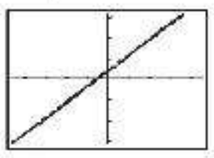
الميل: −2؛ الخط يمر عبر (6, 0) و (0, 12)؛ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 12}{6 - 0} = \frac{-12}{6} = -2$؛ الميل يساوي معدل التغير.

يمكنك استخدام التقنية في استقصاء ما إذا كان معدل التغير ثابتًا بين أي نقطتين على التمثيل البياني لدالة خطية.

مثال 2 استخدام التقنية لاستقصاء الميل ومعدل التغير

تمثل الدالة $y = 0.75x + 0.4$ عدد المِلّيلترات من المياه y، في أنبوب اختبار بعد x دقائق من بدء العملية الكيميائية.

a. **استخدام الأدوات** أدخل الدالة في الحاسبة البيانية. اضبط حجم النافذة بالضغط على **ZOOM** وتحديد ZDecimal. ثم اضغط على GRAPH وقدّر معدل تغير المياه في أنبوب الاختبار. اشرح استدلالك.



معدل التغير: 0.75 مِلّيلتر في الدقيقة؛ يبدو أن الخط يزيد بمعدل أقل قليلاً من وحدة رأسيًا لكل وحدة يزيدها أفقيًا.

b. **استخدام الأدوات** اضغط TRACE واستخدم الأسهم على اليسار واليمين لاستكشاف التمثيل البياني. ما قيم y وx عندما x = 0 وx = 1؟ استخدم الإحداثيين لإيجاد ميل الخط. كيف يمكن أن يساعدك إيجاد الميل في التحقق من تقديرك لمعدل التغير في **الجزء a**؟

(1, 1.15) و (0, 0.4)؛ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1.15 - 0.4}{1 - 0} = \frac{0.75}{1} = 0.75$؛ يمكن استخدام الميل لوصف معدل التغير، لذا فإن الوصول إلى ميل يبلغ 0.75 يؤكد التقدير.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح بيرسون © McGraw-Hill Education

مثال 2

5 م.م.م.ر 4.0

نصائح للتدريس

عند استخدام الطلاب الحاسبات البيانية لدراسة التغييرات في الدالة الخطية، شجعهم على التفكير مرارًا في السياق من الحياة اليومية الذي يمثلونه. ثمة عقبة مفاجئة قد يقع فيها الطلاب أثناء استخدامهم الحاسبات البيانية وغيرها من التقنيات، وهي تنجم عن وجود معلومات كثيرة للغاية في بعض الأحيان، ما يسهل إغفال التطبيق الذي يجري استكشافه.

الأسئلة الداعمة

- ما الذي تمثله علامات التدقيق على المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* في السياق المعطى؟ **تمثل كل علامة على المحور الأفقي *x* دقيقة واحدة، وتمثل كل علامة على المحور الرأسي *y* مِلّيلتر واحد من المياه في أنبوب الاختبار.**
- ما المجال المنطقي لهذه الدالة؟ **يجب أن تكون *x* أكبر من أو تساوي 0 وذلك لأن *x* تمثل الزمن المنقضي منذ بداية التفاعل الكيميائي، ولا يمكن أن يكون سالبًا. عند زمن ما، *x*، سوف يمتلئ أنبوب الاختبار بالمياه، ولن تعود الدالة تمثل بدقة سلوك أنبوب الاختبار. وبالتالي، يجب أن تكون *x* تساوي أو تقل عن الزمن اللازم لامتلاء أنبوب الاختبار.**

التدريس المتمايز

أثناء استخدام الطلاب لحاسباتهم البيانية لجمع المعلومات الخاصة بالكيفية التي تتغير وفقها قيم *y* عند فترات فاصلة متعددة لـ *x*، يمكن أن يستفيد المتعلمون أصحاب النمط البيني من العمل في مجموعات بدلاً من العمل بمفردهم. يمكن أن يتبادل الطلاب الأدوار بحيث يسجل أحد الطلاب البيانات التي يجمعها طلاب آخرون خلال استكشافاتهم بالآلة الحاسبة. كما يمكن أن يقسم الطلاب مهام جمع البيانات الخاصة بالفترات الفاصلة المختلفة، وربما يجري ذلك عبر جعل كل طالبٍ في المجموعة مسؤولاً عن فترة فاصلة واحدة أو اثنتين. إذا كان الطلاب يعملون في مجموعات، فشجعهم على التعرف على كافة المهام المتضمنة في المثال، بما فيها تلك التي لم يوكلوا بإتمامها.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_088_093_687146.indd 89 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | 1st Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

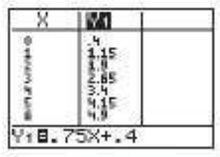
مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 3

في **المثال 3**، يكمل الطلاب البرهان الجبري على أن الدوال الخطية تتنامى بفوارق متساوية عند فترات زمنية متساوية. إذا كان بعض الطلاب يعانون من صعوباتٍ في الاستنتاج التجريدي، فقد يستفيدون من وضع أعداد حقيقية بدلاً من b وa وk.

c. استخدام الأدوات اشرح كيفية استخدام وظيفة الجدول في الحاسبة البيانية لإيجاد معدل التغير في $y = 0.75x + 0.4$.



يوضح الجدول أنه مع كل زيادة في x بمقدار 1، تزيد y بمقدار 0.75، لذا فمعدل التغير $= \frac{\text{التغير في y}}{\text{التغير في x}} = \frac{0.75}{1} = 0.75$

d. التخمين باستخدام كل من **GRAPH** و **TABLE** في الحاسبة البيانية، جد الاختلافات في قيم y مع تغير x على مدار فترات متساوية 0.1 و 0.5 و 2 و 10 على التوالي. بناء على نتائجك، عليك تخمين كيفية تغير الدوال الخطية على مدار فترات متساوية وكيف يرتبط هذا بمعدل التغير.

التخمين: تتغير الدوال الخطية باختلافات 0.1: 0.075؛ 0.5: 0.375؛ 2: 1.5؛ 10؛ 7.5 متساوية على مدار فترات متساوية، لذا فإن معدل التغير ثابت للدوال الخطية.

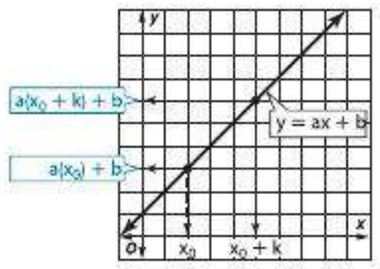
e. التخمين باستخدام إجابتك على الجزء d من خلال تخمين التغير في دالة خطية على مدار فترة من أي طول. اربط بين التغير في معادلة الدالة.

الإجابة النموذجية: بالنسبة إلى فترة من الطول، التغير في الدالة هو ناتج ضرب 0.75 وطول الفترة. بالنسبة إلى فترة من الطول x، التغير على مدار الفترة هو $0.75x$. الحد الأول في معادلة الدالة.

يمكن جبريًا إثبات أن الدوال الخطية تتغير باختلافات متساوية على مدار فترات متساوية.

مثال 3 بناء فرضيات حول الدوال الخطية

تريد أسماء أن تثبت أنه مع أي أعداد حقيقية a وb وk، تنمو دالة خطية $y = ax + b$ بفارق واحد على مدار أي فترة k. ابتكرت التمثيل البياني على اليسار.



a. الاستفادة من البنية نسيت أسماء أن تضع اسمًا لإحداثيات y للنقطتين اللتين على الخط $y = ax + b$. كيف يمكنها استخدام إحداثيات x للنقطتين لإيجاد إحداثيات y لها؟ ضع اسمًا لكل إحداثيy على المحور y.

ضع x_0 و $x_0 + k$ مكان x في التعبير $ax + b$ للحصول على إحداثيات y $a(x_0) + b$ و $a(x_0 + k) + b$، على التوالي.

b. إيجاد نمط استكمل الجدول أدناه. ثمّ حلّ صف المسائل الأول كي تتخذها نموذجًا. ما الذي تلاحظه على التغيرات في y؟

التغير في y	y	$y = ax + b$	x
---	$ax_0 + b$	$a(x_0) + b$	x_0
ak	$ax_0 + ak + b$	$a(x_0 + k) + b$	$x_0 + k$
ak	$ax_0 + 2ak + b$	$a(x_0 + 2k) + b$	$x_0 + 2k$
ak	$ax_0 + 3ak + b$	$a(x_0 + 3k) + b$	$x_0 + 3k$
ak	$ax_0 + 4ak + b$	$a(x_0 + 4k) + b$	$x_0 + 4k$

لكل فترة متساوية k، الاختلاف في y يساوي ak دائمًا.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

قد تحتاج إلى استخدام **المثال 3** لتناول SMP 7 **(إيجاد البنية واستخدامها)**. على الطلاب تكوين روابط بين الإحداثيات المعروضة على هيئة تعابير لمتغيرات على التمثيل البياني للدالة الخطية وباستخدام التعابير الواردة في البرهان الجبري. شجّع الطلاب على البحث عن طرقٍ تقابل فيها بنية التمثيل البياني نفسها بنية التعابير الجبرية. على سبيل المثال، أشر إلى أن العلامتين $x_0 + k$ وx_0 على المحور الأفقي x تفصل بينهما مسافة وحدات k.

90 الوحدة 3 الدوال الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_088_093_687146.indd 90 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

c. **بناء فرضيات** استخدم إجاباتك من **الجزأين "a" و"b"** لاستكمال إثبات أسماء أن الدوال الخطية تنمو باختلافات متساوية على مدار فترات متساوية.

المعطيات: $y = ax + b$ حيث $a \neq 0, k$ حيث $k \neq 0$

الإثبات: $y = ax + b$ تنمو باختلاف متساوٍ على مدار أي فترة k.

إذا كانت $x = x_0$، فإن $y = a(x_0) + b$.

إذا كانت $x = x_0 + k$، فإن $y = a(x_0 + k) + b$.

الاختلاف بين قيم y هو
$[a(x_0 + k) + b] - [a(x_0) + b] = (ax_0 + ak + b) - (ax_0 + b) = ak$

لذا فالدالة الخطية $y = ax + b$ تنمو باختلاف متساوٍ على مدار أي فترة k لأن
الاختلاف بين قيم y على مدار أي فترة k يكون دائمًا ak، ولا يتغير مع تغير قيمة x.

d. **الحساب بدقة** أوجد الميل باستخدام إحداثيات المتغير في تمثيل أسماء البياني (x_1, y_1) و(x_2, y_2).
بناءً على الميل، توقع معدل التغير. اشرح.

$$\text{معدل التغير: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{[a(x_0 + k) + b] - [a(x_0) + b]}{(x_0 + k) - x_0} = \frac{[ax_0 + ak + b] - [ax_0 + b]}{x_0 + k - x_0} = \frac{ak}{k} = a$$

e. **إيجاد نمط** استخدم المعلومات في الجدول لإيجاد معدل تغير $y = ax + b$. هل كان توقعك في **الجزء d** صحيحًا؟

معدل التغير $= \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x} = a = \frac{ak}{k}$؛ نعم، معدل التغير a هو أيضًا الميل.

f. **الاستفادة من البنية** إذا كنت تعلم معدل التغير في دالة خطية والتغير في قيم y، فكيف يمكنك تحديد التغير المقابل في قيم x؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: معدل التغير هو نسبة التغير في y إلى التغير في x. اقسم التغير في y على معدل التغير للحصول على التغير في x.

تمرين

يوضح التمثيل البياني متوسط أسعار الأكواخ الصغيرة على بحيرة منذ 2005. استخدم التمثيل البياني للتمارين 1–3.

1. **التفكير الناقد** يقول وكيل عقارات إنه منذ 2005، يبلغ معدل تغير أسعار المنازل 10,000 AED كل عام. هل تتفق معه؟ استخدم التمثيل البياني لتبرير إجابتك.
لا؛ يبدو من التمثيل البياني أن الزيادة في السعر تبلغ حوالي 10,000 AED على مدار 5 أعوام أو حوالي 2,000 AED في العام.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة © MARSHALL CAVENDISH EDUCATION

الأسئلة الداعمة

- ما الذي يجعل أسماء تستخدم متغيرات لتمثيل الإحداثيين y وx في برهانها بدلاً من قيمٍ عددية؟ **من خلال استخدام المتغيرات، يمكن أن تنطبق نتائج البرهان على كافة الدوال الخطية والفترات الفاصلة المحتملة.**
- إذا كانت الفترة الفاصلة k تساوي 1. فما الطريقة الأبسط لتمثيل كل تغير في y؟ **يساوي كل تغير في y أي قيمةٍ لـ a .**
- كيف تؤثر قيمة b في البرهان؟ **بما أن b تحذف عند طرح قيمة واحدة لـ y من القيمة الأخرى، فإن قيمة b لا تأثير لها سوى جعل البرهان أكثر تمثيلاً للدوال الخطية جميعًا.**
- طرح طالب $a(x_0) + b$ من $a(x_0 + k) + b$ وتوصل إلى فرق يساوي $ak + 2b$. فما الخطأ الذي ارتكبه هذا الطالب؟ **لم يوزع الطالب إشارة السالب على كلا الحدين الجبريين في التعبير وجمع الحد الثاني b بدلاً من أن يطرحه.**
- طرح طالب آخر الحدين ذاتهما وتوصل إلى فرق يساوي k. فما الخطأ الذي ارتكبه هذا الطالب؟ **لم يوزع الطالب المتغير a على الحدين الجبريين في التعبير $a(x_0 + k) + b$ وقام بجمع k بدلاً من ak.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_088_093_687146.indd 91 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تدريب

ربط التمارين بالمعايير

تتطلب التمارين 1 و 3 و 4 أن يستكشف الطلاب العلاقة بين الميل ومعدل التغير في سياق موقف من الحياة اليومية، بما يحقق **F.IF.6**.

على الطلاب **في التمرين 2**، استخدام جدول لتوضيح أن الدالة الخطية تنمو بنفس القدر خلال وحدة زمنية، وهو أحد متطلبات **F.LE.1a**.

على الطلاب في **التمرين 5**، استخدام الحاسبات البيانية لدراسة كيفية نمو الدوال الخطية عند فترات فاصلة متساوية، وفقًا لـ **F.LE.1a**.

على الطلاب في **التمرينين 6 و 7** إثبات أن الدوال الخطية المتناقصة تتغير وفق فروقاتٍ متساوية عند فترات فاصلة متساوية، وفقًا لـ **F.LE.1a**.

على الطلاب في **التمرين 8** أن يتوصلوا إلى استنتاجات حول العلاقات القائمة بين ميل الدوال الخطية ومعدل تغيرها، وبين التغيرات في قيم *y* عند فترات فاصلة متساوية، بما يحقق **F.LE.1a**.

على الطلاب في **التمارين 12–9** تحديد معدل تغير دالة خطية عند فترات فاصلة مختلفة لتوضيح أن معدل التغير هو نفسه، وفقًا لـ **F.LE.1a**.

على الطلاب **في التمرين 13** حساب معدل التغير في سياقٍ محدد، بما يحقق **F.IF.6**.

2. **إيجاد نمط** يوضح الجدول البيانات المستخدمة لعمل تمثيل بياني. استكمل العمود الثالث. ثم حلّ المسألة الأولى كي تتخذها نموذجًا.
صف زيادة y على مدار عام واحد.
y تزيد بمقدار 2، والتي تمثل AED 2000 على مدار كل فترة تمتد لعام.

الأعوام منذ 2005 (x)	سعر الكوخ (y) بالآلاف AED	التغير في y بالآلاف AED
0	40	—
1	42	42 − 40 = 2
2	44	44 − 42 = 2
3	46	46 − 44 = 2
4	48	48 − 46 = 2
5	50	50 − 48 = 2

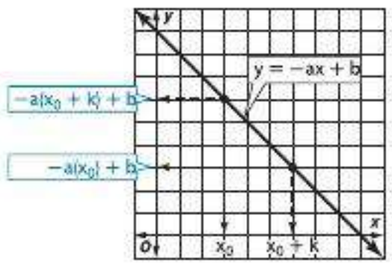
3. **الاستفادة من البنية** أوجد الميل. ثم أوجد معدل التغير.
ما الذي تلاحظه؟
الميل: $2 = \frac{42-40}{1-0} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$: معدل التغير
$= \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x} \frac{2}{1} = 2$: الميل يساوي معدل التغير.

تمثل الدالة $y = -0.92x + 2.9$ السعر y بالدرهم لحصة أسهم بعد x أسابيع من شراء إسماعيل 100 سهم. استخدم هذه المعلومات في التمارين 5-4.

4. **استخدام الأدوات** باستخدام الحاسبة البيانية، اضغط على Y= وأدخل الدالة.
ثم اضغط على GRAPH وقدّر معدل التغير في سعر السهم بالنظر إلى التمثيل البياني.
يبدو أن معدل التغير حوالي 1−، وهو ما يمثل انخفاضًا بقيمة 1 AED كل أسبوع.

5. **التخمين** باستخدام الحاسبة البيانية، أوجد الاختلافات في أسعار الأسهم على مدار فترات متساوية من 2 و4 و26 أسبوعًا. ما الذي تلاحظه في معدل التغير؟
أسبوعان: 1.84 AED−؛ 4 أسابيع: 3.68 AED−؛ 26 أسبوعًا: 23.92 AED−؛ معدل التغير ثابت على مدار الفترات المتساوية.

يريد إبراهيم أن يثبت أن الدالة الخطية تنمو باختلافات متساوية على مدار فترات متساوية حتى عندما تقل قيم y مع زيادة قيم x. وقد بدأ في إنشاء التمثيل البياني والجدول أدناه. استخدم التمثيل البياني والجدول في التمرينين 7-6.



x	y = −ax + b	y	التغير في y
x_0	$-a(x_0) + b$	$-ax_0 + b$	—
$x_0 + k$	$-a(x_0 + k) + b$	$-ax_0 - ak + b$	$-ak$
$x_0 + 2k$	$-a(x_0 + 2k) + b$	$-ax_0 - 2ak + b$	$-ak$
$x_0 + 3k$	$-a(x_0 + 3k) + b$	$-ax_0 - 3ak + b$	$-ak$
$x_0 + 4k$	$-a(x_0 + 4k) + b$	$-ax_0 - 4ak + b$	$-ak$

6. **إيجاد نمط** ضع اسمًا لكل إحدائي y على المحور الرأسي y. ثم استخدم التمثيل البياني ليساعدك في استكمال الجدول. كيف تتغير قيمة y على مدار كل فترة k؟
قيمة y تتغير بمعدل $-ak$ على مدار كل فترة تبلغ k.

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education ©

أخطاء شائعة

من الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطلاب عند تقدير معدل التغير في تمثيل بياني هو القراءة الخاطئة للمقياس إما على المحور الأفقي *x* أو على المحور *الرأسي y* أو على كليهما. على سبيل المثال، في **التمرين 1**، يبين التمثيل البياني أن أسعار الأكواخ تزداد من 40000 AED إلى 60000 AED على مدار 10 أعوام، وذلك بمعدل تغير يساوي 20000 AED على مدار 10 أعوام أو يساوي قرابة 2000 AED في العام. ولكن الطالب قد يرتكب خطأً عبر النظر في المحور الرأسي *y* وملاحظة أن التمثيل البياني يتزايد بمقدار وحدتين إجمالاً. وحينها يعطي تقسيم 20000 AED على 2 معدلاً خاطئًا للتغير مقداره 10000 AED في العام.

92 **الوحدة 3** الدوال الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_088_093_687146.indd 92 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	3
2	7
3	7
4	5
5	3
6	7
7	3
8–12	7
13	2

7. **بناء فرضيات** استخدم التمثيل البياني والجدول لاستكمال إثبات إبراهيم.

المعطيات: $y = -ax + b$ حيث $a \neq 0, k$ حيث $k \neq 0$

الإثبات: $y = -ax + b$ تنمو باختلاف متساوٍ على مدار أي فترة k.

إذا كانت $x = x_0$. فإن $y =$ $-a(x_0) + b$.

إذا كانت $x = x_0 + k$. فإن $y =$ $-a(x_0 + k) + b$.

الاختلاف بين قيم y هو

$[-a(x_0 + k) + b] - [-a(x_0) + b] = (-ax_0 - ak + b) - (-ax_0 + b) = -ak$

لذا فالدالة الخطية $y = -ax + b$ تنمو باختلاف متساوٍ على مدار أي فترة k لأن

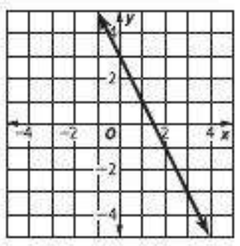
الاختلاف بين قيم y على مدار أي فترة k دائمًا $-ak$، ولا يتغير مع تغير قيمة x.

8. **الاستفادة من البنية** في هذا الدرس. أثبتت أن الدوال الخطية تنمو باختلافات متساوية على مدار فترات متساوية. ناقش كيفية ارتباط الاختلافات في قيم y على مدار فترات متساوية بالميل ومعدل التغير في الدالة.

بالنسبة لأية فترة k، عند قسمت الفارق في قيم y على مدار الفترة k على k، فالنسبة تساوي الميل وأيضًا معدل التغير.

الاستفادة من البنية لكل تمثيل بياني أو معادلة، قدّر معدل التغير على مدار الفترات المحددة.

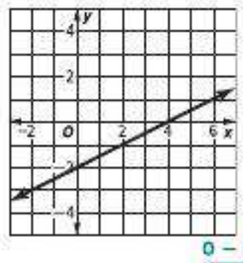
9.



$x = 3$ إلى $x = -1$: $\frac{-3 - 5}{3 - (-1)} = \frac{-8}{4} = -2$

$x = 4$ إلى $x = 0$: $\frac{-5 - 3}{4 - 0} = \frac{-8}{4} = -2$

10.



$x = 4$ إلى $x = -2$: $\frac{0 - (-3)}{4 - (-2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$x = 6$ إلى $x = 0$: $\frac{1 - (-2)}{6 - 0} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

11. $y = -0.5x + 4$

$x = 2$ إلى $x = -2$: $\frac{3 - 5}{2 - (-2)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$x = 4$ إلى $x = 0$: $\frac{2 - 4}{4 - 0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

12. $y = \frac{1}{3}x + 1$

$x = 3$ إلى $x = -2$: $\frac{2 - 0}{3 - (-3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$x = 6$ إلى $x = 0$: $\frac{3 - 1}{6 - 0} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

13. **التفكير بطريقة كميّة** بلغت فاتورة هاتف حصة الخلوي 25 AED في الشهر منذ ثلاثة أعوام. الفاتورة هذا العام 40 AED في الشهر. إذا زادت الفاتورة بنفس المبلغ في بداية كل عام. فما التغير في الفاتورة الشهرية كل عام؟ اشرح.

5 AED: $\frac{40 - 25}{3} = \frac{15}{3} = 5$

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة © MAGRAW-HILL Education

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

ربما تحتاج إلى استخدام **التمرينين 4 و5** للتعمق في SMP 5 **(استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية)** أثناء مواصلة الطلاب استكشافهم الدوال الخطية. في الدروس السابقة، استخدم الطلاب مهارات الآلة الحاسبة مثل ضبط حجم الشاشة والتمثيل البياني واستعمال وظيفة TRACE. واصِل مراجعة هذه المهارات من بين غيرها، بحيث يكتسب الطلاب التمرس في استعمال حاسباتهم البيانية بدلاً من التوقف باستمرار للبحث عن إجاباتٍ لأسئلة تقنية. على سبيل المثال، شجع الطلاب على اكتساب القدرة على الانتقال السلس بين نمطي العرض GRAPH و TABLE للدالة الواحدة، وذلك نظرًا لأن كلا النمطين يقدمان معلوماتٍ تتمم بعضها الأخرى. ومن خلال إتقان النواحي التقنية للحاسبات البيانية، يتفرغ الطلاب للتركيز على مسائل الرياضيات الصعبة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_088_093_687146.indd 93 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3.5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

المعايير

يتناول أيضًا: F.IF.3, F.LE.2, FA.CED.2
F.BF.1a, A.REI.11

معايير الممارسة في الرياضيات: 1, 3, 4, 5, 7

المتطلبات الأساسية

- التعرّف على الدوال الخطية
- فهم المتتاليات الحسابية

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.د 7

ربما لا ينتبه بعض الطلاب إلى ترتيب أداء عملية الطرح لإيجاد الفرق المشترك. ذكّر الطلاب أنه يجب إيجاد الفرق المشترك عبر الطرح بترتيب محدد. حيث يجب طرح الحدّ من الحدّ الذي يليه.

الأسئلة الداعمة

- كيف يُمكنك تحديد ما إذا كانت المتتالية حسابية؟ **إذا كان الفرق بين كل الحدود ثابتًا، فالمتتالية حسابية.**
- إذا حددت أن متتاليةً ما هي متتالية حسابية، فما المعلومات التي تحتاج إلى معرفتها لإعادة كتابة المتتالية على هيئة دالة؟ **تحتاج إلى معرفة الحدّ الأول a_1 والفرق المشترك d.**

3.5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

الأهداف

- كتابة المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية منفصلة.
- استخدام متتاليات حسابية كدوال خطية لتمثيل مواقف من الحياة اليومية.

المتتالية هي مجموعة أعداد، تسمى حدود المتتالية، لها ترتيب معيّن.

المفهوم الأساسي

أكمل الجدول.

متتالية حسابية	
الشرح	**الفرق المشترك** المتتالية الحسابية هي نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل ثابت يسمى _____ .
أمثلة	2, 4, 6, 8, 10, ... +2 +2 +2 +2 $d =$ +2
	41, 38, 35, 32, 29, ... −3 −3 −3 −3 $d =$ −3

لإيجاد الحد n في متتالية حسابية حيث أول حد هو a_1، يمكنك استخدام القانون $a_n = a_1 + (n - 1)d$، حيث d هو الفرق المشترك وn عدد صحيح موجب.

مثال 1 استكشاف المتتاليات الحسابية

الاستكشاف رأى يحيى إعلان مسابقة في الصحيفة المحلية كما هو موضح. وهو يعتقد أنه يستطيع حل اللغز باستخدام ما يعرفه عن المتتاليات الحسابية.

أوجد حلّ هذا اللغز! اربح جائزة!
ما العدد الذي ترتيبه مئة في اللائحة أدناه؟
0.2, 0.35, 0.5, 0.65, ...

a. **إيجاد نمط** ما الذي تلاحظه في الأعداد التي في القائمة؟
اشرح كيفية العثور على الحد n في القائمة.
الأعداد متتالية حسابية باختلاف مشترك يبلغ 0.15؛ قانون الحد رقم n في متتالية حسابية هو $a_n = a_1 + (n - 1)d$. باستخدام التعويض، $a_n = 0.2 + (n - 1)0.15$ أو $0.15n + 0.05$.

b. **استخدام البنية** تحقق من أن قانونك في **الجزء** a صحيحًا عن طريق إيجاد قيمته إذا كانت $n = 1, 2, 3, 4$. هل ينتج الأعداد الأربعة الموجودة في الصحيفة؟
نعم؛ $f(1) = 0.2 + (1 - 1)0.15 = 0.2$; $f(3) = 0.2 + (2 - 1)0.15 = 0.35$; $f(3) = 0.2 + (3 - 1)0.15 = 0.5$; $f(4) = 0.2 + (4 - 1)0.15 = 0.65$.

c. **استخدام البنية** اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية. صف المدخل والمخرج.
$a(n) = 0.15n + 0.05$؛ المدخل هو ترتيب الحد والمخرج هو قيمة الحد رقم n

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

معلومات أساسية في الرياضيات

المتتاليات الحسابية هي متتاليات تتزايد حدودها أو تتناقص بمعدّل ثابت. ونظرًا إلى أن معدل التغير ثابت، فإن المتتالية الحسابية فعليًا هي دالة خطية منفصلة مجالها هو مجموعة الأعداد الطبيعية.

على فرض أن لدينا متتالية حسابية حدّها الأول هو a_1 وفرقها المشترك هو d، فيمكن إعادة كتابة المتتالية على هيئة دالة باستخدام القاعدة $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

فعلى سبيل المثال، لكتابة المتتالية 1, 3, 5, 7, ... على هيئة دالة، ضع العدد 1 في مكان a_1 والعدد 2 في مكان d في القاعدة $a_n = a_1 + (n - 1)d$:

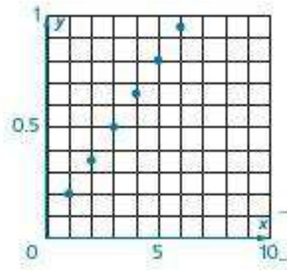
$a_n = 1 + (n - 1)2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_094_097_687146.indd 94 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

d. **استخدام البنية** استكمل الجدول ومثّل الدالة بيانيًا. حدد مجال ومدى $a(n)$.

n	1	2	3	4	5	6
a(n)	0.2	0.35	0.5	0.65	0.8	0.95



المجال: {... 1, 2, 3, 4,}؛

المدى: {... 2, 0.35, 0.5, 0.65,.0}

e. **التفكير بطريقة كميّة** توصل لحل اللغز. اكتب الحل هنا.

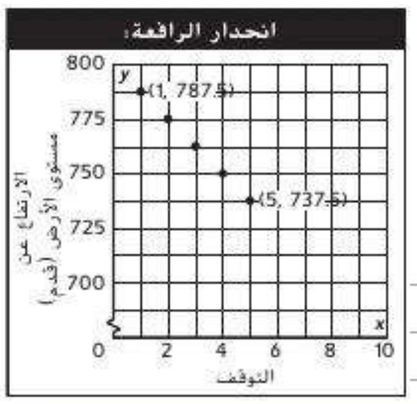
15.05؛ ضع تقييم $a(n) = 0.2 + (n - 1)0.15$ إذا كانت $n = 100$:

$a(100) = 0.2 + (100 - 1)0.15 = 15.05$

يمكنك استخدام متتاليات حسابية كدوال خطية لتمثيل مواقف من الحياة اليومية. مع أن مجال معظم الدوال الخطية هو مجموعة كل الأعداد الحقيقية، مجال المتتالية الحسابية كدالة خطية هو مجموعة أعداد العد. {1, 2, 3, 4, ...}.

مثال 2 إنشاء نموذج باستخدام متتاليات حسابية

يتوقف مصعد عند كل طابق وهو يهبط من الطابق العلوي في مبنى مرتفع إلى المستوى الأدنى في مكان انتظار السيارات تحت 4 طوابق من المستوى الأرضي. يوضح التمثيل البياني عدد الأقدام فوق المستوى الأرضي عندما يتوقف المصعد لأول مرة.



a. **تخطيط حل** اكتب متتالية حسابية لتمثل الأقدام فوق المستوى الأرضي عند كل توقف مع هبوط المصعد. ثم اكتب دالة الحد n.

... ,5, 775, 762.5, 750, 737.5.787 ;

$a(n) = 787.5 + (n - 1)(-12.5) = 787.5 - 12.5n + 12.5 =$

$-12.5n + 800$. إذن $a(n) = -12.5n + 800$.

b. **استخدام البنية** حدد المجال والمدى للدالة التي كتبتها في **الجزء** a في السياق المحدد. اشرح استدلالك.

$d = -12.5$؛ $R = \{787.5, 775, ..., -50\}$، $D = \{1, 2, ..., 68\}$. إذن $4(-12.5-)$ أو -50 قدمًا هو ارتفاع التوقف الأخير عند مستوى 4 طوابق تحت مستوى الأرض. تعويض -50 لقيمة a_n وحل المسألة لتصل إلى قيمة n: $-12.5n + 800 = -50$ و$12.5n = 850$ و$n = 68$. بما أن التوقف رقم 68 هو آخر توقف، والمجال هو $\{1, 2, ..., 68\}$ والمدى هو $\{787.5$ $-50, ..., 775\}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة التعليم بالأوفر

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

عندما يبدأ الطلاب بتخطيط حلولهم، فعليهم الانتباه إلى أن المصعد يتوقف فوق سطح الأرض وتحته. اطلب من الطلاب أن يفكروا كيف أن توقف المصعد تحت سطح الأرض سيؤثر في قيمة بعض الحدود. ويتعين عليهم أن يتوقعوا أن تكون الحدود الممثلة لعمليات التوقف اللاحقة سالبة.

الأسئلة الداعمة

- كيف بإمكانك تحديد قيم الحدود في المتتالية؟ **أوجد قيم y المقابلة لـ $x = 1, 2, 3$ وهكذا.**
- هل الدالة منفصلة؟ اشرح. **نعم، فالمصعد لا يمكن أن يتوقف بين الطوابق، ولذا سيكون من غير المنطقي وصل النقاط عبر خط.**
- كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني لتحديد الفرق المشترك؟ **يبين التمثيل البياني أن الإحداثيين y المقابلين لـ $x = 1$ و$x = 5$ هما $y = 787.5$ و$y = 737.5$ على الترتيب. اطرح $787.5 - 737.5 = -50$، اقسم $50 \div 4$ لإيجاد الفرق المشترك الذي يساوي -12.5.**

التدريس المتمايز

في **المثال 2**، على الطلاب أن يكتبوا دالة خطية لمتتالية حسابية حدودها مرتبة تنازليًا. ويمكن أن يستفيد المتعلمون أصحاب النمط الحركي من تمثيل المصعد الهابط. فعلى سبيل المثال، إذا ما تم تحديد أحد طرفي الصف الدراسي على أنه قمة البناء والطرف الآخر على أنه قاعدته، فيمكن لبعض الطلاب المشي عبر غرفة الصف "على هيئة مصعد واحد يتوقف في كل مرة" في حين يسجل الطلاب الآخرون أعداد الطوابق التي يتوقف عندها المصعد والارتفاع المقابل فوق مستوى سطح الأرض.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_094_097_687146.indd 95 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | Vendor: MPS | Grade: 9 | 1st Pass

يمكنك استخدام الحاسبة البيانية لاستكشاف المتتاليات الحسابية والدوال الخطية.

مثال 3 **استخدام التقنية مع المتتاليات الحسابية**

للتدريب على سباق السباحة في رياضة الثلاثي، تسبح مريم 0.375 ميل في اليوم في الأسبوع الأول ثم تزيد المسافة اليومية بمعدل 0.125 ميل لكل من الأسابيع التالية. يظهر جدول تدريب صديقتها لمياء في الجدول على اليسار.

الأسبوع	المسافة اليومية
1	0.5
2	0.6
3	0.7
4	0.8

a. **استخدام نموذج** اكتب متتاليتين حسابيتين لتمثيل مسافات السباحة الأسبوعية لكل فتاة. ثم اكتب دالة الحد n لكل متتالية.

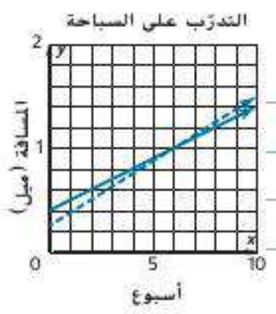
مها: $a(n) = 0.25 + 0.125n.0$; ...; 0.375, 0.5, 0.625, 075,

لمياء: $a(n) = 0.4 + 0.1n.0$; ...; 5, 0.6, 0.7, 0.8,

b. **استخدام الأدوات** أدخل كلتا الدالتين من **الجزء a** في حاسبتك. استخدم خاصية الجدول لاستكشاف كيفية الارتباط بين الدوال. هل تسبح كلتا الفتاتين المسافة اليومية نفسها خلال الأسبوع نفسه؟ إذا كان الأمر كذلك، فخلال أي أسبوع؟ اشرح كيف استخدمت الحاسبة لمساعدتك على حل المسألة.

تسبح الفتاتان المسافة اليومية نفسها وهي ميل خلال الأسبوع 6؛ يوضح الجدول أن كلتا الدالتين لهما القيمة 1 عندما تكون $x = 6$.

c. **استخدام البنية** مثّل بيانيًا كلتا الدالتين على حاسبتك. ثم ارسم التمثيل البياني في مستوى الإحداثي على اليسار. كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني في الإجابة على سؤال **الجزء b؟**



يكون تقاطع الخطوط عند (6, 1)، والذي يمثل النقطة التي تسبح عندما الفتاتان المسافة نفسها يوميًا المسافة. إذن تسبح كلتاهما ميلاً يوميًا أثناء الأسبوع 6.

تدريب

1. **التعليق على الاستنتاج** لتمثيل المتتالية الحسابية ..., −0.8, −0.5, −0.2, 0.1, كتب خالد الدالة الخطية $f(n) = 0.3n - 0.5$. هل دالته صحيحة؟ إذا لم تكن كذلك، فاشرح كيفية تصحيح الخطأ.

لا؛ باستخدام القانون $a_n = a_1 + (n - 1)d$، جد أن $a_n = 0.3n - 0.3 = 0.3n - 0.8 = -0.8 + (n - 1)0.3$. 1.1 −. يبدو أن خالد أضاف 0.3 بدلاً من الطرح عند تبسيط التعبير $-0.8 + (0.3)(n - 1)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 5

حالما يحصل الطلاب على إجابة من الحاسبة، شجعهم على التحقق من إجابتهم عبر كتابة المزيد من الحدود لكل متتالية أو من خلال وضع قوانين للمتتاليات المتماثلة والحل.

الأسئلة الداعمة

- عند استخدام الحاسبة البيانية لتمثيل هذا الموقف، فما الفائدة من استخدام سمة الجدول؟ **تعرض سمة الجدول قيم y المقابلة لكل القيم الصحيحة لـ x. بما أن مجال الدالة الخطية القائمة على متتالية حسابية هو مجموعة الأعداد الطبيعية بكاملها، فإن سمة الجدول تتيح عرضًا يقابل المتتالية الحسابية.**
- ما الذي سيحدث إذا تقاطعت التمثيلات البيانية في نقطة فيها $x = 1.5$؟ **عند استخدام متتالية حسابية على هيئة دالة خطية، فالدالة تكون منفصلة ويكون المجال هو جملة الأعداد الطبيعية، وبالتالي لن يكون للتقاطع أي دلالة.**
- عند تمثيل موقف ما بواسطة معادلتين، فكيف بوسعك التحقق من صحة حلولك؟ **استبدل الزوج المرتب الذي يمثل الحل في كلتا المعادلتين ومن ثم تحقق من صحة المعادلتين.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

استخدم **المثال 3** للاستمرار في النقاش المتواصل حول **م.م.ر 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية)**. مع التركيز على الحاسبات البيانية بالتحديد. في **المثال 3**، على الطلاب استخدام حاسباتهم البيانية لتمثيل دالتين خطيتين بيانيًا ومن ثم محاولة إيجاد نقطة تقاطعهما.

بإمكان الطلاب استخدام سمة التقاطع على حاسباتهم البيانية لإيجاد الإجابة المحددة **للجزء c**.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_094_097_687146.indd 96 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تصنع كاميليا عقدًا من الخرز. بلغ طول العقد 8 cm عندما بدأت. تؤدي إضافة كل خرزة إلى زيادة في طول العقد بمقدار 2 mm. استخدم هذه المعلومات في التمرينين 2 و 3.

2. **استخدام نموذج** اكتب متتالية حسابية لتمثيل طول العقد بالسنتيمتر مع كل خرزة تضيفها كاميليا. ثم اكتب القانون الخاص بالحد n.

.2, 8.4, 8.6, 8.8; $a_n = 8.2 + (n - 1)(0.2) = 8.2 + 0.2n - 0.2 = 0.2n + 8.8$

إذن $a_n = 0.2n + 8$.

3. **استخدام البنية** حدد المجال والمدى إذا كان أكبر طول محتمل للعقد هو 60 cm. اشرح.

n: $60 = 0.2n + 8.52$ **اضبط** $f(x)$ **على 60 وحلّ للتوصل إلى** $D = \{1, 2, ..., 260\}$, $R = \{8.2, 8.4, ..., 60$

$0.2n$, $n = 260$؛ **إذن فأقصى عدد للخرز هو 260.**

يقرأ إبراهيم وسالم الرواية ذاتها. يقرأ إبراهيم 30 صفحة كل يوم. أنشأ سالم الجدول على اليسار. استخدم المعلومات التالية للتمارين 6–4.

تقدم سالم في القراءة	
اليوم	الصفحات المتبقية لقراءتها
1	430
2	410
3	390
4	370

4. **استخدام نموذج** اكتب متتاليات حسابية لتمثيل لتقدم اليومي لكل صبي. ثم اكتب دالة للحد n في كل متتالية.

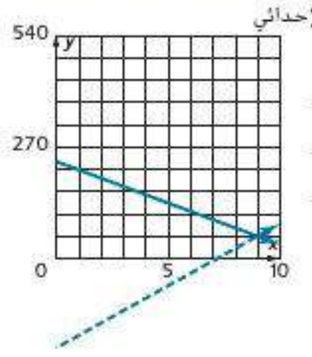
إبراهيم" $A(n) = 30n$ ؛ ...; 30, 60, 90, 120, ... **سالم**: 430, 410, 390, 370, ...;
$S(n) = 450 - 20n$

5. **استخدام الأدوات** أدخل كلتا الدالتين من **التمرين 4** في حاسبتك. استخدم الجدول لتحديد ما إذا كان هناك يوم يتساوى فيه عدد الصفحات التي قرأها إبراهيم مع عدد الصفحات المتبقية لسالم لقراءتها. إن كان هناك وجود لهذا اليوم. فما هو؟ اشرح كيف استخدمت خاصية الجدول في حل المسألة.

في اليوم 9، كان إبراهيم قد قرأ 270 صفحة بينما سالم كان متبقيًا أمامه 270 صفحة لقراءتها؛ يوضح الجدول أن

كلتا الدالتين تحتويان على قيمة 270 عندما تكون $x = 9$.

6. **استخدام البنية** مثّل كلتا الدالتين بيانيًا في حاسبتك ثم ضع التمثيل البياني في مستوى الإحداثي على اليسار. كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني في الإجابة على سؤال **التمرين 5**؟



تقاطع الخطوط والذي يبدو أنه عند (270, 9).

يمثل اليوم (اليوم 9) عندما يكون إبراهيم قد قرأ القدر نفسه

عدد الصفحات التي تتبقى قراءتها على سالم (270 صفحة).

7. **استخدام البنية** لكل متتالية حسابية مذكورة، اكتب قانونًا للحد n في متتالية تحقق الوصف.

a. الحد الأول سالب والفرق المشترك سالب

الإجابة النموذجية: $a_n = -2 - 3n$

b. الحد الثاني 5− والفرق المشترك 7

$a_n = -19 + 7n$

c. $a_2 = 8$, $a_3 = 6$

$a_n = 12 - 2n$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لشركة ماكجروهيل للتعليم

أخطاء شائعة

من الأخطاء الشائعة التي يقع فيها الطلاب عندما يكتبون متتاليات حسابية على هيئة دوال خطية أنهم يغفلون أو ينسون الجزء "1−" من القانون. وبالتالي، بدلاً من أن يكتبوا $a_n = a_1 + (n - 1)d$، فإنهم يكتبون $a_n = a_1 + nd$ (وذلك سواء أكانوا يستخدمون القانون بصراحة أو كانوا ببساطة يكتبون قيم الحدود والفرق المشترك دون الابتداء بكتابة القانون العام). وهذا يؤدي إلى متتاليات تكون فيها الحدود مزاحةً بمقدار موضعٍ واحد. ذكّر الطلاب أن يتحققوا من عملهم عبر إيجاد قيمة قانونهم أو دالتهم من أجل عدة قيم n بغرض التحقق من التوصل إلى الحدود الصحيحة.

تدريب

ربط التمارين بالمعايير

تمنح **التمارين 1 و 2 و 4 و7** الطلاب خبرةً في كتابة المتتاليات الحسابية باستخدام قانون صريح وفي استخدامها لتمثيل مواقف، وهو من متطلبات **F.BF.2.**

يستدعي **التمرين 3** من الطلاب تحديد مجال متتالية حسابية ومداها، بما يحقق **F.IF.3.**

في **التمرين 5** على الطلاب إيجاد نقطة تقاطع تمثيلين بيانيين لدالتين خطيتين تمثلان متتالية حسابية، وفقًا لـ **A.REI.11.**

في **التمرين 6** على الطلاب أن يمثلوا بيانيًا معادلات خطية تمثل متتاليات حسابية، وفقًا لـ **A.CED.2.**

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	3
2	4
3	7
4	4
5	5
6	7
7	7

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_094_097_687146.indd 97 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3.6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية

المعايير

يتناول أيضًا: F.LE.2, A.CED.2,F. BF.1a

معايير الممارسة في الرياضيات: 1, 2, 3, 4, 5, 6

المتطلبات الأساسية

- التعرّف على العلاقات الخطية في الجداول والتمثيلات البيانية والمعادلات والأوصاف اللفظية.
- استخدام ترميز الدوال لتحديد علاقة بناءً على وصف لفظي.
- تحديد ميل الدوال الخطية ونقاط تقاطعها

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 6

راجع تعريفات العلاقات التناسبية وغير التناسبية وأشر إلى أن كلتيهما يمكن أن تكونا علاقاتٍ خطية.

الأسئلة الداعمة

- كيف يمكنك تحديد علاقة تناسبية من تمثيل بياني؟ **لا بد أن يكون التمثيل البياني عبارة عن خط مستقيم يمر بمركز الإحداثيات.**
- كيف يمكنك تحديد علاقة تناسبية من معادلة؟ **يمكن أن تكتب بالشكل $y = kx$.**
- كيف يمكنك تحديد علاقة تناسبية من جدول أو مجموعة من الأزواج المرتبة؟ **احسب النسبة $\frac{y}{x}$ لكل زوج من القيم. وينبغي أن تكون النسبة متساوية لكل زوج من القيم.**

الأهداف

- التعرّف على العلاقات التناسبية ووصفها في سياقات من الحياة اليومية..
- وضع دوال خطية تصف العلاقات التناسبية الواردة في تمثيل بياني أو جدول أو وصف لفظي لعلاقة.

في **العلاقة التناسبية**، تزيد الكميتان المرتبطتان مغا أو تنخفضان مغا. إذا تضاعفت إحدى القيم مثلاً، تتضاعف القيمة الأخرى أيضا. يمكن وصف العلاقة التناسبية بين x وy بمعادلة بالشكل $y = kx$. يمكن تمثيل العلاقة التناسبية بمعادلة خطية. إلا أنه ليست كل معادلة خطية تمثل علاقة تناسبية. إذا كان التمثيل البياني للمعادلة الخطية لا يمر عبر (0, 0)، فإن المعادلة تصف **علاقة غير تناسبية**.

مثال 1 التعرّف على العلاقات التناسبية

استكشاف حدد ما إذا كانت كل علاقة *تناسبية*، أم *غير تناسبية*، أم *غير خطية*. اشرح استدلالك.

a. يجالس كريم الأطفال في منطقة سكنه لكسب المال. يكسب 2 AED عن كل ساعة يقضيها مع طفل.
حلل العلاقة بين الزمن المنقضي والمال المكتسب.
تناسبية، معدل الدراهم المكتسبة إلى ساعات العمل 2 إلى 1 دائمًا.

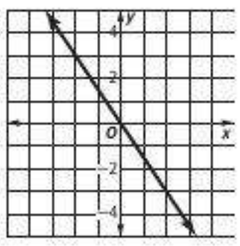
b. دالة تحتوي على النقاط التالية: {(−2, −5), (1, 4), (5, 16) (8, 25), (12, 37)}
غير تناسبية، العلاقة بين التغير في قيم *y* والتغير في قيم *x* ثابتة، لذا فالعلاقة خطية. لكن نسبة القيمة *x* إلى القيمة *y* ليست ثابتة.

c.

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

غير خطية: العلاقة بين التغير في قيم *y* إلى قيم *x* ليست ثابتة.

d.



تناسبية: التمثيل البياني للعلاقة خطي ويمر بالنقطة (0, 0).

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

معلومات أساسية في الرياضيات

بالتعريف، يمكن وصف العلاقة التناسبية باستخدام معادلة تكتب بالصيغة $y = kx$. تسمى القيمة k ***بثابت التناسب***. يمثل ثابت التناسب أيضًا معدّل الوحدة. عندما تزداد قيمة x بمقدار 1، تزداد قيمة y بمقدار k. يمكن أن يمثل هذا الثابت تكلفة عنصر واحد، أو الأجر المدفوع مقابل العمل لساعة واحدة، أو المسافة المقطوعة في الثانية، أو جملة من الأمور الأخرى اعتمادًا على السياق. عندما يحسب الطلاب $\frac{y}{x}$ من أجل زوجٍ من القيم التي تحقق علاقةً معطاة، فعليهم البحث عن ثابت للتناسب. إذا كانت كل من النسب $\frac{y}{x}$ تساوي القيمة نفسها، فإن تلك القيمة هي ثابت التناسب، k.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_098_101_687146.indd 98 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | 1st Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

مثال 2 كتابة تعبير جبري

تفسير المسائل لكل علاقة خطية في المثال 1، اكتب معادلة تمثل العلاقة. إذا كانت العلاقة ليست خطية، اكتب **غير خطية**.

a. $y = 2x$

b. $y = 3x + 1$

c. **غير خطية**

d. $y = -\frac{3}{2}x$

مثال 3 تمثيل علاقة

يوضح الجدول العلاقة بين الأحجام والأسعار المختلفة لعلامة تجارية من المقرمشات.

أونصات	السعر
4	AED 0.95
10	AED 2.25
16	AED 4.00
28	AED 6.80

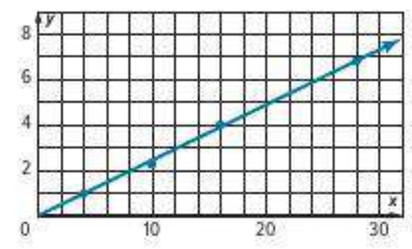
a. **التواصل بدقة** صف العلاقة التي يمثلها الجدول. هل هي خطية؟ هل هي تناسبية؟ اشرح استنتاجك.

$\frac{2.25}{10} \neq \frac{0.95}{4}$ **لذا فإن العلاقة غير تناسبية.**

$\frac{4.00 - 2.25}{16 - 10} \neq \frac{2.25 - 0.95}{10 - 4}$ **لذا فإن العلاقة غير خطية.**

b. **استخدام الأدوات** العلاقات في الحياة اليومية ليست دائمًا تناسبية أو خطية بشكل تام. أحيانًا، يُستخدم خط انحدار لتقريب هذه العلاقات من الحياة اليومية. ارسم البيانات التي في الجدول. حدد علاقة تناسبية تمثل عن قرب هذه العلاقة بين البيانات. ارسم خطك.

الإجابة النموذجية: $y = 0.25x$



c. **استخدام نموذج** استخدم معادلتك في توقع سعر معقول لعلبة مقرمشات وزنها 48 أونصة.

ستتكلف العبوة AED 12 تقريبًا.

d. **التفكير بطريقة كمية** حدد السعر بالأونصة لكل علبة من مختلف الأحجام. ما الحجم الذي يمثل أفضل قيمة؟

$\frac{\text{AED } 0.95}{4 \text{ oz}} = \text{AED } 0.2375/\text{oz}$; $\frac{\text{AED } 2.25}{10 \text{ oz}} = \text{AED } 0.225/\text{oz}$; $\frac{\text{AED } 4.00}{16 \text{ oz}} = \text{AED } 0.25/\text{oz}$; $\frac{\text{AED } 6.80}{28 \text{ oz}} \approx \text{AED } 0.2429/\text{oz}$;

حجم 10 أونصات هو الذي يحقق أفضل قيمة.

e. **استخدام نموذج** إذا تم عرض علبة مقرمشات وزنها 22 أونصة للبيع مقابل AED 4.75. فهل هذه قيمة جيدة؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم السلب.

نعم، سيمثل هذا قيمة جيدة لأن معدل السعر إلى الوزن أقل من معدلات العبوات الأخرى.

f. **التفكير بطريقة كمية** جد تكلفة علبة مقرمشات وزنها 32 أونصة إذا كان سعر الأونصة منها هو نفس سعر الأونصة في العلبة التي وزنها 10 أونصات.

AED 7.20

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة HMH

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

ذكّر الطلاب أنه يمكن تعريف أي دالة باستخدام معادلة أو تمثيل بياني أو مجموعة من الأزواج المرتبة أو جدول أو وصف لفظي. وفي هذا المثال، يترجم الطلاب تمثيلاتٍ مختلفةً إلى معادلات.

الأسئلة الداعمة

- هل كل علاقة في المثال 1علاقة خطية؟ **لا، فمعدل التغير 1c غير ثابت.**
- ما العلاقة القائمة بين قيم x وقيم y في **المثال 1c**؟ **كل قيمة لـ y تساوي مربع قيمة x المقابلة.**
- ما المعلومات التي تحتاج إليها لكتابة معادلة تصف علاقةً خطية؟ **تحتاج إلى نقطة واحدة وقيمة ميل أو إلى نقطتين.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

خلال هذا الدرس، سيؤكد الطلاب على م.م.ر 6 **(مراعاة الدقة.)** خلال تطبيق التعريفات وتحليل العلاقات بعناية. تحدّ الطلاب على مقارنة تحليلهم للعلاقات باستخدام تقنيات مختلفة. زوّد الطلاب بمجموعة من الأزواج المرتبة كتلك الواردة في **المثال 3**. واطلب من الطلاب تمثيل النقاط على شبكة إحداثية مرسومة يدويًا. ثم وجّه الطلاب إلى تمثيل النقاط على شبكة باستخدام برنامج إلكتروني. في النهاية، اطلب من الطلاب مقارنة نسب $\frac{y}{x}$ ومعدلات التغير من نقطة إلى أخرى جبريًا. وجّه الطلاب خلال مناقشة تتناول نتائج كل اكتشاف. أي طريقة هي الأكثر دقةً؟ أي طريقةٍ أعطت النتيجة الأكثر دقة؟ ما التكلفة المحتملة التي تترتب عن افتقاد الدقة؟

مثال إضافي: {(0, 0), (2, 2.5), (5, 8), (6.5, 9), (10, 15.5)}

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_098_101_687146.indd 99 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3

م.م.ر 6

نصائح للتدريس

اجعل الطلاب يتبادلوا الأفكار بشأن طرقٍ تقييم العلاقة بين متغيرين. قد يقترح بعض الطلاب التمثيل البياني للنقاط على مستوى إحداثي. أشر إلى أن التمثيل البياني قد يكون مضللاً إن لم يلتزم الطلاب بالدقة في موقع كل نقطة. لاختبار تناسب العلاقة، على الطلاب حساب النسب $\frac{y}{x}$. فإن كانت واحدة من النسب فقط مختلفةً عن الأخرى، فستكون العلاقة غير تناسبية.

الأسئلة الداعمة

- كيف يُمكنك تحديد ما إذا كانت العلاقة خطية؟ **قارن معدلات التغير بين النقاط. فإذا كانت العلاقة خطية، تكون معدلات التغير كلها متساوية.**
- كيف تحسب معدل التغير بين نقطتين؟ **أوجد ميل القطعة المستقيمة التي تربط النقطتين.**

تدريب

1. **التعليق على الاستنتاج** تزعم أمل أنها إذا حصلت على نقطة واحدة على التمثيل البياني لعلاقة تناسبية، فإنها تستطيع كتابة دالة تحدد العلاقة. هل أمل محقة؟
إذا حصلت أمل على أية نقطة بخلاف الأصل، فستتمكن من كتابة الدالة. إلا أنه إذا كانت النقطة الوحيدة التي لدى أمل هي الأصل، فليست لديها معلومات كافية لكتابة الدالة.

2. **بناء الفرضيات** حدد ما إذا كانت كل علاقة تناسبية، أم غير تناسبية، أم غير خطية. اشرح استدلالك.

a. $3(y-x) + 7 = 4x + 2 - 6x + 5$
يمكن إعادة كتابة المعادلة بالشكل $y = \frac{1}{3}x$، لذلك فهي تمثل علاقة تناسبية.

b.

x	y
−1	−4
0	−1
1	2
2	5

غير تناسبية. العلاقة بين التغير في قيم y والتغير في قيم x ثابتة، لذا فالعلاقة خطية. لكن نسبة القيمة x إلى القيمة y ليست ثابتة.

c.

x	y
−2	−8
−1	−1
0	0
1	1
2	8

غير خطية

3. **التعليق على الاستنتاج** يزعم سامي أن البيانات في الجدول تمثل علاقة تناسبية. يقول إن القيم تختلف مباشرة لأن كل زيادة تبلغ 4 في قيمة x تقابل زيادة تبلغ 4 في قيمة y. هل هذا صحيح؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟

x	y
−6	−9
−2	−5
2	−1
6	3

سامي ليس محقًا. إنه يقارن التغير في قيم y بالتغير المقابل في قيم x. ولأن هذه النسبة ثابتة، تمثل البيانات في الجدول دالة خطية. الدالة لا تمر بالنقطة (0, 0)، لذلك فهي علاقة غير تناسبية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

ربما لا يستوعب الطلاب أهمية ثابت التناسبية في العلاقة التناسبية. اكتب المعادلة الخاصة بالعلاقة التناسبية على اللوحة: $y = kx$. حل المعادلة لإيجاد قيمة k. أشر إلى أن k قيمة ثابتة. وهذا يفسر المتطلب القائل أن نسبة القيم $(\frac{y}{x})$ متساوية من أجل جميع أزواج x-y في العلاقة. وجّه الطلاب إلى معرفة الرابط بين اختبار النسب لتحديد العلاقات التناسبية وكذلك تعريف العلاقات التناسبية بناءً على المعادلة $y = kx$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_098_101_687146.indd 100 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

4. **التفكير بطريقة كميّة** يكسب محسن من عمله كوكيل عقاري عمولة تبلغ AED 2975 من بيع منزل قيمته AED 85,000.

a. اكتب معادلة تمثل نسبة عمولته.

$y = 0.035x$

b. كم سيكسب محسن من بيع منزل قيمته AED 140,000؟

AED 4900

c. ما المبلغ الذي يجب بيع منزل به لكي يكسب محسن عمولة تبلغ AED 7875؟

AED 5950

d. استخدم معادلتك من **الجزء a** لتحديد العمولة التي يكسبها محسن من بيع منزل قيمته AED 170,000.

AED 225,000

e. قارن إجابتك على **الجزء d** مع العمولة التي يكسبها محسن من بيع منزل قيمته AED 85,000. هل هذا منطقي؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: نعم؛ المنزل في الجزء d يكلف ضعف المنزل الآخر، والعمولة كانت الضعف.

5. يقارن أحمد بين أنظمة استخدام الهاتف الخلوي. استخدم ملخصات الأنظمة لتساعدك في الإجابة على الأسئلة التالية.

	النظام a	النظام b
الرسوم الشهرية	AED 0	AED 25
رسوم البيانات لكل جيجابايت	AED 35	AED 15

a. **تفسير المسائل** اكتب دالة تصف العلاقة بين عدد الجيجابايت (GB) من البيانات d وتكلفة الخدمة c لكل نظام.

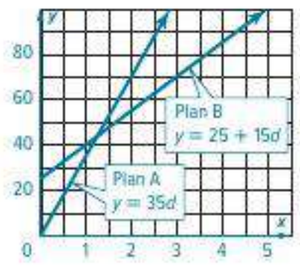
النظام a: $c(d) = 35d$

النظام b: $c(d) = 25 + 15d$

b. **التواصل بدقة** صف العلاقة بين عدد الجيجابايت من البيانات والتكلفة الإجمالية للخدمة في كل نظام. هل هي علاقة تناسبية أم غير تناسبية أم أنها ليست من أي النوعين؟ اشرح استدلالك.

يمثل النظام a علاقة تناسبية لأن التكلفة تختلف مباشرة مع اختلاف عدد الجيجابايت من البيانات. النظام b لا يمثل علاقة تناسبية؛ التمثيل البياني للعلاقة لن يمر عبر الأصل.

c. **استخدام نموذج** ارسم التمثيل البياني لكل دالة وقارن بين النظامين. هل يمثل النظام a دائمًا قيمة أفضل من النظام b؟ اشرح استدلالك.



يتقاطع التمثيلان البيانيان عندما تكون قيمتها 1.25d. بالنسبة إلى d < 1.25، النظام a أقل في التكلفة. إذا استخدم أحمد أكثر من 1.25 جيجابايت من البيانات، يوفر النظام b قيمة أفضل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب

ربط التمارين بالمعايير

في التمارين 3-1، يجب على الطلاب تحديد ما إن كانت العلاقة علاقة تناسبية، وفقًا لـ F.LE.1b، حيث تعرض على الطلاب علاقاتٌ معطاةٌ لفظًا وفي جداول.

يطلب التمرينان 4 و 5 من الطلاب كتابة معادلة لتمثيل مواقف محددة، وتحديد ما إن كانت تلك المواقف تمثل علاقات تناسبية، ومن ثم حل مسائل باستخدام معادلاتهم، بما يحقق **F.LE.1b** و **F.LE.2** و**A.CED.2**.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1-3	3
4	2
5	1, 4, 6

التدريس المتمايز

أرشد الطلاب خلال مناقشةٍ حول طرق تمثيل الدوال. بكم طريقةً مختلفةً بوسعك تمثيل دالة؟ تحدّ الطلاب أن يصفوا الدوال بأكبر عدد ممكن من الطرق. عند إتمام الطلاب للأنشطة الواردة في هذا الدرس، اطلب منهم تشكيل طرقٍ مختلفةٍ لتمثيل كل علاقة. عند تحليل العلاقات في **المثال 1**، وجّه الطلاب إلى تمثيل كل علاقة بجدول وتمثيل بياني ومجموعة من الأزواج المرتبة ومعادلة. ومن ثمّ تحدّ الطلاب أن يبتكروا سياقًا للعلاقة من الحياة اليومية.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_098_101_687146.indd 101 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تحسين سرعة ركوب الدراجة

على الطلاب أن يحسبوا متوسط السرعة على فترات فاصلة منفصلة وكذلك متوسط السرعة الإجمالية، وذلك بهدف تحسين متوسط السرعة لراكب الدراجة.

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: تعزز مهمة تقويم الأداء في الوحدة الثالثة الممارسات **في الرياضيات م.م.ر 1 وم.م.ر 2 وم.م.ر 4 وم.م.ر 6.**

بداية سريعة

إذا كان الطلاب يعانون من صعوبةٍ في حساب متوسط السرعة، راجع قانون الميل. اطرح الأسئلة التالية:

- أي متغير يمثل الإحداثي *x* في قانون الميل؟ **الوقت**
- أي متغير يمثل الإحداثي *y* في قانون الميل؟ **المسافة**

بعد ذلك، اطلب من الطلاب قراءة **الجزء A**. وذكرهم أنه يمثلون بيانيًا الإحداثيات *x-y*. مثّل معهم أول نقطتين بيانيًا. ثم اطلب منهم إكمال باقي النقاط. صِل النقاط المتعاقبة بقطع مستقيمة ووضح أن كلاً منها تمثل دالة خطيةً ذات ميلٍ محدد. الميل هو متوسط السرعة.

أخيرًا، صِل النقطتين الأولى والأخيرة بمستقيم واحد وبيّن أن ميل هذا الخط هو متوسط السرعة لراكب الدراجة خلال السباق بكامله.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تتماشى مهمة تقويم الأداء هذه إلى حدٍ كبيرٍ مع **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. خلال هذه المهمة، على الطلاب استخدام بيانات المسافة في مقابل الوقت، بالإضافة إلى قانون الميل، وذلك لحساب متوسط السرعة لراكب دراجة عند فترات فاصلة مختلفة على طول سباق بمسافة 25 ميلاً ومتوسط السرعة الإجمالية على كامل مسافة السباق. إن سرعة راكب الدراجة ليست ثابتة خلال السباق، ولذلك يجب على الطلاب تحليل البيانات والوصول إلى استنتاجات بناءً على سرعته المتغيرة. بما أن الهدف هو اختصار الوقت الذي يستغرقه الراكب بمقدار 5 دقائق، فالمسألة الآنية هي تحديد متوسط السرعة الجديدة لراكب الدراجة وكيفية تغيير وتيرة سرعته خلال الفترات الفاصلة المختلفة لتحقيق الهدف المنشود. إن البيانات والتمثيلات البيانية التي ينتجها الطلاب تمثل نموذجًا لتحسن أداء راكب الدراجة.

تحسين سرعة ركوب الدراجة

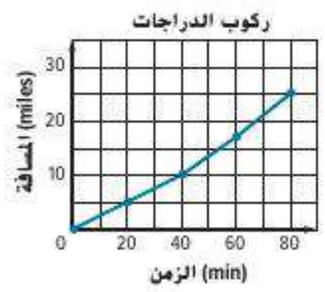
قدم حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من توضيح عملك بأكمله، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة وتبرير إجاباتك.

يريد سائق دراجة أن يحسب متوسط سرعته في سباق. يوضح الجدول المسافة التي قطعها في أوقات مختلفة. يمكن استخدام البيانات في الجدول لاحتساب سرعته على مدار أربع فترات مدة كل منها 20 min. والهدف هو اختصار الزمن الإجمالي لسائق الدراجة بمقدار 5 min.

الزمن (min)	المسافة (mi)
0	0
20	5
40	10
60	17
80	25

الجزء "A"

ارسم تمثيل بياني للبيانات. أوصل كل زوج من النقاط المتجاورة بقطع خطي.



الجزء "B"

احسب متوسط السرعة خلال كل فترة باستخدام قانون الميل. أكمل الجدول. قم بتوصيل أول وآخر نقطة ثم جد متوسط سرعة الفترة بالكامل (0-80 mins).

	متوسط السرعة (mi/min)
الفترة 1 (0-20 mins)	0.25 mi/min
الفترة 2 (20-40 mins)	0.25 mi/min
الفترة 3 (40-60 mins)	0.35 mi/min
الفترة 4 (60-80 mins)	0.4 mi/min
الفترة بالكامل (0-80)	0.3125 mi/min

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_102_103_687146.indd 102 8/22/19 8:54 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | Ist Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

الجزء "C"

خلال أي فترة يتحرك سائق الدراجة بالسرعة الأكبر؟ وبالسرعة الأبطأ؟

الجزء "D"

ما التوصيات التي تقدمها لاختصار مدة 25 min التي يستغرقها بمقدار 5 min؟ ماذا سيكون المتوسط العام الجديد للسرعة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

يقدم **الجزء B** فرصةً للربط مع **م.م.ر 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكمية)**. يقول المعيار: "يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في مواقف المسائل." في **الجزء B**، اطلب من الطلاب حساب متوسط السرعة للفترات الفاصلة الأربع التي يتألف منها السباق. واسأل الطلاب عن كيفية انعكاس السرعات المختلفة في التمثيل البياني. ثم اطلب منهم حساب متوسط السرعة للسباق بكامله. لكي يحدد الطلاب كيفية تحسين راكب الدراجة لسرعته، فعلى الطلاب بدء الحل بترتيب عكسي من متوسط السرعة الجديدة إلى التغيرات في واحد أو أكثر من الفترات الفاصلة وصولاً إلى هذه السرعة الجديدة.

أخطاء شائعة

متوسط السرعة هو السرعة عند فترة فاصلة معينة، ويحدد من خلال ميل الخط الواصل بين نقطتين. ثمة فرق واضح بين متوسط السرعة خلال فترة فاصلة محددة ومتوسط السرعة الإجمالي. اطلب من الطلاب استخدام قانون الميل لحساب متوسط السرعة. وإلا قد يخلط الطلاب بين متوسط السرعة عند فترة فاصلة محددة وبين متوسط السرعة الإجمالي.

معايير رصد الدرجات

الجزء	النقاط القصوى	جدول الإجابات
A	2	انظر في *دليل الطالب التفاعلي* للاطلاع على الجدول.
B	2	0.25 mi/min; 0.25 mi/min; 0.35 mi/min; 0.4 mi/min السرعة الكلية 0.3125
C	2	السرعة أكبر ما يمكن في الفترة الفاصلة الأخيرة. السرعة أقل ما يمكن خلال أول فترتين فاصلتين.
D	2	ينبغي أن يكون متوسط السرعة المحسّن $\frac{1}{3}$ mi/min الإجابة النموذجية: على راكب الدراجة محاولة تحقيق انطلاقةٍ أفضل وزيادة سرعته مبكرًا خلال جولة الركوب.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_102_103_687146.indd 103 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3 مهمة تقويم الأداء

تقدير الدخل

على الطلاب كتابة معادلة خطية بالصيغة المعيارية، وتحويلها إلى صيغة الميل–التقاطع، وتمثيلها بيانيًا، وتحليل التمثيل البياني لتقديم توصية. ويتمثل الهدف من ذلك في إيجاد توافيق من مجهولين لتحقيق شرطٍ معطى.

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: تعزز مهمة تقويم الأداء في الوحدة الممارسات في الرياضيات **م.م.ر 1 وم.م.ر 2 وم.م.ر 4 وم.م.ر 6.**

بداية سريعة

إذا كان الطلاب يعانون من صعوبة في كتابة التعبير الخاص بإيجاد إجمالي الدخل، فركّز على الوظيفة الأولى، والتي تدرّ AED 7.50\hr. اطرح الأسئلة التالية:

- ما التعبير الذي يوضح كم تكسب جميلة بعد ساعتين؟ وبعد 3 ساعات؟
  (7.5)(2); (7.5)(3)
- ما التعبير الذي يوضح كم كسبت بعد x ساعة؟ **$7.5x$**

بعد ذلك، اطلب من الطلاب قراءة **الجزء A**. واجعلهم يكتبوا التعابير الفردية لإيجاد المبلغ الذي كسبته جميلة بعد x و y ساعة في كل وظيفة. ثم اطلب منهم كتابة المعادلة بالصيغة المعيارية، والتي تمثل مجموع ساعات العمل اللازمة لكسب AED 500 على مدة أربعة أسابيع: $7.5x + 8.25y = 500$.

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

تتماشى مهمة تقويم الأداء هذه إلى حدٍ كبيرٍ مع **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. سوف يستخدم الطلاب خلال المهمة دالة خطيةً لتحديد عدد الساعات التي يستطيع أحدهم أن يؤديها خلال عملين بدوام جزئي ليكسب AED 500. يقدم التمثيل البياني الخاص بالدالة الخطية الكثير من الحلول الممكنة. يطلب من الطلاب تحديد أي توافيق من إحداثيات x-y ينتج عنها AED 500 وكيف يرتبط ذلك بعدد ساعات العمل المنجزة في كل وظيفة على مدى أربعة أسابيع. هذه مسألة غير محددة الإجابة، وفيها يحلل الطلاب التمثيل البياني بصيغة الميل–التقاطع من أجل إيجاد حل عملي. شجع الطلاب على استخدام التقنية (ورقة جدولة أو حاسبة بيانية) من أجل التمثيل البياني للدالة وإيجاد الإحداثيات المختلفة على طول التمثيل البياني.

مهمة تقويم الأداء

تقدير الدخل

قدم حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من توضيح عملك بأكمله، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة وتبرير إجاباتك.

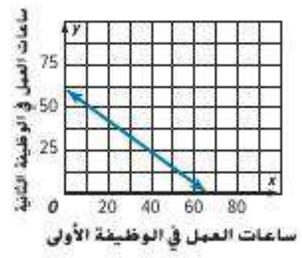
تعمل جميلة في وظيفتين بدوام جزئي. إحداهما تدفع AED 7.50 في الساعة والأخرى تدفع AED 8.25 في الساعة. يختلف عدد الساعات من أسبوع لآخر على حسب احتياج كل وظيفة. ساعدها على التوصل إلى طريقة لتكسب AED 500 على مدار 4 أسابيع. كم عدد الساعات التي ستعملها كل أسبوع؟

الجزء "A"

اكتب تعبيرًا يوضح مقدار المال الذي تكسبه من وظيفتها الأولى.
اكتب تعبيرًا يوضح مقدار المال الذي تكسبه من وظيفتها الثانية.
اكتب معادلة توضح كيف تستطيع أن تكسب AED 500.

الجزء "B"

اكتب معادلة من **الجزء A** في شكل ميل–تقاطع. مثّل الدالة أدناه بيانيًا.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_104_105_687146.indd 104 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء "c"

ما الذي يمثله الإحداثيان على المحور الأفقي x والمحور الرأسي y لكل نقطة بطول الخط الذي يعد التمثيل البياني للدالة؟

الجزء "D"

قدم توصية لجميلة بتوافيق من الساعات في كل وظيفة ستسمح لها بأن تحقق AED 500. حدد العدد الإجمالي للساعات التي تحتاج إلى عملها واقسمه بالتساوي على أربعة أسابيع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للتدريس

م.م.ر 2

يقدم **الجزء B** فرصةً للربط مع **م.م.ر 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكمية)**. يقول المعيار: "يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في مواقف المسائل." من أجل **الجزء B**، اطلب من الطلاب إعادة كتابة المعادلة الخطية بصيغة الميل – التقاطع. في هذه التركيبة y تابعة لـــ x. بما أن y تمثل عدد ساعات العمل المنجز في الوظيفة الثانية، فإنها تعتمد على x، والتي تمثل عدد الساعات في الوظيفة الأولى. تحقق من فهم الطلاب للعلاقة الداليّة بين المتغيرين.

أخطاء شائعة

في حين تستخدم المعادلة بالصيغة المعيارية لتحديد المبلغ الكلي من الأموال المقبوضة، تستخدم صيغة الميل–التقاطع لتحديد عدد ساعات العمل المنجزة في كل وظيفة. تحقق جميع إحداثيات x-y الواقعة على الخط المستقيم المعادلة. يحدد الطلاب مقدار التوقف معبرًا عنه بعدد الساعات. تحقق من فهم الطلاب للفرق المميز بين المعادلتين الخطيين.

معايير رصد الدرجات

الجزء	النقاط التصوى	جدول الإجابات
A	2	$7.5x$; $8.25y$; $7.5x + 8.25y = 500$
B	2	$y = 60.61 - 0.91x$; راجع **دليل الطالب التفاعلي** للتمثيل البياني.
C	2	تمثل الإحداثيات x-y عدد ساعات العمل التي يجب أن تنجزها جميلة في كل وظيفة لتحصل على AED 500. ومجموع الإحداثيات هو العدد الإجمالي من ساعات العمل التي عليها إنجازها.
D	2	الإجابة النموذجية: على جميلة أن تعمل لما مجموعه 64 ساعة على مدار أربعة أسابيع. بواقع 36 ساعة في الوظيفة الأولى و 28 ساعة في الوظيفة الثانية. ويعادل ذلك 9 ساعات في الأسبوع في الوظيفة الأولى و 7 ساعات في الأسبوع في الوظيفة الثانية.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_104_105_687146.indd 105 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تمرين على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

قد يكون الطلاب الذين يجيبون على **البند 2** بصورة خاطئة لا يستوعبون كيفية إيجاد القيمة الأولية والفرق المشترك في المتتالية الحسابية. اطلب منهم كتابة الأزواج المرتبة المقابلة في جدول، وشرح أن قيم x ليست معطاةً بصورة صحيحة، ولكن عليهم البدء بـ $x = 0$. ومن الجدول، اطلب منهم تحديد القيمة الأولية ومعدل التغير.

قد لا يكون الطلاب الذين يجيبون على **البند 3** على نحو غير صحيح يستخدمون القيم الصحيحة من الجدول. ولإيجاد معدل التغير، على الطلاب قسمة التغير في الوزن على عدد الأسابيع التي حدث خلالها التغير.

إن الطلاب الذين يضعون دائرة حول الخيار الثاني أو الرابع من الإجابة في **البند 5** قد يفسرون المعادلة على أنها صحيحة تمامًا بدلاً من تقدير ارتفاع النبات. أشر إلى أن الدالة تمثل الارتفاع، ما يعني أنها تقدّر الارتفاع، ولكنها لا تعطي قياساتٍ دقيقة.

تدريب على الاختبار المعياري

1. تسير ابتهال من المدرسة إلى المنزل. في التمثيل البياني أدناه، تمثل y المسافة التي تقطعها من المنزل باليادرة وتمثل x عدد الدقائق منذ أن غادرت المدرسة.

استخدم التمثيل البياني لاستكمال العبارات التالية.

تقع مدرسة ابتهال على بعد [1200] ياردة من منزلها.

بعد 3 دقائق من السير، كانت ابتهال على بعد [900] ياردة من المنزل.

بعد [10] دقائق من السير، كانت ابتهال على بعد 200 yd من المنزل.

استغرق الأمر من ابتهال [12] دقائق للسير إلى المنزل.

2. اكتب دالة خطية تقابل المتتالية 7, 10, 13, 16

[$y = 3x + 7$]

3. يوضح الجدول وزن كلب سميرة في أعمار مختلفة.

العمر (بالأسابيع)	6	9	11	14
الوزن (lbs)	3.5	6.2	7.8	12.7

استخدم المعلومات لاستكمال العبارات التالية.

متوسط معدل التغير بين الأسبوعين 6 و14 يبلغ [1.15] رطلاً في الأسبوع.

متوسط معدل التغير بين الأسبوعين 9 و11 يبلغ [0.8] رطلاً في الأسبوع.

4. يدفع فهد رسمًا شهريًا مقابل العضوية في صالة ألعاب و AED 5 إضافية عن كل حصة يحضرها. إذا حصل على 3 حصص تدريبية، فإجمالي فاتورته AED 30. مثّل رسوم صالة الألعاب الشهرية بيانيًا بناءً على عدد الحصص التي حضرها في ذلك الشهر.

5. تمثل الدالة $y = 5.23x - 1.4$ ارتفاع نبات الطماطم بالمليمتر بعد x أيام من زرع بذرة. حدد العبارات الصحيحة أدناه.

ينمو النبات بمقدار 36 mm تقريبًا في الأسبوع.

كان طول النبات 19.52 mm بالضبط بعد 4 أيام من الزرع.

يبلغ طول النبات 5 cm تقريبًا بعد 10 أيام من الزرع.

ينمو النبات بمعدل 5.23 mm كل يوم.

6. تبلغ درجة الحرارة داخل فرن 75° F فهرنهايت وتزيد بمقدار معين كل دقيقة بعد تشغيله. بعد 3 دقائق تبلغ درجة الحرارة 111° F. بعد 9 دقائق، تبلغ درجة الحرارة 183°.

الدالة التي تمثل هذا الموقف، حيث x هي عدد الدقائق بعد تشغيل الفرن، هي [$y = 12x + 75$].

أول أربعة حدود من المتتالية الحسابية التي تقابل درجة حرارة الفرن في كل دقيقة هي [75, 87, 99, 111].

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إستراتيجية خوض الاختبار

من أجل **البند 1**، على الطلاب تحديد المسافة بعد عدد محدد من الدقائق، أو عدد الدقائق من أجل مسافة محددة. وعليهم إيجاد القيمة المعطاة على المحور المناسب ورسم خطوط أفقية وعمودية لمساعدتهم في قراءة القيمة المقابلة على المحور الآخر.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_106_107_687146.indd 106 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

7. حدد ما إذا كانت كل معادلة أو جدول أو وصف يمثل علاقة تناسبية أو غير تناسبية. اشرح استدلالك.

a. $y = -2x + 7$

غير تناسبية؛ لا يمكن كتابتها بالصيغة $y = kx$.

b.

x	3	7	22
y	1.5	3.5	11

تناسبية؛ قيمة $\frac{y}{x}$ واحدة لكل الأزواج المرتبة.

c. يكسب جلال AED 9.50 في الساعة من عمله بعد الدراسة.

تناسبية؛ يمكن كتابة هذه العلاقة بصيغة $y = 9.50x$، التي بالشكل $y = kx$.

8. تبلغ سعة المسبح 160 جالونا من المياه. عند شد السدادة، يتم تصريف المياه من المسبح بمعدل 5 جالونات في الدقيقة.

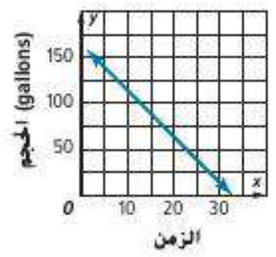
a. ما الدالة التي تمثل هذا الموقف؟

$y = -5x + 160$

b. ما الذي تمثله x وy وما هي الوحدات؟

x: الدقائق التي مرت منذ شد السدادة، y: جالونات الماء المتبقية في المسبح

c. مثّل الدالة بيانيا.



d. استخدم تمثيلك البياني لتحديد عدد الدقائق المطلوبة لتصريف كل المياه من المسبح. تحقق من إجابتك باستخدام دالتك من **الجزء a**.

32 دقيقة؛ $0 = 160 + (32)-5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لشركة مؤسسة ماكجروهيل التعليمية

إستراتيجية خوض الاختبار

من أجل **البند 7**، على الطلاب أن يضعوا في الحسبان أن العلاقات التناسبية تضم النقطة (0,0). اطلب منهم تدوين ملحوظة عن ذلك على الهامش بمثابة تذكرة عند تحديد ما إذا كانت كل علاقة تناسبية أو غير تناسبية.

تشخيص الأخطاء

البند 7

[4] إجابات وتفسيرات صحيحة لكل الأجزاء

[3] إجابات صحيحة لكل الأجزاء، ولكن التفسيرات معدومة أو ناقصة لجزء واحد

[2] إجابتان وتفسيران صحيحان لجزأين من أصل الأجزاء الثلاثة

[1] إجابة واحدة صحيحة وتفسير صحيح أو إجابتان صحيحتان

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة وطريقة التفكير خاطئتان

البند 8

[4] المعادلة الصحيحة، ووحدتا x وy وتعريفهما صحيح، والتمثيل البياني صحيح، وعدد الدقائق صحيح.

[3] ثلاثة أجزاء من أصل أربعة صحيحة

[2] جزءان من أصل أربعة صحيحان

[1] جزء واحد من أصل أربعة صحيح

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة وطريقة التفكير خاطئتان

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch3_106_107_687146.indd 107 8/22/19 8:54 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

4 محور الوحدة

استخدام دليل الطالب التفاعلي

يمكن استخدام دليل الطالب التفاعلي (ISG) مع كتاب الرياضيات المتكاملة 1.

درس دليل الطالب التفاعلي	الرياضيات المتكاملة 1
4.1, 4.2	الدروس 4-1, 4-2, 4-4
4.3	الدرس 4-3
4.4	الدرس 4-4

نصائح للتدريس

م.م.ر 2

يساعد السؤال التمهيدي للدرس 4.1 في شرح **م.م.ر 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكمية)**. يطلب السؤال التمهيدي من الطلاب أن يحسبوا هبوط طائرة شراعية باستخدام صيغة تقاطع الميل من المعادلة. ينبغي أن يتمكن الطلاب أيضًا من حساب الصيغة المجردة لنقاط التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y وتطبيقها على موقف من الحياة اليومية. ينبغي في هذه الحالة أن يربط الطلاب بين هبوط الطائرة الشراعية ورقم سالب. تأكد من أن الطلاب يفهمون أن الهبوط يمثل ميلاً سالبًا.

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

يركز السؤال التمهيدي للدرس 4.4 على **م.م.ر 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. يركز هذا المقياس على قدرة الطلاب على تحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. ينبغي أن يحدد الطلاب، بالاستعانة بالرسم البياني، أن العلاقة بين المتغيرين هي علاقة سالبة. سيكون الخطأ الشائع بالنسبة للطلاب أن يروا هذه العلاقة كعلاقة موجبة، لأن درجة الحرارة تزيد. وينبغي أن تُذكر الطلاب أن الارتباط أو العلاقة السالبة توجد إذا زاد أحد المتغيرين، بينما يتناقص المتغير الثاني.

4 معادلات الدوال الخطية

الهدف الأساسي من الوحدة تعرّف على بعض مما ستستكشفه في هذه الوحدة. أجب عن الأسئلة التمهيدية. عند الانتهاء من كل درس، ارجع إلى هذه الصفحات للتحقق من عملك.

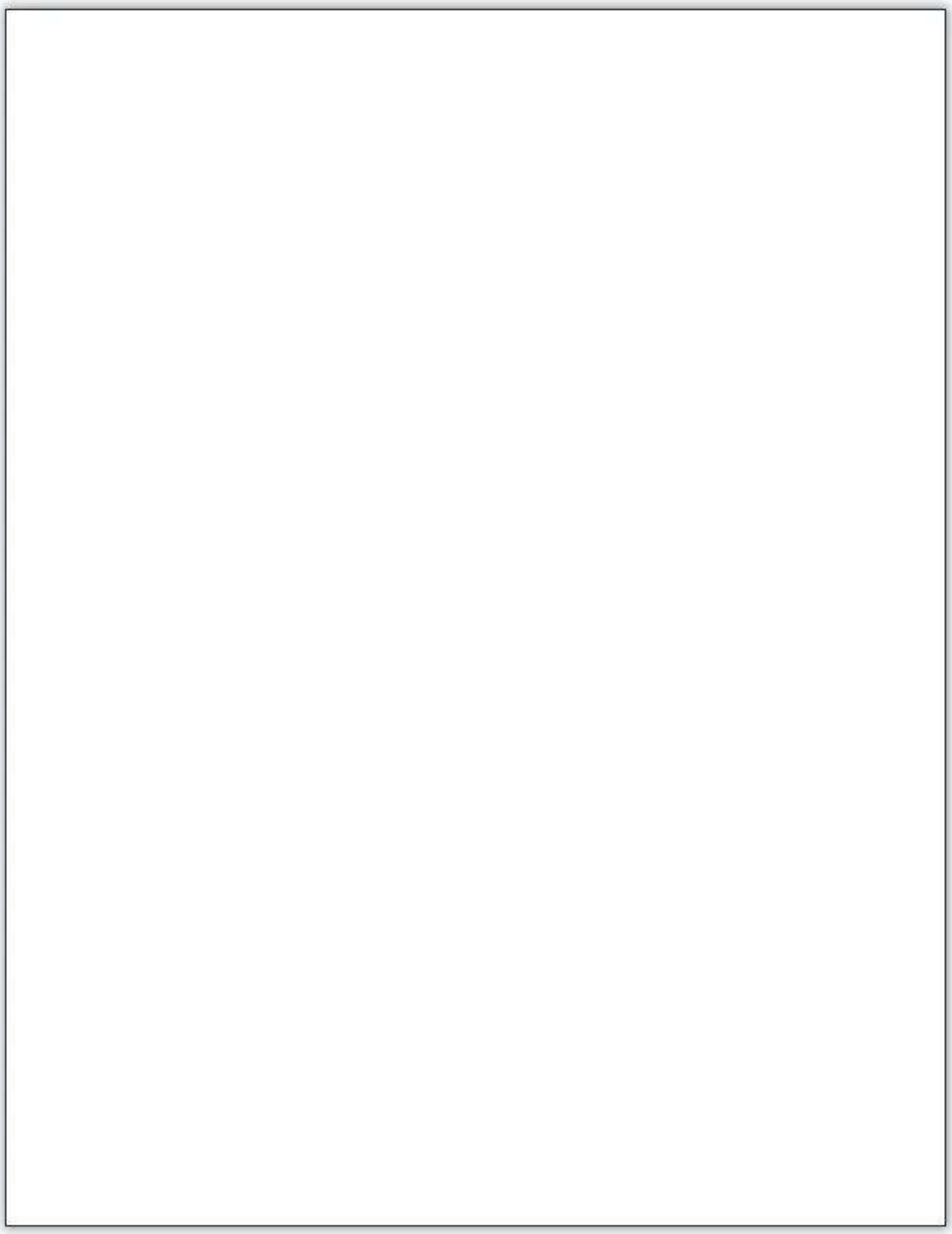
الدروس المستفادة	السؤال التمهيدي
الدرس 4.1 والدرس 4.2: تمثيل وكتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع	
كوّن معادلات ذات متغيرين أو أكثر لتمثيل العلاقات بين الكميات، ومثّل هذه المعادلات بيانيًا على المحاور الإحداثية مع مراعاة التسميات والمقاييس. فسّر الميل (معدل التغير) والتقاطع مع المحور (الحد الثابت) لأي نموذج خطي في سياق البيانات. **يتناول أيضًا:** F.IF.7a, F.LE.2	طائرة شراعية تبدأ رحلتها بالتحليق على ارتفاع 400 قدم فوق مستوى سطح البحر. وتنخفض بمعدل 40 قدمًا في الدقيقة. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل التغير في الارتفاع. ما الذي يمثله كلّ من التقاطعين مع المحور x والمحور y؟ $y = -40x + 400$؛ يمثل التقاطع مع المحور الرأسي y نقطة بدئه والتقاطع مع المحور الأفقي x الزمن الذي سيحتاجه للوصول إلى الأرض
الدرس 4.3: كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل	
كوّن دوالاً خطية وأسية بما في ذلك متتاليات حسابية وهندسية مع توفر تمثيل بياني ووصف للعلاقة أو مجموعتي مدخلات ومخرجات. **يتناول أيضًا:** F.IF.7a, A.CED.2	اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل تمثل الخط الذي يمر بالنقطتين (4 ,1) و(1 ,1−). ثم اكتب المعادلة في شكل ميل-المقطع. $y - 4 = \frac{3}{2}(x - 1)$; $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ $y - 1 = \frac{3}{2}(x + 1)$; $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

ما ستتعلمه	السؤال التمهيدي
الدرس 4.4:	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

108 الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_108_109_687146.indd 108 8/22/19 8:55 PM



4.1 4.2 التمثيل و كتابة المعادلات بصيغة تقاطع الميل

المعايير

يتناول أيضًا: F.LA.CS.ID.7D.2.2, 3, 7
معايير الممارسات الرياضية: 1, 2, 4, 7, 8

المتطلبات الأساسية

- إيجاد حل معادلة خطية لإيجاد قيمة المتغير المذكور.
- التمثيل البياني للنقاط على مستوى إحداثي
- إيجاد الميل من خلال معرفة نقطتين

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

يفسر الطلاب في هذا المثال مفهومي الميل والتقاطع لشرح الموقف بطريقة رياضية.

اطلب من الطلاب – قبل أن يبدأوا التمثيل البياني – أن يستخدموا الجداول لتحديد الشمعة التي ستحترق بمعدل أسرع وتفسير السبب.

الأسئلة الداعمة

- ما الذي يعنيه "0 ساعة" في هذه الحالة؟ **لم تُضاء الشمعة بعد.**
- لماذا قيمة الميل سالبة في هذه الحالة؟ **الإجابة النموذجية: يتناقص ارتفاع الشمعة بزيادة قيمة الوقت، مما يعني أن النسبة هي قيمة سالبة إلى قيمة موجبة.**
- كيف تستخدم المعادلة في التنبؤ بارتفاع الشمعة بعد مرور 3 ساعات؟ **ضع 3 محل x في كل معادلة وحلها لإيجاد قيمة y.**

معلومات أساسية في الرياضيات

صيغة تقاطع الميل في المعادلة الخطية هي صيغة فعالة للدالة. إذا كان يمكن قراءة الميل ونقطة التقاطع مع المحور الرأسي y على الخط من الرسم البياني، فسيسهل كتابة معادلة الخط بإحلال تلك المعاملات محل $y = mx + b$.
وبالعكس، إذا كانت معادلة الخط مُعطاة، فسيسهل تمثيل الرسم البياني للخط بتمثيل التقاطع مع المحور الرأسي y وإيجاد النقاط الأخرى باستخدام الميل.
ويمكن أيضًا تفسير الحالات المُمثلة بمعادلة خطية في صيغة تقاطع الميل. يدل التقاطع مع المحور الرأسي y على قيمة القيمة التابعة عندما تكون القيمة المستقلة تساوي صفرًا. يصف الميل معدل التغير بين متغيرين.

4.1 4.2 تمثيل وكتابة المعادلات بصيغة الميل والمتطع

الأهداف

- كتابة معادلات وتمثيلها بيانيًا باستخدام صيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المسائل وحلها باستخدام المعادلات بصيغة الميل والمقطع وتمثيلاتها البيانية.

ميل أي مستقيم هو نسبة التغير في الإحداثي y (التغير الرأسي) إلى التغير المناظر في الإحداثي x (التغير الأفقي) كلما تتحرك من نقطة إلى أخرى بطول الخط المستقيم. **التقاطع مع المحور الرأسي y** بالنسبة لمستقيم ما هو الإحداثي y للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني مع المحور الرأسي y. إن صيغة **الميل والمقطع** لمعادلة هي $y = mx + b$. حيث يشير الحرف m إلى الميل. والحرف b إلى التقاطع مع المحور الرأسي y.

مثال 1 استكشاف التمثيلات البيانية للمعادلات الخطية

الاستكشاف يوضح الجدولان كيف تغير ارتفاع شمعتين بالتناسب مع وقت احتراقهما.

a. استخدام نموذج مثّل بيانات كل شمعة بيانيًا. قم بالتوصيل بين النقاط بخط مستقيم.

الشمعة الزرقاء	
ساعات الاحتراق	الارتفاع (in.)
0	9
4	6
8	3

الشمعة الحمراء	
ساعات الاحتراق	الارتفاع (in.)
0	8
4	6
8	4

b. تفسير المسائل ما المقصود بالتقاطع مع المحور الرأسي y في كل تمثيل بياني؟ ما المقصود بالتقاطعات مع المحور الرأسي y في سياق الموقف؟
الزرقاء: 9. كان ارتفاع البدء .in 9؛ الحمراء: 8. كان ارتفاع البدء .in 8.

c. تفسير المسائل ما المقصود بالتقاطع مع المحور الأفقي x في كل تمثيل بياني؟ ما المقصود بالتقاطعات مع المحور الأفقي x في سياق الموقف؟
الزرقاء 12؛ الحمراء 16؛ عدد الساعات قبل أن تحترق الشمعتان تمامًا

d. التفكير بطريقة تجريدية كيف يمكنك بمجرد النظر إلى التمثيلات البيانية أن تحدد الشمعة التي تحترق بمعدل أسرع؟
الشمعة الزرقاء لها ميل أكثر انحدارًا. لذا فإنها تحترق بمعدل أسرع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_110_113_687146.indd 110 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

e. **التفكير بطريقة كمية** ما مقدار الميل لكل مستقيم؟ ما الذي يخبرك به الميل عن الشموع؟
الزرقاء: $-\frac{3}{4}$؛ إنها تحترق بمقدار $\frac{3}{4}$ بوصة كل ساعة. الحمراء: $-\frac{1}{2}$ ؛ إنها تحترق بمقدار $\frac{1}{2}$ بوصة كل ساعة.

f. **التفكير بطريقة كمية** الميل في كل معادلة بالسالب. ما الذي يجعل هذا منطقيًا في سياق الموقف؟
في كل حالة، ينخفض ارتفاع الشمعة مع مرور الزمن.

g. **استخدام البنية** ما صيغة الميل والمقطع في معادلة كل تمثيل بياني؟ اشرح العملية التي استخدمتها في حلك.
الزرقاء: $y = -\frac{3}{4}x + 9$؛ الحمراء: $y = -\frac{1}{2}x + 8$؛ عوّض عن التقاطع مع المحور الرأسي y بالرمز b وعن الميل مكان بالرمز m في $y = mx + b$.

مثال 2 كتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع

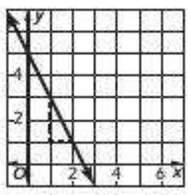
استخدام البنية اكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل والمقطع، $y = mx + b$.

a.

x	y
−4	3
0	−5
4	−13

$y = -2x - 5$

f.



$y = -2x + 5$

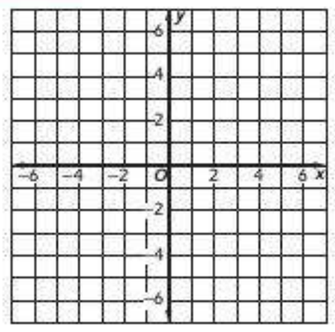
c. **استخدام البنية** حدد ما إذا كانت المستقيمات متوازية أم متعامدة أم ليست كليهما. اشرح استدلالك.
المستقيمات متوازية. لكل منهما ميل بمقدار −2.

مثال 3 تمثيل معادلة بيانيًا بصيغة الميل والمقطع

استخدام البنية حدد الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y لكل معادلة. ثم مثّله بيانيًا.

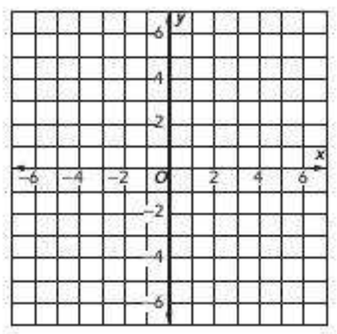
a. $y = \frac{3}{2}x - 2$

الميل: $\frac{3}{2}$ التقاطع مع المحور الرأسي y -2



b. $2x + 3y = 12$

الميل: $-\frac{3}{2}$ التقاطع مع المحور الرأسي y 4



c. **استخدام البنية** حدد ما إذا كانت المستقيمات متوازية أم متعامدة أم ليست كليهما. اشرح استدلالك.
المستقيمان متعامدان لأن ناتج ضرب الميلين هو −1.

محفوظة لدار ماكجرو هيل للتعليم © McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

بينما يعمل الطلاب على هذين المثالين، تابع التأكيد على **م.م.ر 7 (إيجاد البنية واستخدامها)**. عندما يتعلم الطلاب كيفية استخدام صيغة تقاطع الميل في معادلة الخط، ستبدو البنية صعبة في البداية. ولكنها ستسمح للطلاب بإيجاد الميل وتقاطع المحور الرأسي y لأي خط ليس عموديًا أو أي خط ليس أفقيًا. وتمثيل الخطوط بسهولة في رسوم بيانية، وكتابة معادلة الخط من الرسم البياني، وتفسير الخطوط التي تمثل مواقف من الحياة اليومية.

احرص على أن يفكر الطلاب في مختلف جوانب الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y. يبين الميل معدل التغير الرأسي والأفقي عند التمثيل البياني، ولكنه يبين معدل التغير بكميتين أخريين عند تطبيقه على مسائل من الحياة اليومية. فالتقاطع مع المحور الرأسي y ليس مجرد نقطة البداية للتمثيل البياني، ولكنه يساوي أيضًا قيمة المتغير التابع عندما يساوي المتغير المستقل صفرًا.

مثال 2

م.م.ر 7

نصائح للتدريس

سنذكر الطلاب في هذا المثال بالاهتمام جيدًا بالبنية. يجب أن يُعرّف الطلاب نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y واستخدام إحداثيات نقطتين لإيجاد الميل. وذلك في الجدول أولاً، ثم في الرسم البياني.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء a**، هل يهم أي النقاط تستخدم في إيجاد الميل؟ **لا، فنسبة التغير في y إلى التغير في x هي نسبة ثابتة في الرسم البياني للمعادلة الخطية.**
- في **الجزء b**، لماذا يساوي الميل −2 وليس $-\frac{1}{2}$؟ **الإجابة النموذجية: الميل هو نسبة المسافة العمودية إلى المسافة الأفقية، وتساوي المسافة الأفقية −2.**

مثال 3

م.م.ر 7

نصائح للتدريس

يمنحك هذا المثال الفرصة لمناقشة مزايا استخدام قاعدة تقاطع الميل. شجّع الطلاب على استخدام البيانات الجبرية للتنبؤ بكيفية ارتباط الخطين.

الأسئلة الداعمة

- ما المعلومتان اللتان تحتاجهما لتمثيل خط في رسم بياني؟ **الإجابة النموذجية: الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y؛ الميل ونقطة على الخط؛ نقطتان على الخط**
- ما ميزة استخدام صيغة تقاطع الميل؟ **الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y يمكن بسهولة قراءتها من المعادلة المكتوبة بصيغة تقاطع الميل. مثل التقاطع مع المحور الرأسي y واستخدم الميل لإيجاد النقاط الأخرى على الخط.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_110_113_687146.indd 111 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

مثال 4

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

لتخطيط حل **للجزء a**، يجب أن يفكر الطلاب في معنى المتغيرات.

الأسئلة الداعمة

- انظر إلى الصيغة والمعلومات المُعطاة. ما المتغير غير المُعطى في الصيغة؟ **قيمة b ليست مُعطاة.**
- كيف يمكنك استخدام المعلومات المُعطاة في إيجاد المتغير غير المُعطى؟ **ضع القيم الأخرى في الصيغة وأوجد قيمة b.**

مثال 5

نصائح للتدريس

م.م.ر 1

يجب أن يجمع الطلاب في هذا المثال بين ما يعرفونه عن إيجاد الميل وما يعرفونه عن معادلة الخط في صيغة تقاطع الميل حتى يمكنهم التخطيط للحل.

الأسئلة الداعمة

- ما الذي تحتاج لمعرفته لكتابة معادلة خط في صيغة تقاطع الميل؟ **الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y**
- كيف يمكنك استخدام المعلومات المُعطاة في إيجاد أحد المعاملات؟ **استخدم إحداثيات نقطتين لإيجاد ميل الخط مستخدمًا صيغة الميل.**
- متى تستخدم التعويض في إيجاد قيمة b. كيف تقرر النقطة التي ستستخدمها؟ **ليس هذا أمرًا مهمًا. فكلا النقطتان على الخط، لذا فكلاهما تعطيان النتيجة نفسها عند التعويض بهما في المعادلة.**

التدريس المتمايز

قد يجد الطلاب صعوبة في استخدام التعويض لإيجاد قيمة b، ثم استخدامه مجددًا في كتابة صيغة تقاطع الميل للمعادلة. وبدلاً من ذلك، سيسهل عليهم استخدام صيغة الميل في إيجاد المعادلة. اشرح هذه العملية لإيجاد معادلة الخط المار عبر $(-12, 6)$ وبميل مقداره $\frac{5}{6}$.

$$\frac{5}{6}=\frac{y-6}{x-(-12)} \Rightarrow 6(y-6)=5(x+12) \Rightarrow 6y-36=5x+60$$
$$\Rightarrow 6y=5x+96 \Rightarrow y=\frac{5}{6}x+16$$

قارن النتائج بالطريقة الأخرى. وناقش بعدئذٍ كيف أن استخدام صيغة الميل طريقة صحيحة لإيجاد المعادلة في صيغة تقاطع الميل.

مثال 4 **كتابة معادلة لمستقيم مع تحديد نقطة والميل**

اكتب معادلة مستقيم يمر بالنقطة $(-12, 6)$ وله ميل $\frac{5}{6}$

a. **التخطيط لحل** اشرح كيفية إيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y

عوّض عن $y = 6$ و$x = -12$ و$m = \frac{5}{6}$ في $y = mx + b$. ثم حل معادلة b.

b. **استخدام البنية** أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

التقاطع مع المحور الرأسي y هو 16.

c. **استخدام البنية** ما المعادلة بصيغة الميل والمقطع؟

$y = \frac{5}{6}x + 16$

مثال 5 **كتابة معادلة باستخدام نقطتين محددتين**

اكتب معادلة مستقيم يمر بالنقطتين $(3, -2)$ و $(1, -3)$.

a. **تفسير المسائل** ما الاختلاف بين المعلومات الواردة في هذا المثال والمعلومات الواردة في **المثال 4**؟

تم تحديد نقطتين بدلاً من نقطة واحدة والميل.

b. **استخدام البنية** ما هو ميل المستقيم؟ اشرح العملية التي استخدمتها في حلك.

عوّض عن $x_1 = -3$ و$y_1 = 3$ و$x_2 = 3$ و$y_2 = -1$ في صيغة الميل: $-\frac{2}{3}$.

c. **وصف طريقة** اشرح طريقة كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

عوّض عن الميل في m وإحداثيات إحدى النقطتين بـ x وy في الصيغة $y = mx + b$. أوجد حل b. ثم عوّض عن m وb في $y = mx + b$

d. **استخدام البنية** ما معادلة صيغة الميل والمقطع؟ كيف يمكنك أن تتحقق من صحة المعادلة؟

$y = -\frac{2}{3}x + 1$؛ عوّض عن إحداثيات النقطة التي لم تستخدمها في الجزء c.

تدريب

1. **استخدام البنية** اكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل والمقطع

a. الميل: $\frac{4}{5}$؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: -8

$y = \frac{4}{5}x - 8$

b. $8x + 3y = -24$

$y = -\frac{8}{3}x - 8$

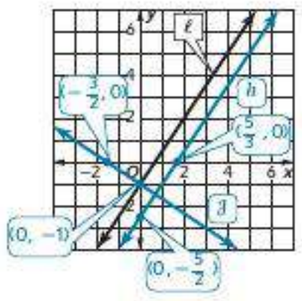
c. ما النقطة المشتركة بين التمثيلين البيانيين لكلتا المعادلتين وما الذي يخبرك هذا به عن تمثيلهما البيانيين؟

لها نفس التقاطع مع المحور الرأسي y، -8. يتقاطع الخطان عند $(0, -8)$.

2. **استخدام البنية** بالنظر إلى التمثيل البياني للمستقيم ℓ والمعادلة $Ax + By = C$، وفيها A وB وC أعداد حقيقية غير الصفر. اكتب معادلة كل مستقيم بصيغة الميل والمقطع. ثم مثّل كل مستقيم بيانيًا وحدد اسم تقاطعاته.

a. المستقيم h: $A = 6$ و$C = 10$ و$h \parallel \ell$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لشركة ماكجرو-هيل للتعليم

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_110_113_687146.indd 112 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

b. المستقيم ℓ يمر بالنقطة $B = 1$:B و$\ell \perp \mathcal{J}$ وله نفس التقاطع مع المحور الرأسي y مثل $\mathcal{J}$

$y = -\frac{2}{3}x - 1$

3. **التفكير بطريقة كمية** تابع كرم وزن قطته لمدة 6 أشهر. يمكن تمثيل نموها بالمعادلة $p = 7.5m +$ 1 حيث m = العمر بالشهور p = الوزن بالأرطال.

a. ما التقاطع مع المحور الرأسي y؟ ما المقصود بالتقاطع مع المحور الرأسي y في سياق المسألة؟

1؛ كان وزن قطة كرم يساوي رطلاً عند المولد (0 شهر)

b. ما الميل؟ ماذا يعني الميل في سياق المسألة؟

7.5؛ زاد وزن قطة كرم بمقدار 7.5 رطل في الشهر لأول 6 شهور.

4. a. **استخدام البنية** يزعم لطفي أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (−2, −6) و(10, 2) عمودي على التمثيل البياني $3x - 2y = 10$؟ هل توافق؟ اشرح إجابتك سواء بالسلب أو الإيجاب؟

لا؛ كلا المستقيمين لهما ميل يبلغ 1.5، لذا فالمستقيمان متوازيان.

b. **استخدام البنية** يقول جمال إن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (−10, 7) و(−2, 3) يوازي $2x - y = -5$. هل توافق؟ إجابتك سواء بالسلب أو الإيجاب؟

لا؛ المستقيم الذي يمر بالنقطتين (−10, 7) و(−2, 3) له ميل يبلغ −2 و$2x - y = -5$ له ميل يبلغ 2.

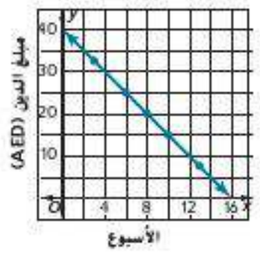
c. **التفكير بطريقة كمية** تقول أسماء إن المستقيم الذي يمر بالنقطتين (−4, 1) و(−6, 5) يوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين (−7, 2) و(−6, 5). كيف يمكنك تحديد أنها على خطأ بدون تحديد الميل؟

لا تلتقي المستقيمات المتوازية أبدًا وسيتقاطع هذان المستقيمان عند (−6, 5).

5. **تفسير المسائل** اقترضت سمية مالاً من أخيها وردت جزءًا كل أسبوع. يوضح الجدول مقدار دينها في أسبوع معين.

a. مثّل البيانات وقم بتوصيل النقاط بخط مستقيم.

الأسبوع	3	6	8	10	13
مبلغ الدين	AED 32.50	AED 25.00	AED 20.00	AED 15.00	AED 7.50



b. ما الذي يخبرك به التقاطع مع المحور الرأسي y عن المسألة؟

اقترضت سمية في البداية AED 40.00

c. ماذا يعني الميل في سياق المسألة؟

ترد AED 2.50 كل أسبوع.

d. ما المقصود بالتقاطع مع المحور الأفقي x في سياق الموقف؟

ستكون قد وردت كل المبلغ في الأسبوع 16.

e. ما الذي تخبرك به حقيقة أن التمثيل البياني خط مستقيم عن المسألة؟

ينخفض المبلغ الذي تدين به بالقدر نفسه كل أسبوع.

محفوظة لدار ماكجرو هيل للتعليم © McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **تمرين** 1b، تأكد من أن الطلاب يحلون المعادلة لإيجاد y قبل أن يحاولوا إيجاد الميل وتقاطع المحور الرأسي y. وشجعهم على التأكد من إجابتهم برسم تمثيل بياني للخط، واختيار نقطة على الخط والتعويض بها في المعادلة الأصلية ليروا إذا كانت ستنتج عبارة صحيحة أم لا.

في **تمرين** 2، قد يميل الطلاب نحو مساواة الثابت A بالميل. واقترح عليهم أن يبدأوا بحل المعادلة $Ax + By = C$، بالنسبة لـy.

في **تمرين** 5، ينبغي أن يتأكد الطلاب من أن إجاباتهم تفيد معنى صحيحًا في سياق المسألة. واطلب منهم تعليل الاستنتاجات.

تمرين

ربط التمرينات بالمعايير

في **تمرين** 1، يكتب الطلاب صيغة تقاطع الميل للمعادلة، والتي تم تناولها في **F.LE.2**.

في **تمرين** 2، يجب أن يستخدم الطلاب البنية والتفكير بطريقة جبرية لكتابة كل معادلة بصيغة تقاطع الميل، وهذا هو محور **F.LE.2**، ثم يمثلوا كل خط برسم بياني، وهذا هو محور **F.IF.7a**.

تمارين 3-5 تتناول **S.ID.7**.

في **تمرين** 3، يفسر الطلاب الميل وتقاطع المحور الرأسي y في سياق الحياة اليومية. **تمرين** 4 يستلزم أن يُحدد الطلاب ما إذا كان الخطان متوازيين أم متعامدين. وقد يكون من الأسهل بالنسبة للطلاب أن يقارنوا بين الخطين إذا كانوا يستخدمون البنية بوضع الخطوط في صيغة تقاطع الميل أولاً. **تمرين** 5 يطلب من الطلاب الربط بين معاملات الميل وتقاطع المحور الأفقي x وتقاطع المحور الرأسي y بحالة من الحياة اليومية. ويجب أن يفسروا الرسم البياني للوصول إلى استنتاجات حول الحالة.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	7
2	7
3	2
4	2, 7
5	1

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_110_113_687146.indd 113 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

4.3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل

المعايير

يتناول أيضًا: F.LE.2, A.CED.2, A.CED.1

معايير الممارسة في الرياضيات: 1, 2, 3, 4, 7

المتطلبات الأساسية

- إيجاد ميل الخط المستقيم من الرسم البياني لخط مستقيم أو نقطتين على الخط المستقيم

مثال 1

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يلزم في الجزء a. و**b.** و**c** من هذا المثال أن يستخدم الطلاب **م.م.ر 7 (إيجاد البنية واستخدامها)** حيث يشتقون صيغة نقطة الميل للمعادلة من قاعدة الميل.

الأسئلة الداعمة

- لماذا ليس من المهم ما النقطة التي تختارها في **الجزء a**؟ **الانحدار بين أي نقطتين في خط مستقيم معين واحد لا يتغير.**
- ما أوجه التشابه والاختلاف بين صيغة نقطة الميل وصيغة تقاطع الميل؟ **المعادلتان متكافئتان. فكلتاهما تشتمل على الميل. تستخدم صيغة نقطة الميل نقطة عشوائية، ولكنها لا تشتمل على نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y، وتستخدم صيغة تقاطع الميل نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y والميل.**

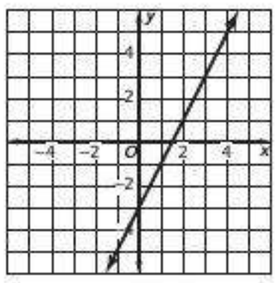
4.3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل

الأهداف

- كتابة معادلة مستقيم بصيغة النقطة والميل.
- تمثيل معادلة مستقيم بيانيًا باستخدام صيغة النقطة والميل.

المعادلة الخطية $y - y_1 = m(x - x_1)$ مكتوبة **بصيغة النقطة والميل** عندما تكون (x_1, y_1) نقطة على المستقيم وm هو ميل المستقيم.

مثال 1 **استقصاء صيغة النقطة والميل**



الاستكشاف انظر التمثيل البياني الموضح على اليسار.

a. الإستفادة من البنية أوجد ميل المستقيم. عوّض عن الميل وإحداثيات نقطة واحدة ونقطة عشوائية (x, y) في صيغة الميل.

الإجابة النموذجية: $2 = \frac{y - 1}{x - 2}$

b. بناء فرضيات اكتب المعادلة من **الجزء a** بصيغة النقطة والميل. قارن معادلتك مع معادلات الطلاب الآخرين. اشرح أي أوجه اختلاف أو تشابه.

الإجابة النموذجية: $y - 1 = 2(x - 2)$؛ **استخدمنا نقاطًا مختلفة ولذلك تختلف قيمتا x_1 و y_1.**

إلا أن كل المعادلات لها نفس الميل، 2.

c. التعليق على الاستنتاج اكتب هذه المعادلة بصيغة الميل والتقاطع. قارن معادلتك مع معادلات الطلاب الآخرين. اشرح أي أوجه اختلاف أو تشابه.

الإجابة النموذجية: $y = 2x - 3$؛ **كل المعادلات واحدة لأن لها نفس الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.**

d. بناء فرضيات ما ميزة صيغة الميل والمقطع لمستقيم التي تفوق بها على صيغة النقطة والميل؟ ما الميزة في صيغة النقطة والميل؟

الإجابة النموذجية: صيغة النقطة والميل مفيدة عندما لا يكون التقاطع مع المحور الرأسي y محددًا. إلا أنه في صيغة الميل والمقطع، يتوفر التقاطع مع المحور الرأسي y على الفور وهذه في الغالب نقطة مهمة للتطبيقات.

e. بناء فرضيات تكتب ميساء معادلة النقطة والميل بالشكل $y + 1 = 2(x - 1)$. هل هذه المعادلة صحيحة؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: نعم؛ عند إعادة كتابة معادلة ميساء بصيغة الميل والمقطع، فالمعادلة هي $y = 2x - 3$ وهي المعادلة الصحيحة للمستقيم.

f. التفكير بطريقة تجريدية استخدم الصيغتين العامتين لمعادلات النقطة والميل والميل والمقطع لشرح كيفية ارتباط هذه الصيغ.

الإجابة النموذجية: صيغة الميل والمقطع هي $y = mx + b$، وصيغة النقطة والميل هي $(y - y_1) = m(x - x_1)$.

تؤدي إعادة كتابة صيغة النقطة والميل بصيغة الميل والمقطع إلى

$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - y_1 = mx - mx_1 \rightarrow y = mx + (-mx_1 + y_1)$.

لذا فإن الميل في كلتا المعادلتين هو m، ويمكن كتابة التقاطع مع المحور الرأسي y بالشكل $b = y_1 - mx_1$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

معلومات أساسية في الرياضيات

يمكنك كتابة المعادلات الخطية ذات المتغيرين بإحدى الصيغ التالية:

الصيغة القياسية: $Ax + By = C$

صيغة تقاطع الميل: $y = mx + b$

صيغة نقطة الميل: $y - y_1 = m(x - x_1)$

يمكن اشتقاق صيغة نقطة الميل من قاعدة الميل. نظرًا لأنه يمكن استبدال x_1 وy_1 بأي من حلول المعادلة، يمكن لرسم بياني واحد تمثيل عدة معادلات مكتوبة بصيغة نقطة الميل. ويمكن بيان أن المعادلات كلها واحدة بكتابتها بالصيغة القياسية أو صيغة تقاطع الميل.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_114_117_687146.indd 114 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

مثال 2 تمثيل مستقيم بيانيًا باستخدام صيغة النقطة والميل

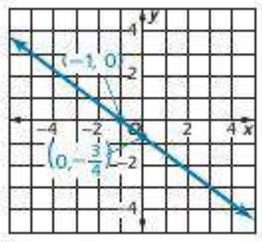
استخدام البنية استخدم المعادلة لإيجاد الميل والإحداثيات لنقطة على المستقيم. ثم مثّل المستقيم بيانيًا واعرض التقاطعات واكتب اسمها.

a. $y-3=-\frac{3}{4}(x+5)$

النقطة: $(-5, 3)$ الميل: $-\frac{3}{4}$

التقاطع مع المحور الأفقي x: -1

التقاطع مع المحور الرأسي y: $-\frac{3}{4}$

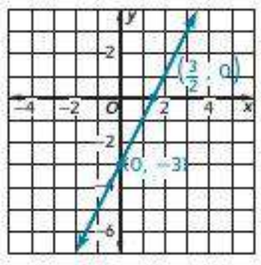


b. $y+5=2(x+1)$

النقطة: $(-1, -5)$ الميل: $\frac{3}{2}$

التقاطع مع المحور الأفقي x: 2

التقاطع مع المحور الرأسي y: -3



مثال 3 كتابة معادلة مستقيم بصيغة النقطة والميل

استخدام البنية اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل باستخدام المعلومات المذكورة.

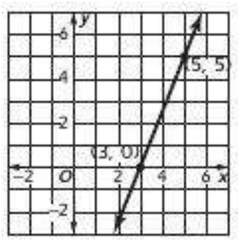
a. متوازٍ مع $6x-5y=5$ ويمر عبر $(-4, 6)$

$y-6=\frac{6}{5}(x+4)$

b. يمر عبر $(-2, 3)$ و$(4, 5)$

الإجابة النموذجية: $y-4=3(x-5)$

c.



الإجابة النموذجية: $y-5=\frac{5}{2}(x-5)$

مثال 4 حل مسألة من الحياة اليومية

تفسير المسائل تدفع هالة AED 20 شهريًا مقابل عضوية في نادي الألعاب، بعد دفع رسوم مبدئية. وبعد 15 شهرًا، دفعت إجمالاً AED 450.

a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل تمثل إجمالي المبلغ الذي دفعته، y، بعد عدد معين من الأشهر، x. اشرح معنى كل قيمة ثابتة.

$y-450=20(x-15)$؛ الميل، 20، يمثل مقدار ما تدفعه هالة في الشهر. $(15, 450)$ أحد الحلول للمعادلة، مما يعني أنه بعد 15 شهرًا تكون هالة قد دفعت AED 450 إجمالاً.

b. أعد كتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع حيث y تمثل إجمالي المبلغ الذي دفعته، بعد عدد معين من الأشهر، x. اشرح معنى كل قيمة ثابتة.

$y=20+150$؛ الميل، 20، ما زال يمثل مقدار ما تدفعه هالة في الشهر. التقاطع مع المحور الرأسي y، 150، يمثل التكلفة المبدئية.

محفوظة لدار ماكجرو هيل للتعليم © McGraw-Hill Education

مثال 2

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يجب أن يطبق الطلاب ما يعرفونه عن الميل ليتمكنوا من كتابة المعادلات.

الأسئلة الداعمة

- عند تقديم معادلة بصيغة نقطة الميل، كيف يمكنك إيجاد نقطة واحدة على الخط المستقيم؟ **بإيجاد الأرقام التي تحل محل x_1 و y_1 في المعادلة $y-y_1=m(x-x_1)$**
- عندما ترسم نقطة على رسم بياني، كيف يمكنك استخدامها والميل في رسم خط مستقيم؟ **يساوي بسط الميل عدد الوحدات الرأسية اللازمة للتحرك من النقطة. ويساوي مقام الميل عدد الوحدات الأفقية اللازمة للتحرك من النقطة. ارسم تلك النقطة الجديدة، ثم صل النقط بخط مستقيم.**

مثال 3

نصائح للتدريس

م.م.ر 7

يجب أن يطبق الطلاب ما يعرفونه عن الميل ليتمكنوا من كتابة المعادلات.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء a**. كيف يمكنك إيجاد الميل؟ **اكتب المعادلة المعطاة بصيغة تقاطع الميل. نظرًا لأن الخط المستقيم الجديد موازٍ للخط المستقيم المرسوم، فإن ميل الخطين المستقيمين واحد.**
- في **الجزء c**. كيف يمكنك إيجاد الميل؟ **اختر أي نقطتين على الرسم البياني وضعهما في قاعدة الميل.**

4.3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل 115

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_114_117_687146.indd 115 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

مثال 4

نصائح للتدريس

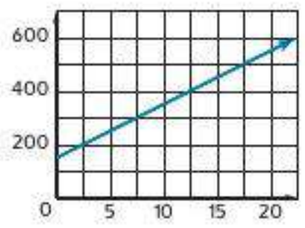
م.م.ر 1

يجب أن يطبق الطلاب ما يعرفونه عن الميل ليتمكنوا من كتابة المعادلات.

الأسئلة الداعمة

- يُمكن التعبير عن الميل بصفته معدل تغير. فما هو معدل التغير في المسألة؟ **المبلغ الذي تدفعه صفية لصالة الألعاب الرياضية كل شهر**
- لم تقدمها صيغة نقطة الميل؟ **المبلغ الذي دفعته سهيلة لتبدأ**

c. مثّل المعادلة بيانيًا. أوجد المجال والمدى. حدد ما إذا كان التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y يقع داخل المجال والمدى. ما الذي يمثله كلٌّ منهما في سياق الموقف؟



D: $\{x|x \geq 0\}$; R: $\{y|y \geq 150\}$؛ التقاطع مع المحور الأفقي x، 7.5−، يقع خارج المجال، مما يعني أنه لا يوجد أبدًا وقت ستدفع فيه هالة 0 AED مقابل عضويتها في صالة الألعاب. التقاطع مع المحور الرأسي y، 150، يقع داخل المدى مما يعني أنه إذا دفعت هالة مقابل 0 شهر من العضوية في صالة الألعاب، فإنها لن تدفع سوى الرسوم المبدئية التي تبلغ AED 150.

تمرين

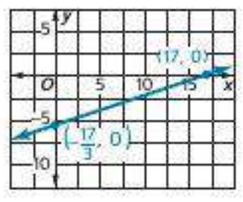
1. استخدام البنية استخدم المعادلة لإيجاد الميل والإحداثيات لنقطة على المستقيم. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. اعرض التقاطعات واذكر تسميتها.

a. $y+4=\frac{1}{3}(x-5)$

النقطة: $(5, -4)$ الميل: $\frac{1}{3}$

التقاطع مع المحور الأفقي x: 17

التقاطع مع المحور الرأسي y: $-\frac{17}{3}$

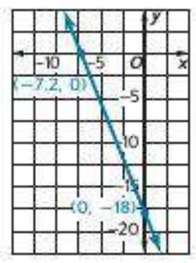


b. $y-2=-2.5(x+8)$

النقطة: (-2.5) الميل: $(-8, 2)$

التقاطع مع المحور الأفقي x: (-7.2)

التقاطع مع المحور الرأسي y: (-18)



2. استخدام البنية اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل باستخدام المعلومات المذكورة.

a. يمر عبر $(2, -1)$ وعمودي على $5y - x = 5$

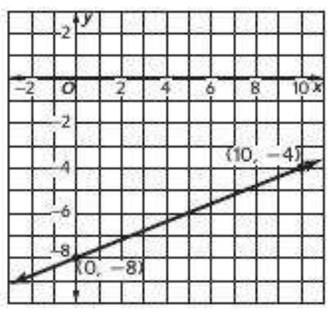
$y + 1 = -5\ (x - 2)$

b. ما يلي هي الحلول:

x	−5	−2	1	4
y	7	5	3	1

الإجابة النموذجية: $y - 3 = -\frac{2}{3}\ (x - 1)$

c.



الإجابة النموذجية: $y + 4 = \frac{2}{5}(x - 10)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

قد يجد الطلاب صعوبة في إيجاد إحداثيات نقطة من المعادلة المكتوبة بصيغة نقطة الميل. فنظرًا لأن القاعدة تطرح y_1 من y و x_1 من x، فإن علامات إحداثيات النقطة ستكون معكوسة عما تبدو عليه في المعادلة. على سبيل المثال، في **تمرين 1a**. قد يقرأ الطلاب النقطة خطأً باعتبارها $(4, -5)$. وإذا كان الطلاب يخلطون بين العلامات، فاجعلهم يضعون $(-5, 4)$ في المعادلة $y - y_1 = m(x - x_1)$ ويروا هل يمكن تبسيطها إلى $y + 4 = \frac{1}{3}(x - 5)$. ويمكن أن تقترح أيضًا على الطلاب أن يعيدوا كتابة المعادلة بالشكل $y - (-4) = \frac{1}{3}(x - (5))$ قبل أن يحددوا إحداثيات النقاط.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_114_117_687146.indd 116 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3. **تفسير المسائل** عندما ولد خالد أودع عمه أموالاً في حساب مصرفي لمساعدته في شراء سيارة عندما يصل خالد إلى سن المراهقة. وفي كل ذكرى مولده، يضيف عمه 200 AED إلى الحساب المصرفي. عندما كان خالد يبلغ 10 أعوام، كان المبلغ الموجود في الحساب 4,000 AED.

a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل تمثل المبلغ y بعد عدد x من الأعوام. فكم سيكون المبلغ الموجود في الحساب عندما يكون عمر خالد 16 عامًا؟ برّر إجابتك.

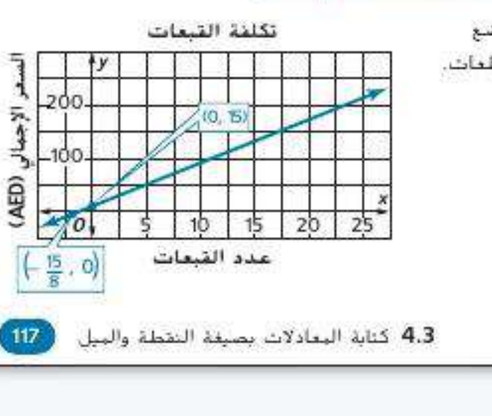
$y - 4{,}000 = 200(x - 10)$; $y - 4{,}000 = 200(16 - 10) \Rightarrow y = 5{,}200$ AED سيوجد في الحساب

b. كم كان المبلغ الأولي الذي أودعه عم خالد في الحساب؟ اشرح استنتاجك.

$y - 4000 = 200(0 - 10)$; $y = 2000$; 5,200 AED

4. تمثل المعادلة $y - 750 = 60(x - 5)$ الارتفاع بالأقدام لبالون هواء ساخن بعد x ثوانٍ من بدء طلاب في صف للعلوم في تعقبه.

a. **استخدام نموذج** مثّل هذه الدالة بيانيًا. اذكر اسم التقاطعين مع المحور الأفقي x والرأسي y.



b. **التفكير بطريقة تجريدية** يطرح المعلم على الطلاب أسئلة مختلفة حول بالون الهواء الساخن. إجابة جمال هي "التقاطع مع المحور الرأسي y، 450 قدمًا"؛ وإجابة ساري هي "التقاطع مع المحور الأفقي x، 7.5− ثانية"؛ وإجابة سيد هي "60 قدمًا في الثانية". ما السؤال الذي أجابه كل طالب؟

الإجابة النموذجية: تلقى جمال السؤال التالي: ماذا كان ارتفاع البالون عندما بدأ طلاب الصف في تعقبه؟ تلقى ساري السؤال التالي: إذا كان البالون قد انطلق من الأرض، فما الزمن المنقضي قبل أن نبدأ في تعقبه؟ تلقى سيد السؤال التالي: كم كانت سرعة ارتفاع البالون؟

5. تشتري سامية قبعات بيسبول خاصة عبر الإنترنت. يوضح الجدول سعر الطباعة على القبعات وشحنها.

عدد القبعات	السعر الإجمالي
5	55
10	95
15	135
20	175

a. **استخدام نموذج** اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل لتمثل العلاقة بين السعر وعدد القبعات.

الإجابة النموذجية: $y - 55 = 8(x - 5)$

b. **تفسير المسائل** كم عدد القبعات التي تستطيع سامية شراءها بميزانية تبلغ 200 AED؟ برّر إجابتك.

23 قبعة؛ $8(x - 5) = 55 - 200 \Rightarrow x = 23.125$. لذا، تستطيع أن تشتري 23.

c. **استخدام البنية** استخدم المعادلة التي كتبتها في **الجزء a** لوضع تمثيل بياني للعلاقة بين السعر وعدد القبعات. اذكر تسمية التقاطعات.

محمد فتح وشركاه © مجموعة ماكجروهيل للتعليم

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

يجب أن يكون الطلاب قادرين على *استيعاب المسائل والاجتهاد في حلها* **(م.م.ر 1)** في العديد من مسائل هذا الدرس. ويجب أن يكونوا قادرين على فهم معنى المعادلات الخطية (المكتوبة بصيغة نقطة الميل) وكتابتها وتفسيرها في السياق نفسه.

عندما يعمل الطلاب على حل **مثال 4**، ينبغي أن تشجعهم على الربط بين الأرقام المستخدمة في المعادلة وبين الرسم البياني وبين سياق المسألة.

تدريب

ربط التمارين بالمعايير

في التمرينات 1 و 4 و 5، يرسم الطلاب المعادلات الخطية بيانيًا، ويحددون نقاط التقاطع التي تحقق F.IF.7a.

في التمرينين 2 و 3، يجب على الطلاب إنشاء معادلة خطية من وصف أو رسم بياني أو جدول بقيم المدخلات والمخرجات بما يحقق F.LE.2.

عرض المعايير

تمرين	م.م.ر
1	7
2	7
3	1
4	2, 4
5	1, 4, 7

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_114_117_687146.indd 117 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

4 مهمة تقويم الأداء

تخطيط طريق

سيضع الطلاب البيانات في دوال خطية مناسبة للسياق، وسيقيمون معنى النتائج التي سيتوصلون إليها.

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: تؤكد مهمة تقويم الأداء في الفصل 4 على الممارسات في الرياضيات **م.م.ر 1، و م.م.ر 2، و م.م.ر 3، و م.م.ر 6، و م.م.ر 7.**

بداية سريعة

قد يجد بعض الطلاب أن الجزء الأول من المهمة مُحير، لأن المستقيم الذي يحاولون إيجاده موضحٌ أمامهم. النقاط الثلاثة المعروضة هي المعلومات المعروفة فقط. يمكن أن تساعد الأسئلة التالية الطلاب على البدء:

- ما صيغة الميل والتقاطع لمعادلة خطية؟ $y = mx + b$
- هل أي من الميل أو التقاطع معلومان في هذه الحالة؟ **نعم، فالتقاطع مع المحور الرأسي y يساوي $b = 4$.**
- في **الجزء B**، ما المقصود *بالمسافة الرأسية*؟ **هذا هو الفرق في إحداثيات y الخاصة بمنطقة التوصيل، والنقطة على المستقيم ذات إحداثي x نفسه.**

معلومات أساسية في الرياضيات

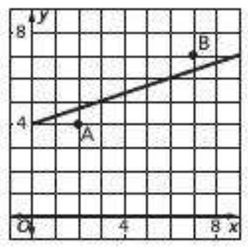
يستخدم الطلاب الانحدار على مدار دروس الرياضيات التي سيدرسونها في المرحلة الثانوية وفي الجامعة. ولقد تم تبسيط هذه المهمة بوضع نقطة واحدة ثابتة ونقطتين أخريين فقط. من ناحية الرياضيات، ينبغي أن يدرك الطلاب أنهم يحتاجون إلى تقليص المسافة من نقطة البيانات إلى المستقيم. مما يؤدي إلى التفكير في القيمة المطلقة لتلك الفروق، ثم يصلون في النهاية إلى مربع تلك الفروق. ولكن استخدام القيمة المطلقة يثير المزيد من التحديات. فيتم تربيع الفروق لتجنب أثر الإلغاء الناتج عن الفروق الموجبة والسالبة.

مهمة تقويم الأداء

تخطيط طريق

قدّم حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من عرض حلك بأكمله، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة وبرر إجابتك.

يجب بناء طريق إنشاءات مؤقت من المحجر ويمر عبر منطقتي توصيل. يوضح التمثيل البياني الطريق المقترح ومنطقتي التوصيل "A" و"B" حيث يقع المحجر عند (0, 4).



الجزء A

يجب بناء الطريق بحيث تكون المسافة من كل نقطة توصيل والطريق قصيرة. عرّف دالة بصيغة الميل والمقطع لتمثيل المستقيم. ما القيم المحتملة لميل المستقيم؟ اشرح.

الجزء B

إذا كانت المسافة الرأسية من كل منطقة توصيل إلى المستقيم واحدة، فإن المسافات تكون قصيرة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الميل. ثم اكتب معادلة المستقيم الذي يمثل طريق الإنشاءات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_118_119_687146.indd 118 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

الجزء C

استخدم آلة حاسبة لإيجاد المستقيم الأفضل مواءمة الذي يمر عبر المحجر وكلتا نقطتي التوصيل.
هل يحقق هذا شروط الطريق المقترح؟ اشرح.

الجزء D

تقول ياسمين "لنجعل طريق الإنشاءات يمر عبر كلتا منطقتي التوصيل. سيكون هذا أسهل." إذا كانت ياسمين تعني بكلمة "أسهل" أن المسافة الرأسية من المحجر ستكون أقل من المسافات الرأسية المجمعة لكل موقع توصيل، فهل توافق على تقدير ياسمين؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للتدريس

م.م.ر 3

يُطلب من الطلاب شرح استنتاجهم عند مختلف النقاط في المهمة. ثم في **الجزء D**، ينتقد الطلاب استنتاجات بعضهم. إذا لم يكن واضحًا للطلاب كيفية إيجاد مدى قيم الميل في **الجزء A**، فاطلب منهم رسم مستقيمات مختلفة تقترب من نقطتي السقوط. فينبغي أن يروا تلك المستقيمات تقع بين المستقيمات التي تتقاطع أو نقاط التوصيل الأخرى.

معايير رصد الدرجات

الجزء	النقاط القصوى	جدول الإجابات
A	2	$y = mx + 4$، يجب أن يكون الميل بين 0 و $\frac{3}{7}$، لأن نقاط الميل هذه تمثل المستقيمات التي ستتقاطع مع أي من نقطتي التوصيل.
B	2	$(2m + 4) - 4 = 7 - (7m + 4); 9m = 3; m = \frac{1}{3}; y = \frac{1}{3}x + 4$
C	2	الإجابة النموذجية: $y = 0.4615x + 3.615$؛ لا، سيكون هذا المستقيم أقرب ما يكون من المحجر ونقطتي التوصيل، ولكن يجب أن يمر المستقيم عبر المحجر عند (0, 4).
D	2	نعم: المستقيم المار عبر (2, 4) و (7, 7) تساوي $y = \frac{3}{5}x + \frac{14}{5}$، إذًا فإن التقاطع مع المحور الرأسي **y** يساوي 2.8، أو 1.2 وحدة من المحجر عند (0, 4). من **الجزء B**، تساوي المسافة الرأسية $2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ ويساوي إجمالي المسافة الرأسية $1.2 < \ldots 1.333 = \frac{4}{3}$.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_118_119_687146.indd 119 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

4 مهمة تقويم الأداء

هل تقوم بالقياس؟

سيجمع الطلاب البيانات ويحددون المستقيم الأفضل تمثيلاً، ويفكرون هل العلاقة سببية أم لا.

المعايير

معايير الممارسة في الرياضيات: تؤكد مهمة تقويم الأداء في الفصل 4 على الممارسات في الرياضيات **م.م.ر 1**، و**م.م.ر 4**، و**م.م.ر 5**.

بداية سريعة

قد يحتاج الطلاب إلى معلومات إضافية لجمع البيانات. يمكن أن تساعد النقاط التالية الطلاب على البدء:

- كيف ستجمع 10 أفراد للمهمة؟ **يمكن أن أطلب متطوعين من المنزل أو المدرسة.**
- كيف تقيس عظمة الفخذ لأحد الأفراد؟ **سأستخدم شريط قياس وأبحث عن كيفية قياس عظمة الفخذ جيدًا. فهي عظمة تمتد من مفصل الفخذ إلى الركبة.**
- هل يمكنني قياس طول عظمة الفخذ وارتفاعها بوحدات مختلفة؟ **نعم، لن يؤثر هذا على العلاقة. ولكن ينبغي أن تحافظ على اتساق الوحدات.**

التأكيد على معايير الممارسة في الرياضيات

ترتبط هذه المهمة ارتباطًا قويًا بـ **م.م.ر 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. يمكن أن يبحث الطلاب في كيفية استخدام علماء الأنثربولوجيا العلاقات المتشابهة في توقع الأطوال من بقايا الكائنات الحية. فيمكن استخدام هذا الأسلوب أيضًا على قياس عظام الحيوانات الأخرى. ينبغي أن يفكر الطلاب فيما إذا كان نموذجهم جيدًا أم لا. إذا لم يكن مناسبًا لقاعدة 26%، فاذكر الأسباب. فمثلاً، ربما يضم العشرة أفراد الذين اختاروهم أفرادًا صغارًا. كيف سيؤثر ذلك على النتائج؟

مهمة تقويم الأداء

هل تقوم بالقياس؟

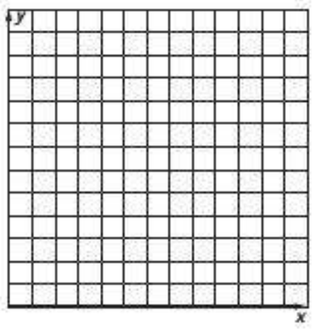
قدّم حلاً واضحًا للمسألة. تأكد من عرض حلك بأكمله، ويشمل ذلك جميع الرسومات ذات الصلة وبرر إجابتك.

يستخدم علماء الأنثروبولوجيا العلاقات بين عظام الجسم البشري للتنبؤ بطول شخص من بقايا الهيكل العظمي. تابع المهمة أدناه للبحث في هذه العلاقة.

الجزء A

اجمع بيانات من 10 أفراد. اجعل كل شخص يقيس طول عظمة الفخذ لأقرب سنتيمتر. سجّل هذه البيانات طول قامة كل شخص في الجدول. اصنع مخطط انتشار للبيانات على شبكة الإحداثيات. أدرج التسميات ومقياس المحورين.

الاسم	طول الفخذ (cm)	طول القامة (cm)



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_120_121_687146.indd 120 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

الجزء B

استخدم التقنية لإيجاد المستقيم الأكثر مواءمة للبيانات. حدد معامل الارتباط. وفسّر معناه في سياق الموقف.

الجزء C

يزعم أحد المواقع الإلكترونية أن طول الفخذ يمثل 26% من طول قامة الشخص. اكتب معادلة خطية لتمثيل هذه الحقيقة. قارن المستقيم الأفضل مواءمة من **الجزء B** بدالتك الخطية.
لماذا قد يختلفان؟

الجزء D

ينبغي أن توضح بياناتك بشكل عام ارتباطًا خطيًا. صف الارتباط الذي توضحه البيانات.
هل تصنف الارتباط بأنه سببي؟ برر إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة تكنولوجية

ساعد الطلاب في إيجاد المستقيم الأفضل موائمة ومعامل الارتباط. تحقق من إدخال البيانات بطريقة صحيحة. وأن الآلة الحاسبة تستخدم البيانات حسب توقعات الطلاب. فربما يخلط الطلاب مثلاً بين بيانات عظمة الفخذ وبيانات الطول.

ربما تريد أيضًا أن يُمثل الطلاب النقاط والمستقيم الأفضل موائمة على الشاشة نفسها في الآلة الحاسبة.

معايير رصد الدرجات

الجزء	النقاط القصوى	جدول الإجابات
A	2	تحقق من عمل الطلاب.
B	2	تحقق من عمل الطلاب. ينبغي أن تكون الإجابات مطابقة للبيانات في **الجزء A**.
C	2	$f = 0.26h$. تحقق من عمل الطلاب.
D	2	تحقق من عمل الطلاب. الإجابة النموذجية: تبين البيانات ارتباط إيجابي، خطي. الارتباط سببي، لأن طول عظمة الفخذ يزيد، ومن ثم يزيد طول الشخص وفقًا لذلك.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_120_121_687146.indd 121 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تمرين على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

الطلاب الذين يصلون للمعادلة $y = -\frac{1}{2}x - 9$ كمعادلة التقاطع والميل **للعنصر 1** ربما لم يستخدموا خاصية التوزيع استخدامًا صحيحًا لتحويل المعادلة لأبسط صورة بصيغة التقاطع والميل. ذكّر الطلاب أنهم يجب أن يضربوا جميع الحدود داخل الأقواس في المعامل خارجها.

الطلاب الذي يضعون دائرة حول العبارة الثانية **للعنصر 3** ربما لم يفهموا جيدًا الفارق بين السببية والارتباط. وضح لهم أن البيانات يمكنها أن تتغير معًا (الارتباط) دون أن يسبب أحد هذه التغيرات التغير الآخر.

معايير

العنصر 5

[4] المعادلة المعطاة صحيحة، والميل والتقاطع مع المحور الرأسي y صحيحان ومعانيهم المعطاة صحيحة، وعدد الأشخاص والتفسير المقدم صحيح

[3] تفسير الميل و/أو التقاطع مع المحور الرأسي y غير صحيح، أو التفسير غير صحيح أو غير مكتمل في **الجزء c**

[2] معادلة غير صحيحة، ولكن أُجيب عن **الجزءين b** و**c** إجابة صحيحة بالنسبة للمعادلة المُعطاة، أو أن **الجزء b** أو **c** غير صحيحين

[1] معادلة صحيحة، ولكن **الجزء b** و**c** غير صحيحين، أو المعادلة غير صحيحة لكن تمت الإجابة عن **الجزء b** أو **c** إجابة صحيحة في ضوء المعادلة المُعطاة

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة والاستنتاج خاطئان

استراتيجية خوض الاختبار

بالنسبة **للعنصر 2**، يمكن أن يكتب الطلاب المعادلة لكل مستقيم بجانبه في الرسم البياني. وينبغي أن يكتبوا أسفل كل معادلة المعادلة العكسية المقابلة لها. سيساعدهم هذا في فهم المعلومات المعطاة لتمييز المستقيمات العكسية.

تدريب على الاختبار المعياري

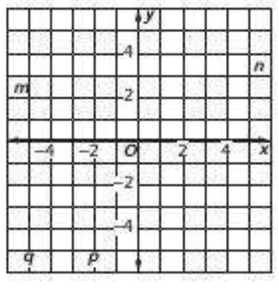
1. يمر مستقيم بالنقطة $(8, -1)$ ويتعامد على $y = 2x - 9$. ما معادلة المستقيم بصيغة النقطة والميل؟

$y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 8)$

ما معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع؟

$y = -\frac{1}{2}x + 3$

2. فكّر في الدوال الخطية التي تظهر في التمثيل البياني أدناه.



ما المستقيمات التي تمثل دوال عبارة عن معكوسات لبعضها البعض؟

المستقيم n والمستقيم p

3. إذا كان معامل الارتباط بين x و y يبلغ 0.86. فأي من العبارات التالية صحيح؟

عندما يزيد x، ينقص y.

تؤدي الزيادة في x إلى زيادة y.

x و y مرتبطان إيجابًا.

x و y مرتبطان سلبًا.

x و y غير مرتبطين.

عندما يزداد x، يزداد y.

4. أوجد دالة $y = -\frac{2}{7}x + 5$ المعكوسة. اكتب الحل هنا.

$x = -\frac{2}{7}y + 5$

$x - 5 = -\frac{2}{7}y$

$-\frac{7}{2}(x - 5) = y$

$y = -\frac{7}{2}x + \frac{35}{2}$

5. تفرض شركة توريد أغذية رسومًا أولية إلى جانب مبلغ ثابت عن كل شخص يتلقى وجبة. إذا تلقى 45 شخصًا وجبات، فستبلغ قيمة الفاتورة الإجمالية 654 AED. إذا تلقى 68 شخصًا وجبات، فستبلغ قيمة الفاتورة الإجمالية 953 AED.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع تعطي تكلفة خدمة x شخصًا.

$y = 13x + 69$

b. ما هو الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y. وما الذي يمثلانه؟

الميل: 13 AED للشخص؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: 69، 69 AED رسوم أولية

c. كم عدد الأشخاص الذين يمكن خدمتهم مقابل 1,100 AED؟ اشرح كيف توصلت لإجابتك.

$1{,}100 = 13x + 69$؛ 79، لذا $x \approx 79.3$. **يجب أن يكون عدد الأشخاص عددًا كليًا.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_122_123_687146.indd 122 8/22/19 8:55 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

6. يوضح الجدول عدد الأشخاص الذين دخلوا متجرًا وإجمالي المبيعات كل ساعة.

عدد الأشخاص	31	64	44	39	42	57	50	26	17	42
إجمالي المبيعات (AED)	105	271	189	136	129	237	240	109	93	155

a. استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد نموذج انحدار خطي يمثل البيانات.

$y = 4.218x - 7.368$

b. ما قيمة r لنموذج الانحدار؟ ما معنى قيمة r هذه؟

$r = 0.928$: هناك ارتباط خطي موجب في البيانات.

c. استخدم حاسبة التمثيلات البيانية لإيجاد مستقيم مواءمة وسيطة للبيانات.

$y = 4.355x - 17.952$

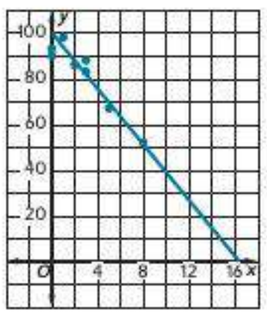
d. ما عدد الأشخاص الذي تتوقعه النماذج لنفس القدر من المبيعات؟ اشرح كيف توصلت لإجابتك.

حوالي 77 شخصًا؛ استخدام الجدول لإيجاد قيم x حيث قيم y مثلها.

7. يوضح الجدول عدد مرات الغياب ودرجات الاختبار لمجموعة من الطلاب.

عدد مرات الغياب	3	0	2	3	8	0	5	1
درجة الاختبار	83	90	86	88	52	93	67	98

a. قم بإنشاء مخطط انتشار للبيانات وارسم مستقيم مواءمة.



b. باستخدام مستقيم المواءمة، ما درجة الاختبار التي تتوقعها لطالب غاب 10 مرات؟ هل هذا مثال على الاستكمال الداخلي أم الاستكمال الخارجي؟

حوالي 40؛ الاستكمال الخارجي

c. هل البيانات مرتبطة؟ إذا كانت كذلك، فاذكر نوع الارتباط واشرح ما إذا كانت هذه علاقة سببية أم لا. وإذا لم يكن، فاشرح السبب.

نعم، ارتباط سالب. هذه علاقة سببية لأنك كلما فاتتك أيام أكثر في المدرسة، قل فهمك للمادة وقلت درجتك في الاختبار.

8. ما معادلة معكوس الدالة الخطية التي يحتوي تمثيلها البياني على النقاط $(-1, 2)$ و$(-7, -1)$. اشرح حلّك.

ميل المستقيم عبر النقطتين المحددتين 2. معادلة الدالة الخطية عبر تلك النقاط هي $y = 2x - 5$. لإيجاد المعادلة العكسية، قم بالتعويض عن x و y في المعادلة.

وأوجد حل y.

$x = 2y - 5$

$x + 5 = 2y$

$y = \frac{(x + 5)}{2}$

حقوق طبع وتأليف © تعود لشركة مؤسسة McGraw-Hill Education

استراتيجية خوض الاختبار

بالنسبة **للعنصر 6**، تأكد من أن الطلاب يعرفون كيفية تخزين عدة معادلات في الحاسبة البيانية. مما يوفر لهم الوقت في الاختبار ويسمح لهم بمراجعة الإجابات والتحقق منها ومقارنة المعادلات.

العناوين

العنصر 6

[4] معادلة الانحدار صحيحة، قيمة r والتفسير ومعادلة مستقيم المواءمة الوسيطة وعدد الأشخاص والشرح صحيح.

[3] **الجزء d** غير صحيح، أو تفسير غير صحيح لقيمة r

[2] المعادلتان صحيحتان

[1] معادلة واحدة صحيحة

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة والاستنتاج خاطئان

العنصر 7

[3] تم توزيع انتشار النقاط توزيعًا صحيحًا، ورسم مستقيم المواءمة بطريقة معقولة، والتوقع صحيح،وتم تمييزه بكونه استكمالاً خارجيًا وهذا صحيح، وإجابة الارتباط / السببية صحيحة وكذلك الشرح.

[2] جزآن من ثلاثة صحيحان

[1] جزء من ثلاثة صحيح

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة والاستنتاج خاطئان

العنصر 8

[3] معادلة انعكاس صحيحة، شرح صحيح يتضمن معادلة الدالة عبر النقاط المُعطاة

[2] معادلة صحيحة للدالة عبر النقاط المُعطاة، ولكن هناك خطأ في تحديد معادلة الانعكاس، أو معادلة الدالة غير صحيحة عبر النقاط المُعطاة، ولكن العمل والشرح لإيجاد الانعكاس اعتمادًا على هذه المعادلة صحيحان

[1] ميل المستقيم عبر النقاط المُعطاة صحيح، وما عدا ذلك خطأ

[0] لا توجد إجابة أو أن الإجابة والاستنتاج خاطئان

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch04_122_123_687146.indd 123 8/22/19 8:55 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

5 محور تركيز الوحدة

استخدام *دليل الطالب التفاعلي*

يمكن استخدام *دليل الطالب التفاعلي* (ISG) جنبًا إلى جنب مع *الرياضيات المتكاملة* للصف *9*.

الدرس في ISG	*الرياضيات المتكاملة للصف 9*
5.1	الدرس 5-1
5.2	الدرس 5-2
5.3	الدرس 5-3
5.4	الدرس 5-4
5.5	الدرس 5-6

نصيحة للتدريس

SMP 2

يقدم السؤال التمهيدي في الدرس 5.1 للطلاب مثال **SMP 2 (التفكير بطريقة تجريدية وكميّة)**. يستوعب الطلاب الكميات وعلاقاتها في المواقف المتعلقة بالمسائل من خلال الاستنتاج الكمي. اسأل الطلاب عن معنى كل كمية مذكورة في الموقف. وتأكد من فهم الطلاب معنى المتغير وسبب وصف هذا الموقف لمتباينة. وضح للطلاب أنهم سيقومون بحساب مبلغ لا يمكن للطالب إنفاق أكثر منه. ولكن أي كمية بين 0 و AED 87.58 ستُبقي على المتباينة صحيحة.

SMP 4

نصيحة للتدريس

يساعد السؤال التمهيدي في الدرس 5.2 على شرح **SMP 6 (مراعاة الدقة)**. يطلب السؤال التمهيدي من الطلاب وصف المتباينة التي سيستخدمونها لحل المسألة. يجب أن يتمكن الطلاب من مشاركة كيفية إعداد المتباينة. ونبههم أنه عند الضرب أو القسمة على أعداد سالبة، يجب عليهم عكس المتباينة.

5 المتباينات الخطية

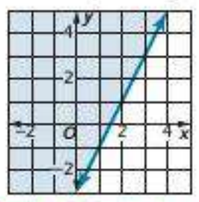
محور تركيز الوحدة تعرّف على ما ستكتشفه في هذه الوحدة. أجب على الأسئلة التمهيدية. عند إكمال كل درس، عُد إلى هذه الصفحات للتحقق من عملك.

ما ستتعلمه	السؤال التمهيدي
الدرس 5.1: حل المتباينات بالجمع والطرح	
كوّن معادلات ومتباينات بمتغير واحد، ثم استخدمها في حل المسائل. أوجد حل المعادلات الخطية والمتباينات بمتغير واحد، بما في ذلك معادلات بمعاملات متمثلة في شكل أحرف. اشرح كل خطوة في حل معادلة بسيطة كما هو موضح في تساوي الأرقام بالخطوة السابقة. وبدءًا من افتراض حل المعادلة الأصلية. بناء فرضيات عملية لإثبات طريقة الحل.	يعد الحساب المصرفي معضى طالبا رصيده يساوي AED 250 على الأقل. لديك حاليًا رصيد يساوي AED 337.58. وتخطط لشراء الهدايا لبعض الأصدقاء. اكتب متباينة وحلّها لتحديد أقصى مبلغ يمكنك دفعه على الهدايا بدون أن تقل عن رصيد الحد الأدنى وهو AED 250. **الإجابة النموذجية: $250 + x \leq 337.58$؛ AED 87.58**
الدرس 5.2: حل المتباينات بالضرب أو القسمة	
اشرح كل خطوة في حل معادلة بسيطة كما هو موضح في تساوي الأرقام بالخطوة السابقة. وبدءًا من افتراض حل المعادلة الأصلية. بناء فرضيات عملية لإثبات طريقة الحل. أوجد حل المعادلات الخطية والمتباينات بمتغير واحد، بما في ذلك معادلات بمعاملات متمثلة في شكل أحرف. كوّن معادلات ومتباينات بمتغير واحد، ثم استخدمها في حل المسائل.	تنخفض درجة الحرارة $3°$ كل ساعة. إذا كانت درجة الحرارة حاليًا $20°$. اكتب متباينة وحلّها لتحديد عدد الساعات حتى تنخفض درجة الحرارة إلى أقل من $14°$. اشرح العملية التي قمت بها. **$3x < 14 - 20$؛ اطرح 20 من كل طرف ثم اقسم على -3.** **يجب عكس المتباينة عند القسمة على عدد سالب. $x > 2$.** **أو أكثر من ساعتين.**
الدرس 5.3: حل المتباينات متعددة الخطوات	
أوجد حل المعادلات الخطية والمتباينات بمتغير واحد، بما في ذلك معادلات بمعاملات متمثلة في شكل أحرف.	أوجد حل المتباينة. $3(y + 3) > 5 + 4y$ $y < 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_128_129_687146.indd 124 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

ما ستتعلمه	السؤال التمهيدي
الدرس 5.4: حل المتباينات المركبة	
اشرح كل خطوة في حل معادلة بسيطة كما هو موضح في تساوي الأرقام بالخطوة السابقة. وبدءًا من افتراض حل المعادلة الأصلية. بناء فرضيات عملية لإثبات طريقة الحل. أوجد حل المعادلات الخطية والمتباينات بمتغير واحد. بما في ذلك معادلات بمعاملات متمثلة في شكل أحرف. كوّن معادلات ومتباينات بمتغير واحد. ثم استخدمها في حل المسائل.	تبيع فاطمة لوحاتها في الظروف العادية بسعر 55 AED. وفي بعض الأوقات، تخفض فاطمة السعر حتى يصل إلى 11 AED. وهناك بعض اللوحات أكبر في الحجم، ولذلك تبلغ تكلفتها 9 AED أكثر من السعر العادي. اكتب متباينة مركبة تمثل الأسعار التي باعت فاطمة لوحاتها بها. **$x - 9 \leq 55 \leq x + 11$؛ يعني ذلك أن فاطمة باعت لوحاتها بمبلغ بين 44 AED و 64 AED** تحاول ليلى حل لغز على الإنترنت لكي تربح جوائز. يتطلب جزء من اللغز إدخال توافيق من الأرقام لفتح الخزانة. الشيء الوحيد الذي تعرفه ليلى هو أن هذه الأرقام تحقق المتباينة المركبة $2x - 7 > 5 - x > 2x - 19$. ما الأرقام التي يمكن استخدامها في التوافيق؟ **5, 6, 7**
الدرس 5.6: التمثيل البياني لمتباينات ذوات متغيرين	
مثّل القيود بمعادلات أو متباينات وبنظام المعادلات و/أو المتباينات. وفسّر الحلول على أنها خيارات عملية أو غير عملية في سياق التمثيل. مثّل بيانيًا حلول المتباينة الخطية بمتغيرين كنصف مستوى (باستبعاد الحدّ في حالة المتباينة التامة). ومثّل بيانيًا مجموعة حلول نظام المعادلات الخطية بمتغيرين مثل تقاطع نصفي المستوى المتناظرين.	مثّل بيانيًا المتباينة $y \geq 2x - 3$ وحدد إذا كان $(3, -1)$ حلاً مناسبًا لها. اشرح استنتاجك.  **لا. $(3, -1)$ ليس هو الحل. تقع النقطة خارج المنطقة المظللة. تشمل المنطقة المظللة الخط وجميع النقاط فوقه.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة للتدريس SMP 6

يطلب السؤال التمهيدي في الدرس 5.3 من الطلاب استخدام **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. يجب أن يتمكن الطلاب من ترجمة الكلمات التي تشرح الرموز الرياضية. احرص على تذكر الطلاب للعمليات المشار إليها بالكلمات مجموع وضعف.

نصيحة للتدريس SMP 7

يمكن استخدام السؤال التمهيدي في الدرس 5.4 لبدء مناقشة **SMP 7 (محاولة إيجاد البنية واستخدامها)**. ساعد الطلاب على معرفة أنه يجب عليهم تطبيق ما يعرفونه بالفعل لحل المسألة. وجّه الطلاب لاستخدام خاصية التوزيع قبل محاولة حل المسألة.

نصيحة للتدريس SMP 1

يركز السؤال التمهيدي في الدرس 5.5 على **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. يركز هذا المعيار على قدرة الطلاب على شرح معنى المسألة والقدرة على تحليل القيود والعلاقات والحلول المقدمة. وضّح للطلاب أنه يمكنهم إيجاد الحلول لمتباينة مركبة عن طريق الجمع بين حلول متباينتين مختلفتين.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_128_129_687146.indd 125 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5.1 حل المتباينات بالجمع والطرح

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 4, 7

المتطلبات

- كتابة معادلات خطية
- حل المعادلات الخطية باستخدام الجمع والطرح

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 4

قد يجد الطلاب أنه من المفيد مناقشة الأعداد التي يمكن استخدامها للتحقق بعد حل المتباينة. على سبيل المثال، هل يمكن استخدام $p = 4$ للتحقق من الحل في **المثال 1**؟

الأسئلة الداعمة

- ما الذي تحاول تحديده؟ **حجم المبلغ الذي دفعه أحمد مقابل القميص.**
- ما سبب استخدام "<" لتمثيل الموقف؟ **بدأ أحمد ومعه 30 AED. وبعد شراء القميص ما زال معه أكثر من 16 AED.**

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 1

يقدم الجزآن في **المثال 2** الفرصة لتناول **SMP 1** يطبق الطلاب العملية العكسية للجمع أو الطرح لحل كل متباينة. لاحظ أنه يجب عزل المتغير على جانب واحد من المعادلة مع الثابت على الجانب الآخر.

خلفية في الرياضيات

حل المتباينات الخطية مماثل لحل المعادلات الخطية. لحل متباينة تحتوي على جمع أو طرح، قم بإلغاء العملية بطرح أو جمع الكمية ذاتها على كلا جانبي المتباينة.

قد يكون الطلاب غير واثقين من الاتجاه المحدد الذي يجب تظليله على خط أعداد بعد حل المتباينة. اذكر أمثلة للمتباينات حتى يفهم الطلاب أن الجانب الأيمن من خط الأعداد يجب تظليله لمتغير أكبر من عدد أما إذا كان أصغر من عدد، يجب تظليل الجانب الأيسر. شدد على أنه في المتباينات المزودة بعلامة يساوي، حتى العدد الموجود على خط الأعداد يجب تضمينه في الحل. في هذا الدرس، يجب أن يتمكن الطلاب من إنشاء متباينات تساعد على حل مواقف من الحياة اليومية.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_130_133_687146.indd 126 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5.1 حل المتباينات بالجمع والطرح

الأهداف

- اشرح كل خطوة في حل معادلة بسيطة باستخدام الجمع والطرح.
- أوجد حل متباينة خطية بمتغير واحد باستخدام الجمع والطرح.
- كوّن معادلات ومتباينات بمتغير واحد. ثم استخدمها في حل المسائل.

يتشابه حل المتباينات الخطية بحل المعادلات الخطية. لحل **متباينة** تحتوي على جمع أو طرح، أبطل العملية بطرح أو جمع الكمية ذاتها على كلا الطرفين. اجمع أو اطرح الثوابت أو المتغيرات لعزل المتغير على أحد طرفي المتباينة والثابت على الطرف الأخر.

خصائص جمع وطرح المتباينات

لجميع الأعداد a وb وc، العبارة التالية صحيحة.

1. في حالة $a > b$، إذا $a + c > b + c$ و$a - c > b - c$.
2. في حالة $a < b$، إذا $a + c < b + c$ و$a - c < b - c$.

مثال 1 **كتابة متباينة وحلها**

استخدام نموذج **يملك أحمد 30 AED. اشترى قميصًا وتبقى له أكثر من 16 AED، على الأكثر. كم دفع مقابل القميص؟**

اجعل p = مبلغ القميص. إن المبلغ المتبقي بعد شراء القميص بـ 30 AED هو أكثر من 16 AED.

$30 - p > 16$	اكتب المتباينة.
$30 - p - 16 > 16 - 16$	اطرح 16 من كل طرف.
$14 - p > 0$	وحوّل إلى أبسط صورة.
$14 - p + p > 0 + p$	اجمع p لكل طرف.
$14 > p$	وحوّل إلى أبسط صورة. لقد دفع أقل من 14 AED مقابل القميص.

مثال 2 **شرح الخطوات في حل متباينة خطية**

التخطيط للحل **أوجد حل كل متباينة.**

a. $x + 8 > 17$

$x + 8 - 8 > 17 - 8$	اطرح 8 من كل طرف.
$x > 9$	وحوّل إلى أبسط صورة.

b. $25 \leq z - 10$

$25 + 10 \leq z - 10 + 10$	اجمع 10 لكل طرف.
$35 \leq z$	وحوّل إلى أبسط صورة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

126 الوحدة 5 المتباينات الخطية

مثال 3 إيجاد حل متباينة خطية بالجمع والطرح

استخدام البنية أوجد حل كل متباينة.

a. $4x \leq 3x - 5$

$4x - 3x \leq 3x - 5 - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف.
$x \leq -5$	وحوّل إلى أبسط صورة.

b. $2y < y + 10$

$2y - y < y + 10 - y$	اطرح y من كل طرف.
$y < 10$	وحوّل إلى أبسط صورة.

c. $8 - 5z \leq -6z$

$8 - 5z + 6z \leq -6z + 6z$	اجمع $6z$ لكل طرف.
$8 + z \leq 0$	وحوّل إلى أبسط صورة.
$8 - 8 + z \leq 0 - 8$	اطرح 8 من كل طرف.
$z \leq -8$	وحوّل إلى أبسط صورة.

d. $3x - 10 > 2x - 3$

$3x - 10 + 10 > 2x - 3 + 10$	اجمع 10 لكل طرف.
$3x > 2x + 7$	وحوّل إلى أبسط صورة.
$3x - 2x > 2x + 7 - 2x$	اطرح $2x$ من كل طرف.
$x > 7$	وحوّل إلى أبسط صورة.

e. $6 < -y - 5$

$6 + y < -y - 5 + y$	اجمع y لكل طرف.
$6 + y < -5$	وحوّل إلى أبسط صورة.
$6 - 6 + y < -5 - 6$	اطرح 6 من كل طرف.
$y < -11$	وحوّل إلى أبسط صورة.

التدريب

استخدام البنية أوجد حل كل متباينة.

1. $a + 7 > 32$ — $a > 25$
2. $14n \leq 13n - 20$ — $n \leq -20$
3. $-a + 7 > 32$ — $-25 > a$
4. $-14n \leq -13n - 20$ — $20 \leq n$

التفكير بطريقة كميّة أوجد حل كل متباينة. ثم مثّل الحل بيانيًا على خط أعداد.

5. $p - 17 \geq 10$ $p \geq 27$

6. $8s + 12 < 7s$ $-12 > s$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يعد **المثال 1** رابطة أساسية في SMP 4 **(استخدام نماذج الرياضيات)** لأنه يمكن للطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل مشكلة موجودة في الحياة اليومية والمجتمع ومكان العمل. هذه مهارة مهمة يجب على الطلاب اكتسابها لأنها تساعدهم على رؤية الرياضيات في حياتهم.

احرص على تسليط الضوء على الخطوات الأساسية في العملية للطلاب: (1) تحليل عبارة السؤال لتحديد القيود المذكورة في السؤال والقيمة التي يجب تحديدها؛ (2) صياغة المتباينة الخطية؛ (3) تحديد حل المتباينة الخطية؛ (4) التحقق من الحل من خلال التعويض بقيمة في المتباينة الأصلية؛ (5) تقييم مدى صحة الحل الذي توصل إليه الطالب.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء a**، ما العملية العكسية التي يجب تنفيذها على كلا جانبي المعادلة لعزل المتغير على جانب واحد؟ **اطرح 8.**
- في **الجزء a**، هل يعد 9 حلاً؟ **لا**
- ما العملية العكسية في **الجزء b**؟ **أضف 10.**

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 7

اشرح للطلاب أنه عند وجود متغيرات على كلا جانبي المتباينة، يجب تنفيذ العملية العكسية التي تشمل المتغير حتى تكون العلامة الناتجة بالمتغير موجبة. تأكد من أن يكون المتغير والثابت على الجوانب المقابلة لرمز المتباينة أثناء الحل.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء c**، ما العملية العكسية التي يجب تنفيذها؟ **أضف $6z$.**
- ما سبب إضافة $6z$ بدلاً من $5z$؟ **إذا أضفنا $5z$، فستكون هناك علامة سالبة بالمتغير الناتج.**
- هل اكتمل الحل بعد إضافة $6z$ على كلا الجانبين؟ **لا، فالمتباينة لا زالت تحتوي على متغير وعدد صحيح على جانب واحد من رمز المتباينة.**
- ما الخطوة النهائية لحل المتباينة؟ **استخدم العملية العكسية للجمع واطرح 8 من كلا الجانبين.**
- في **الجزء d**، هل يهم إذا أضفت 10 على كلا الجانبين أو طرحت $2x$ من كلا الجانبين أولاً؟ **لا، ستكون النتيجة ذاتها في الحالتين.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_130_133_687146.indd 127 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

التدريب

تطالب جميع **التمارين 23-1** الطلاب بحل المتباينات الخطية بمتغير واحد.

تطالب **التمارين 16-7** و **23-21** الطلاب بكتابة متباينة خطية من الموقف المذكور قبل حل المتباينة.

تعيين المعايير

SMP	التمرين
7	1-4
2	5-6
1	7-11
4	12-16
7	17-20
4	21-23

التخطيط للحل **حدد متغيرًا، ثم اكتب متباينة وأوجد حلها.**

7. عدد مضافاً له خمسة والمجموع أقل من أو يساوي اثنا عشر.
افترض أن x = العدد؛ $x + 5 \leq 12$؛ $x \leq 7$.

8. سبعة عشر طُرحت من عدد أقل من أو يساوي ثلاثة.
افترض أن y = العدد؛ $y - 17 \geq 3$؛ $y \geq 20$.

9. ثمانية أكبر من عدد مضافاً له اثنا عشر.
افترض أن z = العدد؛ $z + 12 > 8$؛ $z > -4$.

10. خمسة أقل من عدد ناقص اثنان.
افترض أن t = العدد؛ $t - 2 < 5$؛ $t < 7$.

11. ثمانية عشر ناقص عدد لا يزيد عن 10.
افترض أن n = العدد؛ $18 - n \leq 10$؛ $n \leq 8$.

12. **استخدام نموذج** تعتبر أربعة أضعاف عدد بطاقات البيسبول في مجموعة علي أكثر من خمسة أضعاف هذا العدد ناقص 15. حدد متغيرًا واكتب متباينة لتمثيل بطاقات البيسبول الخاصة بعلي. أوجد حل المتباينة وفسّر النتائج.
افترض أن c = عدد بطاقات البيسبول التي يملكها علي؛ $4c > 5c - 15$؛ $c < 15$؛
يملك علي أقل من 15 بطاقة.

13. **استخدام نموذج** في اختبار رياضيات إجمالي درجاته من 100 خسرت خديجة أقل من 27 درجة. يوضح الجدول الدرجة التي تطابق درجة الاختبار. قارن النقاط بالدرجات وحدد أي درجات ستحصل خديجة عليها.

الدرجة	النقاط
A	92-100
B	83-91
C	74-82
D	65-73
F	64 فما أقل

a. حدد متغيرًا. وبعد ذلك اكتب متباينة وأوجد حلها.
افترض أن m = الدرجات التي حصلت عليها خديجة.
$100 - m < 27$؛ $m > 73$.

b. فسّر حل المتباينة الخاصة بك. ما الذي تعرفه عن درجات خديجة في الاختبار؟
يعد مجموع درجات خديجة أكبر من 73 درجة. ودرجة خديجة هي A أو B أو C.

14. **استخدام نموذج** أودع راشد 20 AED في حساب المدخرات، وأصبح رصيده على الأقل 150 AED. أوجد رصيد راشد في حساب المدخرات قبل أن يقوم بإيداع النقود. حدد متغيرًا، واكتب متباينة وأوجد حلها.
افترض أن b = الرصيد في حساب المدخرات قبل الإيداع. $b + 20 \geq 150$؛ $b \geq 130$.
إن الرصيد في الحساب قبل الإيداع كان على الأقل 130 AED.

15. **استخدام نموذج** ناتج ضرب عدد في 6 أكبر من 5 أمثال العدد مضافاً لها 10. حدد متغيرًا، واكتب متباينة وأوجد حلها.
افترض أن n = العدد. $6n > 10 + 5n$؛ $n > 10$.
إن العدد أكبر من 10.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في المتباينات التي بها متغيرات على كلا الجانبين، قد يطرح الطلاب متغيرًا ينتج عنه متغير بعلامة سالب. تحدث الأخطاء عندما لا يكون الطلاب واثقين من كيفية تحليل هذا الموقف. شجّع الطلاب على التفكير المتقدم وتنفيذ العملية العكسية التي لن ينتج عنها متغير سالب. انصح الطلاب أنهم إذا وجدوا أنفسهم في موقف به متغير سالب، يمكنهم دائمًا "جمع المقابل" للحصول على متغير بالجانب الأخر من المتباينة بدون معامل سالب.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_130_133_687146.indd 128 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

16. **استخدام نموذج** أضافت علياء 8 kg من الصحف إلى الصندوق. وكان وزنه أقل من 20 kg.
أوجد وزن الصندوق قبل أن تضيف علياء الصحف. حدد متغيرًا، واكتب متباينة وأوجد حلها.

افترض أن w = وزن الكتب داخل الصندوق. $w + 8 < 20$؛ $w < 12$ kg.

كان وزن الصندوق أقل من 12 kg.

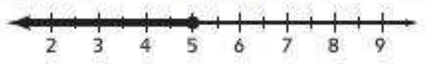
استخدام البنية **طابق كل متباينة بالتمثيل البياني لحلّها.**

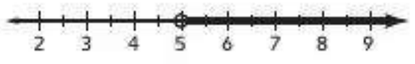
17. $x + 3 > 8$ — **b**

18. $2x + 5 \leq 3x$ — **c**

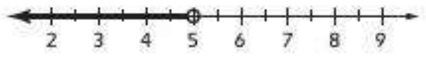
19. $7x - 5 < 6x$ — **d**

20. $x - 3 \leq 2$ — **a**

a.


b.


c.

d.


21. **استخدام نموذج** أخبر مسؤولو المطار عائشة أن حقيبتها تخطت الوزن الأقصى المسموح به.
أزالت غرضًا حجمه 5 kg من حقيبتها. ولكن ظل وزن الحقيبة أكثر من 22 kg. فماذا كان الوزن الأصلي لحقيبة عائشة؟ حدد متغيرًا، واكتب متباينة وأوجد حلها.

افترض أن w هو الوزن الأصلي للحقيبة. $w - 5 > 22$؛ $w > 27$kg.

كان وزن حقيبتها أكبر من 27 kg.

22. **استخدام نموذج** تملك منال 83 طابعًا في ألبوم. وأعطت لصديقتها هند 25 طابعًا على الأقل.
فكم طابعًا متبقيًا بالألبوم؟

افترض أن n = عدد الطوابع لدى منال في ألبومها.

$83 - n \geq 25$؛ $n \geq 58$.

لدى منال 58 طابعًا على الأكثر في ألبومها.

23. **استخدام نموذج** أخبرت أمل صديقتها أن عدد الدقائق المتبقية على هاتفها الخلوي لهذا الشهر يمكن تمثيله بالمتباينة $x \geq 200 - 500$. اكتب مسألة عن دقائق هاتف أمل التي يمكن تمثيلها بهذه المتباينة. أوجد حل المتباينة واذكر الحل لهذه المتباينة بحدود عدد الدقائق المتبقية على هاتف أمل.

الإجابة النموذجية: يعد 500 أقل من عدد الدقائق التي استخدمتها أمل على الأقل 200 دقيقة. $300 \leq x$؛ تملك أمل على الأكثر 300 دقيقة متبقية على هاتفها لهذا الشهر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرينين 7** و **8**، قد لا يدرك بعض الطلاب أن المصطلحات *على الأقل* تُترجَم إلى *أكبر من* ***أو يساوي*** و"*على الأكثر*" تُترجَم إلى *أقل من* ***أو يساوي***. قد يفترض الطلاب أنهم يعنون فقط "أكبر من" أو "أصغر من" على التوالي.

في **التمرين 13**، قد يستنتج الطلاب خطئًا أنه يمكن لليلى الحصول على D وذلك بالارتباك بين "أكبر من 73" و"أكبر من أو يساوي 73".

في **التمرين 18**، قد يرتبك الطلاب عندما يكون حل المتباينة مكتوب على الجانب الأيمن من المتغير. ($5 \leq x$) شجّع الطلاب على قراءة مثل هذه المتباينة من اليمين إلى اليسار حيث تكون "x أكبر من أو تساوي 5".

في **التمرينين 21** و **22**، قد يخطئ الطلاب في تفسير عبارة المتباينة وبالتالي لن يجدوا الحل الصحيح.

في **التمرين 23**، قد لا يكون الطلاب واثقين من مكان البداية وقد يكتبون وصفًا لفظيًا غير صحيح للرمز ≥.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

توفر **التمارين 1-4** و **17-20** فرصًا للطلاب للعمل على **SMP 7 (محاولة إيجاد البنية واستخدامها)**. لأنهم سيحتاجون لفهم بنية المتباينة وكيفية حلّها وتمثيلها بيانيًا. تساعد معرفة حل المتباينات الخطية الطلاب على فهم مجالات وخصائص العديد من الكميات المادية في سيناريوهات من الحياة اليومية.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_130_133_687146.indd 129 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5.2 حل المتباينات بالضرب والقسمة

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 7

المتطلبات

- كتابة معادلات خطية
- حل المعادلات الخطية باستخدام الضرب والقسمة

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 2, SMP 3

يوفر "الاستكشاف" الفرصة لفهم سبب عكس رمز المتباينة عند ضرب أو قسمة كلا جانبي المتباينة على عدد سالب. في حالة الرغبة في طريقة غير مجردة، استبدل a وb في المثال بأعداد صحيحة؛ مثل، 4 و 6. واطرح مجموعة الأسئلة ذاتها. استخدم خط الأعداد وذكر الطلاب أن *أكبر من* تعني "على اليمين" على خط أعداد.

الأسئلة الداعمة

- إذا كنت تعرف أين توجد a وb على خط الأعداد، فأين توجد $2a$ و$2b$؟ **$2a$ على نفس جانب 0 مثل a، ولكنها أبعد مرتين من 0. وبالمثل، $2b$ على نفس جانب 0 مثل b، ولكنها أبعد مرتين من 0.**
- أين يوجد $-2a$ و$-2b$ على خط الأعداد؟ **$-2a$ هي مقابل $2a$، لذا فهي على الجانب الأخر من 0، ولكنها على نفس المسافة من 0. وبالمثل، $-2b$ هي مقابل $2b$.**

5.2 حل المتباينات بالضرب والقسمة

الأهداف

- اشرح كل خطوة في حل متباينة خطية باستخدام الضرب والقسمة.
- أوجد حل متباينة خطية بمتغير واحد باستخدام الضرب والقسمة.
- اكتب متباينات بمتغير واحد ثم استخدمها في حل المسائل.

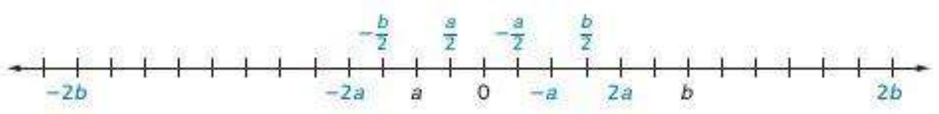
خصائص ضرب وقسمة المتباينات

لجميع الأعداد a وb وc، العبارة التالية صحيحة.

1. إذا كانت c عددًا موجبًا و$a < b$ فإن، $ac < bc$ و$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ وإذا كانت c عددًا موجبًا و$a > b$ فإن، $ac > bc$ و$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.
2. إذا كانت c عددًا سالبًا و$a < b$ فإن، $ac > bc$ و$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ وإذا كانت c عددًا سالبًا و$a > b$ فإن، $ac < bc$ و$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
3. تنطبق تلك الخصائص أيضًا على المتباينات التي تتضمن الرمزين ≥ و≤.

مثال 1 **خصائص المتباينات**

الاستكشاف **يوضح خط الأعداد التمثيل البياني للعددين a وb مع $a < b$.**



a. **التفكير بطريقة تجريدية** مثّل بيانيًا $2a$ و$2b$ على خط الأعداد واكتب متباينة توضح العلاقة بين $2a$ و$2b$.

$2a < 2b$

b. **التخمين** مثّل بيانيًا النقاط $-2a$ و$-2b$ على خط الأعداد واكتب متباينة توضح العلاقة بين $-2a$ و$-2b$. كيف يمكن مقارنة هذه المتباينة لإجابتك على المتباينة الأصلية $a < b$؟

$-2b < -2a$؛ عند ضرب كلا الطرفين في -2، يتم عكس رمز المتباينة.

c. **التخمين** مثّل بيانيًا النقاط $\frac{a}{2}$ و$\frac{b}{2}$ على خط الأعداد. وأيضًا مثّل بيانيًا النقاط $-\frac{a}{2}$ و$-\frac{b}{2}$ على خط الأعداد. اكتب متباينة توضح العلاقة بين $\frac{a}{2}$ و$\frac{b}{2}$ وبين $-\frac{a}{2}$ و$-\frac{b}{2}$.
ما الذي تلاحظه؟

$\frac{b}{2} > \frac{a}{2}$ ولكن $-\frac{b}{2} < -\frac{a}{2}$؛ تعكس القسمة على عدد سالب رمز المتباينة.

d. **التعليق على الاستنتاج** هل المتباينات التي كتبتها في **الأجزاء a** و**b** و**c** كانت ستختلف في حالة اعتبار a وb أعداد موجبة؟ ماذا لو كان a وb أعدادًا سالبة؟ تلميح: استخدم خط أعداد للمساعدة في حل السؤال.

ستبقى جميع الإجابات كما هي. يتم عكس رمز المتباينة إذا قمت بعملية ضرب أو قسمة كلا الطرفين من متباينة بعدد سالب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

حل المتباينات مماثل لحل المعادلات. لحل متباينة تحتوي على عملية ضرب أو قسمة، قم بالتراجع عن العملية بقسمة أو ضرب كلا جانبي المتباينة بالكمية ذاتها. إن الاختلاف الرئيسي هو أنه عند ضرب أو قسمة كلا جانبي المتباينة بعدد سالب، اعكس اتجاه رمز المتباينة. ويتم توضيح ذلك بشكل أفضل على خط أعداد، حيث ضرب أو قسمة عددين على -1 سيعكس ترتيب الأعداد على خط الأعداد.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_134_137_687146.indd 130 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 2 حل المتباينات بالضرب أو القسمة

التفكير بطريقة كميّة أوجد حل كل متباينة. علل كل خطوة.

a. $\frac{y}{-2} \leq 3$

$(-2)\frac{y}{-2} \geq 3(-2)$ اضرب كل طرف في 2− واعكس رمز المتباينة.

$y \geq -6$ وحوّل إلى أبسط صورة.

b. $-54 < -6a$

$\frac{-54}{-6} > \frac{-6a}{-6}$ اقسم كل طرف على 6− واعكس رمز المتباينة.

$9 > a$ وحوّل إلى أبسط صورة.

c. حل المتباينة لإيجاد x: $-px > 5$

$\frac{-px}{-p} < \frac{5}{-p}$ اقسم كل طرف على $p-$ واعكس رمز المتباينة.

$x < -\frac{5}{p}$ وحوّل إلى أبسط صورة.

مثال من الحياة اليومية 3 حل المسائل باستخدام المتباينات

a. **استخدام نموذج** يمتلك عبد الله بطاقة هدايا بمبلغ 18 AED لمتجر أغذية صحية حيث تكلفة عصير الفواكه 2.50 AED. كم عدد عصائر الفواكه التي بإمكان عبد الله شرائها ببطاقة الهدايا؟ اشرح.

افترض أن s = عدد العصائر التي بإمكان عبدالله شراؤها.

2.50 AED مضروبًا في عدد العصائر على 18.00 AED على الأكثر.

$2.50s \leq 18.00$ اكتب المتباينة.

$\frac{2.50s}{2.50} \leq \frac{18.00}{2.50}$ اقسم كلا الطرفين على 2.50.

$s \leq 7.2$ وحوّل إلى أبسط صورة. يمكن لعبد الله شراء 7 عصائر على الأكثر.

$2.50 \times 7 = 17.50$، $17.50 \leq 18.00$، إذًا، الحل صحيح.

b. **استخدام نموذج** اشترت لميس 3 قمصان بالسعر ذاته. كشف حساب بطاقة الائتمان الخاصة بها أنها لا تمتلك أكثر من 45 AED. كم دفعت لميس على كل قميص؟ اشرح.

افترض أن t = تكلفة كل قميص.

لا تمتلك لميس أكثر من 45 AED لشراء 3 قمصان.

$3t \leq 45$ اكتب متباينة.

$\frac{3t}{3} \leq \frac{45}{3}$ اقسم كلا الطرفين على 3.

$t \leq 15$ وحوّل إلى أبسط صورة. لم تدفع لميس أكثر من 15 AED لكل قميص.

$3 \times 10 = 30$ و 30 تعد ≤ 45، إذًا الحل صحيح.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يعد المثال 3 رابطة أساسية في **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** لأن يمكن للطلاب المتفوقون في مادة الرياضيات تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل مشكلة موجودة في الحياة اليومية والمجتمع ومكان العمل. هذه مهارة مهمة يجب على الطلاب اكتسابها لأنها تساعدهم على رؤية الرياضيات في حياتهم.

احرص على تسليط الضوء على الخطوات الأساسية في العملية للطلاب:
(1) تحليل عبارة السؤال لتحديد القيود المذكورة في السؤال والقيمة التي يجب تحديدها؛ (2) صياغة المتباينة الخطية؛ (3) تحديد حل المتباينة الخطية؛ (4) التحقق من الحل من خلال التعويض بقيمة في المتباينة الأصلية؛ (5) تقييم مدى صحة الحل الذي توصل إليه الطالب.

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 2

ذكر الطلاب باستخدام العمليات العكسية للتراجع عن الضرب والقسمة واحرص على عكس رمز المتباينة عند ضرب أو قسمة كلا الجانبين على عدد سالب.

الأسئلة الداعمة

- كيف يمكنك عزل المتغير في **الجزء a**؟ **اضرب كلا الجانبين في 2− واعكس رمز المتباينة.**
- كيف يمكنك عزل المتغير في **الجزء b**؟ **اقسم كلا الجانبين على 6− واعكس رمز المتباينة.**
- ما العملية التي يجب تنفيذها أولاً لإيجاد حل x في **الجزء c**؟ **اقسم كلا الجانبين على $p-$ واعكس رمز المتباينة.**
- في **الجزء c**، هل يهم ما إذا كانت p موجبة أم سالبة؟ **لا**

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 4

قد يجد الطلاب أنه من المفيد استخدام أعداد مختلفة للتحقق من الحل. في **الجزء a**، على سبيل المثال، يمكنك التحقق من الحل بتوضيح أن $s = 8$ لا ينتج في عبارة صحيحة.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء a**، ما الذي تحاول تحديده؟ **عدد العصائر التي يستطيع عبدالله شراؤها.**
- إذا كانت s هي عدد العصائر التي يستطيع عبدالله شراؤها، فكم ستتكلف s العصائر؟ **$2.50s$**
- إذا كان بإمكان عبدالله إنفاق حتى 18 AED، فما المتباينة التي يمكنك كتابتها؟ **$2.50s \leq 18.00$**
- كيف يمكنك حل هذه المتباينة؟ **اقسم كلا الجانبين على 2.50.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_134_137_687146.indd 131 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

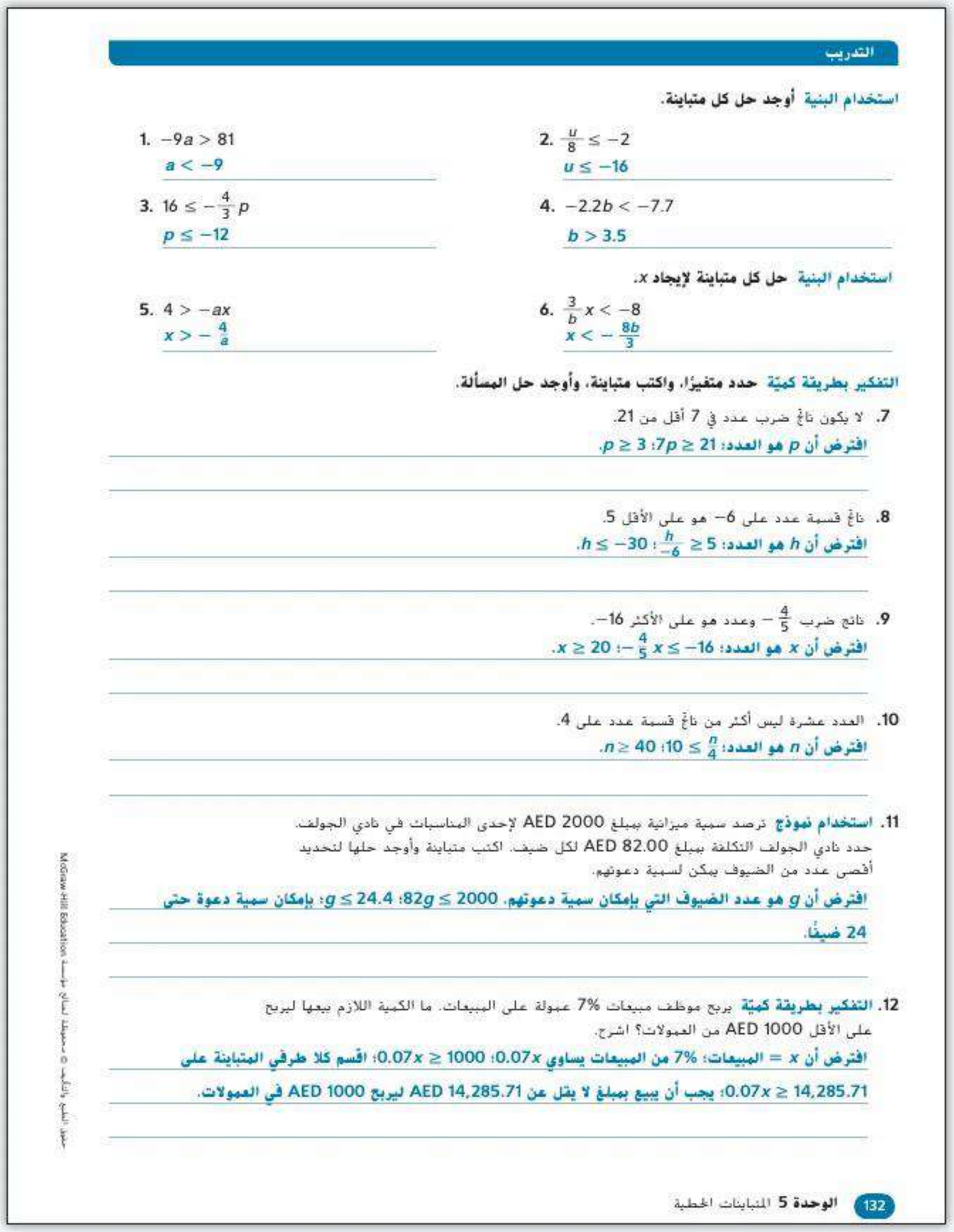
التدريب

تطالب **التمارين 10-1** الطلاب بحل المتباينات الخطية بمتغير واحد. في **التمارين 10-7**، يكتب الطلاب المتباينات أيضًا.

في **التمارين 14-11**، يكتب الطلاب المتباينات من المعلومات المقدمة ويستخدمونها لحل المسائل.

تطالب **التمارين 18-15** الطلاب بحل المتباينات الخطية بمتغير واحد ومطابقة كل حل بالتمثيل البياني الخاص به.

في **التمرين 19**، يجب على الطلاب فحص الحلين المقترحين لمتباينة خطية بمتغير واحد، وتحديد أي منهما هو الصحيح، وشرح السبب.



التدريب

استخدام البنية أوجد حل كل متباينة.

1. $-9a > 81$
   $a < -9$
2. $\frac{u}{8} \leq -2$
   $u \leq -16$
3. $16 \leq -\frac{4}{3}p$
   $p \leq -12$
4. $-2.2b < -7.7$
   $b > 3.5$

استخدام البنية حل كل متباينة لإيجاد x.

5. $4 > -ax$
   $x > -\frac{4}{a}$
6. $\frac{3}{b}x < -8$
   $x < -\frac{8b}{3}$

التفكير بطريقة كمية حدد متغيرًا، واكتب متباينة، وأوجد حل المسألة.

7. لا يكون ناتج ضرب عدد في 7 أقل من 21.
   افترض أن p هو العدد؛ $7p \geq 21$؛ $p \geq 3$.

8. ناتج قسمة عدد على -6 هو على الأقل 5.
   افترض أن h هو العدد؛ $\frac{h}{-6} \geq 5$؛ $h \leq -30$.

9. ناتج ضرب $-\frac{4}{5}$ وعدد هو على الأكثر -16.
   افترض أن x هو العدد؛ $-\frac{4}{5}x \leq -16$؛ $x \geq 20$.

10. العدد عشرة ليس أكثر من ناتج قسمة عدد على 4.
    افترض أن n هو العدد؛ $\frac{n}{4} \leq 10$؛ $n \geq 40$.

11. **استخدام نموذج** ترصد سمية ميزانية بمبلغ AED 2000 لإحدى المناسبات في نادي الجولف. حدد نادي الجولف التكلفة بمبلغ AED 82.00 لكل ضيف. اكتب متباينة وأوجد حلها لتحديد أقصى عدد من الضيوف يمكن لسمية دعوتهم.
    افترض أن g هو عدد الضيوف التي بإمكان سمية دعوتهم. $82g \leq 2000$؛ $g \leq 24.4$؛ بإمكان سمية دعوة حتى 24 ضيفًا.

12. **التفكير بطريقة كمية** يربح موظف مبيعات 7% عمولة على المبيعات. ما الكمية اللازم بيعها ليربح على الأقل AED 1000 من العمولات؟ اشرح.
    افترض أن x = المبيعات؛ 7% من المبيعات يساوي $0.07x$؛ $0.07x \geq 1000$؛ اقسم كلا طرفي المتباينة على $0.07x \geq 14{,}285.71$؛ يجب أن يبيع بمبلغ لا يقل عن AED 14,285.71 ليربح AED 1000 في العمولات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

قد يتوصل الطلاب إلى إجابة خاطئة أثناء حل متباينة لعدة أسباب. قد ينسى الطلاب عكس علامة المتباينة عند ضرب أو قسمة كلا جانبي المتباينة بعدد سالب. وقد يعكسون رمز المتباينة بدون داعٍ. أو ينفذون عملية عكسية غير صحيحة.

وقد يفشل الطلاب في كشف الأخطاء بعدم التحقق من حلهم. شجّع الطلاب على التحقق من حلهم من خلال التعويض في المتباينة الأصلية والتأكيد أن الحل منطقي في سياق المسألة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_134_137_687146.indd 132 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

13. **تفسير المسائل** يحمل مركب صغير 45 مترًا من حبل المرساة. يجب أن يكون طول الحبل سبعة أضعاف عمق المياه على الأقل. لأقرب متر صحيحة. ما أقصى عمق لهذا المركب؟ حدد متغيرًا واكتب متباينة وأوجد حلها وفسّر النتائج.

افترض أن d هو العمق الأقصى؛ $7d \geq 150$؛ اقسم على 7 وسيكون الناتج $d \geq 6.4$؛ يكون العمق الأقصى حوالي 6 أمتار.

14. **استخدام نموذج** يوضح الجدول الكمية المتوسطة للغذاء المستهلك بمأوى للحيوانات خلال أسبوع. إذا كانت البذور المختلطة تباع في حقيبة تزن 5 كيلو جرام. فما أقل عدد من حقائب البذور المختلطة سيقوم المأوى بشرائه خلال عام؟

الطعام المستهلك بالمأوى خلال أسبوع	
نوع الطعام	كمية الطعام (kg)
العنب	4
البذور المختلطة	10
طعام القطط	10
الفول السوداني	5

افترض أن b = عدد الحقائب؛ $52 \times 10 \geq 5b$؛ $104 \geq b$؛ ستحتاج 104 حقيبة من البذور المختلطة على الأقل من أجل عام واحد في المأوى.

استخدام البنية طابق كل متباينة بالتمثيل البياني لحلّها.

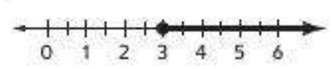
15. $-0.5t \geq 1.5$ — b

16. $\frac{1}{9}t \leq -3$ — c

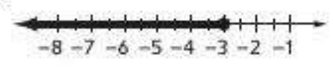
17. $-13.5 \leq -4.5t$ — d

18. $-\frac{t}{6} \leq -\frac{1}{2}$ — a

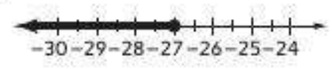
a.



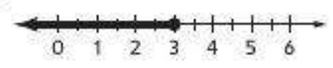
b.



c.



d.



19. **التعليق على الاستنتاج** قام طالبان بحل مسألة الفرض المنزلي بطريقة مختلفة. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

الطالب A	الطالب B
$3m \geq -21$	$3m \geq -21$
$\frac{3m}{3} \geq \frac{-21}{3}$	$\frac{3m}{3} \geq \frac{-21}{3}$
$m \leq -7$	$m \geq -7$

الإجابة النموذجية: إن الطالب B هو الصحيح. وحل الطالب A المسألة بطريقة خاطئة لأن رمز المتباينة تم عكسه عند القسمة على عدد موجب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تعيين المعايير

SMP	التمرين
7	1-6
2	7-10
4	11
2	12
1	13
4	14
7	15-18
3	19

أخطاء شائعة

بالنسبة للتمارين حيث يجب على الطالب صياغة المتباينة، قد يكتب الطالب متباينة لا تطابق حل المسألة من الحياة اليومية. على سبيل المثال، قد يكتب طالب "<" بدلاً من ">" أو ">" بدلاً من "≤".

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

توفر **التمارين 1-6** فرصة للطلاب للعمل مع **SMP 7 (محاولة إيجاد البنية واستخدامها)**. يجب عليهم التعرف على أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين العملية التي يستخدمونها في كتابة معادلة والعملية لكتابة متباينة. في المتباينات، من الضروري تمييز أي علامة متباينة وردت في الوصف اللفظي، وما إذا كانت تشمل التساوي أيضًا.

كما أنه يجب على الطلاب أيضًا التعرف على أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين تركيب الحل الخاص بمعادلة وتركيب الحل الخاص بمتباينة. والاختلاف الوحيد هو أنه يجب عكس رمز المتباينة عند ضرب أو قسمة كلا الجانبين بعدد سالب. يعتمد هذا الاختلاف على تركيب خط الأعداد.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_134_137_687146.indd 133 8/22/19 8:56 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

5.3 حل المتباينات متعددة الخطوات

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 6, 7, 8

المتطلبات

- حل المعادلات الخطية
- كتابة المتباينات أحادية الخطوات وحلّها

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 4

يمكنك استخدام هذا الاستكشاف لمناقشة طرق مكافئة لكتابة نموذج رياضي. على سبيل المثال، تعد جميع التعبيرات $7.25m - 4$، و$7.25m + -4$، و$m \times 7.25 - 4$ مكافئة.

الأسئلة الداعمة

- ماذا يجب أن تكون المتباينة في **الجزء b** "أقل من" أم "أقل من أو تساوي"؟ لماذا؟
  أقل من أو تساوي؛ بإمكان أمين المكتبة إنفاق حتى AED 270 بما في ذلك AED 270.
- في **الجزء d**، هل سيكون التمثيل البياني للحل شعاعًا أو خطًا مستقيمًا أو مجموعة من النقاط؟ لماذا؟ **مجموعة من النقاط؛ يجب أن يكون عدد الأشهر عددًا صحيحًا.**
- كم عدد الحلول المحتملة لهذه المسألة؟
  هناك 9 حلول محتملة:
  0 و1 و2 و3 و4 و5 و6 و7 و8.

5.3 حل المتباينات متعددة الخطوات

الأهداف

- كوّن متباينات خطية بمتغير واحد.
- أوجد حل متباينات خطية بمتغير واحد.
- اشرح كل خطوة في حل متباينة خطية

يمكنك حل المتباينات متعددة الخطوات باستخدام خصائص المتباينات والرجوع لكل عملية.
إذا كانت المتباينة تُبسط إلى عبارة ليست صحيحة على الإطلاق، فالحل هو مجموعة فارغة، ∅.
أما إذا كانت نتائج الحل في عبارة دائمًا صحيحة، فالحل هو مجموع جميع الأعداد الحقيقية.

مثال 1 إنشاء متباينة متعددة الخطوات وحلها

الاستكشاف لدى مكتبة المدينة 5 فروع. يشتري أمين المكتبة قيمة اشتراك الصحف الإلكترونية لكل الفروع، ويعرض التسعير كما هو موضح. لدى أمين المكتبة ميزانية بمبلغ AED 270 من أجل الاشتراكات.

اشتراكات أخبار المترو
AED 7.25 في الشهر
AED 4 تخفيضًا على الشهر الأول للاشتراكات الجديدة!

a. استخدام نموذج اكتب تعبيرًا لإجمالي تكلفة اشتراك واحد لمدة m أشهر.
ثم اكتب تعبيرًا لإجمالي تكلفة جميع الاشتراكات لأفرع المكتبة. ما القيود على المتغير؟

$7.25m - 4$؛ $5(7.25m - 4)$؛ يجب أن يكون m عددًا كليًا.

b. استخدام نموذج اكتب متباينة لتحديد عدد الأشهر التي يمكن فيها لجميع الفروع الـ 5 الاشتراك بالجريدة والبقاء ضمن الميزانية.

$5(7.25m - 4) \leq 270$

c. استخدام بنية أي من المتباينات التالية يعتبر متكافئًا مع المتباينة التي قمت بكتابتها في **جزء b**؟ اشرح.

i. $36.25m - 4 \leq 270$ ii. $36.25m - 20 \leq 270$
iii. $7.25m - 4 \leq 54$ iv. $5(7.25m) \leq 274$

ii و iii؛ يمكنك التحويل لأبسط صورة باستخدام خاصية التوزيع، أو يمكنك قسمة كلا الطرفين على 5.

d. استخدام بنية أوجد حل المتباينة التي قمت باختيارها في **جزء c** واشرح الخطوات المتبعة لحلها. مثّل الحل بيانيًا على خط الأعداد، افتراضًا أنه يمكنك الاشتراك بالجريدة بأعداد كلية فقط من الأشهر.

الإجابة النموذجية: لحل $36.25m - 20 \leq 270$، اجمع 20 على كلا الطرفين، ثم اقسمهما على 36.25. الحل هو جميع الأعداد الكلية m بحيث $m \leq 8$.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

تتشابه عملية حل متباينة متعددة الخطوات مع عملية حل معادلة متعددة الخطوات. تستخدم العملية العكسية للتراجع عن العمليات التي قمت بتنفيذها على المتغير. وينبغي توخي الحذر أثناء استخدام خاصية الضرب في المتباينات أو خاصية القسمة في المتباينات. عند الضرب أو القسمة بعدد سالب، يتم عكس اتجاه رمز المتباينة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_138_141_687146.indd 134 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

e. **تفسير المسائل** اشرح كيفية معرفة مدى صحة إجابتك.

الإجابة النموذجية: تكلفة الاشتراك لمدة 8 أشهر يساوي AED 54 = 4 − (7.25)8؛ لجميع الفروع الـ 5، يساوي ذلك AED 270 = (AED 54)5. ستقل تكلفة أي عدد من الأشهر يقل عن 8 أشهر وسيكون أيضًا في حدود الميزانية.

عند حل متباينة، يجب أن تكون قادرًا على بناء فرضية لإثبات إجابتك. وللقيام بذلك، يجب عليك شرح كل خطوة في عملية الإجابة باستخدام خاصية الأعداد أو خاصية المتباينات.

مثال 2 **شرح خطوات الحل**

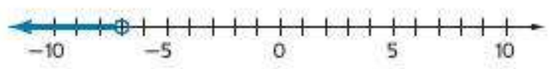
اتبع هذه الخطوات لحل $31 + 2x - x > -(5 - 3x)2-$ وبرر الإجابة.

a. **التفكير بطريقة كمية** أكمل خطوات الإجابة أدناه. قدم خاصية لإثبات كل خطوة.

$31 + 2x - x > -(5 - 3x)2-$	المتباينة الأصلية
$31 + 3x > -(5 - 3x)2-$	اجمع الحدود المتشابهة
$31 + 3x > 10 + 6x-$	**خاصية التوزيع**
$21 + 3x > 6x-$	**خاصية الطرح في المتباينات**
$21 > 3x-$	**خاصية الجمع في المتباينات**
$x < 7-$	**خاصية القسمة في المتباينات**

b. **مشاركة المعرفة بدقة** اكتب مجموعة الحل، ثم مثّلها بيانيًا على خط الأعداد.

$\{x \mid x < -7\}$



c. **التعليق على الاستنتاج** يقول أحد الطلاب أنه من الممكن حل المتباينة عن طريق قسمة كلا الطرفين على 2− أولاً. هل توافق على ذلك؟ اشرح.

نعم؛ بالرغم من أنه محتمل، سيتم ترك الكسور على الطرف الأيمن من المتباينة.

d. **وصف طريقة** في **جزء a**. قمت بحل متباينة متعددة الخطوات وإثبات خطوات الحل. كيف يمكن مقارنة ذلك بعملية حل معادلة متعددة الخطوات؟

الإجابة النموذجية: تتشابه العمليات في استخدامك للعمليات العكسية لتحويل المعادلة أو المتباينة إلى أبسط صورة ويمكنك إثبات مدى صحة كل خطوة بخاصية. إن الفرق هو أنك يجب أن تعكس رمز المتباينة إذا قمت بالضرب في عدد سالب أو القسمة عليه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 2

تتطلب هذه المسألة من الطلاب حل متباينة وإثبات كل خطوة بخاصية. وقد تريد التفكير في قائمة بالخصائص التي يعتقد الطلاب أنهم في حاجة لها لحل هذه المتباينة. وبعد ذلك يمكن أن يشير الطلاب لهذه القائمة بينما يحاولون الوصول إلى الحل.

الأسئلة الداعمة

- هل يمكنك البدء بإضافة 2 إلى كلا الجانبين وبالتالي، حذف 2 من الجانب الأيسر؟ **لا، لأن 2− ليست مضافة على الجانب الأيسر؛ بل مضروبة في الكمية $3x - 5$.**
- كيف تتحقق من حلك؟

الإجابة النموذجية: عوض بقيمة في مجموعة الحلول، مثل $x = -10$، في المتباينة الأصلية وتحقق أن ذلك ناتج عن عبارة حقيقية.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

في **المثال 2**، يتوصل الطلاب إلى حل المتباينة بعدة طرق؛ جبريًا وبيانيًا. وهذا اتصال طبيعي إلى **SMP 6 (مراعاة الدقة)**. يكتب الطلاب إجابتهم في صورة متباينة، $x < -7$، وفي صورة مجموعة حلول، $\{x \mid x < -7\}$ وفي صورة تمثيل بياني على خط أعداد. اطلب من الطلاب وصف مزايا وعيوب كل تمثيل. وساعد الطلاب على فهم أن مجموعة الحلول تبدو معقدة في البداية، ولكن هذه الطريقة يمكن الاستفادة منها عندما تحتوي مجموعة الحلول على قيم منفصلة. على سبيل المثال، إن مجموعة الحلول في **المثال 1** هي $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_138_141_687146.indd 135 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 2

قد ترغب في مناقشة أهمية تفسير حل في سياق من الحياة اليومية. على سبيل المثال، إن الحل $w \leq 6$، نظريًا، هو أن جميع القيم أقل من أو تساوي 6، بما في ذلك القيم السالبة. ولكن، لا يمكن أن يكون العرض سالبًا أو 0 في سياق لموقف من الحياة اليومية. يجب أن يكون العرض أكبر من 0 أمتار ولكن ليس أكثر من 6 أمتار.

الأسئلة الداعمة

- ما الصياغة الخاصة بمحيط مستطيل؟ $P = 2\ell + 2w$ أو $P = 2(\ell + w)$
- في **الجزء b**، ما المعادلة التي تربط بين ℓ وw؟ $\ell = w + 4$

التدريب

تتطلب **التمارين 6-1** من الطلاب حل متباينة خطية بمتغير واحد. تتطلب **التمارين 6-3** من الطلاب كتابة متباينة لموقف تم وصفه، قبل حل المتباينة.

مثال 3 **حل المسألة**

يرغب خليفة في إعداد حديقة على شكل مستطيل ووضع سياج حولها. لديه 32 مترًا متوفرين للسياج، مما يعني أن محيط الحديقة لا يمكن أن يتخطى 32 مترًا.

a. **استخدام نموذج** اكتب متباينة تربط بين طول وعرض ومحيط الحديقة.
$2(\ell + w) \leq 32$

b. **استخدام نموذج** وضّح كيفية كتابة متباينة بمتغير واحد. w. إذا قرر خليفة أن الطول يجب أن يكون أطول 4 أمتار من العرض. ما الخاصية التي تستخدمها لكتابة المتباينة الجديدة؟ اشرح.
$2(w + 4 + w) \leq 32$؛ **الطول أكثر 4 مرات من العرض، لذلك** $\ell = w + 4$. **تسمح خاصية التعويض في المعادلة أن تعوض** $w + 4$ **بدلًا من** ℓ.

c. **التفكير بطريقة كميّة** أوجد حل المتباينة التي قمت بكتابتها في **جزء b** وبعد ذلك فسّر الحل.
$w \leq 6$؛ **يجب ألا يزيد عرض الحديقة عن 6 أقدام. لا يمكن للعرض أن يكون سالبًا، لذلك** $0 < w \leq 6$.

d. **التفكير بطريقة كميّة** ما الأطوال المحتملة للحديقة؟
يجب أن يزيد الطول عن 4 أمتار ولا يزيد عن 10 أمتار. $\{\ell \mid 4 < \ell \leq 10\}$

التدريب

1. **التفكير بطريقة كميّة** أوجد حل المتباينة $3(4c - 1) + 7 > 2(c + 1)$. قدم خاصية لإثبات كل خطوة.

	المتباينة الأصلية
$3(4c - 1) + 7 > 2(c + 1)$	
$12c - 3 + 7 > 2(c + 1)$	**خاصية التوزيع**
$12c + 4 > 2c + 2$	**اجمع الحدود المتشابهة، خاصية التوزيع**
$10c + 4 > 2$	**خاصية الطرح في المتباينات**
$10c > -2$	**خاصية الطرح في المتباينات**
$c > -\frac{1}{5}$	**خاصية الجمع في المتباينات**

2. **بناء فرضيات** ما مجموعة حل المتباينة $4(x + 1) < 2(2x + 4)$؟ لماذا؟ كيف تتشابه مجموعة الحل بمجموعة حل هذه المتباينة $4(x + 1) \geq 2(2x + 4)$؟ اشرح.
مجموعة الحل فارغة لأن حل المتباينة نتج عن عبارة خاطئة. عندما تستبدل رمز المتباينة بـ $\geq$، **تصبح مجموعة الحل أعدادًا حقيقية لأن حل المتباينة نتج الآن عن عبارة صحيحة دائمًا.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 1**، قد يطبق الطلاب خاصية التوزيع بطريقة خاطئة عند تحويل التعبير على الطرف الأيسر من المتباينة إلى أبسط صورة. على سبيل المثال، قد يقوم بعض الطلاب بتبسيط $3(4c - 1) + 7$ بكتابة $12c - 1 + 7$ أو $12c + 6$. ذكر الطلاب أن 3 يجب أن توزع على كل حد بداخل الأقواس. وقد يستفيد الطلاب من كتابة خطوات وسيطة توضح عملية ضرب كل حد: $3(4c - 1) + 7 = 3(4c) - 3(1) + 7 = 12c - 3 + 7$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_138_141_687146.indd 136 8/22/19 8:56 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

3. **بناء فرضيات** يقول أحمد أن 15 زائد 6 أضعاف عدد أقلام الرصاص التي يمتلكها أقل من 20.
ما الذي يمكنك استنتاجه عن عدد الأقلام لدى أحمد؟ علل إجابتك.

ليس لدى أحمد أي أقلام. بناءً على عبارته، المتباينة $6p + 15 < 20$، حيث p هو عدد الأقلام. حل المتباينة هو $p < \frac{5}{6}$. ولكن، يجب أن يكون عدد الأقلام عددًا كليًا، لذلك $p = 0$.

4. **استخدام نموذج** حصلت مريم على درجات 76 و 80 و 78 في أخر ثلاثة اختبارات تاريخ. اكتب متباينة وحلها لتحديد الدرجات التي ستحتاجها بالاختبار القادم حتى يصبح متوسط درجاتها على الأقل 82.

$\frac{76 + 80 + 78 + x}{4} \geq 82$؛ $x \geq 94$: تحتاج مجموع درجات 94 على الأقل في الاختبار القادم.

5. **تفسير المسائل** سجادة على شكل مثلث لديها أضلاع طولها a متر وb متر وc متر.
والمحيط الأقصى هو 20 مترًا.

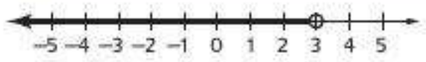
a. إن ضلع b أطول مترين من a وc أطول مترين من b. أي ضلع هو الأقصر؟

يجب أن يكون الطرف الأقصر a. بما أن $b = a + 2$ توضح أن $b > a$ و $c = b + 2$ توضح أن $c > b$.

b. وما الأطوال المحتملة لأقصر ضلع بالسجادة؟ اشرح.

حل المتباينة $a + b + c \leq 20$ أو $a + (a + 2) + (b + 2) \leq 20$ أو $a + (a + 2) + (a + 2 + 2) \leq 20$.
الحل هو $a \leq 4\frac{2}{3}$. إذًا فأقصر طرف هو أكثر من 0 متر ولكن أقل من أو يساوي $4\frac{2}{3}$ متر.

6. يوضح الشكل مجموعة الحل للمتباينة.



a. **التفكير بطريقة تجريدية** اكتب متباينة تحتوي على مجموعة الحل المتوفرة. يتطلب حل المتباينة خاصية التوزيع وخاصية الجمع في المتباينات وخاصية القسمة في المتباينات.

الإجابة النموذجية: $2(2x - 1) < 10$

b. **التفكير بطريقة كميّة** أوجد حل المتباينة التي كتبتها في **الجزء a** وقدم خاصية لإثبات كل خطوة.

الإجابة النموذجية:

$2(2x - 1) < 10$	المتباينة الأصلية
$4x - 2 < 10$	**خاصية التوزيع**
$4x < 12$	**خاصية الجمع في المتباينات**
$x < 3$	**خاصية القسمة في المتباينات**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تعيين المعايير

SMP	التمرين
2	1
3	2
3	3
4	4
1	5
2	6

أخطاء شائعة

في **تمرين 3**، قد يحل الطلاب المتباينة ويصلون إلى حل صحيح وهو $p < \frac{5}{6}$. ولكن يجدون صعوبة في تفسير الحل في سياق من الحياة اليومية. قد يقرب بعض الطلاب $\frac{5}{6}$ إلى أقرب عدد كلي واستنتاج أن أحمد يملك قلمًا واحدًا. قد يجد الطلاب استفادة من التمثيل البياني للحل $p < \frac{5}{6}$ على خط أعداد. ثم اسألهم أي من الأعداد الكلية يقع في مجموعة الحلول من التمثيل البياني.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يزود **تمرين 5** الطلاب بالعديد من المعلومات التي يجب تفسيرها من أجل كتابة المتباينة وحلها. للتوصل إلى **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**، اطلب من الطلاب وصف "مسار الحل" الذي سيقوم الطلاب باستخدامه لحل المسألة. يجب أن يدرك الطلاب أن الخطوات الأساسية هي: (1) تحديد الطرف الأقصر (2) وكتابة متباينة تستخدم متغيرًا مناسبًا للطرف الأقصر (3) وحل المتباينة و(4) تفسير حلها.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_138_141_687146.indd 137 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5.4 حل المتباينات المركبة

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 6, 7

المتطلبات

- حل المتباينات متعددة الخطوات

المثال 1

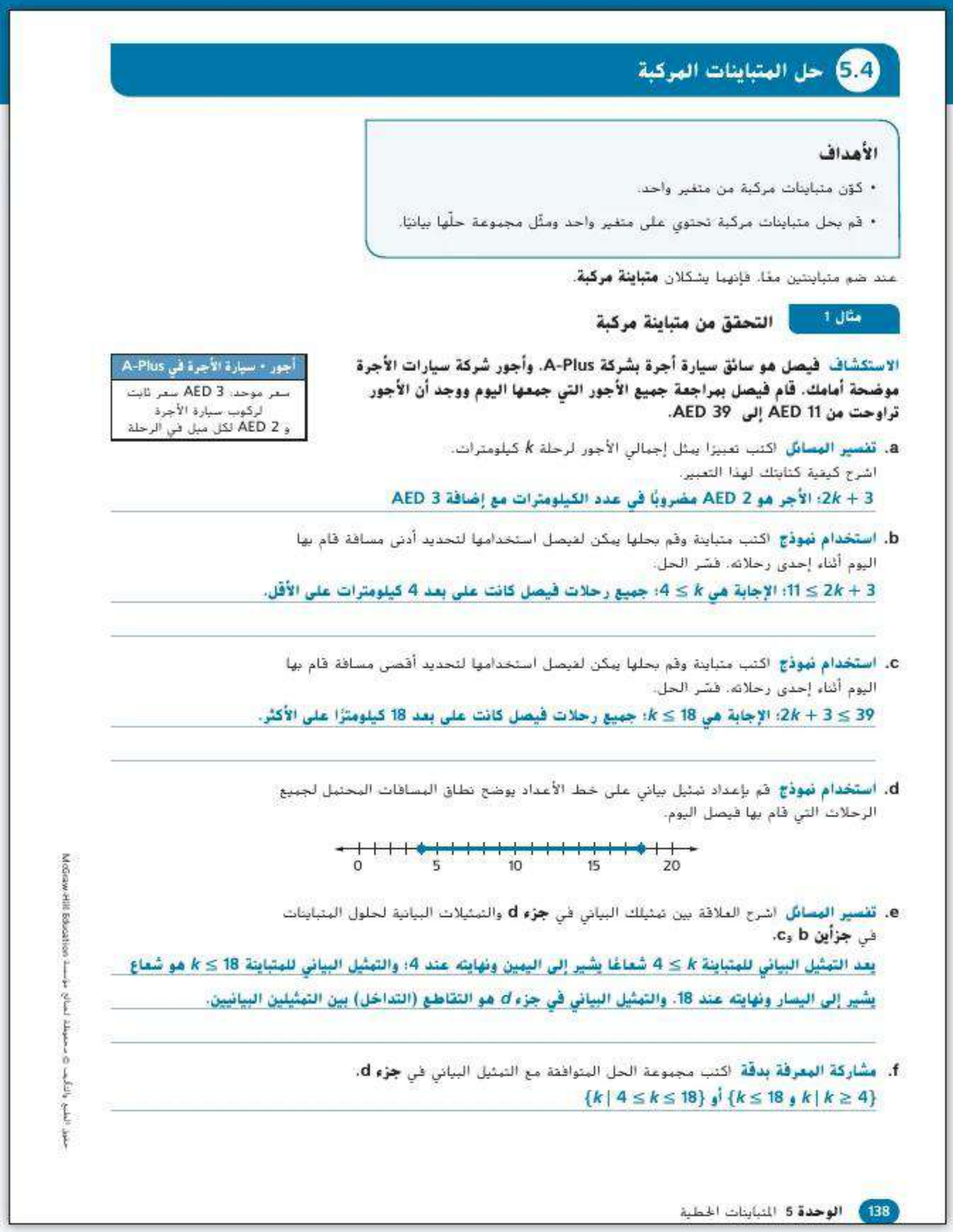
نصيحة للتدريس

SMP 1

إذا واجه الطلاب صعوبة في البدء، فاقترح عليهم إنشاء جدول للقيم يوضح مسافات الرحلات المختلفة وأجورهم. يمكن للطلاب البحث عن نمط ليساعدهم في كتابة التعبير المطلوب في **الجزء a**.

الأسئلة الداعمة

- ما أجر رحلة لمسافة 6 كيلومترات؟ لماذا؟ **AED 15، $2(6) + 3 = 15$**
- كيف يمكنك حل المتباينة التي كتبتها في **الجزء b**؟ **لحل $2k + 3 \leq 11$، اطرح 3 من كلا الطرفين ثم اقسم كلاهما على 2.**
- في **الجزء d**، هل يجب أن تستخدم دوائر متصلة أم دوائر مفتوحة من أجل نقاط النهاية في تمثيلك البياني؟ لماذا؟ **دوائر متصلة؛ يعني رمز المتباينة $\leq$ أن نقاط النهاية مضمنة في مجموعة الحلول.**



5.4 حل المتباينات المركبة

الأهداف

- كوّن متباينات مركبة من متغير واحد.
- قم بحل متباينات مركبة تحتوي على متغير واحد ومثّل مجموعة حلّها بيانيًا.

عند ضم متباينتين معًا، فإنهما يشكلان **متباينة مركبة**.

مثال 1 **التحقق من متباينة مركبة**

أجور • سيارة الأجرة في A-Plus
سعر موحد: AED 3 سعر ثابت لركوب سيارة الأجرة
و AED 2 لكل ميل في الرحلة

الاستكشاف **فيصل هو سائق سيارة أجرة بشركة A-Plus. وأجور شركة سيارات الأجرة موضحة أمامك. قام فيصل بمراجعة جميع الأجور التي جمعها اليوم ووجد أن الأجور تراوحت من AED 11 إلى AED 39.**

a. تفسير المسائل اكتب تعبيرًا يمثل إجمالي الأجور لرحلة k كيلومترات.
اشرح كيفية كتابتك لهذا التعبير.
$2k + 3$؛ الأجر هو AED 2 مضروبًا في عدد الكيلومترات مع إضافة AED 3

b. استخدام نموذج اكتب متباينة وقم بحلها يمكن لفيصل استخدامها لتحديد أدنى مسافة قام بها اليوم أثناء إحدى رحلاته. فسّر الحل.
$2k + 3 \leq 11$؛ الإجابة هي $k \leq 4$؛ جميع رحلات فيصل كانت على بعد 4 كيلومترات على الأقل.

c. استخدام نموذج اكتب متباينة وقم بحلها يمكن لفيصل استخدامها لتحديد أقصى مسافة قام بها اليوم أثناء إحدى رحلاته. فسّر الحل.
$2k + 3 \leq 39$؛ الإجابة هي $k \leq 18$؛ جميع رحلات فيصل كانت على بعد 18 كيلومترًا على الأكثر.

d. استخدام نموذج قم بإعداد تمثيل بياني على خط الأعداد يوضح نطاق المسافات المحتمل لجميع الرحلات التي قام بها فيصل اليوم.

e. تفسير المسائل اشرح العلاقة بين تمثيلك البياني في **جزء d** والتمثيلات البيانية لحلول المتباينات في **جزأين b و c**.
يعد التمثيل البياني للمتباينة $k \leq 4$ شعاعًا يشير إلى اليمين ونهايته عند 4؛ والتمثيل البياني للمتباينة $k \leq 18$ هو شعاع يشير إلى اليسار ونهايته عند 18. والتمثيل البياني في جزء d هو التقاطع (التداخل) بين التمثيلين البيانيين.

f. مشاركة المعرفة بدقة اكتب مجموعة الحل المتوافقة مع التمثيل البياني في **جزء d**.
$\{k \mid k \geq 4$ و $k \leq 18\}$ أو $\{k \mid 4 \leq k \leq 18\}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

توجد صلة وثيقة بين المتباينات المركبة ونظرية المجموعات. على سبيل المثال، تمثل مجموعة حلول المتباينة $x < 4$ أو $x > 6$ الاتحاد بين مجموعات الحلول $x < 4$ و $x > 6$. وبذلك، تكون مجموعة الحلول هي $\{x \mid x < 4\} \cup \{x \mid x > 6\}$. تعد مجموعة الحلول للمتباينة المركبة $y > 1$ و $y < 3$ هي تقاطع مجموعات الحلول $y > 1$ و $y < 3$. تكون مجموعة الحلول هذه هي $\{y \mid y < 3\} \cap \{y \mid y > 1\}$، والتي يمكن كتابتها كمجموعة واحدة $\{y \mid 1 < y < 3\}$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_142_147_687146.indd 138 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تعد المتباينة المركبة التي تحتوي على الكلمة "و" ومثل $4 \leq m$ و $m \leq 18$، صحيحة فقط في حالة أن المتباينات صحيحة. ويعد التمثيل البياني للمتباينة المركبة هو التداخل أو **التقاطع**، للتمثيل البياني لمتباينتين.

مثال 2 **حل التقاطع وتمثيله بيانيًا**

اتبع هذه الخطوات لحل $-16 < 3x - 1 < 20$ ومثّل مجموعة الحل بيانيًا.

a. استخدام البنية أوضح كيفية كتابة المتباينة المركبة المعطاة كمتباينتين منفصلتين ويتم ربطهما بكلمة "و".

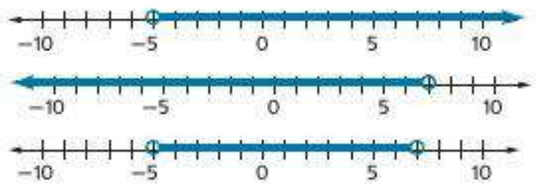
$3x - 1 < 20$ و $-16 < 3x - 1$

b. التفكير بطريقة كميّة حل كل متباينة قمت بكتابتها في **جزء a**. استخدم المساحات أدناه. قدم خاصية لإثبات كل خطوة.

الخطوة	الخاصية
$-16 < 3x - 1$	المتباينة الأصلية
$-15 < 3x$	خاصية الجمع
$-5 < x$	خاصية القسمة

الخطوة	الخاصية
$3x - 1 < 20$	المتباينة الأصلية
$3x < 21$	خاصية الجمع
$x < 7$	خاصية القسمة

c. تفسير المسائل مثّل الحل بيانيًا من **جزء b** على أول خطي أعداد أدناه. وبعد ذلك، استخدم خط الأعداد الثالث لتمثيل حل المتباينة المركبة بيانيًا.



d. مشاركة المعرفة بدقة صف مدى تشابه التمثيلات البيانية الثلاثة في **جزء c**.

إن التمثيل البياني لحل المتباينة المركبة على خط الأعداد السفلي هو تقاطع التمثيلات البيانية لحلول المتباينات الفردية على أول خطي أعداد.

e. تفسير المسائل اشرح كيف يمكن التحقق من مدى صحة تمثيلك البياني للمتباينة المركبة.

الإجابة النموذجية: اختر قيمة تقع في المنطقة المظللة من التمثيل البياني، مثل $x = 0$. تحقق أن قيمة x تتوافق مع المتباينة المركبة الأصلية. واختر أيضًا نقطة على يسار -5 وعلى يمين 7. تحقق أن هذه النقاط لا تتوافق مع المتباينة المركبة الأصلية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 7

إذا لزم الأمر، ساعد الطلاب على فهم أن المتباينة المركبة المعطاة، $-16 < 3x - 1 < 20$، هي طريقة مختصرة لكتابة متباينة تشمل كلمة "و": $-16 < 3x - 1$ و $3x - 1 < 20$. يمكنك توضيح ذلك بطريقة مرئية بواسطة تظليل كلا المتباينتين أو وضعهما بين أقواس في التعبير المعطى:

$$\overbrace{-16 < \underbrace{3x - 1}} < 20$$

الأسئلة الداعمة

- كيف يمكنك كتابة كل حل في **الجزء b** كأنه مجموعة حلول؟ $\{x \mid -5 < x\}$ و$\{x \mid x < 7\}$
- ما بعض الأمثلة للقيم x التي تقع في مجموعة حلول المتباينة المركبة؟ **الإجابة النموذجية: $-4, 0, 2, 5$**

التدريس المتمايز

قد ترغب أن يعمل الطلاب على خط أعداد واحد من أجل **المثال 2**. للقيام بذلك، اطلب منهم استخدام قلم تظليل أصفر لتمثيل $x > -5$ بيانيًا واطلب منهم استخدام قلم تظليل أزرق لتمثيل $x < 7$ بيانيًا. وستكون منطقة التراكب في تلك التمثيلات البيانية خضراء اللون. وتمثل النسبة الخضراء على خط الأعداد الحل للمتباينة المركبة $-16 < 3x - 1 < 20$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_142_147_687146.indd 139 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 6

يوفر هذا المثال للطلاب الفرصة لتبادل الأفكار الرياضية. شجع الطلاب على الرجوع لإجابتهم في هذا المثال للتأكد من استخدامهم للمصطلحات الرياضية الصحيحة. على سبيل المثال، يجب أن يستخدم الطلاب المصطلح *اتحاد* في إجاباتهم الخاصة **بالجزء c**.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء a**، ما الذي تلاحظه حول خطوات حل كل متباينة منفردة؟ **الخطوات هي نفسها.**
- في **الجزء b**، هل يجب أن تستخدم دوائر متصلة أم دوائر مفتوحة في تمثيلك البياني؟ لماذا؟ **دوائر متصلة؛ يعني رمز المتباينة ≤ أن نقاط النهاية مضمنة في مجموعة الحلول.**
- في **الجزء d**، كيف يمكنك استخدام تمثيلك البياني في تحديد ما إذا كانت كل قيمة في المجموعة حلاً للمتباينة المركبة أم لا؟ **تحقق ما إذا كانت القيم تقع في النسبة المظللة على خط الأعداد أم لا.**

تعد المتباينة المركبة التي تحتوي على الكلمة "أو" مثل $y < 1$ أو $y > 5$، صحيحة إذا كانت على الأقل إحدى المتباينات صحيحة. إن التمثيل البياني للمتباينة المركبة هو توافيق أو **اتحاد**، التمثيل البياني لمتباينتين.

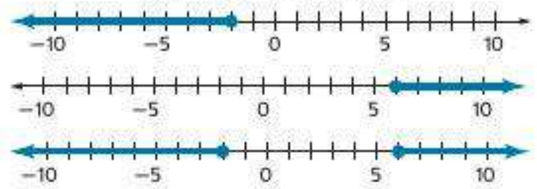
مثال 3 **حل اتحاد وتمثيله بيانيًا**

اتبع هذه الخطوات لحل $-9 \leq 6p + 3 \leq 3$ أو $6p + 3 \geq 39$ ومثّل مجموعة الحل بيانيًا.

a. استخدام بنية حل كل المتباينات المعطاة. استخدم المساحة بأسفل. قدم خاصية لإثبات كل خطوة.

الخطوة	الخاصية	الخطوة	الخاصية
$-9 \leq 6p + 3$	المتباينة الأصلية	$6p + 3 \geq 39$	المتباينة الأصلية
$-12 \leq 6p$	**خاصية الطرح**	$6p \geq 36$	**خاصية الطرح**
$-2 \leq p$	**خاصية القسمة**	$p \geq 6$	**خاصية القسمة**

b. تفسير المسائل مثّل بيانيًا الحل الموجودة في **جزء a** على أول خطي أعداد أدناه. وبعد ذلك، استخدم خط الأعداد الثالث لتمثيل حل المتباينة المركبة بيانيًا.



c. مشاركة المعرفة بدقة صف مدى تشابه التمثيلات البيانية الثلاثة في **جزء b**.

التمثيل البياني لحل المتباينة المركبة على خط الأعداد السفلي هو اتحاد التمثيلات البيانية لحلول المتباينات الفردية على أول خطي أعداد.

d. التفكير بطريقة تجريدية اشرح كيف يمكنك استخدام تمثيلك البياني في تحديد أي من القيم التالية. إذا وجد، حل للمتباينة المركبة: $\{5, 2, 0, -2, -5\}$.

فقط -5 و -2 هما الإجابتان لأنهما القيمتان اللتان تقعان داخل المنطقة المظللة بالتمثيل البياني. أما القيم الأخرى 0 و 2 و 5 فهم لا يتوافقون مع المتباينة. لذلك هم ليسوا إجابات.

e. التفكير بطريقة تجريدية ما مجموعة حل $-9 \leq 6p + 3$ و $6p + 3 \geq 39$؟ اشرح.

إن مجموعة الحل هي $\emptyset$ بما أن تقاطع التمثيلات البيانية للمتباينة $p \leq -2$ و $p \geq 6$ هي مجموعة فارغة. لا توجد قيمة تتوافق مع كلا المتباينتين.

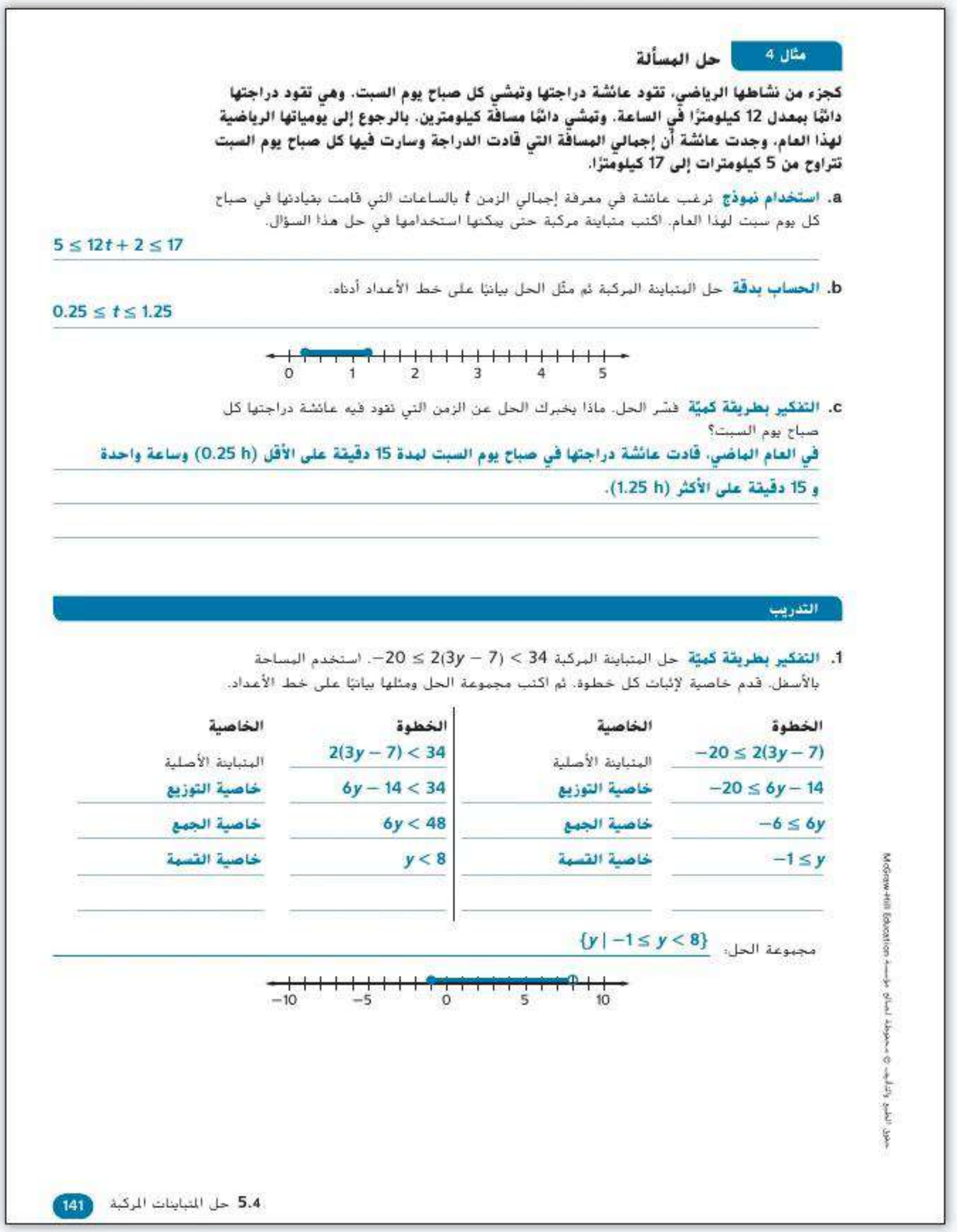
f. التفكير بطريقة تجريدية اشرح كيف يمكنك تحديد مجموعة حل المتباينات في **جزء e** بدون إجراء أي عمليات حسابية.

$6p + 3$ تمثل عددًا. تتطلب المتباينات عددًا أقل من أو يساوي -9 وأكبر من 39؛ ولا يوجد مثل هذا العدد.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_142_147_687146.indd 140 8/22/19 8:56 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	



مثال 4 حل المسألة

كجزء من نشاطها الرياضي، تقود عائشة دراجتها وتمشي كل صباح يوم السبت. وهي تقود دراجتها دائمًا بمعدل 12 كيلومترًا في الساعة. وتمشي دائمًا مسافة كيلومترين. بالرجوع إلى يومياتها الرياضية لهذا العام، وجدت عائشة أن إجمالي المسافة التي قادت الدراجة وسارت فيها كل صباح يوم السبت تتراوح من 5 كيلومترات إلى 17 كيلومترًا.

a. **استخدام نموذج** ترغب عائشة في معرفة إجمالي الزمن t بالساعات التي قامت بقيادتها في صباح كل يوم سبت لهذا العام. اكتب متباينة مركبة حتى يمكنها استخدامها في حل هذا السؤال.

$5 \le 12t + 2 \le 17$

b. **الحساب بدقة** حل المتباينة المركبة ثم مثّل الحل بيانيًا على خط الأعداد أدناه.

$0.25 \le t \le 1.25$

c. **التفكير بطريقة كميّة** فسّر الحل. ماذا يخبرك الحل عن الزمن التي تقود فيه عائشة دراجتها كل صباح يوم السبت؟

في العام الماضي، قادت عائشة دراجتها في صباح يوم السبت لمدة 15 دقيقة على الأقل (0.25 h) وساعة واحدة و 15 دقيقة على الأكثر (1.25 h).

التدريب

1. **التفكير بطريقة كميّة** حل المتباينة المركبة $34 > 2(3y - 7) \ge -20$. استخدم المساحة بالأسفل. قدم خاصية لإثبات كل خطوة. ثم اكتب مجموعة الحل ومثلها بيانيًا على خط الأعداد.

الخطوة	الخاصية	الخطوة	الخاصية
$-20 \le 2(3y - 7)$	المتباينة الأصلية	$2(3y - 7) < 34$	المتباينة الأصلية
$-20 \le 6y - 14$	خاصية التوزيع	$6y - 14 < 34$	خاصية التوزيع
$-6 \le 6y$	خاصية الجمع	$6y < 48$	خاصية الجمع
$-1 \le y$	خاصية القسمة	$y < 8$	خاصية القسمة

مجموعة الحل: $\{y \mid -1 \le y < 8\}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 4

نصيحة للتدريس

SMP 4

إذا واجه الطلاب صعوبة في **الجزء a**، فساعدهم على تقسيم العملية إلى خطوات أصغر. أولاً، اطلب من الطلاب كتابة تعبير يوضح المسافة التي قادتها عائشة بالدراجة. $12t$

ثم اطلب منهم كتابة تعبير يوضح إجمالي المسافة التي تسيرها عائشة وتقودها بالدراجة. $12t + 2$

أخيرًا، اطلب من الطلاب استخدام هذا التعبير لكتابة المتباينة المركبة المطلوبة.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء b**، كيف يمكنك التحقق من صحة إجابتك؟ **عندما $t = 0.25$، كانت مسافة عائشة $12(0.25) + 2 = 5$ كيلومترات؛ وعندما $t = 1.25$، كانت مسافة عائشة $12(1.25) + 2 = 17$ كيلومترًا. بما أن هذه الأعداد تمثل أقل وأكبر عدد من الكيلومترات، فالإجابة صحيحة.**
- كيف يمكنك تحويل الأوقات عند نقاط النهاية من الحل إلى دقائق؟ **اضرب في 60، عدد الدقائق في ساعة؛ $0.25 = 60(0.25)$ ساعة؛ $1.25 = 60(1.25)$ ساعة، 15 دقيقة = 75 دقيقة، أو ساعة واحدة و 15 دقيقة.**

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

ينص جزء من **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** أن الطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات لديهم القدرة على "تفسير نتائجهم الرياضية في سياق الموقف". وقد يكون لدى بعض الطلاب القدرة على كتابة متباينة مركبة وحلها، ولكن ليس لديهم القدرة على شرح ما يعبر عنه الحل في سيناريوهات من الحياة اليومية. في هذه الحالة، سيكون الحل $0.25 \le t \le 1.25$. اطرح أسئلة مماثلة لما يلي للتأكد أنه بإمكان الطلاب تفسير نتائجهم.

- هل من الممكن أن تكون عائشة قادت دراجتها لمدة ساعة واحدة في يوم السبت لهذا العام؟ **نعم**
- هل من الممكن أن تكون عائشة قادت دراجتها لمدة 33 دقيقة في يوم السبت لهذا العام؟ **نعم**
- هل من الممكن أن تكون عائشة قادت دراجتها لمدة ساعة واحدة و 20 دقيقة في يوم السبت لهذا العام؟ **لا**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_142_147_687146.indd 141 8/22/19 8:57 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

التدريب

في **التمرينين 1** و **2**، يقوم الطلاب بحل المتباينات المركبة واستخدام الخصائص لإثبات خطواتهم.

في **التمرين 3**، يبدأ الطلاب بالتمثيلات البيانية وكتابة المتباينات المركبة.

يطالب **التمرينان 4** و **5** الطلاب بكتابة متباينة كنموذج لمسألة من الحياة اليومية، ثم حل المتباينة.

تطالب **التمرينات 6** و **8** و **9** الطلاب بحل متباينة خطية.

يطالب **التمرين 7** الطلاب بكتابة متباينة مركبة بمتغير واحد للحصول على مجموعة الحلول المعطاة.

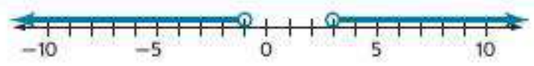
تعيين المعايير

SMP	التمرين
2	1-2
2	3
4	4-5
3	6
2	7
6	8
2, 6	9

2. التفكير بطريقة كمية حل المتباينة المركبة $-5 < -3x + 7x - 1$ أو $-3x + 7x - 1 > 11$.
استخدم المساحة بالأسفل. قدم خاصية لإثبات كل خطوة. ثم اكتب مجموعة الحل ومثلها بيانيًا على خط الأعداد.

الخطوة	الخاصية	الخطوة	الخاصية
$-3x + 7x - 1 < -5$	المتباينة الأصلية	$-3x + 7x - 1 > 11$	المتباينة الأصلية
$4x - 1 < -5$	خاصية التوزيع	$4x - 1 > 11$	خاصية التوزيع
$4x < -4$	خاصية الجمع	$4x > 12$	خاصية الجمع
$x < -1$	خاصية القسمة	$x > 3$	خاصية القسمة

مجموعة الحل: $\{x < -1 \text{ أو } x > 3 \mid x\}$



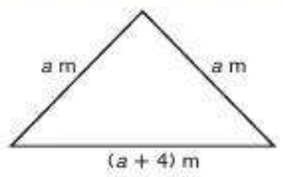
3. التفكير بطريقة تجريدية استخدم التمثيلات البيانية بأسفل لإجابة كل سؤال.

a. اكتب متباينة مركبة يكون حلّها هو اتحاد التمثيلين البيانيين. ثم، اشرح كيفية التعبير عن المتباينة المركبة بمتباينة واحدة.
$x > -1$ أو $x \geq 4$؛ يمكن كتابة ذلك في شكل $x > -1$ بما أنه الاتحاد بين التمثيلين البيانيين.

b. اكتب متباينة مركبة يكون حلّها هو تقاطع التمثيلين البيانيين. ثم، اشرح كيفية التعبير عن المتباينة المركبة بمتباينة واحدة.
$x > -1$ و $x \geq 4$؛ يمكن كتابة ذلك في شكل $x \geq 4$ بما أنه التقاطع بين التمثيلين البيانيين.

c. ما العلاقة بين التمثيل البياني لمجموعة الحل للمتباينات في **جزء a** و**جزء b** والتمثيلات البيانية المعطاة؟
اتحاد اثنين من التمثيلات البيانية هو التمثيل البياني الموجود على اليمين، إذًا فالتمثيل البياني على اليمين هو التمثيل البياني لمجموعة الحل في جزء a. أما التقاطع فهو على التمثيل البياني الموجود على اليسار، إذًا فهو يعد مجموعة الحل في جزء b.

4. استخدام نموذج تخطط ليلى أن تضع سياجًا حول حوض أزهار على شكل مثلث. وتكلفة السياج AED 1.50 لكل متر. إذا افترضنا أن ليلى دفعت AED 60 و AED 75 مقابل السياج. فما أقصر طول محتمل لجوانب حوض الأزهار؟ استخدم متباينًا مركبًا لشرح إجابتك.



12 مترًا؛ تم تمثيل تكلفة السياج بالمتباينة $75 \leq 1.5(a + a + a + 4) \leq 60$ أو $75 \leq 1.5(3a + 4) \leq 60$. الإجابة هي $12 \leq a \leq 15\frac{1}{3}$. إن أقصر أضلاع محتملة لحوض الأزهار يحدث عندما $a = 12$، وأطوال الأضلاع في هذه الحالة هي 12 m و 12 m و 16 m.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

تعد مجموعة الحلول **للتمرين 2** هي $\{x < -1 \text{ أو } x > 3 \mid x\}$. قد يحاول بعض الطلاب كتابة هذا الحل كتعبير مجمع، مثل $-1 > x > 3$. أشِر إلى أن هذا التعبير المجمع ليس منطقيًا. على سبيل المثال، توضح مقارنة النهايات لهذا التعبير أن $-1 > 3$، وهو ليس صحيحًا. بصفة عامة، تحتاج العبارات التي تتضمن كلمة *أو* أن تتم كتابتها كمتباينتين منفصلتين ويتم ربطهما بكلمة *أو*.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_142_147_687146.indd 142 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5. **استخدام نموذج** يتكلف الأمر AED 1000 لتأجير حافلة تستوعب 100 طالب. تخطط المدرسة أن تستأجر إحدى هذه الحافلات من أجل رحلة ميدانية إلى حوض الأسماك. وتكلفة تذاكر حوض الأسماك AED 15 لكل طالب. وبما أن إجمالي تكلفة الرحلة يجب أن يكون بين AED 2000 و AED 3000. أوجد أدنى وأقصى عدد من الطلاب الذين يمكنهم الذهاب إلى الرحلة. اشرح.

الحد الأدنى هو 67 لأن حل المتباينة $15x + 1000 \geq 2000$ هو $x \geq 66\frac{2}{3}$. وعدد الطلاب يجب أن يكون عددًا كليًا. الحد الأقصى هو 100. لأن حل المتباينة $15x + 1000 \leq 3000$ هو $x \leq 133\frac{1}{3}$. ولكن الحافلة تستوعب 100 طالب فقط.

6. **التعليق على الاستنتاج** يقول فارس أنه إذا كان k عددًا حقيقيًا، فمجموعة حل المتباينة المركبة $x < k$ أو $x > k$ جميعها أعداد حقيقية. هل توافق على ذلك؟ لم أو لم لا؟

عدم الموافقة؛ قيمة k لا تشملها مجموعة الحل.

7. **التفكير بطريقة تجريدية** لكل مجموعة حل، اكتب متباينة مركبة تكون مجموعة حلّها هي المجموعة المعطاة.

a. $\{x \mid 4 \leq x\}$

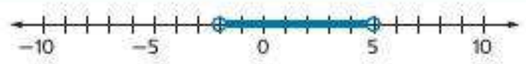
الإجابة النموذجية: $x > 1$ و $x \leq 4$

b. $\{4\}$

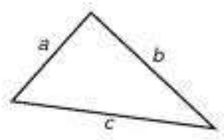
الإجابة النموذجية: $x \leq -4$ و $x \geq -4$

8. **الحساب بدقة** اكتب مجموعة الحل للمتباينة المركبة التالية. ثم مثّل الحل بيانيًا على خط أعداد أدناه. $-x + 1 < 8$ و $-x + 1 < 3$ و $-4 > -x + 1$.

$\{x \mid -2 < x < 5\}$



9. تنص متباينة المثلث أنه في أي مثلث، يكون مجموع أطوال أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث. في هذا الشكل، يعني ذلك أن $a + b > c$، $a + c > b$، و $b + c > a$.



a. **التفكير بطريقة تجريدية** افترض أن مثلثًا لديه ضلع طوله 5 أمتار ومحيطه 14 مترًا. ولنفرض أن أحد الأضلاع المجهولة هي x. اكتب متباينة مركبة يمكنك استخدامها لتحديد قيمة x. اشرح.

يجب أن تكون أطوال الأضلاع 5 و x و $x - 9$. استخدام نتائج متباينة المثلث في المتباينة المركبة $x + 5 > 9 - x$ و $x > x - 14$.

b. **مشاركة المعرفة بدقة** ما الذي يمكنك استنتاجه عن أطوال الضلعين المجهولين بالمثلث؟ اشرح.

إجابة المتباينة المركبة هي $2 < x < 7$، لذا كلا الطولين يجب أن يكونا أكبر من 2 m وأقل من 7 m. ومجموع الطولين يجب أن يكون 9 m.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرين 5**، قد يفهم الطلاب أن أقصى عدد من الطلاب الذين بإمكانهم الذهاب إلى الرحلة هو 133. بما أن حل المتباينة هو $15x + 1000 \leq 3000$ يكون $x \leq 133\frac{1}{3}$. ذكر الطلاب أنه ينبغي إعادة قراءة المسألة بمجرد إيجاد الحل. في هذه الحالة، ستذكرهم إعادة قراءة المسألة أن الحافلة يمكنها نقل 100 طالب كحد أقصى.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يقدم **التمرين 8** متباينة مركبة تتكون من ثلاث متباينات متصلة بكلمة و. بالرغم من عدم تعقيد المتباينات المنفردة، سيحتاج الطلاب العمل بعناية شديدة من أجل تجنب الأخطاء. وخاصةً لأنهم سيحتاجون إلى القسمة أو الضرب بعدد سالب من أجل حل المتباينات. تناقش **SMP 6 (مراعاة الدقة)** حاجة الطلاب للحساب "بدقة وكفاءة".وتحقيقًا لهذه الغاية، يمكن أن تطلب من الطلاب مشاركة حلولهم لهذا التمرين مع شريك حتى يمكنهم التحقق من إجابات بعضهم بدقة.

143 5.4 حل المتباينات المركبة

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_142_147_687146.indd 143 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5.6 التمثيل البياني لمتباينات بمتغيرين اثنين

المعايير

معايير الرياضيات
التدريب: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

المتطلبات

- كتابة المتباينات
- حل المتباينات متعددة الخطوات
- تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 4

ساعد الطلاب على تطوير المتباينة، بسؤالهم ما إذا كانت التوافيق المحددة من الزبيب وعين الجمل مناسبة. وضح أنه يمكن لعيسى دفع أقل من AED 18. ويعني ذلك أن 0 كيلوجرامًا من الزبيب و 0 كيلوجرامًا من عين الجمل خيار قابل للتطبيق.

الأسئلة الداعمة

- أي رمز متباينة يمكن استخدامه لتمثيل "على الأكثر"؟ ≤
- في **الجزء b**. كيف يمكن تحديد ما إذا كان أحد التوافيق قابلاً للتطبيق؟

استخدم وزن الزبيب في صورة r ووزن عين الجمل في صورة w في التعبير $2r + 3w$. قيِّم التعبير للتحقق ما إذا كان إجمالي التكلفة أقل من أو يساوي AED 18. وإذا كان الأمر كذلك، فالتوافيق قابلة للتطبيق.

الأهداف

- مثّل القيود من خلال متباينات بمتغيرين.
- مثّل بيانيًا الحل لمتباينة خطية بمتغيرين وفسّرها.

مثال 1 **تمثيل قيود من الحياة اليومية وتمثيلها بيانيًا**

الاستكشاف **يحضر عيسى كمية كبيرة من الجرانولا من أجل بيعها في حدث خيري. ويخطط أن يشتري زبيب وعين جمل من صناديق الجُملة بالمتجر ويمكنه دفع AED 18 على الأكثر. وتعرض الأسعار كما هو موضح.**

أسعار صناديق الجُملة بمتجر ShopCo	
الزبيب	AED 2 لكل كيلوجرام
عين الجمل	AED 3 لكل كيلوجرام

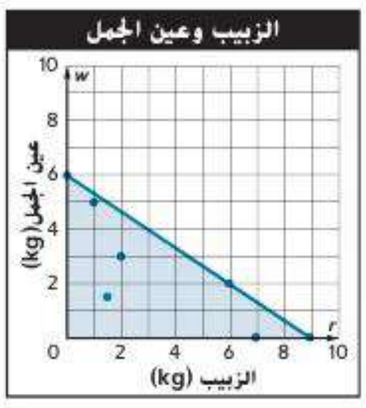
a. استخدام نموذج اكتب تعبيرًا يمثل إجمالي تكلفة r كيلوجرامات من الزبيب وw كيلوجرامات من عين الجمل. ثم استخدم التعبير لكتابة متباينة تقارن بين إجمالي تكلفة الزبيب وعين الجمل والمبلغ الذي يمكن أن يدفعه عيسى.

$2r + 3w$; $2r + 3w \leq 18$

b. التفكير بطريقة كميّة حدّد ما إذا كانت الأزواج المُرتبة الزبيب وعين الجمل قابلة للتطبيق بالنسبة للمبلغ الذي حدده عيسى للشراء. ضع علامة في الصف الأخير من الجدول لتوضيح الأزواج المُرتبة القابلة للتطبيق.

الزبيب (kg)	0	1	1.5	2	2	4	6	7	8	9
عين الجمل (kg)	6	5	1.5	5	3	4	2	0	1	0
قابلة للتطبيق؟	✓	✓	✓		✓		✓	✓		✓

c. البحث عن نمط حدد الأزواج المُرتبة القابلة للتطبيق على المستوى الإحداثي المبوضح. ابحث عن نمط يساعدك في تحديد المزيد من الأزواج المُرتبة القابلة للتطبيق.



d. مشاركة المعرفة بدقة ما الحد في هذه المنطقة من المستوى الذي يمثل الأزواج المُرتبة القابلة للتطبيق؟ هل تمثل النقاط على الحد أزواج مُرتبة قابلة للتطبيق؟ مثّل بيانيًا الحد المستقيم وظلل الأجزاء بالتخطيط الذي يمثل جميع الأزواج المُرتبة القابلة للتطبيق.

إن الخط المتصل هو $2r + 3w = 18$. نعم، النقاط التي فوق الخط تمثل أزواج مُرتبة قابلة للتطبيق.

e. مشاركة المعرفة بدقة صف جزء التخطيط الذي يمثل جميع الأزواج المُرتبة القابلة للتطبيق على المبلغ الذي حدده عيسى للشراء.

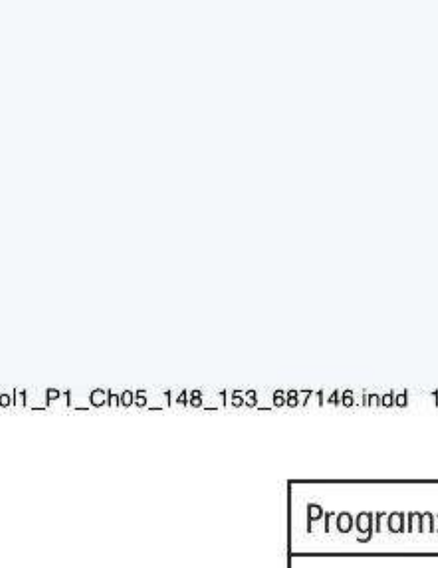
المنطقة المظللة هي جميع النقاط في الربع الأول التي تقع على أو أدنى الخط $2r + 3w = 18$.

وتشمل أيضًا جميع النقاط على محور r ومحور w بين نقطة الأصل والتقاطع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

إن الإجابة لمتباينة خطية بمتغيرين هي مجموعات كثيرة من الأزواج المرتّبة. بصفة عامة، تُشكل هذه الأزواج المرتّبة نصف مستوى ويكون حده خط الحدود. لمعرفة سبب هذه الحالة، فكّر في هذه المتباينة $y \geq x + 1$. عندما $x = 1$، تكون $y \geq 2$. يمكن التفكير في الحلول لهذه المتباينة كأنها شعاع موجه إلى الجانب العلوي لنقطة النهاية $(1, 2)$. وبالمثل، عندما تكون $x = 2$ و $y = 3$ ونقطة النهاية تصبح $(2, 3)$. ينتج عن إيجاد الحلول بهذه الطريقة لقيم الأعداد الحقيقية لـ x مجموعة أشعة لا نهائية تكّون معًا نصف مستوى.



AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_148_153_687146.indd 144 8/22/19 8:57 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

f. **التفكير بطريقة تجريدية** اشرح كيفية استخدام تمثيلك البياني لتحديد إذا كان 5 kg من الزبيب و 3 kg من عين الجمل هي أزواج مُرئية قابلة للتطبيق أم لا.
5 kg من الزبيب و 3 kg من عين الجمل متمثلة في النقطة (5, 3)، تقع النقطة (5, 3) خارج المنطقة المظللة، لذلك هي غير قابلة للتطبيق.

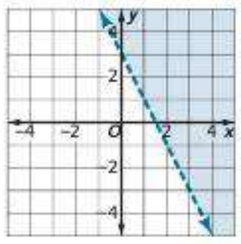
إن التمثيل البياني لمتباينة مكونة من متغيرين هو مجموعة من النقاط في المستوى الذي يمثل جميع الحلول الممكنة في المتباينة. إذا وجدت متباينة تحتوي على ≤ أو ≥، فالنقاط على الحد تمثل الحلول والتمثيل البياني للحد يعتبر خطًا متصلاً. إذا وجدت متباينة تحتوي على < أو >، فالنقاط على الحد لا تمثل الحلول والتمثيل البياني للحد يعتبر خطًا متقطعًا.

مثال 2 **تمثيل متباينة بيانيًا**

اتبع هذه الخطوات لكي تمثل بيانيًا $2x + y \geq 3$.

a. **التخطيط للحل** صف الخطوات الأساسية التي يمكنك استخدامها لتمثيل حل المتباينة بيانيًا.
الإجابة النموذجية: (1) أوجد حل المتباينة لإيجاد y بالتوافق مع x؛ (2) ومثّل بيانيًا الحد المستقيم باستخدام خط متصل؛ (3) استخدم نقطة اختبار لتحديد أي نصف مستوى سوف تظلله؛ (4) ظلل نصف المستوى المناسب.

b. **استخدام البنية** مثّل بيانيًا حل المتباينة على المستوى الإحداثي على اليسار.



c. **تفسير المسائل** اشرح كيف يمكنك التحقق من مدى صحة تمثيلك البياني.
اختر نقطة في المنطقة المظللة، وتحقق أنها تصلح كحل للمتباينة. اختر نقطة ليست في المنطقة المظللة، وتحقق أنها لا تصلح كحل للمتباينة.

d. **التفكير بطريقة تجريدية** ما مدى اختلاف التمثيل البياني إذا كانت المتباينة $2x + y > 3$؟
سيكون التمثيل البياني مماثلاً، فيما عدا خط الحد المستقيم سيرسم كأنه خط متقطع لتوضيح أنه ليس جزءًا من الحل.

e. **التفكير بطريقة تجريدية** ما مدى اختلاف التمثيل البياني إذا كانت المتباينة $2x + y \leq 3$؟
سيظل خط الحد المستقيم كما هو. سيظلل نصف المستوى الأدنى بالخط $2x + y = 3$ وسيكون نصف المستوى الأعلى بالخط غير مظلل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 1

لمساعدة الطلاب على فهم كيفية التمثيل البياني $2x + y \geq 3$، اسألهم كيف كانوا سيقومون بتمثيل $2x + y = 3$ بيانيًا. قد يكتب الطلاب المعادلة في صيغة الميل والمقطع من أجل تمثيلها البياني بطريقة أسهل. حالما يتم ذلك، فالتمثيل البياني للمتباينة ما هو إلا مسألة قرار ما إذا كان خط الحدود يجب أن يكون متقطعًا أم متصلاً واستخدام نقطة اختبار لتحديد أي نصف مستوى يجب تظليله.

لاحظ أن التمثيل البياني في **الجزء b** والتمثيل البياني في **الجزء e** متنافيان ويكوّنان معًا المستوى بأكمله.

الأسئلة الداعمة

- أين يتبادل خط الحدود ومحور y؟ في محور x؟ لماذا؟ **(0, 3)؛ (1.5, 0)؛ لإيجاد تقاطع y افترض أن $x = 0$؛ ولإيجاد x افترض أن $y = 0$.**
- هل تقع نقطة الأصل في نصف المستوى الذي يمثل الحل؟ لمَ أو لمَ لا؟ **لا؛ (0, 0) ليس هو حل $2x + y \geq 3$.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_148_153_687146.indd 145 8/22/19 8:57 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | 1st Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

f. **البحث عن نمط** ادعى طالب أنه إذا كانت النقطة (a, b) هي حل المتباينة فلا يمكن أن يكون a وb كلاهماأعدادًا سالبة. هل توافق على ذلك؟ لم أو لم لا؟

أوافق؛ إذا كان $a < 0$ و $b < 0$، إذًا (a, b) يقع في الربع III. يوضح التمثيل البياني أنه لا توجد نقاط بالربع III تمثل حل المتباينة.

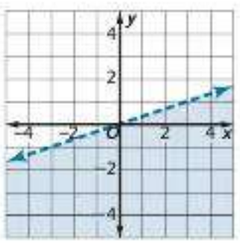
مثال 3 **تمثيل متباينة بيانيًا**

اتبع هذه الخطوات لكي تمثل بيانيًا $-4x + 12y < 0$.

a. **التخطيط للحل** صف الخطوات الأساسية التي يمكنك استخدامها لتمثيل حل المتباينة بيانيًا.

الإجابة النموذجية: (1) حل المتباينة لإيجاد y بالتوافق مع x؛ (2) مثّل بيانيًا خط الحد المستقيم باستخدام خط منقطع؛ (3) استخدم نقطة اختبار لتحديد أي نصف مستوى سيظلل؛ (4) ظلل نصف المستوى المناسب.

b. **استخدام الأدوات** مثّل بيانيًا حل المتباينة على المستوى الإحداثي الموضح.



c. **استخدام البنية** هل يمكن استخدام نقطة الأصل (0, 0). كنقطة اختبار لتحديد النصف الذي يجب تظليله بالمستوى؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا.

لا؛ تقع نقطة الأصل على خط الحد المستقيم، لذلك لا يمكن استخدامها لتحديد أي نصف مستوى يمثل الحل.

d. **تفسير المسائل** اشرح لماذا يعد أي زوج مرتّب موجب بالإحداثي x وأي زوج مرتّب سالب بالإحداثي y حلاً للمتباينة.

إذا كان الإحداثي x موجبًا والإحداثي y سالبًا، يعني ذلك أن النقطة تقع في الربع IV. يوضح التمثيل البياني أن كل نقطة في الربع IV هي حل للمتباينة.

e. **التفكير بطريقة تجريدية** اكتب متباينة لها مجموعة حل تمثلت بواسطة جميع النقاط غير المظللة في تمثيلك البياني. علل إجابتك.

$-4x + 12y \geq 0$؛ إن حل هذه المتباينة جميع النقاط فوق خط الحد المستقيم، بما يشمل خط الحد المستقيم ذاته.

f. **البحث عن نمط** على ورقة تمثيل بياني منفصلة، مثّل حلول المتباينة بيانيًا $3x + y < 0$ و $2x - y < 0$. بوجه عام، ما الذي يمكنك استنتاجه عن حل المتباينة بالشكل $ax + by < 0$ حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$؟

الحل هو نصف المستوى الذي يمر خط الحد المستقيم به من خلال نقطة الأصل. لا تشمل مجموعة الحل خط الحد المستقيم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 7

مع عمل الطلاب على هذا المثال، تأكد من مقارنته ومقابلته **بالمثال 2**. اطلب من الطلاب تحديد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف في كلا المتباينتين والتمثيلات البيانية الناتجة. قد يفحص الطلاب أيضًا تركيب المتباينة في هذا المثال لمعرفة سبب مرور خط الحدود خلال نقطة الأصل. **إن جانب واحد من المتباينة يساوي 0.**

الأسئلة الداعمة

- ما نقطة الاختبار المناسبة لاستخدامها من أجل هذه المتباينة؟ **الإجابة النموذجية: (1, 1)**
- ما النتيجة التي تحصل عليها عندما تستخدم نقطة الاختبار هذه؟ **الإجابة النموذجية: (1, 1) لا تعد حلاً للمتباينة $-4x + 12y < 0$، لذلك يجب أن تظلل المنطقة التي لا تشمل (1, 1).**

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

تنص **SMP 7 (محاولة إيجاد البنية واستخدامها)** على أن الطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات يمكنهم رؤية التعبيرات الرياضية بطرق مختلفة اعتمادًا على المسألة. في **المثال 3**، يمكن للطلاب استخدام التركيب لتحويل المتباينة المعطاة حتى يتمكنوا من حلها بسهولة. على سبيل المثال، قد يقسم الطلاب كلا الطرفين $-4x + 12y < 0$ على 4، والذي ينتج في المتباينة $-x + 3y < 0$. يمنح جمع x إلى كلا الطرفين $3y < x$، مما يكافئ $y < \frac{1}{3}x$. يمكن للطلاب أيضًا استخدام التركيب للربط بين التمثيل البياني للمتباينة النهائية والمعادلة الخطية $y = \frac{1}{3}x$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_148_153_687146.indd 146 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 4 حل مسألة من الحياة اليومية

تبيع نهلة تذاكر لحفلة غنائية بالمدرسة. وكانت الأسعار كما هو موضح بالجدول. وهدف نهلة هو بيع تذاكر بقيمة AED 120 على الأقل.

أسعار التذاكر	
تذكرة الطالب	AED7.50
تذكرة الضيف	AED12.00

a. **استخدام نموذج** اكتب متباينة تمثل عدد تذاكر الطلاب s وتذاكر الضيوف g التي يجب على نهلة بيعها لتصل إلى هدفها.

$7.5s + 12g \geq 120$

b. **استخدام البنية** اذكر أي شروط يجب وضعها على المتغيرات لجعل الحل أكثر منطقية في سياق المسألة واشرحها.

الإجابة النموذجية: يجب أن يكون كلا المتغيرين أكبر من أو يساويا 0. بما أن نهلة لا يمكنها بيع عدد سالب من التذاكر. يجب أيضًا أن تمثل المتغيرات الأعداد الكلية. بما أنها لا يمكنها بيع عدد كسري من التذاكر.

c. **استخدام البنية** مثّل بيانيًا حل المتباينة على المستوى الإحداثي على اليسار.

d. **استخدام نموذج** ما الأزواج المرتبة الثلاثة المختلفة للتذاكر التي يمكن لنهلة من خلال بيعها أن تصل إلى هدفها. اشرح كيفية استخدامك للتمثيل البياني لإيجاد هذه التوافيق.

الإجابة النموذجية: 8 تذاكر للطلاب، 6 تذاكر للضيوف؛ 16 تذكرة للطلاب، 0 تذاكر للضيوف؛ 4 تذاكر للطلاب، 10 تذاكر للضيوف؛ تقع هذه الأزواج المرتبة في المنطقة المظللة في التمثيل البياني.

e. **استخدام نموذج** صف طريقتين مختلفتين لتحديد ما إذا كان بيع 6 تذاكر طلاب و 6 تذاكر ضيوف سيسمح لنهلة أن تصل إلى هدفها.

(6, 6) ليس حلاً للمتباينة بما أن $7.5(6) + 12(6) = 117$؛ (6, 6) لا تقع في المنطقة المظللة بالتمثيل البياني.

f. **استخدام البنية** هل كل نقطة بالمنطقة المظللة في تمثيلك البياني تعد حلاً للمسألة؟ اشرح.

لا؛ يجب أن يكون عدد التذاكر المباعة عددًا كليًا. لذلك فكل النقاط التي بها أعداد كلية هي الحل.

g. **التفكير بطريقة تجريدية** ستصل نهلة إلى هدفها من خلال بيع ضعف عدد تذاكر الضيوف وأكبر قدر من تذاكر الطلاب. اشرح كيفية استخدامك للتمثيل البياني لإيجاد ثلاثة أزواج مرتبة ممكنة من التذاكر قد تكون نهلة تمكنت من بيعها.

أوجد الأزواج المرتبة التي تقع بالمنطقة المظللة على الخط $g = 2s$. الأزواج المُرتبة المحتملة هي 4 تذاكر للطلاب و 8 تذاكر للضيوف؛ 6 تذاكر للطلاب و 12 تذكرة للضيوف؛ و 8 تذاكر للطلاب و 16 تذكرة للضيوف.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 4

نصيحة للتدريس

SMP 7

سيرغب العديد من الطلاب في كتابة المتباينة المترابطة $7.5s + 12g = 120$ في صيغة الميل والمقطع لمساعدتهم في تمثيل خط الحدود بيانيًا. إذا قام الطلاب بذلك، فشجعهم على العمل بعناية وتحقق من عملهم دومًا، لأن ذلك يعد خطوة رئيسية في عملية الحل. في حالة ارتكاب الطلاب خطأ ما في إعادة كتابة هذه المعادلة، سيؤثر ذلك على تمثيلهم البياني وسيستمر الخطأ طوال المسألة.

الأسئلة الداعمة

- ما رمز المتباينة الذي ستستخدمه في **الجزء a**؟ لماذا؟ **≥؛ تنص المسألة أن نهلة ترغب في بيع تذاكر بقيمة AED 120 على الأقل. ويعني ذلك أن المبيعات يجب أن تكون أكبر من أو تساوي AED 120.**
- هل توجد (8.5, 8.5) في المنطقة المظللة؟ هل يعد ذلك حلاً قابلاً للتطبيق؟ اشرح. **تقع هذه النقطة في المنطقة المظللة، ولكنها ليست حلاً قابلاً للتطبيق لأن العدد لكل نوع من التذاكر يجب أن يكون عددًا كليًا.**

التدريس المتمايز

قد يجد بعض الطلاب أنه من الأسهل حل هذه المسألة بالبدء بالحالات الكبرى. بمعنى آخر، قد يطرح الطلاب سؤالاً مثل، "ماذا يحدث إذا باعت نهلة تذاكر الطلاب فقط ولم تستطع بيع تذاكر الضيوف؟" في هذه الحالة، يعد أدنى عدد من التذاكر يمكنها بيعه وتحقيق هدفها من خلاله أيضًا هو 16 تذكرة. ويعني ذلك أن (0, 16) على خط الحدود. وبالمثل، يوضح السؤال "ماذا يحدث إذا باعت نهلة تذاكر للضيوف فقط؟" أن النقطة (10, 0) على خط الحدود. بمجرد أن يثبت الطلاب هاتين القيمتين على خط الحدود، قد يكون بإمكانهم إتمام التمثيل البياني بطريقة أسهل.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_148_153_687146.indd 147 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

التدريب

تتطلب **التمرينات 8-1** من الطلاب التمثيل البياني لحلول المتباينة الخطية بمتغيرين.

بالإضافة إلى ذلك، تتطلب **التمرينات 8-6** من الطلاب التعبير عن القيود بواسطة المتباينات وتفسير الحلول بأنها قابلة أو غير قابلة للتطبيق.

تعيين المعايير

التمرين	SMP
1-4	7
5	3
6-8	2, 4, 7

التدريب

استخدام البنية مثّل بيانيًا كل متباينة، وبعد ذلك سمّ ثلاثة أزواج مرتّبة في مجموعة الحل.

1. $-x + 2y \leq 2$

الإجابة النموذجية: (2, 2)، (0, 0)، (−1, 3)

2. $6x + 2y \geq -4$

الإجابة النموذجية: (2, 1)، (0, 0)، (−3, −1)

3. $-2x + 3y > 6$

الإجابة النموذجية: (1, 4)، (0, 3)، (−3, 1)

4. $2y < -5x$

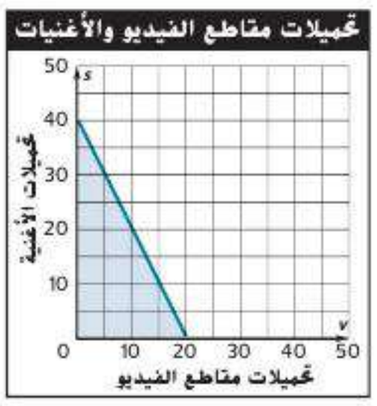
الإجابة النموذجية: (1, −4)، (−2, 2)، (−3, 0)

5. **بناء فرضيات** حل المتباينة $ax + by < c$ هو نصف المستوى الذي يشمل النقاط (0, 0). ما الذي يمكنك استنتاجه من القيمة c؟ علل إجابتك.

يجب أن تكون قيمة c موجبة، بما أن (0, 0) هو حل المتباينة.

$a(0) + b(0) < c$ يجب أن تكون عبارة صحيحة، لذا $c > 0$.

6. تملك علياء بطاقة هدايا بقيمة AED 50 لموقع على الإنترنت يبيع تنزيلات الأغاني والفيديو. تكلفة كل فيديو AED 2.50، وتكلفة كل أغنية AED 1.25.



a. **التفكير بطريقة كميّة** اكتب متباينة تمثل أعداد الأغاني s وأعداد الفيديوهات v التي يمكن لعلياء تنزيلها وصف أي قيود.

$2.50v + 1.25s \leq 50$؛ $s \geq 0$ و $v \geq 0$.

b. **استخدام البنية** مثّل بيانيًا حل المتباينة على المستوى الإحداثي الموضح.

c. **استخدام نموذج** استخدم تمثيلك البياني لإيجاد ثلاثة توافيق مختلفة من الأغاني والفيديوهات التي يمكن لعلياء من خلالها التنزيل.

الإجابة النموذجية: 10 فيديوهات، 20 أغنية؛ 15 فيديو، 5 أغاني؛ 0 فيديو، 40 أغنية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

يعد التمثيل البياني الخاطئ لخط الحدود في **التمرينات 4-1** أحد أهم الأخطاء الشائعة. وقد يحدث ذلك إذا قام الطلاب بإعادة كتابة المتباينة المعطاة بشكل خاطئ كمعادلة خطية في صيغة الميل والمقطع. لمساعدة الطلاب على تجنب مثل هذه الأخطاء، اقترح عليهم التحقق من تقاطع x وy على خط الحدود بالمتباينة الأصلية.

ومن الشائع أيضًا بين الطلاب تظليل الطرف الخاطئ من خط الحدود. استخدم مثل هذا الموقف للتأكيد على الحاجة إلى التحقق من نقطة على كل طرف من خط الحدود لمعرفة إذا كانت تمثل حلاً.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_148_153_687146.indd 148 8/22/19 8:57 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

d. التفكير بطريقة كميّة قررت علياء أن تقوم بتنزيل عدد الأغاني والفيديوهات ذاته وقررت دفع 50 AED بقدر الإمكان. ما عدد الأغاني والفيديوهات التي يمكنها تنزيلها؟ وكم من المال يتبقّى في بطاقتها؟

13 أغنية و 13 فيديو؛ 1.25 AED

7. يبيع مقهى عصائر خوخ وتوت. يربح المقهى 2.25 AED مقابل كل عصير خوخ يباع ويربح 2 AED لكل عصير توت يباع. ويريد مالك المتجر أن يكون إجمالي ربحه أكثر من 90 AED في اليوم من مبيعات العصائر.

a. استخدام نموذج اكتب متباينة تمثل عدد عصائر الخوخ p وعصائر التوت b التي يحتاج المقهى بيعها. اذكر القيود الموجودة على المتغيرات.

$2.25p + 2b > 90$؛ $p \geq 0$ و $b \geq 0$

b. استخدام البنية مثّل بيانيًا حل المتباينة على المستوى الإحداثي على اليسار.

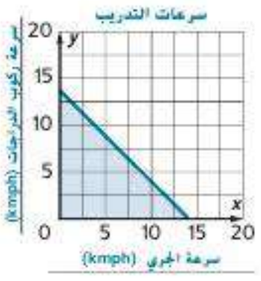
c. استخدام نموذج في يوم الإثنين، باع المقهى 20 عصيرًا بالخوخ ووصل إلى هدف الربح اليومي. ما الذي يمكنك قوله عن عدد عصائر التوت التي بيعت في يوم الإثنين؟

باع المقهى أكثر من 22 من عصائر التوت.

d. التفكير بطريقة كميّة في يوم الثلاثاء، وصل المقهى للربح اليومي بواسطة بيع أدنى عدد من العصائر. كم عدد العصائر التي قاموا ببيعها؟ اشرح.

41؛ التفسير النموذجي: ينتج عن 40 من عصائر الخوخ ربحًا يساوي 90 AED، فمن أجل زيادة الربح عن 90 AED، يجب على المقهى بيع 41 من العصائر.

8. يتدرب أحمد لينافس في الألعاب الثلاثية. في أحد الأيام، ركض لمدة ساعتين بمسافة x كيلومترات لكل ساعة. ثم، قاد دراجته لمدة ساعتين بمسافة x كيلومترات لكل ساعة. وأخيرًا، قام بالسباحة لمسافة كيلومترين. وإجمالي عدد الكيلومترات لم يتعدى 30 كيلومترًا.



a. استخدام البنية اكتب متباينة لتمثيل المسافة التي قطعها في هذا اليوم. اذكر القيود الموجودة على المتغيرات.

$2x + 2y + 2 \leq 30$ أو $y \leq 14 - x$؛ $x \geq 0$، $y \geq 0$

b. استخدام نموذج مثّل بيانيًا حل المتباينة على المستوى الإحداثي الموضح. سمِّ المحاور مع وصف للكمية التي يمثلها كل محور. بما يتضمن وحدة القياس.

c. التفكير بطريقة كميّة ما أكبر سرعة محتملة قاد بها أحمد دراجته؟ كيف علمت ذلك؟

14 كيلومترًا في الساعة؛ 14 هو أكبر قيمة لـ y في مجموعة الحل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

قد يحاول الطلاب حل **الجزء d** من **التمرين 6** جبريًا. لفعل ذلك، قد يفترض الطلاب أن $v = s$ ثم القيام بحل $1.25s + 2.50s = 50$. وينتج ذلك في الحل $s = 13\frac{1}{3}$. قد يعتقد الطلاب الذين توقفوا هنا أن الحل هو $\left(13\frac{1}{3}, 13\frac{1}{3}\right)$. ذكر الطلاب بالقيام بتوضيح القيود وتفسيرها على المتغيرات في نماذجهم الجبرية والبيانية. يجب على الطلاب تفسير الحل في سياق المسألة. بما أن علياء يمكنها تنزيل عدد كلي من الأغاني ومقاطع الفيديو، فإن الحل الصحيح هو (13, 13).

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

وفقًا لـ **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** بمقدور الطلاب "تحديد الكميات المهمة في موقف عملي ورسم مخطط العلاقة باستخدام أدوات مثل الرسوم التخطيطية، والجداول بمدخلين، والرسوم البيانية والمخططات الانسيابية والمعادلات". وقد ترغب في مناقشة كيفية انعكاس الكميات في **التمرين 6** على التمثيل البياني ومدى أهميته. على سبيل المثال، اسأل الطلاب كيف سيكون التمثيل البياني إذا كان لدى علياء بطاقة هدايا بمبلغ 100 AED بدلاً من 50 AED. إذا كانت هذه هي الحالة، فسيقع خط الحدود أبعد من اليمين. وسيزيد ذلك من حجم منطقة الحل. وهذا منطقي لأن بطاقة هدايا بقيمة أكثر تعني أنه يوجد العديد من توافيق الأغاني ومقاطع الفيديو التي بإمكان علياء تنزيلها.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_148_153_687146.indd 149 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

تحليل عدد كيلومترات السيارة

سيقوم الطلاب بكتابة متباينتين وتمثيلهما بيانيًا كل منهما تعرف بيانات عدد الكيلومترات لكل سيارة. والهدف هو تقديم توصيات عن الاستخدام الخاص بالسيارتين وتكون خاضعة للقيود.

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات: تعزز مهام تقويم الأداء بالوحدة 5 ممارسات الرياضيات **SMP 1** و **SMP 2** و **SMP 4** و **SMP 6**.

بداية تشجيعية

إذا كان يعاني الطلاب في كتابة تعبير لإجمالي كمية الوقود المستخدمة، فاطلب منهم تحديد المجهول:

- المجهول 1: عدد لترات الوقود المرغوبة للسيارة الهجينة. مثّل ذلك بـ x.
- المجهول 2: عدد لترات الوقود المرغوبة للشاحنة. استخدم y لتمثيل ذلك.

ثم، اطلب من الطلاب قراءة **الجزء A**. بمجرد أن يقوم الطلاب بتعريف المجهولين، اطلب منهم كتابة التعبير الأول، إجمالي عدد الوقود المرغوب من أجل المركبتين: $x + y$. ثم اسأل الطلاب عما يعرفونه عن إجمالي عدد اللترات التي تحتاجها العائلة كل أسبوع واطلب منهم كتابة تعبير يوضح تلك العلاقة:

$x + y \leq 20$

مهمة تقويم الأداء

تحليل عدد كيلومترات السيارة

قدم حلاً واضحًا لهذه المسألة. تأكد من إظهار كل ما قمت به، وتضمين جميع الرسومات ذات الصلة وتبرير إجاباتك.

تمتلك إحدى العائلات سيارة هجينة تسير مسافة 40 كيلومترًا لكل لتر وشاحنة صغيرة تسير مسافة 17 كيلومترًا لكل لتر. وتقوم العائلة بقطع مسافة لا تقل عن 500 كيلومتر كل أسبوع باستخدام كلا المركبتين ولكنهم يريدون عدم استخدام أكثر من 20 لترًا من الغاز. قدم توصية لاستخدام كل مركبة.

الجزء A

اكتب تعبيرًا يمثل الكمية الإجمالية للوقود الذي تم استخدامه. وبعد ذلك، اكتب متباينة لتوضيح أقصى قدر من الوقود تريد العائلة استخدامه. عرّف المتغيرات وحدد أي قيود متواجدة بالمتغيرات.

الجزء B

اكتب تعبيرًا لإجمالي عدد الكيلومترات التي تقطعها كلتا المركبتين في الأسبوع. ثم اكتب متباينة تمثل المسافة التي تسافرها العائلة كل أسبوع. عرّف المتغيرات وحدد أي قيود متواجدة بالمتغيرات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

تتماشى مهمة تقويم الأداء هذه بشكل كبير مع **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. خلال المهمة، سيستخدم الطلاب بيانات عدد الكيلومترات مع التحليل البُعدي، لكتابة التعبيرات والمتباينات الخاصة بالمركبتين. وتعد مهمة الطلاب هي كتابة المتباينات وتمثيلها بيانيًا لتتناسب القيود مع المشاهد الافتراضية المعطاة. عندما يقوم الطلاب بتمثيل المتباينة بيانيًا، تعرّف المناطق المتداخلة من المتباينات الحلول القابلة للتطبيق لاستخدام المركبتين.

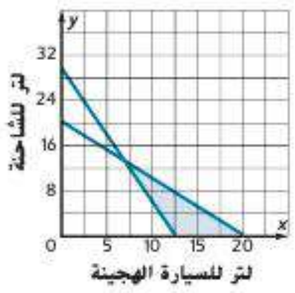
ستزود أي نقاط بداخل المنطقة المظللة استخدام الوقود ومعلومات عدد الكيلومترات التي تتلاقى مع الشروط المحددة. ينبغي على الطلاب مراجعة عدد السيناريوهات المحتملة العديدة لاستهلاك الوقود حتى يصلوا إلى توصيات عديدة لاستخدام المركبة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_154_155_687146.indd 150 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء C

مثّل بيانيًا كلا المتباينتين وحدد منطقة تداخلهما. ماذا تمثل منطقة التداخل؟



الجزء D

بناءً على تحليلك للتمثيل البياني، قدم توصية بمقدار الاستخدام لكل مركبة. وفر خيارات عديدة يمكن للعائلة أخذها في الاعتبار. قدم سيناريو لاستخدام السيارة الهجينة أكثر وآخر لاستخدام الشاحنة أكثر وثالث لاستخدامهما معًا بشكل متساوٍ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نظام تسجيل الدرجات

الجزء	الدرجات القصوى	إجابة تستحق الدرجة الكاملة
A	2	$x + y \leq 20$؛ $x + y$ = لترات من الوقود في السيارة الهجينة، y = لترات من الوقود في الشاحنة؛ $x \geq 0$؛ $y \geq 0$
B	2	$40x + 17y > 500$؛ $40x + 17y$؛ x = لترات من الوقود في السيارة الهجينة؛ y = لترات من الوقود في الشاحنة؛ $x \geq 0$، $y \geq 0$
C	2	حدّد المنطقة المظللة للتداخل كمجموعة إحداثيات تتوافق مع كلتا المتباينتين. راجع *دليل الطالب التفاعلي* للتمثيل البياني.
D	2	حدّد النقاط بداخل المنطقة المتداخلة كحلول محتملة، مع مراعاة القيود المذكورة.
الإجمالي	8	

نصيحة للتدريس

SMP 2

الجزء B يقدم فرصة لإنشاء رابطة مع SMP 2 (**التفكير بطريقة تجريدية وكميّة**). تنص المعايير على أنه "يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في المواقف المذكورة في المسائل". بالنسبة إلى **الجزء B**، اسأل الطلاب إذا كان x هو عدد لترات الوقود للسيارة الهجينة و 40 هو الكيلومتر لكل لتر، فما التعبير الذي يوضح عدد الكيلومترات التي بإمكان السيارة المواصلة في x لتر من الوقود؟ كرر ذلك مع y و$17y$. بمجرد فهم الطلاب للكميات المُمثلة بتعبيرات، اطلب منهم كتابة المتباينة الخطية $40x + 17y \geq 500$.

أخطاء شائعة

يجب كتابة المتباينات التي يكتبها الطلاب في صيغة الميل والمقطع لأغراض بيانية. قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في التحويل من الصيغة الأساسية. وجه الطلاب خلال العملية للمتباينة الأولى. ثم اطلب منهم العمل على المتباينة الثانية بمفردهم.

من الشائع بين الطلاب التغاضي عن القيود على المتغيرات. اسألهم إذا كانت هناك أية متباينة أخرى من ضمن الموقف. في هذه الحالة، وبسبب السياق، تعد القيم غير السالبة لـ x وy هي المنطقية. إن منطقة الحل محدودة بأربعة أطراف.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_154_155_687146.indd 151 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

5 مهمة تقويم الأداء

الغلاف الجوي للأرض ومدارات الأقمار الصناعية

يكتب الطلاب المتباينات ويقومون بإنشاء نموذج من خط أعداد رأسي لطبقات الغلاف الجوي للأرض مع أوضاع العديد من الأقمار الصناعية. إن الهدف هو تمثيل البيانات جبريًا وبيانيًا.

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات: تعزز مهام تقويم الأداء 2 بالوحدة 5 ممارسات الرياضيات **SMP 1** و **SMP 2** و **SMP 4** و **SMP 7** و **SMP 8**.

بداية تشجيعية

في **الجزء A**، ساعد الطلاب على البدء بطرح الأسئلة التالية:

- تبدأ طبقة التروبوسفير عند 0. فما المتباينة التي يمكنك كتابتها لتعكس هذه الحقيقة؟
- تنتهي طبقة التروبوسفير عند 11 كيلومترات. فما المتباينة التي يمكنك كتابتها لتعكس هذه الحقيقة؟

اسمح للطلاب بكتابة إما متباينات مركبة ($0 < T < 11$) أو متباينتين منفصلتين ($T > 0$ و $T < 11$).

إذا سأل الطلاب عما إذا كانت الحدود مضمنة، يمكنك شرح أنه يوجد فراغ فوق كل طبقة حيث تتغير الشروط بشكل كبير. على سبيل المثال، توجد طبقة التروبوبوز فوق طبقة التروبوسفير. ولهذا السبب، فإن الحد ذاته ليس مضمنًا في الطبقة العلوية أو السفلية. قد يرغب بعض الطلاب في الإشارة إلى التوقفات في نماذجهم.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

تتماشى مهمة تقويم الأداء هذه بشكل كبير مع **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. يكتب الطلاب المتباينات لوصف البيانات جبريًا. ثم يطورون خطوط أعداد رأسية لتمثيل الطبقات من الغلاف الجوي للأرض والمواضع المتعلقة بالأقمار الصناعية. يقرأ الطلاب المعلومات الموجودة بالجدول ويفسرونها (نوع أخر من التمثيل) لكتابة نماذج جبرية (متباينات). إن النموذج البياني النهائي هو خط أعداد رأسي يوضح مواضع الأقمار الصناعية المتعلقة بالغلاف الجوي للأرض. شجع الطلاب على إضافة تفاصيل إضافية لعرض خط الأعداد الرأسي. على سبيل المثال، يمكنهم البحث في تكون السحب والظواهر الجوية الأخرى وتضمينهم في نماذجهم. لاحظ أن النماذج الرياضية هي أيضًا نماذج علمية. وأخيرًا يتم سؤال الطلاب لمقارنة ارتفاعات الغلاف الجوي للأرض بمدار القمر الصناعي.

مهمة تقويم الأداء

الغلاف الجوي للأرض ومدارات الأقمار الصناعية

قدم حلاً واضحًا لهذه المسألة. تأكد من إظهار كل ما قمت به، وتضمين جميع الرسومات ذات الصلة وتبرير إجاباتك.

يتكون الغلاف الجوي للأرض من طبقات مختلفة. أنت تريد إنشاء نموذج عمودي لإظهار طبقات متعددة من الغلاف الجوي، ولتوضيح أي طبقة توجد فيها الأقمار الصناعية عندما تدور حول الأرض.

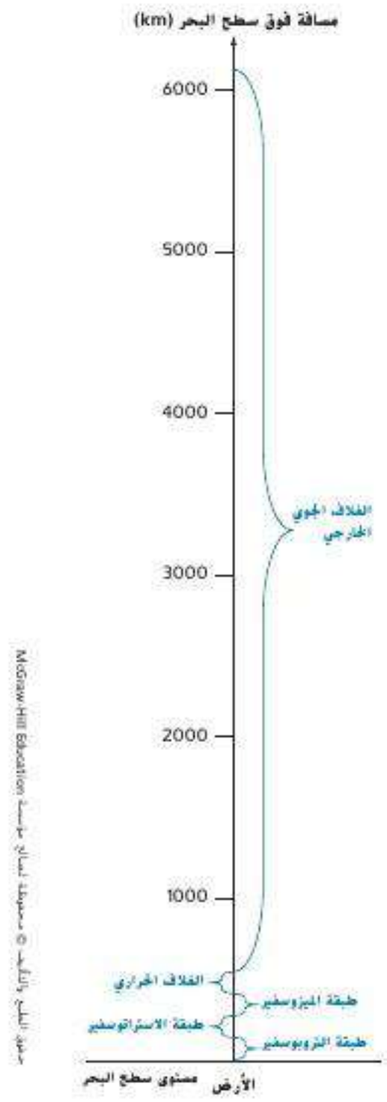
الجزء A

اكتب متباينة لكل طبقة من الغلاف الجوي.

الطبقة	الكيلومترات فوق مستوى البحر	المتباينات
طبقة التروبوسفير	من 0 إلى 11	
طبقة الاستراتوسفير	من 11 إلى 50	
طبقة الميزوسفير	من 50 إلى 80	
الغلاف الحراري	من 80 إلى 700	
الغلاف الجوي الخارجي	من 700 إلى 10,000	

الجزء B

مثّل طبقات الغلاف الجوي على خط الأعداد العمودي. وقدم تسميات مناسبة لكل طبقة.



AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_156_157_687146.indd 152 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء C

تصنف الأقمار الصناعية حسب المسافة التي تدور فيها حول الأرض. يوضح الجدول مسافات تقريبية من الأرض لثلاثة أنواع من الأقمار الصناعية. اكتب متباينات توضح نطاق كل نوع من الأقمار الصناعية.

مدار الأقمار الصناعية	الكيلومترات فوق مستوى البحر	المتباينات
الطبقة المنخفضة من الأرض	من 180 حتى 2000	
الطبقة المتوسطة من الأرض	من 2000 حتى 36,000	
المدار المتزامن مع الأرض	36,000 أو أكثر	

الجزء D

قارن بين نطاق مدار الأقمار الصناعية والغلاف الجوي. مكونًا نموذجًا عموديًا لخط أعداد مدار الأقمار الصناعية. قم بتسمية الفاصل الزمني للغلاف الجوي. ثم اكتب وصفًا لطبقات الغلاف الجوي التي يقوم فيها كل نوع من الأقمار الصناعية بالدوران حول الأرض. أي قمر صناعي يدور حول الأرض ضمن الغلاف الجوي؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نظام تسجيل الدرجات

الجزء	الدرجات القصوى	إجابة تستحق الدرجة الكاملة
A	2	$0 \le x < 11$; $11 < x < 50$; $50 < x < 80$; $80 < x < 700$; $700 < x < 10{,}000$
B	2	راجع *دليل الطالب التفاعلي* للتحقق من النموذج.
C	2	$180 \le x < 2000$; $2000 \le x < 36{,}000$; $36{,}000 \le x$
D	2	راجع *دليل الطالب التفاعلي* للتحقق من النموذج. يمكن الأقمار الصناعية منخفضة المدار LEO الدوران حول كل طبقة من الغلاف الجوي. الأقمار الصناعية متوسطة المدار MEO تدور في الطبقة الخارجية من الغلاف الجوي وما يليه. وتدرور الأقمار الصناعية ذات المدار الجغرافي الثابت GEO فوق الغلاف الجوي. تدور الأقمار الصناعية منخفضة المدار LEO وبعض من الأقمار الصناعية ذات المدار الجغرافي الثابت GEO حول الغلاف الجوي للأرض.
الإجمالي	8	

نصيحة للتدريس

يوفر **الجزء B** فرصة للتواصل مع **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. تنص المعايير على أنه "يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها في حل المسائل التي تظهر في حياتهم اليومية والمجتمع ومكان عملهم. ويستطيعون تحديد الكميات المهمة في موقف عملي ورسم مخطط العلاقة باستخدام أدوات مثل الرسوم التخطيطية. والجداول بمدخلين. والرسوم البيانية والمخططات الانسيابية والمعادلات". في **الجزء B**، قم بتحويل البيانات والمتباينات من **الجزء A** إلى نموذج خط الأعداد الرأسي. بعد الانتهاء من حل **الجزأين A** و**B** كمجموعة واحدة، ينبغي أن يتمكن الطلاب من إتمام **الجزأين C** و**D** بمفردهم.

أخطاء شائعة

لا تشتمل المتباينات المستخدمة لطبقات الغلاف الجوي على $\le$ أو $\ge$. ولكن تشتمل المتباينات الخاصة بمدار القمر الصناعي على الحدود الأقل. يشار إلى ذلك بكلمات "حتى". في **الجزء D**، من الشائع بين الطلاب افتراض أن القمر الصناعي يعمل فوق الغلاف الجوي للأرض. شجع الطلاب على تفسير نماذجهم، التي يجب أن تكشف أن الأقمار الصناعية منخفضة المدار LEO وبعض الأقمار الصناعية متوسطة المدار MEO تدور حول الأرض بداخل الغلاف الجوي.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_156_157_687146.indd 153 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

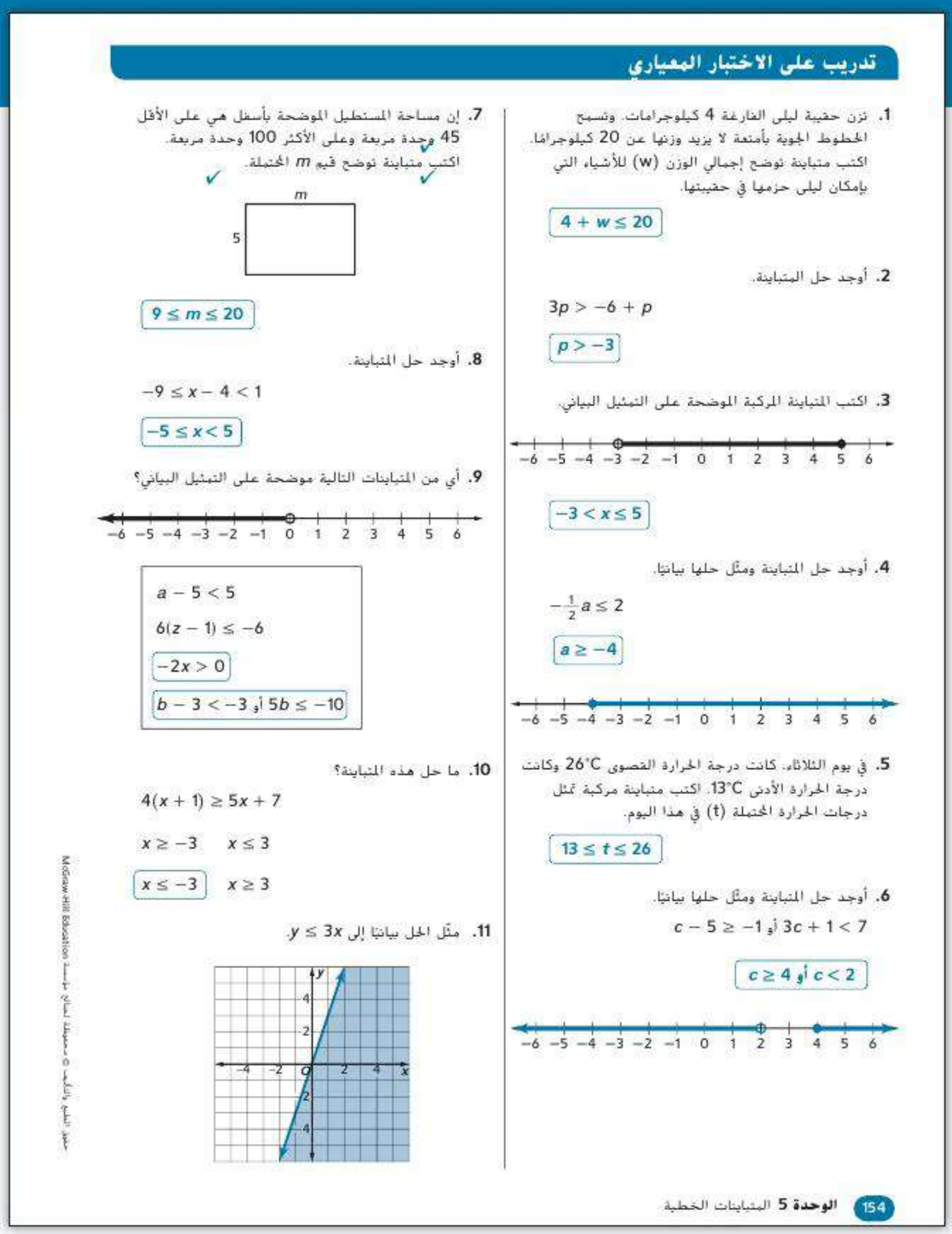
تدريب على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

قد لا يفهم الطلاب الذين يستخدمون رمز متباينة خاطئ في **المسألة 1** العبارة "لا يزيد عن". اسأل الطلاب ما إذا كان الوزن الذي يبلغ 40 كيلوجرامًا مقبولاً. ثم اسألهم إذا كان 39 كيلوجرامًا أو 41 كيلوجرامًا يمكن القبول بهما أيضًا. استخدم إجاباتهم لتوجيههم إلى كتابة المتباينة الصحيحة.

إذا قام الطلاب بكتابة متباينة بها "أو" من أجل **مسألة 3**، فقد يتعذر عليهم فهم أنه عند استخدام "أو"، يجب استيفاء شرط واحد منهما. وعند استخدام "و"، يجب استيفاء كلا الشرطين. وكتوضيح، اسأل الطلاب إذا كانت النقطة 6− تتوافق مع متباينة "أو"، فاسأل إذا كانت النقطة 6− تتوافق مع متباينة "و".

قد ينسى الطلاب الذين كانت إجاباتهم $x \leq -4$ من أجل **مسألة 4** أن يعكسوا رمز المتباينة عند عملية الضرب في عدد سالب. راجع مع الطلاب سبب ضرورة القيام بذلك، واطلب منهم التحقق من إجابتهم باختبار قيم مختلفة.



تدريب على الاختبار المعياري

1. تزن حقيبة ليلى الفارغة 4 كيلوجرامات. وتسمح الخطوط الجوية بأمتعة لا يزيد وزنها عن 20 كيلوجرامًا. اكتب متباينة توضح إجمالي الوزن (w) للأشياء التي بإمكان ليلى حزمها في حقيبتها.

$4 + w \leq 20$

2. أوجد حل المتباينة.

$3p > -6 + p$

$p > -3$

3. اكتب المتباينة المركبة الموضحة على التمثيل البياني.

$-3 < x \leq 5$

4. أوجد حل المتباينة ومثل حلها بيانيًا.

$-\frac{1}{2}a \leq 2$

$a \geq -4$

5. في يوم الثلاثاء، كانت درجة الحرارة القصوى 26°C وكانت درجة الحرارة الأدنى 13°C. اكتب متباينة مركبة تمثل درجات الحرارة المحتملة (t) في هذا اليوم.

$13 \leq t \leq 26$

6. أوجد حل المتباينة ومثل حلها بيانيًا.

$3c + 1 < 7$ أو $c - 5 \geq -1$

$c \geq 4$ أو $c < 2$

7. إن مساحة المستطيل الموضحة بأسفل هي على الأقل 45 وحدة مربعة وعلى الأكثر 100 وحدة مربعة. اكتب متباينة توضح قيم m المحتملة.

$9 \leq m \leq 20$

8. أوجد حل المتباينة.

$-9 \leq x - 4 < 1$

$-5 \leq x < 5$

9. أي من المتباينات التالية موضحة على التمثيل البياني؟

$a - 5 < 5$

$6(z - 1) \leq -6$

$-2x > 0$

$b - 3 < -3$ أو $5b \leq -10$

10. ما حل هذه المتباينة؟

$4(x + 1) \geq 5x + 7$

$x \geq -3$ $x \leq 3$

$x \leq -3$ $x \geq 3$

11. مثل الحل بيانيًا إلى $y \leq 3x$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استراتيجية حل الاختبار

بالنسبة إلى **مسألة 9**، ينبغي على الطلاب كتابة المتباينة الموضحة على التمثيل البياني. ثم يجب تبسيط كل خيار لإجابة المتباينة. بعد التحويل إلى أبسط صورة، يجب عليهم مقارنة كل خيار إجابة للمتباينة التي قاموا بكتابتها للتمثيل البياني. ذكرهم أنه يمكن استخدام أي متغير.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_158_160_687146.indd 154 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

12. ماجد معه AED 10 لينفقها في متجر المدرسة. ويرغب في شراء قميص وبعض الأقلام. يوضح الجدول أدناه تكلفة الأشياء في متجر المدرسة.

	الكراسة	القميص	القلم	القلم الرصاص
السعر (AED)	1.50	6.25	0.30	0.15

a. اكتب متباينة توضح عدد الأقلام p التي بإمكان ماجد شراؤها.

$6.25 + 0.30p \leq 10$

b. أوجد حل المتباينة. اشرح كل خطوة.

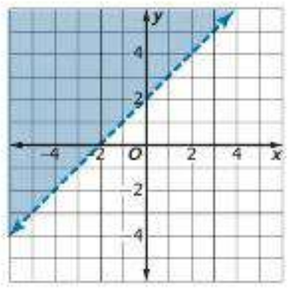
$0.30p \leq 3.75$؛ اطرح 6.25 من كل طرف.

$p \leq 12.5$؛ اقسم كل طرف على 0.30.

c. اشرح الحل في سياق المسألة.

بما أن بإمكانه شراء عدد كلي من الأقلام فقط، يمكنه شراء حتى 12 قلمًا.

13. مثّل الحل بيانيًا إلى $-3x + 3y + 7 > 13$.



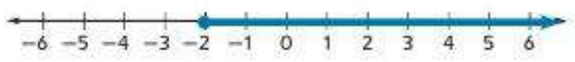
14. أوجد حل $-3(x + 1) \leq x + 5$. اكتب الحل هنا واشرح كل خطوة. مثّل الحلّ بيانيًا.

$-3x - 3 \leq x + 5$؛ خاصية التوزيع.

$-4x - 3 \leq 5$؛ اطرح x من كلا الطرفين.

$-4x \leq 8$؛ أضف 3 إلى كلا الطرفين.

$x \geq -2$؛ اقسم كل طرف على -4، واعكس رمز المتباينة.



15. تقول ليلي أنها كانت تفكر في عدد وأن هذا العدد حقق متباينتين هما $x + 14 \geq 7 - 4x$ و $-3x - 6 \leq -x - 20$. ما العدد الذي تقصده ليلى؟ اشرح.

$x \geq 7$؛ حل المتباينة الأولى هو $x \geq 7$، وحل المتباينة الثانية هو $x \leq 7$. العدد الوحيد الذي يتوافق مع كليهما هو 7.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استراتيجية حل الاختبار

بالنسبة إلى **مسألة 12**، ينبغي على الطلاب قراءة المسألة بعناية، ووضع خط تحت المعلومات المهمة. وبما أن الجدول يوضح الأسعار التي لا حاجة لها، ينبغي على الطلاب وضع دائرة حول المعلومات ذات الصلة.

تشخيص الأخطاء

الطلاب الذين أخطأوا في حل **مسألة 14** من المحتمل أنهم لم يستخدموا خاصية التوزيع بشكل صحيح. راجع معهم كيفية توزيع -3 على كل حد في الأقواس.

نظم القياس

مسألة 12

[4] المتباينة الصحيحة مقدمة، وتم حل المتباينة بشكل صحيح من خلال العمل الموضح، ويشرح الطلاب أن عدد الأقلام يمكن أن يكون عددًا كليًا فقط، ولذا؛ يعد 12 هو أقصى عدد من الأقلام

[3] المتباينة الصحيحة مقدمة، وتم حل المتباينة بشكل صحيح من خلال العمل الموضح، كما أن شرح "أو" في **الجزء c** غير مكتمل

[2] يوجد خطأ ضئيل في حل المتباينة أو في عدم شرح الخطوات، والشرح في **الجزء c** غير مكتمل

[1] تشمل الإجابة مركبًا واحدًا صحيحًا

[0] لا يوجد رد "أو" الإجابة غير صحيحة والاستنتاج غير صحيح

مسألة 14

[3] تم حل المتباينة بالطريقة الصحيحة مع شرح الخطوات، والتمثيل البياني صحيح

[2] تم حل المتباينة بالطريقة الصحيحة، ولكن لم يتم شرح الخطوات "أو" يوجد خطأ في التمثيل البياني

[1] تشمل الإجابة مركبًا واحدًا صحيحًا

[0] لا يوجد رد "أو" الإجابة غير صحيحة والاستنتاج غير صحيح

مسألة 15

[2] إجابة وشرح صحيحان

[1] إجابة صحيحة، ولكن شرح غير صحيح أو عدم وجود شرح

[0] لا يوجد رد "أو" الإجابة غير صحيحة والاستنتاج غير صحيح

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch05_158_160_687146.indd 155 8/22/19 8:57 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

6 محور تركيز الوحدة

استخدام *دليل الطالب التفاعلي*

يمكن استخدام *دليل الطالب التفاعلي* (ISG) جنبًا إلى جنب مع *الرياضيات المتكاملة للصف 9*.

الدرس في ISG	*الرياضيات المتكاملة للصف 9*
6.1	الدرس 6-1, 6-5
6.2	الدرس 6-2, 6-5
6.3	الدرس 6-3, 6-5
6.4	الدرس 6-4, 6-5
6.5	الدرس 6-6

نصيحة للتدريس SMP 3

يقدم السؤال التمهيدي في الدرس 6.2 للطلاب مثالًا على **SMP 3 (بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين)**. سيحتاج الطلاب إلى تبرير استنتاجاتهم ومشاركتها. تتطلب المسألة من الطلاب فهم الفرضيات والتعريفات المذكورة واستخدامها في وضع إجاباتهم. إذا واجه الطلاب مصاعب في حل السؤال، فاطلب منهم محاولة رسم مستقيمين بيانيًا لهما حليّن فقط (أو نقطتين متقاطعتين).

نصيحة للتدريس SMP 7

يمكن استخدام السؤال التمهيدي في الدرس 6.4 لبدء مناقشة حول **SMP 7 (محاولة إيجاد البنية واستخدامها)**. يجب أن يطبّق الطلاب ما يعرفونه بالفعل لحل المسألة. وجّه الطلاب ليدركوا أنهم بحاجة إلى استخدام الطرح لحل المسألة. ونبّه الطلاب أنه لاستخدام الطرح سيكونون بحاجة إلى جمع مقابل المعادلة الثانية بالكامل.

6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

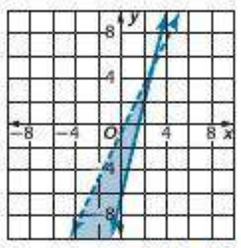
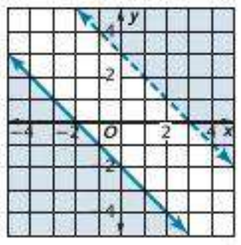
محور تركيز الوحدة التعرف على ما ستكتشفه في هذه الوحدة. أجب على الأسئلة التمهيدية.
عند إكمال كل درس، عُد إلى هذه الصفحات للتحقق من عملك.

ما ستتعلمه	السؤال التمهيدي
الدرس 6.1: تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا	
تكوين معادلات في متغيرين أو أكثر لتمثيل العلاقات بين الكميات؛ وتمثيل المعادلات بيانيًا على المحاور الإحداثية باستخدام التسميات والمقاييس. حل أنظمة المعادلات الخطية بدقة وبالتقريب (على سبيل المثال، بالتمثيل البياني)، مع التركيز على أزواج المعادلات الخطية بمتغيرين.	هل يمكن لنظام بمعادلتين خطيتين أن يكون له حلين فقط؟ اشرح. **لا؛ يمكن لمستقيمين أن يكونا متوازيين، أو متقاطعين في نقطة واحدة أو على استقامة واحدة. وهذا يعني أنه يوجد 0، أو 1، أو عدد لا نهائي من الحلول.**
الدرس 6.2: التعويض	
تكوين معادلات في متغيرين أو أكثر لتمثيل العلاقات بين الكميات؛ وتمثيل المعادلات بيانيًا على المحاور الإحداثية باستخدام التسميات والمقاييس. حل أنظمة المعادلات الخطية بدقة وبالتقريب (على سبيل المثال، بالتمثيل البياني)، مع التركيز على أزواج المعادلات الخطية بمتغيرين.	لديك 44 فلسًا وربمًا. القيمة الإجمالية للعملات هي AED 6.80. كم عدد الفلسات والأرباع الموجودة لديك؟ اكتب نظام معادلات وحلّه لتمثيل هذا الموقف. $d + q = 44$ و $10d + 25q = 680$؛ $d = 28$ و $q = 16$
الدرس 6.3: الحذف باستخدام الجمع والطرح	
تكوين معادلات في متغيرين أو أكثر لتمثيل العلاقات بين الكميات؛ وتمثيل المعادلات بيانيًا على المحاور الإحداثية باستخدام التسميات والمقاييس. حل أنظمة المعادلات الخطية بدقة وبالتقريب (على سبيل المثال، بالتمثيل البياني)، مع التركيز على أزواج المعادلات الخطية بمتغيرين.	يبيع مجلس الطلاب أقلام الحبر وأقلام الرصاص لجمع الأموال. وقد باع 29 قلم حبر و 13 قلم رصاص يوم الإثنين بإجمالي AED 14.85. وباع 22 قلم حبر و 13 قلم رصاص يوم الثلاثاء بإجمالي AED 12.05. اكتب نظام معادلات وحلّه لتحديد سعر كل قلم حبر وقلم رصاص. $29x + 13y =$ AED 14.85؛ $22x + 13y =$ AED 12.05؛ أقلام الحبر = AED 0.40 أقلام الرصاص = AED 0.25

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_156_157_687146.indd 156 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

ما ستتعلمه	السؤال التمهيدي
الدرس 6.4: الحذف باستخدام الضرب	
بإعطاء نظام مكون من معادلتين بمتغيرين، إثبات أن تعويض إحدى المعادلتين بمجموع تلك المعادلة ومضروب الأخرى سينتج عنه نظام له الحلول نفسها. تكوين معادلات بمتغيرين أو أكثر لتمثيل العلاقات بين الكميات؛ وتمثيل المعادلات بيانيًا على المحاور الإحداثية باستخدام التسميات والمقاييس. حل أنظمة المعادلات الخطية بدقة وبالتقريب (على سبيل المثال، بالتمثيل البياني)، مع التركيز على أزواج المعادلات الخطية بمتغيرين.	حلّ النظام باستخدام الحذف. اشرح عملية الحل. $2x + 3y = 9$ $x + 5y = 8$ **اضرب المعادلة الثانية في 2− لحذف المتغير x. يؤدي جمع المعادلتين إلى حذف حدود x وينتج عن ذلك $-7y = -7$. حلّ هذه المعادلة لإيجاد $y = 1$. ثم عوّض عن y بالعدد 1 في أي من المعادلتين لإيجاد $x = 3$. إذًا الحل هو (3, 1).**
الدرس 6.6: حل أنظمة المتباينات	
مثّل حل المتباينة الخطية بيانيًا بمتغيرين كنصف مستوى (باستبعاد الحدّ في حالة المتباينة التامة). ومثّل بيانيًا مجموعة حل نظام المعادلات الخطية بمتغيرين مثل تقاطع نصفي المستوى المتناظرين.	مثّل نظام المتباينات بيانيًا. $y < 2x - 1$ $y \geq 4x - 7$ قدّم إحداثيات نقطة تقع ضمن نطاق الحل.  **الإجابة النموذجية: (0, −4)**
	مثّل نظام المتباينات بيانيًا. $x + y > 3$ $y \leq -x - 2$  قدّم إحداثيات نقطة تقع ضمن نطاق الحل. **لا توجد حلول.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة للتدريس

SMP 1

يركز السؤال التمهيدي في الدرس 6.5 على **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. يركز هذا المعيار على قدرة الطلاب على تحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. سيحتاج الطلاب لتحليل المسألة وتحديد أن بإمكانهم ضرب المعادلة الثانية في 2− لتحقيق الحذف. ونبّه الطلاب إلى التأكد من ضرب المعادلة بالكامل بما في ذلك الأعداد و/أو المتغيرات الموجودة على يمين علامة يساوي.

نصيحة للتدريس

SMP 5

يركز السؤال التمهيدي في الدرس 6.6 على **SMP 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية)**. تقدم هذه المسائل للطلاب مثالًا على كيفية التفكير في الأدوات المتاحة عند حل مسألة من الرياضيات مثل استخدام تمثيل بياني. ذكّر الطلاب باستخدام مستقيمات حدود مناسبة للمتباينات.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_156_157_687146.indd 157 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

6.1 حل الأنظمة بالتمثيل البياني

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 3, 4, 5, 6

المتطلبات

- كتابة المعادلات الخطية بمتغير واحد وحلّها
- تمثيل معادلة خطية بمتغيرين بيانيًا

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 1

بما أن حل نظام المعادلات هذا لا يمثل زوجًا من الأعداد الكلية، فسيحتاج الطلاب لتقدير قيمة *y*. صُمم **الجزء c** لمساعدة الطلاب في إدراك الحاجة إلى التأكد من صحة الحلول البيانية. استكشف قيمة اختيار مقياس مختلف مثل مربع واحد يمثل 0.5. لاحظ أن *y* عندها ستكون 1.5.

الأسئلة الداعمة

- كيف وُجد حل النظام باستخدام التمثيل البياني للمعادلات؟ **تمثل نقطة التقاطع *(x, y)* حل النظام.**
- لماذا يعد المنهج الجبري، في **الجزء b** على سبيل المثال، مفيدًا؟ **بصرف النظر عن مدى دقة التمثيل البياني، فهو لا يثبت ما إذا ما كانت الإجابة صحيحة حتى تتحقق منها جبريًا.**

6.1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا

الأهداف

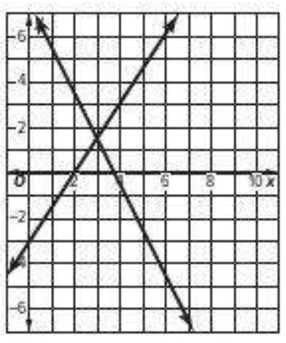
- تكوين معادلات بمتغيرين.
- حل أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين بالتمثيل البياني.

لحل نظام مكون من معادلتين خطيتين بالتمثيل البياني، مثّل كلا المعادلتين بيانيًا على الشبكة الإحداثية نفسها. ويتمثل حل نظام المعادلتين في إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين. تحقق من الحل بتعويض قيم *x* و*y* في كلا المعادلتين.

مثال 1 **استخدام رسم بياني لحل نظام المعادلات**

استكشاف **فكّر في التمثيلات البيانية للمعادلتين $y = 1.5x - 3$ و $y = -2x + 7.5$.**

a. تفسير المسائل جد حل نظام المعادلات.
ما سبب عدم وضوحه؟
(3, 1.5)، أقبل التقريب المنطقي؛ نقطة التقاطع لا تقع على مستقيم شبكة أفقي.



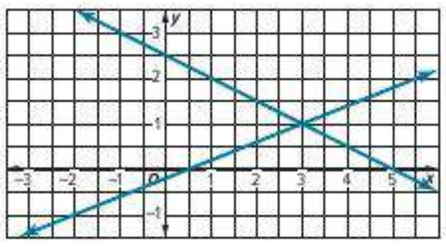
b. عوّض بقيم نقطة التقاطع من **الجزء a** في كلا المعادلتين للتحقق من الحل. هل تجعل إجابتك كلا المعادلتين صحيحتين؟
$1.5 = 1.5(3) - 3$ و $1.5 = -2(3) + 7.5$ كلاهما صحيحان.

c. مثّل فارس هذه المعادلات بيانيًا وقدّر أن نقطة التقاطع هي (3, 1.4). قيّم هذا التقريب.
ما الذي ينبغي على فارس فعله لجعل التقريب أكثر دقة؟
الإجابة النموذجية: يمكنه تغيير مقياس التمثيل البياني.

مثال 2 **حل نظام المعادلات الخطية بالتمثيل البياني**

يبيع متجر معدات الأدوات مقابل *x* درهم لكل أداة والآلات مقابل *y* درهم لكل آلة.

a. استخدام نموذج اشترى مصطفى أداة واحدة وآلتين ودفع AED 5.
عرّف المتغيرات. اكتب معادلة ومثّلها بيانيًا لتمثيل تكلفة الأدوات والآلات.
لنفترض أن *x* = تكلفة الأداة و*y* = تكلفة الآلة؛ $x + 2y = 5$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

تمثل كل نقطة على التمثيل البياني للمعادلة حلًا لتلك المعادلة. ويعد كلًا من المعادلة وتمثيلها نموذجين للعلاقة بين المتغيرات. ويتمثل حل/حلول نظام المعادلات في الحل المشترك لجميع المعادلات في النظام.

تعد التمثيلات البيانية مفيدة بصورة خاصة للتصور، لكنها قد تستلزم في بعض الأوقات تقريب الحلول. على الجانب الآخر، تعد المعادلات تمثيلًا أكثر دقة للعلاقات بين المتغيرات وينتج عنها إجابات محددة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_158_161_687146.indd 158 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

b. استخدام نموذج اشترى عمر أداتين وأعاد 5 آلات. ودفع للمتجر 1 AED. استخدم هذه المعلومات لكتابة معادلة لتمثيل تكلفة الأدوات والآلات. مثّل المعادلة على الشبكة نفسها التي استخدمتها في **الجزء a**.

$2x - 5y = 1$

c. استخدام نموذج ما تكلفة الأدوات والآلات؟ تحقق من الحل.

الأداة: 3 AED؛ الآلة: 1 AED؛ ✓ $2(1) + 2(3) = 5$؛ ✓ $2(3) - 5(1) = 1$

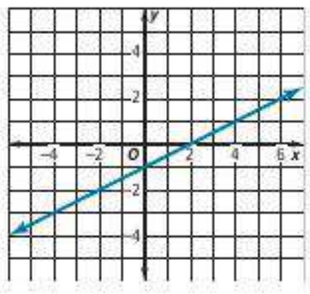
d. بناء فرضيات مثّل أسامة بيانيًا معادلاته لهذه المسألة فوجد نقطة تقاطع عند $(-1, 7)$. ما قيود المتغيرات التي تنبهه إلى ارتكاب خطأ؟ اشرح.

$x \geq 0$ و $y \geq 0$؛ لا يمكن أن تكون تكلفة أحد العناصر قيمة سالبة. إذًا $y \neq -1$.

مثال 3 حل أنظمة المعادلات الخطية

بناء فرضيات مثّل كل نظام معادلات بيانيًا وحدد كل الحلول. **أعطِ سببًا لعدد الحلول.**

a. $x - 2y = 2$
$1.5x - 3y = 3$

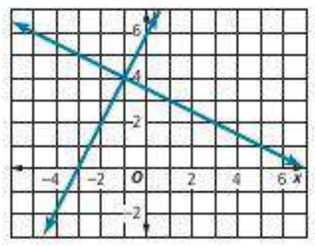


يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

تمثل المعادلات المستقيم نفسه.

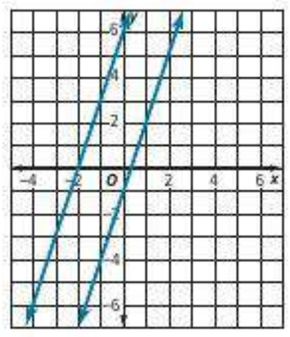
إذًا التمثيلات البيانية متشابهة.

b. $-2x + y = 6$
$x + 2y = 7$



$(-1, 4)$؛ يوجد حل واحد بسبب وجود نقطة تقاطع واحدة.

c. $3x - y = 1$
$y - 6 = 3x$



لا توجد حلول؛ المستقيمات متوازية.

إذًا لا توجد نقاط تقاطع ولا يوجد حلول.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 4

يزود هذا المثال الطلاب بفرصة التدريب على **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** بإنشاء النماذج الجبرية للعلاقات (المعادلات) والنماذج البيانية على حد سواء. تحقق من صحة تمثيلات الطلاب البيانية، وإن لم تكن كذلك، فاطلب منهم التأكد من نقاط التقاطع بجعل x أو y تساوي صفرًا.

السؤال الداعم

- كيف سيساعد التمثيل البياني للمعادلات التي كتبتها على حل هذه المسألة؟ **أرى أنه يوجد حل واحد وهو تقريبًا (3, 1).**

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 6

من الأهمية بمكان جعل الطلاب يكوّنون الروابط بين نقاط التقاطع والحلول لنظام المعادلات. في **الجزء c**، قد تريد مراجعة مفهوم ميل المستقيم وكيف تعرف من المعادلة أن التمثيلين البيانيين للمعادلتين الخطيتين سيكونان متوازيين.

الأسئلة الداعمة

- بدون التمثيل البياني للمعادلات في **الجزء a**، هل هناك طريقة لمعرفة أنه سيكون هناك عدد لا نهائي من الحلول المشتركة؟ **اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع. المعادلتان متماثلتان.**
- إذا كان المستقيمان متوازيين، فهل هذا كافٍ لاستنتاج أن النظام المتمثل في المستقيمين ليس له حل؟ **لا؛ فقد يكون للمستقيمين ميول متساوية تقريبًا. وقد يبدو المستقيمان في التمثيلين البيانيين متوازيين حتى وإن لم يكونا كذلك.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_158_161_687146.indd 159 8/22/19 8:57 PM

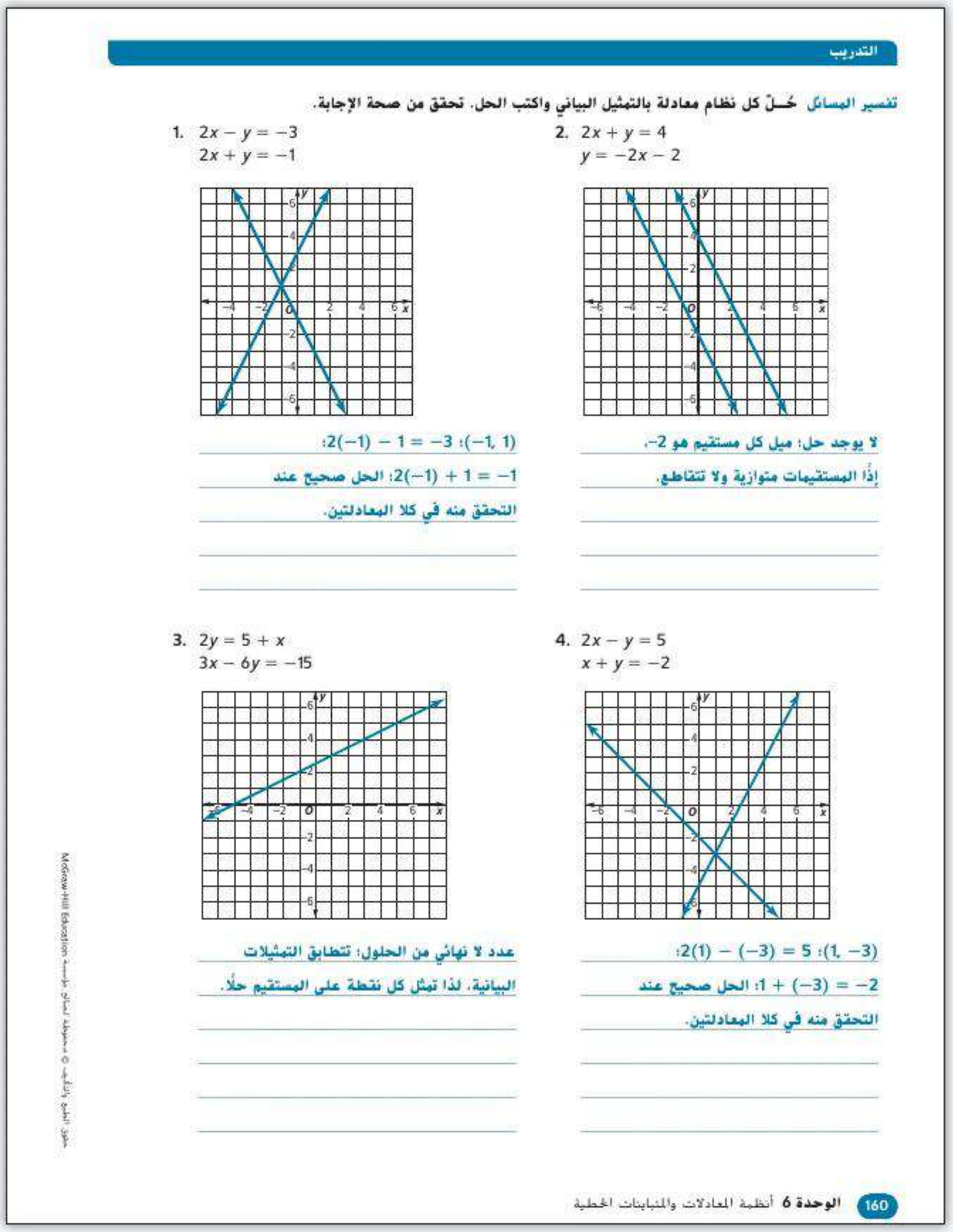
Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

التدريب

في **التمارين 8–1**، يحل الطلاب أنظمة المعادلات الخطية. بالإضافة إلى ذلك، في **التمارين 6–5**، يكتب الطلاب أنظمة المعادلات من المعلومات المعطاة.

تعيين المعايير

SMP	التمرين
1	1–4
4	5–6
3	7–8



التدريب

تفسير المسائل حُـلّ كل نظام معادلة بالتمثيل البياني واكتب الحل. تحقق من صحة الإجابة.

1. $2x - y = -3$
   $2x + y = -1$

(−1, 1)؛ 2(−1) − 1 = −3؛

الحل صحيح عند 2(−1) + 1 = −1؛

التحقق منه في كلا المعادلتين.

2. $2x + y = 4$
   $y = -2x - 2$

لا يوجد حل؛ ميل كل مستقيم هو 2−.

إذًا المستقيمات متوازية ولا تتقاطع.

3. $2y = 5 + x$
   $3x - 6y = -15$

عدد لا نهائي من الحلول؛ تتطابق التمثيلات البيانية، لذا تمثل كل نقطة على المستقيم حلًا.

4. $2x - y = 5$
   $x + y = -2$

(−3, 1)؛ 2(1) − (−3) = 5؛

الحل صحيح عند 1 + (−3) = −2؛

التحقق منه في كلا المعادلتين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز

قد يجد بعض الطلاب من المفيد إنشاء جدول من أجل تمثيل المعادلات في هذا الدرس. ذكّرهم بتضمين ثلاث نقاط على الأقل في الجدول. وإذا لم يكن التمثيل البياني خطًا مستقيمًا، عندها سيعلمون أنهم ارتكبوا خطأ في حساباتهم.

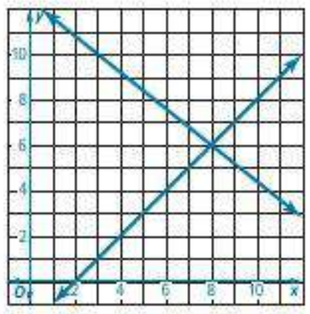
شجّع الطلاب على كتابة كل معادلة بصيغة الميل والمقطع وتمثيل تلك المعادلات باستخدام هذه الطريقة. اسمح للطلاب بمقارنة النتائج النهائية في كلا الطريقتين.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_158_161_687146.indd 160 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

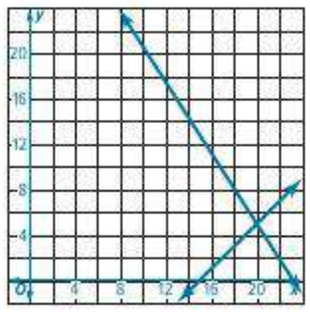
استخدام نموذج عرّف المتغيرات واكتب نظام معادلات لتمثيل كل مسألة. ثم حُـلّ النظام بالتمثيل البياني للإجابة على السؤال.

5. يعد حميد طاولات لأحد متعهدي تقديم الطعام في عطلات نهاية الأسبوع. يمكن لكل طاولة مستديرة أن تسع لعدد 8 أفراد. ويمكن لكل طاولة مربعة أن تسع لعدد 10 أفراد. وفي إحدى عطلات نهاية الأسبوع، طلب منه رئيسه إعداد طاولات لعدد 124 شخصًا. فاستخدم طاولات مستديرة أكثر من الطاولات المربعة بمعدل طاولتين. فكم عدد الطاولات المستديرة التي استخدمها حميد؟



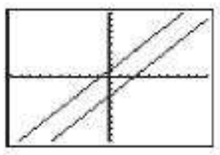
x = عدد الطاولات المستديرة، y = عدد الطاولات المربعة؛ $8x + 10y = 124$؛
$y = x - 2$؛ 8 طاولات مستديرة

6. تذهب سالي إلى المدرسة سيرًا على الأقدام في بعض الأيام، وفي أيام أخرى، تقود دراجتها. عندما تذهب إلى المدرسة سيرًا، تحتاج إلى أن تغادر المنزل مبكرًا بمقدار 15 دقيقة عن الأيام التي تقود فيها الدراجة. فإذا سارت 3 أيام في الأسبوع الماضي وقادت دراجتها في يومين، وإذا قضت سالي ساعتين و20 دقيقة إجمالًا في السير ذهابًا وإيابًا من المدرسة الأسبوع الماضي، فما المدة التي تستغرقها سالي في السير إلى المدرسة؟



x = وقت السير، y = وقت ركوب الدراجة؛ $6x + 4y = 140$؛
$x = y + 15$؛ 20 دقيقة

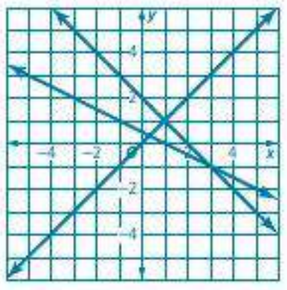
7. **التعلق على طريقة الاستنتاج** يستخدم عامر الحاسبة لتمثيل النظام $y = 1.21x - 3$ و $5y - 5 = 6x$ بيانيًا. واستنتج أن النظام ليس له حل. فهل توافق على ذلك؟ اشرح.

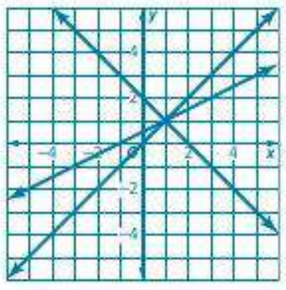


لا؛ فبينما يبدو المستقيمان متوازيين، إلا أن ميلهما 1.21 و 1.2 لذا سيتقاطع المستقيمان.

8. **التعليق على طريقة الاستنتاج** يقول مروان أنه إذا كان نظام المعادلات الخطية به ثلاث معادلات، إذًا يمكن أن يكون هناك حلان فقط للنظام. هل توافق على ذلك؟ اشرح. استخدم تمثيلًا أو تمثيلات بيانية لتعليل طريقة استنتاجك.

لا أوافق. إذا كان لجميع المعادلات الثلاث التمثيل البياني نفسه، فسيوجد عدد لا نهائي من الحلول. إذا كان لمعادلتين التمثيل البياني نفسه، فقد تكون المعادلة الثالثة موازية لهما (لا يوجد حلول) أو متقاطعة معهما في نقطة. إذا كانت المعادلات تمثل مستقيمات متوازية، فلا توجد حلول. إذا لم يكن أيّ من المستقيمات مطابقًا أو موازيًا للآخر، فإنهما يمكن أن يتقاطعا في نقطة واحدة (حل واحد) أو ثلاث نقاط (لا توجد حلول).





حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرينين 1** و **4**، شجّع الطلاب الذين توصلوا إلى حلول تقريبية مختلفة قليلًا على مقارنة عملهم، بما في ذلك النتائج عند تعويضهم للتحقق من إجاباتهم.

في **التمرين 6**، قد لا يتذكر بعض الطلاب التفكير في المسافة إلى المدرسة والمسافة من المدرسة إلى المنزل.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

تعد كتابة المعادلات وإنشاء تمثيلات بيانية طريقتين يتدرب بهما الطلاب على **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** في هذا الدرس. وتمثل كلتاهما تمثيلات للعلاقات بين المتغيرات. فالتمثيلات البيانية هي تمثيلات مرئية والمعادلات هي تمثيلات جبرية. لاحظ أن في كل مرة يحدد الطلاب ما يمثله متغير ما أنهم يستخدمون نموذجًا رياضيًا.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_158_161_687146.indd 161 8/22/19 8:57 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

6.2 التعويض

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 6, 7

المتطلبات

- حل معادلات بمتغير واحد
- حل أنظمة المعادلات بالتمثيل البياني

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 1

يوفر **المثال 1** الفرص للطلاب لتطبيق **SMP 1** بينما يفكرون في المتغير الذي يقومون بالحل لإيجاده وفي أيّ معادلة.

السؤال الداعم

- إلى أي مدى ستكون خاصية التعويض في المعادلة مفيدة؟ **يمكننا حل معادلة واحدة لإيجاد قيمة أحد المتغيرين ثم التعويض بالتعبير في المعادلة الثانية.**

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 2

لحل **المثال 2** سيحتاج الطلاب إلى تطبيق **SMP 2** بينما يكتبون المعادلات التي تعبر عن العلاقات بين المتغيرات. استخدام المتغيرين J وM بدلًا من x وy قد يساعد بعض الطلاب على الحفاظ على تنظيم عملهم.

خلفية في الرياضيات

تعد خاصية التعويض في المعادلات أساس طريقة التعويض لحل نظام معادلات. لحل نظام معادلات بمتغيرين، أوجد حل إحدى المعادلات لإيجاد أحد المتغيرين. ثم عوض بالتعبير في المعادلة الثانية للحصول على معادلة واحدة بمتغير واحد. من المهم التعويض بالتعبير في المعادلة الأخرى، وإلا سينتج مطابقة رياضيات.

من الناحية الفنية، لا يهم أيّ المعادلتين ستستخدمها أولًا من أجل الحل لإيجاد أحد المتغيرين. ولا يهم أيّ متغير سيتم الحل لإيجاده أولًا. ولكن من الناحية العملية، يكون من الأسهل غالبًا العمل على حل إحدى المعادلات دون الأخرى والحل لإيجاد أحد المتغيرين دون الآخر.

6.2 التعويض

الأهداف

- تكوين نظام معادلات بمتغيرين.
- حل أنظمة المعادلات بمتغيرين باستخدام التعويض.

لحل نظام المعادلات بالتعويض، أولًا حلّ إحدى المعادلتين لمعرفة أحد المتغيرات. ثم استخدم خاصية التعويض في المعادلة وعوض بهذا التعبير في المعادلة الثانية لتعويض المتغير والحصول على معادلة واحدة بمتغير واحد.

مثال 1 **حل أنظمة المعادلات باستخدام التعويض**

استكشاف اكتب معادلة بمتغير واحد يمكنك استخدامها لإيجاد قيمة x.

a. $y = -2x + 3$
$3x + 4y = -6$

الإجابة النموذجية: $3x + 4(-2x + 3) = -6$

b. $5x - y = 2$
$3x + 2y = 18$

الإجابة النموذجية: $3x + 2(5x - 2) = 18$

c. $3x + 3y = 15$
$4x + 3y = 20$

الإجابة النموذجية: $4x + 3(5 - x) = 20$

d. $3x + 4y = 8$
$5x + 2y = -3$

الإجابة النموذجية: $5x + 2(2 - 0.75x) = -3$

مثال 2 **كتابة أنظمة المعادلات بمتغيرين وحلها**

اختار كل من جمال وماجد عددًا ما. قال جمال: *عددي هو عدد كلي، ومجموع عددي و 3 أضعاف عدد ماجد هو 6.* وقال ماجد: *4 مضروبًا في مجموع عدد جمال و 6 أضعاف عددي يساوي 32 ناقص ضعف عدد جمال.*

a. **التفكير بطريقة كمية** كوّن نظام معادلات خطية يمكنك استخدامه لإيجاد العددين. تذكر أن تعرّف المتغيرات وتذكر أية قيود.

تُقدم نماذج لبعض الإجابات.

المتغيرات	القيود	المعادلات
J = عدد جمال	عدد كلي	$J + 3M = 6$
M = عدد ماجد		$3J + 12M = 16$ أو $4(J + 6M) = 32 - 2J$

b. **استخدام بنية** حلّ نظام المعادلات الذي كتبته في **الجزء a**. باستخدام التعويض. ما عددا جمال وماجد؟ اكتب الحل هنا.

$J + 3M = 6$ | $3(6 - 3M) + 12M = 16$
$J = 6 - 3M$ | $3J + 12M = 16$
| $M = -\frac{2}{3}$
$J = 6 - 3M = 8$ | جمال: 8؛ ماجد: $-\frac{2}{3}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

162 الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_162_165_687146.indd 162 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

مثال 3 **حل مسائل من الحياة اليومية باستخدام نظام المعادلات**

الاسم	المدخرات الحالية	المساهمات الأسبوعية
أيمن	AED 60	AED 4
مازن	AED 80	AED 3

a. استخدام نموذج يعرض الجدول المدخرات الحالية لأيمن ومازن والمبلغ الذي يخطط كلاهما لإضافته للمدخرات كل أسبوع. لنفترض أن y تمثل إجمالي المدخرات بعد x أسابيع. اكتب نظام معادلات لتمثيل إجمالي المدخرات لكل منهما بعد x أسابيع.

الإجابة النموذجية: مدخرات أيمن: $y = 60 + 4x$؛

مدخرات مازن: $y = 80 + 3x$

b. تفسير المسائل حلّ نظام المعادلات وفسّر معناه.

$x = 20$: في 20 أسبوع ستكون مدخرات كليهما AED 140.

c. استخدام نموذج إذا كان المبلغ المطلوب لشراء جهاز لوحي جديد هو AED 250. فأيّ الوالدين يستطيع شراء الجهاز اللوحي أولًا؟ وفي نهاية أيّ أسبوع سيكون قادرًا على شراء الجهاز اللوحي؟

أيمن: في نهاية الأسبوع 48

d. التعليق على طريقة الاستنتاج قرر مازن زيادة مدخراته الأسبوعية إلى AED 3.50. وادعى أن قيامه بذلك يعني أن مدخراتهما ستكون متساوية في وقت أقرب من توفيره AED 3 فقط في الأسبوع. هل توافق على ذلك؟ علل إجابتك.

لا؛ عند حل النظام $y = 60 + 4x$ و $y = 80 + 3.5x$، يكون الحل $x = 40$، أيّ بزيادة 20 أسبوعًا عن استمرار مازن في ادخار AED 3 كل أسبوع.

مثال 4 **حالات خاصة من أنظمة المعادلات**

تفسير المسائل تخطط إحدى المدن لعمل بعض الحدائق على شكل مستطيلات. اكتب نظام معادلات وأوجد حلًا له لإيجاد أبعاد كل حديقة. صف أيّة قيود.

a. يبلغ المحيط 20 مترًا. والطول أكبر بمقدار 10 أمتار من العرض.

$x = y + 10$ و $20 = 2x + 2y$

$20 = 2(y + 10) + 2y$

$20 = 2y + 20 + 2y$

$y = 0$

لا يوجد حل. لا يمكن أن تكون الحديقة بهذه الأبعاد. لا بد أن يكون كل بُعد أكبر من 0.

b. يبلغ المحيط 48 متر. خمسة مضروبة في مجموع الطول والعرض يساوي 120 متر.

$2x + 2y = 48$ و $5[x + y] = 120$

$x = 24 - y$؛

$5[(24 - y) + y] = 120$

$120 = 120$

تكون الأبعاد أية أعداد موجبة مجموعها يساوي 24.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

في **المثالين 3** و **4** يُطلب من الطلاب تطبيق **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)** و **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** عن طريق تفسير الحل في سياق المسألة. يميل الطلاب في بعض الأوقات إلى "القيام بخطوات الرياضيات" ثم يفشلون في فهم الحل. أكد على أن المعادلات هي نماذج الرياضيات للعلاقات في الحياة اليومية وأنه يجب تفسير الحلول في سياق الحياة اليومية.

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 4

في **الجزء a** يكّون الطلاب نموذجًا جبريًا للمسألة عند كتابة المعادلات. قد لا يدرك بعض الطلاب أن المعادلة هي نوع من النماذج.

الأسئلة الداعمة

- ما القيود على المتغيرين؟ هل يجب أن يكونا أعدادًا كلية؟ **كلا المتغيرين يجب أن يكونا قيمة غير سالبة، لكن ليس بالضرورة أن يكونا أعدادًا كلية.**
- في **الجزء c**. كيف تفسر قيمة x التي لا تكون عددًا كليًا؟ **بما أن المسألة تسأل "في نهاية أيّ أسبوع..." يجب أن تكون الإجابة على السؤال بعدد كليّ وقيمة x يجب أن تُقرّب لأقرب عدد كلي.**

السؤال الداعم

- هل يجب أن تكون أعداد ماجد أعدادًا كلية؟ **لا، لابد أن يكون عدد جمال فقط عددًا كليًا.**

المثال 4

نصيحة للتدريس

SMP 1

في **المثال 4**. يفهم الطلاب الحلول بتفسير القيم والمعادلات؛ وهذه فرص لتطبيق SMP 1.

الأسئلة الداعمة

- ما القيود على المتغيرين؟ اشرح. **لابد أن يكون المتغيران أعدادًا موجبة لأن قيم الطول والعرض لا يمكن أن تكون سالبة.**
- ماذا يعني أن قيمة $y = 0$ في سياق المسألة؟ **لا يوجد مستطيل له عرض يساوي صفرًا.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_162_165_687146.indd 163 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

التدريب

تتطلب جميع **التمارين 7–1** من الطلاب حل نظام معادلات خطية. بالإضافة إلى ذلك، تتطلب **التمارين 7–2** من الطلاب كتابة نظام المعادلات الذي تصفه المعلومات المعطاة.

تعيين المعايير

SMP	التمرين
6	1
4	2
7	3
4	4
1	5
4	6–7

التدريب

1. **الحساب بدقة** حلّ أنظمة المعادلات باستخدام التعويض.

a. $x = y - 6$
$2x - y = 6$
(12, 18)

b. $x - 3y = -13$
$x + y = 3$
(−1, 4)

c. $2x + y = 2.4$
$x - 2y = 1.7$
(1.3, −0.2)

d. $2x - 3y = 26$
$3x - 4.5y = 39$
(13, 0)

e. $2x + 3y = 16$
$3x + 6y = 30$
(2, 4)

f. $4x + 3y = 25$
$3x = x + 2y - 19$
$(\frac{1}{2}, 9)$

g. $2y + 3x = 7$
$3x - 2y = -1$
(1, 2)

h. $\frac{4}{3}x + y = 8$
$x = 3y + 6$
(6, 0)

2. **استخدام نموذج** **تسجل إحدى حدائق الحيوان عدد الزائرين لكل معرض. يعرض الجدول عدد الزائرين لمعرضين في يوم واحد.**

	معرض القطط الكبيرة	حديقة الحيوانات الأليفة
البالغون	x	21
الأطفال	1024	y

a. ثلاث أضعاف إجمالي عدد البالغين أقل بمقدار 17 من عدد الأطفال الذين زاروا حديقة الحيوانات الأليفة. اكتب معادلة لتمثيل هذه العلاقة.
$3(x + 21) = y - 17$

b. إجمالي عدد الأطفال الذين زاروا حديقة الحيوان في ذلك اليوم كان أقل بمقدار 681 من 10 أضعاف عدد البالغين الذين زاروا معرض القطط الكبيرة. اكتب معادلة لتمثيل هذه العلاقة.
$y + 1024 = 10x - 681$

c. حلّ نظام المعادلات لإيجاد إجمالي عدد الزائرين لهذين المعرضين في ذلك اليوم.
$x = 255$؛ $y = 845$؛ 2145 زائرًا

d. دفع البالغون مبلغ AED 25 ودفع الأطفال مبلغ AED 10 مقابل تذاكر حديقة الحيوان. وكان إجمالي تكلفة التذاكر المباعة في يوم واحد هو AED 47,750. كان عدد الأطفال الذين زاروا حديقة الحيوان أكبر بمقدار 270 من 6 أمثال عدد البالغين الزائرين. اكتب نظام المعادلة وأوجد حلًا له لإيجاد إجمالي عدد زائري حديقة الحيوان في ذلك اليوم.
$25a + 10c = 47{,}750$، $c = 6a + 270$؛ $a = 530$، $c = 3450$؛ إجمالي الزائرين 3980

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

من الشائع لدى الطلاب تعويض التعبير مرة أخرى في المعادلة نفسها التي اشتُق منها. قد يجد بعض الطلاب أن رسم مستقيم رأسي ووضع واحدة من المعادلتين على كل جانب أمرًا مفيدًا. فإذا اشتقوا تعبيرًا ما، وليكن مثلًا لإيجاد x، على أحد جانبي المستقيم، يجب تعويض هذا التعبير في المعادلة الموجودة على الجانب الآخر من المستقيم.

في **التمرين 4**، قد يغفل الطلاب عن أهمية القيمة المكانية عند كتابة التعبيرات للأعداد. ذكّر الطلاب أن عددًا مثل 21 على سبيل المثال، لا يساوي $1 + 2$، لكن $1 + 20$.

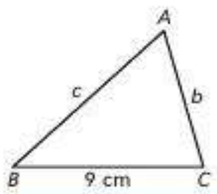
AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_162_165_687146.indd 164 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

3. **استخدام بنية** عدد مكون من رقمين ينخفض بمقدار 45 عند تبديل الأرقام. الرقم الموجود في منزلة العشرات في العدد الأصلي أكبر بمقدار 1 من 3 أمثال الرقم الموجود في منزلة الآحاد. عرّف المتغيرات واكتب نظامًا لإيجاد العدد الأصلي.

لنفترض أن x = أرقام العشرات وy = أرقام الآحاد للعدد الأصلي؛ $10y + x = 10x + y + 45$؛ $x = 3y + 1$؛ (2, 7)؛ العدد الأصلي هو 72.

4. **استخدام نموذج** محيط ΔABC هو 24.3 cm. وكانت نسبة b إلى c هي 5 : 4. اكتب نظام معادلات وأوجد حلًا له لإيجاد قيم b وc.



$b + c = 15.3$; $5b = 4c$; $b = 6.8$ cm; $c = 8.5$ cm

5. **تفسير المسائل** يوضح الجدول عدد الأولاد والبنات في الصف الدراسي الجديد والصف الدراسي الثاني. وكانت نسبة الصف الدراسي الجديد إلى الصف الدراسي الثاني 6 : 5. وفي كلا الصفين الدراسيين مجتمعين، يكون عدد الأولاد أكبر من عدد البنات بمقدار 4. اكتب نظامًا وأوجد حلًا لإيجاد العدد الكلي للطلاب في كلا الصفين الدراسيين. صف عملية الحل.

	الأولاد	البنات
الصف الدراسي الجديد	x	48
الصف الدراسي الثاني	60	y

$x + 60 - 4 = 48 + y$؛ $6(x + 48) = 5(60 + y)$؛ $x - y = -8$؛ $6x - 5y = 12$؛ (52, 60)؛ $220 = 60 + 48 + 60 + 52$؛ هناك 220 طالبًا في كلا الصفين الدراسيين.

6. **استخدام نموذج** اشترت حليمة 4 دفاتر و 5 أقلام حبر مقابل AED 15. واشترت ميساء 7 دفاتر و 3 أقلام حبر من المتجر نفسه مقابل AED 20.50.

a. عرّف المتغيرات واكتب نظام معادلة وأوجد حلًا له باستخدام التعويض. صف عملية الحل.

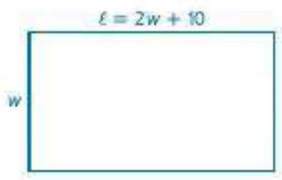
$5(2.5) + 4(1) = 16.5$؛ ستكون تكلفة 5 دفاتر و 4 أقلام AED 16.50. لدى موزة ما يكفي من المال.

b. لدى موزة مبلغ AED 17 لتنفقه. فهل لديها ما يكفي لشراء 5 دفاتر و 4 أقلام حبر؟ اشرح استنتاجك.

p = تكلفة القلم، n = تكلفة الدفتر؛ $4n + 5p = 15$؛ $7n + 3p = 20.5$؛ $p = \frac{15 - 4n}{5}$؛ $7n + 3\left(\frac{15 - 4n}{5}\right) = 20.5$؛ $p = 1$، $n = 2.5$

7. **استخدام نموذج** هناك مساحة مستطيلة بها ممر قطري وحديقتين على شكل مثلثين متطابقين في كل جانب. يبلغ محيط المستطيل 260 متر. طول المستطيل أكبر بمقدار 10 أمتار من ضعف العرض.

a. ارسم مخططًا وضع التسميات عليه لتتمكن من استخدامه في كتابة نظام معادلات خطية لتمثيل هذا الموقف.



b. اكتب المعادلات وأوجد حلًا لها لإيجاد أبعاد المستطيل.

لنفترض أن ℓ = الطول وw = العرض؛ 90 m × 40 m

$2\ell + 2w = 260$؛ $\ell = 2w + 10$

c. أوجد مساحة كل حديقة.

1800 m²

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

قد يعتقد بعض الطلاب أن عملهم قد انتهى عند إيجاد قيم المتغيرين. أكّد على أهمية التحقق للتأكد من أن القيم التي أوجدوها منطقية في سياق المسألة. من المفيد للطلاب توقع صورة الحل وكيف تؤثر قيود المسألة على المتغيرات.

شجّع الطلاب على ذكر إجابات مسائل من الحياة اليومية في جملة كاملة. فعندها يمكن للطلاب بسهولة إدراك أن تلك "الحلول" المحددة ليست منطقية في سياق الموقف.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يوفر **التمرين 5** فرصًا للطلاب للعمل باستخدام **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. لا بد أن يحلل الطلاب العلاقات بحرص في تلك المسائل، ويكتبون المعادلات التي تبدو منطقية قبل تحويلها إلى أبسط صورة واستخدام التعويض لإيجاد الحل. في كلا التمرينين، لا يكفي إيجاد الحل الصحيح للنظام لحل المسألة. تأكد من أن الطلاب يكملون كل تمرين بالإجابة على ما يُطرح من أسئلة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_162_165_687146.indd 165 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE | Component: ISG_TE | 1st Pass
Vendor: MPS | Grade: 9

6.3 حل الأنظمة بالحذف

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 7, 8

المتطلبات

- حل الأنظمة باستخدام التمثيل البياني والتعويض

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 7

في **الجزء b**، وضّح أنه يمكن طرح المعادلات في أيّ ترتيب. فمثلًا، ينتج عن طرح معادلة سهيلة من معادلة فيصل المعادلة $-6 = -3n$، والتي يمكن استخدامها أيضًا لإيجاد n.

الأسئلة الداعمة

- ما التعبير الذي يمثل تكلفة أقلام فيصل؟ وما تكلفة دفاتره؟ وتكلفته الإجمالية؟ $2p$؛ $3n$؛ $2p + 3n$
- بمجرد أن تكمل **الجزء e**، كيف يمكنك التحقق من صحة إجابتك؟ **استخدم الكميات الموجودة في الجزء e لإيجاد التكلفة الإجمالية للأقلام والدفاتر لكل شخص، ثم تحقق من أنها توافق التكلفة الإجمالية المعطاة في الفقرة الافتتاحية.**

6.3 الحذف باستخدام الجمع والطرح

الأهداف

- تكوين أنظمة المعادلات بمتغيرين لتمثيل العلاقات بين الكميات.
- حل أنظمة المعادلات باستخدام الحذف.

مثال 1 استكشاف نظام المعادلات

استكشاف يتدم أحد المتاجر خصمًا بمناسبة العودة إلى المدارس، بالأسعار المبينة على اليسار. اشترى فالح بعض الأقلام والدفاتر. فأنفق مبلغًا إجماليًا قدره 14 AED. اشترت سهيلة نفس عدد أقلام فالح وضعف عدد دفاتره. فأنفقت مبلغًا إجماليًا قدره 20 AED.

خصم بمناسبة العودة إلى المدارس!	
أقلام جل	2 AED للواحد
دفاتر	3 AED للواحد

a. **استخدام نموذج** عرّف المتغيرات واكتب نظام معادلات لتمثيل هذا الموقف.

لنفترض أن p تمثل عدد الأقلام المشتراة وn تمثل عدد الدفاتر المشتراة؛ $2p + 3n = 14$، $2p + 6n = 20$

b. **استخدام بنية** اكتب المعادلتين في الفراغات الموجودة بالأسفل. قم بمحاذاة الحدود التي تحتوي على المتغيرات نفسها. ثم اطرح معادلة فالح من معادلة سهيلة. حدّدْ بحد من اليسار إلى اليمين.

معادلة سهيلة ← **$2p + 6n = 20$**

معادلة فالح ← **$2p + 3n = 14$**

الفرق بين المعادلتين ← **$3n = 6$**

c. **استخدام بنية** ماذا يحدث عند طرح إحدى المعادلتين من الأخرى في **الجزء b**؟ بماذا يفيد ذلك؟

حُذف المتغير p. تتبقى معادلة واحدة يمكن حلها لإيجاد n.

d. **التفكير بطريقة كميّة** حلّ المعادلة الموجودة في الصف الأخير من **الجزء b**. ما الذي يشير إليه الحل؟

$n = 2$؛ اشترى فالح دفترين.

e. **التفكير بطريقة كميّة** كم عدد الأقلام والدفاتر التي اشتراها كل منهما؟ اشرح.

بما أن $n = 2$، إذًا، اشترى فالح دفترين. وعند حل $2p + 3(2) = 14$، يتضح أنه اشترى 4 أقلام.

هذا يعني أن سهيلة اشترت 4 أقلام و $2 \times 2 = 4$ دفاتر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

سيستكشف الطلاب في هذا الدرس وما يليه الطريقة الثالثة والأخيرة لحل نظام المعادلات: الحل باستخدام الحذف. قد تبدو تلك الطريقة غير اعتيادية للطلاب الذين لم يعتادوا على جمع المعادلات وطرحها. لمساعدة الطلاب على فهم هذه العملية، اعرض عليهم مثالًا بسيطًا به معادلات عددية. على سبيل المثال، يمكن جمع المعادلتين $7 + 3 = 10$ و $8 - 3 = 5$ حدًا بحد كما هو موضح بالأسفل.

$$\begin{array}{r} 7 + 3 = 10 \\ \underline{8 - 3 = 5} \\ 15 = 15 \end{array}$$

لاحظ أن المجموع الناتج هو معادلة صحيحة أخرى. وينتج عن طرح المعادلات أيضًا معادلة صحيحة جديدة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_166_169_687146.indd 166 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

عند حل نظام باستخدام طريقة **الحذف**، فإنك تجمع المعادلات أو تطرحها لكي تحذف أحد المتغيرين. وعندما تقوم بهذا، يمكنك حل المعادلة الناتجة لإيجاد المتغير المتبقي. وأخيرًا، يمكنك تعويض قيمة هذا المتغير في إحدى المعادلتين الأصليتين لإيجاد المتغير الآخر.

مثال 2 **حل النظام بالحذف**

جد حلًا لنظام المعادلات.

$4x + y = 11$

$2x - y = 7$

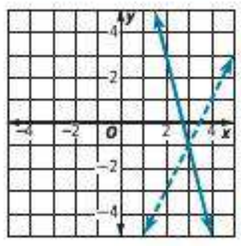
a. التخطيط للحل هل يجب عليك جمع المعادلات أم طرحها؟ لماذا؟

جمعها؛ يؤدي جمع المعادلات إلى حذف المتغير y.

b. استخدام بنية ما ناتج تنفيذ العملية التي حددتها في **الجزء a**؟ اشرح كيفية استخدام هذا الناتج لحل النظام.

$6x = 18$؛ عند حل هذه المعادلة لإيجاد x، يتضح أن $x = 3$. عوّض بالعدد 3 في المعادلة $4x + y = 11$ لإيجاد قيمة y، $4(3) + y = 11$. إذًا، $12 + y = 11$ و $y = -1$. إذًا الحل هو $(3, -1)$.

c. تفسير المسائل مثّل نظام المعادلات بيانيًا على المستوى الإحداثي الموجود على اليسار. اشرح كيفية استخدام التمثيل البياني للتحقق من الحل.



يوضح التمثيل البياني أن نقطة تقاطع المستقيمين هي $(3, -1)$.

إذًا الحل صحيح.

d. تفسير المسائل ما الطريقة المختلفة للتحقق من صحة الحل؟

يمكن التحقق بتعويض قيمة $x = 3$ و $y = -1$ في كلا المعادلتين في النظام.

e. استخدام بنية اشرح كيف يمكنك حل نظام المعادلات بالتعويض.

الإجابة النموذجية: حل المعادلة الأولى لإيجاد y، $y = -4x + 11$. تعويض قيمة y في المعادلة الثانية، $2x - (-4x + 11) = 7$. تحويل هذه المعادلة إلى أبسط صورة، $6x - 11 = 7$ أو $6x = 18$، إذًا $x = 3$. تعويض قيمة $x = 3$ في المعادلة الأولى $4(3) + y = 11$ أو $y = -1$.

f. وصف طريقة أيّ طريقة هي الأفضل لحل هذا النظام: التمثيل البياني أم التعويض أم الحذف؟ علل اختيارك.

الإجابة النموذجية: الحذف؛ لأنه يتضمن أيسر العمليات الحسابية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 1

قد تحتاج إلى أن تسأل الطلاب أن يخططوا لمسار الحل خلال المسألة قبل بدء تفاصيل الحل. على سبيل المثال، قد يخطط الطلاب الخطوات التالية: (1) جمع المعادلتين لحذف y؛ (2) استخدام المعادلة الناتجة لإيجاد x؛ (3) التعويض بقيمة x هذه في واحدة من المعادلتين الأصليتين لإيجاد y؛ (4) كتابة الحل في صورة زوج مرتب.

الأسئلة الداعمة

- كيف تقرر ما إذا كان عليك جمع المعادلتين أم طرحهما؟ **إذا كان أحد المتغيرين له المعامل نفسه في المعادلتين، فاطرح المعادلتين. إذا كان أحد المتغيرين له معاملين متعاكسين، فاجمع المعادلتين.**
- في الجزء **c**، كيف يمكنك تمثيل المعادلات بيانيًا بكفاءة؟ **الإجابة النموذجية: اكتب المعادلتين في صيغة الميل والمقطع وعيّن النقاط التي تمثل الحل في كل معادلة.**

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يمكنك استخدام **المثال 2** لتناول **SMP 7 (محاولة إيجاد البنية واستخدامها)**. على سبيل المثال، اسأل الطلاب كيف يعرفون أن عليهم جمع المعادلتين في النظام وليس طرحهما. يجب على الطلاب إدراك أن العلامات المتعاكسة للمتغير y هي دليل مهم في تحديد العملية المناسبة.

يجب على الطلاب أيضًا فهم أن طرح المعادلتين هو عملية صحيحة تمامًا. على سبيل المثال، طرح المعادلة الثانية من الأولى ينتج عنه المعادلة $2x + 2y = 4$. ولكن في هذه الحالة، لم يتم حذف أي من المتغيرين. إذا فالعملية لم تكن مفيدة بخصوص التحرك نحو حل النظام.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_166_169_687146.indd 167 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 4

قد تريد أن تستخدم **الجزءين a** و **b** لتذكير الطلاب بالفرق بين كتابة تعبير وكتابة معادلة. فالتعبيرات التي كتبها الطلاب في **الجزء a** تعد خطوات لكتابة المعادلتين المناسبتين في **الجزء b**. المعادلتان معًا تكونان نموذجًا لمسألة من الحياة اليومية.

الأسئلة الداعمة

- كيف تحول الأوقات إلى ساعات؟ **اقسم عدد الدقائق على 60.**
- في الجزء **c**، كيف تعرف أن المعدلات منطقية؟ **الإجابة النموذجية: معدل الجري أسرع من معدل السير، وهو ما يعد منطقيًا، ويعني السير بمعدل 4 km/h أن هدى تسير بمعدل كيلومتر كل 15 دقيقة وهو ما يعد أمرًا منطقيًا.**

مثال 3 استخدام نظام لحل المسألة

يوضح الجدول الزمن الذي تقضيه هدى في الجري والسير في عطلة نهاية الأسبوع هذه والمسافة الكلية التي تقطعها كل يوم. تجري هدى دائمًا بالمعدل نفسه وتسير بالمعدل نفسه.

اليوم	زمن الجري	زمن السير	المسافة الكلية
الجمعة	15 min.	30 min.	3.5 km.
السبت	1 h	30 min.	8 km.

a. **استخدام نموذج** اكتب نظام معادلات لتمثيل هذا الموقف.

$0.25x + 0.5y = 3.5;\ x + 0.5y = 8$

b. **استخدام بنية** اشرح كيف تحل النظام باستخدام الحذف. ثم فسّر الحل.

طرح المعادلتين ينتج عنه $0.75x = 4.5$. إذًا $x = 6$. تعويض $x = 6$ في $0.25x + 0.5y = 3.5$ ينتج عنه $0.25(6) + 0.5y = 3.5$. إذًا $y = 4$. إذًا الحل هو (6, 4). تجري هدى بمعدل 6 kmph وتسير بمعدل 4 kmph.

التدريب

1. فكّر في نظام المعادلات $\begin{cases} 0.4x - 2y = 6 \\ 0.8x + 2y = 0 \end{cases}$

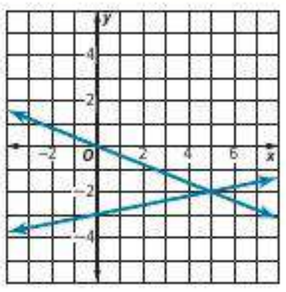
a. **التخطيط للحل** ما الخطوة الأولى لحل نظام المعادلات باستخدام الحذف؟ اشرح استنتاجك.

جمع المعادلتين لأن ذلك سيؤدي إلى حذف المتغير y وبهذا يمكن حل المعادلة لإيجاد x.

b. **استخدام بنية** ما الحل؟

(5, −2)

c. **تفسير المسائل** مثّل المعادلات بيانيًا على المستوى الإحداثي الموجود على اليسار. اشرح كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني للتحقق من الحل.



يوضح التمثيل البياني أن نقطة تقاطع المستقيمين هي (2−, 5). إذًا، الحل صحيح.

d. **تفسير المسائل** كيف يمكن للحل أن يتغير إذا كانت المعادلة الثانية $x - 5y = 15$؟ اشرح.

ستصبح المعادلتان متكافئتين. سيكون هناك عدد لا نهائي من الحلول، جميع الأعداد الحقيقية من x وy التي تحقق المعادلة $x - 5y = 15$.

e. **تفسير المسائل** كيف يمكن للحل أن يتغير إذا كانت المعادلة الثانية $0.4x - 2y = 0$؟ اشرح.

لن يكون هناك حل لأن المستقيمين سيكونان متوازيين ولن يتقاطعا أبدًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز

قد يستفيد بعض الطلاب من معرفة طرق حل بديلة لأنظمة المعادلات في هذا الدرس. على سبيل المثال، في **التمرين 1**، ربما تريد أن توضح للطلاب طريقة حل النظام بالتعويض بدون حل كل معادلة لإيجاد أحد المتغيرين. للقيام بذلك أعد كتابة المعادلة الأولى في صورة $0.4x - 6 = 2y$ والمعادلة الثانية في صورة $2y = -0.8x$. بالتعويض، $0.4x - 6 = -0.8x$. ويوضح حل هذه المعادلة لإيجاد x أن $x = 5$. وبتعويض قيمة $x = 5$ في إحدى المعادلتين الأصليتين يتبين أن $y = -2$.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_166_169_687146.indd 168 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

استخدام بنية حُـلّ كل نظام معادلات بالحذف.

2. $3x - 3y = -15$
$3x + 5y = 17$
(−1, 4)

3. $4m - n = 14$
$3m - n = 12$
(2, −6)

4. $0.3x - 2y = -28$
$0.8x + 2y = 28$
(0, 14)

5. $-2a + b = 1$
$2a + 9b = -51$
(−3, −5)

6. $\frac{1}{2}q + 4r = -2$
$\frac{1}{6}q - 4r = 10$
(12, −2)

7. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = -1$
$-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 10$
(−8, 9)

8. اشترى محمد ويوسف وجبات خفيفة لأصدقائهما في حلبة التزلّج. يعرض الجدول عدد أكياس الفشار وعدد أطباق الناتشوز التي اشتراها كل منهما، وأيضًا التكلفة الإجمالية للوجبات الخفيفة.

الاسم	أكياس الفشار	أطباق الناتشوز	التكلفة الإجمالية
محمد	4	2	AED 18.50
يوسف	7	2	AED 26.75

a. **استخدام نموذج** اكتب نظام المعادلات الذي يمكنك استخدامه لإيجاد سعر الفشار والناتشوز. صف ما الذي يمثله كل متغير.

الإجابة النموذجية: $4p + 2n = 18.50$، $7p + 2n = 26.75$، حيث p هو سعر كيس الفشار وn هو سعر طبق من الناتشوز.

b. **استخدام بنية** حلّ نظام المعادلات واشرح ما الذي يمثله الحل.

(2.75, 3.75)؛ تكلفة كيس الفشار AED 2.75 وتكلفة طبق الناتشوز AED 3.75.

9. تعمل ريهام لدى بائع زهور يبيع نوعين من الباقات. كما هو موضح على اليسار. في يوم الإثنين، استخدمت ريهام 96 زهرة تيوليب لتنسيق الباقات. ويوم الثلاثاء، استخدمت 192 زهرة تيوليب لتنسيق العدد نفسه من باقات "مزيج الربيع" كما في يوم الإثنين، لكن 3 أضعاف عدد باقات "بهجة الحديقة".

باقات موسمية	
مزيج الربيع	12 زهرة تيوليب
بهجة الحديقة	16 زهرة تيوليب

a. **استخدام نموذج** اكتب نظام المعادلات الذي يمكنك استخدامه لإيجاد عدد الباقات من كل نوع الذي نسقته ريهام. صف ما الذي يمثله كل متغير.

الإجابة النموذجية: $12s + 16g = 96$، $12s + 48g = 192$، حيث s يمثل عدد باقات مزيج الربيع وg يمثل عدد باقات بهجة الحديقة التي أعدتها ريهام يوم الإثنين.

b. **بناء فرضيات** جـد إجمالي عدد زهرات التيوليب المستخدمة لتنسيق باقات "بهجة الحديقة" في يومي الإثنين والثلاثاء؟ اشرح إجابتك.

192؛ حل النظام هو (4, 3). إذًا تنسق ريهام 3 باقات من باقة بهجة الحديقة في يوم الإثنين و 9 باقات يوم الثلاثاء. لتحقيق إجمالي 12 باقات من باقة بهجة الحديقة: $12 \times 16 = 192$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريب

تتطلب جميع **التمارين 9–1** من الطلاب حل نظام معادلات خطية. بالإضافة إلى ذلك، تتطلب **التمارين 9–8** من الطلاب كتابة نظام المعادلات الذي تصفه المعلومات المعطاة.

تعيين المعايير

SMP	التمرين
1, 7	1
7	2–7
4, 7	8
3, 4	9

أخطاء شائعة

في **التمرين 2**، قد يدرك الطلاب أنهم بحاجة إلى طرح المعادلتين، لكنهم قد يرتكبوا بعض الأخطاء أثناء القيام بذلك. على سبيل المثال، قد يحاول بعض الطلاب طرح المعادلتين وكتابة الفرق في صورة $2 = 8y-$. سيؤدي ذلك إلى حل غير صحيح. شجّع الطلاب على التحقق من إجاباتهم بتعويض قيم الحل في المعادلتين الأصليتين. إذا لم تجعل تلك القيم المعادلة صحيحة، فاطلب من الطلاب مراجعة حساباتهم.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يتضمن **التمرين 9** محتوى خاص بطريقة الاستنتاج مما يجعله رابطًا طبيعيًا لـ **SMP 3 (بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين)**. إذا لم يكن الطلاب متأكدين من الطريقة التي عليهم اتباعها للمتابعة في **الجزء b**، فاقترح عليهم حل مسألة أبسط. على سبيل المثال، اطلب من الطلاب البدء بحل نظام المعادلات وتحديد عدد كل نوع من الباقات التي نسقتها ريهام يوم الإثنين. بمجرد أن يقوموا بذلك، قد يكونوا قادرين على رؤية مسار منطقي للإجابة على السؤال المطروح في **الجزء b**.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_166_169_687146.indd 169 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

6.4 الحذف باستخدام الضرب

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 3, 4, 7, 8

المتطلبات

- حل الأنظمة باستخدام التمثيل البياني والتعويض

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 3

قد يرتبك الطلاب بشأن الفرق بين x و x_0، والفرق بين y و y_0. تأكد من فهم الطلاب أن (x_0, y_0) تمثل زوجًا مرتبًا محددًا في هذه الفرضية. بمعنى، x_0 و y_0 كلاهما أعداد حقيقية محددة مثل الثوابت a وb وc وd وe وf وk.

الأسئلة الداعمة

- لماذا تستخدم a وb وc وd وe وf بدلًا من الأعداد الفعلية لتمثيل المعاملات والثوابت في النظام؟ **باستخدام متغيرات عامة، سيناسب الإثبات أيّ نظام من معادلتين بمجهولين.**
- لماذا يمكن كتابة المعادلتين في **الجزء a**؟ **بما أن النقطة هي حل نظام المعادلات، فإن تعويض إحداثيات النقطة في المعادلتين يجعل كل معادلة عبارة صحيحة.**

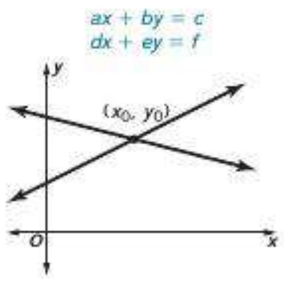
6.4 الحذف باستخدام الضرب

الأهداف

- تكوين أنظمة المعادلات بمتغيرين لتمثيل العلاقات بين الكميات.
- حل أنظمة المعادلات بالحذف باستخدام الضرب.

مثال 1 كتابة برهان

استكشاف مع وجود النظام المكون من معادلتين بمتغيرين الموجود على اليسار، أثبت أنه يمكنك تعويض إحدى المعادلتين بمجموع هذه المعادلة وضرب المعادلة الأخرى لإيجاد نظام جديد له حل النظام الأول نفسه.



a. **تفسير المسائل** لنفترض أن النقطة (x_0, y_0) هي حل نظام المعادلات المعطى. اكتب معادلتين بالتعويض باستخدام إحداثيات الحل في نظام المعادلات المعطى.

$ax_0 + by_0 = c;\ dx_0 + ey_0 = f$

b. **التفكير بطريقة تجريدية** كوّن نظام معادلات جديد كما يلي: (1) اضرب كلا طرفي المعادلة الأولى للنظام في k. (2) اجمع المعادلة الناتجة مع المعادلة الثانية في النظام الأصلي. (3) استخدم المجموع لتعويض المعادلة الثانية في النظام الأصلي. ما الخواص التي تعلل الخطوتين 1 و 2؟

خاصية الضرب في المعادلة، خاصية الجمع في المعادلة.

① $ax + by = c$, $dx + ey = f$ → $kax + kby = kc$

② $dx + ey = f$

$(ka + d)x + (kb + e)y = kc + f$

③ $ax + by = c$

$(ka + d)x + (kb + e)y = kc + f$

c. **بناء فرضيات** وضّح أن (x_0, y_0) هو حل نظام المعادلات الجديد. للقيام بهذا، وضّح أن (x_0, y_0) هو حل كل معادلة في النظام. المعادلة الأولى لم تتغير، لذا (x_0, y_0) ما زال حلًا. ما الذي تحتاج إلى القيام به لتوضيح أن (x_0, y_0) هو حل المعادلة الثانية؟

توضيح أن $(ka + d)x_0 + (kb + e)y_0 = kc + f$.

d. **بناء فرضيات** اشرح لماذا تكون العلاقة التي حددتها في **الجزء c** صحيحة.

$(ka + d)x_0 + (kb + e)y_0 = kax_0 + dx_0 + kby_0 + ey_0$ باستخدام خاصية التوزيع. باستخدام خاصية التبديل فإن ذلك يساوي $kax_0 + kby_0 + dx_0 + ey_0 = k(ax_0 + by_0) + dx_0 + ey_0$. وباستخدام التعويض من الجزء a فإن ذلك يساوي $kc + f$.

e. **بناء فرضيات** في حدود التمثيل البياني للمعادلة $ax + by = c$، اشرح سبب أن ضرب المعادلة في k ليس له تأثير على الحل في نظام المعادلات.

التمثيل البياني للمعادلة $ax + by = c$ والتمثيل البياني للمعادلة $kax + kby = kc$ متشابهان. إذًا، نقطة تقاطع المستقيم $ax + by = c$ والمستقيم $dx + ef = g$ سيكونان متشابهين كما في المعادلة $kax + kby = kc$ و$dx + ef = g$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

يوجد عادة العديد من الخيارات لحل نظام المعادلات بالحذف. يشجع النص الطلاب على ضرب إحدى المعادلتين على الأقل في مقدار ثابت للحصول على معادلتين تحتويان على حدود متقابلة. بعد ذلك يمكن حذف أحد المتغيرين بالجمع. ومع ذلك، قد ترغب في استكشاف خيارات أخرى ومناقشتها مع الصف الدراسي.

على سبيل المثال، فكر في النظام $5x + 2y = 9$ و $4x - 3y = -2$. يمكن للطلاب حل النظام بضرب المعادلة الأولى في 4 وضرب الثانية في 5 وطرح المعادلتين (بأيّ ترتيب) لحذف x. يمكنك تحدي الطلاب ليجدوا مسارات حلول أخرى تتضمن حذف أحد المتغيرين.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_170_173_687146.indd 170 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

لحل أيّ نظام بالحذف، يمكنك ضرب إحدى المعادلتين على الأقل في مقدارٍ ثابت للحصول على معادلتين تحتويان على حدود متقابلة. ثم اجمع المعادلات لحذف أحد المتغيرات. حلّ المعادلة الناتجة لإيجاد المتغير المتبقي. وأخيرًا، عوّض قيمة هذا المتغير في إحدى المعادلتين الأصليتين لإيجاد المتغير الآخر.

مثال 2 **حل النظام بالحذف**

اتبع هذه الخطوات لحل نظام المعادلات هذا.

$3x + 4y = 5$

$x - 8y = -17$

a. **التخطيط للحل** اشرح كيف يمكنك ضرب إحدى معادلات النظام في مقدار ثابت للحصول على معادلتين تحتويان على حدود متقابلة. هل هناك إجابة أخرى محتملة؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: ضرب المعادلة الأولى في 2؛ نعم؛ ضرب المعادلة الثانية في −3.

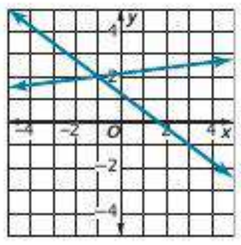
b. **استخدام بنية** نفّذ إحدى العمليات التي حددتها في **الجزء a** للحصول على نظام جديد. ثم حلّ النظام الجديد.

الإجابة النموذجية: ضرب المعادلة الأولى في 2 يعطي النظام الجديد

$2x - 16y = -34$ و $6x + 8y = 10$. والجمع ينتج عنه $-7x = -7$. إذًا $x = -1$. بالتعويض، $3(-1) + 4y = 5$.

إذًا $-3 + 4y = 5$ و $4y = 8$. إذًا $y = 2$. الحل هو $(-1, 2)$.

c. **تقييم مدى صحة الحل** مثّل نظام المعادلات بيانيًا على المستوى الإحداثي الموجود على اليسار. اشرح كيفية استخدام التمثيل البياني للتحقق من الحل.



يوضح التمثيل البياني أن نقطة تقاطع المستقيمين هي $(-1, 2)$.

إذًا الحل صحيح.

d. **تقييم مدى صحة الحل** ما الطريقة المختلفة للتحقق من صحة الحل؟

التحقق بتعويض قيمة $x = -1$ و $y = 2$ في كلا المعادلتين في النظام.

e. **التعليق على طريقة الاستنتاج** حلت ياسمين النظام بضرب معادلة النظام الثانية في 3. ثم جمعت المعادلتين وحلتهما لإيجاد y، فحصلت على $y = 2.3$. اشرح الخطأ الذي ارتكبته وصححه.

جمعت ياسمين المعادلات، لكن ذلك لن يحذف حدود x. تحتاج ياسمين إلى طرح المعادلات للحصول على $28y = 56$، وهو ما ينتج عنه $y = 2$، وبتعويض هذه القيمة في المعادلة الأولى ينتج $x = -1$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يكون الطلاب الآن قد تعلموا طرقًا عديدة لحل نظام المعادلات. اقترح على الطلاب استخدام طريقة واحدة لحل أحد الأنظمة وطريقة أخرى للتحقق من الحل. هذا المنهج يرتبط بـ **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. لأن جانبًا مهمًا من هذا المعيار هو إدراك متي يكون الحل صحيحًا.

المثال 2

نصيحة للتدريس

SMP 1

بينما يخطط الطلاب للحل فإنهم يطبقون **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. وعليهم التفكير في استخدام الأدوات المتنوعة الموجودة تحت تصرفهم لحل نظام المعادلات. في النهاية، يكون الهدف من الخطوة الأولى في حل أيّ نظام هو تحديد أكثر الطرق كفاءة لحل النظام. ويجب على الطلاب بعد تحديد استخدام طريقة الحذف التفكير في أيّ الحدود أسهل للحذف. أكّد على أنه بإمكان طالبين أن يستخدموا مسارين مختلفين للحل ويصلا إلى الحل الصحيح نفسه. لاحظ أيضًا أنه كما أن هناك مناهج متعددة لحل نظام معادلات، فهناك أيضًا مجموعة من الطرق المختلفة يمكنهم التحقق بها من حلولهم. وسيستكشف الطلاب ذلك في **الجزءين c وd**.

الأسئلة الداعمة

- هل يمكنك حل النظام ببساطة عن طريق جمع المعادلتين الأصليتين أو طرحهما؟ لمَ أو لمَ لا؟ **لا، فهذا لن يحذف أحد المتغيرات.**
- ماذا يجب عليك فعله إذ تحققت من حلك عن طريق تعويض القيم في المعادلات ولم تكن أي من العبارتين صحيحة؟ **تحقق من العمليات الحسابية في التعويض. إذا تمت العملية الحسابية بصورة صحيحة لكن كانت عبارة واحدة على الأقل خاطئة، فالحل ليس صحيحًا.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_170_173_687146.indd 171 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 4

إذا واجه الطلاب مشكلة في كتابة النظام في **الجزء a**، فاقترح عليهم أن يكتبوا معادلتين بحيث تعبّر إحداهما عن عدد الملصقات وتعبّر الأخرى عن تكلفة الملصقات.

الأسئلة الداعمة

- هل هناك أيّة قيود على قيم المتغيرات التي تستخدمها في هذه المسألة؟
لماذا؟ **نعم؛ لا بد أن تكون أعدادًا كلية أكبر من أو تساوي صفرًا، حيث إنه لا يمكن لفهد إلا شراء أعداد كلية من الملصقات.**
- كيف يمكنك حل النظام بالتعويض؟ **من المعادلة الأولى، $y = 9 - x$. ينتج عن التعويض في المعادلة الثانية $8.75x + 5.80(9 - x) = 58.10$. استخدم هذا لإيجاد x، ثم أوجد قيمة y.**

مثال 3 **استخدام نظام لحل المسألة**

يشتري فهد الملصقات لتزيين حجرته بالسكن الجامعي. وتظهر أسعار الملصقات على اليسار. وكان فهد قد قرر شراء 9 ملصقات، فأنفق مبلغًا إجماليًا قدره AED 58.10.

أسعار الملصقات	
الملصقات الكبيرة	AED 8.75 لكل ملصق
الملصقات الصغيرة	AED 5.80 لكل ملصق

a. **استخدام نموذج** اكتب نظام معادلات لإيجاد عدد الملصقات الكبيرة والصغيرة التي اشتراها فهد. اشرح ما تمثله المتغيرات.
$x + y = 9$، $8.75x + 5.80y = 58.10$؛ x تمثل عدد الملصقات الكبيرة وy تمثل عدد الملصقات الصغيرة.

b. **استخدام بنية** اشرح كيفية حل النظام بالحذف. ثم فسّر الحل.
ضرب المعادلة الأولى في -5.80 ينتج عنه $-5.80x - 5.80y = -52.20$. وينتج عن جمع المعادلتين $2.95x = 5.90$، إذًا $x = 2$؛ وبتعويض $x = 2$ في المعادلة الأولى ينتج $2 + y = 9$، إذًا $y = 7$. الحل هو (2, 7)، وهذا يعني أن فهد سيشتري ملصقين كبيرين و 7 ملصقات صغيرة.

c. **تقييم مدى صحة الحل** اشرح كيف تعرف أن إجابتك صحيحة.
إجمالي عدد الملصقات $2 + 7 = 9$، و $7(\text{AED } 5.80) + 2(\text{AED } 8.75) = \text{AED } 58.10$، إذًا إجمالي عدد الملصقات والتكلفة الإجمالية صحيحان.

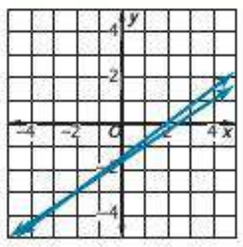
التدريب

1. فكّر في نظام المعادلات $\begin{cases} -2x + 3y = -5 \\ 3x - 4y = 6 \end{cases}$

a. **التخطيط للحل** صف طريقتين مختلفتين لحل النظام بالحذف.
(1) ضرب المعادلة الأولى في 3، والمعادلة الثانية في 2، ثم الجمع لحذف x؛ أو (2) ضرب المعادلة الأولى في 4، والمعادلة الثانية في 3، ثم الجمع لحذف y.

b. **بناء قرضيات** اشرح لماذا ضرب المعادلة الأولى في 6 والثانية في 5 ثم الجمع ليس مفيدًا لحل النظام.
سيسمح هذا بحذف الحد الثابت على الطرف الأيمن، لكن لا يزال هناك معادلتان باقيتان بمتغيرين، ولن يتم حذف أيّ متغير.

c. **استخدام بنية** حلّ كل نظام بالحذف.
(−2, −3)

d. **تقييم مدى صحة الحل** مثّل المعادلات بيانيًا على المستوى الإحداثي الموجود على اليسار. اشرح كيفية استخدام التمثيل البياني للتحقق من الحل.

يوضح التمثيل البياني أن نقطة تقاطع المستقيمين هي (−2, −3)، إذًا، الحل صحيح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز

قد تريد من الطلاب استكشاف منهج بديل لحل المسائل في **المثال 3**. على سبيل المثال، قد ينشئ الطلاب جدولًا للقيم يُظهِر عدد كل نوع من الملصقات والتكلفة الإجمالية. إذا قام الطلاب بذلك بطريقة منظمة، فسيتمكنون من استخدام الجدول لحل المسألة. يوجد أدناه الصفوف الأولى من نموذج لجدول.

عدد الملصقات الكبيرة	عدد الملصقات الصغيرة	التكلفة الإجمالية (AED)
0	9	52.20
1	8	55.15
2	7	58.10

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_170_173_687146.indd 172 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

استخدام بنية حُـلّ كل نظام بالحذف.

2. $2x - 3y = 14$
$6x + y = 2$
(1, −4)

3. $5c - 3d = 49$
$-2c + d = -19$
(8, −3)

4. $-m + 3n = 17$
$4m - 6n = -38$
(−2, 5)

5. $3p + 5q = -20$
$2p - 3q = -7$
(−5, −1)

6. $0.4x + 0.5y = 3.8$
$0.8x - 0.2y = 0.4$
(2, 6)

7. $3x + y = \frac{1}{2}$
$-6x + \frac{1}{2}y = -\frac{9}{4}$
$(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2})$

8. يعمل حمدان صرافًا في متجر للبقالة. في نهاية اليوم، كان قد حصّل إجمالي 125 فاتورة بقيمة 5 دراهم وبقيمة 10 AED. القيمة الإجمالية للفواتير هي 990 AED.

a. **استخدام نموذج** اكتب نظام المعادلات الذي يمكنك استخدامه لإيجاد عدد الفواتير بقيمة خمسة دراهم وعدد الفواتير بقيمة عشرة دراهم. وضّح ما تمثله المتغيرات.

الإجابة النموذجية: $f + t = 125$، $5f + 10t = 990$، حيث f تمثل عدد الفواتير بقيمة خمسة دراهم و t تمثل عدد الفواتير بقيمة عشرة دراهم.

b. **استخدام بنية** حـلّ نظام المعادلات واشرح ما الذي يمثله الحل.

(52, 73)؛ هناك 52 فاتورة بقيمة خمسة دراهم و 73 فاتورة بقيمة عشرة دراهم.

9. يريد مالك عربة عصائر إعداد عصير جديد. وهو يريد خلط عصير النسيم الاستوائي مع مبرد كونا لإعداد 10 L من مشروب جديد يكون 40% منه عصير أناناس.

العصائر	
النسيم الاستوائي	20% عصير أناناس
مبرد كونا	50% عصير أناناس

a. **التخطيط للحل** أكمل الجدول.

	النسيم الاستوائي	مبرد كونا	الإجمالي
كمية العصير (l)	t	k	10
كمية عصير الأناناس (l)	$0.2t$	$0.5k$	4

b. **استخدام نموذج** اكتب نظام معادلات يمكن لمالك عربة العصائر حله لتحديد الكمية التي يجب استخدامها من كل مشروب لإعداد المشروب الجديد.

$t + k = 10$; $0.2t + 0.5k = 4$

c. **استخدام بنية** حـلّ النظام واشرح ما الذي يمثله الحل.

$(3\frac{1}{3}, 6\frac{2}{3})$؛ يجب على المالك خلط $3\frac{1}{3}$ l من النسيم الاستوائي و $6\frac{2}{3}$ l من مبرد كونا

b. **تقييم مدى صحة الحل** اشرح كيف تعرف أن إجابتك صحيحة.

$3\frac{1}{3}$ l + $6\frac{2}{3}$ l = 10 l، إذًا الكمية الإجمالية صحيحة. و $0.2(3\frac{1}{3}$ l) + $0.5(6\frac{2}{3}$ l) = 4، إذًا كمية عصير الأناناس في المشروب الجديد صحيحة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريب

تتطلب جميع **التمارين 9–1** من الطلاب حل نظام معادلات خطية. بالإضافة إلى ذلك، تتطلب **التمارين 9–8** من الطلاب كتابة نظام المعادلات الذي تصفه المعلومات المعطاة.

تعيين المعايير

التمرين	SMP
1	1, 3, 7, 8
2–7	7
8	4, 7
9	1, 4, 7, 8

أخطاء شائعة

يعد ضرب واحد فقط من طرفي المعادلة في ثابت واحدًا من أكثر الأخطاء شيوعًا في الحل بالحذف. على سبيل المثال، في **التمرين 8**، قد يكتب الطلاب النظام بصورة صحيحة في صورة $f + t = 125$ و $5f + 10t = 990$. لكن بعد ذلك يضربون الطرف الأيسر فقط من المعادلة الأولى في 5 لكتابة $5f + 5t = 125$. ذّكر الطلاب أن أيّة عملية تُنفَذ على أحد جانبي علامة يساوي لابد أن تنفذ على الجانب الآخر أيضًا.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يناقش **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** حاجة الطلاب إلى "تحديد الكميات المهمة في موقف عملي ورسم مخطط للعلاقات باستخدام أدوات مثل الرسوم التخطيطية، والجداول بمدخلين، والتمثيلات البيانية والمخططات الانسيابية والقوانين". يمنح **التمرين 9** تدريبًا للطلاب في هذا الجانب من المعيار بينما يطورون نظام معادلات. يقوم الطلاب بتنظيم المعطيات في جدول ثم يستخدمون كل صف في الجدول لمساعدتهم في كتابة إحدى المعادلتين في النظام. تأكد من أن الطلاب يدركون أن هذه الطريقة قابلة للتطبيق على نطاقٍ واسع. بمعنى أنه يمكنهم استخدام تلك الطريقة في مجموعة متنوعة من مواقف من الحياة اليومية التي تتطلب كتابة نظام معادلات.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_170_173_687146.indd 173 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

6.6 حل أنظمة المتباينات

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:
1, 2, 4, 5, 7

المتطلبات

- تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا وحلها
- حل أنظمة المعادلات الخطية

المثال 1

نصيحة للتدريس

SMP 5

تعد حاسبة التمثيل البياني طريقة رائعة لتمثيل أنظمة المتباينات، لأن الحلول تكون ممثلة في المناطق المظللة. قدم للطلاب خطوات العملية الملائمة على الحاسبة المطلوبة لاتباع المثال. ارجع إلى **الجزء d** وناقش حدود التكنولوجيا في تمثيل هذه الأنظمة بيانيًا. اطرح الأفكار مع الصف الدراسي حول الأدوات الأخرى التي يمكن للطلاب استخدامها في حل أنظمة المتباينات، مثل مواقع ويب.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء b**، كيف تعرف أن التمثيل البياني صحيح؟ **ميل المستقيم هو 1− ونقطة التقاطع مع y هي 3.**
- في التمثيل البياني النهائي، لماذا توجد مستقيمات رأسية وأخرى أفقية؟ **حتى تسهل معرفة منطقة الحل من خلال النمط المتقاطع.**

6.6 حل أنظمة المتباينات

الأهداف

- حل أنظمة المتباينات الخطية باستخدام التمثيل البياني.
- تطبيق أنظمة المتباينات الخطية في سياقات من الحياة اليومية.

يتمثل حل نظام المتباينات الخطية بمتغيرين في أيّ زوج مرتّب يحقق جميع المتباينات في النظام. وبالتمثيل البياني، يتمثل حل النظام في تقاطع المناطق المظللة من كل متباينة.

مثال 1 **استخدام التكنولوجيا لتمثيل نظام المتباينات الخطية بيانيًا**

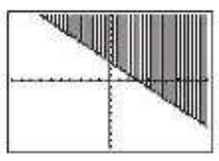
استخدام أدوات **يمكنك استخدام التكنولوجيا، مثل حاسبة التمثيل البياني، لتمثيل نظام المتباينات الخطية بيانيًا.**

$$y \geq 3 - x$$
$$y \leq x + 1$$

a. أدخل التعبير $x - 3$ في حاسبة التمثيل البياني. كيف يمكنك ضبط الإعداد لكي يمثل التمثيل البياني المتباينة $y \geq 3 - x$؟

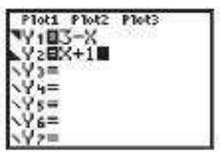
في الشاشة الموضحة، يتضح هذا من خلال المثلث المظلل على يسار y.

b. مثّل المتباينة بيانيًا. كيف يمكن لحاسبة التمثيل البياني تمثيل الحل؟



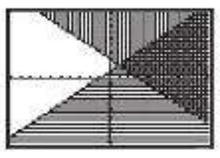
ترسم مستقيمات رأسية أعلى التمثيل البياني للمستقيم $y = 3 - x$.

c. كرر **الأجزاء a** و**b** لتمثيل $y < x + 1$. في شاشات الحاسبة المعروضة، كيف يتميز كل نوع من المتباينات؟ كيف يُعرض الحل على المستوى؟



يتم تظليل المثلث أعلى أو أسفل قطر مساحة المربع الذي يشغله؛ الحل هو المنطقة ذات المستقيمات الرأسية والأفقية.

d. هل يمكن للحاسبة التمييز بين الحل إذا استُخدمَت الرموز $>$ و$<$ بدلًا من $\leq$ و$\geq$؟ اشرح.



الإجابة النموذجية: لا؛ لا يمكن للحاسبة رسم المستقيمات المتقطعة، لذا ستظهر النتيجة نفسها لكل نظام.

e. باستخدام شاشة الحاسبة المعروضة، صف المنطقة التي تمثل حل نظام المتباينات الخطية. اشرح.

$y < 3 - x$

$y > x + 1$

هذه المتباينات هي معكوس المتباينات المعطاة في بداية المثال. ويمكن تمثيل حل هذا النظام في المنطقة البيضاء أو غير المظللة الظاهرة على شاشة الحاسبة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خلفية في الرياضيات

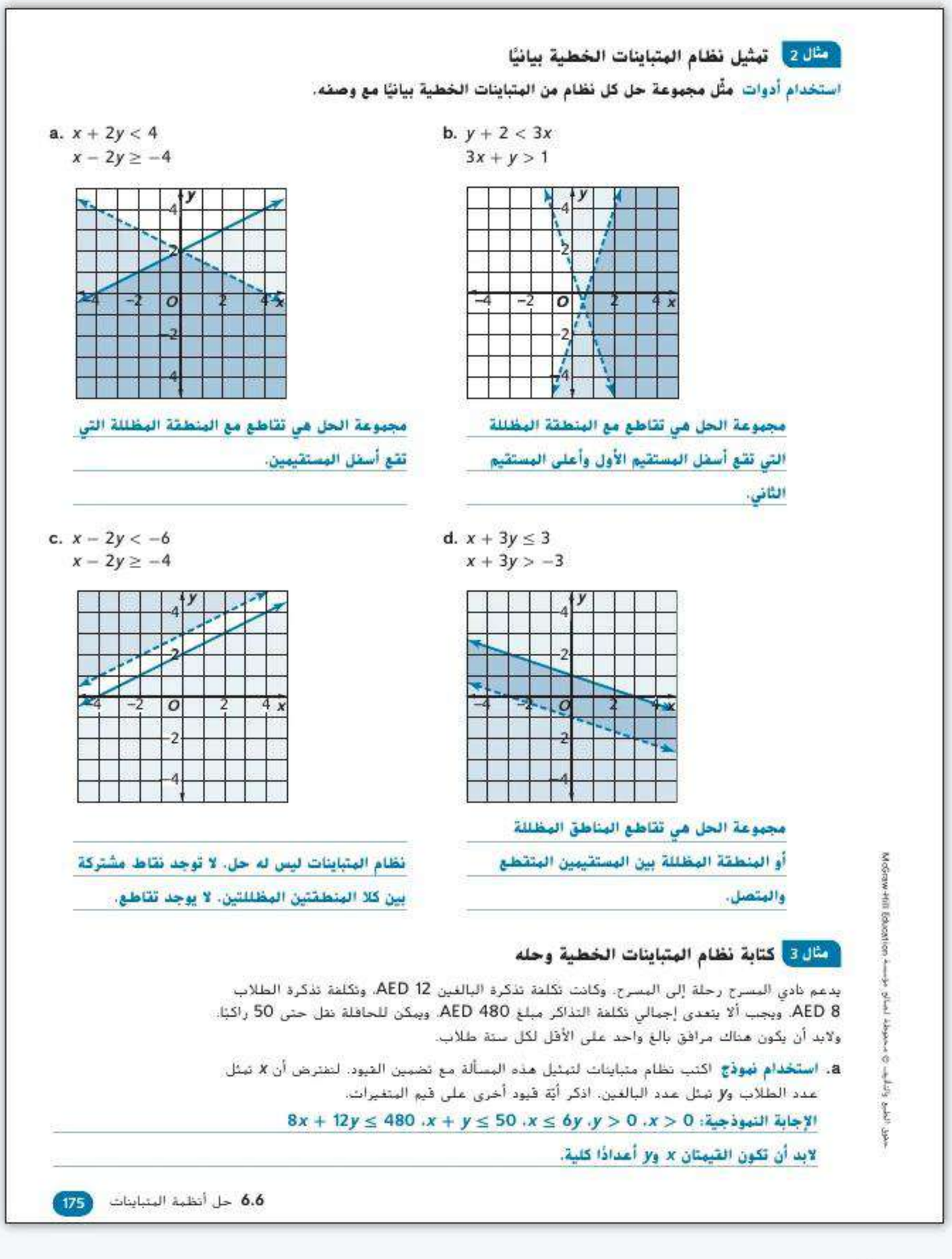
يتكون نظام المتباينات الخطية من متباينتين خطيتين على الأقل بنفس المتغيرين. ويمكن حل نظام المتباينات الخطية عن طريق تمثيل المتباينات بيانيًا. وتحدد مناطق تداخل المتباينات مجموعة حل النظام. وعندما لا توجد منطقة تداخل بعد تمثيل المتباينات بيانيًا، فإن النظام ليس له حل.

قد يسأل الطلاب ما إذا كان يمكن أن يكون لنظام المتباينات الخطية حلًا وحيدًا مثل نظام المعادلات الخطية. يمكن استكشاف نتائج الحلول المختلفة التي يمكن التوصل إليها في **المثال 4**.

174 الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_174_179_687146.indd 174 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	



مثال 2 تمثيل نظام المتباينات الخطية بيانيًا

استخدام أدوات مثّل مجموعة حل كل نظام من المتباينات الخطية بيانيًا مع وصفه.

a. $x + 2y < 4$
$x - 2y \geq -4$

مجموعة الحل هي تقاطع مع المنطقة المظللة التي تقع أسفل المستقيمين.

b. $y + 2 < 3x$
$3x + y > 1$

مجموعة الحل هي تقاطع مع المنطقة المظللة التي تقع أسفل المستقيم الأول وأعلى المستقيم الثاني.

c. $x - 2y < -6$
$x - 2y \geq -4$

نظام المتباينات ليس له حل. لا توجد نقاط مشتركة بين كلا المنطقتين المظللتين. لا يوجد تقاطع.

d. $x + 3y \leq 3$
$x + 3y > -3$

مجموعة الحل هي تقاطع المناطق المظللة أو المنطقة المظللة بين المستقيمين المتقطع والمتصل.

مثال 3 كتابة نظام المتباينات الخطية وحله

يدعم نادي المسرح رحلة إلى المسرح. وكانت تكلفة تذكرة البالغين 12 AED، وتكلفة تذكرة الطلاب 8 AED. ويجب ألا يتعدى إجمالي تكلفة التذاكر مبلغ 480 AED. ويمكن للحافلة نقل حتى 50 راكبًا. ولابد أن يكون هناك مرافق بالغ واحد على الأقل لكل ستة طلاب.

a. **استخدام نموذج** اكتب نظام متباينات لتمثيل هذه المسألة مع تضمين القيود. لنفترض أن x تمثل عدد الطلاب وy تمثل عدد البالغين. اذكر أيّة قيود أخرى على قيم المتغيرات.

الإجابة النموذجية: $x > 0$، $y > 0$، $x \leq 6y$، $x + y \leq 50$، $8x + 12y \leq 480$

لابد أن تكون القيمتان x وy أعدادًا كلية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 2

SMP 5

نصيحة للتدريس

يرسم الطلاب حلول الأنظمة على الشبكات المقدمة. شجع الطلاب على رسم مستقيمات باستخدام المسطرة وابتكار طريقة للتظليل توضح منطقة الحل بوضوح. قد يختار الطلاب استخدام أقلام الرصاص الملونة لكل متباينة.

الأسئلة الداعمة

- في **الجزء a**، ما المستقيم الذي يجب رسمه لتمثيل المتباينات، متصل أم متقطع؟ **في حالة $x + 2y < 4$، يجب رسم المستقيم متقطعًا، أما في حالة $x - 2y \geq -4$، يجب رسم المستقيم متصلًا.**
- بمَ يختلف المستقيمان الممثلان في **الجزءين c** و**d** عن المستقيمين الممثلين في **الجزء a**؟ **المستقيمان متوازيان بينما في الجزء a المستقيمان متقاطعان.**
- في حالة **الجزء d**، حدد حلًا للنظام. **الإجابة النموذجية: (0, 0)**

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يمثل **المثال 2** رابطًا أساسيًا إلى **SMP 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية)**. يمثل الطلاب المتباينات بيانيًا باستخدام المستوى الإحداثي. بالإضافة إلى تضمين استخدام مسطرة التقويم وأقلام الرصاص الملونة لرسم تمثيلات بيانية دقيقة. يمكن للطلاب أيضًا استخدام التكنولوجيا، مثل حاسبة التمثيل البياني، للتحقق من صحة إجاباتهم. ستساعد هذه الإستراتيجية على التحقق من أن المستقيمات الأصلية مرسومة بصورة صحيحة وأن التظليل تم بدقة.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_174_179_687146.indd 175 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

المثال 3

نصيحة للتدريس

SMP 4

يسمح **المثال 3** للطلاب بتطبيق المفاهيم في سياق مواقف الحياة اليومية. سيتعمق الطلاب أكثر في المسائل من هذا النوع عندما يتعلمون البرمجة الخطية في المناهج القادمة.

وسيوفر المثال أيضًا فرصة لمناقشة قيم المجال والمدى التي تبدو منطقية في موقف محدد. في هذه الحالة، وحدها الأعداد الكلية تبدو منطقية لعدد أشخاص.

الأسئلة الداعمة

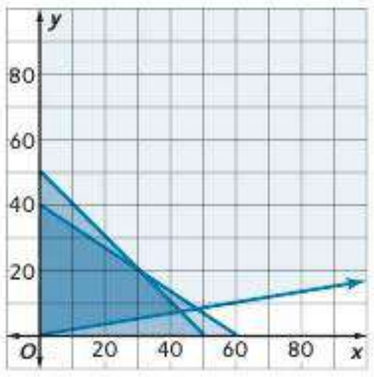
- ما المتباينات التي يمكنك كتابتها لتمثيل حقيقة أنه لا يمكن أن توجد أعداد بقيمة سالبة تمثل عدد الطلاب أو البالغين؟ **$y \geq 0$ و $x \geq 0$**
- هل تعتبر النقطة (20, 30) حلًا للنظام؟ **لا** هل تعتبر النقطة (30, 20) حلًا؟؛ **نعم** هل تعتبر النقطة (18.5, 20) حلًا؟ **نعم**

التوسع

تحدَ الطلاب للتفكير في نقاط حلٍ مثلى. اطلب منهم إيجاد جميع نقاط الزوايا (الرؤوس) لمنطقة الحل وتقديم تخمينات عنها. ناقش أيضًا ما إذا كان هناك حلول بأعداد كلية تقع في منطقة الحل لكنها لا تبدو منطقية في حدود السياق.

b. **استخدام أدوات** مثّل حل نظام المتباينات بيانيًا. صف نطاق الحل بالكلمات.

منطقة الحل هي مجموع الأزواج المرتبة المكونة من أعداد كلية داخل المنطقة رباعية الأضلاع المحصورة بين المحور y على اليسار والتمثيلات البيانية للمستقيمات الثلاث.



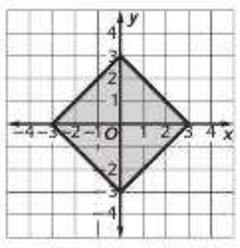
c. **التفكير بطريقة كميّة** حدد أحد حلول النظام. صف ماذا يعني ذلك في سياق المسألة.

الإجابة النموذجية: $x = 8$، $y = 42$؛ 42 طالبًا و 8 بالغين. هذا العدد سيملأ الحافلة ويحقق قاعدة وجود بالغ واحد لكل 6 طلاب.

مثال 4 **كتابة نظام المتباينات من التمثيل البياني**

التفكير بطريقة تجريدية **اكتب نظام متباينات يتمثل حله في المنطقة المظللة من التمثيل البياني. إذا لم يكن هذا ممكنًا، فاشرح السبب.**

a.



الإجابة النموذجية:

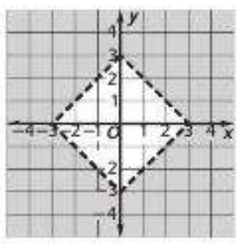
$y \leq -x + 3$

$y \geq -x - 3$

$y \geq x - 3$

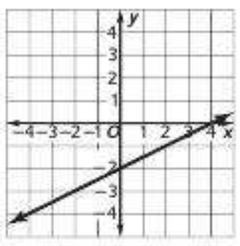
$y \leq x + 3$

b.



لا يمثل التمثيل البياني مجموعة حل نظام متباينات خطية. لا يوجد نظام متباينات يمثل هذا مجموعة حل له. تمثل المنطقة المظللة *اتحاد* وليس تقاطع المناطق الأربعة المظللة المتناظرة مع حل نصف مستوى للمتباينة.

c.



$y \geq 0.5x - 2$

$y \leq 0.5x - 2$

يمثل المستقيم تقاطع نصفي المستوى.

هذا المستقيم هو مجموعة النقاط الوحيدة التي تشترك فيها كلا المتباينتين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

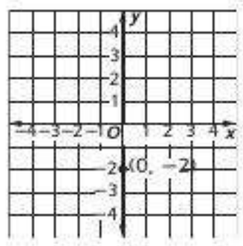
التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يوفر **المثال 3** فرصة للطلاب للعمل باستخدام SMP 4 **(استخدام نماذج الرياضيات)**. انتهز الفرصة ليس فقط لجعل الطلاب يتوصلون إلى إجابة صحيحة والتي تشمل التمثيل البياني من **الجزء b**، لكن أيضًا لمناقشة معني الأزواج المرتبة التي تحقق النظام. يمكن للطلاب إنشاء جدول يضم جميع الأزواج المرتبة المنطقية، وإضافة وصف لكل زوج.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_174_179_687146.indd 176 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

d.



الإجابة النموذجية:

$y \geq -0.5x - 2$ $\quad$ $y \geq 0.5x - 2$

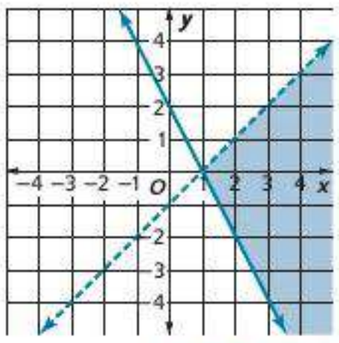
$y \leq -0.5x - 2$ $\quad$ $y \leq 0.5x - 2$

النقطة (0, −2) هي النقطة الوحيدة التي تحقق جميع المتباينات الأربعة.

التدريب

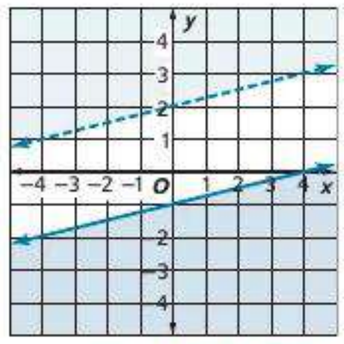
استخدام أدوات مثّل مجموعة حل كل نظام من المتباينات الخطية بيانيًا مع وصفه.

1. $2x + y \geq 2$
   $x - y > 1$



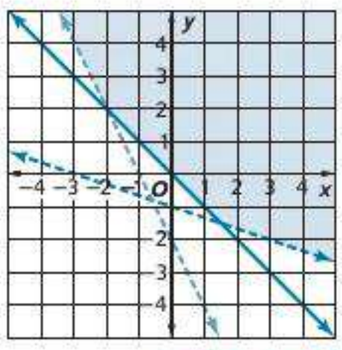
المنطقة المظللة هي مجموعة الحل.

2. $x - 4y < -8$
   $x - 4y \geq 4$



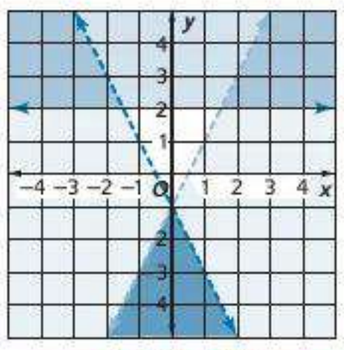
لا يوجد حل لأن المناطق المظللة لا تتداخل.

3. $x + y \geq 0$
   $2x + y > -2$
   $x + 3y > -3$



المنطقة المظللة هي مجموعة الحل.

4. $y \geq 2$
   $2x + y < -1$
   $2x - y > 1$



لا يوجد حل لعدم وجود تداخل مشترك في جميع المناطق المظللة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

يوفر **المثال 4** فرصة للطلاب للعمل باستخدام SMP 2 **(التفكير بطريقة تجريدية وكميّة)**. من المهم للطلاب التفكير بطريقة تجريدية عن طريق تجربة متباينات مختلفة في المستوى الإحداثي للوصول إلى إجابات صحيحة. إذا واجه بعض المتعلمين صعوبات خلال العمل باستخدام المستوى، ففكر في أسلوب جبري. على سبيل المثال، اكتب 4 متباينات بينهم نقطة مشتركة واحدة فقط. ربما يمكنك التفكير أيضًا في البدء بأمثلة من متغير واحد قبل التحول للأنظمة بمتغيرين.

المثال 4

نصيحة للتدريس

SMP 2

في **SMP 2**، يجب على الطلاب التفكير بطريقة تجريدية. لم يشاهد الطلاب التمثيل البياني لنظام المتباينات التي تكون به إما منطقة الحل أو منطقة غير الحل محصورة بين جميع الأضلاع. اسأل الطلاب أن يفكروا في عدد المتباينات التي يحتاجونها لمعرفة منطقة الحل لكل جزء من المثال. ذكّر الطلاب أن كل حد للمنطقة الموضحة يمثل تمثيلًا بيانيًا لمستقيم أو جزء من مستقيم. ربما يكون من المفيد للطلاب توسيع جميع الحدود وعرضها كمستقيمات وليس كقطع مستقيمة.

الأسئلة الداعمة

- ما نظام المتباينات الذي يصف الربع III؟ **$x < 0$ و $y < 0$**
- كيف يمكنك تحديد متى يمكن لمتباينتين مشاركة مستقيم واحد فقط؟ **لا بد للمتباينتين أن يكون لهما نفس التعبير لكن برموزٍ متباينات مختلفة.**
- كم عدد المتباينات التي تحتاج إلى كتابتها في **الجزء d**؟ اشرح. **3 أو 4؛ بما أن المستقيمان يتقاطعان في نقطة، استخدم أربع متباينات لوصف المستقيمين. بالمثل، استخدم ثلاث متباينات فقط، إذا تقاطعت ثلاثة مستقيمات لتكوين مثلث، ثم صغّر منطقة المثلث لتكون نقطة واحدة فقط.**

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_174_179_687146.indd 177 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

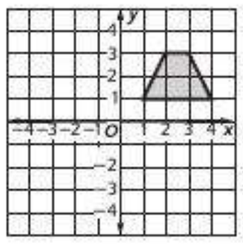
التدريب

تتطلب **التمارين 13–1** من الطلاب تمثيل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا ومطابقة الأنظمة بتمثيلاتها البيانية وكتابة الأنظمة لإيجاد التمثيل البياني المطلوب.

تعيين المعايير

SMP	التمرين
5	1–4
2	5
4	6
5	7
1	8
7	9–12
2	13

5. **التفكير بطريقة تجريدية** اكتب نظام متباينات لتمثيل التمثيل البياني.



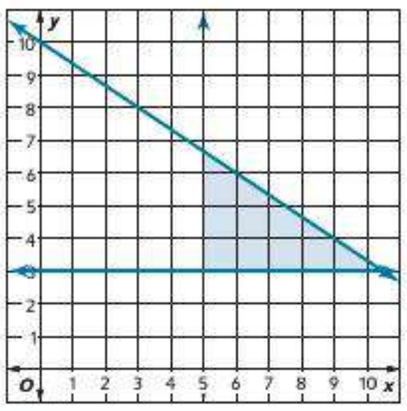
$y \geq 1$

$y \leq 3$

$y \leq 2x - 1$

$y \leq -2x + 9$

6. **استخدام نموذج** لدى موزة AED 30 لشراء أقلام حبر وأقلام رصاص للصف الدراسي. وكانت تكلفة ثلاث علب من أقلام الحبر AED 2. وتكلفة دستة من أقلام الرصاص AED 3. يحتاج كل شخص على الأقل قلم حبر واحدًا وقلمي رصاص. وهناك 15 طالبًا في الصف الدراسي بما في ذلك موزة. اكتب ومثل بيانيًا نظام المتباينات الذي يمثّل هذا الموقف وحدد مجموعة الحل.



لنفترض أن x = عدد 3 علب من أقلام الحبر.

لنفترض أن y = عدد دستة من أقلام الرصاص.

$x \geq 5$

$y \geq 3$

$2x + 3y \leq 30$

مجموعة الحل هي المنطقة المظللة.

7. **استخدام أدوات** هل (2.5, 1) يمثل حلًا لنظام المتباينات التالي؟

$2x + 3y > 8$

$4x - 5y \geq 2$

اشرح كيف تستخدم التمثيل البياني لتقرر. ثم اشرح كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت النقطة تمثل حلًا بدون تمثيل المتباينات بيانيًا.

مجموعة الحل هي المنطقة التي تتداخل فيها التمثيلات البيانية للمتباينات. لا تقع النقطة (2.5, 1) في منطقة التداخل.

لذلك فهي لا تمثل حلًا. لابد للحل أن يجعل جميع المتباينات في النظام عبارات صحيحة:

$2x + 3y > 8$	$4x - 5y \geq 2$
$2(2.5) + 3(1) > 8$	$4(2.5) - 5(1) \geq 2$
$5 + 3 > 8$	$10 - 5 \geq 2$
$8 > 8$	$5 \geq 2$

المتباينة الأولى صحيحة، لكن المتباينة الثانية خاطئة.

إذًا (2.5, 1) ليست حلًا لأن متباينة واحدة فقط كانت صحيحة عند التحقق منها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

خلال تمثيل مجموعة متباينات خطية بيانيًا لإيجاد حل نظام متباينات خطية، قد يقوم الطلاب بتمثيل متباينة واحدة أو أكثر من النظام بصورة غير صحيحة. قد يعيد الطلاب كتابة إحدى المتباينات بصورة غير صحيحة عند الحل لإيجاد y. قد يصبح معنى المتباينة معكوسًا (> بدلًا من <) أو قد تُستَخدم > بدلًا من ≤. شجّع الطلاب على التحقق من التظليل عن طريق التعويض بإحدى النقاط من مجموعة الحل في المتباينة الأصلية للتحقق من أن نقطة الحل ينتج عنها عبارة صحيحة. وبوضوح، يمكن لأي خطأ في تمثيل إحدى المتباينات أن يؤثر على مناطق التداخل وحل النظام.

في **التمرينين 1** و **2**، قد يقوم بعض الطلاب بتظليل المتباينة بطريقة غير صحيحة مما يؤدي إلى تكوين منطقة تداخل مختلفة. وقد يمثل بعض الطلاب المستقيم منفصلًا أو متصلًا. حيث إن تركيزهم ينصب على تظليل النصف الصحيح.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_174_179_687146.indd 178 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

8. **التخطيط للحل** يوصف حل نظام المتباينات بأنه يمثل النقاط التي بداخل مثلث قائم الزاوية، مع وقوع إحدى الرؤوس على نقطة الأصل. اكتب نظامًا يكون له هذا الحل. صف الطريقة.

الإجابة النموذجية: $x > 0$، $y > 0$، $4x + 3y < 12$؛ المتباينة $x > 0$ والمتباينة $y > 0$ تشكلان الزاوية القائمة. أحتاج بعد ذلك إلى كتابة متباينة بها تقاطع مع الجزء الموجب من y وتقاطع مع الجزء الموجب من x لتكوين الضلع الثالث للمثلث.

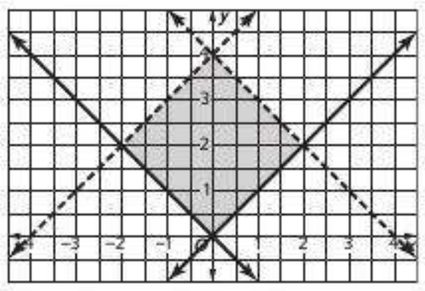
استخدام بنية **طابق كل نظام متباينات بالتمثيل البياني الذي يمثله بالأسفل.**

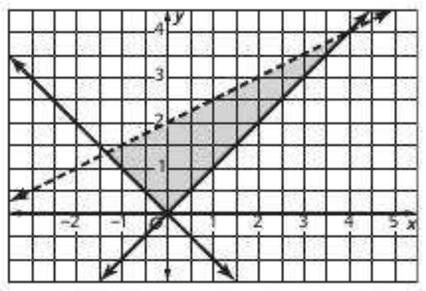
9. $y \geq x$
$y \geq -x$
$y < 4$
d

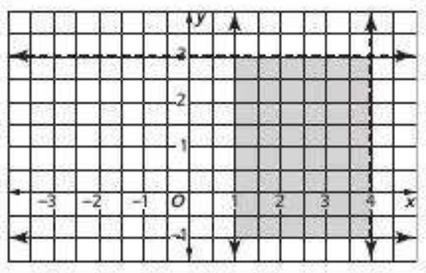
10. $y \geq x$
$y \geq -x$
$2y - 4 < x$
b

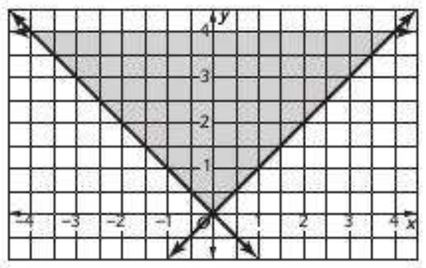
11. $x > 1$
$x < 4$
$y < 3$
$y > -1$
c

12. $y < x + 4$
$y < -x + 4$
$y \geq x$
$y \geq -x$
a

a.


b.


c.


d.


13. **التفكير بطريقة تجريدية** اكتب نظام متباينات يعرّف كل النقاط الموجودة في المنطقة الموصوفة.

a. جميع النقاط الموجودة في الربع الثاني، الحصرية على المحاور

$x < 0; y > 0$

b. جميع النقاط الموجودة في الربع الثالث، الحصرية على المحاور

$x < 0; y < 0$

c. جميع النقاط الموجودة في الربع الرابع، متضمنة المحاور

$x \geq 0; y \leq 0$

d. جميع النقاط الموجودة في الربع الأول، متضمنة المحور الأفقي، وباستثناء المحور الرئيسي

$x > 0; y \geq 0$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أخطاء شائعة

في **التمرينين 3** و **4**، قد يتحير بعض الطلاب في تحديد منطقة التداخل حتى عند تظليل المتباينات بصورة صحيحة. في **التمرين 4**، تحقق مما إذا اختار الطلاب المنطقة التي يتمثل بها متباينتان صحيحتان فقط، حيث إنه لا يوجد تداخل بين مجموعة حل المتباينات الثلاث.

في **التمرين 5** قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في تحديد معادلات المستقيمات الحدودية. شجّع الطلاب على استخدام المسطرة لمدّ المستقيمات ثم شجعهم على استخدام أقلام الرصاص الملونة لتظليل الجانب المناسب لكل مستقيم.

في **التمرين 7**، قد يظن بعض الطلاب أن النقاط الموجودة على المستقيم الحدودي تنتمي لمجموعة حل نظام المتباينات الخطية.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

توفر **التمارين 4–1** الفرصة للطلاب للعمل باستخدام **SMP 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية)**، لأنهم سيحتاجون لفهم كيفية الحصول على حل لنظام به أكثر من متباينتين خطيتين. في **التمرين 5** يمكن للطلاب التحقق من إجاباتهم عن طريق التعويض بنقطة من مجموعة الحل في كلا المتباينتين للتحقق من صحة الحل.

179 6.6 حل أنظمة المتباينات

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_174_179_687146.indd 179 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**1st Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

6 مهمة تقويم الأداء

إيجاد نقطة التعادل

يكتب الطلاب المعادلات والمتباينات مشتملين على المجال والمدى ويحسبون نقطة التعادل.

المعايير

معايير الممارسات في الرياضيات:

تعزز مهمة تقويم الأداء هذه في الوحدة 6 الممارسات في الرياضيات **SMP 1** و **SMP 3** و **SMP 4** و **SMP 5**.

بداية تشجيعية

إذا واجه الطلاب صعوبات في بدء المهمة، فاقترح أن يفكروا أولًا في الوحدات المستخدمة في هذه المسألة وما علاقة تلك الوحدات ببعضها.

- ما علاقة الطاقة بالكيلو واط ساعة التي تنتجها اللوحات بالسعر لكل كيلو واط ساعة؟ **عند ضرب هذه القيم، ستعرف مقدار المال الذي ستوفره فريدة كل شهر عن طريق استخدام اللوحات.**
- ما نوع القيود المفروضة في الموقف؟ **لابد أن يكون كلا المتغيرين قيمًا غير سالبة، حيث إن القيم السالبة ليست منطقية في هذا السياق.**

بعد ذلك، اطلب من الطلاب قراءة الأسئلة في **الجزء A** والإجابة عليها.

ناقش معنى "نقطة التعادل" مع الطلاب. اشرح أن التعادل يعني أن المبلغ المنفق يساوي المبلغ الموفر كنتيجة للإنفاق.

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

تتماشى مهمة تقويم الأداء هذه بشكل كبير مع **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)**. يحل الطلاب إحدى المسائل التي تظهر في الحياة اليومية بتمثيل السيناريو بالمعادلات والمتباينات وبالتمثيلات البيانية. يمكن للطلاب تطبيق الخطوات التي تعلموها هنا (إيجاد نقطة التعادل لعملية الشراء) على القرارات التي يتخذونها حول عمليات الشراء الأخرى في حياتهم. على سبيل المثال، إذا كان شخص ما يفكر في شراء غسالة ملابس موفرة للطاقة، يمكنه إيجاد نقطة التعادل لمعرفة ما إذا كانت عملية الشراء مفيدة له.

مهمة تقويم الأداء

إيجاد نقطة التعادل

قدم حلاً واضحًا لهذه المسألة. تأكد من إظهار كل ما قمت به من عمل وتضمين جميع الرسومات ذات الصلة وتبرير إجاباتك.

تفكّر فريدة في ما إذا كانت ستشتري لوحات شمسية لمنزلها. سيكلفها ذلك AED 18,000 لشراء اللوحات وتركيبها. وتنتج اللوحات طاقة قدرها 600 كيلو واط ساعة (kWh) بحد أقصى كل شهر. وتتوقع أن توفر AED 0.12 من فواتير الطاقة مقابل كل كيلو واط ساعة تنتجه اللوحات. كم عدد الأشهر التي تحتاجها حتى توفر المبلغ الذي أنفقته على اللوحات؟

الجزء A

ضع خطة لإيجاد الحل. فكّر في هذه الأسئلة:

- أيّ طريقة ستكون الأفضل لحل نظام المعادلات/المتباينات في هذه المسألة؟
- ما الذي يمثله x وy؟

الجزء B

اكتب المعادلات أو المتباينات لتمثيل كل مما يلي.

- مقدار المال الذي أنفقته فريدة على اللوحات الشمسية
- مقدار المال الذي توفره فريدة باستخدام اللوحات الشمسية

سجّل المجال والمدى لكل معادلة أو متباينة.

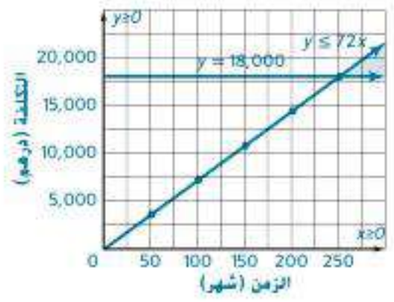
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_180_181_687146.indd 180 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء C

مثّل بيانيًا نظام المعادلات والمتباينات الذي كتبته في **الجزء B**. تأكد من أن يشتمل على التسميات والمقاييس.



الجزء D

فسّر التمثيل البياني للإجابة عن الأسئلة.

الجزء E

لنفترض أنه بعد استخدام اللوحات لمدة 10 سنوات، ستصبح أقل كفاءة، ونتيجة لذلك، يمكن للوحات توفير AED 0.05 فقط لكل كيلو واط ساعة كحد أقصى. اشرح كيف ستختلف المعادلات أو المتباينات أو التمثيل البياني. وكيف يمكن لهذا الاختلاف أن يغير عدد الأشهر التي ستستغرقها في ادخار المال الكافي لتغطية تكاليف اللوحات؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة للتدريس

SMP 3

يقدم **الجزء E** فرصة للربط بـ **SMP 3 (بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين)**. وينص المعيار على أن الطلاب المتفوقين في الرياضيات يستخدمون الفرضيات المذكورة والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا عند بناء الفرضيات. بالنسبة **للجزء C**، اطلب من الطلاب التفكير فيما إذا كانت اللوحات الأقل فاعلية ستوفر لها مقدارًا أكبر أم أقل من المال، وناقش كيف يؤثر ذلك على نقطة التعادل.

أخطاء شائعة

قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في اختيار المجالات للمعادلات القديمة والجديدة في **الجزء E**. قد يرسم الطلاب كلا المستقيمين على شبكة التمثيل البياني بمجال $x \geq 0$. شجّع الطلاب على وضع أصابعهم على المحور x حيث $x = 50$، واشرح ما تمثله قيمة y. كرر ذلك حيث $x = 120$، و $x = 150$.

نظام تسجيل الدرجات

الجزء	الدرجات القصوى	إجابة تستحق الدرجة الكاملة
A	1	يشرح الطالب باستيفاء الطريقة التي اختارها ولماذا. كما يجب عليهم تعيين المتغيرات لعدد الأشهر ومقدار الدراهم.
B	2	يجب أن تكون المعادلتان: $y = 18{,}000$ و $y \leq 72x$. ويكون المجال لكليهما $x \geq 0$ والمدى للمعادلة الأولى 18,000 و $y \geq 0$ للمعادلة الثانية.
C	2	يجب أن يشمل التمثيل البياني على مقياس وتسمية لكلا المحورين. يجب تمثيل المعادلة والمتباينة بيانيًا بصورة صحيحة وأن تكون منطقة التداخل موضحة في التمثيل البياني. راجع *دليل الطالب التفاعلي* للتمثيل البياني.
D	1	وقت التعادل هو 250 شهرًا.
E	2	يجب أن يكون هناك متباينتان، الأولى $y \leq 72x$، بمجال $0 \leq x \leq 120$ والثانية $y \leq 720 + (600)(0.05)(x - 120)$، بمجال $x \geq 120$. يجب أن تكون نقطة التعادل في وقت لاحق بعدة أشهر حيث إنها لا توفر المبلغ نفسه كل شهر.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_180_181_687146.indd 181 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

6 مهمة تقويم الأداء

تحسين الدرجات

يكوّن الطلاب نظام معادلات لتمثيل الموقف. ثم يطبقون النتائج لكتابة نظام متباينات وتمثيله لحل المسألة.

المعايير

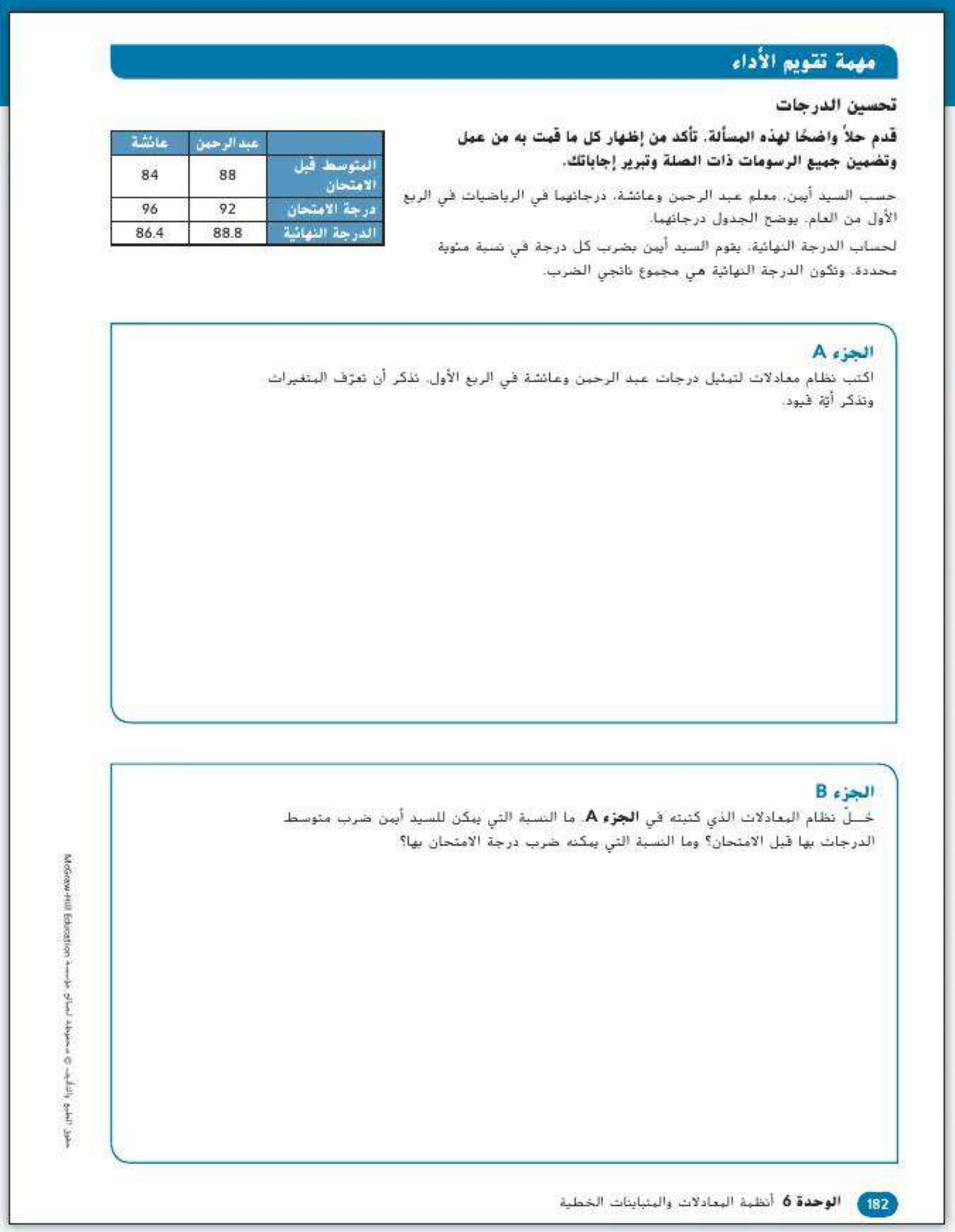
معايير الممارسات في الرياضيات: تعزز مهمة تقويم الأداء هذه في الوحدة 6 الممارسات في الرياضيات **SMP 1 و SMP 2 و SMP 4 و SMP 6.**

بداية تشجيعية

إذا واجه الطلاب صعوبات في بدء المهمة، فاقترح أن يحاولوا حساب الدرجات بنسب مئوية معلومة، على سبيل المثال 40% و 60%.

- ما العلاقة بين النسبة المئوية للامتحان ودرجة الامتحان بالدرجة النهائية؟ **يمكن ضرب النسبة المئوية (بالصيغة العشرية) في درجة الامتحان لتحديد ما تساهم به في الدرجة النهائية.**
- ماذا يعني التعبير "المتوسط قبل الامتحان"؟ **الإجابة النموذجية: يعني متوسط الدرجات للواجب المنزلي والاختبارات والامتحانات والمشاريع والعمل داخل الفصل.**

بعد ذلك، اطلب من الطلاب قراءة **الجزء A** وكتابة معادلات تمثل الموقف. ذكّرهم بتعريف المتغيرات وإدراج أيّة قيود. على سبيل المثال، اسألهم ما إذا كان من الممكن لأيّ متغير أن يكون قيمة سالبة.



مهمة تقويم الأداء

تحسين الدرجات

قدم حلاً واضحًا لهذه المسألة. تأكد من إظهار كل ما قمت به من عمل وتضمين جميع الرسومات ذات الصلة وتبرير إجاباتك.

حسب السيد أيمن، معلم عبد الرحمن وعائشة، درجاتهما في الرياضيات في الربع الأول من العام. يوضح الجدول درجاتهما.

	عبد الرحمن	عائشة
المتوسط قبل الامتحان	88	84
درجة الامتحان	92	96
الدرجة النهائية	88.8	86.4

لحساب الدرجة النهائية، يقوم السيد أيمن بضرب كل درجة في نسبة مئوية محددة. وتكون الدرجة النهائية هي مجموع ناتجي الضرب.

الجزء A

اكتب نظام معادلات لتمثيل درجات عبد الرحمن وعائشة في الربع الأول. تذكر أن تعرّف المتغيرات وتذكر أيّة قيود.

الجزء B

حـلّ نظام المعادلات الذي كتبته في **الجزء A**. ما النسبة التي يمكن للسيد أيمن ضرب متوسط الدرجات بها قبل الامتحان؟ وما النسبة التي يمكنه ضرب درجة الامتحان بها؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التأكيد على معايير الممارسات في الرياضيات

تتوافق مهمة تقويم الأداء هذه إلى حد بعيد مع **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** و **SMP 1 (فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها)**. يكوّن الطلاب نماذج متنوعة (معادلات ومتباينات وتمثيلات بيانية) لتمثيل المواقف في هذا السياق. وبما أنه يوجد أعداد عشرية متضمنة في العمليات الحسابية، فإنه من المهم مراعاة الدقة في العمليات الحسابية وتطبيق **SMP 6 (مراعاة الدقة)**. ناقش مع الطلاب ما إذا كان من المنطقي استخدام التقريب في حساباتهم. واسألهم كيف يمكن أن يؤثر التقريب على إجاباتهم النهائية. سيُطلب من الطلاب أيضًا تطبيق **SMP 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية)** عند تفسيرهم للتمثيلات البيانية في **الجزء D**.

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_182_183_687146.indd 182 8/22/19 8:58 PM

Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

الجزء C

تستخدم المدرسة هذا الجدول لتحويل النسب المئوية إلى درجات بالأحرف.

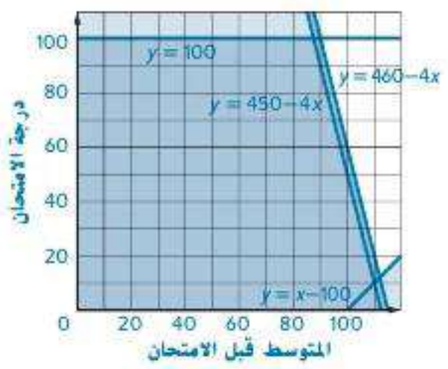
النسبة	الدرجات بالأحرف
من 96 إلى 100	A+
من 93 إلى 95	A
من 90 إلى 92	A−
من 86 إلى 89	B+
من 83 إلى 85	B
من 80 إلى 82	B−

في الربع القادم، يريد عبد الرحمن تحسين درجاته. اكتب متباينة لتوضيح كيف يستطيع الحصول على A− في الربع القادم. لنفترض أن x تمثل متوسط درجاته قبل الامتحان وy تمثل درجته في الامتحان.

الجزء D

مثّل بيانيًا المتباينة التي كتبتها في **الجزء C**. تأكد من أن التمثيل البياني يعكس جميع القيود الموجودة على المتغيرات.

- ما أدنى متوسط درجات، قبل أداء الامتحان، يحتاجه عبد الرحمن لتحقيق هدفه؟
- إذا حقق أدنى متوسط درجات، فما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الامتحان للوصول إلى هدفه؟



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة للتدريس

SMP 6

يوفر **الجزء B** الفرصة للطلاب للربط بـ **SMP 6 (مراعاة الدقة)** حيث يعملون على حل نظام معادلات يحتوي على كسور عشرية. **يتطلب SMP 6** أن يقوم الطلاب بالعمليات الحسابية بدقة وكفاءة وكتابة الإجابات العددية بدرجة من الدقة تتناسب مع سياق المسألة.

يقدم **الجزآن C** و**D** الفرص للطلاب للربط بـ **SMP 4 (استخدام نماذج الرياضيات)** و **SMP 5 (استخدام الأدوات الملائمة بطريقة استراتيجية)**. سيتعلم الطلاب أن يتصوروا تلك المسألة من الحياة اليومية من خلال كتابة المتباينات التي تحقق قيود الموقف وإنشاء تمثيل بياني يمثل الموقف ويشمل جميع القيود. ثم يجب على الطلاب بعد ذلك تفسير التمثيل البياني وحل المسألة جبريًا لإيجاد الحل الدقيق.

أخطاء شائعة

في **الجزء D**، قد يفشل بعض الطلاب في إدراك أن تحقيق أدنى متوسط محتمل يعني زيادة درجة الامتحان للحد الأقصى أو تحقيق درجة 100. يجب على الطلاب عندها كتابة متباينة صحيحة وحلها لإيجاد أدنى متوسط عندما تكون درجة الامتحان 100.

نظام تسجيل الدرجات

الجزء	الدرجات القصوى	إجابة تستحق الدرجة الكاملة
A	2	لنفرض أن b = النسبة المئوية قبل الامتحان و e = نسبة درجة الامتحان المئوية؛ $88.8 = 88b + 92e$؛ $84b + 96e = 86.4$؛ b و e يجب أن تكون أعدادًا موجبة بين 0 و 1 مثل $b = 1 + e$
B	2	$b = 0.8$. أو 80%؛ $e = 0.2$. أو 20%؛ يُضرب المتوسط قبل الامتحان في 80% ودرجة الامتحان في 20%.
C	2	$90 \le 0.8x + 0.2y \le 92$
D	2	راجع *دليل الطالب التفاعلي* للتمثيل البياني. يجب أن تشمل تمثيلات الطلاب البيانية المنطقة بين 100 − 0 لقيمة y؛ 0 − 100 لقيمة x؛ المستقيمات $y = 100$؛ و $x = 100$؛ و $y = 450 - 4x$؛ و $y = 460 - 4x$. أدنى متوسط قبل الامتحان؛ $100 = 450 - 4x$. أو $x = 87.5$؛ درجة الامتحان = 100.
الإجمالي	8	

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_182_183_687146.indd 183 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

تدريب على الاختبار المعياري

تشخيص الأخطاء

الطلاب الذين قدموا النقطة (1, 1−) كحل في **العنصر 1** ربما يواجهون صعوبة في العمليات الحسابية للأعداد الصحيحة اللازمة لحل أيّ معادلة. راجع العملية لتبسيط التعبيرات العددية مثل $5 - 2$ و $3 - 6-$.

الطلاب الذين حددوا الاختيار الأول أو الرابع في **العنصر 2** ربما ارتكبوا خطأ في كتابة المعادلة الثانية في صيغة الميل والمقطع. راجع الخطوات لإعادة كتابة المعادلة في صيغة الميل والمقطع، ثم وضّح أن المعادلتين متطابقتان.

الطلاب الذين اختاروا النقطة (3, 1) **للعنصر 6** ربما لا يدركون أن المتباينة الأولى متباينة تامة. النقاط الموجودة على المستقيم $2y - 5x > -7$ ليست حلولًا للنظام.

استراتيجية حل الاختبار

بالنسبة **للعنصر 7**، يجب على الطلاب إعادة كتابة كلا المعادلتين في صيغة الميل والمقطع لجعل التمثيل البياني أسهل. بعد تظليل منطقة التقاطع، يجب عليهم اختبار النقاط الموجودة في المنطقة المظللة وفي المنطقة غير المظللة وعلى كلا المستقيمين للتحقق من حلولهم.

1. حـلّ بالتعويض.

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = 5x - 6 \end{cases}$$

(3, 9)

2. اختر العبارات التي تمثل أفضل وصف لأنظمة المعادلات الخطية التالية.

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 1 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$$

المستقيمان متوازيان.

النظام له حل واحد فقط.

المستقيمان متطابقان.

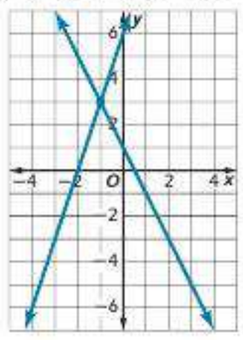
النظام ليس له حلول.

النظام له عدد لا نهائي من الحلول.

3. حـلّ باستخدام الرسم البياني.

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

(−1, 3)



4. حـلّ بالحذف.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ -7x - 2y = -4 \end{cases}$$

(2, −5)

5. يعرض الجدول تكلفة إيجار زلاجات التزلج على الجليد وسعر التزلج بالساعة في حلبتين للتزلج.

	إيجار الزلاجات (AED)	رسوم التزلج بالساعة (AED)
الحلبة A	5.00	1.50
الحلبة B	4.25	1.75

اكتب نظام معادلات خطية يوضح التكلفة الإجمالية لتأجير الزلاجات والتزلج لمدة x ساعات في كل حلبة.

$$\begin{cases} y = 5 + 1.5x \\ y = 4.25 + 1.75x \end{cases}$$

6. اختر النقاط التي تمثل حل نظام المتباينات الخطية التالي.

$$\begin{cases} 2y - 5x > -7 \\ y \leq 3x - 1 \end{cases}$$

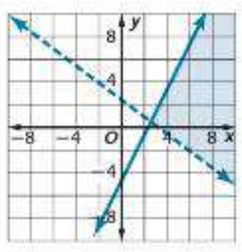
(3, 1) (0, −2)

(−1, −4) (5, 10)

(3, 4) (−5, −16)

7. مثّل نظام المتباينات الخطية بيانيًا.

$$\begin{cases} 2x - y \geq 5 \\ 4y + 3x > 8 \end{cases}$$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_184_185_687146.indd 184 8/22/19 8:58 PM

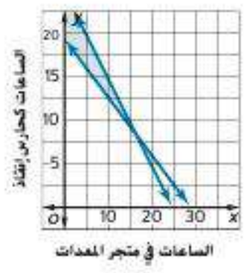
Program: **UAE**	Component: **ISG_TE**	**Ist Pass**
Vendor: **MPS**	Grade: **9**	

8. يعمل مالك في متجر معدات مقابل AED 12 في الساعة وكحارس إنقاذ مقابل AED 18 في الساعة. وهو يحتاج إلى كسب AED 280 على الأقل في الأسبوع، لكن لا يمكنه العمل أكثر من 20 ساعة إجمالاً.

a. اكتب نظام المتباينات الذي يمثل هذا الموقف.

$x + y \leq 20$
$12x + 18y \geq 280$
$y \geq 0$
$x \geq 0$

b. مثّل نظام المتباينات بيانيًا.



c. هل يمكن لمالك أن يعمل فقط في متجر المعدات ويحقق هدفه في الربح؟ اشرح كيف يوضح التمثيل البياني الإجابة على هذا السؤال.

لا؛ لا تتضمن المنطقة المظللة أية نقاط حيث تكون ساعات العمل كحارس إنقاذ 0 = (y).

9. حُـلّ النظام $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x - 3y = 9 \end{cases}$. اكتب الحل هنا واشرح كل خطوة.

$\begin{cases} -9x + 6y = -15 \\ 8x - 6y = 18 \end{cases}$؛ ضرب المعادلة الأولى في 3−، والمعادلة الثانية في 2.

$-x = 3$: اجمع المعادلتين.

$x = -3$: الضرب في 1−.

$9 - 3y = 4(-3)$: التعويض بقيمة x في المعادلة الثانية.

$-3y = 21$: التحويل لأبسط صورة.

$y = -7$: قسمة كلا الطرفين على 3−؛ الحل هو (7−, 3−).

الحل: (7−, 3−)

10. تقود رنا الدراجة وتجري للتمرن. يوضح الجدول المدة الزمنية التي تستغرقها في ركوب الدراجة وفي الجري مسافة كيلومتر واحد وعدد السعرات الحرارية التي تحرقها أثناء ركوب الدراجة أو الجري لكيلومتر واحد.

	قيادة الدراجة	الجري
الزمن (min)	4	10
السعرات المحروقة	45	70

وفي يوم السبت، كانت رنا قد جرت وقادت الدراجة لمدة 57 دقيقة وحرقت 535 سعرًا حراريًا. فكم عدد الكيلومترات التي قطعتها وهي تجري والكيلومترات التي قطعتها وهي تقود الدراجة؟ اشرح كيف توصلت لإجابتك.

قادت الدراجة مسافة 8 كيلومترات وجرت 2.5 كيلومتر. الإجابة النموذجية: حُـلّ النظام $\begin{cases} 4x + 10y = 57 \\ 45x + 70y = 535 \end{cases}$ بالحذف.

وهو ما ينتج عنه الحل (8, 2.5).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

استراتيجية حل الاختبار

بالنسبة لمسائل من الحياة اليومية مثل **العنصر 8**، يجب على الطلاب التأكد من التفكير في القيود الضمنية بالإضافة إلى تلك الموضحة صراحة. بما أنه ليس من الممكن العمل بقيمة سالبة من عدد الساعات، فعلى النظام أن يشمل المتباينات التي تتطلب أن يكون كل من x وy قيمًا غير سالبة.

تشخيص الأخطاء

الطلاب الذين أنشأوا تمثيلًا بيانيًا غير صحيح **للعنصر 8b** ربما عكسوا رموز المتباينة عند كتابة المتباينات في صيغة الميل والمقطع. ذكّر الطلاب بالحفاظ على رموز المتباينة كما هي بالنسبة للمحور y ماعدا عند الضرب في عدد سالب أو القسمة عليه.

نظم القياس

العنصر 8

[3] النظام والتمثيل بياني صحيحان. تفسر الإجابة كيف يوضح التمثيل البياني أنه يجب على مالك العمل بعض الساعات كحارس إنقاذ.

[2] لا يتضمن النظام و/أو التمثيل البياني $x \geq 0$ و $y \geq 0$، لكنه صحيح مع ذلك، أو التفسير غير كامل في **الجزء c**

[1] تشمل الإجابة مركبًا واحدًا صحيحًا

[0] لا يوجد رد "أو" الإجابة غير صحيحة والاستنتاج غير صحيح

العنصر 9

[2] الحل صحيح والخطوات موضحة ومشروحة

[1] الحل صحيح، لكن الخطوات غير مكتملة أو غير مشروحة

[0] لا يوجد رد "أو" الإجابة غير صحيحة والاستنتاج غير صحيح

العنصر 10

[2] الحل صحيح والتفسير مقدم

[1] الحل صحيح لكن الخطوات غير مكتملة أو الشرح غير صحيح

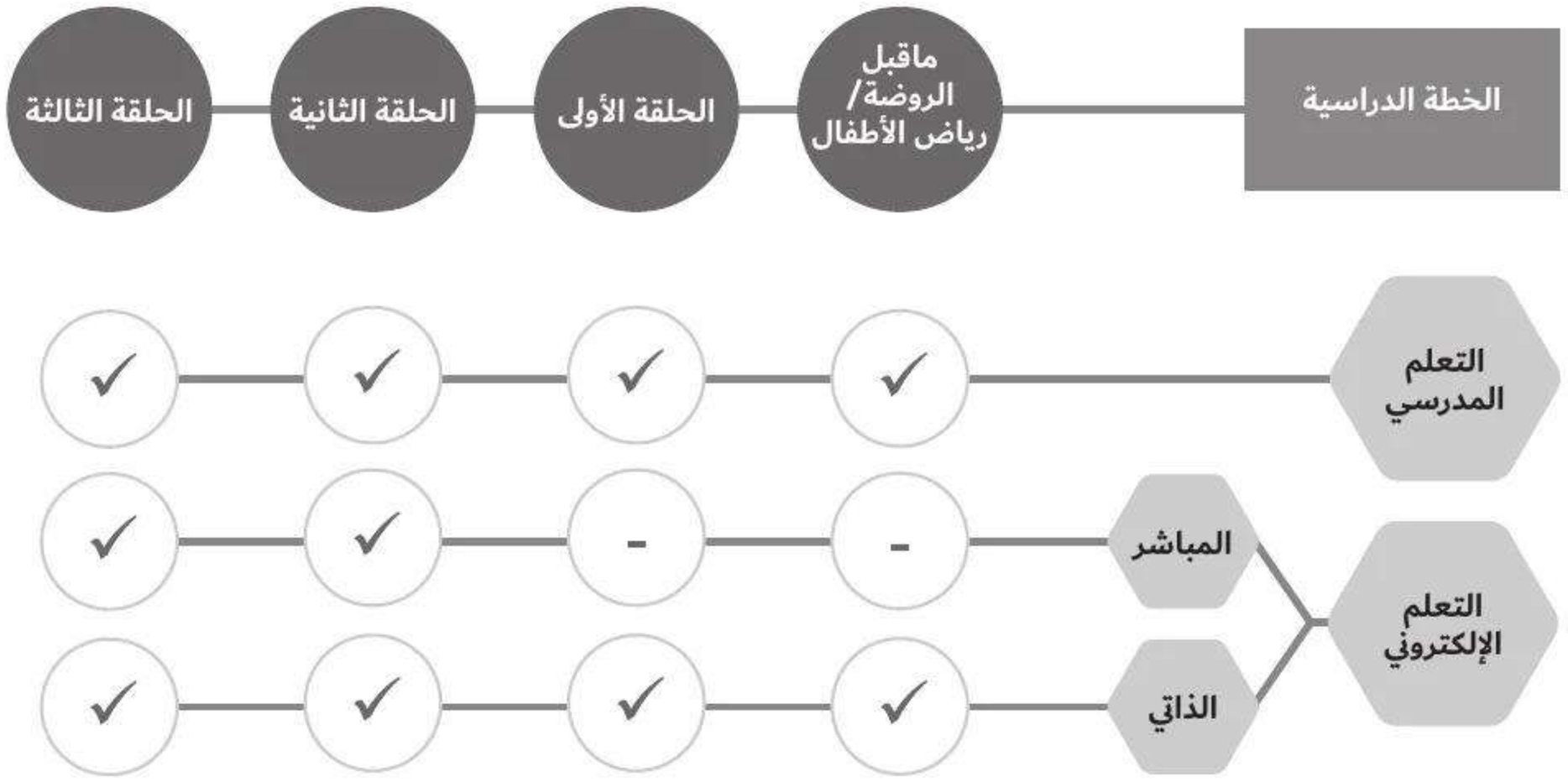
[0] لا يوجد رد "أو" الإجابة غير صحيحة والاستنتاج غير صحيح

AR_M_G9_Int_ISG TE_Y3_Vol1_P1_Ch06_184_185_687146.indd 185 8/22/19 8:58 PM

Program: UAE	Component: ISG_TE	1st Pass
Vendor: MPS	Grade: 9	

التعليم الهجين في المدرسة الإماراتية

في إطار البعد الإستراتيجي لخطط التطوير في وزارة التربية والتعليم، وسعيها لتنويع قنوات التعليم وتجاوز كل التحديات التي قد تحول دونه، وضمان استمراره في جميع الظروف، فقد طبقت الوزارة خطة التعليم الهجين للطلبة جميعهم في المراحل الدراسيّة كافة.



قنوات الحصول على الكتاب المدرسي:

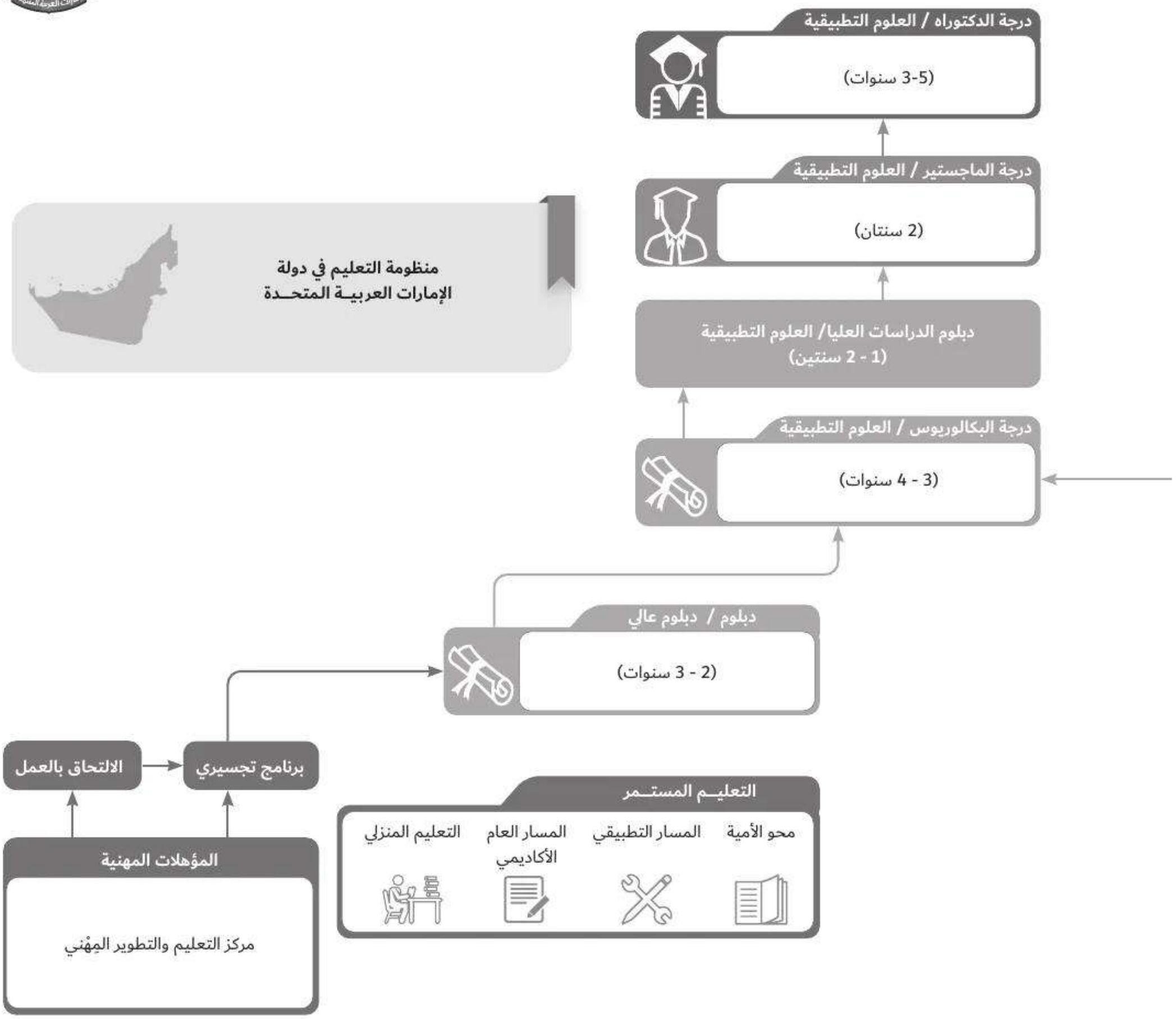
برنامج محمد بن راشد للتعلم الذكي
Mohammed Bin Rashid Smart Learning Program

الوحدات الإلكترونيّة

التصنيف الدولي
إطار المؤهلات الوطنية لدولة الإمارات المستوى 10
24
درجة الدكتوراه
(3-5 سنوات)
التصنيف الدولي
إطار المؤهلات الوطنية لدولة الإمارات المستوى 9
22
درجة الماجستير
(2 سنتان)
شهادة مشتركة
البكالوريوس والماجستير
(4 - 5 سنوات)
التصنيف الدولي
إطار المؤهلات الوطنية لدولة الإمارات المستوى 6-5
18
دبلوم الدراسات العليا
(سنة واحدة)
درجة البكالوريوس
(3 - 4 سنوات)
دبلوم الدراسات العليا
(1 - 2 سنتين)
درجة الماجستير
(2 سنتان)
درجة البكالوريوس
(3 - 4 سنوات)
التصنيف الدولي
إطار المؤهلات الوطنية لدولة الإمارات المستوى 6-5
18
تقوم الوزارة بالتنسيق مع مؤسسات التعليم العالي الوطنية في قبول الطلبة في التخصصات المختلفة بما يتسق مع احتياجات سوق العمل وخطط التنمية البشرية المستقبلية. كما تحدد مؤسسات التعليم العالي أعداد الطلبة الذين يمكن قبولهم طبقًا لإمكانياتها ورسالتها وأهدافها. كما تضع مؤسسات التعليم العالي شروط قبول الطلبة في البرامج المختلفة بحسب المسار الذي تخرجوا منه ومستويات أدائهم في المرحلة الثانوية ونتائجهم في اختبار الإمارات القياسي.
يتيح التكامل والتنسيق بين منظومتي التعليم العام والعالي اعتماد واحتساب مساقات دراسية مدرسية ضمن الدراسة الجامعية بحسب المسار المدرسي والتخصص الجامعي مما يتيح تقليص مدة الدراسة الجامعية.
التصنيف الدولي
إطار المؤهلات الوطنية لدولة الإمارات المستوى 4-1
12
الحلقة الثالثة المرحلة الثانوية
المسارات الأكاديمية
مسار النخبة
المسار المتقدم
المسار العام
أعلى 10 في المئة من الطلبة في نتائج الاختبارات الوطنية
المسارات التقنية والمهنية
المسار التقني المتقدم
المسار التقني العام
الأكاديميات المتخصصة
المسار التطبيقي
برامج ثانويات التكنولوجيا التطبيقي
(الصفوف 12-9) الأعمار من 14 إلى 18 عامًا (4 سنوات)
التعليم الأساسي
التصنيف الدولي
12
الحلقة الثانية
برنامج النخبة (الصفوف 8-5)
أعلى 10 في المئة من الطلبة في نتائج الاختبارات الوطنية
الأعمار 13-10 (4سنوات)
الصفوف 8-5
الأعمار 13-10 (4 سنوات)
التصنيف الدولي
6
الحلقة الأولى
الصفوف 1-4
الأعمار 9-6 (4 سنوات)
التصنيف الدولي
3
الطفولة المبكرة
رياض الأطفال | الأعمار من 6-4 سنوات (غير إلزامي)
حضانة/ رعاية | الأعمار 4-0 (غير إلزامي)
سن البداية النظري

الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

منظومة التعليم في دولة الإمارات العربية المتحدة



جميع الحقوق © محفوظة لوزارة التربية والتعليم. لايسمح بإعادة إصدار هذه الصفحة أو جزء منها أو تخزينها في نطاق استعادة المعلومات، أو نقله بأي شكل من الأشكال، من دون إذن مسبق من الناشر.

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم
اقتراح - استفسار - شكوى

80051115

04-2176855

www.moe.gov.ae

ccc.moe@moe.gov.ae